

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ
ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

ՏԵԴԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ

АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

ՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՍԵՐԻԱ
СЕРИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Издается с 1947 г.

Խ Ր Ա Յ Ր Ա Կ Ա Ն Կ Ա Ն Գ Ի Ա

Կառյան Մ. Վ. (պատ. խմբագիր), Աղոնց Հ. Տ. (պատ. խմբագրի տեղակալ),
Ալեքսեևսկի Վ. Վ., Կնանյան Ա. Կ., Դուրոյան Տ. Ա., Զաղոյան Մ. Ա., Նազու-
րով Ա. Գ., Տեր-Ազատի Ի. Ա., Փինաջյան Վ. Վ., (պատ. խմբագրի տեղակալ)
Պատասխանատու խմբագրար Խոնխոնյան Զ. Կ.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Касьян М. В. (ответ. редактор), Агонц Г. Т. (зам. ответ. редактора),
Алексеевский В. В., Амаян А. К., Горони Т. А., Задоян М. А., Па-
заров А. Г., Пинаджян В. В. (зам. ответ. редактора), Тер-Азирьев И. А.
Ответственный секретарь Степанян З. К.

Խմբագրութան նստցեն՝ Երևան-19, Բարեկամության փող. 24դ

Адрес редакции: Ереван-19, ул. Барекамутян, 24г.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

В. С. ХОМЯКОВ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА
ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК
СТАНКОВ

Для улучшения показателей динамического качества станка необходимо уменьшать радиус-вектор амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) его упругой системы (УС), особенно в областях, примыкающих к отрицательной вещественной оси [1]. В [2], на примере токарных станков, показано, что между максимальным значением отрицательной вещественной составляющей АФЧХ УС станка и резонансной амплитудой (A_p) потенциально неустойчивой формы колебаний существует тесная корреляционная связь. Это позволяет выбрать A_p в качестве целевой функции при оптимизации динамической характеристики токарного станка, т. е. свести задачу к определению вектора-столбца X^* оптимальных параметров УС, которые бы минимизировали целевую функцию A_p в заданном рабочем диапазоне частот $f_{\min} \leq f \leq f_{\max}$ при определенных значениях вектора Z постоянных контролируемых параметров УС и ограничениях:

$$A_p(X^0, Z) = \min A_p(X, Z); \quad X_{\min} \leq X \leq X_{\max}, \quad (1)$$

где X — вектор-столбец варьируемых параметром УС (факторов).

Особенность задачи состоит в отсутствии аналитического выражения для целевой функции $A_p(X, Z)$. Имеется лишь адекватная реальной УС математическая модель в виде системы дифференциальных уравнений. Результатом расчета на ЭВМ АФЧХ варианта этой модели, при определенных значениях ее параметров, является лишь одна точка поверхности функции $A_p(X, Z)$. В настоящее время при решении таких задач используют метод случайного поиска или его детерминированный аналог — ЛП-поиск [3], позволяющий осуществлять в заданном факторном пространстве более равномерный поиск оптимальных вариантов. Минимум целевой функции приходится разыскивать по результатам значительного количества последовательных вычислений $A_p(X, Z)$ при различных значениях варьируемых параметров модели УС.

Сокращение времени поиска при небольшом числе факторов может быть достигнуто при использовании планирования эксперимента в сочетании с градиентным методом наискорейшего спуска [4].

Рассмотрим этот путь на примере оптимизации динамической характеристики шпиндельного узла токарно-винторезного станка модели 16К20. Известно, что динамическое качество токарных станков, особенно при обработке в патроне, определяется, в основном, параметрами шпиндельного узла [1]. Математической моделью УС шпиндельного узла, расчетная схема которого показана на рис. 1, является матричное дифференциальное уравнение [5]

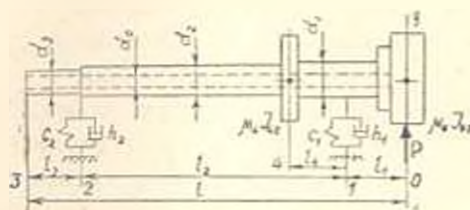
$$\dot{Y}_2 = T_1 Q_1 T_2 L_1 T_3 Q_2 T_4 L_2 (Y_0 + \dot{y}_0), \quad (2)$$

где L_0 и L_1 — матрицы сосредоточенных грузов в 0-м и 4-м сечениях;

T_1 , T_2 , T_3 и T_4 — матрицы участков шпинделя с распределенной массой; Q_1 и Q_2 — матрицы линейно-упругих опор с вязким демпфированием;

$\dot{y}_0$ — вектор-столбец нагрузки в 0-м сечении;

Y_0 и Y_2 — векторы-столбцы начальных параметров на концах шпинделя.



Специальная подпрограмма расчета на ЭВМ позволяет, используя выражение (3), сформировать трехмерный массив МА, элементами которого являются резонансная частота f_p и амплитуда A_p , а также статическая характеристика k_{yc} данного варианта шпиндельного узла. Так как целевой функцией является $A_p(X, Z)$, то $k_{yc}(X, Z)$ рассматривается как ограничение, которое можно сформулировать следующим образом: статическая характеристика оптимального варианта шпиндельного узла должна быть не хуже, чем у исходного варианта

$$k_{yc}(X^0, Z) \leq k_{yc}(X_0, Z). \quad (4)$$

Вводятся также ограничения на предельные значения факторов X , определяющие допустимую область факторного пространства:

$$1) \quad (2 \div 2,5) l_1 \leq l_2 \leq 1,2 l_{20}, \quad (5)$$

где l_{20} — исходное значение l_2 ; уменьшение l_2 ниже указанного предела нецелесообразно, так как влияние биения подшипников на радиальное биение переднего конца шпинделя становится чрезмерным:

$$2) \quad 0,8 c_{10} \leq c_1 \leq 1,2 c_{10}, \quad (6)$$

где c_{10} — исходное значение c_1 ; такие пределы можно получить при регулировании зазора-натяга в подшипнике.

Вводится допущение о непрерывности и достаточной гладкости неизвестной целевой функции $A_p(X, Z)$. Приняв за начальную точку поиска (основной уровень) числовые значения параметров X_0 и Z исходной конструкции (рис. 2), необходимо прежде всего найти вокруг этой точки локальную подобласть G для планирования эксперимента, т. е. выбрать интервалы варьирования факторов. Величину этих интервалов следует выбирать с учетом имеющихся априорных сведений о кривизне поверхности $A_p(X, Z)$ и силе влияния факторов на $A_p(X, Z)$: чем меньше кривизна поверхности и слабее влияние фактора, тем большим для него может быть интервал варьирования. Так как обычно имеются достаточно общие сведения о кривизне поверхности $A_p(X, Z)$, то выбор интервалов варьирования формализации не поддается. Для рассматриваемого примера основной уровень и интервалы варьирования факторов приведены в табл. 1.

В выбранной малой локальной подобласти G неизвестную целевую функцию $A_p(X, Z)$ можно представить в виде линейного полинома. Такая модель позволяет оценить роль каждого фактора и определить направление градиента целевой функции. Оценками являются коэффициенты b_i полинома. Изменяя факторы X пропорционально величинам этих коэффициентов, можно двигаться по градиенту в сторону минимума целевой функции.

Для получения линейной модели в подобласти G используется такой план факторного эксперимента, который имеет минимальное число точек N , лишь незначительно превышающее количество k факторов.

При $k=2$ был выбран план ПФЭ $N=2^2$ [4]. Матрица планирования X приведена в табл. 1. Реализация плана эксперимента на ЭВМ позволяет определить значения функции $A_p(X, Z)$ в точках 1–4 (рис. 2) и сформировать вектор-столбец $Y = [A_{p1} \ A_{p2} \ A_{p3} \ A_{p4}]^T$.

Таблица 1
Планирование эксперимента в подобию G и движение по градиенту

Уровень	Факторы		В исходной точке		
	$l_2, \text{ см}$	$s_1, \text{ кгс/мм}$			
Основной	65	120	$f_p = 197 \text{ Гц}$		
Интервал варьирования l_i	10	10	$A_p = 22,48 \text{ мм/кгс}$		
Верхний	75	130	$k_{yc} = 0,113 \text{ мм/кгс}$		
Нижний	55	110			
Точки плана	Кодированные значения факторов		Значения элементов массива МА		
	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$f_p, \text{ Гц}$	$A_p, \text{ мм/кгс}$	$k_{yc}, \text{ мм/кгс}$
1	−1	−1	219	12,71	0,099
2	+1	−1	177	34,27	0,130
3	−1	+1	220	13,91	0,096
4	+1	+1	177	38,51	0,128
Движение по градиенту	Факторы				
	$l_2, \text{ см}$	$s_1, \text{ кгс/мм}$			
$b_i \times l_i$	115,4	13,6			
Шаг при $s_1 = 5 \text{ см}$	5	0,6			
Точки:					
5	60	119,4	208	18,03	0,105
6	55	118,8	220	11,37	0,098
7	50	118,2	231	9,02	0,090
8	45	117,6	244	6,69	0,084
9	40	117,0	256	4,86	0,078
10	35	116,4	266	3,56	0,073

Вектор-столбец коэффициентов полиномиальной модели можно определить, используя выражение [4]

$$B = (\bar{X}^T \cdot \bar{X})^{-1} \cdot \bar{X}^T \cdot Y, \quad (7)$$

где $\bar{X}^T$ — транспонированная матрица планирования.

По результатам расчетов в точках 1÷4 получено линейное уравнение регрессии в кодированных переменных, являющееся моделью целевой функции внутри локальной подобласти G :

$$A_p = 24,85 + 11,54x_1 + 1,36x_2. \quad (8)$$

Зная допустимой погрешностью расчета $\pm 10\%$ от начального уровня $A_p(X_0, Z) = 22,48$ мкм/кгс и рассматривая ее как доверительный интервал, соответствующий 95% доверительной вероятности, можно найти дисперсию результатов расчета как [6]

$$s^2 = \frac{10 \cdot 22,5}{100 \cdot 2} = 1,1$$

с числом степеней свободы $\nu = \infty$.

Дисперсия адекватности модели (8) $s_{\text{ад}}^2 = 2,32$ при $\nu_{\text{ад}} = 1$.

Линейное уравнение регрессии (8) адекватно: $F = s_{\text{ад}}^2/s^2 = 2,1$ при табличном значении $F_{0,05}(1, \infty) = 3,84$.

Если модель (8) адекватна, можно начать движение по градиенту. Для шагового движения к минимуму целевой функции $A_p(X, Z)$ факторы X следует изменять пропорционально $b_i \times I_i$. Однако, из практических соображений целесообразным считалось изменение на каждом шаге s_i главного фактора (в данном случае l_2) на $0,5I_i$. По данным строки $b_i \times I_i$ (табл. 1) легко определяются изменения второго фактора (c_1), соответствующие изменению l_2 на $0,5 I_1 = 5$ см.

Последовательным вычитанием (при минимизации A_p) из основного уровня единичных шагов s_i получаем координаты точек 5÷10. Расчет массива МА в каждой из точек показывает, что при движении по градиенту функция $A_p(X, Z)$ постепенно уменьшается. Однако в данном случае минимум целевой функции лежит за пределами допустимой области факторного пространства. В точке 10 ($l_2 = 35$ см, $c_1 = 116,4$ кгс/мкм) достигнута нижняя граница изменения фактора l_2 и дальнейшее движение по градиенту невозможно. Несмотря на это, получены хорошие результаты: $A_p(X_{10}, Z)$ в 6,3 раза меньше начального значения $A_p(X_0, Z)$ при одновременном улучшении статической характеристики $k_{\text{ст}}$ в 1,55 раза. Для сравнения на рис. 3 показаны АФЧХ УС шпиндельного узла в точках 0 и 10.

Вся процедура оптимизации динамической характеристики выполняется на ЭВМ по программе АРГОП, блок-схема которой показана на рис. 4.

Модель (8) проверялась на адекватность в подобласти G . Поэтому движение по градиенту за пределами G , но внутри допустимой области факторного пространства, продолжается до тех пор, пока наблюдается последовательное (от точки $k-1$ к точке k) систематическое улучшение значений целевой функции. Блок коррекции шагов программы АРГОП реализует при этом следующий алгоритм изменения шага:

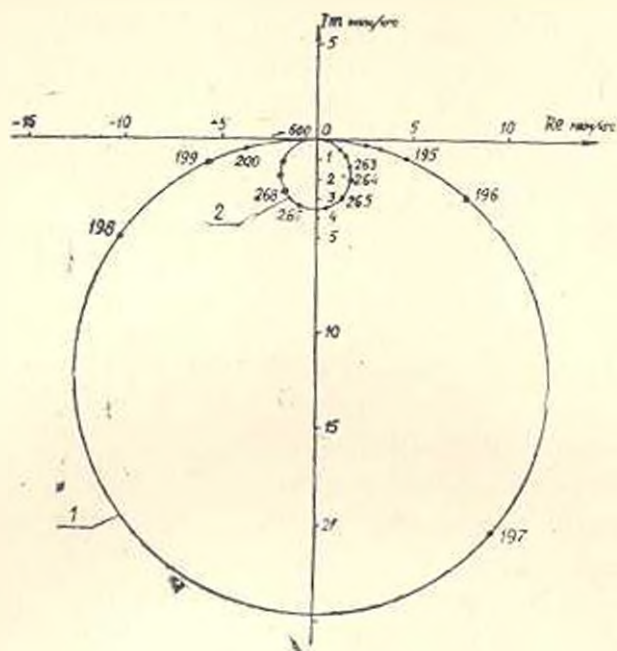


Рис. 3. АФЧХ шпиндельного узла токарного станка:
1 — до оптимизации; 2 — после оптимизации.

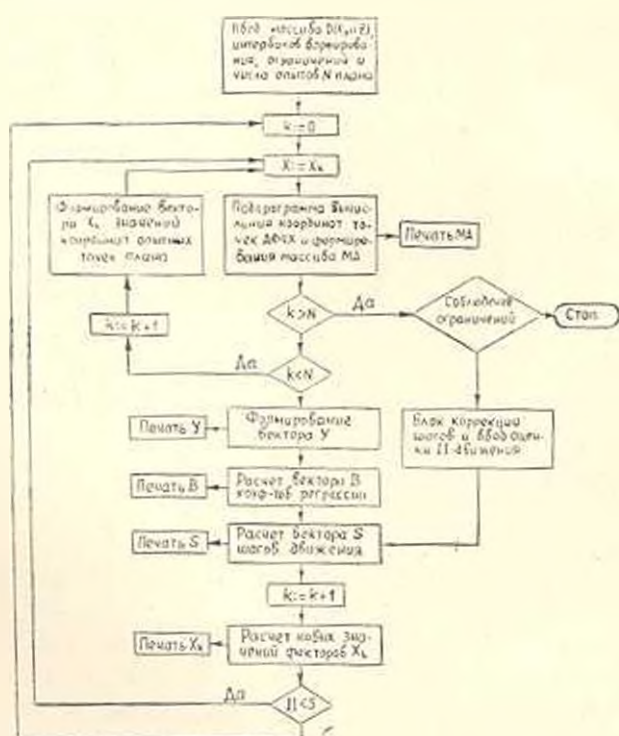


Рис. 4. Блок-схема алгоритма оптимизации.

$$s_{k+1} = \begin{cases} s_k & \text{при } A_p(X_k, Z) \leq A_p(X_{k-1}, Z), \\ \frac{s_k}{2} & \text{при } A_p(X_k, Z) > A_p(X_{k-1}, Z). \end{cases} \quad (9)$$

В результате при подходе к минимуму на направлении градиента последний захватывается «в вилку», шаги движения по градиенту постепенно уменьшаются и движение прекращается, когда s_k станет меньше заданной величины ε .

Программой АРГОН предусмотрена также оценка H движения по градиенту. Обычно $H \leq 5$. Если при проходе очередной точки оператор вводит $H = 5$, эта точка принимается за нулевую, в ее окрестности реализуется факторный эксперимент и определяется новое, уточненное направление градиента.

На основе приведенной блок-схемы алгоритма оптимизации легко разработать машинные программы для решения аналогичных оптимизационных задач в динамике станков с использованием различных планов полного или дробного факторного эксперимента.

Поступило 24.IV.1977.

д. и. н. н.с. А. А. КОСЫН

ԷԶՊԵՐԻՄԵՆՏՆԵՐԻ ՊԼԱՆԱՆՈՐՄԱՆ ՄԵԹՈԴՆԵՐԻ ՕՊՏԱԴՐՈՄՈՒՄԸ ՀԱՍՏՈՑՆԵՐԻ ԿԻՆԱՄԻԱԿԱՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐՆ ՕՊՏԻՄԱԿԱՑՆԵԼՈՒ ՀԱՄԱՐ

Ա. Կ. Կ. Կ. Կ. Կ. Կ.

Դինամիկական բնութագրերի օպտիմալացման համար էքսպերիմենտների պլանավորման մեթոդների կիրառումը ցույց է տված իրադրության հաստատության հանգույցի օրինակի վրա: Միևեկիցացված է իրի տատանումների հիմնական ձևի ուղղանկյունային ամպլիտուդը՝ տրված սահմանափակումների դեպքում: Որպես դործոններ են բնութագրվում միջհենարանային հենավորությունը և իրի առջևի հենարանի կոշտությունը: Իրային հանգույցի կլակետային պարամետրներին համապատասխանող կետի շուրջը էՀՄ-ի վրա կատարված դործոնային էքսպերիմենտը թույլ է տալիս ըստ դրադինետի շարժման դեպքում ուղղանկյունային ամպլիտուդը փոքրացնել 6,3 անգամ: Միաժամանակ լավացնելով հանգույցի ստատիկական բնութագրերը: Օպտիմալացման ողջ բնագավառը կատարվում է էՀՄ-ի վրա ըստ ծրագրի, որի բոլոր-սխեման բերված է հոդվածում:

Л И Т Е Р А Т У Р А

- 1 Кудин В. А. Динамика станков. М., «Машиностроение», 1967.
- 2 Шибанов Е. Н. Исследование показателей динамического качества токарных станков методом физического моделирования. Кандидатская диссертация. М. Сталин, 1976.

3. Соболев И. М., Статников Р. Б. ЛП-поиск и задачи оптимального проектирования. В сб. «Проблемы случайного поиска», № 1, Рига, «Зинатис», 1972.
4. Наликов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М., «Наука», 1965.
5. Хомяков В. С., Минасян А. И. Расчет динамических характеристик шпиндельных узлов станков. «Станки и инструмент», № 3, 1976.
6. Ивоботенко Б. А., Ильинский Н. Ф., Копылов И. П. Планирование эксперимента в электротехнике. М., «Энергия», 1975.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Н. А. ЛАМБАРЯН, В. П. ВАСИЛЬЕВ, А. К. ПОГОСЯН

ПОЛЕ ТЕМПЕРАТУР В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ШКИВЕ
ПРИ ДЛИТЕЛЬНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ ФРИКЦИОННОГО ТЕПЛА

Рассматривается поле температур внутри цилиндра конечной длины при длительном воздействии на него центрально расположенного колодочного тормоза.

1°. Пусть цилиндрический вал длиной $2l_1$ вращается с угловой скоростью ω и в момент времени $\tau = 0$ подвергается воздействию тормозных колодок центрально расположенного двухколодочного тормоза шириной $2b_1$ (рис. 1).

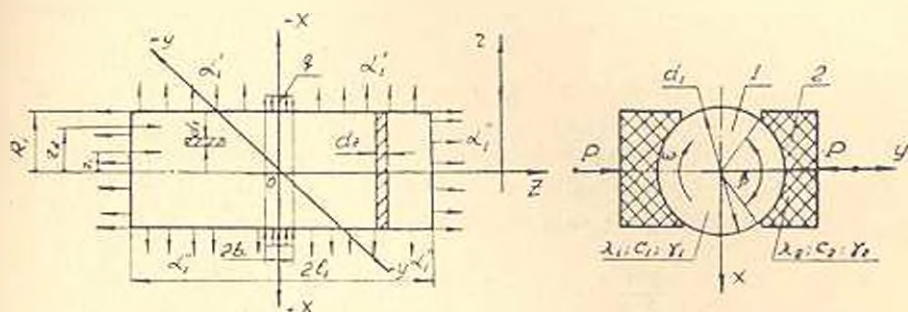


Рис. 1. Аналитическая модель пары трения: 1 — вал-шпин из металла; 2 — колодка из асбофрикционного материала.

Предполагается далее, что секторную дискретность колодок тормоза при достаточно большой угловой скорости вращения можно заменить некоторым эквивалентным круговым тормозом той же ширины. Энергия (q), генерируемая на поверхности трения, отводится в виде тепла через вал-шпин (q_1) и тормозную колодку (q_2):

$$q = q_1 + q_2. \quad (1.1)$$

С другой стороны, если обозначить через $R_{ш}$ и $R_т$ тепловые сопротивления шкива и тормозной колодки соответственно, а через $T_{к.ср}$ — среднюю температуру на поверхности контакта, то по электрической аналогии имеет место:

$$q_1 = \frac{T_{к.ср} - T_c}{R_{ш}}; \quad q_2 = \frac{T_{к.ср} - T_c}{R_т}, \quad (1.2)$$

где T_c — температура окружающей среды (условно принимается равной нулю, т. е. процесс рассматривается после перегрева тормоза до температуры окружающей среды). При этом из (1.1) и (1.2) следует, что

$$q = \frac{T_c}{R'}; \quad q_1 = \frac{R'}{R_m} q; \quad q_2 = \frac{R'}{R_1} q, \quad (1.3)$$

где $R' = \frac{R_m R_1}{R_m + R_1}$ — эквивалентное тепловое сопротивление тормоза в целом.

Асбодфрикционные материалы тормозных колодок обычно обладают малыми значениями теплофизических характеристик по сравнению с металлическим валом-шквом, т. е. $R_1 \gg R_m$ [1]. Поэтому снижение температуры на фрикционной поверхности более эффективно может быть осуществлено путем снижения R_m , которое, в свою очередь, зависит от теплофизических свойств материала шкива-вала и от его геометрических размеров.

2°. После включения тормоза все переходные процессы через некоторый промежуток времени прекращаются и устанавливается некоторое стационарное поле температур, которое должно удовлетворять уравнению Лапласа

$$\nabla^2 T = 0. \quad (2.1)$$

Отнеся вал к цилиндрической системе координат rOz , у которой ось Oz совпадает с осью вала, а точка O расположена в центральной плоскости, равенству (2.1) можно придать вид

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0. \quad (2.2)$$

На торцах вала ($z = \pm l_1$) имеет место теплоотвод путем теплоотдачи в окружающее пространство, т. е.

$$\pm \lambda_1 \frac{\partial T(r, \pm l_1)}{\partial z} + \alpha_1 T(r, \pm l_1) = 0. \quad (2.3)$$

На цилиндрической поверхности вала ($r = R_1$) имеется два участка, на одном из них $L_1 = [z = \pm b_1, z = \pm l_1]$ и имеет место теплоотдача во внешнюю среду, т. е.

$$\lambda_1 \frac{\partial T(R_1, z)}{\partial r} + \alpha_1 T(R_1, z) = 0 \quad \text{при } z \in L_1, \quad (2.4)$$

а на другой $L_2 = [z = -b_1, z = +b_1]$ и происходит теплоотвод с интенсивностью $Q_0(z)$, т. е.

$$\lambda_1 \frac{\partial T(R_1, z)}{\partial r} = Q_0(z) \quad \text{при } z \in L_2. \quad (2.5)$$

К сожалению, действительное распределение теплового потока по поверхности трения неизвестно. Неизвестно также распределение температур на этом участке, а из экспериментальных данных [2] наиболее достоверным можно считать поток тепла в вал-шкив q_1 :

$$q_1 = 2\pi R_1 \lambda_1 \int_{-b_1}^{b_1} \frac{\partial T(R_1, z)}{\partial r} dz. \quad (2.6)$$

Однако, эта интегральная характеристика может быть достигнута бесконечным числом способов распределения потока на участке L_2 . Поэтому здесь утрачивается однозначность определения поля внутри тела по величине поля и его градиента на поверхности, т. е. нарушаются условия теоремы естественности.

Эта неопределенность устраняется с помощью объединения краевых условий (2.4) и (2.5) в единое [3]:

$$\lambda_1 \frac{\partial T(R_1, z)}{\partial r} + z_1 T(R_1, z) = Q^*(z), \quad (2.7)$$

где

$$Q^*(z) = \begin{cases} 0 & \text{при } z \in L_1, \\ Q(z) & \text{при } z \in L_2. \end{cases}$$

При этом функция $Q(z)$ считается заданной в соответствии с экспериментальными данными. Представление (2.7) обеспечивает однородность граничных условий, что облегчает решение задачи.

С физической стороны функция $Q(z)$ представляет собой некоторый распределенный тепловой поток на участке трения, суммарный эффект которого

$$2\pi R_1 \left[\lambda_1 \int_{-b_1}^{b_1} \frac{\partial T(R_1, z)}{\partial r} dz + z_1 \int_{-b_1}^{b_1} T(R_1, z) dz - \int_{-b_1}^{b_1} Q(z) dz \right] = 0, \quad (2.8)$$

откуда

$$\frac{q_1}{2\pi R_1} + 2b_1 z_1 T_{\text{ср}} = \int_{-b_1}^{b_1} Q(z) dz. \quad (2.9)$$

Если воспользоваться (1.2) при $T_c = 0$, то

$$q_1 = \frac{1}{\frac{1}{2\pi R_1} + 2b_1 z_1 R_{\text{ср}}} \int_{-b_1}^{b_1} Q(z) dz, \quad (2.10)$$

$$T_{\text{ср}} = \frac{R_{\text{ср}}}{\frac{1}{2\pi R_1} + 2b_1 z_1} \int_{-b_1}^{b_1} Q(z) dz. \quad (2.11)$$

Отсюда следует, что поток q_1 и средняя температура $T_{х.ср}$ пропорциональны средней величине $Q(z)$. Если, наконец, в левой части (2.7) допустить непрерывность входящих величин, то непрерывность должна быть и в правой части. Это сводится к условию

$$Q(-b_1) = 0. \quad (2.12)$$

3°. Решение уравнения Лапласа для рассматриваемой задачи имеет вид:

$$T(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n I_0(\mu^n \rho) \cos(\mu^n \zeta), \quad (3.1)$$

где A_n — постоянные; $I_0(\mu^n \rho)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка; $\rho = \frac{r}{l_1}$, $\zeta = \frac{z}{l_1}$ — безразмерные величины, определяющие отношения радиальной и осевой координат к длине вала-шкива; μ^n — корни характеристического уравнения.

Из краевого условия (2.3) следует, что числа μ^n должны быть решениями уравнения

$$\mu^n \sin \mu^n - \frac{l_1 z_1}{l_2} \cos \mu^n = 0, \quad (3.2)$$

первые шесть корней которого вычислены в [4].

Разложим теперь функцию $Q^*(z)$ в ряд по ортогональной системе функций $\{\cos(\mu^n \zeta)\}$

$$Q^*(z) = \sum_{n=1}^{\infty} Q_n \cos(\mu^n \zeta), \quad (3.3)$$

где

$$Q_n = \frac{\int_{-b_1}^{b_1} Q(z) \cos(\mu^n \zeta) dz}{\int_{-b_1}^{b_1} \cos^2(\mu^n \zeta) dz} = \beta_1 \frac{U_n}{z_n};$$

$$U_n = \int_{-1}^1 Q(x) \cos(\mu^n \beta_1 x) dx; \quad z_n = 1 + \frac{l_1}{l_1 a_1} \sin^2 \mu^n;$$

$\beta_1 = \frac{b_1}{l_1}$; $x = \frac{z}{b_1}$ — безразмерные величины, определяющие отношение ширины зоны трения к длине вала-шкива и отношение осевой координаты к ширине зоны трения.

Подставив (3.3) и (3.1) в граничное условие (2.7), найдем неизвестный коэффициент

$$A_n = \frac{\beta_1 U_n}{\alpha_1 \left[I_0(\mu^n \beta_2) + \frac{\lambda_1}{I_1 \alpha_1} \mu^n I_0(\mu^n \beta_2) \right]}, \quad (3.4)$$

где $\beta_2 = \frac{R_1}{l_1}$ — безразмерная величина, определяющая отношение радиуса вала-шкива к его длине.

Тогда температура в произвольной точке определяется как

$$T(r, z) = \frac{\beta_1}{\alpha_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_n I_0(\mu^n \rho) \cos(\mu^n z)}{\beta_n \left[I_0(\mu^n \beta_2) + \frac{\lambda_1}{I_1 \alpha_1} \mu^n I_0(\mu^n \beta_2) \right]}. \quad (3.5)$$

Количество тепла, подведенного к валу на участке трения,

$$q_1 = 2\pi R_1 l_1 \int_{-b_1}^{b_1} \frac{\partial T(R_1, z)}{\partial r} dz = \frac{4\pi R_1 \beta_1 \lambda_1}{\alpha_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_n \sin(\mu^n \beta_1)}{\beta_n V_n} K_n, \quad (3.6)$$

где

$$V_n = 1 + \frac{\lambda_1}{I_1 \alpha_1} \mu^n K_n; \quad K_n = I_0(\mu^n \beta_2) / I_0(\mu^n \beta_2).$$

Средняя температура на поверхности трения

$$T_{\text{к. ср}} = \frac{1}{2b_1} \int_{-b_1}^{b_1} T(R_1, z) dz = \frac{1}{\alpha_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_n \sin(\mu^n \beta_1)}{\mu^n \beta_n V_n}. \quad (3.7)$$

Наконец, максимальная температура контакта (T_k) в центре участка трения

$$T_k = T(R_1, 0) = \frac{\beta_1}{\alpha_1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_n}{\beta_n V_n}, \quad (3.8)$$

а тепловое сопротивление $R'_{\text{тв}}$ вала-шкива

$$R'_{\text{тв}} = \frac{T_{\text{к. ср}}}{q_1} = \frac{1}{4\pi R_1 \beta_1 \lambda_1} \cdot S, \quad (3.9)$$

где

$$S = \frac{S_1}{S_2}; \quad S_1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_n \sin(\mu^n \beta_1)}{\beta_n V_n} K_n; \quad S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_n \sin(\mu^n \beta_1)}{\mu^n \beta_n V_n}.$$

4°. Предыдущие соотношения предполагают известность функции $Q(x)$. Здесь, по-видимому, наиболее простым будет предположение, что $Q(x)$ является полиномом. Ввиду того, что на краях участка трения $Q(x)$ должна обращаться в нуль, ее можно представить в виде:

$$Q(x) = [B_0 + B_1(1-x^2) + B_2(1-x^2)^2 + \dots + B_n(1-x^2)^n] (1-x^2)^{\nu}, \quad (4.1)$$

где B_k — постоянные ($k = 0, 1, 2, \dots, n$), а $\nu > 0$.

Если $B_n \neq 0$ и $0 < \nu < 1$, то производная функции $Q(x)$ на концах участка трения обращается в бесконечность.

Используя (4.1) и (3.3), можно получить:

$$U_n = \int_{-1}^1 Q(x) \cos(\mu^n \beta_1 x) dx = \sum_{k=0}^N B_k \int_{-1}^1 (1-x^2)^{\frac{\nu}{2}} \cos(\mu^n \beta_1 x) dx = \\ = \sum_{k=0}^N B_k \int_0^{\pi} \cos(\mu^n \beta_1 \cos \theta) \cdot (\sin \theta)^{(\nu+1)-1} d\theta. \quad (4.2)$$

Из формулы Пуассона [5]

$$J_\nu(z) = \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^\nu}{V\pi \Gamma\left(\nu + \frac{1}{2}\right)} \int_0^{\pi} \cos(z \cos \theta) \sin^{2\nu} \theta d\theta, \quad (4.3)$$

где $\Gamma(x)$ — гамма функция; $J_\nu(z)$ — функция Бесселя 1-го рода порядка ν , а

$$\int_0^{\pi} \cos(z \cos \theta) \sin^{2\nu} \theta d\theta = \frac{V\pi \Gamma\left(\nu + \frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{z}{2}\right)^\nu} J_\nu(z).$$

С помощью последнего выражение (4.2) принимает вид:

$$U_n = \sum_{k=0}^N \frac{V\pi \Gamma\left(\frac{2k+2\nu+1}{2}\right)}{\left(\mu^n \frac{\beta_1}{2}\right)^{\frac{2k+2\nu+1}{2}}} \cdot B_k \cdot J_{\frac{2(k+\nu)+1}{2}}(\mu^n \beta_1). \quad (4.4)$$

Коэффициенты B_k и показатель ν должны быть подобраны таким образом, чтобы получить наилучшую сходимость с экспериментом. Ввиду того, что такая сходимость должна быть в каждой внутренней точке шкива, сумма в первой части (4.1) и (4.4) должна иметь бесконечное количество слагаемых, т. е. $N = \infty$. Однако, для практических целей в (4.1) и (4.4) можно ограничиться несколькими слагаемыми, а при благоприятных условиях лишь одним или двумя, тем более, что дополнительным параметром остается число $m = k + \nu$. Если же $m = k + \nu$ выбрано, то подходящее приближение достигается за счет числа постоянных B_k и их значений.

5°. Для количественной оценки приведенных формул было выполнено длительное торможение на машине трения ИМТ-74 центрально расположенным колодочным тормозом, специально установленными термопарами на установке с токосъемным устройством, замером момента трения и скорости скольжения [2].

Экспериментальному исследованию подвергались 12 различных валов-шкивов (геометрические размеры: $2l_1 = 150$ мм; $R_1 = 30$ мм; $2b_1 = 14$ мм) из Ст15—32, стали 45; Л-62 и БрАмц 9—2, имеющих разные начальные чистоты поверхности трения ($R_{z_1} = 80 : 68$ мкм, $R_{a_1} = 20 : 16,5$ мкм, $R_{z_2} = 6,3 : 1,1$ мкм), которые работали в паре с различными асбофрикционными материалами: 1-43-60А (ТУ3811440-70); 6КХ-1Б (ТУ3811425-70); 42-773-67 (ТУ3841422); АГ-1Б (ТУ3811446-71), 8-45-62 (ГОСТ 159060-70),—широко применяемые в тормозах различных машин, муфтах сцепления и во многих других фрикционных устройствах.

Если теперь допустить, что экспериментальные данные средней поверхностной температуры $T_{\text{ср}(s)}$ и потока тепла $q_{11(s)}$, поступающего в тело вала-шкива, соответственно совпадают со значениями из (3.8) и (3.6), то должно быть:

$$T_{\text{ср}(s)} = \frac{\beta_1 S_2}{\alpha_1}; \quad q_{11(s)} = \frac{4\pi R_1 \lambda_1 S_1}{\alpha_1}; \quad S_2 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{U_n}{\beta_n V_n}. \quad (5.1)$$

Чтобы обеспечить сходимость по этим двум характеристикам в (4.1) и (4.4) следует сохранить лишь два произвольных параметра. Остальные два слагаемых в (4.1), т. е.

$$Q(x) = B_0 \sqrt{1-x^2} + B_1 (1-x^2), \quad (5.2)$$

формула (4.4) принимает вид:

$$\begin{aligned} U_n &= \frac{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}{\mu^n \frac{\beta_1}{2}} B_0 J_1(\mu^n \beta_1) + \frac{\sqrt{\pi} \Gamma(2)}{\left(\mu^n \frac{\beta_1}{2}\right)^{3/2}} B_1 J_{3/2}(\mu^n \beta_1) = \\ &= \frac{\pi}{\beta_1} B_0 \frac{J_1(\mu^n \beta_1)}{\mu^n} + 4 \sqrt{2\pi} (\beta_1)^{3/2} B_1 \frac{J_{3/2}(\mu^n \beta_1)}{\mu^{3n/2}}. \end{aligned}$$

Соответственно изменяется (5.1):

$$\begin{aligned} T_{\text{ср}(s)} &= \frac{1}{\alpha_1} \left[\pi B_0 S_{10} + 4 \sqrt{\frac{2\pi}{\beta_1}} B_1 S_{11} \right]; \\ q_{11(s)} &= \frac{4\pi R_1 \lambda_1}{\alpha_1} \left[\pi B_0 S_{10} + 4 \sqrt{\frac{2\pi}{\beta_1}} B_1 S_{11} \right], \end{aligned} \quad (5.3)$$

где

$$\begin{aligned} S_{10} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(\mu^n \beta_1) \sin(\mu^n \beta_1)}{\mu^n \beta_n V_n} K_n; & S_{20} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1(\mu^n \beta_1)}{\mu^n \beta_n V_n}; \\ S_{11} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_{3/2}(\mu^n \beta_1) \sin(\mu^n \beta_1)}{\mu^{3n/2} \beta_n V_n} K_n; & S_{21} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_{3/2}(\mu^n \beta_1)}{\mu^{3n/2} \beta_n V_n}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Для решения системы (5.3) относительно неизвестных B_0, B_1 необходимо определить численные значения величин S_{ik} согласно (5.4). Эти вычисления оказались несколько затруднительными из-за своеобразия сходимости рядов в (5.4) (несколько первых членов возрастает) и слабого табулирования функций Бесселя [6, 7]. Практически оказалось необходимым в рядах (5.4) сохранить двенадцать членов, что привело к дополнительному определению шести характеристических чисел $\mu^* \div \mu^{12}$ из уравнения (3.2) и нахождению значений функций Бесселя по формулам сложения или непосредственного вычисления рядов.

Например, в результате таких расчетов для вала-шкива из Сч15-32 (ГОСТ 1412-70), имеющего коэффициент теплопроводности $\lambda_1 = 38.87$ ккал/м. час. град, коэффициент теплоемкости $C_1 = 0.122$ ккал/кг. град, удельный вес $\gamma_1 = 7300$ кг/м³; коэффициенты теплоотдачи цилиндрической и торцевой частей $\alpha_1' = 1.4$ ккал/м² и $\alpha_1'' = 23$ ккал/м² час. град, оказалось, что

$$S_{10} = 0.07467; \quad S_{11} = -0.002805; \quad S_{30} = 0.188631; \quad S_{31} = -0.006631.$$

Для пары трения Сч15-32 + 1-43-60А (при чистоте обработки фрикционной поверхности вала-шкива $R_z = 18,5$ мкм, номинальной нагрузке $P = 61,2$ кгс, скорости скольжения $v_{sk} = 1,02$ м/сек, средней поверхностной температуре $T_{(3)} = 148^\circ\text{C}$, потоке тепла $q_{1(3)} = 0,0467$ ккал/сек и среднем коэффициенте трения $f_{\text{ср}} = 0,34$) константы $B_0 = 48700$, $B_1 = 125400$.

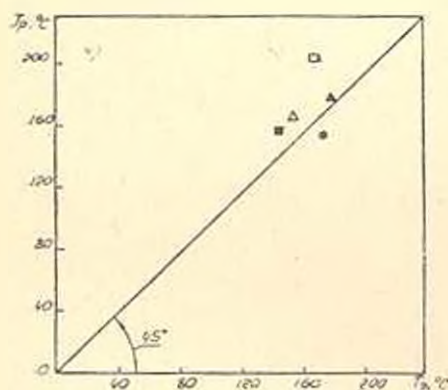


Рис. 2. Значения расчетной (T_p) и экспериментально полученной ($T_э$) поверхностных температур: ■ — 1-43-60А; ● — 6КХ-1Б; ▲ — 42-773-67; □ — АГ-1Б; △ — 8-45-62.

Результаты экспериментальной проверки расчетных значений температур по (3.5), (3.7) и (3.8) для различных асбопластмасс в паре с Сч15-32 ($R_z = 18,5$ мкм; $P = 61,2$ кгс; $v_{sk} = 1,02$ м/сек) приведены на рис. 2. и, как видно, расчетные значения имеют хорошую корреляцию с экспериментом.

С учетом конструктивных особенностей тормозных шкивов, предлагаемые зависимости могут быть применены также для оценки температурных полей в различных колодочных тормозах, широко используемых в технике.

Ե. Ա. ԼԱՄԲԱՐՅԱՆ, Վ. Ի. ՎԱՍԻԼԵՎ, Ա. Կ. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

**Ջերմասիւն ԴԱՇՏԻ ԴԱՆԱԶԵՎ ԱՐԳԵԼԱԿԱՅԻՆ ԱՆԻՎՈՒՄ
ՇՓՄԱՆ ՋԵՐՄՈՒԹՅԱՆ, ԵՐԿԱՐԱՏԵՎ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅԱՆ ԴԵՊՔՈՒՄ**

Ա մ փ ո փ ո լ մ

Քննարկվում է ջերմային դաշտը վերջավոր երկարության պլանի ներսում, երա վրա կենտրոնացնա տեղադրված էրկկոնդային արգելակի երկարատե ազդեցության դեպքում:

Առաջարկվում են հաշվարկային կախումներ ջերմության քանակի և ջանկացած կետում ջերմաստիճանի որոշման համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Чилинадзе А. В. Расчет и исследование внешнего трения при торможении. Изд. «Наука», М., 1967.
2. Ламбарян А. К., Ламбарян Н. А. Тепловой режим и фракционная характеристика асбофрикционных материалов при испытании по схеме «неподвижная колодка — вращающийся цилиндр». Сб. «Трение и износ фракционных материалов». Изд. «Наука», М., 1977.
3. Kounas P. S. and Dimaragonas A. D. The distribution on friction heat between a stationary pin a rotating cylinder. Wear, 19 (1972), 415—424.
4. Лыков А. В. Теория теплопроводности. Изд. «Высшая школа», М., 1967.
5. Лебедев Н. М. Специальные функции и их приложения. Изд. «Физ.-математической литературы», М.—Л., 1963.
6. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. Изд. «Наука», 1968.
7. Ватсон Г. Н. Теория Бесселевых функций. Ч. I и II. Изд. «Иностранная литература», М., 1949.

ГИДРАВЛИКА

Н. Л. МЕЛНИКЯН

О РАСЧЕТЕ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ФОНТАНИРУЮЩИХ
СКВАЖИН

Известно, что родники Араратской равнины гидравлически связаны с приараксинским артезианским бассейном. Опыты показали, что при длительной работе фонтанирующих скважин происходят изменения дебитов и напоров, отличные от обычных законов, установленных для скважин, работающих с откачкой. Для прогноза изменения во времени дебитов ныне действующих и проектируемых фонтанирующих скважин и родников Араратской равнины необходимо установить, хотя бы приближенно, связь между напором и дебитом для групповых фонтанирующих скважин.

Фонтанирующие скважины отличаются от других типов вертикальных скважин следующими особенностями:

1) закономерности изменения во времени дебита и напора в водоносном пласте, в том числе и в скважине, не подчиняются общезвестным законам для скважин, работающих с откачкой;

2) связь между дебитом скважины и понижением напора в скважине нелинейная;

3) при работе взаимодействующих скважин их дебиты нельзя определить методом суперпозиции.

Рассмотрим приток подземных вод к группе совместно работающих фонтанирующих скважин, заложенных на неограниченном в плане напорном водоносном пласте постоянной мощности.

Движение подземных вод в пределах однородного напорного пласта описывается уравнением

$$Km \left(\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) = \mu^* \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (1)$$

где K — коэффициент фильтрации; m — мощность пласта; μ^* — коэффициент упругой водоотдачи; H — напор в точке (x, y) в момент времени t .

Для группы скважин задача сводится к решению системы уравнений (1) при следующих условиях для каждой скважины:

$$H(x, y, 0) = H_0 = \text{const}; \quad (2)$$

$$H(r, \infty, t) = H_0 = \text{const}; \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial H}{\partial r} \right|_{r=r_i} = \frac{Q_i(t)}{2\pi K m r_{0i}}; \quad r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}. \quad (4)$$

где i — номер скважины; H_e — напор в естественных условиях ($t=0$); $Q_i(t)$ — дебит скважины, определяемый выражением

$$Q_i(t) = \varphi_i \pi r_{0i}^2 \sqrt{2g [H(r_{0i}, t) - H_{0i}]}. \quad (5)$$

В формуле (5) $H_{0i} < H(r_{0i}, t) < H_e$; H_{0i} — отметки устьев скважин; $H(r_{0i}, t)$ — напор в скважине; r_{0i} — ее радиус; φ_i — коэффициент скорости движения воды в скважине:

$$\varphi_i = \frac{1}{\sqrt{1 + \zeta_i}}; \quad \zeta_i = \lambda_i \frac{l_i}{2r_{0i}}; \quad (6)$$

λ_i — коэффициент сопротивления; l_i — глубина скважины.

Аналитическое решение уравнения (1) при краевых условиях (2) — (5) пока неизвестно.

Уравнение (1) является нелинейным относительно краевого условия (4), которое изменяется во время по неизвестному закону, подлежащему определению. Это обстоятельство усложняет решение задачи. Нами в АрмНИИВПнГ разработан способ решения уравнения (1) при краевых условиях (2) — (5) методом математического моделирования на гидронтеграторе (АВМ) системы Лукьянова. Этим способом решена обобщенная задача для взаимодействующих скважин. При этом исследовано взаимодействие группы фонтанирующих скважин для различных вариантов их числа, расстояний между ними и расположения в плане. Было принято, что взаимодействующие скважины имеют одинаковые параметры:

$$r_{01} = r_{02} = \dots = r_0; \quad H_{01} = H_{02} = \dots = H_0; \quad \varphi_1 = \varphi_2 = \dots = \varphi.$$

Все эти варианты рассмотрены для различных гидрогеологических условий.

В общей сложности рассмотрено 40 вариантов, которые были разбиты на определенные группы. В пределах одной группы менялись значения только одного параметра (расстояние между скважинами, или их число, или расположение в плане, или гидрогеологические параметры и т. д.). Таким образом, была выявлена роль каждого из этих параметров. При решении задачи в каждом варианте измерялись дебиты, высоты фонтанов и понижения напора в водоносном пласте в различные моменты времени.

Согласно проведенным исследованиям дебит фонтанирующих скважин можно представить в виде

$$Q_i = f(K, m, \mu^*, r_0, H_n, t, \sigma_i, n), \quad (7)$$

где H_n — начальный положительный напор ($H_n = H_e - H_0$);

σ_i — расстояния между i -й и остальными скважинами;

n — число скважин.

Используя метод А. Л. Мангаара [6], получены основные безразмерные комплексы, состоящие из параметров, характеризующих процесс фильтрации, а именно:

$$\pi_1 = \bar{Q} = \frac{Q}{KmH_0}, \quad \pi_2 = \tau_0 = \frac{at}{r_0^2}, \quad a = \frac{km}{\mu^*}, \quad \pi_3 = \tau_1 = \frac{at}{r_1^2}. \quad (6)$$

Чтобы найти зависимость (7), строится график функции $\bar{Q} = f(\tau_0, \tau_1)$ (рис. 1). На рис. 1 по оси абсцисс отложены значения

$$x = \ln \tau_0 - \sum_{i=1}^{n-1} E_i \left(-\frac{1}{4\tau_i} \right),$$

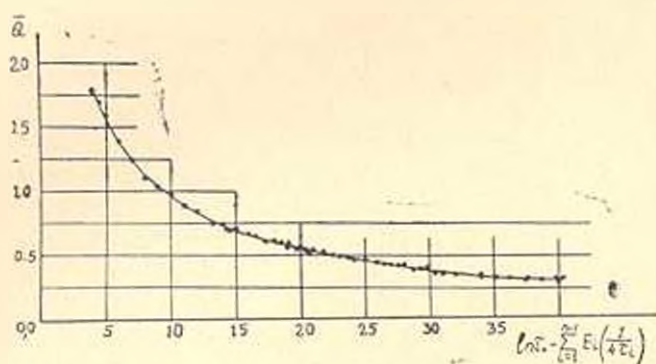


Рис. 1. Зависимость $\bar{Q} = f(\tau_0, \tau_1)$.

а на оси ординат — $y = \bar{Q}$. Полученные точки хорошо ложатся на кривую, уравнение которой можно представить в виде

$$y = dx^b \exp(cx), \quad (9)$$

где d , b и c — постоянные коэффициенты; их значения определяются методом наименьших квадратов. Логарифмируя (9), получим:

$$\ln y = \ln d + b \ln x + cx. \quad (10)$$

Согласно методу наименьших квадратов наилучшими коэффициентами будут те, для которых сумма квадратов отклонений

$$S(d, b, c) = \sum_{j=1}^N [(\ln d + b \ln x_j + cx_j) - y_j]^2 \quad (11)$$

будет минимальной.

Используя условия нахождения экстремума функции нескольких переменных, из (11) получаем следующую систему уравнений для определения d , b и c ($\frac{\partial S}{\partial d} = 0$; $\frac{\partial S}{\partial b} = 0$; $\frac{\partial S}{\partial c} = 0$):

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^N |(\ln a + b \ln x_j + cx_j) - \ln y_j| &= 0, \\ \sum_{j=1}^N [(\ln a + b \ln x_j + cx_j) - \ln y_j] \ln x_j &= 0, \\ \sum_{j=1}^N |(\ln a + b \ln x_j + cx_j) - \ln y_j| x_j &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

где N — число точек на графике.

Решая систему (12) при $N=10$ (число характерных точек, взятых из рис. 1), получим:

$$d = 4,9; \quad b = -0,672; \quad c = -0,00887.$$

Тогда для дебитов скважин согласно (9) — (12) в конечном виде получим:

$$Q_i(t) = \frac{4\pi Km H_a}{R_{oi}},$$

где

$$\begin{aligned} R_{oi} &= 2,57 [\ln \tau_0 + \beta_0]^{z_1} [\tau_0 \exp(\beta_0)]^{z_2}; \quad \beta_0 = -\sum_{i=1}^{n-1} E_i \left(-\frac{1}{4\tau_i} \right); \\ \tau_0 &= \frac{at}{r_0^2}; \quad \tau_i = \frac{at}{r_i^2}; \quad z_1 = 0,672; \quad z_2 = 0,00887. \end{aligned} \quad (13)$$

Понижение напора в водоносном пласте при работе одиночной скважины определяется по формуле:

$$S(r, t) = -\frac{Q(t)}{4\pi Km} R, \quad (14)$$

где

$$R = \left(\frac{at}{r^2} \right)^{0,65} E_i \left(-\frac{r^2}{4at} \right).$$

Тогда для понижения напора в водоносном пласте при работе n скважин приближенно можно написать:

$$S_{oi} = -\sum_{i=1}^n \frac{Q_i(t)}{4\pi Km} R_i, \quad (15)$$

где

$$R_i = \left(\frac{at}{r_i^2} \right)^{0,65} E_i \left(-\frac{r_i^2}{4at} \right);$$

r_i — расстояние от точки, где определяется понижение напора, до i -й скважины.

С целью оценки точности формулы (15) были рассчитаны понижения напора по этой формуле и сравнены с результатами моделирования (табл. 1).

Таблица 1

Понижения напора в водоносном пласте

Продолжительность фонтанирования, t , сут	Дебиты скважин №№ 1; 2; 3 Q_i , л/сек		№№ наблюдательных точек	Расстояния наблюдательных точек от скважины r_i , м			Понижение напора $S_{\text{пл}}$, м		Ошибка (%) $\frac{ [8] - [9] }{[8]} \cdot 100$
	$Q_1 = Q_2$	Q_3		r_1	r_2	r_3	из модели	по формуле (15)	
5	353	334	1	845	600	845	6,0	5,7	5,0
			2	1800	1200	600	4,0	3,8	5,0
			3	1340	845	600	5,1	4,8	5,3
50	290	278	1	845	600	845	12,8	12,6	1,6
			2	1800	1200	600	10,2	10,0	2,0
			3	1340	845	600	11,8	11,5	2,5

Как видно из табл. 1, формула (15) дает достаточно точные значения и можно рекомендовать для расчета понижения напора в водоносном пласте при работе взаимодействующих скважин.

По формуле (13) проведены расчеты по определению дебитов взаимодействующих скважин (№№ 121, 121а, 121б). В плане скважины расположены на вершинах треугольника на расстоянии друг от друга:

$$r_{(121^a \div 121^b)} = 33 \text{ м}; \quad r_{(121^a \div 121)} = 19 \text{ м}; \quad r_{(121 \div 121^b)} = 15 \text{ м}.$$

Использование воды проводилось следующим режимом: в течение 45 часов фонтанировали скважины 121^а и 121^б, а в течение последующих 25 часов производилась опытная подача воды из трех скважин.

Результаты расчетов и их сравнение с натурными измерениями, выполненными ПНИИНС-ом [5], приводятся в табл. 2.

Таблица 2

Дебит взаимодействующих фонтанирующих скважин

№№ скважин	K , м/сут	m , м	$H_{\text{пл}}$, м	$r_{\text{ср}}$, м	r_0 , м	α^2	Дебит скважин, л/сек		Ошибка (%) $\frac{ [8] - [9] }{[8]} \cdot 100$
							измеренный	по формуле (13)	
121 ^а	65	50	18,65	23,0	0,15	0,4	167	171	- 3,6
121 ^б	133	50	18,65	34,0	0,15	0,4	517	392	+ 24,0
121	390	50	18,45	6,5	0,15	0,4	291	372	- 21,8
Суммарный							975	925	+ 5,1

Как видно из табл. 2, хорошее совпадение дебитов получилось только для скважины 121^а, а для остальных скважин отклонения большие.

Это можно объяснить тем, что при определении значений коэффициента фильтрации (K) на основе натуральных наблюдений, по-видимому, была допущена ошибка. Иначе мало вероятно, что на такой маленькой площадке, на которой расположены скважины №№ 121^а, 121^б, 121, имеет место такое резкое различие между значениями коэффициента K (от 65 м/сут до 390 м/сут). Если предположить, что эти значения K определены правильно, то не ясно, почему при большом значении K (390 м/сут) дебит скважины 121 получился меньше (291 л/сек) дебита скважины 121^б (517 л/сек), для которой коэффициент фильтрации сравнительно мал (133 м/сек).

Ввиду того, что мы не располагали результатами более корректно поставленных натуральных исследований взаимодействующих фонтанирующих скважин, нами были использованы результаты измерений на скважинах 121, 121^а, 121^б.

В заключение отметим, что расчетные формулы (13) и (15) достаточно точны и их можно рекомендовать для расчетов взаимодействующих фонтанирующих скважин.

АрмНИИВНИГ

Поступило 16.V.1977.

Ն. Լ. ՄԱՐԿԵՅԱՆ

ՀԱՌՄԱՆՆԵՂ ԳՈՐԾՈՂ ՇԱՏՐՎԱՆՈՂ ՀՈՐԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՈՐԱՌՆ

Ա. մ փ ո փ ու մ

Հոգվածում բերված են մեկ շերտանի առաձգական միջավայրում, ոչ հաստատուն ֆիլտրացիոն շարժման դեպքում, մի քանի շատրվանող հորերի համատեղ աշխատանքի ուսումնասիրության արդյունքները:

Կիրառելով մաթեմատիկական մոդելավորման տեսությունը, հիդրոինտեգրատորի վրա լուծված է համատեղ պորժող շատրվանող հորերի համար բնդհանրացված խնդիր:

Օգտվելով շափողականության տեսությունից և նվազագույն քառակուսիների մեթոդից, ստացվել են հաշվարկային բանաձևեր շատրվանող հորերի հորերի և քրատար շերտում ճնշման տնկման մեծությունները ժամանակի ցանկացած մոմենտին որոշելու համար:

Ստացված բանաձևերի ստուգումը ցույց է տվել, որ այդ բանաձևերը ապահովում են բավարար ճշտություն, ուստի կարելի է առաջարկել դործնականում օգտագործելու համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ананян А. К. Дренаж при освоении содовых соляных озер. Изд. «Колос», М., 1971.
2. Бочевер Ф. М., Веригин Н. Н. Методическое пособие по расчетам эксплуатационных запасов подземных вод для водоснабжения. Госстройиздат, 1961.
3. Жернов И. Е., Шестаков В. М. Моделирование фильтрации подземных вод. Изд. «Недра», М., 1971.
4. Шелкачев В. Н. Основные уравнения движения упругой жидкости в упругой пористой среде. ДАН СССР, т. 52, № 2, 1946.
5. Отчет ПНИИИС-а. О результатах изысканий подземных вод на центральном участке Араратской равнины (сс. Харатлу—Агамзалу). Части I, II, 1966.
6. Langhaar A. L. Analyse dimensionnelle et la theorie de maquettes. Paris, 1956.

ГИДРАВЛИКА

Р. М. МИРЗАХАНИЯН, Р. Е. АКОПЯН, Н. Х. ДАННЕЛЯН

ПНЕВМОТРАНСПОРТ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ
В ПЛОТНОМ СЛОЕ

Преимущества пневматического способа транспортирования сыпучих материалов общеизвестны. Во многих случаях целесообразно применение пневмотранспорта в плотном слое движущейся аэросмеси. При этом высокие потери напора окупаются незначительным износом трубопровода и частиц сыпучего материала, низким расходом энергии и удобством обеспыливания отработанного воздуха. Движущаяся в плотном слое аэросмесь обычно состоит из двух фаз: газовых пузырей и агрегатов твердых частиц, пористость которых практически равна пористости напрыхлого неподвижного слоя данного материала. При транспортировании порошкообразных материалов (до 0,1 мм) размеры пузырей газа в аэросмеси обычно меньше диаметра трубы. Такие аэросмеси рассматриваются как гомогенные системы с средней плотностью. Они изучены достаточно полно [1; 2], и их пневмотранспорт в плотном слое успешно применяется в технике. При транспортировании более крупнозернистых материалов (от 0,1 до 5 мм и больше) размеры газовых пузырей превышают диаметр трубы, и аэросмесь перемещается в виде поршней твердых частиц и пузырей воздуха (рис. 1). В горизонтальных трубах твердый материал транспортируется «дюнами» [3]: пузырь воздуха занимает приблизительно верхнюю половину сечения трубы. Слой частиц, находящийся под пузырем, неподвижен. Когда пузырь над этими частицами проходит дальше по трубе, вместо него поступают новые порции частиц, то все частицы по всему сечению начинают перемещаться.

Пневмотранспорт крупнозернистых материалов изучен недостаточно и его осуществление в технике представляет определенную трудность. Настоящая работа посвящена вопросам осуществления и расчета пневмотранспорта этих материалов по вертикальным и горизонтальным направлениям. Движущаяся аэросмесь рассматривается как двухфазная система, что более точно выражает физическую сущность процесса транспорта.

Пневмотранспорт осуществляется при помощи камерного питателя по схеме, изображенной на рис. 1 [1]. Транспортируемый материал загружается в емкость 1 через люк 2, который затем закрывается. Поддаваемый через вентиль 3 сжатый воздух, фильтруясь через слой материала в емкости, вызывает псевдооживление твердых частиц у входа

транспортной трубы 4 и уносит их с собой через эту трубу. Камерный питатель обеспечивает определенное соотношение λ_0 количеств воздуха и транспортируемого материала в начале транспортной трубы [2]. Для создания в трубе более низкой концентрации аэросмеси, с целью уменьшения необходимого перепада давления и предотвращения забивки материала, через ventиль 5 в трубу подается дополнительное количество воздуха.

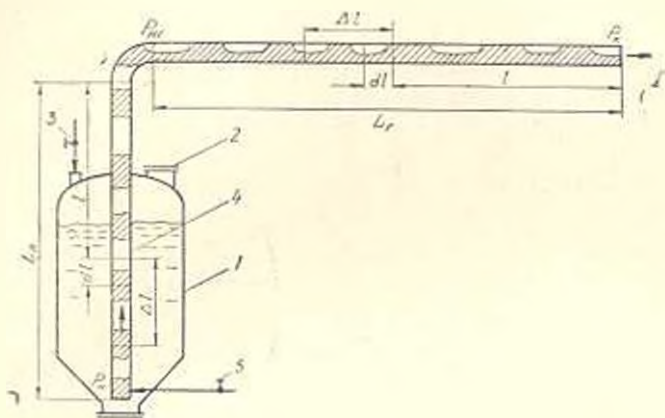


Рис. 1. Установка пневмотранспорта.

В транспортных линиях перепад давления, в основном, имеет место в движущихся поршнях; в пузырях им можно пренебречь. На концах элементарного участка поршня длиной dl , перепад давления dP определяется уравнением

$$dP = dP_n + dP_r, \quad (1)$$

где dP_n — потери давления, необходимые для приведения частиц в подвижное (псевдооживленное) состояние (в вертикальных участках — это давление, теряемое на преодоление веса столба частиц); dP_r — потери давления на трение частиц о стенку трубы.

dP_n определяется как

$$dP_n = \Delta p_0 dl_n, \quad (2)$$

где Δp_0 — удельный перепад давления, при котором начинается пневмотранспорт. Для вертикального потока

$$\Delta p_0 = \rho_r (1 - \epsilon) g, \quad (3)$$

где ρ_r — плотность твердых частиц; ϵ — пористость поршня; g — ускорение силы тяжести. Способ определения Δp_0 для горизонтального потока описывается позже.

В результате обработки опытных данных пневмотранспорта различных сыпучих материалов нами найдено следующее уравнение для определения потерь давления на трение ΔP_r на участке поршня длиной Δl_n :

$$Eu = \frac{C}{Fr^{0.8} \Phi} \left(\frac{d}{D} \right)^{0.3} \frac{\Delta P_n}{D} \quad (4)$$

Здесь

$$Eu = \frac{\Delta P_r}{\rho_r (1 - \varepsilon) \beta^2} \quad (5)$$

$$Fr = \frac{\beta^2}{gD} \quad (6)$$

— модифицированные критерии Эйлера и Фруда. В выражениях (4), (5) и (6) β — скорость движения частиц (поршней); d — диаметр шара, эквивалентного по объему данной частице; D — диаметр трубы; Φ — коэффициент формы частиц; C — коэффициент (для вертикального потока $C=2.56$, для горизонтального — $C=2$). Из уравнений (4), (5) и (6) получим выражение для определения dP_r :

$$dP_r = \frac{C g^{0.8} \rho_r (1 - \varepsilon) d^{0.3} \beta^{0.4}}{\Phi D^{0.5}} dl_n \quad (7)$$

Таким образом вместо (1) имеем:

$$dP = \left[\Delta P_s + \frac{C g^{0.8} \rho_r (1 - \varepsilon) d^{0.3} \beta^{0.4}}{\Phi D^{0.5}} \right] dl_n \quad (8)$$

Одновременно перепад давления dP обуславливается трением газа о частицы при его относительном движении через поры движущихся поршней. Наряду с уравнением (1) dP можно определить уравнением Дарси-Вейсбаха, вводя в него относительную скорость газа u .

$$dP = \lambda \frac{3(1 - \varepsilon)}{2^{0.5} \Phi} \cdot \frac{\rho u^2}{2d} dl_n \quad (9)$$

где λ — коэффициент сопротивления; ρ — плотность газа. λ зависит от гидродинамического режима движения газа через поры поршней, определяемого величиной критерия Рейнольдса

$$Re = \frac{2u_r \Phi d}{3(1 - \varepsilon) \mu} \quad (10)$$

где μ — вязкость газа. Скорость u относится ко всему сечению трубы и определяется выражением

$$u = (\omega - \beta) \varepsilon \quad (11)$$

где ω — скорость газа в порах поршней. Для определения λ нами предложено следующее уравнение:

$$\lambda = \frac{122.3}{Re} \frac{u_0}{u} + 2.34 \left(\frac{u_0}{u} \right)^{0.25} \quad (12)$$

где u_0 — скорость газа в точке начала пневмотранспорта. Для вертикального потока эта скорость (u_{0n}) есть скорость начала псевдооживления и может определяться известными в литературе уравнениями. В горизонтальной трубе пневмотранспорт начинается при скорости u_{0r} , меньшей u_{0n} . Эти скорости связаны соотношением [3]

$$u_{0r} = 0,733u_{0n}. \quad (13)$$

Написав уравнение (9) для участка поршня длиной $\Delta l_n = 1$ м и подставляя в него, а также в уравнения (10) и (12) значение u_{0r} вместо u , можно найти Δp_0 для горизонтального потока.

С учетом (10) и (12) уравнение (9) примет вид:

$$dP = \left[\frac{137,59(1-\varepsilon)^2 u_0^4}{\varepsilon^3 \Phi^2 d^2} + 1,755 \frac{(1-\varepsilon) \rho u_0^{0,25} u^{1,75}}{\varepsilon^3 \Phi d} \right] dl_n. \quad (14)$$

Выразим переменные ρ и u_0 в данном сечении трубопровода (где давление P) через постоянные величины плотности и скорости газа (ρ_k, u_{0k}) под давлением P_k в конечном сечении трубопровода:

$$\rho = \rho_k \frac{P}{P_k}. \quad (15)$$

$$u_0 = u_{0k} \left(\frac{P_k}{P} \right)^z. \quad (16)$$

Здесь показатель степени z зависит от режима падения одиночной частицы, выражаемого приведенным критерием Рейнольдса [4]

$$Re_z = \frac{u_{0k} d \rho_k}{\mu}. \quad (17)$$

При $Re_z \leq 0,5$ $z = 0$; $0,5 < Re_z < 750$ $z = 0,285$; $Re_z > 750$ $z = 0,5$.

Чтобы интегрировать уравнения (8) и (14) по длине транспортной трубы (l) надо dl_n выразить через элементарную длину dl . В вертикальной или горизонтальной части трубопровода рассмотрим участок небольшой длины Δl (рис. 1). Длина Δl равна сумме длин движущихся поршней Δl_n и пузырей Δl_0 в этом участке:

$$\Delta l = \Delta l_n + \Delta l_0. \quad (18)$$

Из общего расхода воздуха Q часть Q_n проходит сквозь поршни, другая часть Q_0 — в виде пузырей:

$$Q = Q_n + Q_0. \quad (19)$$

Q_n определяется так:

$$Q_n = w F v, \quad (20)$$

где F — площадь сечения трубы. Скорости движения поршней и пузырей v одинаковы и могут быть выражены выражениями:

$$\beta = \frac{G \Delta l}{F \rho_T (1 - \varepsilon) \Delta l_n}; \quad (21)$$

$$\beta = \frac{G}{F \rho_T (1 - \varepsilon)} + \frac{Q_0}{F a}; \quad (22)$$

где G — массовый расход твердых частиц; a — коэффициент, учитывающий степень заполнения сечения трубы пузырями (для вертикального потока $a = 1$).

Расход воздуха Q в сечении трубы, где давление P , можно выразить через расход Q_k и давление P_k :

$$Q = \frac{Q_k P_k}{P}. \quad (23)$$

Из (18), (19), (20), (22) и (23) получается следующее выражение для определения β :

$$\beta = \frac{[Ga - F \rho_T (1 - \varepsilon) u] P + Q_k P_k \rho_T (1 - \varepsilon)}{F \rho_T (1 - \varepsilon) (a + \varepsilon) P}, \quad (24)$$

а с учетом (21), написав его в дифференциальной форме,

$$dl_n = \frac{G(a + \varepsilon) P}{[Ga - F \rho_T (1 - \varepsilon) u] P + Q_k P_k \rho_T (1 - \varepsilon)} dl. \quad (25)$$

Подставляя значения dl_n и β из (25) и (24) в (17) и (14), с учетом (15) и (16) получаем окончательные дифференциальные уравнения:

$$dP = \left[\frac{137,59(1 - \varepsilon)^2 u_{0k} P_k^{2,11}}{\varepsilon^3 \Phi^2 d^2 P^2} + \frac{1,755(1 - \varepsilon) u_{0k}^{0,25} \rho_k P^{1-0,25} u}{P_k^{1-0,25} \varepsilon^2 \Phi d} \right] \times \\ \times \frac{G(a + \varepsilon) P}{[Ga - F \rho_T (1 - \varepsilon) u] P + Q_k P_k \rho_T (1 - \varepsilon)} dl; \quad (26)$$

$$dP = \left\{ \Delta p_0 + \frac{C g^{0,8} \rho_T (1 - \varepsilon) d^{0,3}}{\Phi D^{0,5}} \left[\frac{[Ga - F \rho_T (1 - \varepsilon) u] P + Q_k P_k \rho_T (1 - \varepsilon)}{F \rho_T (1 - \varepsilon) (a + \varepsilon) P} \right]^{0,4} \right\} \times \\ \times \frac{G(a + \varepsilon) P}{[Ga - F \rho_T (1 - \varepsilon) u] P + Q_k P_k \rho_T (1 - \varepsilon)} dl. \quad (27)$$

В полученных уравнениях переменными являются P , l и u . Система решается одним из численных методов отдельно для каждого участка горизонтального — длиной L_r и вертикального — длиной L_n . При заданных значениях Q_k , G , L_r , L_n , D и P_k определяются давления в начале горизонтального участка P_{nr} и в начале вертикального участка P_n (рис. 1). Анализ расчетных уравнений показывает, что с увеличением Q_k при данной производительности G давление P_n уменьшается из-за уменьшения концентрации движущейся аэросмеси. Выбор значения Q_k

производится между его крайними значениями. Максимальное значение Q_k соответствует скорости оседания (v_1) или зависания (v_2) газа, при которых плотная фаза пневмотранспорта превращается в разбавленную фазу. Эти скорости можно определить уравнениями, приведенными в [5]. Минимальное значение Q_k соответствует значению n_0 ; для данного материала его можно определить экспериментально. После выбора Q_k и расчета P_{II} определяется действительное значение удельного расхода газа n по уравнению:

$$n = \frac{Q_k P_k}{P_{II} G} \quad (29)$$

По условию расчета должно быть $n > n_0$. Количество газа, соответствующее n_0 , поступает в транспортную трубу через ее нижний конец. Количество газа, соответствующее $n - n_0$, поступает в трубу дополнительно.

Выведенные уравнения были применены для расчета линий пневмотранспорта кварцевого песка с параметрами: $\varepsilon = 0,47$; $\mu_{0k} = 0,0726$ м/сек; $\Phi = 0,828$; $d = 0,23$ мм; $z = 0,285$; $\rho_1 = 2640$ кг/м³; $n_0 = 0,0009$ м³/кг; $a = 0,5$; $\rho_k = 1,24$ кг/м³; $P_k = 90600$ н/м². Для пневмотранспортной установки диаметром труб $D = 77$ мм, $L_r = 10$ м и $L_n = 4$ м при $G = 1,2$ кг/сек и $Q_k = 0,003$ м³/сек по результатам расчета $P_{II} = 199510$ н/м², $n = 0,00114$; при $G = 1,2$ кг/сек и $Q_k = 0,008$ м³/сек — $P_{II} = 132090$ н/м², $n = 0,0046$; при $G = 3$ кг/сек и $Q_k = 0,008$ м³/сек — $P_{II} = 192710$ н/м², $n = 0,001255$. Экспериментальные данные с достаточной точностью совпадают с этими и другими расчетными данными. При $D = 0,1$ м, $L_r = 100$ м, $L_n = 10$ м, $G = 3,5$ кг/сек, $Q_k = 0,035$ м³/сек получается $P_{II} = 400630$ н/м², $n = 0,002261$.

ЕрПМ им. К. Маркса

Поступило 16 X 1977

Ի. Մ. ՄԻՐՉԱԽԱՆՅԱՆ, Ի. Ն. ՀԱԽՈՅԱՆ, Ն. Խ. ԿԱՆՈՆՅԱՆ

ՍՈՐԲԻՆ ԱՅՈՒԹԵՐԻ ՊՆԵՎՈՏՏՐԱՆՍՊՈՐՏ ԽԵՏ ՇԵՐՏՈՎ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Առաջարկված է նորիդոնական և ուղղաձիգ ուղղաթիշուններով խոշորահատիկ սորուն նյութների պենետրանսպորտի իրականացման եղանակը: Ստացված են բանաձևեր տեղափոխման համար սննդամիջոց ճնշումը հաշվելու համար՝ կախված պրինց մասնիկների արտադրողականությունից, օդի ծախսից, խողովակաշարի երկարությունից և տրամադրված բերված փորձնական տվյալների հաստատում են բանաձևերի ճշտությունը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гаспарян А. М., Акипян Р. Е. Авторское свидетельство № 107815, 12.VII, 1957.
2. Гаспарян А. М., Акипян Р. Е. «Химическая промышленность», № 7, 1965.
3. Даниелян Н. Х., Мирзаханян Р. М. «Междуузовский сборник научных трудов», серия XIX, хим. техн., вып. 1, Ереван, 1974.
4. Мирзаханян Р. М., Мирзаханян А. Г. «Межоуз. сб. научных трудов», серия XIX, хим. техн., вып. 1, Ереван, 1974.
5. Псевдоожождение. Под ред. Дэвидсона Н. Ф. и Харрисона Д. М. Изд. «Химия», 1974.

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Вл. А. АМБАРЦУМЯН

ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАМНОЙ КОНСТРУКЦИИ
МИНИМАЛЬНОГО ОБЪЕМА ПРИ ЗАДАННОМ ЗНАЧЕНИИ
ОСНОВНОЙ ЧАСТОТЫ

Рассматриваются вопросы проектирования рамных конструкций минимального объема (массы) при заданном значении основной частоты свободных горизонтальных колебаний. Такая постановка задачи может быть рассмотрена как определенное приближение к сложной и в то же время актуальной проблеме оптимального проектирования сейсмостойких зданий и сооружений [1]. Например, можно предложить такую схему оптимального проектирования: сначала определяется частота основного тона свободных колебаний конструкции, исходя из условий минимума сейсмических нагрузок и различных прочностных или конструктивных требований, затем, по заданному значению основной частоты, синтезируется конструкция каркаса, но так, чтобы распределение материала было бы оптимальным.

Вопросу проектирования конструкций минимального объема (массы), при заданной собственной частоте, посвящены исследования [2-7]. В них рассматриваются колебания стержней с различными опорными закреплениями. В настоящей работе рассматриваются горизонтальные колебания рамной системы.

Динамическая расчетная схема принимается в виде системы с конечным числом степеней свободы. Уравнения движения составляются используя метод деформаций, применение которого дает значительное преимущество для получения аналитического решения задачи. Схема рассматриваемой рамы приведена на рис. 1. Составим уравнения статической деформации под действием горизонтальных сил $P_1, P_2, \dots, P_n$ [8]. Уравнение равенства моментов для узла ij имеет вид:

$$2s_{ij} \varphi_{i-1, j} + 2r_{i, j-1} \varphi_{i, j-1} + 4(s_{ij} + r_{i, j-1} + r_{i, j} + s_{i+1, j}) \varphi_{ij} + \\ + 2r_{ij} \varphi_{i, j+1} + 2s_{i+1, j} \varphi_{i+1, j} - 6 \frac{s_{ij}}{H_i} y_i - 6 \frac{s_{i+1, j}}{H_{i+1}} y_{i+1} = 0.$$

Для получения остальных уравнений нужно принять:

$$r_{i0} = r_{ik} = s_{n+1, j} = \varphi_{0j} = y_{n+1} = 0, \\ i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

Уравнение поперечных сил для i -го этажа имеет вид:

$$6 \sum_{j=1}^n \frac{S_{ij}}{H_i} (\varphi_{ij} + \varphi_{i-1,j}) - 12 \sum_{j=1}^n \frac{S_{ij}}{H_i^2} y_i + \sum_{z=i}^n P_z = 0; \quad (2)$$

остальные уравнения получим, если примем $i=1, 2, \dots, n$, $\varphi_{0j}=0$.

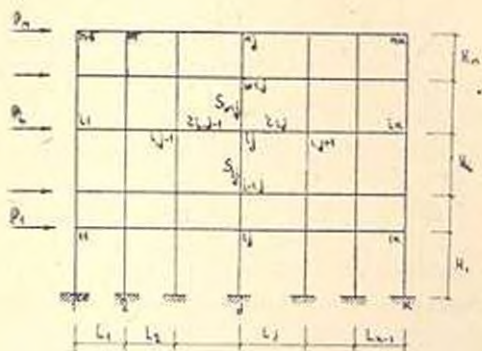


Рис. 1. Схема рамы.

Здесь s_{ij} — погонная жесткость j -ой стойки i -го этажа; r_{ij} — погонная жесткость j -го ригеля i -го этажа; φ_{ij} — угол поворота узла с координатами i и j ; y — разность перемещений i -го и $(i-1)$ -го этажей. Стержни рамы имеют прямоугольное сечение. В дальнейшем примем, что отношение высоты сечения стержня к его длине (γ) задано и в данном случае для всех элементов постоянно, следовательно, поперечное сечение каждого элемента характеризуется одним параметром. Имеем:

$$s_{ij} = \frac{E\gamma^2}{12} H_i F_{ij}^{(s)} = \gamma H_i F_{ij}^{(s)}; \quad r_{ij} = \frac{E\gamma^2}{12} L_j F_{ij}^{(r)} = \gamma L_j F_{ij}^{(r)}, \quad (3)$$

где E — модуль упругости материала стержня; $F_{ij}^{(s)}$ — площадь поперечного сечения j -ой стойки i -го этажа; $F_{ij}^{(r)}$ — площадь поперечного сечения j -го ригеля i -го этажа.

Уравнения свободных колебаний получим, принимая

$$P_i = -m_i (y_1 + y_2 + \dots + y_n)''', \quad (4)$$

где m_i — масса, сосредоточенная в уровне i -го этажа; $(y_1 + y_2 + \dots + y_n)'''$ — ускорение массы i -го этажа. При одночастотных колебаниях

$$\varphi_{ij} = \varphi_{ij}^* \sin \omega t; \quad y_i = y_i^* \sin \omega t, \quad (5)$$

где ω — круговая частота свободных колебаний; φ_{ij}^* , y_i^* — амплитудные значения соответствующего угла поворота и деформации этажа. Подставляя (3), (4) и (5) в (1) и (2), опуская звездочки при φ и y и умножая (2) на -1 , получим:

$$\begin{aligned} \Phi_{ij} = & 2H_i F_{ij}^{(s)} \varphi_{i-1, j} + 2L_{j-1} F_{i, j-1}^{(s)} \varphi_{i, j-1} + 4(H_i F_{ij}^{(s)} + L_{j-1} F_{i, j-1}^{(s)} + \\ & + L_j F_{ij}^{(s)} + H_{i+1} F_{i+1, j}^{(s)}) \varphi_{ij} + 2L_j F_{ij}^{(s)} \varphi_{i, j+1} + 2H_{i+1} F_{i+1, j}^{(s)} \varphi_{i+1, j} - \\ & - 6F_{ij}^{(s)} y_i - 6F_{i+1, j}^{(s)} y_{i+1} = 0; \end{aligned} \quad (6)$$

$$i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, k;$$

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_i = & -6 \sum_{j=1}^k F_{ij}^{(s)} (\varphi_{ij} + \varphi_{i-1, j}) + 12 \sum_{j=1}^k \frac{F_{ij}^{(s)}}{H_i} y_i - \\ & - \sum_{i=1}^n m_i \frac{a^2}{2} (y_1 + y_2 + \dots + y_i) = 0; \end{aligned} \quad (7)$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

При поиске оптимальных параметров каркаса считаем $m_i = \text{const}$. Это допущение можно считать приемлемым, так как обычно собственная масса элементов каркаса мала по сравнению с внешней вертикальной нагрузкой. Геометрическая схема каркаса считается заданной.

Итак, задача формулируется следующим образом: требуется определить минимум объема рамы

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k F_{ij}^{(s)} H_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k-1} F_{ij}^{(s)} L_j$$

при условиях (6) и (7).

Задача решается применением множителей Лагранжа. Составляем функцию Лагранжа

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k F_{ij}^{(s)} H_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{k-1} F_{ij}^{(s)} L_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k \lambda_{ij} \Phi_{ij} + \sum_{i=1}^n \bar{\lambda}_i \bar{\Phi}_i, \quad (8)$$

где λ_{ij} , $\bar{\lambda}_i$ — неизвестные множители Лагранжа. Из условия минимума функции Z имеем:

$$\frac{\partial Z}{\partial \varphi_{ij}} = 0; \quad \frac{\partial Z}{\partial y_i} = 0; \quad \frac{\partial Z}{\partial F_{ij}^{(s)}} = 0; \quad \frac{\partial Z}{\partial F_{i+1, j}^{(s)}} = 0. \quad (9)$$

Тогда получим

$$\begin{aligned} & 2H_i \lambda_{i-1, j} F_{ij}^{(s)} + 2L_{j-1} \lambda_{i, j-1} F_{i, j-1}^{(s)} + 4[H_i F_{ij}^{(s)} + L_{j-1} F_{i, j-1}^{(s)} + \\ & + L_j F_{ij}^{(s)} + H_{i+1} F_{i+1, j}^{(s)}] \lambda_{ij} + 2L_j \lambda_{i, j+1} F_{ij}^{(s)} + \\ & + 2H_{i+1} \lambda_{i+1, j} F_{i+1, j}^{(s)} - 6\bar{\lambda}_i F_{ij}^{(s)} - 6\bar{\lambda}_{i+1} F_{i+1, j}^{(s)} = 0; \end{aligned} \quad (10)$$

$$i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, k;$$

$$\begin{aligned} & -6 \sum_{j=1}^k F_{ij}^{(s)} (\lambda_{ij} + \lambda_{i-1, j}) + 12 \sum_{j=1}^k \frac{F_{ij}^{(s)}}{H_i} \bar{\lambda}_i - \sum_{i=1}^n \frac{a^2}{2} m_i (\bar{\lambda}_1 + \dots + \bar{\lambda}_i) = 0; \end{aligned} \quad (11)$$

$$i = 1, 2, \dots, n;$$

$$H_i + \lambda_{ij} [2H_i \varphi_{i-1,j} + 4H_i \varphi_{ij} - 6y_i] + \lambda_{i-1,j} [2H_i \varphi_{ij} + 4H_i \varphi_{i-1,j} - 6y_i] + \\ + \bar{\lambda}_i \left[-6\varphi_{ij} - 6\varphi_{i-1,j} + 12 \frac{y_i}{H_i} \right] = 0; \quad (12)$$

$$i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, k;$$

$$L_j + \lambda_{ij} [4L_j \varphi_{ij} + 2L_j \varphi_{i,j+1}] + \lambda_{i,j+1} [2L_j \varphi_{ij} + 4L_j \varphi_{i,j+1}] = 0; \quad (13)$$

$$i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, k-1.$$

Сравнение уравнений (10) и (11) с (6) и (7) показывает, что множители Лагранжа пропорциональны углам поворота и деформациям этажей, т. е.

$$\lambda_{ij} = v \varphi_{ij}; \quad \bar{\lambda}_i = v y_i, \quad (14)$$

где v — коэффициент пропорциональности. Учитывая (14), из (12) и (13), получаем систему для определения φ_{ij} , y_i и v :

$$4(\varphi_{ij} \varphi_{i-1,j} + \varphi_{ij}^2 + \varphi_{i-1,j}^2) + 12 \left(-\varphi_{ij} \frac{y_i}{H_i} - \varphi_{i-1,j} \frac{y_i}{H_i} + \frac{y_i^2}{H_i^2} \right) = -\frac{1}{v}, \\ i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, k; \quad (15)$$

$$4(\varphi_{ij}^2 + \varphi_{ij} \varphi_{i,j+1} + \varphi_{i,j+1}^2) = -\frac{1}{v};$$

$$i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, k-1.$$

В общем случае число неизвестных параметров деформирования меньше числа уравнений системы (15). Для получения единственного решения следует стремиться к тому, чтобы число неизвестных параметров деформирования φ и y и число параметров поперечных сечений $F^{(r)}$, $F^{(k)}$ были равны. Этого можно достигнуть, приняв параметры «лишних» стержней заранее известными. В случае симметричной рамы, например, заранее можно принять, что размеры поперечных сечений симметричных стержней равны. Решая систему (15), найдем неизвестные параметры деформирования φ_{ij} , y_i ($i=1, 2, \dots, n$; $j=1, 2, \dots, k-1$). Подставляя эти значения в уравнения динамического равновесия (6) и (7), находим неизвестные размеры поперечных сечений

$$F_{ij}^{(1)} (i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, k), \quad F_{ij}^{(2)} (i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, k-1).$$

Таким образом, задача решена.

Рассмотрим конкретный пример однопролетной многэтажной рамы. Система (15) в данном случае будет иметь вид:

$$\begin{aligned}
4\varphi_{i1}\varphi_{i-1,1} + 4\varphi_{i1}^2 + 4\varphi_{i-1,1}^2 - 12\varphi_{i1}\frac{y_i}{H_i} - 12\varphi_{i-1,1}\frac{y_i}{H_i} + 12\frac{y_i^2}{H_i^2} &= -\frac{1}{\nu}, \\
4\varphi_{i2}\varphi_{i-1,2} + 4\varphi_{i2}^2 + 4\varphi_{i-1,2}^2 - 12\varphi_{i2}\frac{y_i}{H_i} - 12\varphi_{i-1,2}\frac{y_i}{H_i} + 12\frac{y_i^2}{H_i^2} &= -\frac{1}{\nu}, \\
4\varphi_{i1}^2 + 4\varphi_{i1}\varphi_{i2} + 4\varphi_{i2}^2 &= -\frac{1}{\nu}, \quad i = 1, 2, \dots, n.
\end{aligned}
\tag{16}$$

Сравнение первых двух уравнений системы (16) показывает, что они будут удовлетворены, если принять

$$\varphi_{i1} = \varphi_{i2} = \varphi_i; \quad \varphi_{i-1,1} = \varphi_{i-1,2} = \varphi_{i-1}.$$

Тогда

$$\begin{aligned}
4\varphi_i\varphi_{i-1} + 4\varphi_i^2 + 4\varphi_{i-1}^2 - 12\varphi_i\frac{y_i}{H_i} - 12\varphi_{i-1}\frac{y_i}{H_i} + 12\frac{y_i^2}{H_i^2} &= -\frac{1}{\nu}; \\
12\varphi_i^2 &= -\frac{1}{\nu}; \quad i = 1, 2, \dots, n.
\end{aligned}
\tag{17}$$

Из второго уравнения (17) следует, что углы поворота всех узлов рамы равны, т. е. $\varphi_i = \varphi$. Исключая ν из (17), получим:

$$\begin{aligned}
-8\varphi^2 - 12\varphi\frac{y_1}{H_1} + 12\left(\frac{y_1}{H_1}\right)^2 &= 0; \\
-12\varphi\frac{y_i}{H_i} - 12\varphi\frac{y_i}{H_i} + 12\left(\frac{y_i}{H_i}\right)^2 &= 0; \quad i = 2, 3, \dots, n.
\end{aligned}
\tag{18}$$

Из первого уравнения (18) находим

$$\varphi = -\frac{3}{4}\frac{y_1}{H_1} \pm \sqrt{\frac{9}{16}\left(\frac{y_1}{H_1}\right)^2 + \frac{3}{2}\left(\frac{y_1}{H_1}\right)^2} = -\frac{3}{4}\frac{y_1}{H_1} \left(1 \pm \sqrt{\frac{11}{3}}\right).
\tag{19}$$

Рассматривая деформированное состояние рамы при колебаниях по основному тону, можно убедиться, что при $y_1 > 0$ $\varphi > 0$. Поэтому, при определении φ по формуле (19), перед корнем нужно взять знак минус. Тогда

$$\varphi = 0,676 \frac{y_1}{H_1}.
\tag{20}$$

Из второго уравнения (18) получим:

$$\frac{y_i}{H_i} = 1,352 \frac{y_1}{H_1}; \quad i \geq 2.
\tag{21}$$

Получилось, что углы поворота и все относительные деформации этажей, кроме первого, равны между собой. Стало быть, рама заданной частоты и минимального объема (массы) одновременно является и конструкцией равной деформации. Остается определить размеры поперечных сечений стержней, используя систему уравнений (6) и (7). Составляя уравнения типа (6) для данного случая, убеждаемся, что для узлов $i1$ и $i2$ они будут удовлетворены, если $F_{i1}^{(s)} = F_{i2}^{(s)} = F_i^{(s)}$. Подставляя значения φ и y_i в (6), получим:

$$\begin{aligned} -F_1^{(s)} H_1 - F_{i+1}^{(s)} H_{i+1} + L F_i^{(s)} &= 0; \quad i \geq 2 \\ -3,296 F_1^{(s)} H_1 - 4,056 F_2^{(s)} H_2 + 4,056 F_3^{(s)} L &= 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Из уравнений (7) получим

$$\begin{aligned} 16,224 F_1^{(s)} - \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i [H_1 + 1,352 (H_2 + \dots + H_i)] &= 0; \quad i \geq 2, \\ 15,888 F_1^{(s)} - \frac{\omega^2}{2} \sum_{i=1}^n m_i [H_1 + 1,352 (H_2 + \dots + H_i)] &= 0. \end{aligned} \quad (23)$$

Размеры поперечных сечений стоек $F_i^{(s)}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) сразу определяются из (23). Из (22) найдем неизвестные размеры поперечных сечений ригелей $F_i^{(r)}$ ($i = 1, 2, \dots, n$). Вычислим параметры деформирования и размеры сечений стержней для пятиэтажной рамы при $m_1 = m_2 = \dots = m$; $H_1 = H_2 = \dots = H$. Оптимальные значения узловых моментов M (уменьшенных в $\frac{E_y^2}{12} F_1^{(s)} y_1$ раз), нормальных напряжений σ (уменьшенных в $\frac{E_y}{2H} y_1$ раз) и параметров поперечных сечений ($F_i^{(r)}$, $F_i^{(s)}$) приведены в табл. 1. На рис. 2 приведена эпюра моментов оптимальной рамы, там же приведены оптимальные размеры сечений и форма колебаний рамы.

Приведенные данные показывают, что рама заданной частоты и минимального объема одновременно является и рамой равного сопротивления. Максимальные нормальные напряжения почти для всех стержней одинаковы.

Приведенное решение можно применить и в случае рамы с абсолютно жесткими ригелями. Уравнения динамического равновесия в этом случае будут иметь вид (7), где нужно принять $\varphi_{ij} = 0$. Окончательно получим:

$$y_i = y_1 \frac{H_i}{H_1} \quad (i = 1, 2, \dots, n); \quad F_i = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^n m_j \frac{\omega^2}{2} (H_1 + H_2 + \dots + H_i),$$

где $F_i = \sum_{j=1}^k F_{ij}^{(s)}$.

Таблица 1

Узловые сечения	M $\frac{12}{E_1 I_1 F_1^{(1)}} y_1$	$\frac{2H}{E_1 I_1}$	$\frac{F_1^{(1)}}{F_1^{(1)}} \text{ и.и.}$	$\frac{F_1^{(1)}}{F_1^{(1)}} \text{ и.и.}$
0—11	—4,648	—4,648	1	
11—0	—3,296	—3,296		
11—12	7,052	4,056	1,739	
11—21	—3,756	—4,056	0,926	
21—11	—3,756	—4,056		
21—22	7,009	4,056	1,728	
21—31	—3,253	—4,056	0,802	
31—21	—3,253	—4,056		
31—32	5,707	4,056	1,407	
31—41	—2,454	—4,056	0,605	
41—31	—2,454	—4,056		
41—42	3,829	4,056	0,914	
41—51	—1,375	—4,056	0,339	
51—41	—1,375	—4,056		
51—52	1,375	4,056	0,339	

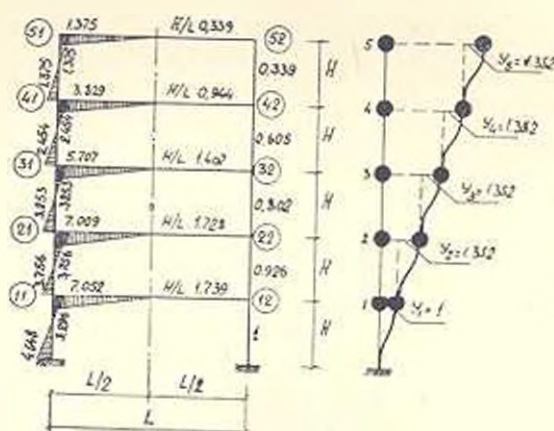


Рис. 2. Эюры моментов оптимальной рамы (из-за ее симметричности показана только одна половина) и форма колебаний основного тона.

В случае пятиэтажной рамы при $m_1 = m_2 = \dots = m$; $H_1 = H_2 = \dots = H$ имеем:

$$y_1 = y_2 = \dots = y_5 = 1; \quad F_2/F_1 = 0,933; \quad F_3/F_1 = 0,80;$$

$$F_4/F_1 = 0,60; \quad F_5/F_1 = 0,333.$$

Если в оптимальной пятиэтажной раме с деформируемыми ригелями относительная деформация первого этажа была несколько меньше, чем в верхних этажах, то в данном случае деформации всех этажей одинаковы. Это можно объяснить тем, что в данном случае стойки всех эта-

жей имеют одинаковые граничные условия — подвижное или неподвижное заземление обоих концов.

Сравним значения объемов оптимальной рамы с абсолютно жесткими ригелями с такой же рамой, но со стойками постоянного сечения. Вычислим объем V для одной стойки. Для оптимальной рамы имеем

$$V_{\text{opt}} = \sum_{i=1}^5 F_i H_i = 55 \frac{m \omega^2 H^4}{E h^3}$$

где h — высота сечения.

Для вычисления объема рамы со стойками постоянного сечения воспользуемся результатами работы [9]. Основная частота пятиэтажного здания определяется выражением

$$\omega^2 = 0.08102 \frac{E b h^3}{m H^3}$$

отсюда

$$F = b h = 12.34 \frac{m H^3 \omega^3}{E h^2}$$

где b — ширина сечения. Тогда

$$V = 5 H F = 61.7 \frac{m \omega^2 H^4}{E h^2}$$

Получилось, что объем оптимальной рамы составляет $55:61.7 = 0.89$ от объема рамы со стойками постоянного сечения. Для десятиэтажной рамы с абсолютно жесткими ригелями это отношение равно 0,86.

АрмНИИ строительства и архитектуры

Поступило 6.V.1977.

Վ. Ա. ՀԱՍՏԱՐԱՐՈՒՄՅԱՆ

ԿՎԱԶԱԳՈՒՅՆ ՄԱՎԱԼԻ ՇՐՋԱՆԱԿԱՅԻՆ ԿՈՆՍՏՐՈՒԿՏԻՎՅՈՒՆ
ՆԱԽԱԳԾՈՒՄԸ ՀԻՄՆԱԿԱՆ ՀԱՃԱԽՈՒԹՅԱՆ ՏՐՎԱՍ
ԱՐԺԻՔԻ ԴԵՊՔՈՒՄ

Ա. Մ Վ Ո Վ Ո Ս

Ուսումնասիրված է շրջանակային կոնստրուկցիայի ձողերի հատվածքների օպտիմալ չափերի ընտրության հարցը՝ հարմոնիկ, հորիզոնական տատանումների դեպքում:

Խնդիրը լուծված է լազրանժի պրծակիցների կիրառությամբ, օգտագործելով դեֆորմացիոն մեթոդի հավասարակշռության հավասարումները: Ստացված է, որ նյութի օպտիմալ բաշխում ունեցող շրջանակը միաժամանակ հանդիսանում է հավասարամուր ձողեր ունեցող կոնստրուկցիա:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Амбарцумян В. А., Хачиян Э. Е. К вопросу оптимального проектирования каркасных зданий на сейсмические воздействия. «Исследования по сейсмостойкости зданий повышенной этажности», Ереван, 1973.
2. Тэрнер М. Проектирование конструкций минимального объема, имеющих заданные собственные частоты. «Ракетная техника и космонавтика», том 5, № 10, 1967.
3. Тейлор Дж. Расчет стержня наименьшего веса при продольных колебаниях с заданными значениями собственной частоты. «Ракетная техника и космонавтика», том 5, № 10, 1967.
4. Рубин С. Проектирование сложных конструкций минимального веса при ограничениях, наложенных на величину собственной частоты. «Ракетная техника и космонавтика», № 5, 1970.
5. Маккарт Б., Хал Э., Стритер Т. Оптимальное проектирование конструкций при ограничениях, наложенных на собственную частоту. «Ракетная техника и космонавтика», № 6, 1970.
6. Гринев В. Б., Филиппов А. П. Оптимальное проектирование конструкций, имеющих заданные собственные частоты. «Прикладная механика», том VII, вып. 10, 1971.
7. Рейтман М. И., Шапиро Г. С. Методы оптимального проектирования деформируемых тел. М., 1976.
8. Рабинович И. М. Курс строительной механики, ч. II, М., 1954.
9. Хачиян Э. Е. Сейсмические воздействия на высотные здания и сооружения. Ереван, 1973.

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

М. Е. ИОНДЕМ, Н. Г. ИНИКЯН

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ТОРЦОВОЙ ЗОНЕ
СТАТОРА ПРИ ВЫНУТОМ РОТОРЕ

В электрических машинах переменного тока исследование индуктивного сопротивления рассеяния обмотки статора часто проводят при вынутом роторе. При этом возникает необходимость определить магнитное поле в двух областях: в расточке в пределах сердечника статора без учета торцового эффекта, и торцовой зоне.

Аналитическое определение магнитного поля в расточке может рассматриваться как двухмерная задача. Ее наиболее полное и строгое решение получено в [1; 2]. Поле в торцовой зоне до недавнего времени не учитывалось. Оно трехмерное, что создает известные трудности его определения. В [3] торцовый поток рассматривается как добавление к потоку в расточке и учитывается путем фиктивного увеличения длины сердечника статора на величину, равную $\tau/6$. В [1] с помощью моделирования на электропроводной бумаге в продольном осевом сечении двухполюсной машины определяется картина поля при вынутом роторе с учетом торцового эффекта. Фиктивная длина машины, полученная по этим результатам, оказывается близкой к величине, принятой для расчета в [3]. Однако полученные результаты не позволяют установить связь между торцовым эффектом и геометрией торцовой зоны. В данной статье приводится аналитическое определение потока на торцовой поверхности статора при вынутом роторе.

При решении задачи принимаем следующие допущения:

- 1) магнитная проницаемость стали $\mu_r = \infty$, а электрическая проводимость $\gamma = 0$;
- 2) в пределах сердечника статора поле является плоскопараллельным;
- 3) обмотка расположена на поверхности расточки статора, ее радиальный размер бесконечно мал;
- 4) в пределах сердечника ток, протекающий по обмотке, распределен синусоидально вдоль окружности;
- 5) лобовые части расположены на цилиндрической поверхности, их радиальный размер бесконечно мал, а радиус цилиндрической поверхности равен радиусу расточки.

Поле в торцовой зоне будем рассматривать как обусловленное торцовым эффектом сердечника статора и током лобовых частей обмотки.

магнитного поля была бы равна напряженности, созданной в расточке п. с. обмотки статора. Выделим в зоне поверхностных токов бесконечно узкие в направлении координат R и φ полосы, к которым применим закон полного тока. Поскольку $\mu_k = \infty$ и в области $z < 0$ $H = 0$, то между составляющими плотности тока в диске и напряженности поля на его поверхности будут иметь место следующие соотношения:

$$j_R = H_\varphi; \quad (1)$$

$$j_\varphi = -H_R. \quad (2)$$

При указанных выше допущениях (п. п. 1÷4) в [1; 2] для составляющих магнитной напряженности поля в расточке статора при вынутом роторе получены выражения, на основании которых находим составляющие плотности тока

$$j_R = -\sqrt{2} \Lambda k_{00} R_1^{-p-1} R^{p-1} \sin p\varphi, \quad (3)$$

$$j_\varphi = -\sqrt{2} \Lambda k_{00} R_1^{-p+1} R^{p-1} \cos p\varphi \quad (4)$$

и поток в расточке в пределах одного полюсного деления

$$\Phi_p = 2\sqrt{2} \mu_0 \Lambda k_{00} R_1 \frac{l}{p}. \quad (5)$$

Здесь Λ — действующее значение линейной токовой нагрузки;

k_{00} — обмоточный коэффициент обмотки статора по основной гармонике;

p — число пар полюсов;

R_1 — радиус расточки статора;

l — активная длина сердечника статора;

μ_0 — магнитная проницаемость воздуха;

R и φ — текущие координаты.

В точке $b(p, 0, 0)$ на торцевой поверхности статора составляющие векторного магнитного потенциала от токов токоведущего диска и их зеркальных изображений определяются по формулам [4], в которых элемент объема замещается элементом поверхности:

$$A_\varphi = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_s \frac{j_R ds}{r_1} + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_s \frac{j'_R ds}{r'_1}; \quad (6)$$

$$A_R = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_s \frac{j_\varphi ds}{r_1} - \frac{\mu_0}{4\pi} \int_s \frac{j'_\varphi ds}{r'_1}, \quad (7)$$

где $j_R, j_\varphi, j'_R, j'_\varphi$ — составляющие плотности тока и их зеркальные изображения в точке $a(R, \varphi, 0)$ токоведущего диска;

r_1 и r'_1 — расстояния от точки b до точки a и ее зеркального изображения a' ;

s — поверхность токоведущего диска.

Так как токоведущий диск имеет бесконечно малую толщину и плотно прилегает к ферромагнитной поверхности, то точка a_1 совпадает с точкой a и $r_1 = r_2$. Кроме того, при $\mu_c = \infty$ $j_R = j_R$ и $j_z = j_z$. Элементарная поверхность $ds = R dz dR$; расстояние между точками

$$r_1 = \sqrt{z^2 + R^2 - 2zR \cos(\varphi - \theta)}. \quad (8)$$

С учетом этих условий производится интегрирование выражений (6) и (7) с помощью бета- и гипергеометрических функций [5]. Окончательно получаем:

$$A_p = -\sqrt{2} \mu_0 \Lambda k_{00} R_1 \sin p\theta \sum_{n=0, 1, 2, \dots} N(p, n) Z_1^{2n+p-1}; \quad (9)$$

$$A_\theta = -\sqrt{2} \mu_0 \Lambda k_{00} R_1 \cos p\theta \sum_{n=0, 1, 2, \dots} N(p, n) Z_1^{2n+p-1}, \quad (10)$$

где

$$N(p, n) = \frac{(2n-1)!! [2(p+n)-1]!!}{2^{2n+p} [2(p+n)+1] (p+n)! n!};$$

$$Z_1 = \frac{R_1}{\rho}; \quad R_1 \leq \rho \leq R_0.$$



Рис. 2. К расчету потока от торцового эффекта в пределах полюсного деления

Магнитный поток от торцового эффекта в пределах одного полюсного деления определяем как интеграл векторного потенциала, имеющего составляющие A_p и A_θ по контуру $ABCD$ (рис. 2). Получаем:

$$\Phi = \frac{\sqrt{2} \mu_0 \Lambda k_{00} R_1}{\rho} K_1, \quad (11)$$

где

$$K_1 = 4 \sum_{n=0, 1, 2, \dots} \frac{(2n-1)!! [2(p+n)-1]!! (i^{2n+p} - 1)}{2^{2n+p} [2(p+n)+1] (2n+p) (p+n-1)! n! i^{2n+p}}; \quad (11a)$$

$$i = \frac{R_0}{R_1}.$$

В выражении (11a) ряд сходится.

Определим теперь поток на торцовой поверхности, обусловленный током лобовых частей. В точке $b(\rho, 0, 0)$ на торцовой поверхности составляющие A_{az} и $A_{a\theta}$ векторного потенциала от токов лобовых частей и их изображений будут определяться по формулам такого же вида, как (6) и (7), в которых вместо плотностей тока j_R, j_c и их изображений подставлены соответственно $j_{az}, j_{a\theta}$ и их изображения, а интегрирование производится по цилиндрической поверхности лобовых частей.

При $\rho_c = \infty$ имеем:

$$r = r'; \quad j_{a\theta} = -j_{a\theta}'; \quad j_{az} = j_{az}'.$$

С учетом этих условий получаем:

$$A_{az} = 0; \quad A_{a\theta} = \frac{2\mu_0}{4\pi} \int_{s_1} \frac{j_{a\theta} ds_1}{r}. \quad (12)$$

Для выбранного направления тока в обмотке статора тангенциальная составляющая $j_{a\theta}$ плотности тока вдоль окружности изменяется по такому же закону, как и соответствующая составляющая j_R плотности тока в токоведущем диске, но направлена в противоположную сторону.

$$j_{a\theta} = J(z) \cdot \cos p\varphi.$$

Принимаем, что амплитуда $J(z)$ составляющей $j_{a\theta}$ плотности тока вдоль длины вылета l_1 лобовых частей изменяется по линейному закону. Причем, при $z = 0$ $J(z) = 0$, а при $z = l_1$, амплитуда имеет наибольшее значение. С учетом этих условий окончательно будем иметь:

$$j_{a\theta} = \frac{2 \mid 2 \Lambda k_{00} R_1}{p l_1^2} z \cos p\varphi. \quad (13)$$

Расстояние от элемента $ds_1 = R_1 d\varphi dz$ поверхности лобовых частей до точки $b(\rho, \theta, 0)$ на торцовой поверхности статора равно

$$r = \sqrt{\rho^2 + R_1^2 + z^2 - 2\rho R_1 \cos(\varphi - \theta)}. \quad (14)$$

С учетом изложенного, после интегрирования выражения (12) получаем:

$$A_{a\theta} = \frac{2 \mu_0 \Lambda k_{00} R_1 \cos p\theta K_2}{p l_1^2}. \quad (15)$$

При $\rho = 1$ и $\varphi = R_a$

$$K_2 = \frac{2(\lambda + 1)}{\bar{l}_1^2} \sum_{n=1, 2, 3, \dots} \left| \frac{(2n-1)!!}{n!} \right|^2 \frac{n}{(2n-1)(n+1)} \left[\frac{\lambda}{(\lambda+1)^2} \right]^n \times \\ \times \left[1 - \left(\frac{\lambda+1}{\sqrt{(\lambda+1)^2 + \bar{l}_1^2}} \right)^{2n-1} \right], \quad (15a)$$

где $\bar{l}_1 = l_1/R_1$.

При $p = 2$ и $p = R_a$ множитель 2 перед знаком суммы отсутствует, под знаком суммы появляется множитель $(n-1)/(n+2)$, и суммирование производится для значений $n=2, 3, 4, \dots$. Анализ показывает, что при $p=1$ и $p=2$ в выражениях для K_1 ряды медленно сходятся.

Магнитный поток на торцевой поверхности в пределах одного полюсного деления, обусловленный током лобовых частей, определяем как интеграл векторного потенциала A_{20} по дуге с центральным углом π/p и радиусом R_a (поток в секторе AOB , рис. 2).

$$\Phi_1 = \int_{-\pi/2p}^{\pi/2p} A_{20} R_a d\theta = \frac{\sqrt{2} \mu_0 \Lambda k_{20} R_a^2}{p} K_1, \quad (16)$$

где

$$K_1 = 2iK'_1. \quad (16a)$$

Полный поток обеих торцевых поверхностей, обусловленный торцовым эффектом сердечника статора и током лобовых частей, выраженный через поток в расточке [см. формулу 15)], будет равен:

$$2\Phi_1 + 2\Phi_2 = \Phi_p \frac{R_1}{l} (K_1 + K_2). \quad (17)$$

Согласно [3] доля торцового потока от потока в расточке составляет $\pi/6l$.

Таблица 1

Значения торцового потока статора в долях от потока в расточке

Тип двигателя	2p	Р а с ч е т				Опыт
		по [3]	предлагаемым способом			
		$\frac{\pi}{6l}$	$\frac{R_1}{l} K_1$	$\frac{R_1}{l} K_2$	$\frac{R_1}{l} (K_1 + K_2)$	$\frac{E_1 - E_2}{E_2}$
АОЛ 21—4	4	0,168	0,214	0,034	0,278	0,312
АОЛ 22—4	4	0,124	0,158	0,047	0,205	0,228
АОЛ 21—2	2	0,337	0,289	0,292	0,581	0,665
АОЛ 22—2	2	0,248	0,213	0,215	0,428	0,484

В табл. 1 для сравнения приведены значения торцового потока в долях от потока в расточке, рассчитанные по [3] и по формулам, полученным в данной работе для двигателей типа АОЛ 2-го габарита. При расчете значения K_1 по формуле (11a) было взято 12 членов ряда, а при расчете K_1 по формулам (15a) и (16a) — 30 членов ряда. Долевые значения торцового потока были определены также опытным путем. Для этого при вынутом роторе на статорах указанных двигателей устанавливались по две измерительных катушки (рис. 3): катушка 1, охватывающая ярмо и зубцовую зону сердечника статора; катушка 2 с диаметрально-шагом, уложенная на поверхности расточки, с активными сто-

ронами, имеющими длину сердечника статора, и лобовыми частями, отогнутыми к оси статора.

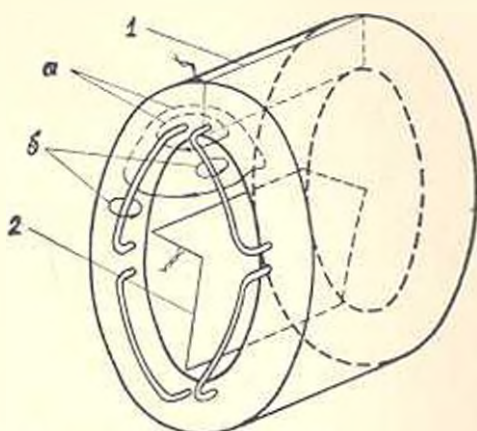


Рис. 3. Расположение измерительных катушек на статоре. Упрощенная картина магнитного поля в торцевой зоне статора: *a*—поток взаимной индукции; *б*—поток лобового рассеяния

Э. д. с. E_1 катушки 1 индуцируется торцовым потоком и потоком в расточке, а э. д. с. E_2 катушки 2 индуцируется только потоком в расточке. При одинаковом эффективном числе витков значение торцового потока в долях от потока в расточке будет равно $(E_1 - E_2)/E_2$.

К опытным долевым значениям торцового потока близки расчетные, определенные по формулам, полученным в настоящей работе (табл. 1). Это подтверждает приемлемость принятых допущений и примененного способа решения задачи. Способ, приведенный в [3], дает заниженные результаты. Изложенный в настоящей работе аналитический способ позволяет определить величину торцового потока с учетом геометрии торцевой зоны статора и обладает практически приемлемой точностью.

ЕрПН им. К. Маркса

Получено 20.IV.1977

Մ. Ե. ՅՈՆԴԵՐ, Ն. Կ. ՆԻԿՈՅԱՆ

ՄԱԳՆԻՏԱԿԱՆ ԴԱՇՏԸ ՍՏԱՏՈՐԻ ԵԶՐԱՅԻՆ ՏԵՂԱՄԱՍՈՒՄ
ՀԱՆՎԱԾ ՌԵՏՈՐԻ ԺԱՄԱՆԱԿ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Անալիտիկ եղանակով որոշված է ստատորի միջուկի եզրային մակերևույթի մագնիսական հոսքը, որը պայմանավորված է միջուկի եզրային էֆեկտով և ստատորի փաթույթի ճակատային մասերի հոսանքով: Եզրային հոսքի հաշվարկային մեծությունը, ըստ դուրս բերված բանաձևի, մոտիկ է չափված արժեքին:

Л И Т Е Р А Т У Р А

- 1 Шапиро А. С., Пилко Р. Р. Магнитное поле в воздушном зазоре электрической машины переменного тока при вынутом роторе с учетом торцового эффекта. «Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт», 1974, № 4.
- 2 Шапиро А. С. Электромагнитное поле и потери в ярме статора машинного турбогенератора при вынутом роторе. «Электричество», 1975, № 1.
- 3 Шуйский В. П. Расчет электрических машин. «Энергия», 1968.
- 4 Вольдек И. И. Основы методики расчета магнитных полей лобовых частей обмоток электрических машин. «Электричество», 1963, № 1.
- 5 Гродштейн И. С. и Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. «Наука», 1971.

ЭНЕРГЕТИКА

А. В. ТЕМУРДЖЯН

ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ЗАДАЧИ,
ВСТРЕЧАЮЩЕЙСЯ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ СТРУКТУРЫ
РАЗВИВАЮЩИХСЯ ЭНЕРГОСИСТЕМ

В настоящее время энергетическое строительство развивается по пути создания крупных объединенных электроэнергетических систем (ОЭЭС), которые, в свою очередь, являются подсистемами единой ОЭС всей страны. Из этого следует, что при развитии энергосистем отдельных республик в перспективе необходимо рассмотреть не только тесные отраслевые, но и территориальные взаимосвязи в иерархической схеме объединенных энергосистем, охватывающих огромные территории с многочисленными разнотипными генерирующими установками и потребителями энергии. Поэтому народнохозяйственные затраты на развитие и эксплуатацию данных систем исключительно велики, и проблема поиска оптимальных решений по их развитию является весьма важной и актуальной задачей.

Одной из основных технико-экономических задач, возникающих при перспективном планировании развития ОЭЭС, является выбор их оптимальной структуры с одновременной оптимизацией режимов их совместной работы.

Будем исходить из того, что ОЭЭС представляет собой сложную систему, состоящую из большого числа взаимосвязанных систем как подсистему этой сложной системы. Это можно назвать проблемой соотношения локальных оптимумов, получаемых при решении отдельных задач и глобального оптимума [1].

Сущность задачи состоит в том, чтобы на основе некоторой начальной структуры энергосистемы с учетом динамики изменения электропотребления, а также намеченных возможных диапазонов изменения параметров ТЭС, ГЭС, ГАЭС, АЭС и ЛЭП определить наиболее экономичные параметры этих объектов, обеспечивающие экстремум выбранной функции критерия оптимальности при условии обеспечения покрытия графиков нагрузки и электропотребления системы.

В математической формулировке задача оптимизации структуры ОЭЭС сводится к разработке математической модели, дающей возможность отыскать такой вектор показателей $X (x_{1k}^{(t)}, \dots, x_{rk}^{(t)}, \dots, x_{nk}^{(t)})$ из их множества, который даст решение в допустимой области изменения параметров и соответствует экстремуму функции критерия оптимальности:

$$\text{extr} \{ \Phi(x_{1k}(t), \dots, x_{ik}(t), \dots, x_{nk}(t); P_n) \}; \quad (1)$$

$$x_{ik}(t) \in G; \quad P_n \in (\alpha, \beta); \quad t \in [1, T],$$

где G — область определения целевой функции; $x_{ik}(t)$ — компонент вектора, характеризующий величину электроэнергии, вырабатываемой i -м объектом k -й ЭЭС в t -м году, мощность y_{ik} , с числом часов использования h_{ik} ; P_n — параметр, характеризующий эффективность капитальных вложений; α, β — возможные пределы изменения коэффициента эффективности; T — расчетный период.

На область определения целевой функции накладываются ограничения по допустимым значениям параметров элементов системы, отражающих ее внутренние связи.

Данная задача является сложной экстремальной вследствие нелинейности характеристик и уравнений, целочисленного изменения большинства параметров энергетической системы, наличия ограничений по ее параметрам в форме равенств и неравенств и динамического характера задачи.

Ввиду недостаточной разработанности строгих методов решения такого класса задач, в практике перспективного планирования широкое применение нашли линейные математические модели [2÷5], посредством которых, с помощью определенных приемов и допущений, нелинейная по своему характеру задача сводится к задаче линейного программирования, решаемой симплексным методом. Рассматриваемая модель согласуется с принципиальными предпосылками построения моделей ЭЭС [2÷5].

С точки зрения более детального учета ряда свойств и факторов, определяющих развитие ЭЭС, практическое использование линейной модели выявило необходимость ее усовершенствования с разработкой качественно новых подходов, позволяющих широко использовать возможности современных ЭВМ. В работе большое внимание уделяется разработке динамической модели с более обобщенным критерием оптимальности [8].

Для построения конкретного математического выражения функции (1) исходим из того, что по своей сущности денежный критерий оптимальности развивающихся систем отражает количественную цель народнохозяйственного планирования. Для такой функции типичными являются требования максимума прибыли при минимуме затрат на производство электроэнергии. Чтобы иметь возможность единого сравнения, они должны быть объединены в один критериальный показатель (целевую функцию):

$$\max_{\substack{X_k(t) \in G \\ P_n \in (\alpha, \beta)}} \Pi(X_k(t); P_n) = \max_{\substack{X_k(t) \in G \\ P_n \in (\alpha, \beta)}} \{ H(X_k(t); P_n) - Z(X_k(t); P_n) \}, \quad (2)$$

где $H(X_k(t); P_n)$ — стоимость выработанной электроэнергии по оптимально обусловленным оценкам; $Z(X_k(t); P_n)$ — функция затрат.

При описании внутренних и внешних связей энергосистемы необходимо обеспечить комплексную увязку производства, преобразования и потребления электроэнергии, что может быть достигнуто только при совместном рассмотрении балансов. В соответствии с условиями задачи для любой ЭЭС в каждом году $t \in [1, T]$ расчетного периода должны быть обеспечены основные балансовые уравнения (покрытие годового максимума нагрузки N_{it} и баланс потребления W_{it}) и производство электроэнергии при совместной работе объектов электроэнергетической системы. Формулировка балансов энергии ЭЭС в линейной модели существенно зависит от принятого способа описания режима работы электростанций. Для каждого из действующих объектов ограничения вида

$$W_{it} = N_{it} H_{it} \leq N_{it} \sum_k K_{ik} \leq N_{it} \bar{H}_{it} = \bar{W}_{it} \\ (i = \overline{1, n}; \quad k = \overline{1, l})$$

преобразуются в ограничения:

$$H_{ik} \leq \sum_{i=1}^n \gamma'_{ik} h'_{ik} \leq \bar{H}_{ik}; \quad H_{ik} \leq h'_{ik} \leq K_{ik} \leq \bar{K}_{ik} \leq \bar{H}_{ik}. \quad (3)$$

Учитываются двусторонние ограничения по числу часов использования вписываемых объектов. Его нелинейный характер учитывается в модели, применяя иной подход. Чтобы соблюдать единственность решения и линейность уравнений внесены поправочные коэффициенты γ'_{ik} . Для каждого конкретного случая они подбираются так, чтобы каждая станция участвовала в одном интервале (из l возможных) в указанных пределах. При этом основной характеристикой каждого типа электростанции считается зависимость $b_{ik} = f_{ik}(h)$.

Наряду с нелинейностью технико-экономических зависимостей (рис. 1) предлагается способ учета дискретного развития объектов. Исходя из особенности линейного программирования — оптимальное решение задачи достигается в крайней точке выпуклого множества допустимых решений — в модель вводятся дополнительные ограничения вида

$$\sum_j a_{ijk} \delta_{ijk} \leq y_{ijk}; \quad 0 \leq \delta_{ijk} \leq 1. \quad (4)$$

где a_{ijk} — заданные значения единичных мощностей энергоблоков; j — число единичных мощностей.

При этом определяется целесообразное сочетание количества и вида блоков, предназначенных для покрытия разных (полупиковых) режимов, в структуре мощностей рассматриваемой ОЭЭС. Предлагаемый способ позволяет более точно представить их в линейной модели.

Для решения поставленной задачи, характеризующейся большой размерностью, предлагается поэтапный метод решения, основанный на

методе декомпозиции Данцига—Вульфа [7]. Получаем расширенную математическую модель ОЭЭС, схема которой изображена на рис. 2.

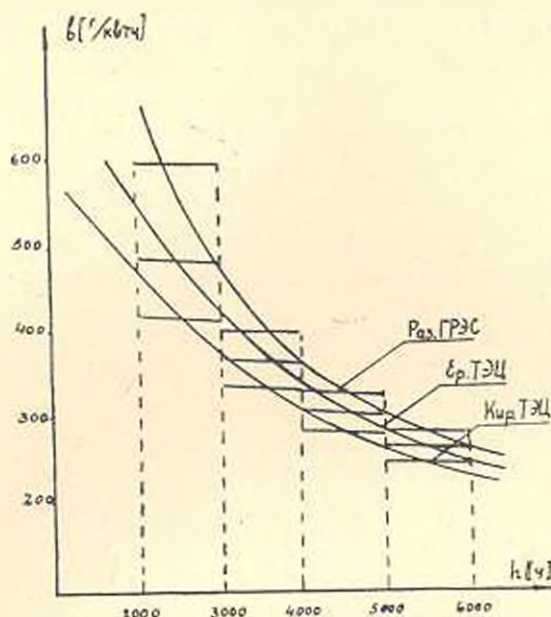


Рис. 1. Позонное представление зависимости удельного расхода топлива ТЭС АрмЭЭС от числа часов использования их мощностей.

Функционал ОЭЭС		$\sum_{it} \{ c_{ikt} (P_{it}) W_{ikt} - \sum (c_{ikt}^{TRA} + P_{it} k_{ikt}^{TRA}) y_{ikt}^{TRA} h_{ikt}^{TRA} \mu_{ikt} \} p_t$	
Балансы мощности энергии и топлива ОЭЭС		$\sum_{ikt} y_{ikt}^{TRA} \mu_{ikt} \geq N_{OЭЭС t}$ $\sum_{ikt} y_{ikt}^{TRA} h_{ikt}^{TRA} \mu_{ikt} \geq W_{OЭЭС t}$ $\sum_{ikt} b_{ikt}^* y_{ikt}^{TRA} h_{ikt}^{TRA} \mu_{ikt} \leq Q_{OЭЭС t}$	
Функционалы ЭЭС		$\sum_{it} (c_{ikt} + P_{it} k_{ikt}) y_{ikt} h_{ikt} p_t + \dots + \sum_{it} (c_{ikt} + P_{it} k_{ikt}) y_{ikt} h_{ikt} p_t$	
Блок 1-ой ЭЭС	Этапы	1	A_{11}
		2	A_{21}
		...	...
		n	A_{n1}
Блок 2-ой ЭЭС	Этапы	1	A_{12}
		2	A_{22}
		...	...
		n	A_{n2}
Блок k-ой ЭЭС	Этапы	1	A_{1k}
		2	A_{2k}
		...	...
		n	A_{nk}

Рис. 2. Схема расширенной математической модели оптимизации развития ОЭЭС.

Ограничения разделены на блоки, содержащие все переменные задачи, и блоки, содержащие лишь переменные в соответствии с каждой k -й ЭЭС. Матрица рассматриваемой задачи имеет блочно-диагональную структуру со связывающими строками:

$$\begin{bmatrix} B_1 & B_2 & \dots & B_l \\ A_1 & & & \\ & A_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & A_l \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Множество допустимых решений каждой k -й системы, определяемое условиями рассматриваемой задачи, ограничено и представляет собой выпуклый многогранник

$$\Omega_k = \{X/A_k X_k \leq b_k; X_k \geq 0\}, \quad (k = \overline{1, l}) \quad (6)$$

Из теории линейного программирования следует, что каждая ЭЭС имеет свой локальный оптимум, к достижению которого она стремится. Так как отпускные цены на электроэнергию дифференцированы по отдельным энергосистемам, то оптимизация по критерию оптимальности максимума прибыли заменяется оптимизацией с эквивалентным критерием — минимумом расчетных затрат.

Увеличенная блок-схема алгоритма (рис. 3) иллюстрирует способ реализации метода. Приведена взаимосвязь блоков.

Для каждого значения $P_n \in (\alpha, \beta)$ k -й ЭЭС при помощи модели (на основе предлагаемой методики) определяется однозначный оптимальный вектор структурных показателей, каждый компонент которых характеризуется своими парами удельных показателей (c_{kit}, k_{kit}) , и в соответствии с парным значением по блоку вычисления цены (блок-10) получают значения цен и строятся функциональная зависимость $U_k = U_k(P_n)$. Подставляя в общую модель зависимости $U_k = U_k(P_n)$ и решения y_{kit}^*, h_{kit}^* , исходная задача с некоторой заменой переменных сводится к вычислению переменных v_{kit} , с помощью которых достигается максимум линейной формы

$$\sum_{k, i} \{ U_{kit}(P_n) \cdot W_{kit} - \sum_i (c_{kit} + P_n k_{kit}) y_{kit}^* h_{kit}^* v_{kit} \} / t_i$$

при условиях:

$$\begin{aligned} \sum_{kit} y_{kit}^* h_{kit}^* v_{kit} &\geq W_{0ЭЭС} t_i \\ \sum_{kit} y_{kit}^* v_{kit} &\geq N_{0ЭЭС} t_i \end{aligned} \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n b_{kii} y_{kii}^* h_{kii}^* p_{kii} \leq Q_{0\text{ЭЭС}}^i; \quad (7)$$

$$\sum_{ii} p_{kii} = 1 \quad \text{при } p_{kii} \geq 0 \quad (k = 1, 2, 3; i = \overline{1, r_k}).$$

где r_k — число решений k -й ЭЭС.

Подход основан на идее сужения допустимой области. Пересечение выпуклых множеств $\Omega_1 \cap \Omega_2 \cap \dots \cap \Omega_r$ выпукло.

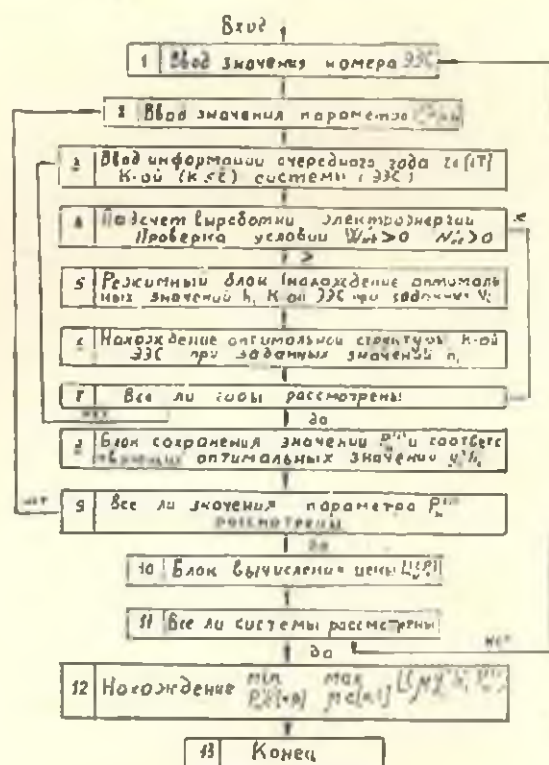


Рис. 3. Укрупненная блок-схема алгоритма оптимизации структуры ЭЭС.

Композиция решений локальных задач является оптимальным состоянием системы. Оптимизация общей расширенной модели производится по предлагаемому динамическому критерию максимума прибыли. Этот метод позволяет получить единственное решение для ЭЭС ЭЭС в целом, так как доказано, что максимум выпуклой функции на выпуклом множестве точек может быть только один [6].

Построенная расширенная математическая модель по критерию максимума прибыли позволяет не только оптимизировать и дать технико-экономическую оценку вариантов развития ЭЭС и их объединений, но и определить предельное значение коэффициента эффективности P_k в результате решения поставленной двойственной задачи на мини-макс.

P_n существует, так как имеем задачу линейного программирования, входящие в нее функции можно рассматривать и как выпуклые и как вогнутые. Из функциональной теории двойственности, разработанной Куном-Таккером [6], следует: если $f(X)$ достигает абсолютного максимума в точке $X^* \in G$, то существует такой вектор λ^* , что (X^*, λ^*) является седловой точкой функции Лагранжа $F(X, \lambda)$, т. е.

$$F(X, \lambda^*) \leq F(X^*, \lambda^*) \leq F(X^*, \lambda) \quad \text{при } X \in G, \lambda \in Q.$$

Значит, λ^* должно доставлять минимум функции $F(X^*, \lambda)$. Задача минимизации $F(X, \lambda)$ по λ при ограничениях называется двойственной к задаче отыскания максимума $f(x)$ при ограничениях $g_j(x) = b_j$, $(j = \overline{1, m})$, $x \in G$. $F(X^*, \lambda^*)$ есть решение задачи на минимакс, т. е.

$$F(X^*, \lambda^*) = \min_{\lambda} \max_X F(X, \lambda).$$

Для нашей задачи $\Pi(X, P_n)$ интерпретируется как функция Лагранжа с неопределенным множителем P_n [9], геометрическое место которой представляет собой линейчатую поверхность второго порядка — гиперболический параболоид.

С другой стороны, полученную функцию $\Pi(X^*, P_n)$ можно рассмотреть как одну параметрическую задачу линейного программирования, являющуюся убывающей выпуклой вниз функцией своего параметра.

При монотонном увеличении параметра

$$P_{n_1} < P_{n_2} < \dots < P_{n_k} < \dots$$

(8)

$$\Pi(X^*, P_{n_1}) > \Pi(X^*, P_{n_2}) > \dots > \Pi(X^*, P_{n_k}) \rightarrow 0$$

функция над параметрами убывает, стремясь к нулю, оставаясь больше него, так как имеет смысл только ее положительное значение. Соответствующий этому пределу P_{n_k} будет оптимально предельным. Полученный P_{n_k} соответствует оптимальному состоянию системы в целом.

Можно сформулировать теорему: для того, чтобы X был оптимальным решением задачи, необходимо и достаточно, чтобы существовала система удельных показателей

$$\Pi\{H_{ik}\} \quad (i = \overline{1, n}; \quad k = \overline{1, l}), \quad \text{где } H_{ik} = C_{ik} - (c_{ik} + P_{n_k} k_{ik}),$$

каждый компонент которой обеспечил бы получение одинакового количества и качества продукции при условиях:

- 1) $\Pi \geq 0$;
- 2) $\Pi X^* = 0$ для $X^* \in G \subset R^n$;
- 3) $\Pi X^* = 0$,

при предельном значении коэффициента эффективности P_{n_k} ; т. е. приравняв выражение (2) нулю, можно найти предельное значение P_{n_k} .

(максимально допустимое), при котором функционирование системы допустимо.

На ЭВМ «Минск-22» проводились многовариантные исследования усовершенствованной линейной модели ЭЭС Армении в рамках ОЭЭС Закавказья, результаты которых предполагаются использовать институтом «Энергосетьпроект» при оптимизации развития энергетики. При заданной структуре АрмЭЭС оптимизировался режим совместной работы электростанций с определением зоны их работы в графике нагрузки. Включение ГАЭС в состав АрмЭЭС значительно улучшит режим работы системы, обеспечивая ежегодную экономию условного топлива в порядке 144 т. тн. Результаты, полученные при реализации моделей на ЭВМ, позволили получить обоснованные решения по оптимальному направлению ее развития, показывая работоспособность методики и программы. Разработанный алгоритм, как единый вычислительный комплекс поэтапного решения рассматриваемой задачи оптимизации структуры ОЭЭС, методом блочно-линейного программирования в сочетании с линейно-параметрическим частично-целочисленным может расширить возможность решения задач больших размеров.

АрмИИИЭ

Поступило 20.IX.1976

Ա. Վ. ԹԵՄՈՒՐՋՅԱՆ

ԶԱՐԳԱՅՈՂ ԷՆԵՐԳԱԶԱՄԱԿԱՐԳԵՐԻ ԿԱԽՈՒՑՎԱՄԵՐ
ՕՊՏԻՄԱԼԱՅՄԱՆ ԺԱՄԱՆԱԿ ԶԱՆԴԻՊՈՂ ՄԻ ԽՆԴՐԻ
ԼՈՒԾՄԱՆ ԶՈՒԳԱՄԵՏՈՒԹՅԱՆ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆ

Ա մ փ ո փ ու մ

Հողվածում ուսումնասիրվում են էլեկտրաէներգետիկական համակարգերի կառուցվածքի օպտիմալացման մի քանի հարցեր՝ նրանց համատեղ աշխատանքի օպտիմալ ռեժիմների հետ միաժամանակ, Հետազոտված են խնդրի լուծման զուգամիտություն հարցերը բացարձակ էքստրեմումի հասնելու նպատակով:

Մաքսիմում շահույթի չափանիշով կառուցված ընդլայնված մաթեմատիկական մոդելը թույլ է տալիս ոչ միայն օպտիմալացնել և տալ միացյալ էլեկտրաէներգետիկական սխեմանի վարիանտների դարգացման տեխնիկա-էկոնոմիկական գնահատականը, այլև՝ օպտիմալացնել էֆեկտիվության գործակիցը դրված երկակի (մինիմաքս) խնդրի լուծման հետևանքով:

Մշակված է ալգորիթմ, որն ընդլայնում է մեծ չափեր ունեցող խնդիրների լուծման հնարավորությունը:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Аганбекян А. Г., Багряновский К. А., Гранберг А. Г. Система моделей народнохозяйственного планирования. Изд. «Мысль», М., 1972.
2. Веников В. А., Арзамасцев Д. А. О построении экономико-математических моделей ЭЭС. «Энергетика и транспорт», № 2, 1970.
3. Сыров Ю. П., Макарова А. С., Зейлигер А. Н., Хабачев Л. Д. Линейная математическая модель для оптимизации структуры энергетических систем с применением ЭЦВМ. «Теплоэнергетика», № 10, 1966.
4. Черник М. А., Шарыгин В. С. Линейная модель для выбора структуры энергосистемы, основанная на методе позиционной оптимизации конечных мощностей электростанции. «Энергетика», № 1, 1972.
5. Некрасов А. С., Крестинина Ю. С. Моделирование перспективного развития электроэнергетической системы. «Экономика и математические методы», т. V, вып. 1, 1969.
6. Хейли Дж. Нелинейное и динамическое программирование. Изд. «Мир», М., 1967.
7. Лэддон Л. С. Оптимизация больших систем. Изд. «Наука», М., 1975.
8. Темурджян А. В. Некоторые вопросы оптимизации энергосистем по критерию максимума прибыли. «Научно-техническое совещание по проблеме управления экономическими процессами энергетических систем» (тезисы докладов), Л.—Е., 1972.
9. Темурджян А. В. К вопросу о нормативном коэффициенте эффективности. «Экономика и математические методы», т. VII, вып. 2, М., 1971.

ЭНЕРГЕТИКА

А. С. МАКСУДЯН, Э. А. АЛАПЯН, А. Г. БОЯДЖЯН

АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТОПЛИВНОЙ ЭКОНОМИЧНОСТИ
ВАЭС

Рост дефицита маневренной мощности в энергосистемах и многообразие условий их функционирования не позволяют считать принятые в настоящее время способы получения пиковой энергии достаточными и универсальными. Возникает необходимость выявления новых экономичных решений.

Одним из таких решений может быть осуществление в газотурбинном цикле принципа аккумулирования энергии, используемого в гидроаккумулирующих электростанциях (ГАЭС). Идея сооружения воздухоаккумулирующих электростанций (ВАЭС) существует более четверти века [1]. Высокой стоимостью хранилищ воздуха и менее жесткими условиями покрытия пиковых нагрузок, по-видимому, обусловлено то обстоятельство, что разработкам ВАЭС не было уделено в то время должного внимания. В настоящее время положение изменилось. Крупные достижения в технике создания подземных емкостей для хранения газообразных и жидких продуктов и возросшая острота проблемы покрытия пиковых нагрузок вновь привлекли внимание к ВАЭС. В последние годы проведен ряд исследований и проектных разработок ВАЭС за рубежом. Полученные результаты оказались столь обнадеживающими, что уже приняты решения о размещении первых заказов на строительство ВАЭС в Швеции, ФРГ, Франции и др. странах. Их ввод в коммерческую эксплуатацию намечается в ближайшие годы [2, 3].

Обобщенная тепловая схема ВАЭС изображена на рис. 1. Компрессоры, сжимающие воздух при остановленных газовых турбинах, приводятся от электродвигателей, потребляющих внепиковую энергию. Газовые турбины, включаемые в часы пиковых нагрузок, отдают всю мощность электрогенераторам. При этом компрессоры останавливаются, и мощность электрогенератора, приводимого газовой турбиной, может быть увеличена приблизительно втрое по сравнению с обычной ГТУ при использовании однопоточных газовых турбин. Концевой охладитель воздуха предназначен для сохранения температуры воздуха в хранилище на уровне $T_4 = 323^\circ\text{K}$ во избежание больших потерь на испарение воды. Поддержание постоянства давления воздуха предусмотрено за счет гидростатического давления воды, обусловленного разностью уровней расположения подземного хранилища воздуха и наземного водоема

(естественного или искусственного). Вода, вытесняемая по соединительной шахте в подосм при заряде хранилища воздухом, поступит обратно в хранилище в период его разряда. Возможны иные способы стабилизации давления воздуха, а также работа газовых турбин при переменном, в определенных пределах, давлении воздуха, поступающего из хранилища к камерам сгорания. ВАЭС могут работать в режиме обычной ГТУ, когда воздух, минуя хранилище, поступает непосредственно к камерам сгорания. Строительство ВАЭС предполагает наличие условий для сооружения хранилища сжатого воздуха необходимой емкости. Если поддержание постоянства давления сжатого воздуха предусматривается за счет гидростатического давления воды, требуется также наличие водоема, равного по объему хранилищу воздуха. Потребные объемы емкостей относительно невелики и составляют $0,1-0,2 \text{ м}^3/\text{кВт} \cdot \text{ч}$. Большие значения относятся к случаям, когда в схеме ВАЭС водохранилище не предусматривается.

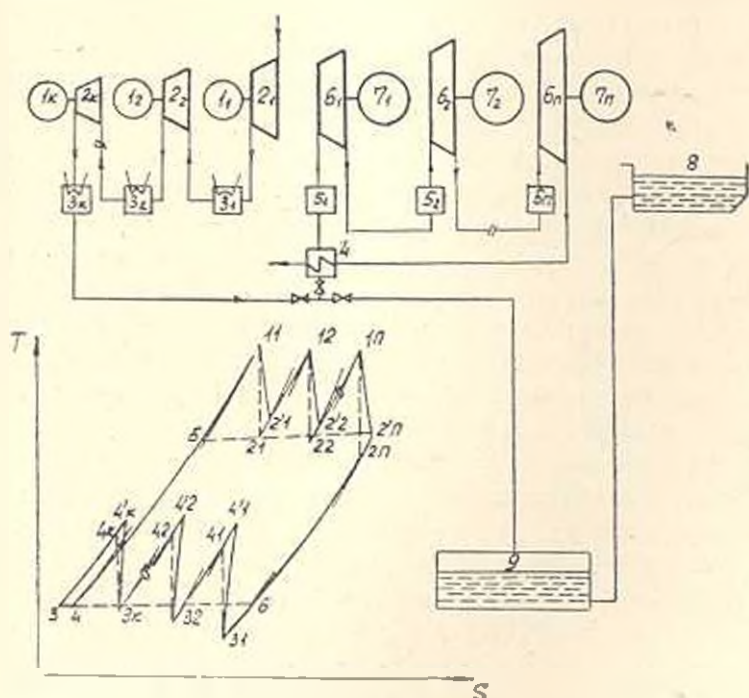


Рис. 1. Обобщенная тепловая схема ВАЭС. $1_1, 1_2, \dots, 1_k$ — электродвигатели; $2_1, 2_2, \dots, 2_k$ — компрессоры; $3_1, 3_2, \dots, 3_k$ — охладители воздуха; 4 — регенератор; $5_1, 5_2, \dots, 5_n$ — камеры сгорания; $6_1, 6_2, \dots, 6_n$ — газовые турбины; $7_1, 7_2, \dots, 7_n$ — электрогенераторы; 8 — водосм; 9 — хранилище воздуха.

В технике хранения природного газа и сжиженных углеводородов в настоящее время широко применяются новые типы емкостей с использованием естественных и искусственно образуемых пустот в земной толще. С этой целью успешно используются заброшенные рудники и шах-

ты, естественные пещеры и скважины истощенных газовых и нефтяных месторождений. Подземные хранилища сооружаются в отложениях каменных солей путем их выщелачивания, меловых слоях, сланцах, водоносных песчаниках и т. д.

Опыт создания подземных хранилищ газового и жидкого топлива, уже накопленный отечественной промышленностью, не оставляет сомнений в возможности практической реализации единственного нового элемента ВАЭС — хранилища сжатого воздуха. Следовательно, при сооружении ВАЭС не следует ожидать непредвиденных технических затруднений, связанных с отработкой новых элементов, т. к. все ее элементы проверены в работе.

ВАЭС отличается высокой приемистостью. Нормальный пуск из холодного состояния до принятия полной нагрузки — 6–8 мин. При ускоренном пуске это время составляет 4 мин и может быть сокращено еще наполовину применением специальных мер [2].

В целом ВАЭС свойственны положительные качества ГАЭС и обычных ГТУ: большая единичная мощность агрегатов и высокая маневренность, способность работы для покрытия пиков и заполнения провалов нагрузки, сравнительно небольшой уровень капиталовложений и эксплуатационных затрат [1+3].

В процессе разряда ВАЭС потребляет топливо, которое может оказаться дефицитным (природный газ, дистиллят и др.). Это является ее недостатком. Однако суммарное потребление топлива в ВАЭС может оказаться меньше по сравнению с альтернативным вариантом развития заменяемых пиковых источников энергосистемы (ГАЭС и ГТУ).

Понятно, что только топливная эффективность не может служить критерием целесообразности сооружения ВАЭС. Для окончательных выводов по этому вопросу требуется проведение дополнительных расчетов с учетом капитальных затрат.

Отношение разрядной энергии ВАЭС к энергии заряда, именуемое в дальнейшем коэффициентом преобразования φ , превосходит к. п. д. гидроаккумулирования η_r . При равенстве зарядной энергии ВАЭС и ГАЭС уравнивание вариантов возможно путем учета дополняющей пиковой мощности ГТУ в альтернативном варианте ввода ГАЭС. При неизменном составе работающего в ночной период оборудования энергосистемы в обоих вариантах будет расходоваться одинаковое количество топлива при заряде. Тогда топливный эффект ВАЭС, по сравнению с альтернативным вариантом ввода ГАЭС и дополняющей ГТУ, можно представить в виде

$$\Delta b = \frac{b_1 (\mathcal{E}_{\text{пн}} - \mathcal{E}_{\text{пр}}) - b_p \mathcal{E}_{\text{пн}}}{\mathcal{E}_{\text{пн}}} = b_1 \left(1 - \frac{\eta_r}{\varphi} \right) - b_p \quad (1)$$

где Δb — удельная экономия (или перерасход) топлива; b_1 и b_p — удельный расход топлива дополняющей ГТУ и разряда ВАЭС; $\mathcal{E}_{\text{пн}}$ и $\mathcal{E}_{\text{пр}}$ — энергия разряда ВАЭС и ГАЭС.

Коэффициент преобразования ВАЭС при k -ступенчатом сжатии воздуха и n -ступенчатом расширении продуктов сгорания определится как

$$\varphi = \frac{L_{\tau}}{L_{\kappa}} = \frac{\sum_{i=1}^n a_i (1 - x_i)}{\sum_{j=1}^n b_j (y_j - 1)}, \quad (2)$$

где L_{τ} и L_{κ} — работа турбин и компрессоров с учетом к. п. д. электромашин; $a_i = \mu_{ti} c_{p ti} T_{ti} \eta_{ti} \eta_{\tau ti}$; $b_j = \mu_{\kappa j} c_{p \kappa j} T_{ij} / \eta_{\kappa j} \eta_{\tau \kappa j}$; $x_i = \varepsilon_{ti}^{-m_{ti}}$, $y_j = \varepsilon_{\kappa j}^{m_{\kappa j}}$; $\mu_{\kappa j} = G_{\kappa j} / G_{\kappa 1}$; $\mu_{ti} = G_{ti} / G_{\kappa 1}$; $m_{ti} = \frac{k_{ti} - 1}{k_{ti}}$; $m_{\kappa j} = \frac{k_{\kappa j} - 1}{k_{\kappa j}}$; G_{ti} , $c_{p ti}$, ε_{ti} , k_{ti} — расход рабочего тела, удельная теплоемкость, степень изменения давления и показатель изознтропы i -ой ступени расширения; $G_{\kappa j}$, $c_{p \kappa j}$, $\varepsilon_{\kappa j}$, $k_{\kappa j}$ — то же для j -ой ступени сжатия; T_{ti} и T_{ij} — температуры рабочего тела в одноименных точках цикла; η_{ti} , $\eta_{\tau ti}$, $\eta_{\kappa j}$, $\eta_{\tau \kappa j}$ — к. п. д. турбины, электрогенератора, компрессора и электродвигателя соответствующей ступени.

Следуя [4] и выразив температуру воздуха после регенеративного подогрева T_5 через коэффициент регенерации η_p , а количество тепла, подведенное в первой и любой $(i+1)$ -ой камере сгорания через расходные и термодинамические параметры цикла, можно получить окончательное выражение для суммарного расхода тепла при разряде ВАЭС в виде

$$Q_{\kappa c} = Q_{\kappa c 1} + \sum_{i=1}^{n-1} Q_{\kappa c(i+1)} = \sum_{i=1}^{n-1} c_i (1 - x_i) + e, \quad (3)$$

где $c_i = \mu_{ti} \eta_{ti} T_{ti} c_{p \kappa c(i+1)} / \eta_{\kappa c(i+1)}$; $c_n = \mu_5 \eta_{in} \eta_p T_5 c_{p \kappa c 1} / \eta_{\kappa c 1}$; $\mu_5 = G_5 / G_{\kappa 1}$;

$$e = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{c_{p \kappa c(i+1)}}{\eta_{\kappa c(i+1)}} (\mu_{\tau(i+1)} T_{1(i+1)} - \mu_{\tau i} T_{1i}) + \frac{c_{p \kappa c 1}}{\eta_{\kappa c 1}} [\mu_{\tau 1} T_{11} - \mu_5 [T_{11} \eta_p + (1 - \eta_p) T_5]];$$

$c_{p \kappa c(i+1)}$, $\eta_{\kappa c(i+1)}$ — удельная теплоемкость рабочего тела и к. п. д. $(i+1)$ -ой камеры сгорания.

Удельный расход топлива при разряде ВАЭС

$$b_p = 0,123 \frac{Q_{\kappa c}}{L_{\tau}} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i (1 - x_i) + e}{\sum_{i=1}^n a_i (1 - x_i)}. \quad (4)$$

С учетом (2) и (4) представим (1) в виде

$$\Delta b = b_a \left\{ 1 - \frac{\gamma_r \sum_{j=1}^k b_j (y_j - 1) + \frac{0,123}{b_a} \left[\sum_{i=1}^n c_i (1 - x_i) + e \right]}{\sum_{i=1}^n a_i (1 - x_i)} \right\}. \quad (5)$$

Топливный эффект ВАЭС обусловлен не только общей степенью повышения давления, но и определенным сочетанием степеней изменения давления ступеней сжатия и расширения. Это следует из зависимости Δb от коэффициентов x_i и y_j по (5).

Из условия связи согласно [4]

$$\prod_{i=1}^n x_i^{\alpha} \prod_{j=1}^k y_j^{\beta} - \beta = 0 \quad (6)$$

и для коэффициента степени изменения давления k -ой ступени сжатия имеем

$$y_k = \frac{\beta}{\prod_{i=1}^n x_i^{\alpha} \prod_{j=1}^{k-1} y_j}. \quad (7)$$

где $\beta = x_i^{\alpha} y_k$ — обобщенный коэффициент сопротивления всего газозавоздушного тракта с учетом потерь давления в хранилище воздуха; $\alpha = m_{\text{сж}}/m$ — показатель, определенный по средним значениям m и $m_{\text{сж}}$ для процессов сжатия и расширения; $\gamma_r = (1 - m_r \eta_r)^{-1}$, $\gamma_k = (1 - m_k \eta_k)^{-1}$ — коэффициенты потерь давления, отнесенные к турбинному и компрессорному тракту; η_r — суммарная относительная потеря давления в хранилище воздуха, регенераторе, камерах сгорания и на выходе из турбины; η_k — то же в промежуточных охладителях воздуха.

При заданной общей степени повышения давления задача оптимизации Δb по (5) с учетом (7) сводится к его исследованию на условный экстремум. Исключив y_k из (5) путем подстановки (7) в это выражение, можно свести эту задачу к нахождению абсолютного экстремума вновь полученной функции. Дифференцируя ее по переменным x_i и y_j и приравнявая полученные выражения нулю, будем иметь систему уравнений

$$\begin{aligned} \gamma_r b_i b_k y_k^{\alpha} &= [a_i (b_1 - \Delta b) - 0,123 c_i] x_i, & i &= 1, \dots, n \\ b_j y_j &= b_k y_k, & j &= 1, \dots, (k-1) \end{aligned} \quad (8)$$

Из (8) и (6) для оптимальных по Δb коэффициентов x_i и y_j получим:

$$x_i = \frac{\prod_{l=1}^n [a_l (b_l - \Delta b) - 0.123c_l]^{-\frac{1}{\alpha_n}} \left(\frac{y}{\sigma_k} \right)^{\frac{1}{\alpha_n}}}{a_i (b_i - \Delta b) - 0.123c_i}; \quad i = 1, \dots, n \quad (9)$$

$$y_j = \frac{\sigma_k^{\frac{m_k}{k}} \prod_{j=1}^k b_j^{\frac{1}{k}}}{b_j}, \quad j = 1, \dots, k \quad (10)$$

где $\alpha_k = \left(\prod_{j=1}^k y_j \right)^{\frac{1}{\sigma_k}}$ — общая степень повышения давления.

Решение возможно методом итераций. При предварительно принятых для заданной α_k приближенных значениях x_i и y_j определяется Δb по (5). Заданное значение α_k и полученные по предварительно принятым x_i и y_j значения Δb и коэффициентов a_i , c_i , b_i подставляются в (9) и (10) и определяются новые значения x_i и y_j . Принимая вновь полученные значения x_i и y_j как заданные, находим по (5) новое значение Δb и сравниваем с его величиной, подсчитанной в предыдущем цикле. Расчет в указанной последовательности продолжается до совпадения значений Δb в двух последующих циклах с заданной точностью. Переменность расхода воздуха, обусловленная возможными утечками в компрессорном тракте и хранилище, учитывается коэффициентами μ_{kj} и μ_2 . Утечки воздуха для каждой компрессорной ступени и хранилища принимались соответственно в размере 0,01 и 0,06 от G_{k1} . Переменность расхода продуктов сгорания обусловлена, в основном, количеством топлива, вводимого в камеры сгорания. Это учитывается коэффициентом μ_1 , определяемым суммированием μ_3 с весовым количеством топлива, введенного в предшествующие камеры сгорания. Весовое количество топлива, коэффициент избытка воздуха и теплоемкость продуктов сгорания определяются из теплового баланса соответствующей камеры сгорания. Теплоемкость воздуха и «чистых продуктов сгорания» вычисляется по аппроксимационным многочленам.

По изложенному алгоритму была составлена программа и проведены расчеты на ЭВМ с изменением α_k для различных схематических разновидностей ВАЭС, имеющих $n=1 \div 3$, $k=2 \div 5$ и $\eta_p=0 \div 0.8$. Основная исходная информация принята следующей: $b_k=0.500 \text{ кг у. т./кВт ч}$; $\eta_c=0.75$; $\beta=1.09$; $T_H=1073^\circ\text{K}$; $T_{a1}=298^\circ\text{K}$, $T_H=268 \text{ K}$.

К. п. и камер сгорания, турбин, компрессоров и электромашин принимались по [4].

Анализ результатов расчетов, частично представленных на рис. 2 и 3 в виде зависимостей Δb , φ и b_p от α_k , показал следующее. Во всех рассмотренных случаях величина Δb становится положительной при

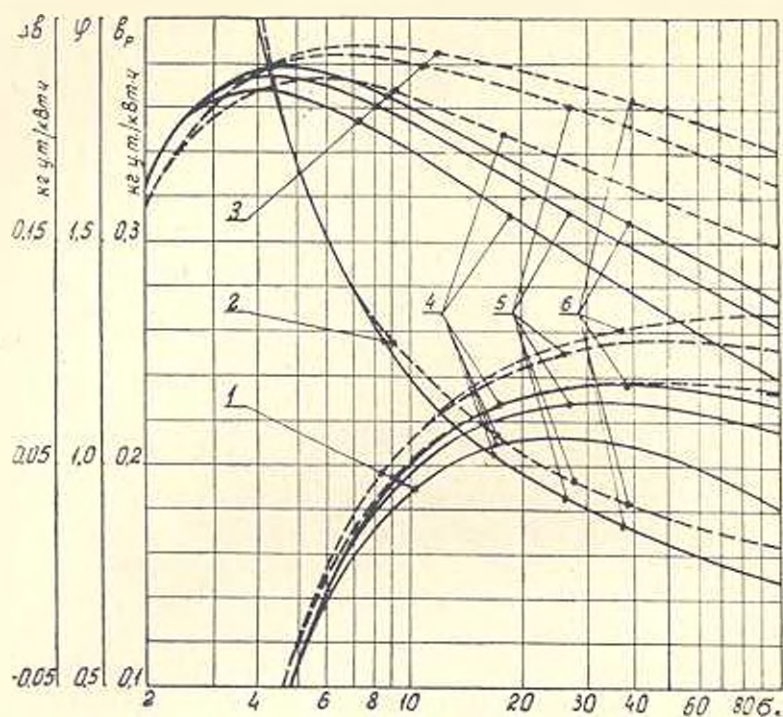


Рис. 2. Зависимость Δb , φ и b_p от σ_k при $\eta_p = 0$: 1 — b_p ; 2 — Δb ; 3 — φ ; 4 — $k=2$; 5 — $k=3$; 6 — $k=1$; — $n=1$; $n=2$.

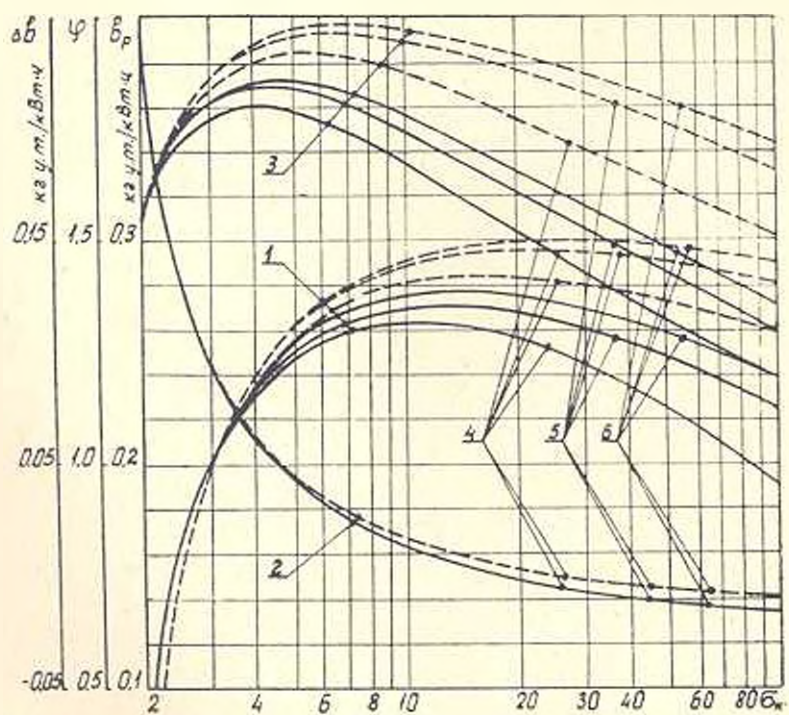


Рис. 3. Зависимость Δb , φ и b_p от σ_k при $\eta_p = 0,7$. (Обозначения те же, что и на рис. 2).

значениях $\varepsilon_k > 2 \div 7$, зависящих от τ_p . Это значит, что ВАЭС может обеспечить определенную экономию топлива в энергосистеме по сравнению с альтернативным вариантом ввода ГАЭС и дополняющей ГТУ. Удельная экономия топлива и интенсивность его изменения на отдельных участках ε_k отличаются для различных схем ВАЭС. Характерным является увеличение возможной величины Δb в зависимости от ε_k до значений $0,06 \div 0,15$ кг у. т./кВт. ч и более с последующим постепенным ее уменьшением. Достаточно высокий уровень Δb , близкий к максимальному, сохраняется в широком диапазоне изменения ε_k . Это особенно заметно в регенеративных схемах ВАЭС. Увеличение φ и уменьшение b_p более резко выражено в области относительно меньших значений ε_k . С введением регенерации, увеличением k и n возрастает Δb . Влияние регенерации оказывается особенно существенным и сопровождается сильным уменьшением b_p . Регенеративный подогрев воздуха, имеющего пониженную температуру из-за наличия конечного охладителя, резко сокращает расход топлива в камере сгорания. Увеличение k приводит к росту φ и Δb . Величина b_p остается неизменной. Возрастание φ и Δb с увеличением n происходит при некотором росте b_p . Это особенно выражено в безрегенеративных схемах ВАЭС, где эффект от увеличения n менее заметен. Увеличение k оказывает на Δb более сильное влияние, чем увеличение n . Рост Δb имеет в обоих случаях затухающий характер. Экономия топлива получается значительной для относительно простых схем ВАЭС.

Дополнительные расчеты при $b_1 = 0,100$ кг у. т./кВт. ч показали, что и в этом случае возможно получение Δb около $0,09$ кг у. т./кВт. ч.

Выводы

1. ВАЭС могут работать для покрытия пиковых нагрузок энергосистем и выравнивания их ночных провалов. Количество пиковой энергии, вырабатываемой ВАЭС, значительно превосходит потребляемую внепиковую энергию.

2. Топливный эффект ВАЭС является положительной величиной при оптимальном распределении степени изменения давления и прочих показателях альтернативного варианта сравнения. Удельная экономия топлива по сравнению с альтернативным вариантом ввода ГАЭС и дополняющей ГТУ составляет $0,06 \div 0,15$ кг у. т./кВт. ч.

Армянское отделение «Энергосетьпроект»-а

Поступило 12 IV 1976

Ա. Ս. ԴԱՐՈՒՅԱՆ, Զ. Շ. ԱՇԽԱՆ, Ա. Դ. ՐԱՅԻՅԱՆ

ՕՐԻ ԿՈՆՏԱԿՏԱՆ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՅԱՆ ԳԱՌԵԼՔԱՅԻՆ
ՇԱՆԱԿԵՏՈՒԹՅԱՆ ՈՐՈՇՄԱՆ ԱԼԳՈՐԻԹՄ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ւ Վ

Մշակված է կամավոր թվով ճնշման փոփոխման աստիճաններ ունեցող քիմիաներագիտական ինստիտուտի օգի կոնտակտան էլեկտրակայանի

(ՅԿԷԿ) վառելիքային էֆեկտի օպտիմալացման ալգորիթմը: Բերված են էԶԼ-ի վրա կատարված ՅԿԷԿ-ի վառելիքի հնարավոր տնտեսման մի քանի արդյունքներ, համեմատած փոխարինող պիկային էներգաաղբյուրների տարբերակի հետ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. D. Noren. Storing energy underground. Engineering, № 4, 1970.
2. E. K. A. Olsson. Air storage power plant. Mech. Engineering, № 20, 1970.
3. E. Jeffs. Air storage: the alternative peak power source. Energy International, v. 10, № 9, 1963.
4. Дедуценко Ю. М., Ледков Г. В. Оптимизация тепловых схем сложных газотурбинных установок. «Научная мысль», Киев, 1972.

Ր Ո Վ Ա Ն Դ Ա Է Ռ Ի Թ Յ Ո Ւ Ն

Մ Ե Ք Ե Ն Ա Շ Ի Ե Ռ Ի Թ Յ Ռ Ի Ն

Վ. Ա. Խոմյակով. Էքզերիմենսների սլանավորման մեթոդների օգտագործումը հաս- տոցների ղեկավարական ընդհանրություն օպտիմալացնելու համար	2
Ն. Ա. Լամբաբյան, Վ. Ի. Վասիլև, Ա. Կ. Պոդոլյան. Զերմային զայտը գլանաձև արգե- լակային աերիում չփման ցերմության նրկարուստ ուղղեցման դեպքում	14

Հ Ի Գ Ի Ա Վ Լ Ի Կ Ա

Ն. Լ. Մելիքյան. Համատեղ գործող շատրվանող հարերի հաշվարկի մասին	20
Ո. Մ. Մլրգալսանյան, Ռ. Ե. Հակոբյան, Ն. Խ. Իսնիկյան. Մորուն նյութերի պենմո- տրանսպորտ խիտ շերտով	27

Շ Ի Ն Ա Ր Ա Ր Ա Կ Ա Ն Մ Ե Ն Ա Ն Կ Ա

Վ. Ա. Հսարաւոմյան. Նվազագույն ծավալի չորանակային կոնստրուկցիայի նախագծումը հիմնական հանախություն տրված արժեքի դեպքում	34
--	----

Է Լ Ե Յ Տ Ր Ա Տ Ե Խ Ի Կ Ա

Մ. Ե. Յուդև, Ե. Գ. Նիկիյան. Մագնիսական զայտը ստատորի հզրային տեղամասում հանված ուտորի ժամանակ	37
--	----

Է Ն Ե Ր Կ Ի Տ Ի Կ Ա

Ա. Վ. Խնուբյան. Զարգացող էներգահամակարգերի կառուցվածքի օպտիմալացման ժա- նանակ լանդիպոդ մի խնդրի լուծման ղուգամիտություն հետադուտություն	51
Ո. Ո. Մախուրյան, Գ. Շ. Ավանյան, Ա. Գ. Սոյաբյան. Օդի կուտակման էլեկտրական վառելիքային շահավետության որոշման մեթոդով	60

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

МАШИНОСТРОЕНИЕ

В. С. Хомяков. Использование методов планирования эксперимента для оптимизации динамических характеристик станков	3
Н. А. Ламбарян, В. И. Васильев, А. К. Позосян. Поле температур в цилиндрическом шкиве при длительном воздействии фрикционного тепла	11

ГИДРАВЛИКА

Н. Л. Меликян. О расчете взаимодействующих фонтанирующих скважин	20
Р. М. Мирзаханян, Р. Г. Акопян, Н. Х. Даниелян. Пневмотранспорт сыпучих материалов в плотном слое	27

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Вя. А. Амбарцумян. Проектирование рамной конструкции минимального объема при заданном значении основной частоты	31
---	----

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

М. Е. Нондеп, Н. Г. Никян. Магнитное поле в торцовой зоне статора при вьнутом роторе	43
--	----

ЭНЕРГЕТИКА

А. В. Темурджян. Исследование сходимости решения одной задачи, встречающейся при оптимизации структуры развивающихся энергосистем	51
А. С. Максудян, Э. А. Алаян, А. Г. Бояджян. Алгоритм определения топливной экономичности ВАЭС	60