ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ԶԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

LXXI 1980 1

УДК 539.3

**ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ**

Л. А. Арутюнян

## Кручение составного призматического стержня с продольной трещиной между составляющими материалами

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Б. Л. Абрамяном 12/III 1980)

Составной стержень с поперечным сечением в виде луночной области, ограниченной дугами пересекающихся окружностей с дуговой линией раздела материалов, имеющей продольную внутреннюю трещину, подвергается кручению моментом, приложенным к торцам стержня. Каждая составная часть стержня однородна и изотропна (рис. 1).

Задача решается при помощи функции напряжений, в биполярной

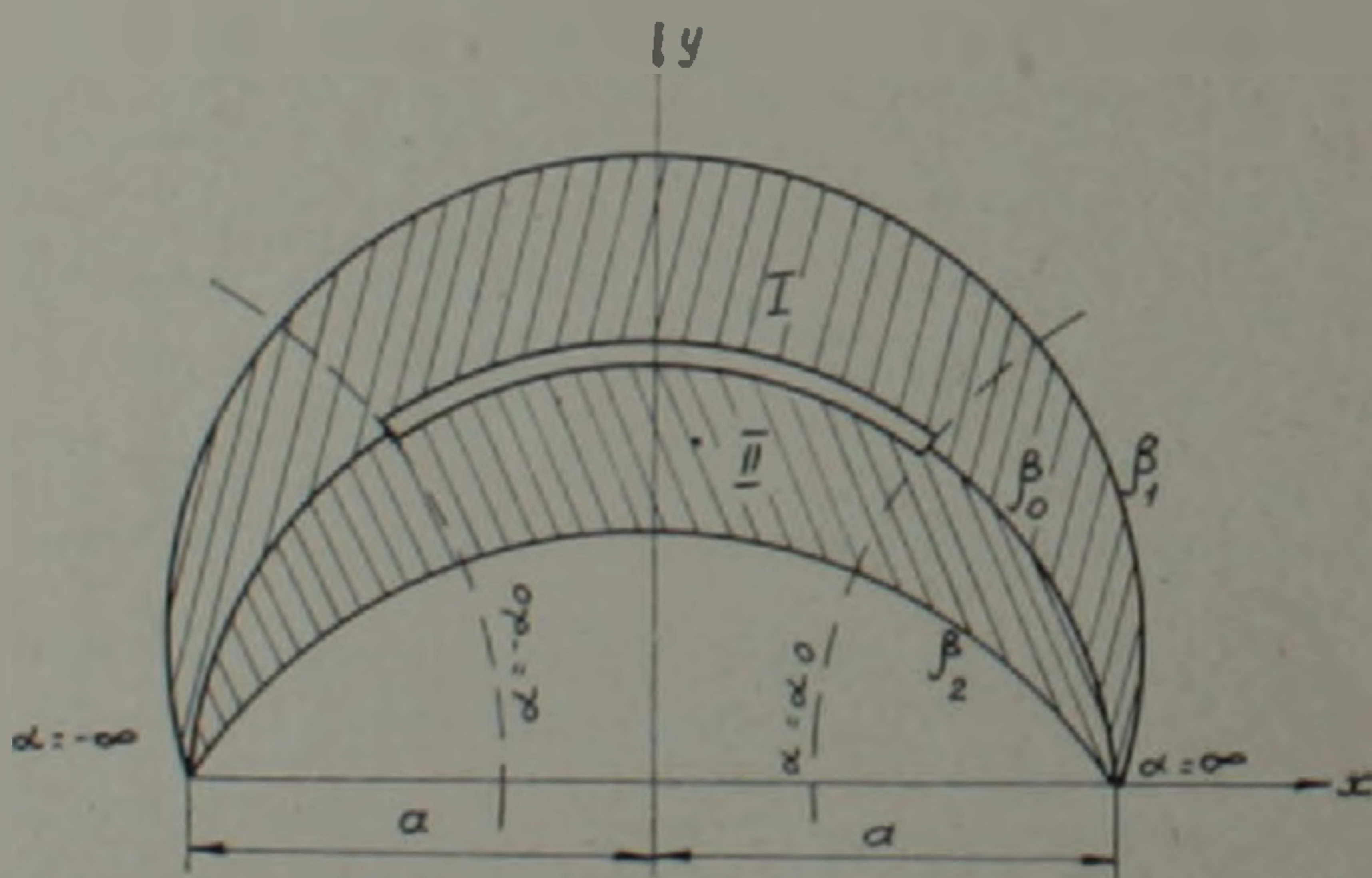


Рис. 1. Поперечные сечения призматического составного стержня

координатной системе ($\alpha$, $\beta$), которые получаются из прямоугольных систем координат ($x$, $y$) конформным отображением ([1]). Грамонический оператор от какой-либо функции преобразуется в биполярной системе координат в оператор

$$\nabla^2\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} = g^2\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial\alpha^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial\beta^2}\right), \tag{1}$$

где $g(\alpha, \beta)$ характеризует масштаб преобразования и дается формулой

$$g(\alpha, \beta) = \frac{\operatorname{ch}\alpha + \cos\beta}{a}, \tag{2}$$

$a$ — размерный параметр.

Вследствие симметрии поперечного сечения стержня относительно оси $y$ достаточно определить функцию напряжений $\varphi(\alpha, \beta)$ только в половине области сечения стержня, в областях I и II (рис. 1) при $\alpha > 0$, потребовав при этом, чтобы на оси симметрии $\alpha = 0$ нормальная производная функции $\varphi(\alpha, \beta)$ равнялась нулю ([2]).

Ищем $\varphi(\alpha, \beta)$ в виде

$$\varphi(\alpha, \beta) = \begin{cases} \varphi_1(\alpha, \beta) & \text{в области I} \\ \varphi_2(\alpha, \beta) & \text{в области II} \end{cases} \tag{3}$$

Задача кручения сводится к решению уравнения Пуассона

$$\nabla^2\varphi_m(\alpha, \beta) = -2 \qquad (m = 1,2) \tag{4}$$

при граничных условиях ([3])

$$\begin{gathered} \varphi_1(\alpha, \beta_1) = \varphi_2(\alpha, \beta_2) = \left.\frac{\partial\varphi_1(\alpha, \beta)}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=0} = \left.\frac{\partial\varphi_2(\alpha, \beta)}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=0} = 0; \\ \varphi_1(\alpha, \beta_0) = \mu\,\varphi_2(\alpha, \beta_0) \qquad \alpha_0 < \alpha < \infty; \\ \left.\frac{\partial\varphi_1(\alpha, \beta)}{\partial\beta}\right|_{\beta=\beta_0} = \left.\frac{\partial\varphi_2(\alpha, \beta)}{\partial\beta}\right|_{\beta=\beta_0} \qquad \alpha_0 < \alpha < \infty; \\ \varphi_1(\alpha, \beta_0) = \varphi_2(\alpha, \beta_0) = C_0 \qquad 0 < \alpha < \alpha_0, \end{gathered} \tag{5}$$

где $\mu = G_2/G_1$ ($G_1$ и $G_2$ модули сдвигов составных стержней), а $C_0$ значение функции напряжений на внутреннем контуре сечения (рис. 1).

С целью сведения задачи к решению гармонического уравнения положим

$$\varphi_m(\alpha, \beta) = \frac{a^2}{2}\left(f_m(\alpha, \beta) + \frac{2\cos\beta}{\operatorname{ch}\alpha + \cos\beta}\right) \qquad (m = 1,2). \tag{6}$$

Тогда новые неизвестные функции $f_m(\alpha, \beta)$ $(m = 1,2)$ должны удовлетворять уравнению Лапласа и краевым условиям

$$f_1(\alpha, \beta_1) = -\frac{2\cos\beta_1}{\operatorname{ch}\alpha + \cos\beta_1}; \qquad f_2(\alpha, \beta_2) = -\frac{2\cos\beta_2}{\operatorname{ch}\alpha + \cos\beta_2}. \tag{7}$$

$$\left.\frac{\partial f_1(\alpha, \beta)}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=0} = \left.\frac{\partial f_2(\alpha, \beta)}{\partial\alpha}\right|_{\alpha=0} = 0; \tag{8}$$

$$\left.\frac{\partial f_1(\alpha, \beta)}{\partial\beta}\right|_{\beta=\beta_0} = \left.\frac{\partial f_2(\alpha, \beta)}{\partial\beta}\right|_{\beta=\beta_0} \qquad \alpha_0 < \alpha < \infty; \tag{9}$$

$$f_1(\alpha,\beta_0) - \mu f_2(\alpha,\beta_0) = (\mu-1)\frac{2\cos\beta_0}{\operatorname{ch}\alpha+\cos\beta_0} \qquad \alpha_0<\alpha<\infty; \tag{10}$$

$$f_1(\alpha,\beta_0) = f_2(\alpha,\beta_0) = \frac{2C_0}{a^2} - \frac{2\cos\beta_0}{\operatorname{ch}\alpha+\cos\beta_0} \qquad 0<\alpha<\alpha_0. \tag{11}$$

С учетом четности функции $\varphi_m(\alpha,\beta)$ $(m=1,2)$ по переменной $\alpha$ ищем решение уравнения Лапласа в виде следующих интегралов Фурье:

$$f_m(\alpha,\beta) = \int_0^\infty \Big( A_m(z)\operatorname{sh} z(\beta_m-\beta) + B_m(z)\operatorname{sh} z(\beta-\beta_0) \Big)\cos z\alpha\, dz$$

$$(m=1,2). \tag{12}$$

При этом уравнения (8) удовлетворяются автоматически. Удовлетворив граничным условиям (7), найдем

$$B_m(z) = -\frac{4\operatorname{ctg}\beta_m \operatorname{sh} z\beta_m}{\operatorname{sh} z\pi \operatorname{sh} z\gamma_m}, \tag{13}$$

где $\gamma_m = \beta_m - \beta_0$ $(m=1,2)$.

Условия (9), (10) и (11) приводят к следующим системам парным интегральным уравнениям:

$$\int_0^\infty (A_2(z)\operatorname{ch} z\gamma_2 - A_1(z)\operatorname{ch} z\gamma_1)\, z\cos z\alpha\, dz =$$

$$= \int_0^\infty (B_2(z) - B_1(z))\, z\cos z\alpha\, dz; \qquad \alpha_0<\alpha<\infty; \tag{14}$$

$$\int_0^\infty (A_1(z)\operatorname{sh} z\gamma_1 - \mu A_2(z)\operatorname{sh} z\gamma_2)\cos z\alpha\, dz =$$

$$= (\mu-1)\frac{2\cos\beta_0}{\operatorname{ch}\alpha+\cos\beta_0} \qquad \alpha_0<\alpha<\infty; \tag{15}$$

$$\int_0^\infty A_1(z)\operatorname{sh} z\gamma_1 \cos z\alpha\, dz = \frac{2C_0}{a^2} - \frac{2\cos\beta_0}{\operatorname{ch}\alpha+\cos\beta_0} \qquad 0<\alpha<\alpha_0; \tag{16}$$

$$\int_0^\infty A_2(z)\operatorname{sh} z\gamma_2 \cos z\alpha\, dz = \frac{2C_0}{a^2} - \frac{2\cos\beta_0}{\operatorname{ch}\alpha+\cos\beta_0} \qquad 0<\alpha<\alpha_0. \tag{17}$$

Комбинируя (16) и (17) совместно с (15), получаем следующие выражения:

$$\int_0^\infty (A_1(z)\,\mathrm{sh}\,z\gamma_1 - \mu A_2(z)\,\mathrm{sh}\,z\gamma_2)\cos z\alpha\,dz =$$

$$= (\mu-1)\frac{2\cos\beta_0}{\mathrm{ch}\,\alpha+\cos\beta_0} \begin{cases} (\mu-1)\dfrac{2C_0}{a^2} & 0<\alpha<\alpha_0 \\ 0 & \alpha_0<\alpha<\infty, \end{cases} \tag{18}$$

откуда по формуле преобразования Фурье имеем

$$A_1(z)\,\mathrm{sh}\,z\gamma_1 - \mu A_2(z)\,\mathrm{sh}\,z\gamma_2 = 4(\mu-1)\left(\frac{\mathrm{ctg}\,\beta_0\,\mathrm{sh}\,z\beta_0}{\mathrm{sh}\,z\pi} - \frac{C_0\sin z\alpha_0}{\pi a^2 z}\right). \tag{19}$$

Аналогичным путем используя (14), (17) и (19), придем к следующим парным интегральным уравнениям:

$$\int_0^\infty X(z)\cos z\alpha\,dz = P_1(\alpha) \qquad 0<\alpha<\alpha_0; \tag{20}$$

$$\int_0^\infty X(z)(\mathrm{cth}\,z\gamma_2 - \mu\,\mathrm{cth}\,z\gamma_1)z\cos z\alpha\,dz = P_2(\alpha) \qquad \alpha_0<\alpha<\infty,$$

где введены обозначения

$$X(z) = A_2(z)\,\mathrm{sh}\,z\gamma_2; \quad P_1(\alpha) = \frac{2C_0}{a^2} - \frac{2\cos\beta_0}{\mathrm{ch}\,\alpha+\cos\beta_0}; \tag{21}$$

$$P_2(\alpha) = 4\int_0^\infty \left(\frac{z}{\mathrm{sh}\,z\pi}\left((\mu-1)\,\mathrm{cth}\,z\gamma_1\,\mathrm{sh}\,z\beta_0\,\mathrm{ctg}\,\beta_0 + \frac{\mathrm{sh}\,z\beta_1}{\mathrm{sh}\,z\gamma_1}\mathrm{ctg}\,\beta_1 - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{\mathrm{sh}\,z\beta_2}{\mathrm{sh}\,z\gamma_2}\,\mathrm{ctg}\,\beta_2\right) - \frac{(\mu-1)C_0}{\pi a^2}\,\mathrm{cth}\,z\gamma_1\sin z\alpha_0\right)\cos z\alpha\,dz. \tag{22}$$

В общем случае решение задачи может быть сведено к решению интегрального уравнения Фредгольма второго рода

$$Y(z) = \int_0^\infty K(\lambda, z)\,Y(\lambda)\,d\lambda + M(z), \tag{23}$$

где

$$Y(z) = z(\mathrm{cth}\,z\gamma_2 - \mu\,\mathrm{cth}\,z\gamma_1)\,X(z);$$

$$K(\lambda, z) = \frac{1}{\pi}\left(1 - \frac{1}{\lambda(\mathrm{cth}\,\lambda\gamma_2 - \mathrm{cth}\,\lambda\gamma_1)}\right)\left(\frac{\sin(\lambda+z)\alpha_0}{\lambda+z} + \frac{\sin(\lambda-z)\alpha_0}{\lambda-z}\right); \tag{24}$$

$$M(z) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\alpha_0} P_1(\alpha)\cos z\alpha\,d\alpha + \frac{2}{\pi}\int_{\alpha_0}^\infty P_2(\alpha)\cos z\alpha\,d\alpha.$$

В частном случае, при $\gamma_2 = -\gamma_1 = \gamma$, задача решается в замкнутом виде. Интегрируя второе из уравнений (20) по $\alpha$ в пределах от нуля до $\alpha$, получаем

$$\int_0^\infty X(z)\cos z\alpha\, dz = P_1(\alpha) \qquad 0<\alpha<\alpha_0;$$

$$\int_0^\infty X(z)\,\mathrm{cth}\, z\gamma \sin z\alpha\, dz = P_2(\alpha) \qquad \alpha_0<\alpha<\infty, \tag{25}$$

где

$$P_2(\alpha) = \frac{4}{\mu+1}\int_0^\infty\Big(\frac{(\mu-1)\,C_0}{\pi a^2 z}\,\mathrm{cth}\, z\gamma \sin z\alpha_0 \sin z\alpha -$$

$$-\big((\mu-1)\,\mathrm{ch}\, z\gamma\, \mathrm{ctg}\,\beta_0\, \mathrm{sh}\, z\beta_0 - \mathrm{ctg}\,\beta_1\, \mathrm{sh}\, z\beta_1 + \mathrm{ctg}\,\alpha_2\, \mathrm{sh}\, z\alpha_2\big)\Big)\frac{\sin z\beta\, dz}{\mathrm{sh}\, z\pi\, \mathrm{sh} z\beta}. \tag{26}$$

Введем обозначения

$$z = \frac{t\pi}{\gamma};\ X(z) = \frac{\gamma}{\pi}\,T(t);\quad \alpha = \frac{\gamma}{\pi}S;\ \alpha_0 = \frac{\gamma}{\pi}\,S_0; \tag{27}$$

тогда парные уравнения (25) приведем к виду

$$\int_0^\infty T(t)\cos ts\, dt = P_1(s) \qquad 0<s<s_0; \tag{28}$$

$$\int_0^\infty T(t)\,\mathrm{cth}\, t\pi \sin ts\, dt = P_2(s) \qquad s_0<s<\infty.$$

Решение уравнения (28) известно ([4]):

$$T(t) = t\,\mathrm{th}\,\pi\Big(\int_0^{s_0}\varphi(x)P_{-1/2+it}(\mathrm{ch}\, x)\,\mathrm{sh}\, x\,dx +$$

$$+\int_{s_0}^\infty \omega(x)P_{-1/2+it}(\mathrm{ch}\, x)\,\mathrm{sh}\, x\, dx\Big), \tag{29}$$

где

$$\varphi(x) = \frac{\sqrt{2}}{\pi}\int_0^x\frac{P_1(s)\,ds}{\sqrt{\mathrm{ch} x-\mathrm{ch} s}};\qquad \omega(x) = \frac{\sqrt{2}}{\pi}\int_x^\infty\frac{P_2(s)\,ds}{\sqrt{\mathrm{ch} s-\mathrm{ch} x}}. \tag{30}$$

В общем случае, положив найденные неизвестные величины интегрирования в функции (12), получаем следующие выражения для $f_m(\alpha, \beta)$ $(m = 1, 2)$:

$$f_1(\alpha, \beta) = \int_0^\infty \Bigg(\bigg(\Big(\frac{\mu y(z) \operatorname{sh} z\gamma_2}{z\Delta(z)} + \frac{4(\mu-1)}{\operatorname{sh} z\gamma_1}\Big(\frac{\operatorname{ctg}\beta_0 \operatorname{sh} z\beta_0}{\operatorname{sh} z\pi} -$$

$$- \frac{C_0 \sin z\alpha_0}{\pi a^2 z}\Big)\bigg) \operatorname{sh} z(\beta_1-\beta) - \frac{4\operatorname{ctg}\beta_1 \operatorname{sh} z\beta_1}{\operatorname{sh} z\pi \operatorname{sh} z\gamma_1} \operatorname{sh} z(\beta-\beta_0)\Bigg) \cos z\alpha\, dz; \quad (31)$$

$$f_2(\alpha, \beta) = \int_0^\infty \Bigg(\frac{y(z) \operatorname{sh} z\gamma_1}{z\Delta(z)} \operatorname{sh} z(\beta_2-\beta) -$$

$$- \frac{4\operatorname{ctg}\beta_2 \operatorname{sh} z\beta_2}{\operatorname{sh} z\pi \operatorname{sh} z\gamma_2} \operatorname{sh} z(\beta-\beta_0)\Bigg) \cos z\alpha\, dz,$$

где

$$\Delta(z) = \operatorname{ch} z\gamma_2 \operatorname{sh} z\gamma_1 - \mu \operatorname{sh} z\gamma_2 \operatorname{ch} z\gamma_1. \quad (32)$$

Можно показать, что все корни уравнения $\Delta(z) = 0$ мнимые.

Приравнивая нулю действительную и мнимую части функции $\Delta(\xi + i\eta)$ $(z = \xi + i\eta)$, имеем

$$(\mu+1) \operatorname{sh}\xi(\gamma_1-\gamma_2)\cos\eta(\gamma_1-\gamma_2) = (\mu-1)\operatorname{sh}\xi(\gamma_1+\gamma_2)\cos\eta(\gamma_1+\gamma_2); \quad (33)$$

$$(\mu+1) \operatorname{ch}\xi(\gamma_1-\gamma_2)\sin\eta(\gamma_1-\gamma_2) = (\mu-1)\operatorname{ch}\xi(\gamma_1+\gamma_2)\sin\eta(\gamma_1+\gamma_2).$$

Предположим, что существует корень $z = \xi + i\eta\, (\xi \neq 0)$ уравнения (33).

Разделим первое уравнение (33) на $\operatorname{sh}\xi(\gamma_1-\gamma_2)$, второе на $\operatorname{ch}\xi(\gamma_1-\gamma_2)$ и сложим полученные соотношения, предварительно возводя их в квадрат

$$(\mu+1)^2 = (\mu-1)^2 \Bigg(\cos^2\eta(\gamma_1+\gamma_2)\,\frac{\operatorname{sh}^2\xi(\gamma_1+\gamma_2)}{\operatorname{sh}^2\xi(\gamma_1-\gamma_2)} +$$

$$+ \sin^2\eta(\gamma_1+\gamma_2)\,\frac{\operatorname{ch}^2\xi(\gamma_1+\gamma_2)}{\operatorname{ch}^2\xi(\gamma_1-\gamma_2)}\Bigg). \quad (34)$$

Так как $\mu > 0$ и $|\gamma_1-\gamma_2| > |\gamma_1+\gamma_2|$, соотношение (34) не может выполняться при действительных $\xi$ и $\eta$. Это противоречие доказывает, что $\xi = 0$, т. е. уравнение $\Delta(z) = 0$ действительных и комплексных корней не имеет.

Касательные напряжения $\tau_{\alpha z}^{m}$ и $\tau_{\beta z}^{(m)}$ $(m = 1, 2)$ выражаются по формулам ([1])

$$\tau_{\alpha z}^{m} = \mp \frac{G_m \theta g a^2}{2} \frac{\partial}{\partial\beta}\Big(f_m(\alpha, \beta) + \frac{2\cos\beta}{\operatorname{ch}\alpha + \cos\beta}\Big);$$

$$\tau_{\beta z}^{m} = \mp \frac{G_m \theta g a^2}{2} \frac{\partial}{\partial\alpha}\Big(f_m(\alpha, \beta) + \frac{2\cos\beta}{\operatorname{ch}\alpha + \cos\beta}\Big). \quad (35)$$

Верхний знак относится к значению $\beta > 0$, а нижний — $\beta < 0$.

При помощи вычета выделим члены, содержащие особенность касательных напряжений на краю поверхности контакта (т. е. при $\alpha \to \infty$).

После вычислений получаем

$$
\begin{aligned}
\tau_{\alpha z}^{(1)} &= \pm \frac{\pi i G_1 \theta a}{4 \Delta'(z_1)} \mu y(z_1) \operatorname{sh} z_1 \gamma_2 \operatorname{ch} z_1 (\beta_1 - \beta) e^{(1+iz_1)\alpha} + \ldots; \\
\tau_{\alpha z}^{(2)} &= \pm \frac{\pi i G_2 \theta a}{4 \Delta'(z_1)} y(z_1) \operatorname{sh} z_1 \gamma_1 \operatorname{ch} z_1 (\beta_2 - \beta) e^{(1+iz_1)\alpha} + \ldots; \\
\tau_{\beta z}^{(1)} &= \pm \frac{\pi G_1 \theta a}{4 \Delta'(z_1)} \mu y(z_1) \operatorname{sh} z_1 \gamma_2 \operatorname{sh} z_1 (\beta_1 - \beta) e^{(1+iz_1)\alpha} + \ldots; \\
\tau_{\beta z}^{(2)} &= \pm \frac{\pi G_2 \theta a}{4 \Delta'(z_1)} y(z_1) \operatorname{sh} z_1 \gamma_1 \operatorname{sh} z_1 (\beta_2 - \beta) e^{(1+iz_1)\alpha} + \ldots,
\end{aligned}
\tag{36}
$$

где $z_1 = i\tau_1 (\tau_1 > 0)$ первый корень трансцендентного уравнения $\Delta(z) = 0$.

Как видно из (36), при $\tau_1 < 1$ имеем особенность на краю поверхности контакта, при $\tau_1 > 1$ на краю контакта напряжения стремятся к нулю, а при $\tau_1 = 1$ напряжения на краю поверхности контакта конечны и в общем случае отличны от нуля.

Постоянная $C_0$ определяется с помощью теоремы Бредта о циркуляции касательного напряжения при кручении [2]. После некоторых преобразований получим следующее соотношение для определения постоянной $C_0$:

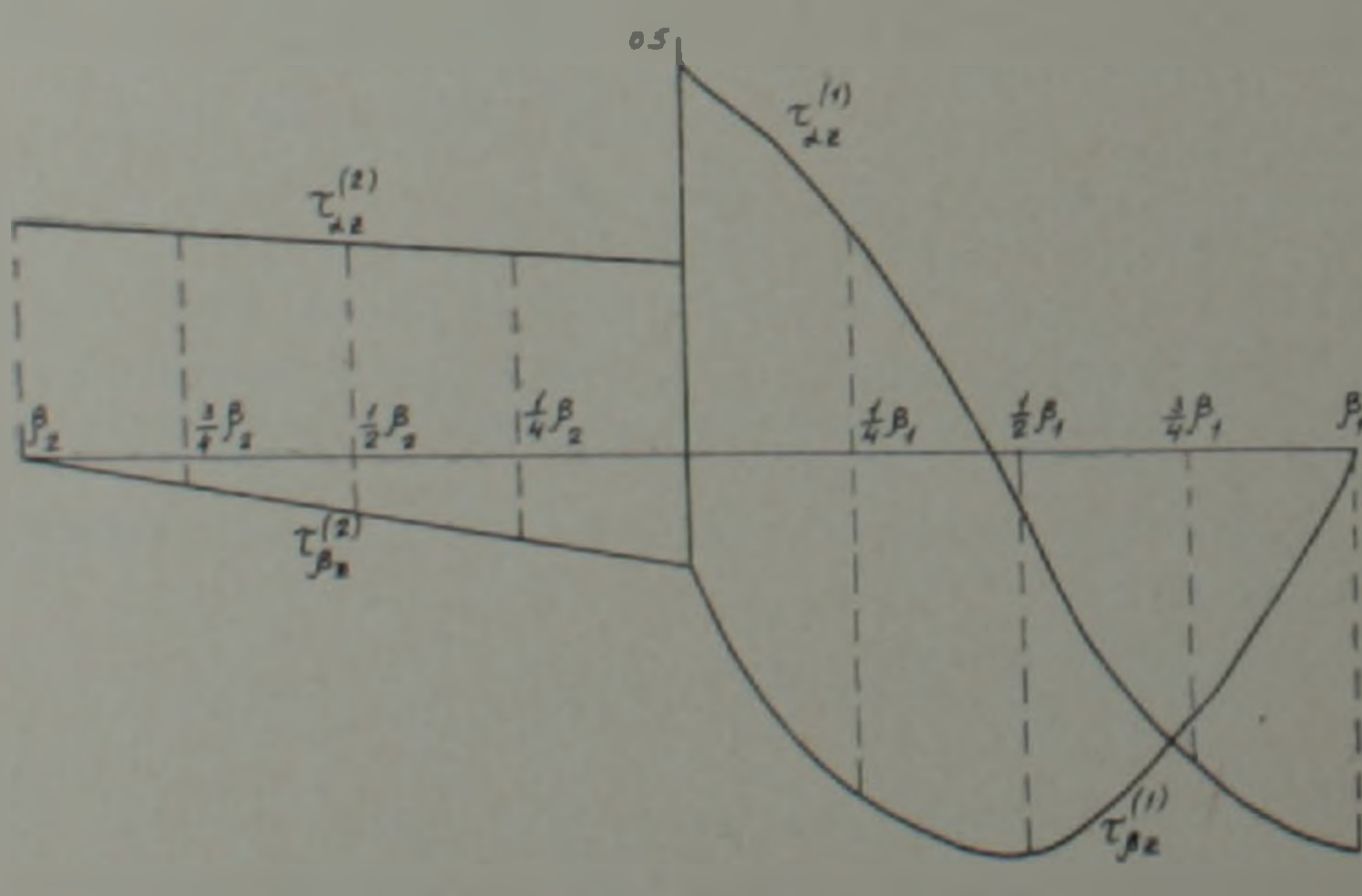


Рис. 2 Характер касательных напряжений

$$\int_0^\infty \left( \frac{y(z)}{z} - \frac{4(\mu-1)\,\mathrm{ctg}\,\beta_0\,\mathrm{sh}\,z\beta_0\,\mathrm{cth}\,z\gamma_{11}}{\mathrm{sh}\,z\pi} + \frac{4C_0(\mu-1)\,\mathrm{cth}\,z\gamma_{11}\,\sin z\alpha_0}{\pi a^2 z} - \frac{4\,\mathrm{ctg}\,\beta_0\,\mathrm{sh}\,z\beta_0}{\mathrm{sh}\,z\pi\,\mathrm{sh}\,z\gamma_1} + \frac{4\,\mathrm{ctg}\,\beta_2\,\mathrm{sh}\,z\beta_2}{\mathrm{sh}\,z\pi\,\mathrm{sh}\,z\gamma_{12}} \right) \sin z\alpha_0\,dx = 0. \tag{37}$$

Значения неизвестных $Y(z)$, входящие в это уравнение, определяются из уравнения (23) через постоянную $C_0$. Чтобы найти $C_0$ из соотношения (37), нужно разрешить это соотношение относительно $C_0$.

На рис. 2 показано поведение коэффициента при особенности напряжений $K_0\tau_{xz}^{(m)}$ и $K_0'\tau_{\beta z}^{(m)}$ $(m=1, 2)$, при $\beta_0=0$, $\beta_1=165°$, $\beta_2=-30°$, $\gamma_{11}=0{,}994$ $(K_0 = -4\Delta^2(z_1)/\pi G_2 b a Y(z_1))$.

Институт механики Академии
наук Армянской ССР

Լ. Ա. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

## Բաղադրիչ նյութերի միջև երկայնական ճաքով, բաղադրյալ պրիզմատիկ ձողի ոլորումը

*Երկբևեռ կոորդինատային սիստեմում դիտարկված է շրջանային աղեղներով սահմանափակված բաղադրյալ պրիզմատիկ ձողի ոլորումը, նյութերի բաժանման գծի վրա աղեղաձև ճաքի առկայության դեպքում։*

*Ընդհանուր դեպքում, զույգ ինտեգրալ հավասարումների օգնությամբ, խնդրի լուծումը բերված է Ֆրեդհոլմի երկրորդ սեռի լուծելի ինտեգրալ հավասարման, մասնավոր դեպքում Մելեր-Ֆոկի ձևափոխությամբ ստացված է փակ լուծումներ։*

*Լարումների արտահայտությունների մեջ անջատված է եզակիություններ պարունակող անդամները։ Ստացված է տրանսցենդենտ հավասարում, որի առաջին արմատները բնութագրում են եզակիության կարգը անկյունային կետերում։*

*Եզակիության գործակիցների ուսումնասիրության համար կատարված է թվային հետազոտություն և գրաֆիկական տեսքով տրված է նրանց որակական գնահատականը։*

### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

[1] *Я. С. Уфлянд*, Биполярные координаты в теории упругости, ГТТИ, М., 1950. [2] *Н. Х. Арутюнян, Б. Л. Абрамян*, Кручение упругих тел, Физматгиз, М., 1963. [3] *А. С. Чобанян*, Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат., естественных и техн. наук, т. 8, № 2 (1955). [4] *[illegible] Баблоян*, ПММ, т. 28, вып. 6 (1964).