

УДК 537.311

А. В. Меликсетян

Кейновский магнетоэкситон в цилиндрической квантовой точке

(Представлено академиком Э.М. Казаряном 27/Х 2008)

Ключевые слова: магнетоэкситон, межзонные переходы, цилиндрическая квантовая точка, модель Кейна

1. Введение. Квантовые точки (КТ) являются очень удобной элементной базой для полупроводниковых приборов нового поколения ввиду возможности гибкой манипуляции их электронного спектра. Исследование физических характеристик ансамблей из КТ различных геометрических форм и размеров позволяют создавать структуры с наперед заданными физическими свойствами [1,2].

С точки зрения создания лазеров инфракрасного диапазона особый интерес представляет разработка и реализация гетероструктур на базе узкозонных полупроводниковых соединений. В этой связи следует отметить работу [3], авторы которой приводят результаты выращивания узкозонных КТ InSb с высотой $L = (3.4 \pm 1) \cdot 10^{-7}$ см и радиусом $\rho = (27.2 \pm 7.5) \cdot 10^{-7}$ см на подложках InAs методом жидкофазной эпитаксии. Такие КТ в первом приближении можно аппроксимировать цилиндрами. Специфика этого соединения заключается в том, что ввиду наличия "межзонного взаимодействия" закон дисперсии электронов и lh в InSb является непараболическим и описывается в рамках модели Кейна [4]. Такой подход уже использовался ранее в работе [5], при теоретическом рассмотрении оптических межзонных переходов в цилиндрических КТ из InSb. Следует отметить, что энергетический спектр наноструктур и, в частности, КТ на базе узкозонных полупроводниковых соединений теоретически обсуждался во многих работах (см. нпр. [6-8]). При этом различными авторами использовались разные методы расчета, на основе которых была выявлена

гибкая взаимосвязь между геометрией, размерами и характером энергетического спектра носителей заряда в КТ. Другим важным фактором, влияющим на спектральные характеристики КТ, является наличие внешнего магнитного поля, с помощью которого также можно управлять энергетическими уровнями электрона. Исследования электронных свойств наносистем, находящихся в магнитном поле, проведены, например, в работах [7-10].

Проблема магнетоэкситонных состояний в цилиндрических КТ детально изучена в работе [9], где теоретически рассмотрено влияние внешнего магнитного поля на свойства экситонов в квантовом диске. Полученные теоретические результаты, связанные с диамагнитным смещением, хорошо согласовывались с экспериментальными результатами [10].

В данной работе рассмотрены экситонные эффекты в цилиндрических КТ, как в присутствии магнитного поля, так и без него. При этом для электронов и lh закон дисперсии описан в рамках двухзонной модели Кейна, в то время как для hh закон дисперсии стандартный.

2. Энергетический спектр и волновая функция. В рассматриваемом приближении ограничивающий потенциал КТ аппроксимируется прямоугольными бесконечно высокими стенками:

$$V(\vec{r}) = \begin{cases} 0, & \{\rho < \rho_0, |z| < L/2\}, \\ \infty, & \{\rho \geq \rho_0, |z| \geq L/2\}. \end{cases} \quad (1)$$

Закон дисперсии электрона и lh в двухзонном кейновском приближении для соединения InSb дается выражением, по виду совпадающим с релятивистским случаем [4]:

$$\begin{cases} E^{e(lh)} = \sqrt{\vec{p}^2 s^2 + (\mu^{e(lh)} s^2)^2} - \mu^{e(lh)} s^2, & H = 0, \\ E^{e(lh)} = \sqrt{\left(\vec{p} - \frac{e^{e(lh)}}{c} \vec{A}\right)^2 s^2 + (\mu^{e(lh)} s^2)^2} - \mu^{e(lh)} s^2, & H \neq 0, \end{cases} \quad (2)$$

в то время как для "невзаимодействующей" зоны hh он является стандартным [4]:

$$\begin{cases} E^{hh} = \frac{\vec{p}^2}{2\mu^{hh}}, & H = 0, \\ E^{hh} = \frac{\left(\vec{p} - \frac{e^{hh}}{c} \vec{A}\right)^2}{2\mu^{hh}}, & H \neq 0, \end{cases} \quad (3)$$

где \vec{A} — вектор-потенциал магнитного поля, s — параметр "межзонного взаимодействия" ($s \sim 10^8$ см/с), $\mu^{e(lh)}$ и μ^{hh} — эффективные массы электрона, lh

и hh соответственно ($\mu^e = \mu^{lh} = 0.015m_0$ и $\mu^{hh} = 0.5m_0$, m_0 — масса свободного электрона).

Уравнения для огибающих волновых функций электрона (lh) и hh в КТ после преобразований можно объединить в одно общее, как для случая, когда $H = 0$, так и когда $H \neq 0$:

$$\begin{cases} \frac{1}{2\mu} \vec{p}^2 \psi = \epsilon \psi, & H = 0, \\ \frac{1}{2\mu} \left(\vec{p} - \frac{e^{e(h)}}{c} \vec{A} \right)^2 \psi_H = \epsilon_H \psi_H, & H \neq 0, \end{cases} \quad (4)$$

где $\mu = \mu^e$, $\epsilon_{(H)} = \left(\left(E_{(H)}^{e(lh)} + \mu^e s^2 \right)^2 - (\mu^e s^2)^2 \right) / (2\mu^e s^2)$, $\psi_{(H)} = \psi_{(H)}^{e(lh)}$ для электрона и lh ; $\mu = \mu^{hh}$, $\epsilon_{(H)} = E_{(H)}^{hh}$, $\psi_{(H)} = \psi_{(H)}^{hh}$ для hh .

При этом соответствующие волновые функции должны удовлетворять граничным условиям

$$\psi_{(H)}(\rho_0, \varphi, z) = 0, \quad \psi_{(H)}(\rho, \varphi, \pm \frac{L}{2}) = 0. \quad (5)$$

Предположим, что магнитное поле направлено вдоль оси цилиндра. Выбрав в цилиндрической координатной системе калибровку вектора-потенциала в виде $A_\rho = A_z = 0$, $A_\varphi = H\rho/2$ и решая уравнение Шредингера, окончательно для волновых функций получаем следующие выражения:

$$\begin{cases} \psi_{n,m,n_\rho}(\rho, \varphi, z) = \frac{\sqrt{2}}{\rho_0} \frac{1}{|J_{|m|+1}(\alpha_{n_\rho+1,|m|})|} J_{|m|}(\kappa_{n_\rho,|m|}\rho) \cdot \sqrt{\frac{1}{2\pi}} e^{im\varphi} \cdot \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{\pi n}{2} \left(\frac{z}{L/2} - 1 \right), & H = 0 \\ \psi_{n,m,n_\rho(H)}(\rho, \varphi, z) = C_{n_\rho,|m|} e^{-\frac{\rho^2}{4a_H^2}} \frac{\rho^{|m|}}{(\sqrt{2}a_H)^{|m|}} {}_1F_1 \left(\beta_{n_\rho+1,|m|}, |m| + 1; \frac{\rho^2}{2a_H^2} \right) \cdot \sqrt{\frac{1}{2\pi}} e^{im\varphi} \cdot \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{\pi n}{2} \left(\frac{z}{L/2} - 1 \right), & H \neq 0, \end{cases} \quad (6)$$

где $n = 1; 2; \dots$, $m = 0; \pm 1; \dots$, $\kappa_{n_\rho,|m|} = \sqrt{2\mu\epsilon_{n_\rho,|m|}/\hbar^2}$ и $\beta_{n_\rho+1,|m|} = \frac{1+|m|-\text{sign}(e)m}{2} - \frac{\epsilon_H - \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2\mu L^2}}{\hbar\omega_H}$ определяются из граничных условий (5) ($\epsilon_{n_\rho,|m|} = \frac{\hbar^2 \alpha_{n_\rho+1,|m|}^2}{2\mu\rho_0^2}$), n_ρ ($n_\rho = 0; 1; \dots$) нумерует положительные нули $\alpha_{n_\rho+1,|m|}$ функции Бесселя $J_{|m|}$ в возрастающем порядке, а $\beta_{n_\rho+1,|m|}$ — в убывающем порядке $0 > \beta_{1,|m|} > \beta_{2,|m|} > \dots$ (при фиксированном m). Граничное условие для определения $\beta_{n_\rho+1,|m|}$ может быть преобразовано к следующему виду:

$${}_1F_1 \left\{ \beta_{n_\rho+1,|m|}, |m| + 1; \frac{\rho_0^2}{2a_H^2} \right\} = 0. \quad (7)$$

Для энергетических спектров электрона и легкой дырки можем записать

$$\begin{cases} E_{n,m,n_p}^{e(lh)} = \sqrt{s^2 \hbar^2 \left[\frac{\alpha_{n_p+1,|m|}^2}{\rho_0^2} + \frac{\pi^2 n^2}{L^2} \right] + (\mu^e s^2)^2 - \mu^e s^2}, H = 0, \\ E_{n,m,n_p(H)}^{e(lh)} = \sqrt{s^2 \hbar^2 \left[\frac{(1+|m| - \text{sign}(e)m - 2\beta_{n_p+1,|m|})}{a_H^2} + \frac{\pi^2 n^2}{L^2} \right] + (\mu^e s^2)^2 - \mu^e s^2}, H \neq 0, \end{cases} \quad (8)$$

и соответственно для тяжелой дырки имеем

$$\begin{cases} E_{n,m,n_p}^{hh} = \frac{\hbar^2 \alpha_{n_p+1,|m|}^2}{2\mu^{hh} \rho_0^2} + \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2\mu^{hh} L^2}, H = 0, \\ E_{n,m,n_p(H)}^{hh} = \frac{\hbar^2}{2\mu^{hh} a_H^2} (1 + |m| - m - 2\beta_{n_p+1,|m|}) + \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2\mu^{hh} L^2}, H \neq 0. \end{cases} \quad (9)$$

Из формул (8) следует, что учет непараболичности закона дисперсии приводит к корневой зависимости энергий от L^{-2} , ρ_0^{-2} и $\beta_{n_p+1,|m|}(\rho_0)$, в то время как для случая параболической дисперсии носителей заряда эта зависимость является линейной (см. формулы (9)). При предельном переходе $s \rightarrow \infty$, т.е. когда "межзонное взаимодействие" полностью будет отсутствовать, как и следовало ожидать, формулы (8) принимают вид, аналогичный формулам (9).

3. **Экситонные состояния.** Теперь рассмотрим влияние экситонных эффектов на межзонные переходы. Предположим, что в направлении оси диска (OZ) квантование очень сильное. Следовательно, в этом случае мы будем рассматривать движение в направлении OZ в рамках одночастичной модели. Иными словами, мы рассматриваем двумерный экситон. В пределе бесконечно высоких стенок гамильтониан экситона при наличии магнитного поля и в его отсутствие будет иметь следующий вид:

$$\hat{H}_{ex} = \hat{H}_e + \hat{H}_h - \frac{e^2}{\epsilon |\vec{\rho}_e - \vec{\rho}_h|}, \quad (10)$$

где

$$\begin{cases} \hat{H}^{e(lh)} = \sqrt{\vec{p}^2 s^2 + (\mu^{e(lh)} s^2)^2 - \mu^{e(lh)} s^2} + V(\vec{r}_{e(lh)}), H = 0, \\ \hat{H}^{e(lh)} = \sqrt{(\vec{p} - \frac{e^{e(lh)}}{c} \vec{A})^2 s^2 + (\mu^{e(lh)} s^2)^2 - \mu^{e(lh)} s^2} + V(\vec{r}_{e(lh)}), H \neq 0, \\ \hat{H}^{hh} = \frac{\vec{p}^2}{2\mu^{hh}} + V(\vec{r}_{hh}), H = 0, \\ \hat{H}^{hh} = \frac{(\vec{p} - \frac{e^{e(lh)}}{c} \vec{A})^2}{2\mu^{hh}} + V(\vec{r}_{hh}), H \neq 0 \end{cases} \quad (11)$$

и $\hat{H}_i \psi_i = E_i \psi_i$, $i = e, lh, hh$.

Третий член в (10) будем рассматривать как малое возмущение к гамильтониану $\hat{H}_e + \hat{H}_h$. Следовательно, экситонная волновая функция в

первом приближении может быть представлена в следующей форме:

$$\Psi_{ex}^0(\vec{r}_e, \vec{r}_h) = \psi_e(\rho_e, \varphi_e, z_e) \psi_h(\rho_h, \varphi_h, z_h). \quad (12)$$

Поправка к энергии определяется выражением

$$\Delta E_0 = \int \Psi_{ex}^{0*} \left(-\frac{e^2}{\epsilon \sqrt{\rho_e^2 + \rho_h^2 - 2\rho_e\rho_h \cos(\varphi_e - \varphi_h)}} \right) \Psi_{ex}^0 dV_e dV_h, \quad (13)$$

которое может быть преобразовано к виду [11]

$$\Delta E_0 = -\frac{8\pi e^2}{\epsilon} \int_0^{\rho_0} \rho_2 d\rho_2 \int_0^{\rho_0} \frac{g(\rho_1, \rho_2)}{\rho_1 + \rho_2} K \left(\frac{4\rho_1\rho_2}{(\rho_1 + \rho_2)^2} \right) \rho_1 d\rho_1. \quad (14)$$

Здесь $g(\rho_1, \rho_2) = \Psi_{ex}^{0*} \Psi_{ex}^0$, $K(m) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-m \sin^2 \varphi}}$ и полный эллиптический интеграл первого рода. Окончательно для энергии получим

$$E = E_e + E_h + \Delta E_0. \quad (15)$$

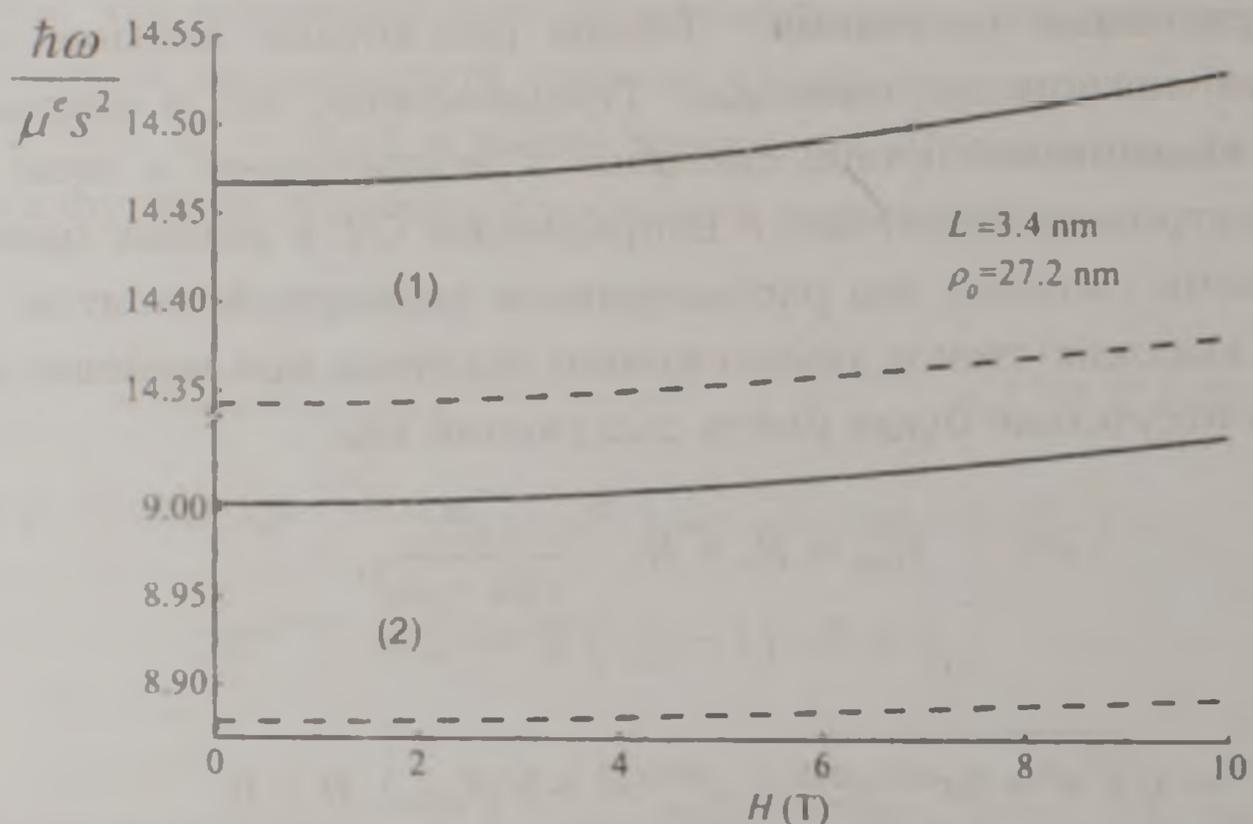


Рис. 1. Зависимость энергии (1) lh-e и (2) hh-e пары от магнитного поля: без учета кулоновского взаимодействия (сплошные кривые) и с учетом кулоновского взаимодействия (штриховые кривые).

Как видно из рис. 1, благодаря электронно-дырочному взаимодействию степень роста полной энергии уменьшается с возрастанием H . Это является результатом увеличения по абсолютному значению кулоновского интеграла (13) в выражении для полной энергии. Последнее можно приписать общеизвестному факту, что энергия взаимодействия для кулоновской системы увеличивается с ростом напряженности магнитного поля: с увеличением

величины магнитного поля система приближается к одномерной. Следовательно, кулоновская энергия возрастает [12].

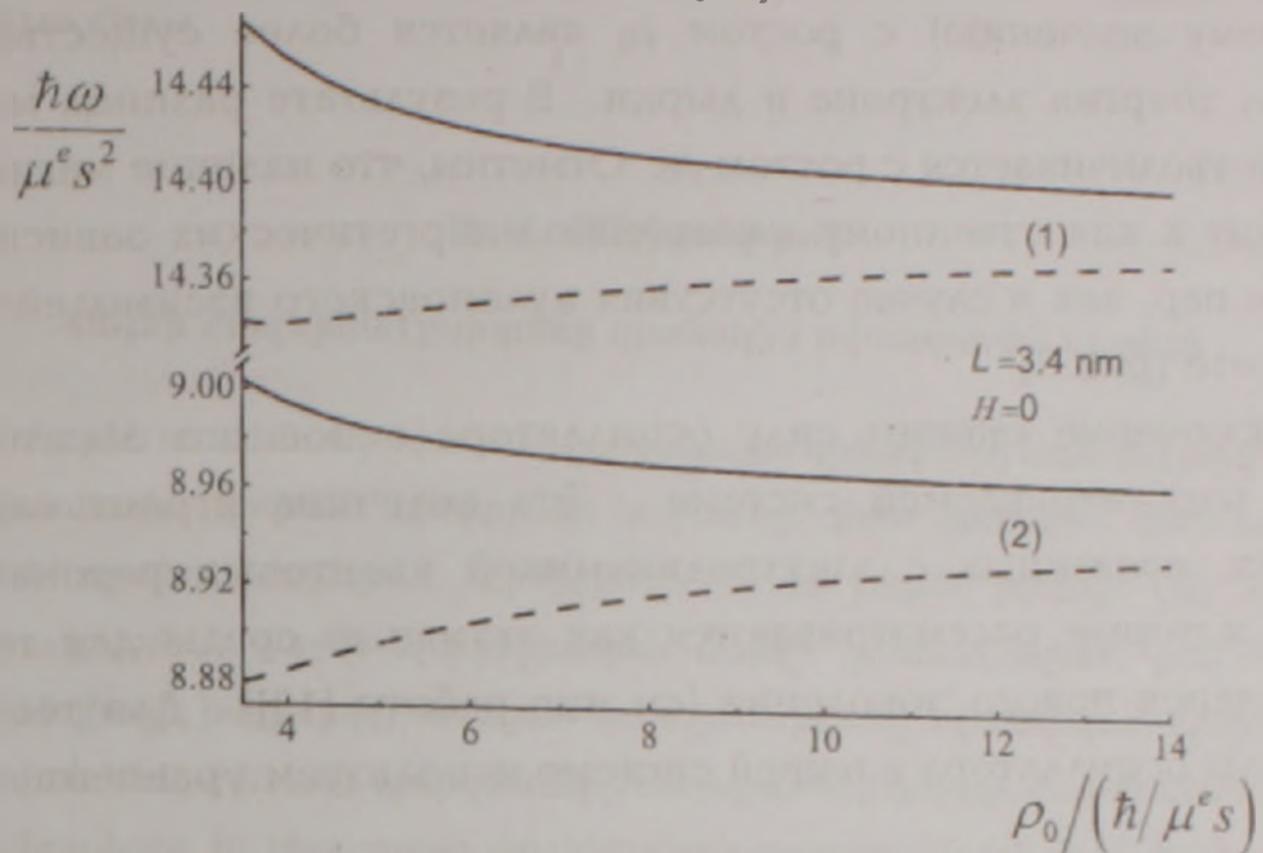


Рис. 2. Зависимость энергии (1) lh-е и (2) hh-е пары от радиуса КТ без учета кулоновского взаимодействия (сплошные кривые) и с учетом кулоновского взаимодействия (штриховые кривые). $H = 0$.

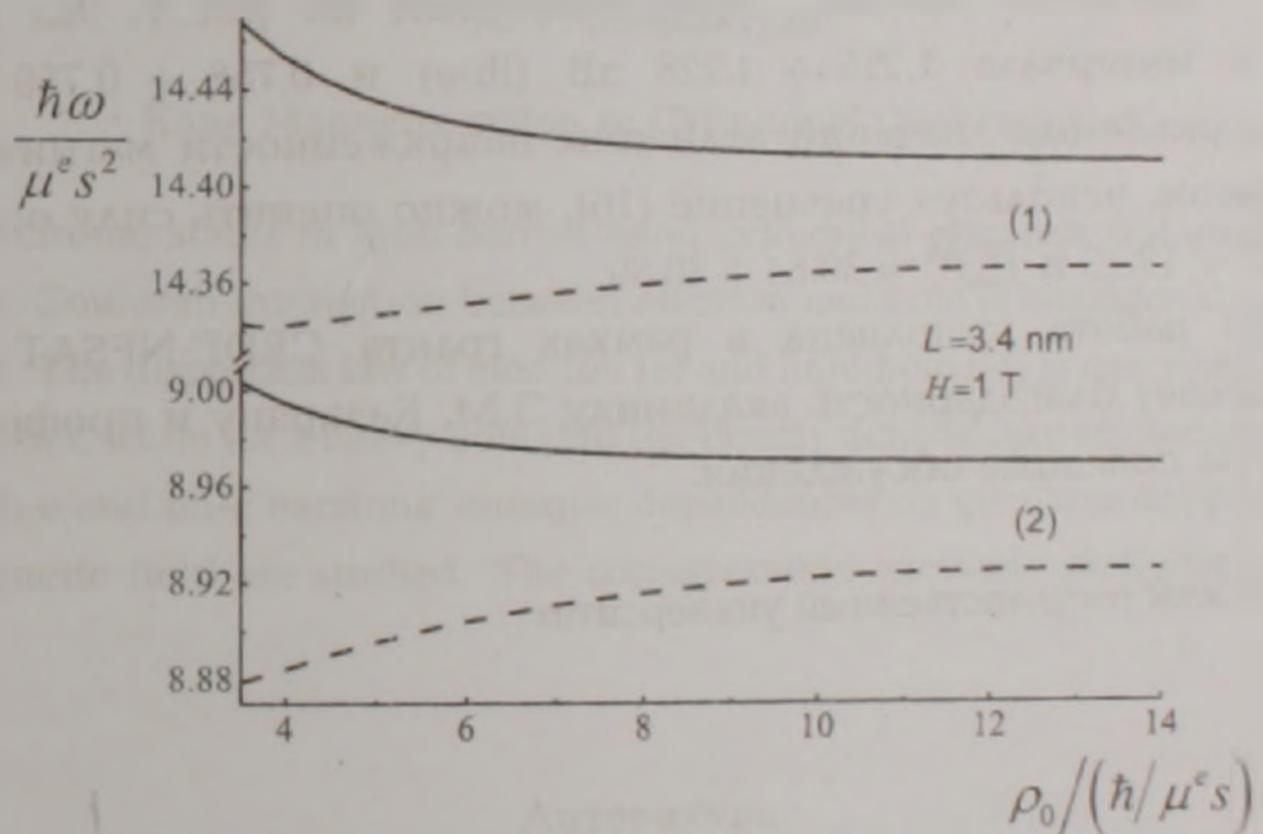


Рис. 3. Зависимость энергии (1) lh-е и (2) hh-е пары от радиуса КТ без учета кулоновского взаимодействия (сплошные кривые) и с учетом кулоновского взаимодействия (штриховые кривые). $H = 1$ T.

На рис. 2 представлены зависимости энергий электронно-дырочных пар lh-е и hh-е без учета кулоновского взаимодействия (сплошные кривые) и с учетом кулоновского притяжения (штриховые кривые), когда магнитное поле отсутствует. В первом случае с ростом ρ_0 энергетические кривые убывают, что является следствием уменьшения эффекта размерного квантования.

Ситуация существенно меняется, когда учитывается кулоновская энергия взаимодействия. В этом случае уменьшение кулоновского интеграла (по абсолютному значению) с ростом ρ_0 является более существенным, чем суммарная энергия электрона и дырки. В результате разница между этими энергиями увеличивается с ростом ρ_0 . Отметим, что наличие магнитного поля не приводит к качественному изменению энергетических зависимостей для lh-e и hh-e пар, как в случае отсутствия кулоновского взаимодействия, так и при его учете (рис. 3).

В заключение оценим силу осциллятора основного экситонного состояния в рассматриваемой системе. Эта величина играет важную роль в вопросах, связанных с электродинамикой квантовых резонаторов – в системах, которые рассматриваются как активные среды для гетероструктурных лазеров нового поколения (см. нпр. работу [13]). Для теоретической оценки силы осциллятора в нашей системе используем уравнение [14,15]

$$f_{osc} = \frac{E_p}{\hbar\omega} \left| \langle \psi_e | \psi_h \rangle \right|^2. \quad (16)$$

Здесь E_p – энергия Кейна, равная 23.42 эВ [2], а ω – частота экситонного перехода. Согласно данным, представленным на рис. 1, $\hbar\omega$ принимает значения в интервале $1.225 \div 1.228$ эВ (lh-e) и $0.758 \div 0.759$ эВ (hh-e) для рассматриваемых значений величины напряженности магнитного поля. Таким образом, используя уравнение (16), можно оценить силу осциллятора: $f_{osc}^{e-lh} = 19.07 \div 19.12$ и $f_{osc}^{e-hh} = 30.84 \div 30.89$.

Данная работа выполнена в рамках гранта CRDF-NFSAT UC-06/07. Автор выражает благодарность академику Э.М. Казаряну и профессору А.А. Саркисяну за полезные обсуждения.

Ереванский государственный университет

А.В. Меликсетян

Кейновский магнетокситон в цилиндрической квантовой точке

Теоретически изучены экситонные состояния в узкозонной цилиндрической квантовой точке из InSb. Кулоновское взаимодействие между электроном и дыркой рассмотрено в качестве возмущения. Закон дисперсии электрона (e) и легкой дырки (lh) описывается в рамках двухзонной модели Кейна, а тяжелой дырки (hh) – в рамках стандартной, параболической зависимости энергии от импульса.

Изучены зависимости энергии lh-e и hh-e экситонов от параметров квантовой точки и приложенного магнитного поля. Вычислены соответствующие экситонные осцилляторные силы.

Ա. Վ. Մելիքսեթյան

Քեյնի մագնիսաէլքսիտոնը գլանային քվանտային կետում

Տեսականորեն ուսումնասիրված են էլքսիտոնային վիճակները InSb նեղ արգելված գոտով գլանային քվանտային կետում: Էլեկտրոնի եւ խոռոչի միջեւ կուլոնյան փոխազդեցությունը դիտարկված է որպես խոտորում: Էլեկտրոնի (e) եւ թեթեւ խոռոչի (lh) դրսպերսիայի օրենքը նկարագրված է Քեյնի երկգոտիական մոդելի շրջանակներում, իսկ ծանր խոռոչի (hh) համար էներգիայի իմպուլսից ունեցած կախվածությունը սրանդարդ, պարսպուղական է: Ուսումնասիրված են lh-e եւ hh-e էլքսիտոնների էներգիաների կախվածությունները քվանտային կետի էլարամետրերից եւ կիրառված մագնիսական դաշտից: Հաշված են համապատասխան էլքսիտոնային օսցիլյատորային ուժերը:

A. V. Meliksetyan

Kane Magnetoexciton in Cylindrical Quantum Dot

The excitonic states in InSb narrow band cylindrical quantum dot are theoretically investigated. Coulomb interaction between electron and hole is considered by the way of perturbation. The dispersion law of electron (e) and light hole (lh) is described within Kane two-band model, while for a heavy hole (hh) the energy dependence on impulse is standart, parabolic. Lh-e and hh-e excitons' energies dependences on quantum dot parameters and applied magnetic field are studied. The corresponding excitonic oscillator strengths are calculated.

Литература

1. *Bimberg D., Grundman M., Ledentsov N.* Quantum dot heterostructures. Wiley, New York, 1999.
2. *Efros Al. L., Rosen M.* - Phys. Rev. 1998. B 58. N. 11. P. 7120.
3. *Moiseev K., Parkhomenko Ya., Ankudinov A., Gushchina E., Mikhailova M., Titkov A., Yakovlev Yu.* - Technical Physics Letters. 2007. 33. N. 4. P. 295.
4. *Askerov B. M.* Electronic Transport Phenomena in Semiconductors. WSPC, 1993.
5. *Kazaryan E.M., Meliksetyan A.V., Sarkisyan A.A.* - Technical Physics Letters.

2007. 33. N. 11. P. 964.

6. *Li Y., Liu J.-L., Voskoboynikov O., Lee C.P., Sze S.M.* - *Comput. Phys. Commun.* 2001. 140. P. 399.
7. *Poghosyan B. Zh.* - *Nanoscale Res. Lett.* 2007. 2. P. 515.
8. *Zawadzki W., Kubisa M.* - *Semicond. Sci. Technol.* 1993. 8. S240-S242.
9. *Janssens K.L., Peeters F.M., Schweigert V.A.* - *Phys. Rev.* 2001. B 63. 205311.
10. *Wang P.D., Merz J.L., Fafard S., Leon R., Leonard D., Medeiros-Ribeiro G., Oestreich M., Petroff P.M., Uchida K., Miura N., Akiyama H., Sakaki H.* - *Phys. Rev.* 1996. B 53. 16458.
11. *Janssens K.L., Partoens B., Peeters F.M.* - *Phys. Rev.* 2001. B 64. 155324.
12. *Landau L.D., Lifshits E.M.* *Quantum mechanics.* Nauka, Moscow, 1989.
13. *Reithmaier J.P., Sek G., Löffler A., Hofmann C., Kuhn S., Reitzenstein S., Keldysh L.V., Kulakovskii V.D., Reinecke T.L., Forchel A.* - *Nature (London).* 2004. 432. P. 197.
14. *Rosencher E., Vinter B.* *Optoelectronics.* Cambridge University Press, 2002.
15. *Johansen J., Stobbe S., Nikolaev I.S., Lund-Hansen T., Kristensen P.T., Hvam J.M., Vos W.L., Lodahl P.* - *Phys. Rev.* 2008. B 77. 073303.