

УДК 539.3

МЕХАНИКА

Р. А. Багдасарян

Об оптимизации прочности цилиндрической
 оболочки из композиционного материала при ударе

(Представлено академиком АН Армянской ССР С. А. Амбарцумяном 28/1 1981)

В работе (1) рассматривается вопрос определения напряженного состояния при ударе вращающейся цилиндрической оболочки о жесткую преграду. В предположении, что оболочка изготовлена из композиционного (анизотропного) материала, на основе безмоментных уравнений движения оболочки определяются напряжения на фронтах упругих волн и приводится анализ зависимости напряжений от угла между главными геометрическими и физическими направлениями.

Ниже ставится задача прочности при продольном ударе о жесткую преграду вращающейся анизотропной полубесконечной цилиндрической оболочки. В предположении, что оболочка изготовлена из элементарных слоев композиционного материала, уложенных под углом φ к образующей оболочки, при ограничении на прочность определяется максимальное значение продольной скорости, скорости вращения, или их комбинации при неизменном весе.

В работе (1) получены следующие выражения для напряжений $\sigma_{xx}^{(n)}$, $\sigma_{yy}^{(n)}$, $\sigma_{xy}^{(n)}$ (x —координата вдоль образующей, y —по дуге поперечного сечения):

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^{(1)} &= \frac{1}{v_1} (B_{11} + \alpha_1 B_{16}) \frac{\alpha_2 c - \omega R}{\alpha_1 - \alpha_2}, & \sigma_{xx}^{(2)} &= \frac{1}{v_2} (B_{11} + \alpha_2 B_{16}) \frac{\alpha_1 c - \omega R}{\alpha_2 - \alpha_1}; \\ \sigma_{yy}^{(1)} &= \frac{1}{v_1} (B_{12} + \alpha_1 B_{26}) \frac{\alpha_2 c - \omega R}{\alpha_1 - \alpha_2}, & \sigma_{yy}^{(2)} &= \frac{1}{v_2} (B_{12} + \alpha_2 B_{26}) \frac{\alpha_1 c - \omega R}{\alpha_2 - \alpha_1}; \\ \sigma_{xy}^{(1)} &= \frac{1}{v_1} (B_{16} + \alpha_1 B_{66}) \frac{\alpha_2 c - \omega R}{\alpha_1 - \alpha_2}, & \sigma_{xy}^{(2)} &= \frac{1}{v_2} (B_{16} + \alpha_2 B_{66}) \frac{\alpha_1 c - \omega R}{\alpha_2 - \alpha_1}, \end{aligned} \quad (1.1)$$

соответственно на фронтах упругих волн

$$t = \frac{x}{v_n} + c_n, \quad (n=1, 2), \quad (1.2)$$

движущихся со скоростью

$$\begin{aligned} v_1^2 &= \frac{1}{2\rho} \left[B_{11} + B_{66} + \sqrt{(B_{11} - B_{66})^2 + 4B_{16}^2} \right]; \\ v_2^2 &= \frac{1}{2\rho} \left[B_{11} + B_{66} - \sqrt{(B_{11} - B_{66})^2 + 4B_{16}^2} \right]; \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\alpha_n = \frac{B_{10}}{\rho v_n^2 - B_{00}}, \quad (n = 1, 2).$$

Здесь, как обычно.

$$B_{11} = B'_{11} \cos^4 \varphi + 2(B'_{12} + 2B'_{66}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + B'_{22} \sin^4 \varphi,$$

[illegible]

$$B_{26} = \frac{1}{2} [B'_{11} \sin^2 \varphi - B'_{22} \cos^2 \varphi + (B'_{12} + 2B'_{66}) \cos 2\varphi] \sin 2\varphi,$$

где B_{11} , B_{22} , B_{66} , B_{12} — постоянные упругости элементарного слоя композиционного материала⁽³⁾, c — продольная скорость, ω — скорость вращения, R — радиус оболочки, ρ — плотность.

Пусть заданы характеристики прочности ортотропного композиционного материала $\sigma_{B_1}, \sigma_{B_2}, \tau_{B_1}, \tau_{B_0}$. Условие прочности берется в виде (4)

$$\frac{\sigma_{11}^2}{\sigma_{B_1}^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{\sigma_{B_2}^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{B_0}^2} - \left(\frac{1}{\sigma_{B_1}^2} + \frac{1}{\sigma_{B_2}^2} - \frac{1}{\sigma_{B_0}^2} \right) \sigma_{11} \sigma_{22} \leq 1, \quad (1.5)$$

где напряжения $\sigma_{ij}^{(n)}$ ($n=1, 2$) по главным физическим направлениям элементарного слоя композиционного материала выражаются через напряжения $\sigma_{xx}^{(n)}$, $\sigma_{yy}^{(n)}$, $\sigma_{xy}^{(n)}$ ($n=1, 2$) известными формулами

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^{(n)} &= \sigma_{xx}^{(n)} \cos^2 \varphi + \sigma_{yy}^{(n)} \sin^2 \varphi + \sigma_{xy}^{(n)} \sin 2\varphi; \\ \sigma_{22}^{(n)} &= \sigma_{xx}^{(n)} \sin^2 \varphi + \sigma_{yy}^{(n)} \cos^2 \varphi - \sigma_{xy}^{(n)} \sin 2\varphi; \\ \sigma_{12}^{(n)} &= -\frac{1}{2} [\sigma_{xx}^{(n)} - \sigma_{yy}^{(n)}] \sin 2\varphi + \sigma_{xy}^{(n)} \cos 2\varphi.\end{aligned}\quad (1.6)$$

В предположении $\sigma_{B_1} = \sigma_{B_2}$, чего можно добиться дополнительным поперечным армированием, условие прочности (1.5) представляется в виде

$$\frac{\sigma_{11}^2}{\sigma_{B_1}^2} + \frac{\sigma_{22}^2}{\sigma_{B_2}^2} + \frac{\sigma_{12}^2}{\sigma_{B_0}^2} - \frac{\sigma_{11}\sigma_{22}}{\sigma_{B_1}^2} = 1. \quad (1.7)$$

Используя (1.1) и (1.6), из условия прочности (1.7) можно найти предельные значения продольных скоростей c_n , угловых скоростей и

их комбинации $c_n(k)$, где $k = \omega R/c$:

$$c_n(k) = \left[\left(\frac{f_n}{\sigma_{B_1}} \right)^2 + \left(\frac{g_n}{\sigma_{B_2}} \right)^2 + \left(\frac{h_n}{\sigma_{B_0}} \right)^2 - \frac{f_n g_n}{\sigma_{B_1}^2} \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (1.8)$$

где

$$\begin{aligned} f_n &= \gamma_n [(B_{11} + \alpha_n B_{16}) \cos^2 \varphi + (B_{12} + \alpha_n B_{26}) \sin^2 \varphi + (B_{16} + \alpha_n B_{66}) \sin 2\varphi]; \\ g_n &= \gamma_n [(B_{11} + \alpha_n B_{16}) \sin^2 \varphi + (B_{12} + \alpha_n B_{26}) \cos^2 \varphi + (B_{16} + \alpha_n B_{66}) \sin 2\varphi]; \\ h_n &= \gamma_n [0,5(B_{12} + \alpha_n B_{26} - B_{11} - \alpha_n B_{16}) \sin 2\varphi + (B_{16} + \alpha_n B_{66}) \cos 2\varphi]. \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$\gamma_1 = \frac{\alpha_2 c - k}{v_1(\alpha_1 - \alpha_2)}, \quad \gamma_2 = \frac{\alpha_1 c - k}{v_2(\alpha_2 - \alpha_1)}. \quad (1.10)$$

В случае $c=0$ для ω_n получим формулы (1.8) и (1.9), где

$$\gamma_n = \frac{(-1)^n k}{v_n(\alpha_1 - \alpha_2)}, \quad (n=1, 2). \quad (1.11)$$

В качестве примера рассматривается оболочка, изготовленная из композиционного материала СВМ 5:1, со следующими характеристиками упругости и прочности:

$$B'_{12} = 0,12B'_{11}, \quad B'_{22} = 0,616B'_{11}, \quad B'_{66} = 0,157B'_{11}, \quad (2.1)$$

$$\sigma_{B_1} = 0,01886B'_{11}, \quad \sigma_{B_2} = 0,007718B'_{11}, \quad \sigma_{B_0} = 0,004972B'_{11}.$$

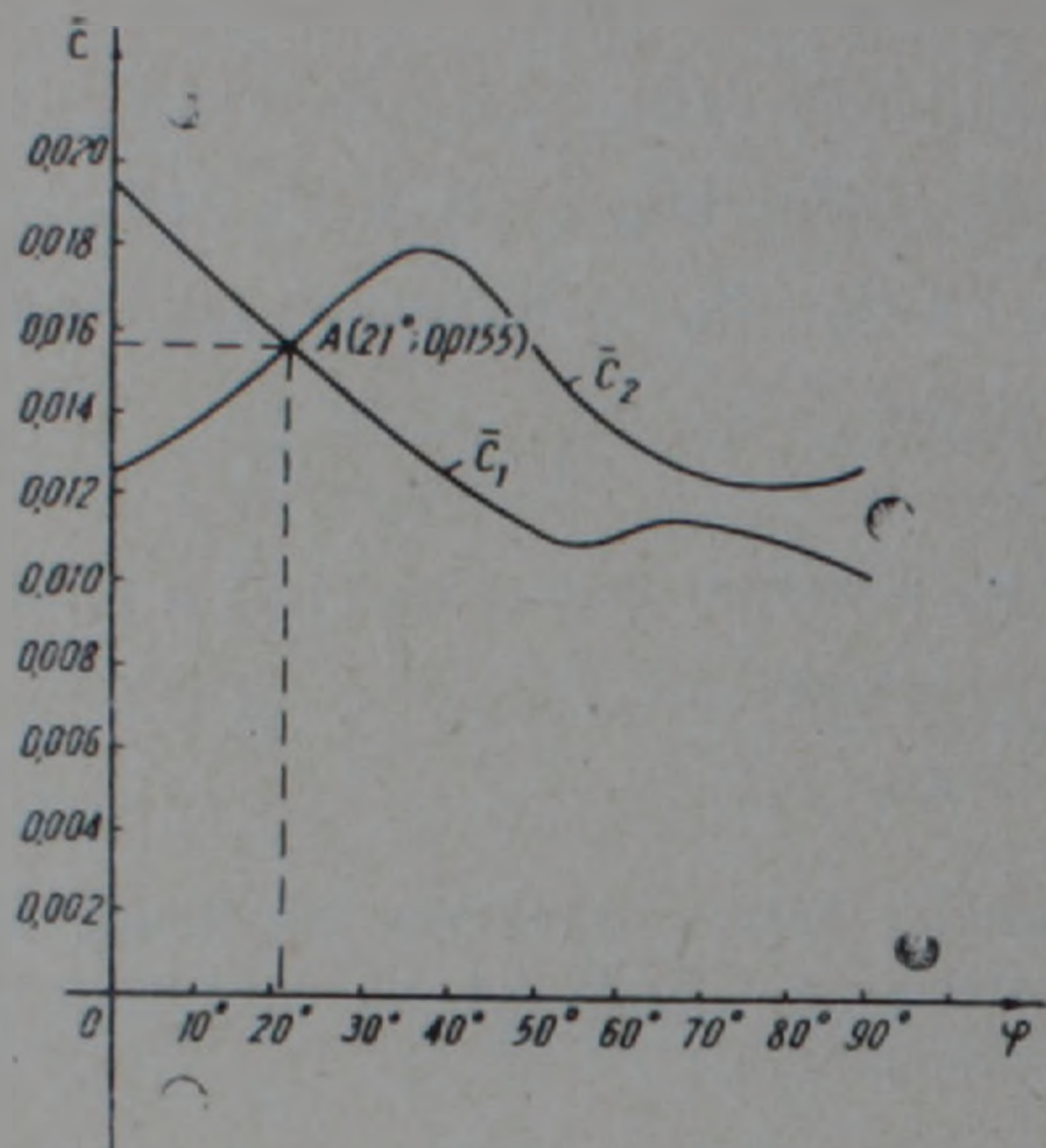
С помощью формул (1.8)–(1.11) в промежутке $[0^\circ, 90^\circ]$ шагом 1° вычислены приведенные значения продольных ($\bar{c} = c\sqrt{\rho/B_{11}}$) и угловых ($\bar{\omega} = \omega R\sqrt{\rho/B_{11}}$) скоростей для различных значений k ($k = -1, 0, 1$). Для нахождения максимальных допустимых значений продольной и приведенной угловых скоростей c^* и $\bar{\omega}^*$ вращающейся оболочки и соответствующих им оптимальных углов воспользуемся формулами

$$c^* = \max_{0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ} \min_n c_n(\varphi), \quad \bar{\omega}^* = \max_{0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ} \min_n \bar{\omega}_n(\varphi). \quad (2.2)$$

В случае $k = -1$ в интервале $[0^\circ, 58^\circ)$ допустимыми являются значения скорости на втором фронте упругих волн, так как в этом интервале $c_2(\varphi) < c_1(\varphi)$ для любого φ . $c_1(\varphi) < c_2(\varphi)$ в интервале $(58^\circ, 90^\circ]$, следовательно, в этом интервале допустимыми являются значения скорости на первом фронте упругих волн. При $\varphi = 58^\circ$ $c_1(\varphi) = c_2(\varphi)$. Среди этих допустимых значений максимальным является $c^* = 51,156$ м/сек, которое достигается при $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 58^\circ$. В случае продольного удара ($k=0$) $c_1(\varphi) < c_2(\varphi)$ на всем интервале $[0^\circ, 90^\circ]$, следовательно, допустимыми являются значения $c_1(\varphi)$, максимальное значение которой достигается при $\varphi = 0^\circ$, т. е. $c^* = c_1(0^\circ) = 77,952$ м/сек.

Аналогично в случае $k=1$ получим $c^* = c_1(21^\circ) = c_2(21^\circ) = 63,057$ м/сек. Для иллюстрации этот случай показан на рисунке.

В случае же вращательного движения ($c=0$) оптимальным является угол $\varphi=68^\circ$ и максимальная допустимая приведенная скорость $\bar{\omega}^*=0,01387$.



Таким образом, оптимальным выбором угла укладки слоев материала можно существенно улучшить допускаемые продольные и угловые скорости движения оболочки.

Автор выражает благодарность В. Ц. Гнунни за постановку задачи и обсуждение результатов.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Ռ. Ա. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ

Կոմպոզիցիոն նյութից պատրաստված գլանային թաղանթի ամրության օպտիմիզացիայի մասին հաշվածի ժամանակ

Աշխատանքում դիտարկված է պտտվող, անիզոտրոպ, կիսաանվերջ գլանային թաղանթի կոշտ արգելքին ուղղագիծ հարվածելու ժամանակ ամրության խնդիրը, ենթադրելով, որ թաղանթը պատրաստված է կոմպոզիցիոն նյութի էլեմենտար շերտերից, որոնց ուղղության և գլանային թաղանթի ծնիչի հետ կազմած անկյունը տված է, ամրության պայմանից որոշվում են ուղղագիծ արագության, անկյունային արագության և անփոփոխ բաշի դեպքում նրանց կոմբինացիայի մեծագույն արժեքները: Ցույց է տրվում, որ նյութի շերտերի դասավորման օպտիմալ ընտրությամբ կարելի է էապես մեծացնել թաղանթի շարժման ուղղագիծ և անկյունային արագությունները:

¹ В. Ц. Гнунц, Л. А. Мовсисян, Материалы Всесоюзного симпозиума по переходным процессам деформации оболочек и пластин, Тарту, 1967. ² Г. М. Берковиц. Прикладная механика, т. 30, серия Е, № 3 (1963). ³ С. А. Амбарцумян, Теория анизотропных оболочек, Физматгиз, М., 1961. ⁴ З. А. Бажанов, Н. И. Гольденблат и др., Сопротивление стеклопластиков, Машгиз, М., 1968.