

УДК 535.341

ФИЗИКА

Ф. П. Сафарян

**Механизм электрон-фононной кросс-релаксационной
передачи энергии электронного возбуждения в примесных
лазерных кристаллах**

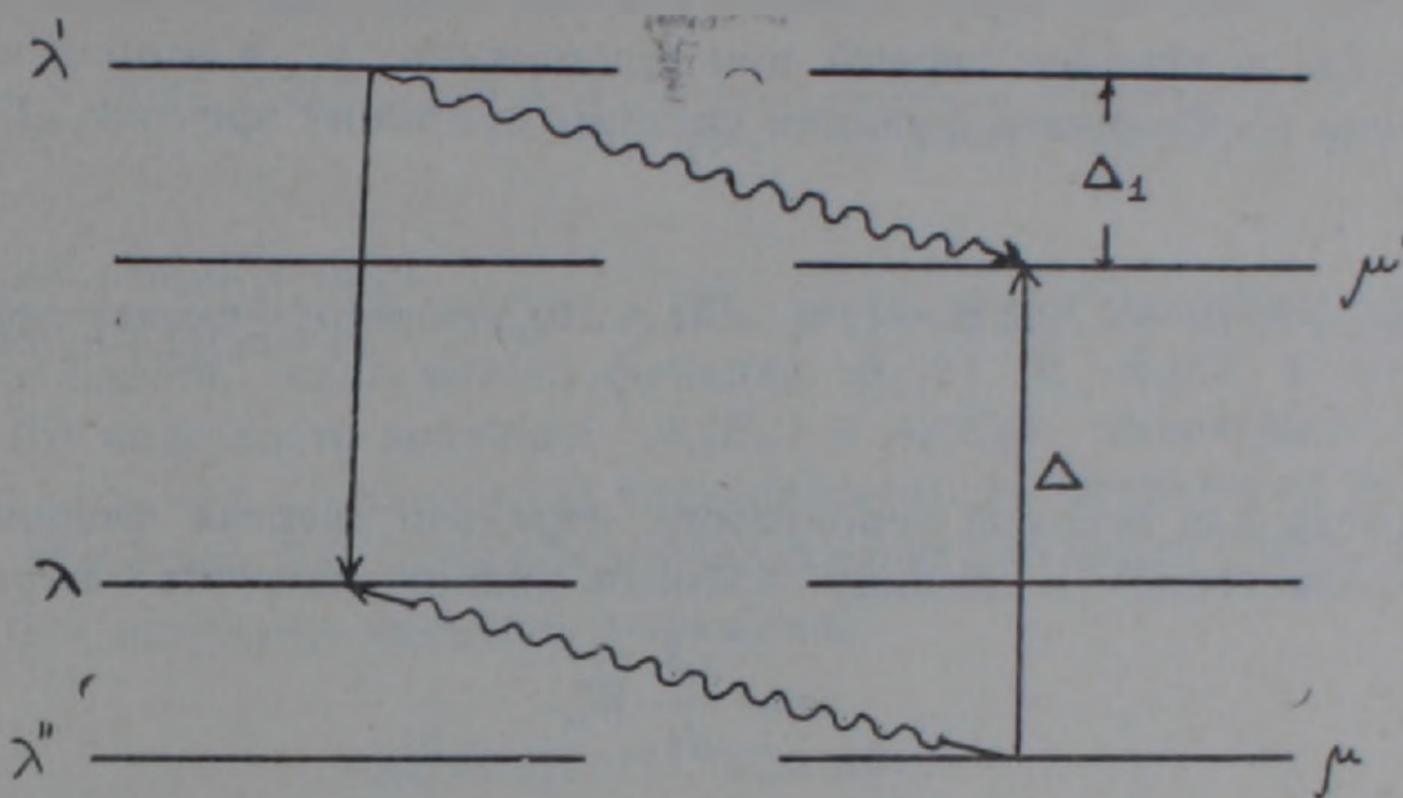
(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 18/VI 1981)

1. В ⁽¹⁾ вычислена вероятность резонансной передачи энергии электронного возбуждения между двумя одинаковыми примесными ионами, находящимися в диэлектрических кристаллах. Считалось, что ионы связаны друг с другом через взаимодействие их оптических электронов с фононами решетки. Как известно, такая передача приводит к миграции энергии электронного возбуждения по примесным ионам. Поскольку при миграции возбужденные уровни как доноров, так и акцепторов идентичны, то миграция не может привести к непосредственному тушению люминесценции. Тушение происходит в отдельных примесных центрах, если имеются соответствующие каналы безызлучательного перехода энергии электронного возбуждения к тепловому резервуару фононов решетки. В настоящее время считается, что одним из механизмов таких безызлучательных переходов является процесс кросс-релаксации, при котором энергия электронного возбуждения без изменения переходит от одного примесного центра к другому, однако допускается, что возбужденный уровень акцепторного иона отличается от соответствующего уровня донорного иона. Если возбужденный уровень акцептора затем может распадаться, излучая световую энергию, то кросс-релаксационные процессы в конечном итоге приводят к изменению частотного спектра люминесценции. Однако если возбужденный уровень акцептора может распадаться безызлучательно, то кросс-релаксационные процессы приводят к тушению люминесценции.

В настоящей статье, используя метод двухвременных температурных функций Грина, мы получили формулу для вероятности кросс-релаксации. Эта формула является более общей, поскольку она содержит члены, соответствующие как «дальнодействующим», так и «короткодействующим» механизмам передачи энергии. В частном случае

они переходят в формулы для резонансной миграции энергии, которые получены в (1). Результаты численных вычислений для конкретных кристаллических систем мы приводим в другом сообщении.

2. Обозначим электронные состояния донорного иона посредством λ, λ', \dots и т. д., а электронные состояния акцептора — посредством $\mu, \mu' \dots$ и т. д. (см. рисунок). Гамильтониан электрон-фононной сис-



темы типа примесных кристаллов можно представить в следующем общем виде:

$$H = \sum_{\nu} \epsilon_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} + \sum_{\alpha} \hbar \omega_{\alpha} b_{\alpha}^{\dagger} b_{\alpha} + \sum_{\nu, \nu'} \sum_{\alpha} B_{\alpha}^{(1)}(\nu, \nu') a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu'} [b_{\alpha}^{\dagger} e^{-i \vec{x} \cdot \vec{R}'} + b_{\alpha} e^{i \vec{x} \cdot \vec{R}'}], \quad (1)$$

где $a_{\nu}^{\dagger}, a_{\nu}$ — операторы рождения и уничтожения электронов в примесных электронных состояниях ν (ν может принимать как значения $\lambda, \lambda' \dots$ и т. д., так и значения $\mu, \mu' \dots$ и т. д.); $b_{\alpha}^{\dagger}, b_{\alpha}$ — операторы рождения и уничтожения фононов решетки типа α (α заменяет два индекса \vec{x}, s , где \vec{x} — волновой вектор решетки, s — ветвь колебаний, ϵ_{ν} — энергия одноэлектронных состояний примесных ионов, $\hbar \omega_{\alpha}$ — энергия фононов решетки, \vec{R}' — радиус-вектор примесного иона, $B_{\alpha}^{(1)}(\nu, \nu')$ — коэффициенты электрон-фононного взаимодействия (ЭФВ) первого порядка*).

Для конкретных систем типа активированных гранатов в (2) получены на основе учета кулоновского взаимодействия оптического электрона примесей с близко расположенными ионами решетки правильные выражения для этих коэффициентов.

Допустим, что в момент времени $t=0$ первый ион находится в возбужденном состоянии λ' , а второй — в основном состоянии μ . Очевидно, волновую функцию этого состояния в представлении чисел заполнения электронов (n_{ν}) и фононов (ν_{α}) можно получить из

* В задачах передачи энергии вклад членов более высоких порядков ничтожно мал.

основного состояния системы $(n_\lambda, n_{\lambda'} \dots n_\mu, n_{\mu'} \dots v_\alpha)$, воздействуя оператором $a_{\lambda'}^+ a_{\lambda'}$:

$$|0\rangle = |n_{\lambda'} + 1, \dots, n_{\lambda'} - 1, \dots, v_\alpha\rangle = \frac{a_{\lambda'}^+ a_{\lambda'} |n_{\lambda'} \dots n_{\mu'} \dots v_\alpha\rangle}{\sqrt{n_{\lambda'}(n_{\lambda'} + 1)}}. \quad (2)$$

Допустим, что через время t система переходит в такое состояние, когда возбужден первый ион в состоянии λ , а второй ион — в состоянии μ' . Волновая функция системы в момент времени t тогда будет:

$$|t\rangle = |n_\lambda + 1, n_{\lambda'} - 1, \dots, n_\mu - 1, n_{\mu'} + 1, \dots, v_\alpha\rangle = \frac{a_\lambda^+ a_{\lambda'} a_{\mu'}^+ a_\mu |n_\lambda \dots n_{\mu'} \dots v_\alpha\rangle}{(1 + n_\lambda)(1 + n_{\mu'}) n_\lambda n_{\mu'}}. \quad (3)$$

Тогда для искомой вероятности передачи энергии (вероятность кросс-релаксации) в единицу времени можно написать выражение

$$w = \frac{d}{dt} W,$$

где

$$W = \frac{|\langle a_\mu^+ a_\mu a_\lambda^+ a_\lambda(t), a_\lambda^+ a_\lambda(0) \rangle|^2}{n_\lambda^2 n_{\mu'} (1 + n_\lambda)(1 + n_{\lambda'})(1 + n_{\mu'})}, \quad (4)$$

где можно подставить $n_{\lambda'} = n_\mu = 1$, $n_\lambda = n_{\lambda'} = n_{\mu'} = 0$. Входящее в формулу (4) выражение корреляционной функции $\langle A(t), B(0) \rangle = \langle n_\lambda \dots n_{\mu'} \dots v_\alpha | AB | n_\lambda \dots v_\alpha \rangle$, представляющее собой как квантовомеханическое, так и статистическое усреднение оператора $A \cdot B$ (где $A = a_\mu^+ a_\mu a_\lambda^+ a_\lambda$; $B = a_\lambda^+ a_\lambda$), можно найти, используя известную формулу

$$\langle A(t), B(0) \rangle = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int \frac{e^{\beta E}}{e^{\beta E} + 1} \{ \langle\langle A|B \rangle\rangle_{E+i\epsilon} - \langle\langle A|B \rangle\rangle_{E-i\epsilon} \} e^{-iEt} dE; \quad (5)$$

$$\beta = \frac{1}{kT},$$

связывающую корреляционную функцию $\langle A(t), B(0) \rangle$ с Фурье-представлением соответствующей двухвременной функции Грина $\langle\langle A|B \rangle\rangle_E$. Процедура составления и расщепления цепочки уравнений для функции типа $\langle\langle A|B \rangle\rangle_E$ приведена, например, в (1,3). Нетрудно показать, что аналогичные расчеты приводят к следующему значению для рассматриваемой функции $\langle\langle a_\mu^+ a_\mu a_\lambda^+ a_\lambda | a_\lambda^+ a_\lambda \rangle\rangle_E$:

$$\langle\langle a_\mu^+ a_\mu a_\lambda^+ a_\lambda | a_\lambda^+ a_\lambda \rangle\rangle_E = \frac{i/2\pi A(E) n_\mu n_{\lambda'}}{(E - \epsilon_{\mu\mu'} - \epsilon_{\lambda\lambda'})(E - \epsilon_{\lambda'\lambda'})}, \quad (6)$$

где

$$\varepsilon_{\lambda'\lambda} = \varepsilon_{\lambda'} - \varepsilon_{\lambda};$$

$$A(E) = A_1(E) + A_2(E);$$

$$A_1(E) = - \sum_{\alpha} B_{\alpha}^{(1)}(\lambda, \mu) B_{\alpha}^{(1)}(\lambda', \mu') \left\{ \frac{v_{\alpha}}{\varepsilon_{\lambda\mu} + \hbar\omega_{\alpha}} + \frac{1+v_{\alpha}}{\varepsilon_{\lambda\mu} - \hbar\omega_{\alpha}} - \frac{v_{\alpha}}{\varepsilon_{\lambda'\mu'} - \hbar\omega_{\alpha}} - \frac{1+v_{\alpha}}{\varepsilon_{\lambda'\mu'} + \hbar\omega_{\alpha}} \right\}, \quad (7)$$

$$A_2(E) = \sum_{\alpha} B_{\alpha}^{(1)}(\lambda, \lambda') B_{\alpha}^{(1)}(\mu, \mu') \left\{ - \frac{v_{\alpha}}{\varepsilon_{\lambda'\lambda} - \hbar\omega_{\alpha}} - \frac{1+v_{\alpha}}{\varepsilon_{\lambda'\lambda} + \hbar\omega_{\alpha}} + \frac{v_{\alpha}}{\varepsilon_{\mu'\mu} + \hbar\omega_{\alpha}} + \frac{1+v_{\alpha}}{\varepsilon_{\mu'\mu} - \hbar\omega_{\alpha}} \right\}. \quad (8)$$

Подставляя формулу (6) в (5), мы получим интеграл, который легко решается, если вместо функций $A_1(E)$ и $A_2(E)$ в функции Грина (6) подставить значения $A_1(E_m)$ и $A_2(E_m)$, полученные в максимуме ($E_m = \varepsilon_{\mu'\mu} + \varepsilon_{\lambda\lambda'} = \varepsilon_{\lambda'\lambda}$) спектрального распределения функции $\langle\langle a_{\mu}^{+} a_{\mu} a_{\lambda}^{+} a_{\lambda} | a_{\lambda}^{+} a_{\lambda} \rangle\rangle_E$. Тогда для корреляционной функции $\langle a_{\mu}^{+} a_{\mu} a_{\lambda}^{+} a_{\lambda}(t); a_{\lambda}^{+} a_{\lambda}(0) \rangle$ нетрудно получить выражение

$$\begin{aligned} & \langle a_{\mu}^{+} a_{\mu} a_{\lambda}^{+} a_{\lambda}(t), a_{\lambda}^{+} a_{\lambda}(0) \rangle = \\ & = \frac{A(E_m) n_{\mu} n_{\lambda'}}{\varepsilon_{\lambda'\lambda} - \varepsilon_{\mu'\mu}} \{ n(\varepsilon_{\mu'\mu} + \varepsilon_{\lambda\lambda'}) e^{i(\varepsilon_{\mu'\mu} + \varepsilon_{\lambda\lambda'})t} - n(\varepsilon_{\lambda'\lambda}) e^{-i\varepsilon_{\lambda'\lambda}t} \}, \quad (9) \end{aligned}$$

где $n(E) = e^{\beta E} [e^{\beta E} + 1]^{-1}$.

Подставляя формулу (9) в (4), для вероятности кросс-релаксации получим выражение

$$\omega = 2\pi N [A(E_m)]^2 \delta(\varepsilon_{\mu'\mu} - \varepsilon_{\lambda'\lambda}), \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} N &= \frac{n_{\mu} [1 - n(\varepsilon_{\lambda'\lambda})]^2}{(1 + n_{\lambda'}) (1 + n_{\lambda}) (1 + n_{\mu'})} \approx 1; \\ A(E_m) &= A_1(E_m) + A_2(E_m); \quad (11) \end{aligned}$$

$$A_1(E_m) = \frac{1}{\hbar} \sum_{\alpha} B_{\alpha}^{(1)}(\mu', \lambda') B_{\alpha}^{(1)}(\mu, \lambda) \left[\frac{1}{\Delta_1 + \omega_{\alpha}} - \frac{1}{\Delta_1 - \omega_{\alpha}} \right]; \quad (12)$$

$$A_2(E_m) = - \frac{1}{\hbar} \sum_{\alpha} B_{\alpha}^{(1)}(\mu', \mu) B_{\alpha}^{(1)}(\lambda', \lambda) \left[\frac{1}{\Delta + \omega_{\alpha}} - \frac{1}{\Delta - \omega_{\alpha}} \right]; \quad (13)$$

$$\Delta_1 = \frac{1}{\hbar} (\varepsilon_{\lambda} - \varepsilon_{\mu}) = \frac{1}{\hbar} (\varepsilon_{\lambda'} - \varepsilon_{\mu'}); \quad \Delta = \frac{1}{\hbar} (\varepsilon_{\lambda'} - \varepsilon_{\lambda}) = \frac{1}{\hbar} (\varepsilon_{\mu'} - \varepsilon_{\mu}).$$

3. В соответствии с двумя членами в сумме $A(E_m)$ (11) вероятность передачи (10) можно интерпретировать на основе двух механизмов передачи — „дальнодействующего“ и „короткодействующего“, вероятности которых зависят от коэффициентов $A_2(E_m)$ и $A_1(E_m)$ соответственно. В первом случае матричные элементы ЭФВ $B_{\alpha}^{(1)}(\mu', \mu)$,

$B_a^{(1)}(\lambda', \lambda)$ связывают электронные состояния одного и того же примесного иона и зависимость вероятности передачи от расстояния (\bar{R}') между ионами получается за счет присутствующих в гамильтониане (1) множителей типа $e^{\pm i\vec{k} \cdot \vec{R}'}$.

Именно такие механизмы передачи (в случае миграции энергии) рассматривались в работах (4-6), где получена зависимость вероятности передачи от R в виде $\frac{1}{R^n}$, где n меняется в пределе от $n=1$ до $n=12$.

В случае „короткодействующего“ механизма передачи энергии потенциальная функция ЭФВ связывает электронные состояния двух разных примесных ионов ($B_a^{(1)}(\mu', \lambda')$; $B_a^{(1)}(\mu, \lambda)$). Поскольку волновые функции электронных состояний примесных ионов локализованы в окрестностях своих ядер, то такая вероятность передачи содержит интеграл перекрытия волновых функций примесных ионов.

Величины вероятностей рассматриваемых двух механизмов передачи зависят также от величин энергетических расщеплений Δ_1 и Δ_2 , входящих в формулы (10), (12) и (13). В частном случае, когда $\Delta_1 \rightarrow 0$ и $\Delta \gg \omega_a$, формула (10) переходит в формулу для короткодействующей миграции энергии, найденной в (1). В другом частном случае, когда $\Delta \rightarrow 0$ и $\Delta_1 \gg \omega_a$, в процессе передачи энергии будут преобладать дальнедействующие кросс-релаксационные процессы. Какой из рассматриваемых механизмов преобладает в случае конкретных кристаллических систем, зависит, таким образом, от особенностей энергетических спектров рассматриваемых систем. Этот вопрос окончательно можно выяснить только после проведения количественных расчетов, аналогичных приведенным в (1) для вероятности нерезонансной миграции энергии.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Յ. Պ. ՍԱՅԱՐՅԱՆ

Խառնուրդային լազերային բյուրեղներում էլեկտրոնային գրգռման էներգիայի էլեկտրոն-ֆոնոնային ոչ ճառագայթային փոխանցման մեխանիզմը

Հայտնի է, որ էլեկտրոնային գրգռման էներգիայի ոչ ճառագայթային փոխանցումը բյուրեղներում խառնուրդային իոնների մեջ տեղի ունի մասնակցությամբ նաև էլեկտրոն-ֆոնոնային փոխազդեցության: Սակայն այդպիսի ոչ ճառագայթային անցման հնարավորությունը բավականին վատ է ուսումնասիրված թե՛ տեսականորեն և թե՛ գործնականում: Ներկա հոդվածում խնդիր է դրված ստանալու այդպիսի անցումների հավանականության համար բանաձևեր, որոնք հնարավորություն տան ի հայտ բերելու էլեկտրոն-ֆոնոնային ոչ ճառագայթային անցումների հավանականության կախումը

խառնուրդների կոնցենտրացիայից և ջերմաստիճանից: Ներկա հոդվածում քննարկվում է ավելի ընդհանուր խնդիր՝ կապված կրոս-ռելակսացիոն պրոցեսների հավանականության հաշվման հետ, որի մասնավոր դեպքն է հանդիսանում նախկինում մեր կողմից քննարկված միգրացիոն պրոցեսների հավանականության հաշվարկը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Փ. Ս. Սաֆարյան, Изв. АН АрмССР. Физика, т. 16, № 4 (1981). ² Փ. Ս. Սաֆարյան, препринт ПЛРФ—78—19, Ереван, 1978 ³ Փ. Ս. Սաֆարյան, ДАН. АрмССР, т. 71, № 1 (1980). ⁴ R. Orbach, M. Tachiki, Phys. Rev, vol. 158, 524 (1967). ⁵ Л. К. Аминов, Б. И. Кочелаяев, ЖЭТФ, т. 42 (1962). ⁶ В. Р. Нагибаров, И. А. Нагибарова, Опт. и спектр., т. 20, 814 (1966). ⁷ Փ. Ս. Սաֆարյան, ДАН АрмССР, т. 72, № 5 (1981).