ISSN 0002-3035

ФИЗИКА · ՖԻԶԻԿԱ · PHYSICS

ИЗВЕСТИЯ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

45, N1, 2010

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ

НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ

ՖԻԶԻԿԱ ФИЗИКА

ՀԱՏՈՐ ТОМ

45

№ 1

ՀՀ ԳԱԱ "ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ" ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ИЗДАТЕЛЬСТВО "ГИТУТЮН" НАН РА

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН

2010

Журнал издается с 1966 г.
Выходит 6 раз в год
на русском и английском языках

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն` Հայաստանի Հանրապետություն,
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g. Marshal Bagramyan Av.,
Yerevan, 375019. Republic of Armenia.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

Վ.Մ. Բարդեղյան, Ա.Ա. Սահարյան. Էլեկտրամագնիսական դաշտի վակուումային կոռելյատորները եվ Կազիմիրի–Պոլդերի ուժերը կոսմիկական լարի դաշտում 3

Տ.Վ. Գևորգյան. Լոկալիզացված քվանտային վիճակների քվանտային բաշխվածությունը 11

Լ.Ա. Հովհաննիսյան, Ա.Ժ. Մուրադյան. Բարելավված Ռաման–Նաթի մոտավորությունը Կապիցա–Դիրակի ցրման համար 20

Ա.Ա. Հախումյան, Է.Մ. Լազիև, Ա.Ս. Նիկողոսյան, Դ.Լ. Հովհաննիսյան, Գ.Դ. Հովհաննիսյան. Պարբերական դոմենային կառուցվածքով GaAs-ի բյուրեղում տարբերային հաճախության գեներացիա ֆեմտովայրկյանային լազերա-յին իմպուլսի օպտիկական ուղղման դեպքում 28

Դ.Մ. Սեդրակյան. Երկուղի ցրման խնդրի տրանսֆեր-մատրիցը 39

Ն.Ռ. Աղամալյան, Ռ.Կ. Հովսեփյան, Ի.Ա. Ղամբարյան, Ե.Ա. Կաֆադարյան, Ս.Ի. Պետրոսյան, Գ.Ռ. Բադալյան, Ա.Կ. Շիրինյան. γ-ճառագայթման ազդեցությունը թափանցիկ հաղորդիչ ZnO:Ga թաղանթների վրա........ 50

Ա. Հակիմիֆարդ. Ջրածնանման խառնուրդի կապի էներգիան և ֆոտոիոնացման կտրվածքը Պյոշլ–Թելերի քվանտային փոսում 63

Ռ.Հ. Ավագյան, Ա.Է. Ավետիսյան, Ա.Զ. Բաբայան, Կ.Ա. Իսպիրյան, Վ.Ց. Նիկողոսյան, Ս.Պ. Թարոյան. 20 ՄէՎ էներգիայով էլեկտրոնների փնջատարի ստեղծումը ճառագայթումային երևույթների հետազոտությունների համար . 69

CONTENTS

V.M. Bardeghyan, A.A. Saharian, Vacuum correlators of the electromagnetic field and the Casimir–Polder forces in the field of a cosmic string........ 3

T.V. Gevorgyan. Quantum distributions for localized quantum states 11

L.A. Hovhannisyan, A.Zh. Muradyan. Improvement of the Raman–Nath approximation to resonant Kapitza–Dirac diffraction 20

A.A. Hakhoumian, E.M. Laziev, A.S. Nikoghosyan, D.L. Hovhannisyan, G.D. Hovhannisyan. Difference frequency generation in GaAs crystal with a periodic domain structure by optical rectification of a femtosecond laser pulse 28

D.M. Sedrakian. Transfer-matrix for the two-channel scattering problem........ 39

N.R. Aghamalyan, R.K. Hovsepyan, I.A. Gambaryan, E.A. Kafadaryan, S.I. Petrosyan, G.R. Badalyan, A.K. Shirinyan. γ-irradiation effect on transparent conducting ZnO:Ga films 50

A. Hakimifard. Binding energy and photoionization cross-section of hydrogen-like impurity in a Pöschl–Teller quantum well 63

R.O. Avakian, A.E. Avetisyan, A.Z. Babayan, K.A. Ispirian, V.Ts. Nikoghosian, S.P. Taroyan. Creation of 20 MeV electron beamline for radiation process experiments 69

СОДЕРЖАНИЕ

В.М. Бардегян, А.А. Саарян. Вакуумные корреляторы электромагнитного поля и силы Казимира–Полдера в поле космической струны 3

Т.В. Геворгян. Квантовые распределения для локализованных квантовых состояний 11

Л.А. Оганнесян, А.Ж. Мурадян. Улучшение приближения Рамана–Ната для резонансного рассеяния Капицы–Дирака 20

А.А. Ахумян, Э.М. Лазиев, А.С. Никогосян, Д.Л. Оганесян, Г.Д. Оганесян. Генерация разностной частоты в кристалле GaAs с периодической доменной структурой при оптическом выпрямлении фемтосекундного лазерного импульса 28

Д.М. Седракян. Матрица переноса для задачи двухканального рассеяния 39

Н.Р. Агамалян, Р.К. Овсепян, И.А. Гамбарян, Е.А. Кафадарян, С.И. Петросян, Г.Р. Бадалян, А.К. Ширинян. Влияние γ-облучения на прозрачные проводящие пленки ZnO:Ga 50

А. Хакимифард. Энергия связи и сечение фотоионизации водородоподобной донорной примеси в квантовой яме Пёшля–Теллера 63

Р.О. Авакян, А.Э. Аветисян, А.З. Бабаян, К.А. Испирян, В.Ц. Никогосян, С.П. Тароян. Создание канала транспортировки электронного пучка с энергией 20 МэВ для экспериментов по радиационным процессам 69

Заказ № 245
Тираж 120. Сдано в набор 20.10.2009.
Подписано к печати 10.11.2009. Печ. л. 4.75.
Бумага офсетная. Цена договорная.
Типография НАН РА.
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.

Известия НАН Армении, Физика, т.45, №1, с.3-10 (2010)

УДК 539.2

ВАКУУМНЫЕ КОРРЕЛЯТОРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ И СИЛЫ КАЗИМИРА–ПОЛДЕРА В ПОЛЕ КОСМИЧЕСКОЙ СТРУНЫ

В.М. БАРДЕГЯН, А.А. СААРЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 26 июня 2009 г.)

Вычислены вакуумные корреляторы электрического и магнитного полей в геометрии космической струны. Получены формулы для вакуумных средних квадратов компонент полей. Исследованы силы, действующие на атом, которые обусловлены вакуумными флуктуациями (силы Казимира–Полдера). Для атомов с изотропным тензором поляризуемости эти силы имеют характер притяжения по отношению к струне. В анизотропном случае, в зависимости от собственных значений тензора поляризуемости, силы Казимира–Полдера могут быть как притягивающими, так и отталкивающими.

1. Введение

Хорошо известно, что в результате фазовых переходов в ранней Вселенной могут образоваться различные топологические дефекты [1]. В зависимости от топологии вакуумного многообразия они могут быть доменными стенками, космическими струнами или монополями. Особый интерес представляют космические струны. Несмотря на то, что современные наблюдательные данные о реликтовом излучении исключают космические струны как основной источник первичных возмущений плотности, они по-прежнему являются кандидатами для генерации ряда интересных физических эффектов, таких как генерация гравитационных волн, гамма-всплесков и космических лучей [2-4]. Недавно предложен новый механизм образования космических струн в инфляционных бран-моделях [5,6].

В простейшей теоретической модели, описывающей бесконечную космическую струну, геометрия является плоской везде, кроме точек на струне с дельтаобразной кривизной. В квантовой теории поля соответствующая нетривиальная топология индуцирует ненулевые вакуумные средние физических величин. Явные вычисления для плотности энергии и натяжений вакуума проведены для различных полей (см., например, [7-9] и приведенные там ссылки). В случае электромагнитного поля одним из основных характеристик вакуумного состояния являются корреляторы электрического и магнитного полей. В частности, этими корреляторами определяются вакуумная плотность энергии, вакуумные натяжения, вероятности спонтанных переходов между атомными уровнями, а также силы, действующие на атомы. Данная работа посвящена исследованию корреляторов электромагнитного поля в окрестности космической струны.

2. Геометрия задачи и собственные функции

Рассмотрим бесконечно длинную, прямую космическую струну. Соответствующее фоновое пространство описывается линейным элементом

$$ds^2 = dt^2 - dr^2 - r^2 d\phi^2 - dz^2, \qquad (1)$$

где $0 \le \phi \le \phi_0$, а пространственные точки (r, ϕ, z) и $(r, \phi + \phi_0, z)$ идентифицированы. Дефицит плоского угла связан с массой μ_0 на единицу длины струны соотношением $2\pi - \phi_0 = 8\pi G\mu_0$, где G – ньютоновская гравитационная постоянная. Целью данной работы является исследование вакуумных средних произведений операторов электрического и магнитного полей в поле космической струны. Выражая оператор векторного потенциала A_i электромагнитного поля через операторы рождения и уничтожения, можно показать, что вакуумное среднее квадратичной по полю величины $F\{A_i, A_k\}$ можно представить в виде суммы по собственным модам:

$$\langle 0 | F\{A_i, A_k\} | 0 \rangle = \sum_{\alpha} F\{A_{\alpha i}, A^*_{\alpha k}\}. \qquad (2)$$

В этой формуле $|0\rangle$ есть амплитуда вакуумного состояния, $\{A_{\alpha i}, A^*_{\alpha k}\}$ – полная ортонормированная система решений классических уравнений поля, коллективный индекс α представляет совокупность квантовых чисел, определяющих решение.

Как видно из формулы (2), для нахождения вакуумных средних квадратичных комбинаций операторов электрического и магнитного полей необходимо знать соответствующие собственные функции. При наличии космической струны имеются два типа собственных функций, которые соответствуют волнам электрического и магнитного типов (см., например, [8]). В кулоновской калибровке векторные потенциалы этих волн даются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{\alpha} &= \beta_{\alpha}(1/i\omega)(\gamma^2 \mathbf{e}_3 + ik\nabla_t) J_{q|m|}(\gamma r) \exp[i(qm\varphi + kz - \omega t)], \quad \lambda = 0, \\ \mathbf{A}_{\alpha} &= -\beta_{\alpha} \mathbf{e}_3 \times \nabla_t \{J_{q|m|}(\gamma r) \exp[i(qm\varphi + kz - \omega t)], \quad \lambda = 1. \end{aligned} \qquad (3)$$

Здесь $\mathbf{e}_3$ – единичный вектор вдоль направления космической струны, $\nabla_t = \left(\partial_r,\ (1/r)\partial_{\phi},\ 0\right)$ – поперечная часть оператора набла по отношению к струне, $J_{\nu}(x)$ – функция Бесселя первого рода. В формулах (3) введены обозначения

$$\omega^2 = \gamma^2 + k^2, \quad q = 2\pi / \phi_0, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, ... \qquad (4)$$

Коэффициент β_α определяется из условия нормировки собственных функций для векторного потенциала и имеет вид

$$\beta_\alpha^2 = q/2\pi\omega\gamma. \tag{5}$$

Собственные функции для электрического и магнитного полей получаются с помощью стандартных формул электродинамики и даются следующими выражениями:

$$F_{\alpha,l} = \beta_\alpha F_l^{(\lambda)}(r)\exp(iqm\varphi + ikz - i\omega t), \quad F = E, B, \tag{6}$$

где

$$\begin{aligned} &E_r^{(0)}(r) = ik\gamma J'_{q|m|}(\gamma r), \;\; E_\phi^{(0)}(r) = -\frac{kqm}{r}J'_{q|m|}(\gamma r), \;\; E_z^{(0)}(r) = \gamma^2 J_{q|m|}(\gamma r), \\ &E_r^{(1)}(r) = -\frac{\omega qm}{r}J_{q|m|}(\gamma r), \;\; E_\phi^{(1)}(r) = -i\omega\gamma J'_{q|m|}(\gamma r), \;\; E_z^{(1)}(r) = 0. \end{aligned} \tag{7}$$

Собственные функции для магнитного поля связаны с соответствующими функциями электрического поля соотношениями

$$B_l^{(0)}(r) = -E_l^{(1)}(r), \;\; B_l^{(1)}(r) = E_l^{(0)}(r), \tag{8}$$

где $l = r, \phi, z$.

3. Корреляторы электрического и магнитного полей

Подставив выражения собственных функций для электрического и магнитного полей в формулу (2), получим следующие выражения для корреляторов электромагнитного поля:

$$\left\langle 0_s \left| F_i(x) F_l(x') \right| 0_s \right\rangle = \frac{q}{2\pi}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} dk \int_0^\infty \frac{d\gamma}{\gamma\omega}\sum_{\lambda=0,1} F_i^{(\lambda)}(r) F_l^{(\lambda)*}(r') e^{iqm\Delta\varphi + ik\Delta z - i\omega\Delta t}, \tag{9}$$

где $\Delta\phi = \phi - \phi'$, $\Delta z = z - z'$, $\Delta t = t - t'$. Из соотношений (8) следует, что

$$\left\langle 0 \left| B_i(x) B_l(x') \right| 0 \right\rangle = \left\langle 0 \left| E_i(x) E_l(x') \right| 0 \right\rangle, \tag{10}$$

и ниже мы рассмотрим корреляторы электрического поля. Нетрудно показать, что все корреляторы выражаются через функции

$$\begin{aligned} h_1(x,x') &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} dk \int_0^\infty d\gamma \frac{\gamma}{\omega} J_{q|m|}(\gamma r) J_{q|m|}(\gamma r') e^{iqm\Delta\phi + ik\Delta z - i\omega\Delta t}, \\ h_2(x,x') &= \sum_{m=-\infty, m\neq 0}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} dk \int_0^\infty \frac{d\gamma}{\omega\gamma} J_{q|m|}(\gamma r) J_{q|m|}(\gamma r') e^{iqm\Delta\phi + ik\Delta z - i\omega\Delta t}. \end{aligned} \tag{11}$$

Для вычисления интегралов в этих выражениях сначала проинтегрируем по k с помощью формулы

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{\omega} e^{ik\Delta z - i\omega\Delta t} = 2K_0(\gamma\sqrt{(\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}), \tag{12}$$

где $K_\nu(z)$ – модифицированная функция Бесселя второго рода. В итоге получим следующие формулы:

$$\begin{aligned} h_1(x,x') &= 2\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \int_0^{\infty} d\gamma\gamma J_{q|m|}(\gamma r) J_{q|m|}(\gamma r') K_0(\gamma\sqrt{(\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}), \\ h_2(x,x') &= 2\sum_{m=-\infty, m\neq 0}^{+\infty} e^{iqm\Delta\phi} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \int_0^{\infty} \frac{d\gamma}{\gamma} J_{q|m|}(\gamma r) J_{q|m|}(\gamma r') K_0(\gamma\sqrt{(\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}). \end{aligned} \tag{13}$$

В формулы для рассматриваемых здесь величин входят только производные функции $h_2(x,x')$ по Δz и Δt. Для определенности мы рассмотрим производную по Δz. Эту производную можно представить в виде

$$\partial_{\Delta z} h_2(x,x') = -\frac{2\Delta z h_3(x,x')}{\sqrt{(\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}}, \tag{14}$$

где введено обозначение

$$h_3(x,x') = \sum_{m=-\infty, m\neq 0}^{+\infty} e^{iqm\Delta\phi} \int_0^{\infty} d\gamma J_{q|m|}(\gamma r) J_{q|m|}(\gamma r') K_1\left(\gamma\sqrt{(\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}\right). \tag{15}$$

Для интеграла в выражении функции $h_1(x,x')$ имеем

$$\int_0^{\infty} d\gamma\gamma J_{q|m|}(\gamma r) J_{q|m|}(\gamma r') K_0(\gamma\sqrt{(\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}) = \frac{x_q^{|m|}}{2rr'\sqrt{u^2-1}},$$

с обозначениями

$$u = 1 + \frac{(\Delta r)^2 + (\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}{2rr'}, \quad x_q = (u - \sqrt{u^2-1})^q. \tag{16}$$

Интеграл в выражении для функции $h_3(x,x')$ выражается через присоединенную функцию Лежандра $Q_{q|m|-1/2}^{-1/2}(u)$. Эта функция выражается через элементарные функции и мы получим

$$\int_0^{\infty} d\gamma J_{q|m|}(\gamma r) J_{q|m|}(\gamma r') K_1(\gamma\sqrt{(\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}) = \frac{x_q^{|m|}}{2q\,|m|\,\sqrt{(\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}}. \tag{17}$$

После описанных преобразований, вычислив суммы рядов по *m*, получаем следующие формулы:

$$h_1(x,x')=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\frac{\exp(iqm\Delta\phi)x_q^{|m|}}{rr'\sqrt{u^2-1}}=\frac{1}{rr'\sqrt{u^2-1}}\frac{1-x_q^2}{x_q^2-2x_q\cos(q\Delta\phi)+1},$$
$$h_3(x,x')=\sum_{m=-\infty,m\neq 0}^{+\infty}\frac{\exp(iqm\Delta\phi)x_q^{|m|}}{2q\,|m|\sqrt{(\Delta z)^2-(\Delta t)^2}}=-\frac{\ln[x_q^2-2x_q\cos(q\Delta\phi)+1]}{2q\sqrt{(\Delta z)^2-(\Delta t)^2}}. \tag{18}$$

Член с $m=0$ дает ненулевые вклады только в следующих корреляторах:

$$\left\langle 0\left|E_r(x)E_r(x')\right|0\right\rangle_{\lambda=1,m=0}=-\frac{q}{2\pi rr'}\partial^2_{\Delta z}\frac{u}{\sqrt{u^2-1}},$$
$$\left\langle 0\left|E_\phi(x)E_\phi(x')\right|0\right\rangle_{\lambda=1,m=0}=-\frac{q}{2\pi rr'}\partial^2_{\Delta t}\frac{u}{\sqrt{u^2-1}}. \tag{19}$$

В результате, для корреляторов электрического поля получим выражения для диагональных компонент

$$\left\langle 0\left|E_r(x)E_r(x')\right|0\right\rangle=\frac{q}{2\pi rr'}\partial^2_{\Delta z}\frac{u}{\sqrt{u^2-1}}+\frac{1}{2\pi rr'}(\partial^2_{\Delta\phi}\partial_{\Delta t}\Delta t+rr'\partial^2_{rr'}\partial_{\Delta z}\Delta z)h(x,x'),$$
$$\left\langle 0\left|E_\phi(x)E_\phi(x')\right|0\right\rangle=\frac{q}{2\pi rr'}\partial^2_{\Delta t}\frac{u}{\sqrt{u^2-1}}-\frac{1}{2\pi rr'}(\partial^2_{\Delta\phi}\partial_{\Delta z}\Delta z+rr'\partial^2_{rr'}\partial_{\Delta t}\Delta t)h(x,x'), \tag{20}$$
$$\left\langle 0\left|E_z(x)E_z(x')\right|0\right\rangle=\frac{q}{2\pi rr'}(\partial^2_{\Delta z}-\partial^2_{\Delta t})g(x,x'),$$

и выражения для недиагональных компонент

$$\left\langle 0\left|E_r(x)E_\phi(x')\right|0\right\rangle=\frac{1}{2\pi rr'}(r\partial_r\partial_{\Delta z}\Delta z-r'\partial_{r'}\partial_{\Delta t}\Delta t)\partial_{\Delta\phi}h(x,x'),$$
$$\left\langle 0\left|E_r(x)E_z(x')\right|0\right\rangle=\frac{q}{2\pi rr'}\partial_r\partial_{\Delta z}\frac{g(x,x')}{r}, \tag{21}$$
$$\left\langle 0\left|E_\phi(x)E_z(x')\right|0\right\rangle=\frac{q}{2\pi r^2r'}\partial_{\Delta rz}\partial_{\Delta\phi}g(x,x').$$

В этих формулах введены обозначения

$$h(x,x')=\frac{\ln[x_q^2-2x_q\cos(q\Delta\phi)+1]}{(\Delta z)^2-(\Delta t)^2},$$
$$g(x,x')=\frac{1}{\sqrt{u^2-1}}\frac{1-x_q^2}{x_q^2-2x_q\cos(q\Delta\phi)+1}. \tag{22}$$

Имея корреляторы, можно вычислить вакуумные средние квадратов электрического и магнитного полей в пределе совпадения аргументов. В этом пределе вакуумные средние расходятся. Поскольку при наличии космической струны геометрия плоская во всех точках, кроме точек на струне, то перенормировка сводится к перенормировке вакуумных средних для пространства Минковского. Выражения для последних получаются из приведенных выше формул подстановкой $q=1$. В итоге, в поле космической струны для отличных от нуля перенормированных вакуумных средних получаем выражения

$$\langle E_r^2\rangle_{\mathrm{ren}} = -\langle E_\phi^2\rangle_{\mathrm{ren}} = \langle E_z^2\rangle_{\mathrm{ren}} = -\frac{(q^2-1)(q^2+11)}{180\pi r^4}. \qquad (23)$$

В частности, для вакуумного среднего $\langle E^2\rangle_{\mathrm{ren}}$ отсюда получаем формулу, ранее выведенную в работе [9].

4. Взаимодействие атома с вакуумными флуктуациями электромагнитного поля

В дипольном приближении энергия взаимодействия системы с тензором поляризуемости $\alpha_{ij}(\tau)$ с вакуумными флуктуациями определяется формулой

$$U_{\mathrm{d}} = -\int_0^\infty d\tau\, \alpha_{ij}(\tau)\langle 0|E_i(t,\mathbf{r})E_j(t-\tau,\mathbf{r})|0\rangle, \qquad (24)$$

где по повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Энергия взаимодействия (24) определяет силы Казимира–Полдера, действующие на систему. Заметим, что поскольку фоновое пространство–время является статическим, то величина $\langle 0|E_i(t,\mathbf{r})E_j(t-\tau,\mathbf{r})|0\rangle$ зависит от разности $t-t+\tau=\tau$. Разлагая коррелятор поля в интеграл Фурье

$$\langle 0|E_i(t,\mathbf{r})E_j(t-\tau,\mathbf{r})|0\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega\, e^{i\omega\tau}\langle E_iE_j\rangle_\omega \qquad (25)$$

и подставляя в формулу (24), для энергии взаимодействия получим

$$U_{\mathrm{d}} = -\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega\, \alpha_{ij}(\omega)\langle E_iE_j\rangle_\omega, \qquad (26)$$

где

$$\alpha_{ij}(\omega) = \int_0^\infty d\tau\, \alpha_{ij}(\tau)e^{i\omega\tau}. \qquad (27)$$

Отметим, что в формуле (26)

$$\langle E_iE_j\rangle_\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} d\tau\, e^{-i\omega\tau}\langle 0|E_i(0,\mathbf{r})E_j(-\tau,\mathbf{r})|0\rangle. \qquad (28)$$

Когда дисперсией поляризуемости можно пренебречь и основной вклад дают низкие частоты, формула для энергии взаимодействия принимает вид

$$U_{\mathrm{d}} = -\alpha_{ij}(0)\langle 0|E_i(0,\mathbf{r})E_j(0,\mathbf{r})|0\rangle. \qquad (29)$$

Для атома с изотропной поляризуемостью имеем $\alpha_{ij}(0) = \alpha(0)\delta_{ij}$ и, следовательно,

$$U_{\mathrm{d}} = \alpha(0)\frac{(q^2-1)(q^2+11)}{180\pi r^4}. \tag{30}$$

Соответствующая сила имеет только радиальную компоненту и при $\alpha(0) > 0$ является силой отталкивания.

Рассмотрим теперь систему с анизотропной поляризуемостью с собственными значениями $\alpha_{\parallel}$, $\alpha_{\perp}$. Преобразуя тензор поляризуемости в систему координат, связанную со струной, для энергии взаимодействия получим

$$U_{\mathrm{d}} = \frac{(q^2-1)(q^2+11)}{180\pi r^4}\left[\alpha_{\parallel} + 2(\alpha_{\perp} - \alpha_{\parallel})\sin^2\beta\sin^2\gamma\right], \tag{31}$$

где α, β, γ – эйлеровы углы (см., например, [10]), определяющие ориентацию собственных осей тензора поляризуемости относительно системы координат, связанной со струной. Угол β соответствует углу между осью струны и главной осью тензора поляризуемости, соответствующей собственному знчению $\alpha_{\parallel}$. Отметим, что энергия взаимодействия не зависит от угла α, что является следствием равенства двух собственных значений тензора поляризуемости. Как видно из формулы (31), в зависимости от значений $\alpha_{\parallel}$ и $\alpha_{\perp}$ силы Казимира–Полдера могут быть как притягивающими, так и отталкивающими. Следует также отметить, что потенциал взаимодействия становится равным нулю при $\gamma = 1$, что является простым следствием симметрии пространства-времени Минковского.

5. Заключение

В данной работе исследованы вакуумные средние билинейных произведений электрического и магнитного полей, индуцированные наличием космической струны. Соответствующая геометрия описывается линейным элементом (1) с дефицитом угла равным $2\pi - \phi_0$. Вакуумные корреляторы электрического поля определяются выражениями (20), (21) и связаны с корреляторами магнитного поля соотношением (10). Перенормировка расходимостей в пределе совпадения аргументов сводится к вычитанию соответствующих величин для пространства–времени Минковского. В этом пределе отличны от нуля только диагональные по отношению к пространственным индексам компоненты корреляторов. Соответствющие перенормированные вакуумные средние даются формулой (23). В качестве приложения полученных результатов вычислены силы Казимира–Полдера, действующие на атом. Для атома с изотропной положительной поляризуемостью эти силы имеют только радиальную компоненту и являются силами отталкивания. Для атомов с анизотропной поляризуемостью, в зависимости от собственных значений тензора поляризуемости, силы Казимира–Полдера могут быть как притягивающими, так и отталкивающими.

Работа выполнена в рамках гранта 119 Министерства образования и науки Республики Армения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **A.Vilenkin, E.P.S.Shellard**. Cosmic Strings and Other Topological Defects. Cambridge, Cambridge University Press, 1994.
2. **T.Damour, A.Vilenkin**. Phys. Rev. Lett., **85**, 3761 (2000).
3. **P.Battacharjee, G.Sigl**. Phys. Rep., **327**, 109 (2000).
4. **V.Berezinski, B.Hnatyk, A.Vilenkin**. Phys. Rev. D, **64**, 043004 (2001).
5. **S.Sarangi, S.H.H.Tye**. Phys. Lett. B, **536**, 185 (2002).
6. **E.J.Copeland, R.C.Myers, J.Polchinski**. J. High Energy Phys., **06**, 013 (2004).
7. **I.Brevik, T.Toverud**. Class. Quantum Grav., **12**, 1229 (1995).
8. **E.R.Bezerra de Mello, V.B.Bezerra, A.A.Saharian, A.S.Tarloyan**. Phys. Rev. D, **74**, 025017 (2006).
9. **E.R.Bezerra de Mello, V.B.Bezerra, A.A.Saharian**. Phys. Lett. B, **645**, 245 (2007).
10. **Г.Корн, Т.Корн**. Справочник по математике. М., Наука, 1977.

ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ՎԱԿՈՒՈՒՄԱՅԻՆ ԿՈՌԵԼՅԱՏՈՐՆԵՐԸ ԵՎ ԿԱԶԻՄԻՐԻ–ՊՈԼԴԵՐԻ ՈՒԺԵՐԸ ԿՈՍՄԻԿԱԿԱՆ ԼԱՐԻ ԴԱՇՏՈՒՄ

Վ.Մ. ԲԱՐԴԵՂՅԱՆ, Ա.Ա. ՍԱՀԱՐՅԱՆ

Հաշվարկված են էլեկտրական ու մագնիսական դաշտի կոռելյատորները կոսմիկական լարի երկրաչափությունում: Արտածված են բանաձևեր դաշտի բաղադրիչների քառակուսիների վակուումային միջինների համար: Հետազոտված են ատոմի վրա ազդող ուժերը պայմանավորված վակուումային ֆլուկտուացիաներով (Կազիմիրի-Պոլդերի ուժեր): Իզոտրոպ բևեռացվելիության թենզորով ատոմների համար այդ ուժերը ձգողական են լարի նկատմամբ: Անիզոտրոպ դեպքում, կախված բևեռացվելիության թենզորի սեփական արժեքներից, Կազիմիրի–Պոլդերի ուժերը կարող են լինել ինչպես ձգողական, այնպես էլ վանողական:

VACUUM CORRELATORS OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD AND THE CASIMIR–POLDER FORCES IN THE FIELD OF A COSMIC STRING

V.M. BARDEGHYAN, A.A. SAHARIAN

Vacuum correlators of the electric and magnetic fields are calculated in the geometry of a cosmic string. Formulas for the vacuum expectation values for the squares of field components are derived. The forces acting on an atom due to the vacuum fluctuations are investigated. For atoms with isotropic tensor of polarizability these forces are attractive with respect to the string. In the anisotropic case, depending on the eigenvalues of the polarizability tensor, the Casimir–Polder forces can be either attractive or repulsive.

Известия НАН Армении, Физика, т.45, №1, с.11-19 (2010)

УДК 535.14

КВАНТОВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛЯ ЛОКАЛИЗОВАННЫХ КВАНТОВЫХ СОСТОЯНИЙ

Т.В. ГЕВОРГЯН

Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

(Поступила в редакцию 17 июня 2009 г.)

Принцип эргодичности квантовой теории использован для разработки нового метода численного моделирования функции Вигнера для открытых, диссипативных квантовых систем. С этой целью матрица плотности квантовой системы представлена в виде усреднения по ансамблю квантовых состояний временных интервалов вместо усреднения по ансамблю стохастических переменных. Показано, что такой подход приводит к новым приближенным выражениям для квантовых распределений в фазовом пространстве, в частности, функций Вигнера для систем, локализованных в области классических фазовых траекторий. В качестве приложения вычислены функции Вигнера для процесса внутрирезонаторной генерации второй гармоники в области бифуркаций Хопфа.

1. Введение

Квантовые открытые системы, т.е. системы, которые взаимодействуют с резервуаром, как правило, описываются с помощью матрицы плотности, но не в рамках уравнения Шредингера для вектора состояния. Основным уравнением в таком подходе является уравнение для редуцированной матрицы плотности $\rho(t)$, т.е. матрицы плотности открытой системы, которая усреднена по переменным резервуара. В марковском приближении такое уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{i}{h}\left[H,\rho\right] + \sum_i \left(L_i \rho L_i^+ - \frac{1}{2} L_i^+ L_i \rho - \frac{1}{2} \rho L_i^+ L_i \right), \tag{1}$$

где H является гамильтонианом системы и L_i представляют операторы Линдблада для каждой моды i, которые описывают взаимодействие системы с резервуаром. В большинстве случаев не удается найти аналитические решения уравнения (1), и поэтому используются численные методы. Обычно, при численных вычислениях матрица плотности записывается через базисные квантовые состояния в гильбертовом пространстве. При решении большинства квантово-механических проблем мы вынуждены оперировать с большим числом базисных состояний. В таких случаях очень эффективным оказывается представление матрицы плотности в форме статистического среднего по ансамблю квантовых траекторий:

$$\rho(t) = M\left(\left|\Psi_{\xi}(t)\right\rangle\left\langle\Psi_{\xi}(t)\right| \right) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{\xi=0}^{N}\left|\Psi_{\xi}(t)\right\rangle\left\langle\Psi_{\xi}(t)\right|, \qquad (2)$$

где состояние $\left|\Psi_{\xi}(t)\right\rangle$ удовлетворяет так называемому стохастическому уравнению Шредингера [1,2] и ζ – стохастическая переменная (метод диффузии квантового состояния, ДКС-метод). При таком подходе динамика квантовой системы в присутствии диссипативных эффектов представляется через эволюцию состояний вдоль “квантовых траекторий”. Как известно, метод ДКС является очень эффективным численным методом исследования открытых квантовых систем. В работе [3] метод ДКС был сформулирован таким образом, чтобы усреднение по ансамблю стохастических переменных заменить усреднением по временным интервалам на основе принципа эргодичности квантовой теории. При таком подходе выражение (2) представляется в виде суммирования по ансамблю квантовых состояний временных интервалов следующим образом:

$$\rho(t) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N}\left|\Psi_{\xi}(t+t_n)\right\rangle\left\langle\Psi_{\xi}(t+t_n)\right|. \qquad (3)$$

Здесь $\left|\Psi_{\xi}(t+t_n)\right\rangle$ – ансамбль состояний, полученный из произвольной квантовой траектории для случайной последовательности временных интервалов, которые для определенности представлены в виде возрастающей последовательности $t_1 < t_2 < .... < t_n$. Как было показано в [3], такой численный метод является эффективным при исследовании квантовых систем для временных интервалов, превышающих время диссипации. С этой целью, в этой работе были исследованы средние числа фотонов для двух процессов: генерации второй гармоники и параметрического рассеяния или вниз-конверсии в резонаторе. В настоящей работе показано, что данный подход может быть сформулирован не только для вычисления средних значений, но и для вычисления квантовых распределений, в частности, функции Вигнера, которая является распределением координаты и импульса произвольной квантовой системы в фазовом пространстве. Такой подход оказывается намного более экономичным в компьютерных вычислениях, как с точки зрения объема записи данных, так и компьютерного времени вычислений. Более того, как показано в настоящей работе, если взаимодействие квантовой системы с резервуаром является достаточно сильным, чтобы привести к эффекту локализации динамических переменных системы, то такой подход позволяет получить новые результаты для функции Вигнера в простой аналитической форме через классические фазовые траектории системы.

2. Выражения для функций Вигнера через фазовые траектории

Известно несколько представлений для функций Вигнера (см., напр., [4]). Здесь используется следующая формула:

$$W(\alpha) = 2e^{-2|\alpha|^2} \int \frac{d^2\beta}{\pi} \langle -\beta|\rho|\beta\rangle e^{-2(\beta\alpha^* - \beta^*\alpha)}, \tag{4}$$

где α, β – комплексные переменные в фазовом пространстве: $x = \mathrm{Re}\,\alpha$, $y = \mathrm{Im}\,\alpha$; ρ – матрица плотности и $|\beta\rangle$ – когерентное состояние. Для случая произвольного когерентного состояния $|\alpha_0\rangle$ матрица плотности равна $\rho = |\alpha_0\rangle\langle\alpha_0|$ и для соответствующей функции Вигнера получаем гауссовское распределение в фазовом пространстве:

$$W_{\alpha_0}(\alpha) = 2\exp\left(-2|\alpha - \alpha_0|^2\right). \tag{5}$$

Перейдем теперь к получению выражений для общего случая с матрицей плотности в форме (3). Будем различать два случая – системы с независящим от времени гамильтонианом и системы с гамильтонианом, периодическим по времени.

2.1. Стационарный случай

Для этого случая, как показано в работе [3], матрица плотности имеет вид

$$\rho(t) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |\Psi_\xi(t+\tau)\rangle\langle\Psi_\xi(t+\tau)|\, d\tau, \tag{6}$$

где T – интервал временного усреднения. Подставляя выражение (6) в формулу (4), легко получить результат для функции Вигнера, которая удобна для численных вычислений. Тем не менее, нетрудно получить простой аналитический результат для случая, когда в системе имеет место локализация в фазовом пространстве в окрестности соответствующих когерентных состояний. Для этого рассмотрим формулу (4) с матрицей плотности в представлении (6). В низшем приближении вектор состояния $|\Psi_\xi(t)\rangle$ рассмотрим как когерентное состояние $|\beta(t)\rangle$. В этом приближении получается следующее выражение для функции Вигнера:

$$W(\alpha) = \frac{2}{T} \int_0^T dt \exp\left(-2|\alpha - \beta(t)|^2\right). \tag{7}$$

Следует отметить, что этот результат для функции Вигнера справедлив для случая, когда квантовая система в фазовом пространстве локализуется в области определенных полуклассических фазовых траекторий. Для получения этих траекторий следует рассмотреть квантовую систему в полуклассическом приближении в представлении когерентных состояний. Таким образом, для вычисления по этой формуле необходимо использовать полуклассические уравнения системы и найти фазовую траекторию $\beta(t)$ в плоскости $x = \mathrm{Re}\beta$, $y = \mathrm{Im}\beta$. В этом случае последнее выражение (7) является гауссовским распределением в точках полуклассических решений системы. Временное интегрирование в этой формуле проводится в области временного изменения полуклассической траектории.

2.2. Случай периодического по времени гамильтониана

Перейдем к случаю квантовых систем с периодическим по времени гамильтонианом взаимодействия. Как показано в [3], для периодического по времени случая матрица плотности (3) может быть представлена в виде

$$\rho(t) = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N} \left| \Psi_{\xi}(t+nT) \right\rangle \left\langle \Psi_{\xi}(t+nT) \right|, \tag{8}$$

где T – период системы. Подставив это выражение в (4) и взяв вектор состояния в когерентном представлении $\left|\Psi_{\xi}(t+nT)\right\rangle = \left|\beta(t+nT)\right\rangle = \left|\beta_n(t)\right\rangle$, для функции Вигнера получаем следующее выражение:

$$W(\alpha) = \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N} \exp\left(-2\left|\alpha - \beta_n(t)\right|^2\right), \tag{9}$$

где $\beta_n(t)$ – решение соответствующих полуклассических уравнений системы. Это выражение зависит от времени и представляет собой наложение большого числа гауссовских распределений в точках $\beta_n(t)$. Выражения (7) и (9) для функций Вигнера имеют простой вид и, как показывают численные рассчеты, приводят к правильным результатам, т.е. приближенно совпадают с известными выражениями для функций Вигнера, которые могут быть вычислены также другими методами. С другой стороны, такой метод позволяет сравнительно просто получить приближенный результат для квантовых систем, анализ которых очень затруднителен даже известными численными методами, включая стандартный метод ДКС. Некоторые примеры приведены в следующем разделе для случая стационарного по времени гамильтониана (формулы (6) и (7)).

3. Функция Вигнера для генерации второй гармоники: бифуркация Хопфа

Хотя приведенные ниже результаты имеют общий характер, для конкретности будет рассмотрена генерация второй гармоники в присутствии резонатора. Этот процесс, как известно, представляет большой интерес для различных приложений, однако он также интересен с точки зрения исследования фундаментальных проблем квантовой нелинейной динамики, связанной с неустойчивостями и бифуркациями [5]. Квантовая динамика системы описывается уравнением (1) для редуцированной матрицы плотности в представлении взаимодействия, где гамильтониан взаимодействия имеет следующий вид:

$$H = i\frac{\hbar\chi}{2}\left(a_1^{+2}a_2 - a_1^2 a_2^+\right) + i\hbar\left(Ea_1^+ - E^* a_1\right). \quad (10)$$

В этом процессе фундаментальная мода на частоте ω_1 (оператор уничтожения a_1), которая возбуждается внешним лазерным полем в резонаторе на этой же частоте, преобразуется в $\chi(2)$ нелинейной среде в моду второй гармоники $\omega_2 = 2\omega_1$ (оператор уничтожения a_2). Среда помещена в резонатор, χ – постоянная взаимодействия мод, пропорциональная $\chi(2)$, а величина E пропорциональна амплитуде лазерного поля. Коэффициенты затухания обеих мод в резонаторе γ_1 и γ_2 включены в уравнения (1) через операторы Линдблада: $L_1 = \sqrt{\gamma_1}a_1$ и $L_2 = \sqrt{\gamma_2}a_2$. Полуклассические уравнения для этой же системы имеют следующий вид:

$$\partial\alpha_1/\partial t = E - \gamma_1\alpha_1 - \chi\alpha_1^*\alpha_2\,, \quad \partial\alpha_2/\partial t = -\gamma_2\alpha_2 + (\chi/2)\alpha_1^2, \quad (11)$$

где α_1 и α_2 являются амплитудами мод ω_1 и ω_2. В полуклассическом приближении эта система характеризуется бифуркацией Хопфа, которая связывает стационарный режим при $E < E_{cr}$ с самопульсирующим по времени режимом при $E > E_{cr}$ [6-8]. Критический параметр имеет вид

$$E_{cr} = (2\gamma_1 + \gamma_2)\left[2\gamma_2(\gamma_1 + \gamma_2)/\chi^2\right]^{1/2}. \quad (12)$$

Необходимо отметить, что квантовая теория внутрирезонаторной генерации второй гармоники, в режиме нестабильности Хопфа, разработана в линейном приближении по квантовым флуктуациям около полуклассических решений, которые описывают самопульсации [9]. Очевидно, что такой анализ не пригоден в критической области $E \cong E_{cr}$, где уровень квантовых флуктуаций существенно растет. С другой стороны, нахождение точных квантовых решений для нелинейно-оптических систем в присутствии диссипации является очень затруднительным. Такие решения найдены для некоторых простейших систем, но не для генерации второй гармоники (см. напр., [10]). Отметим, что численный квантовый анализ процесса генерации второй гармоники в области бифуркаций проведен в ряде работ (см. [5], где приведены ссылки на предыдущие работы). Тем не менее, даже такой анализ довольно сложен и в работе [5] вычислены функции Вигнера фундаментальной моды и моды второй гармоники лишь в области вблизи бифуркаций $E \le E_{cr}$. Разработанный в данной статье подход позволяет получить результаты как в критической области, так и в надпороговой области $E > E_{cr}$, где режим самопульсаций существенно меняется и возникает так называемый режим удвоения периода. Численные результаты приведены ниже.

При $E < E_{cr}$ фазовые траектории амплитуд α_1 и α_2 приведены на рис.1а, в как решения уравнений (11), для параметров $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, $\chi/\gamma = 0.1$, $E/E_{кр} = 0.5$, $E_{кр}/\gamma = 60$. Для времени $t >> \gamma_1^{-1}, \gamma_2^{-1}$ эти траектории стремятся к определенной стационарной точке, фундаментальная мода ($x = 14.8$, $y = 0$) и мода второй гармоники ($x = -11.5$, $y = 0$). Средние числа фотонов для мод α_1

и α_2 приведены на рис.2. Действительно, при $E < E_{cr}$ легко видеть, что числа фотонов в области больших времен становятся стационарными. Вычисления функций Вигнера по формуле (7) в этой области временных интервалах приводят к результатам, представленным на рис.1б,г. Таким образом, рис.1 и 2 показывают, что в режиме $E < E_{cr}$ решения для амплитуд поля фундаментальной моды и моды второй гармоники становятся стационарными при больших временных интервалах. Фазовые распределения являются гауссовскими распределениями с центрами в стационарных точках.

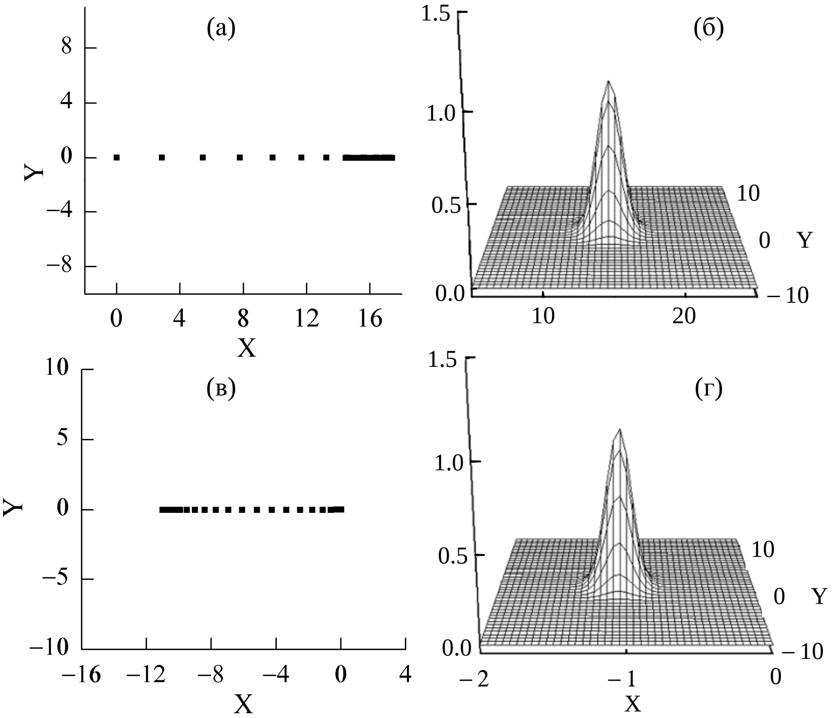


Рис.1. Фазовые траектории для фундаментальной моды α_1 (а), для моды второй гармоники α_2 (в), для параметров $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$; $\chi / \gamma = 0.1$; $E / E_{cr} = 0.5$, $E_{cr} / \gamma = 60$; (б) Функция Вигнера фундаментальной моды; (г) функция Вигнера моды второй гармоники.

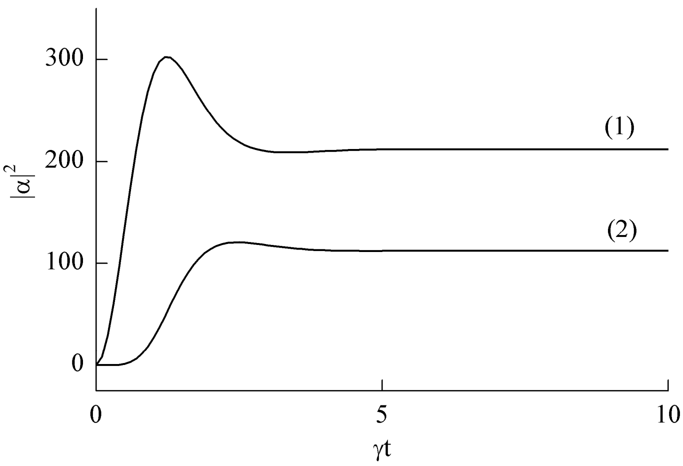


Рис.2. Числа фотонов в зависимости от γt для параметров $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$; $\chi / \gamma = 0.1$; $E / E_{cr} = 0.5, E_{cr} / \gamma = 60$. Кривая 1 – для фундаментальной моды α_1; 2 – для моды второй гармоники α_2.

Перейдем к исследованию режима временной самопульсации, которая реализуется при $E > E_{cr}$. Как было отмечено выше, при $E > E_{cr}$ система имеет неустойчивость Хопфа. Физическая природа этой неустойчивости состоит в расщеплении величин фаз каждой из мод на два значения при переходе через критическую точку E_{cr}. При дальнейшем увеличении амплитуды E над E_{cr} возникает режим удвоения периода самопульсаций Хопфа. К сожалению, нет возможности найти величину второй критической точки E_d аналитически и в работе приведен численный анализ этого вопроса. Ниже приводятся результаты для области $E > E_d$, где система имеет неустойчивую динамику удвоения периода самопульсаций Хопфа. Примеры фазовых траекторий для моды α_1 и α_2, как решения уравнений (11) при $E > E_{cr}$, приведены на рис. 3 (а) и (б), соответственно, для параметров $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$; $\chi / \gamma = 0.1$; $E / E_{кр} = 10$, $E_{кр} / \gamma = 60$. В этом режиме решения уравнений (11) неустойчивы, и как следствие этого, фазовые траектории на рис.3а,б имеют формы, типичные для случая систем с неустойчивостью, т.е. описывают замкнутые циклы. Такой неустойчивостью в данном случае является бифуркация Хопфа. На рис.4а,б приведены результаты вычислений числа фотонов мод в полуклассическом приближении, из уравнений (11). Эти результаты очевидным образом показывают самопульсацию мод, т.е. что даже для временных интервалов, превышающих переходное время $t >> \gamma_1^{-1}, \gamma_2^{-1}$, решения для чисел фотонов не стремятся к стационарному решению (см. рис.2), а являются неустойчивыми. Как показано в [7], такие самопульсации исчезают в квантовом рассмотрении из-за статистического усреднения по ансамблю.

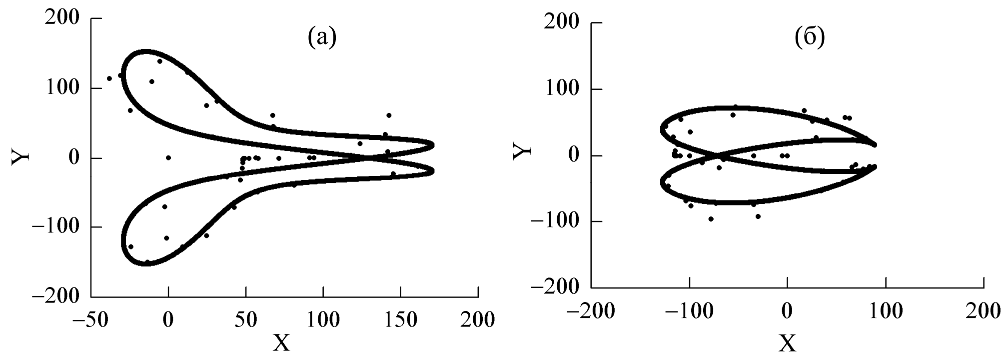


Рис.3. Фазовые траектории: (а) фундаментальная мода, (б) мода второй гармоники для следующих параметров: $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$; $\chi/\gamma = 0.1$; $E/E_{cr} = 10$, $E_{cr} / \gamma = 60$.

Перейдем к вычислению функций Вигнера по формуле (7) в режиме $E > E_{cr}$. Как было отмечено выше, из-за статистического усреднения эти величины не зависят от временных интервалов, превышающих время переходного режима. Результаты вычислений функций Вигнера для обеих мод и их сечения показаны на рис.5. Видно, что сечения функций Вигнера совпадают по форме с

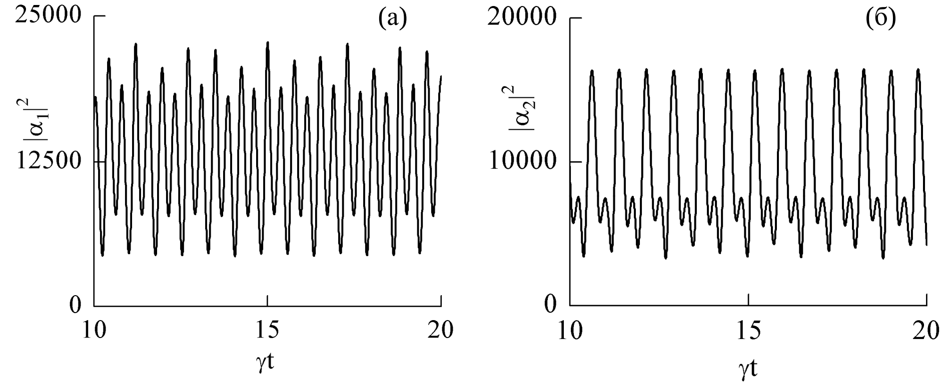


Рис.4. Числа фотонов в зависимости от γt для параметров: $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$; $\chi / \gamma = 0.1$; $E / E_{cr} = 10, E_{cr} / \gamma = 60$; (а) для фундаментальной моды α_1; (б) для моды второй гармоники α_2 .

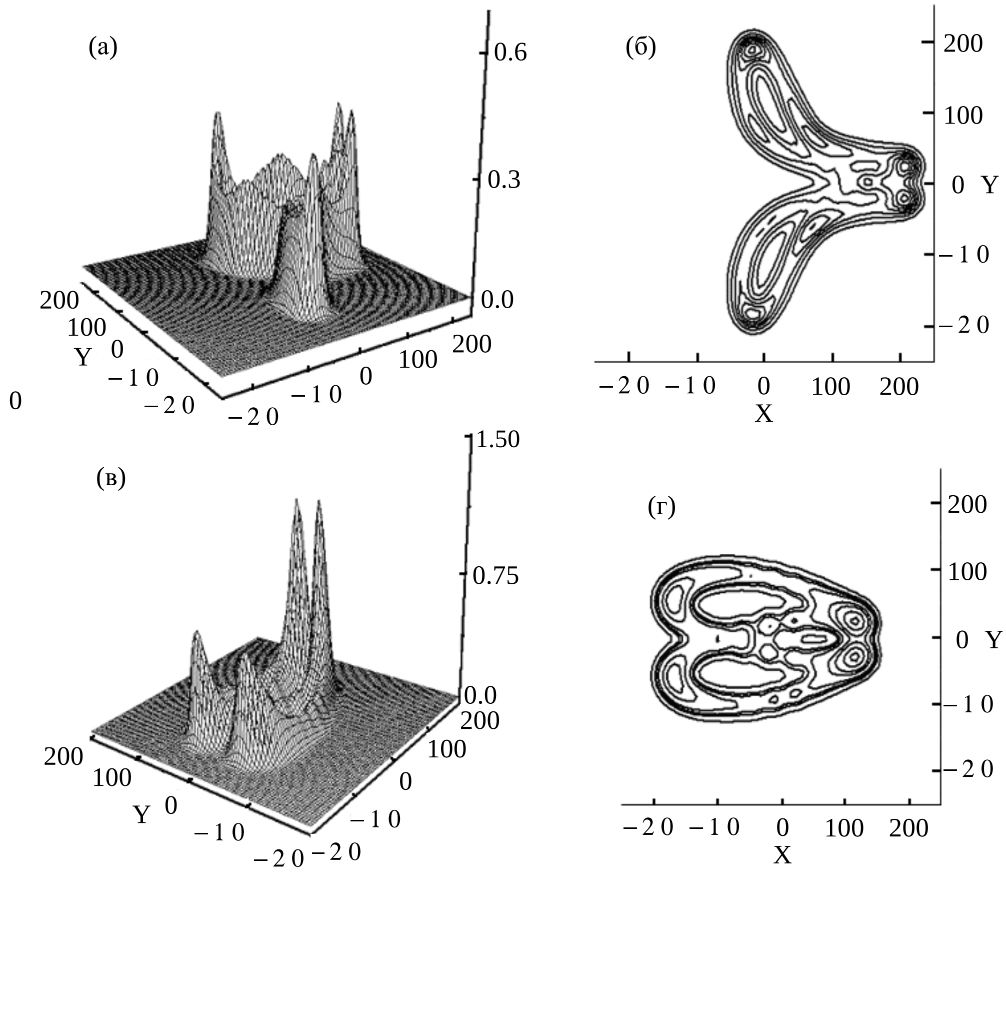


Рис.5. Функции Вигнера и их сечения: для фундаментальной моды α_1 (а) и (б); для моды второй гармоники α_2 (в) и (г). Параметры те же, что на рис.3.

полуклассическими фазовыми траекториями системы. Сечение рис.5б соответствует фазовой траектории рис.3а для фундаментальной моды и сечение рис.5г соответствует фазовой траектории рис.3б для моды второй гармоники. Это является следствием локализации квантовой системы в области классических траекторий для выбранных параметров. Функции Вигнера на рис.5а и б имеют многопиковую структуру в фазовом пространстве, что является квантовым проявлением бифуркации удвоения периода. Действительно, каждая из мод имеет четыре пика в фазовом пространстве, которые определяют наиболее вероятные значения фаз фундаментальной моды и моды второй гармоники. Легко видеть из рис.1б,г, что ниже критической точки $E < E_{cr}$ каждая из мод имеет лишь одно наиболее вероятное значение фазы. В работе показано, что переход в область удвоения периода фазы расщепляются на четыре составляющие.

Автор выражает благодарность А.А. Адамяну и Г.Ю. Крючкяну за многочисленные обсуждения. Работа была поддержана грантом CRDF/NFSAT, UCEP 02/07, а также грантами МНТЦ А-1451 и А-1606.

ЛИТЕРАТУРА

1. **N.Gisin, I.C.Percival.** J. Phys., **A 25**, 5677 (1992).
2. **R.Schack, T.A.Brun, I.C. Percival.** J. Phys., **A 28**, 5401 (1995).
3. **А.А.Адамян, Т.В.Геворгян, Г.Ю.Крючкян.** Изв. НАН Армении, Физика, **42**, 3 (2007).
4. **В.П.Шляйх**. Квантовая оптика в фазовом пространстве. М., Физматлит, 2005.
5. **S.T.Gevorkyan, G.Yu.Kryuchkyan, N.T.Muradyan.** Phys. Rev. A, **61**, 043805 (2000).
6. **P.D.Drumond, K.J.Mcneil, D.F.Walls.** Opt. Acta, **27**, 321 (1980); **28**, 211 (1981).
7. **H.J.Kimble, J.L.Hall,** in Quantum Optics IV, ed. by J.D. Harvey, D.F. Walls. Berlin, Springer, 1986.
8. **S.Schiller, R.Byer.** J. Opt. Soc. Am., **B10,** 1696 (1993).
9. **N.T.Pettiaux, P.Mandel, C.Fabre.** Phys. Rev. Lett., **66**, 1838 (1991).
10. **G.Yu.Kryuchkyan, K.V.Kheruntsyan.** Opt. Comm., **127**, 230 (1996).

ԼՈԿԱԼԻԶԱՑՎԱԾ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԻ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԲԱՇԽՎԱԾՈՒԹՅՈՒՆԸ

Տ.Վ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Քվանտային տեսության էրգոդիկության սկզբունքն օգտագործված է քվանտային դիսի-պատիվ համակարգերի համար Վիգների ֆունկցիայի մոդելավորման նոր մեթոդի մշակման համար: Այս նպատակով քվանտային համակարգի խտության օպերատորը ներկայացվում է

որպես քվանտային վիճակի կամայական ժամանակային ինտերվալների անսամբլ, քվան-տային վիճակի ստոքաստիկ անսամբլի փոխարեն:

QUANTUM DISTRIBUTIONS FOR LOCALIZED QUANTUM STATES

T.V. GEVORGYAN

The ergodicity of quantum theory is used for elaboration of a new method for numerical simulation of Wigner functions of quantum dissipative systems. For this goal the reduced density operator of a quantum system is represented via an ensemble of quantum states for random time intervals instead of an ensemble of stochastic quantum states. This approach leads to novel approximate results for quantum distributions in phase-space, in particular, the Wigner functions for the systems that may be localized around semiclassical phase trajectories. As an application, the Wigner functions for intracavity second-harmonic generation in the regime of Hopf instability are calculated.

Известия НАН Армении, Физика, т.45, №1, с.20-27 (2010)

УДК 539.1

УЛУЧШЕНИЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ РАМАНА–НАТА ДЛЯ РЕЗОНАНСНОГО РАССЕЯНИЯ КАПИЦЫ–ДИРАКА

Л.А. ОГАННЕСЯН, А.Ж. МУРАДЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 4 июня 2009 г.)

На основе известного приближения Рамана–Ната, получен новый аналитический вид амплитуды резонансного рассеяния Капицы–Дирака атома в поле встречных импульсов лазерного излучения. Проведено сопоставление полученной формулы с приближением Рамана–Ната. Оно показывает, что помимо когерентной дифракции, наша формула описывает также процесс каналирования атомов в периодическом поле, созданном встречными лазерными импульсами.

1. Введение

Резонансное когерентное рассеяние Капицы–Дирака атомов на периодических структурах стоячих волн лазерного излучения – один из фундаментальных процессов в атомной оптике и атомной интерферометрии [1]. В простейшем случае, когда атом обладает определенным значением импульса до рассеяния, после рассеяния он переходит в суперпозиционное состояние поступательного движения. Моноимпульсный пучок атома тем самым расщепляется на субпучки. Аналитические результаты для этого когерентного процесса получены для двух режимов взаимодействия – Брэгга и Рамана–Ната. Другой возможный режим взаимодействия – режим каналирования, пока остается вне возможностей аналитического рассмотрения. Отметим, что границы между указанными режимами определяются двумя параметрами системы: во-первых, периодом колебания атома в яме периодического потенциала и вероятностью перехода атома из одной ямы в соседнюю за время одностороннего движения атома в яме периодического потенциала, во-вторых. Наиболее простым с точки зрения экспериментальной реализации является режим Рамана–Ната. Для этого достаточно, чтобы время взаимодействия атома с полем стоячей волны (образованной встречными импульсами лазерного излучения) было существенно меньше этого периода. Неопределенность в энергии при этом, наряду с пространственной периодичностью потенциала, дает возможность одновременной генерации ряда дискретных, равноудаленных друг от друга импульсных состояний атома в спектре движения центра тяжести.

Режим Брэгга реализуется, если время взаимодействия атома с полем стоячей волны существенно больше периода колебаний в яме и одновременно вероятность перехода (туннелирования) между соседними ямами велика. Это наиболее желаемый режим для нужд атомной интерферометрии, поскольку импульсное состояние атома расщепляется всего на две составляющие, симметрично расположенные относительно нулевого значения. Однако из-за относительно большого значения массы атома для микропроцессов, угол расщепления атомного пучка в первом порядке дифракции оказывается малым. Что касается высоких порядков брэгговской дифракции, то требования для их экспериментальной реализации очень жесткие.

Режим Брэгга постепенно переходит в режим каналирования, если вероятность туннелирования атома уменьшается и характер взаимодействия приближается к квазиклассическому. Этот режим дифракции, хотя и реализован на эксперименте [2], исследован крайне мало. Причиной тому является, по всей вероятности, отсутствие аналитических результатов для этого, наиболее общего режима взаимодействия. В связи с этим следует отметить, что режим Брэгга исследуется относительно просто, поскольку из всех возможных значений импульса атома остаются только два. В режиме же Рамана–Ната упрощающим элементом в традиционном подходе к задаче является то, что из-за коротких времен взаимодействия оказывается возможным считать атом эффективно неподвижным и не включать оператор кинетической энергии атома в гамильтониан системы [3].

В настоящей работе мы представим вывод аналитического вида амплитуды рассеяния атома в несколько модифицированном варианте приближения Рамана–Ната [4]. Далее, основываясь на интерпретации генерированных амплитуд как конечного результата процесса рассеяния, мы в каждой амплитуде рассеяния заменим средний импульс атома на то значение, которое соответствует данной амплитуде рассеяния. Чтобы оценить, насколько существенным оказывается это видоизменение для процесса дифракции, мы проводим численные расчеты по двум соответствующим формулам: до и после указанного видоизменения. Результаты представлены в виде графиков. Их простое сопоставление показывает, что нам удалось, помимо количественных изменений, получить и качественно новую ветвь в спектре дифракции, соответствующую каналированному режиму движения атома. Следовательно, предлагаемая нами формула, выведенная в рамках приближения Рамана–Ната и несколько обобщенная на основе физических соображений, частично включает и режим каналирования. Отметим также, что обобщенная формула практически не воспроизводит брэгговский режим рассеяния [5].

2. Вывод формулы для амплитуды когерентной дифракции

Электрическое поле встречно-распространяющихся импульсов представим в виде

$$E(z,t) = E_1(t - z/c)e^{i(kz-\omega t)} + E_2(t + z/c)e^{-i(kz-\omega t)} + \text{c.c.}, \tag{1}$$

где ω – частота поля ($k = \omega/c$), z – координата центра массы атома в направле-
нии распространения волны, $E_{1.2}$ – амплитуды электрического поля световых импульсов, имеющих колоколообразные формы в направлении распространения и плоских в поперечной плоскости. По этой причине поперечный импульс атома остается постоянным и не учитывается в дальнейших расчетах. Ограничиваясь дипольным приближением во взаимодействии атома с электромагнитным полем, для гамильтониана системы будем иметь

$$\hat{H} = -\left(\hbar^2/2M\right)\partial^2/\partial z^2 + \hat{H}_0 - \hat{d}E\left(t, z\right), \tag{2}$$

где $\hat{H}_0$ – гамильтониан свободного неподвижного атома, $\hat{d}$ – оператор дипольного момента оптического электрона атома.

Волновая функция атома в двухуровневом приближении, то есть в предположении, что несущая частота лазерных импульсов близка к частоте перехода из основного состояния в одно из возбужденных состояний (ω_0), может быть записана в следующем виде:

$$\psi\left(z, \mathbf{r}, t\right) = a\left(z, t\right)\psi_1\left(\mathbf{r}\right)e^{-i\frac{\varepsilon_1 t}{h}} + b\left(z, t\right)\psi_2\left(\mathbf{r}\right)e^{-i\frac{\varepsilon_2 t}{h} - i\Delta t}, \tag{3}$$

где $a(z,t)$ и $b(z,t)$ – искомые амплитуды вероятности, ε_1, ε_2 и $\psi_1\left(\mathbf{r}\right)$, $\psi_2\left(\mathbf{r}\right)$ – собственные значения и собственные функции гамильтониана атома $\hat{H}_0$ для основного и возбужденного состояний, соответственно, $\mathbf{r}$ – радиус-вектор оптического электрона относительно центра тяжести атома, а $\Delta = \omega - \omega_0$ – расстройка резонанса.

Подставляя (1) и (3) в уравнение Шредингера, после стандартных преобразований получим уравнения для искомых амплитуд:

$$\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)a\left(z, t\right) = -d\left(E_1^* e^{-ikz} + E_2^* e^{ikz}\right)b\left(z, t\right), \tag{4}$$

$$\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - \hbar\Delta + \frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)b\left(z, t\right) = -d^*\left(E_1 e^{ikz} + E_2 e^{-ikz}\right)a\left(z, t\right). \tag{5}$$

Для решения полученной системы предположим, что несущая частота поля удалена от частоты атомного перехода намного больше, чем спектральная ширина импульсов и доплеровское уширение оптического перехода. Тогда первым и третьим слагаемыми в левой стороне уравнения (5) можно пренебречь и получить алгебраическую связь

$$b\left(z, t\right) = -\left(d^*/\hbar\Delta\right)\left(E_1 e^{ikz} + E_2 e^{-ikz}\right)a\left(z, t\right). \tag{6}$$

Подставляя в (4), для амплитуды основного состояния получаем следующее уравнение шредингеровского вида:

$$\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{|d|^2}{\hbar\Delta}\left| E_1 e^{ikz} + E_2 e^{-ikz} \right| \right) a(z,t) = 0 . \qquad (7)$$

Можно получить приближенное решение этого уравнения. Для этого предположим, что атом начинает взаимодействие с полем, имея определенное значение импульса p_0 и в амплитуде вероятности разделим фактор, соответствующий этому движению:

$$a(z,t) = A(z,t) e^{-\frac{i}{\hbar}\frac{p_0^2}{2M}t + \frac{i}{\hbar}p_0 z} . \qquad (8)$$

Новый неизвестный коэффициент $A(z,t)$ представляет те изменения в состоянии поступательного движения атома, которые обусловлены взаимодействием со встречно-распространяющимися оптическими импульсами и удовлетворяет уравнению

$$\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + i\hbar\frac{p_0}{M}\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\hbar^2}{2M}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{|d|^2}{\hbar\Delta}\left| E_1 e^{ikz} + E_2 e^{-ikz} \right|^2 \right) A(z,t) = 0 . \qquad (9)$$

Пренебрегая второй производной, расчеты можно продолжить, не конкретизируя форму огибающих $E_1(t - z/c)$ и $E_2(t + z/c)$. Однако для большей наглядности мы предположим, что они имеют гауссовскую форму и что длительности у них одинаковые, то есть

$$E_{1,2}(z,t) = E_{1,2}^0 \exp\left(-(t \mp z/c)^2 / \tau^2 \right) . \qquad (10)$$

Тогда будем иметь

$$A(z,t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m \left(\frac{\sqrt{2\pi} E_1^0 E_2^0 \tau |d|^2}{\Delta\hbar^2} e^{-\frac{2z^2}{c^2\tau^2}} e^{-\frac{k^2 p_0^2 \tau^2}{2M^2}} \right) e^{\frac{i}{\hbar}(p_0 + m2\hbar k)z - \frac{i}{\hbar}\frac{(p_0 + m2\hbar k)^2}{2M}t} , \qquad (11)$$

где $J_m(x)$ – функция Бесселя. Полученное выражение, вместе с формулой (8), показывает, что взаимодействие со встречными оптическими импульсами переводит квантовое состояние поступательного движения атома из состояния с определенным значением импульса (p_0) в суперпозиционное состояние с почти дискретным распределением вокруг эквидистантных значений: $p_m = p_0 + m2\hbar k$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$.

Выражение (11) отличается от стандартного вида приближения Рамана–Ната наличием двух экспоненциальных множителей в аргументе функции Бесселя: $\exp\left(-2z^2/c^2\tau^2\right)$ и $\exp\left(-k^2 p_0^2 \tau^2 / 2M^2\right)$. Первый из них учитывает влияние степени перекрытия встречных импульсов на эффективность переброса фотонов из одного оптического импульса в другой (что является механизмом изменения импульсного состояния атома в рассматриваемых условиях). Второй множитель учитывает относительное доплеровское смещение спектров двух встречных импульсов в системе отсчета атома.

Предполагаемое нами улучшение формулы рассеяния относится ко второму из указанных множителей. В него входит p_0 – начальный импульс атома, в то время как сама функция Бесселя относится к вероятностной амплитуде свободного движения (после взаимодействия с импульсами) со значением импульса $p_0 + 2m\hbar k$. Поэтому замена значения p_0 на значение $p_0 + 2m\hbar k$ должна в определенной степени улучшить аналитическое представление амплитуд когерентной дифракции. Аналогичную замену, строго говоря, следует произвести и в расстройке резонанса, которая входит в знаменатель бесселевой функции. То есть мы предлагаем амплитуду конечного состояния, вместо (11), взять в виде

$$A(z,t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} i^m J_m \left(\frac{\sqrt{2\pi} E_1^0 E_2^0 \tau |d|^2}{\hbar^2 \sqrt{\Delta^2 - (p_0 + 2m\hbar k)^2}} e^{-\frac{2z^2}{c^2\tau^2}} e^{-\frac{k^2 (p_0 + m2\hbar k)^2 \tau^2}{2M^2}} \right) e^{\frac{i}{\hbar}(p_0 + m2\hbar k) z - \frac{i}{\hbar} \frac{(p_0 + m2\hbar k)^2}{2M} t}. \quad (12)$$

3. Численные расчеты. Сопоставление картин дифракции

В аргументе функции Бесселя экспоненциальный множитель представляет число вынужденных переходов между внутренними состояниями атома, с помощью которых происходит обмен импульсами и энергией между атомом и полем за время взаимодействия. Для далеко не экстремальных интенсивностей наносекундных лазерных импульсов это число, например, для атомов щелочных металлов, может составить несколько десятков.

Рис.1 дает нам возможность сопоставить импульсные распределения, которые атом приобретает, согласно формуле (11) и ее улучшенной версии (12), в зависимости от значения начального импульса. Видно, что закономерности существенно разные. Согласно формуле (11), распределение сжимается и остается симметрично распределенным вокруг нулевого значения $p_m = 0$. В улучшенной же версии ширина распределения даже несколько увеличивается, а центр постепенно смещается в сторону начального импульса p_0.

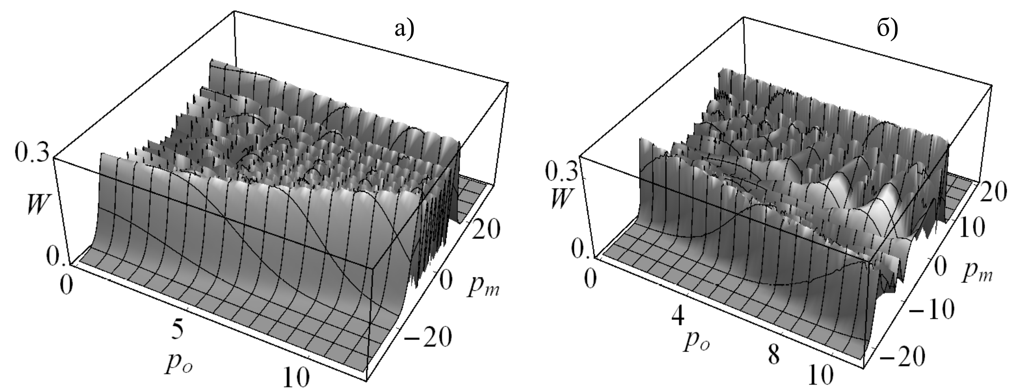


Рис.1. Импульсные распределения атома, полученные при рассеянии в поле встречных световых импульсов в зависимости от начального

импульса (представлен на оси в единицах $2\hbar k$). Расчеты проведены на основе формул (11) (а) и (12) (б).

Рис.2 показывает, как ведут себя импульсные распределения в зависимости от интенсивности вынуждающих оптических импульсов. Видно, что новая формула (12) в этом случае дает лишь умеренные отклонения от первоначальной версии (11).

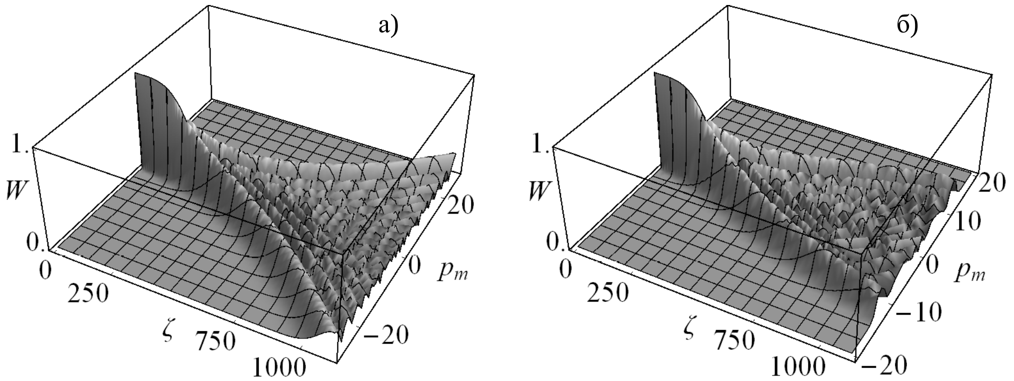


Рис.2. Импульсные распределения атома в зависимости от интенсивности оптических импульсов. На оси она представлена безразмерным параметром ξ. Расчеты проведены с помощью формул (11) (а) и (12) (б).

Наиболее важные изменения происходят во временной зависимости дифракции, точнее, в зависимости от продолжительности встречно-распространя-ющихся импульсов. Рис.3 показывают эти зависимости для случая нулевого начального значения импульса атома. Формула (11), которая в данном специальном случае в точности совпадает с формулой традиционного приближения Рамана–Ната, при росте длительности световых импульсов ведет к безграничному уширению импульсного распределения. Это неуклонное уширение импульсного распределения лишено, конечно, физического смысла, поскольку противоречит совместным требованиям законов сохранения энергии и импульса. Уширение спектра импульсов может иметь место в действительности настолько, насколько разрешается соотношением неопределенности энергии и времени, и поэтому только в области малых времен. Для условий и нормировок данного рисунка этому соответствует область $t < 0.2$. То есть законы сохранения совместно с квантово-механическим соотношением неопределенности должны в области $t > 0.2$ постепенно сузить импульсное распределение. Как видно из рис.3, модифицированная нами формула (12) как раз дает физически ожидаемый характер поведения для импульсного распределения.

Рис.4а показывает, что наша нестандартная форма приближения Рамана–Ната (11) при ненулевых начальных импульсах все же учитывает необходимость сужения импульсного распределения в области больших времен взаимодействия. Но при этом она не содержит ничего о режиме каналирования. Дополнительные к рис.4а состояния, которые присутствуют на рис.4б, построенном по модифицированной версии (12), выявляют закономерности, которые мы ожидаем для режима каналирования. Действительно, в квазиклассическом представлении режим каналирования выглядит почти как равномерное продольное движение, с одновременным колебательным движением в поперечном направлении. Поэтому поперечное движение режима каналирования в импульсном представлении должно представиться неким узким распределением состояний вокруг нулевого значения импульса, как это и имеет место на рис.4б. Отметим, что вопрос о степени точности воспроизведения режима каналирования в формуле (12) остается пока открытым.

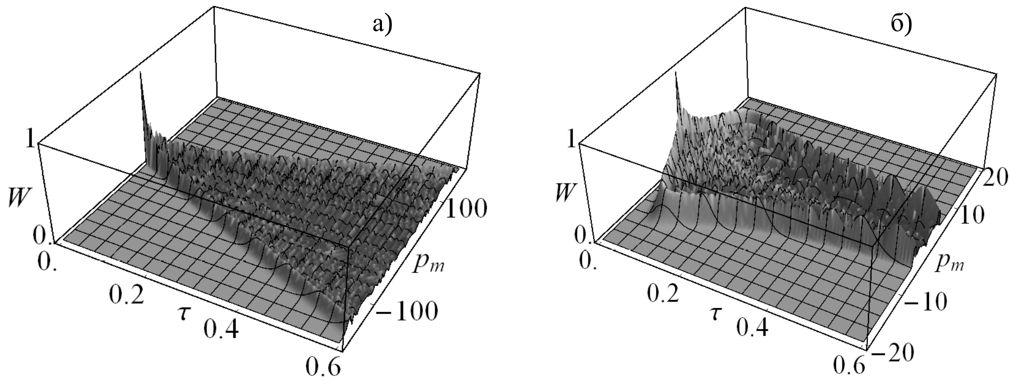


Рис.3. Импульсные распределения атома после дифракции полем встречных оптических импульсов в зависимости от длительности этих импульсов, при $p_0 = 0$. Расчеты проведены на основе формул (11) (а) и (12) (б).

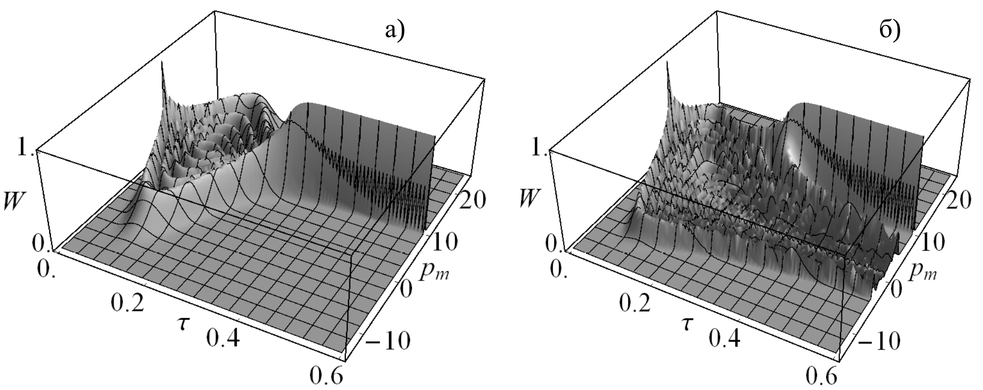


Рис.4. Аналогичные к рис.3 распределения, вычисленные при $p_0 = 10$. Расчеты проведены на основе формул (11) (а) и (12) (б).

Объединение режима каналирования в формулу дифракции (12) является, на наш взгляд, наиболее существенным звеном в обогащении физического содержания аналитической формулы нестандартного приближения Рамана–Ната (11).

Работа выполнена в рамках гранта тематического финансирования МОиН Армении № 0126 и NFSAT/CRDF Grant UCEP-02/07.

ЛИТЕРАТУРА

1. Atom Interferometry, **P.Berman**, (ed.). New York, Acad. Press, 1997; **U.P.Poulsen, K.Molmer**. ArXiv:cond-mat/0109048v1; **B.Dubetsky, M.Kasevich**. Phys. Rev. A, **74**, 023615 (2006).
2. **C.Salomon, J.Dalibard, A.Aspect, H.Metcalf, C.Cohen-Tannoudji**. Phys. Rev. Lett., **59**, 1659 (1987); **C.Keller, J.Schmiedmayer, A.Zeilinger, T.Nonn, S.Durr, R.Rempe**. Appl. Phys. B, **69**, 303 (1999).
3. **H.Batelaan**. Contemporary Physics, **41**, 369 (2000); **Ph.H.Bucksbaum**. Nature, **413**, 117 (2001); **H.Muller, Sh.-W.Chiow, S.Chu**. ArXiv: 0704.2627v1.
4. **В.М.Арутюнян, А.Ж.Мурадян**. Доклады АН Арм.ССР, **60**, 275 (1975).
5. **M.K.Oberthaler, R.Abfalterer, S.Bernet, J.Schmiedmayer, A. Zeilinger**. Phys. Rev. Let., **77**, 4980 (1996); **P.B.Blakie, R.J.Ballagh**. J. Phys. B, **33**, 3961 (2000).

ԲԱՐԵԼԱՎՎԱԾ ՌԱՄԱՆ–ՆԱԹԻ ՄՈՏԱՎՈՐՈՒԹՅՈՒՆԸ ԿԱՊԻՑԱ–ԴԻՐԱԿԻ ՑՐՄԱՆ ՀԱՄԱՐ

Լ.Ա. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Ա.Ժ. ՄՈՒՐԱԴՅԱՆ

Հիմնվելով լավ հայտնի Ռաման–Նաթի մոտավորության վրա՝ ներկայացված է նոր անալիտիկ տեսք ատոմների ռեզոնանսային Կապիցա–Դիրակի ցրման լայնույթների համար լազերային ճառագայթման հանդիպակաց իմպուլսների դաշտում: Գնահատելու համար առաջարկած բանաձևի կարևորությունը՝ կատարվել է համադրում մեր բանաձևի և հայտնի Ռաման–Նաթի մոտավորության միջև: Այն ցույց է տալիս, որ բացի կոհերենտ դիֆրակցիայից, բանաձևը ընդգրկում է նաև ատոմների կանալացման ռեժիմը հանդիպակած տարածվող լազերային իմպուլսներով ստեղծված պարբերական դաշտում:

IMPROVEMENT OF THE RAMAN–NATH APPROXIMATION TO RESONANT KAPITZA–DIRAC DIFFRACTION

L.A. HOVHANNISYAN, A.Zh. MURADYAN

Based on the well-know Raman–Nath approximation we present a new analytic form for the process of resonant Kapitza–Dirac diffraction of atoms in the field of counterpropagating pulses of laser radiation. For estimating the importance of the proposed formula, comparison of our formula with the Raman–Nath approximation is carried out. It is shown that along with coherent diffraction, the formula also includes the channeling regime of atoms in the periodic field of counterpropagating laser pulses.

Известия НАН Армении, Физика, т.45, №1, с.28-38 (2010)

УДК 621.373

ГЕНЕРАЦИЯ РАЗНОСТНОЙ ЧАСТОТЫ В КРИСТАЛЛЕ GaAs С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ДОМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ ПРИ ОПТИЧЕСКОМ ВЫПРЯМЛЕНИИ ФЕМТОСЕКУНДНОГО ЛАЗЕРНОГО ИМПУЛЬСА

А.А. АХУМЯН, Э.М. ЛАЗИЕВ, А.С. НИКОГОСЯН,
Д.Л. ОГАНЕСЯН, Г.Д. ОГАНЕСЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 3 июня 2009 г.)

Исследовано влияние пространственной ограниченности фемтосекундного лазерного импульса (ФЛИ) на эффективность генерации излучения разностной частоты (ИРЧ) в кристалле GaAs с периодической доменной структурой. Показано, что при распространении ИРЧ в поперечном распределении пучка происходит пространственная спектрально-угловая фильтрация. Получено выражение для частотно-углового спектра излучения разностной частоты. Показано, что для фемтосекундного импульса накачки длительностью 100 фс, с радиусом пучка 24 мкм, энергией 30 нДж, длиной волны 1.98 мкм, распространяющегося в кристалле GaAs длиной 1.716 мм с периодом доменной структуры 74.6 мкм, эффективность генерации излучения разностной частоты на длине волны 14 мкм составляет $\sim 2\times 10^{-6}$.

1. Постановка задачи и ее решение

За последнее десятилетие с помощью нелинейно-оптических методов достигнуты значительные успехи в генерации и детектировании когерентного импульсного и непрерывного излучения в диапазоне частот от 0.1 до 100 ТГц [1,2]. Для генерации излучения разностной частоты ТГц диапазона применяются оптические лазеры с длительностью импульсов от 8 до 200 фемтосекунд.

В спектроскопии для исследования и определения внутренней структуры вещества и его содержания, а также для качественного и количественного анализа смесей веществ сложного молекулярного состава, широкое применение находит ИРЧ среднеинфракрасного диапазона длин волн (10 – 20 мкм). Спектроскопия в указанном диапазоне длин волн часто используется при исследовании строения полупроводниковых материалов, полимеров, биологических объектов, живых клеток в медицине, для обнаружения фальсификаций в искустве и в криминалистике.

Для нестационарной инфракрасной спектроскопии актуальной является задача эффективной генерации широкополосного импульсного ИРЧ. Широкополосное ИРЧ, генерируемое методом оптического выпрямления лазерного импульса в нелинейных объемных кристаллах, эффективно, если обеспечивается условие фазового синхронизма для всех взаимодействующих частот в спектре лазерного импульса. Фазовый синхронизм для полосы частот может быть обеспечен методом частичного заполнения прямоугольного волновода нелинейным кристаллом [3,4].

Эффективным методом генерации узкополосного импульсного ИРЧ является отическое выпрямление фемтосекундного лазерного импульса в нелинейном кристалле с периодической доменной структурой [5,6]. Для генерации ИРЧ используется изотропный кристалл GaAs, имеющий полосу прозрачности 0.9–17 мкм и коэффициент поглощения в частотном диапазоне до 3 ТГц менее 5 $см^{-1}$ [7]. Коэффициент нелинейной восприимчивости GaAs достаточно высок и сравним с соответствующими значениями для таких кристаллов, как ZnTe, GaP, GaSe, которые также используются для генерации терагерцового излучения. Следует отметить, что длина волны фемтосекундного лазерного импульса накачки должна быть больше 1.75 мкм, так как на данной длине волны в кристалле GaAs имеет место двухфотонное поглощение. Следовательно, для генерации ИРЧ в кристалле GaAs весьма перспективным является использование волоконно-оптических лазеров, генерирующих фемтосекундные импульсы на длине волны 1.98 мкм [8].

В настоящей работе исследовано влияние пространственной ограниченности ФЛИ на эффективность генерации импульсного ИРЧ в кристалле GaAs с квадратичной нелинейностью и с периодической доменной структурой. Принято, что процессы, истощающие накачку, пренебрежимо малы, а расстояние, пройденное в нелинейном кристалле, меньше длины фокального пятна, т.е. пространственный размер пучка накачки при распространении остается неизменным. Вместе с тем учтено дисперсионное расплывание ФЛИ в нелинейной диспергирующей среде. Тогда, в рассматриваемом приближении, линейно-поляризованный вдоль оси y пространственно-ограниченный ФЛИ с гауссовским временным и пространственным профилями, распространяющийся вдоль оси x, совпадающей с нормалью к плоскости <110> кристалла GaAs, можно представить в виде

$$E_y\left(y,z,x,t\right)=E_0 H\left(y,z\right) g\left(t-x/u\right)\cos\left(\omega_{opt,0}\left(t-xn_0/c\right)\right), \qquad (1)$$

где $H\left(y,z\right)=\exp\left(-z^2/a_{z0}^2-y^2/a_{y0}^2\right)$ – пространственное распределение ФЛИ, $g\left(t\right)=\exp\left(-t^2/\tau_0^2\right)$ – временной профиль ФЛИ, a_{z0} и a_{y0} – радиусы пучка накачки по осям z и y, соответственно, τ_0 – длительность ФЛИ,
$u=c\Big/\left(n\left(\omega_0\right)+\omega_0\, dn/d\omega\big|_{\omega=\omega_0}\right)=c/n_g$ – групповая скорость распространения ФЛИ, c/n_0 – фазовая скорость распространения ФЛИ, $\omega_{opt,0}$ – несущая частота ФЛИ. В выражении (1) амплитуду ФЛИ можно выразить через энергию следующим образом:

$$E_0 = \sqrt{4U\eta_0 / \pi^{3/2} n_0 \tau_0 a_{z0} a_{y0}}\ , \quad \eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}\ , \tag{2}$$

где U – энергия импульса накачки, μ_0 – абсолютная магнитная проницаемость вакуума, ε_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума. При учете дисперсионного расплывания, в первом приближении теории дисперсии, в (1) множитель $g(t)$ следует заменить выражением

$$g(t,x) = \exp\left(-\frac{t^2}{V^2(x)\tau_0^2}\right), \tag{3}$$

где $V(x) = \sqrt{1+\left(x/L_g\right)^2}$, $L_g = \tau_0^2/|k_2|$, $k_2 = \left(\partial^2 k/\partial\omega^2\right)\Big|_{\omega_0}$ – параметр, характеризующий дисперсию групповой скорости в первом приближении, k – волновой вектор, L_g – длина дисперсионного расплывания импульса, x – расстояние, пройденное в среде.

Для рассматриваемого изотропного кристалла GaAs, который прозрачен в спектральном диапазоне 0.97–17 мкм, коэффициент преломления, согласно [7], может быть представлен в виде

$$n^2(\omega,\Delta T) = 1 + b_0 + \sum_{i=1}^{3} \frac{b_i}{\dfrac{1}{\lambda_i^2} - \dfrac{1}{\lambda^2}}, \tag{4}$$

где b_0 = 4.372514, b_1 = 27.83972, $b_2 = 0.031764 + 4.35\times10^{-5}\Delta T + 4.664\times10^{-7}\Delta T^2$, b_3 = 0.00143636, $\lambda_1 = (0.4431307 + 0.50564\times10^{-4}\Delta T)$ мкм, $\lambda_2 = (0.8746453 + 0.1913\times10^{-3}\Delta T - 4.882\times10^{-7}\Delta T^2)$ мкм, $\lambda_3 = (36.9166 - 0.011622\Delta T)$ мкм, $\lambda_i = 2\pi c/\omega_i$, ΔT – отклонение температуры от комнатной (T = 293 K).

При выбранной геометрии фурье-спектр нелинейной квадратичной поляризации, направленной вдоль оси z, $P_{zNL}(t) = \varepsilon_0 d_{eff}(x) E_y^2(t)$, при пренебрежении дисперсией нелинейной оптической восприимчивости в инфракрасном и оптическом диапазонах, будет иметь следующий вид:

$$\tilde{P}_z^{(2)}(\omega,z,y,x) = \varepsilon_0 d_{eff} E_0^2 G(\omega,x) H^2(y,z) \exp\left(-jx\left[\omega/u - 2\pi/\Lambda_x\right]\right), \tag{5}$$

где $G(\omega,x) = \sqrt{\pi}V(L)\tau_0 \exp\left(-\omega^2 V^2(x)\tau_0^2/8\right)$, $d_{\text{eff}} = (4/\pi)d_{0\text{R}}$ – эффективное значение коэффициента нелинейной восприимчивости кристалла GaAs с периодической доменной структурой. Восприимчивость $d_{0\text{R}}$, обеспечивающая оптическое выпрямление, определяется через электрооптический коэффициент r_{ijk} как $d_{ijk} = -n_0^4/4r_{ijk}$ [9]. Для кристалла GaAs r_{14} =1.5 пм/В [10], что соответствует значению $d_{0\text{R}}$ = 47 пм/В. Значение периода Λ_x периодической доменной структуры, входящего в выражение (5), для ИРЧ, распространяющегося вперед, определяется из условий сохранения импульса и энергии:

$$\omega_0 = \frac{2\pi c}{\left(n_g - n_{\text{DF}}\right)\Lambda_x}, \tag{6}$$

где n_{DF} – значение коэффициента преломления среды на разностной частоте.

Волновое уравнение для электрического поля $E_{\text{DF},z}$ волны разностной частоты, поляризованной вдоль оси z, можно записать в виде [11]

$$\Delta E_{\text{DF},z}(t,r)-\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 E_{\text{DF},z}(t,r)}{\partial t^2}=\mu_0\frac{\partial^2 P_z^{(2)}(t,r)}{\partial t^2}, \tag{7}$$

где Δ – лапласиан, $\upsilon = c/n_{\text{DF}}$ – фазовая скорость волны ИРЧ.

Уравнение (7), записанное для частотно-углового спектра, принимает вид

$$\frac{d^2 E_{\text{DF},z}(\omega,k_z,k_y,x)}{dx^2}+k_x^2 E_{\text{DF},z}(\omega,k_z,k_y,x)=-\mu_0\omega^2 P_z^{(2)}(\omega,k_z,k_y,x), \tag{8}$$

где

$$k_z = k\cos(\theta_z),\quad k_x = k\sin(\theta_z)\cos(\varphi),\quad k_y=\sin(\theta_z)\sin(\varphi),\quad k=\frac{\omega}{\upsilon} \tag{9}$$

являются проекциями волнового вектора волны разностной частоты на соответствующие оси (см. рис. 1). С учетом граничного условия на входе в среду $E_{\text{DF},z}(\omega,k_z,k_y,0) = 0$ и условия излучения, решение уравнения (8) для волны, распространяющейся вперед, принимает вид

$$\begin{gathered}E_{\text{DF},z}(\omega,k_y,k_z,L)=-\frac{j\mu_0\omega^2\varepsilon_0 d_{eff}a_0^2E_0^2\sqrt{\pi}V(L)\tau_0\exp\left(-\dfrac{\omega^2V^2(L)\tau_0^2}{8}\right)L}{4\pi\left(k_x+\left[\omega/u-2\pi/\Lambda_x\right]\right)}\exp\left\{-\frac{\left(k_z^2+k_y^2\right)a_0^2}{8}\right\}\times\\ \times\exp\left\{-j\frac{L}{2}\left[k_x+\left(\omega/u-2\pi/\Lambda_x\right)\right]\right\}\operatorname{sin}c\left\{\frac{L}{2}\left(\omega/u-2\pi/\Lambda_x-k_x\right)\right\},\end{gathered} \tag{10}$$

где L – длина нелинейного кристалла.

Выражение для спектральной плотности мощности ИРЧ, формируемого на выходе нелинейного кристалла, с учетом (10) в сферической системе координат может быть представлено в виде

$$\begin{gathered}S(\omega,\theta_z,\varphi,L)=\left|E_{\text{DF},z}(\omega,\theta_z,\varphi,L)\right|^2=\frac{\omega^4\mu_0^2\varepsilon_0^2d_{OB}^2a_0^4E_0^4V^2(L)\tau_0^2\exp\left(-\dfrac{\omega^2V^2(L)\tau_0^2}{4}\right)L^2}{16\pi^2\left\{\omega\left(\sin(\theta_z)\cos(\varphi)/\upsilon+1/u\right)-2\pi/\Lambda_x\right\}^2}\times\\ \times\left\{-\frac{\omega^2a_0^2}{4\upsilon^2}\left[\cos^2(\theta_z)+\sin^2(\theta_z)\sin^2(\varphi)\right]\right\}\operatorname{sin}c^2\left\{\frac{L}{2}\left[\omega\left(1/u-\sin(\theta_z)\cos(\varphi)/\upsilon\right)-2\pi/\Lambda_x\right]\right\}.\end{gathered} \tag{11}$$

Из (11) видно, что ширина спектра генерации ИРЧ, при заданных длине кристалла, интенсивности ФЛИ и ширине пучка, определяется множителем

$$S_1 \cong \omega^4\exp\left(-\frac{\omega^2V^2(L)\tau_0^2}{4}\right). \tag{12}$$

При дисперсионном расплывании ФЛИ в кристалле происходит уширение временного профиля интенсивности ФЛИ, что приводит к сужению спектра генерируемого ИРЧ. Длина кристалла, в рассматриваемом нами приближении постоянства поперечного размера пучка накачки, определяется условием $L \le k_0 a_0^2$, т.е. длина кристалла должна быть меньше или равна конфокальному параметру. Множитель

$$S_2 \cong \exp\left\{-\frac{\omega^2 a_0^2}{4\upsilon^2}\left[\cos^2(\theta_z)+\sin^2(\theta_z)\sin^2(\varphi)\right]\right\} \tag{13}$$

определяется радиусом пучка накачки. При $\theta_z = \pi/2$ и $\varphi = 0$ данный множитель равен 1 и, следовательно, поперечный размер не влияет на эффективность генерации ИРЧ.

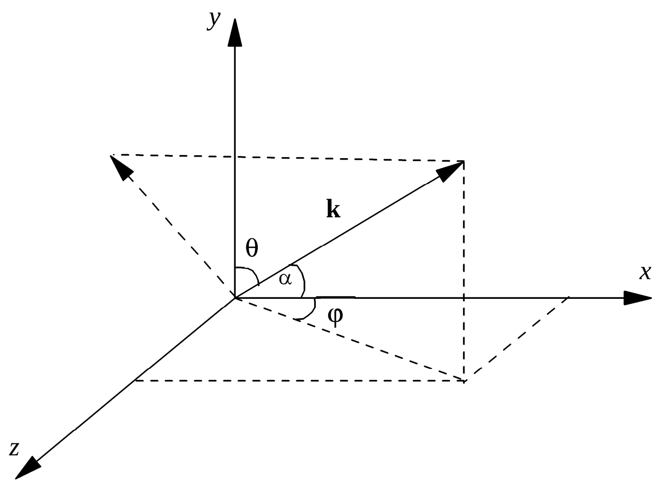


Рис.1. Декартовая и сферическая системы координат. Ось x – направление распространения ФЛИ накачки.

Таким образом, в соответствии с (13), радиус пучка накачки должен быть меньше длины волны ИРЧ в кристалле. Угол раскрыва генерируемого ИРЧ, обусловленный множителем (13), определяется как

$$\alpha = \arcsin\left\{\lambda_{\mathrm{THz}}/\pi n_{\mathrm{THz}} a_0\right\}, \tag{14}$$

где $\sin^2(\alpha) = \cos^2(\theta_z)+\sin^2(\theta_z)\sin^2(\varphi)$.

Из (14) следует, что при фиксированном значении ширины пучка накачки раскрыв генерируемого ИРЧ увеличивается с увеличением длины волны ИРЧ. Из выражения (14) следует также, что с увеличением радиуса пучка накачки раскрыв генерируемого ИРЧ уменьшается. Последний множитель в формуле (11)

$$S_3 \cong \sin c^2 \left\{ \frac{L}{2} \left[\omega\left(1/u - \sin(\theta_z)\cos(\varphi)/\upsilon\right) - 2\pi/\Lambda_x \right] \right\} \qquad (15)$$

учитывает условие фазового синхронизма (S_3 – функция частотного отклика кристалла-генератора). Для эффективного взаимодействия ИРЧ и ФЛИ необходимо, чтобы групповая скорость оптического импульса равнялась фазовой скорости импульса на разностной частоте. При выполнении условия синхронизма, поля, образованные в каждой точке кристалла GaAs, на выходе из кристалла будут складываться с конструктивной интерференцией, а результирующее поле ИРЧ будет пропорционально толщине кристалла. Частота ИРЧ, при которой выполняется условие синхронизма, определяется из (15) следующим образом:

$$\omega_0(\alpha) = 2\pi c \Big/ \left[\Lambda_x \left(n_g - n_{\mathrm{DF}} \cos(\alpha) \right) \right], \qquad (16)$$

где $\cos(\alpha) = \sin(\theta_z)\cos(\varphi)$.

В общем случае, по мере удаления от оси x и при заданных значениях периода домена, коэффициентах преломления n_{DF} и n_g, величина резонансной частоты уменьшается. Из (15) следует, что ширину полосы частотного отклика на уровне 0.5 можно определить как

$$\Delta\omega(\alpha) = 0.81 \frac{\Lambda_x}{L} \omega_0(\alpha). \qquad (17)$$

Согласно (17), относительная ширина полосы генерируемого ИРЧ обратно пропорциональна количеству доменов, укладывающихся на длине кристалла. В соответствии с (17), ширина полосы частотного отклика с увеличением длины кристалла также уменьшается. Если длину домена Λ_x определить из условия (6), то резонансную брэгговскую частоту ИРЧ для произвольных значений α можно представить в виде

$$\frac{\omega_0(\alpha)}{\omega_0} = \frac{n_g - n_{\mathrm{DF}}}{n_g - n_{\mathrm{DF}} \cos(\alpha)} \,. \qquad (18)$$

Согласно (18), в поперечном распределении ИРЧ имеет место частотно-угловое разложение спектральных компонент. Это может быть использовано для пространственно-временной фильтрации дальнего поля ИРЧ. В рассматриваемом случае, в соответствии с (4), когда центральная длина волны ФЛИ λ_0 = 1.98 мкм, генерируемое ИРЧ находится в диапазоне длин волн 10– 17 мкм, коэффициент преломления, соответствующий групповой скорости ФЛИ, n_g = 3.434, а коэффициент преломления ИРЧ в указанном диапазоне n_{DF} = 3.2156 – 3.2741. Это означает, что $\cos(\alpha)$ не может принимать значение, равное n_g/n_{DF}, и, следовательно, выражение (18) не может принимать бесконечно большое значение. Раскрыв генерируемого на частоте ω_0 ИРЧ обусловлен последним множителем в (11) и определяется как

$$\alpha_0 = \arccos\left\{ \frac{n_g - \dfrac{c}{\omega_0}\left(\dfrac{0.81}{L} + \dfrac{2\pi}{\Lambda_{x0}} \right)}{n_{\mathrm{DF}}} \right\}, \tag{19}$$

где Λ_{x0} соответствует частоте ИРЧ ω_0. В соответствии с (19), при фиксированном значении периода домена, раскрыв генерируемого на частоте ω_0 ИРЧ уменьшается с увеличением длины кристалла.

Эффективность генерации ИРЧ может быть определена следующим образом:

$$\eta = \frac{8\pi^3 n_{\mathrm{DF}} \int\limits_0^{\infty} \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} \int\limits_0^{\pi} \left| E_{\mathrm{DF},z}\left(\omega, k_z, k_y, L\right) \right|^2 dk_z dk_y d\omega}{n_0 \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left| E_y\left(y, z, x=0, t\right) \right|^2 dydzdt}. \tag{20}$$

С учетом (12), при интегрировании по частоте в выражении (20), функция частотного отклика для кристалла-генератора (16) может быть заменена дельта-функцией. В результате выражение для эффективности при $\theta_z = \pi/2$ и φ = 0 принимает следующий вид:

$$\eta = \frac{\omega_0^2 d_{eff}^2 E_0^2 V\left(L\right) \tau_0 L}{\sqrt{2\pi} c n_{\mathrm{DF}} n_0 \left(n_g - n_{\mathrm{DF}}\right)} \exp\left\{-\omega_0^2 V^2\left(L\right) \tau_0^2 / 4\right\}. \tag{21}$$

С целью определения дифрагированного поля ИРЧ в френелевской зоне выполнено преобразование Френеля для напряженности электрического поля ИРЧ непосредственно на выходе кристалла (11):

$$\begin{gathered} E_{\mathrm{F,DF},z}\left(\omega, y, z, X\right) = \exp(-j\frac{\omega}{c}X) \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-\infty}^{\infty} E_{\mathrm{DF},z}\left(\omega, k_y, k_z, L\right) \exp\left\{ j\frac{c}{2\omega} X \left(k_y^2 + k_z^2\right) \right\} \times \\ \times \exp\left(-jk_y y - jk_z z\right) dk_y dk_z. \end{gathered} \tag{22}$$

После вычисления интеграла (22) выражение для спектральной плотности мощности ИРЧ в френелевской зоне можно представить в виде

$$\begin{gathered} S\left(\omega, \sqrt{y^2+z^2}, \theta_z, \varphi, X\right) = \left| E_{F,\mathrm{DF},z}\left(\omega, \sqrt{y^2+z^2}, \theta_z, \varphi, X\right) \right|^2 = \\ = \frac{16\omega^6 \varepsilon_0^2 d_{eff}^2 a_0^4 E_0^4 V^2\left(L\right) \tau_0^2 \exp\left(-\dfrac{\omega^2 V^2\left(L\right) \tau_0^2}{2}\right) L^2 \pi^3}{c^6 X^2 \left(\dfrac{\omega n_{\mathrm{DF}}}{c} \sin\left(\theta_z\right) \cos\left(\varphi\right) + \dfrac{\omega}{u} - \dfrac{2\pi}{\Lambda_x} \right)^2 \left(1 + \left(\dfrac{\omega a_0^2}{4Xc} \right)^2 \right)} \exp\left\{ -\frac{\omega^2 a_0^2}{4X^2 c^2} \frac{\left(y^2+z^2\right)}{\left(1 + \left(\omega a_0^2 / 4Xc\right)^2\right)} \right\} \times \\ \times \sin c^2 \left\{ \frac{L}{2} \left(\frac{\omega}{u} - \frac{\omega n_{\mathrm{DF}}}{c} \sin\left(\theta_z\right) \cos\left(\varphi\right) - \frac{2\pi}{\Lambda_x} \right) \right\}. \end{gathered} \tag{23}$$

Согласно (23), радиус кривизны поверхности постоянной фазы (волнового фронта) волны ИРЧ в дифрагированном поле определяется следующим образом:

$$R(\omega) = X\left(1+\frac{\omega^2 a_0^4}{16X^2c^2}\right). \tag{24}$$

Как видно из (24), ширина пучка ИРЧ в дифрагированном поле определяется как

$$a(\omega) = \frac{a_0}{\sqrt{2}}\sqrt{1+\frac{16X^2c^2}{\omega^2 a_0^4}}\ . \tag{25}$$

2. Результаты численного моделирования. Обсуждение результатов

В данном разделе приводятся результаты численного моделирования при параметрах ФЛИ накачки и кристалла GaAs, отвечающих реальным условиям эксперимента: длительность ФЛИ 100 фс, длина волны 1.98 мкм, диаметр пучка 48 мкм, энергия ФЛИ 30 нДж, толщина домена Λ_x = 74.6 мкм для резонансной частоты ИРЧ f_0 = 21.428 ТГц (λ =14 мкм), толщина кристалла GaAs
L = 23Λ_x = 1.716 мм. ФЛИ накачки с вышеприведенными параметрами могут быть получены с помощью волоконно-оптического лазера, генерирующего фемтосекундные импульсы на длине волны 1.98 мкм [8]. Следует отметить, что изготовление кристалла GaAs с периодической доменной структурой с периодом 74.6 мкм практически реализуемо. В работе [12] приводятся результаты по использованию кристалла GaAs с периодической доменной структурой с периодом домена 62 мкм в параметрическом преобразователе частоты излучения на длине волны 2 мкм.

Показано, что ширина полосы частотного отклика на уровне 0.5, с учетом вышеприведенных значений параметров и в соответствии с (17), составляет 0.7546 ТГц ($\Delta f / f = 0.0352$). Раскрыв генерируемого ИРЧ на частоте f_0, обусловленный пространственной ограниченностью пучка накачки, в соответствии с (14) составляет 57.2 мрад. Раскрыв генерируемого на частоте ω_0 ИРЧ, определяемый функцией частотного отклика кристалла-генератора, составляет 25.5 мрад. Дисперсионное и дифракционное расплывание ФЛИ ограничивает выбор длины кристалла. При рассматриваемых в работе значениях параметров и с учетом выражения для коэффициента преломления (4), длина дисперсионного расплывания импульса L_g составляет 2.41 мм. Значение длины кристалла L = 1.716 мм при радиусе пучка a = 24 мкм удовлетворяет также условию $L \le k_0 a^2$ = 1.83 мм, которое соответствует приближению неизменности поперечного размера пучка накачки в процессе распространения в нелинейном кристалле. Выбранному нами значению длины кристалла соответствует значение параметра фокусировки $\xi = L / (k_0 a^2) \approx 0.94$, при котором апертурная функция $h(\xi) \approx 1$, что не приводит к дополнительному уменьшению эффективности генерации ИРЧ [1]. При сильной фокусировке ИРЧ может падать на границу кристалл–воздух под углом γ к нормали, близком к углу полного внутреннего отражения γ_{max}. Следовательно, при выборе радиуса пучка накачки необходимо, чтобы выполнялось также условие $\sqrt{2}\lambda / \pi n_{THz} a < 2\gamma_{max}$. Для кристалла GaAs при длине волны ИРЧ, равной 14 мкм, угол полного внутреннего отражения γ_{max} составляет ~18°, что соответствует радиусу пучка накачки 3 мкм. Для вышеприведенных значений параметров эффективность генерации ИРЧ на длине волны 14 мкм в соответствии с (21) составляет $\sim 2\times 10^{-6}$.

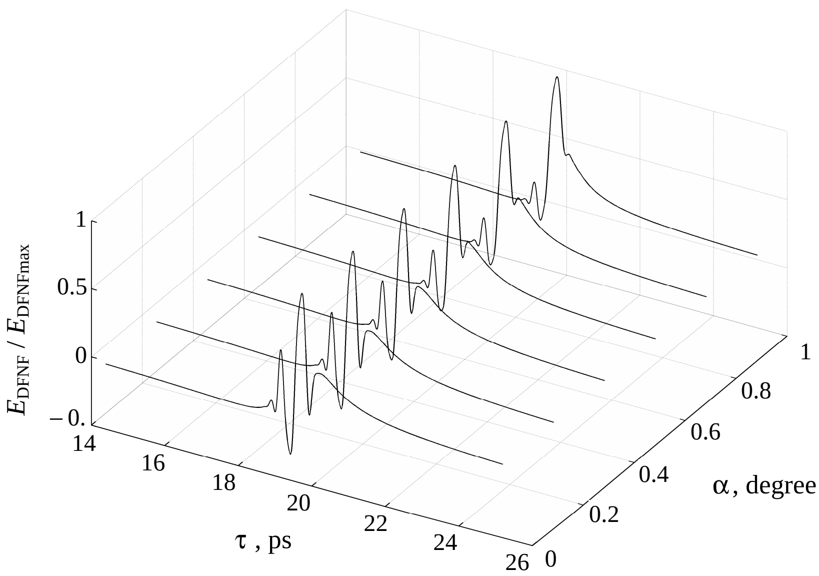


Рис.2. Эволюция временного профиля ближнего поля ИРЧ при изменении угла α.

На рис.2 показана эволюция временного профиля ближнего поля ИРЧ при изменении угла α. Согласно результатам расчетов и как видно из рис.2, период колебания ИРЧ в центре пучка составляет ~650 фс. По мере удаления от оси x наблюдается низкочастотная фильтрация временного профиля импульса ИРЧ. Длительность моноимпульса ИРЧ при $\alpha = 1^{o}$ составляет 1.16 пс. Следовательно, при генерации излучения разностной частоты методом оптического выпрямления лазерного импульса в кристалле GaAs с периодической доменной структурой каждой спектральной компоненте соответствует определенная координата в поперечном распределении ближнего поля ИРЧ. Таким образом, если на выходе нелинейного кристалла поместить транспарант с заданной функцией амплитудно-фазового пропускания, то можно осуществить пространственно-временную фильтрацию ИРЧ. На рис.3 показана эволюция временного профиля дальнего поля ИРЧ при изменении поперечной координаты пучка r. Согласно результатам расчетов, период колебания ИРЧ составляет ~650 фс. По мере распространения по оси x низкочастотная фильтрация временного профиля импульса ИРЧ, имеющая место в ближнем поле ИРЧ, практически не наблюдается. Это в основном определяется спектрально-угловой фильтрацией, имею-щей место при распространении ИРЧ в воздухе.

Полученные в работе результаты, в частности, могут быть использованы при интерпретации результатов эксперимента по пространственно-временной фильтрации дифрагированного поля разностной частоты ТГц диапазона [13,14].

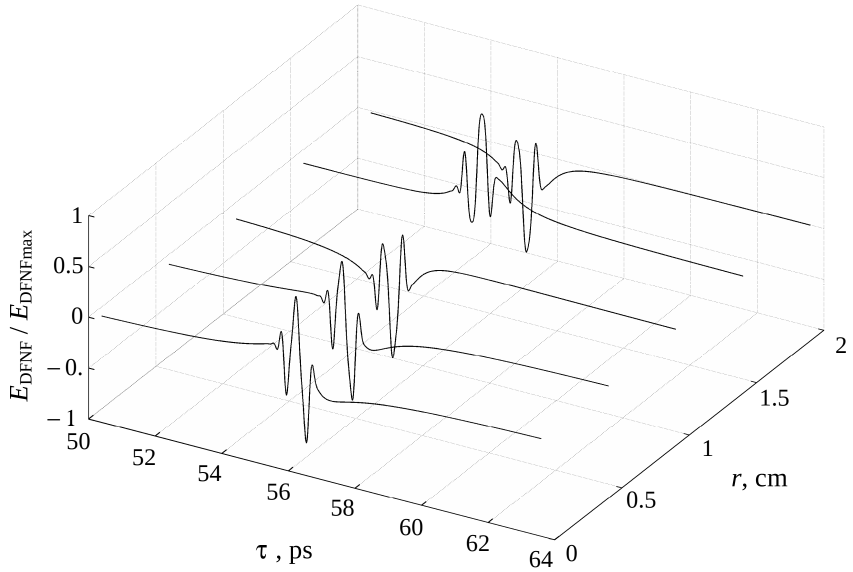


Рис.3. Эволюция временного профиля дальнего поля ИРЧ при изменении поперечной координаты пучка r.

3. Заключение

Рассмотрены особенности излучения на разностной частоте, генерируемого пространственно-ограниченным фемтосекундным лазерным импульсом с гауссовским пространственным профилем интенсивности и амплитудным фронтом, распространяющимся в кристалле GaAs с периодической доменной структурой. Получено выражение для частотно-углового спектра и спектральной плотности мощности. В результате применения преобразования Френеля получено выражение для частотно-углового спектра и спектральной плотности мощности излучения на разностной частоте в дифрагированном поле в френелевской зоне. Показано, что в поперечном распределении ближнего поля ИРЧ каждой спектральной компоненте соответствует определенная координата. Показано, что по мере удаления от оси x имеет место низкочастотная фильтрация временного профиля импульса ИРЧ. Получены двумерные распределения интенсивности ИРЧ как для ближнего, так и для дальнего полей. Рассмотрен также случай, когда угловая ширина ИРЧ является, в основном, функцией частотного отклика (16). Показано, что для пучка накачки длительностью 100 фс на длине волны 1.98 мкм с радиусом пучка 24 мкм и энергией 30 нДж, в кристалле GaAs с периодом периодической доменной структурой 74.6 мкм и длиной 1.716 мм эффективность генерации излучения разностной частоты на частоте 21.428 ТГц составляет 10^{-6}.

Авторы выражают благодарность академику Р.М. Мартиросяну за интерес к работе и полезные обсуждения. Работа выполнена в рамках проекта 141 МВОиН Республики Армения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **D.Grischkowsky, S.Keiding, M. van Exter, Ch.Fattinger.** JOSA B, **7**, 1990 (2006).
2. **D.M.Mittleman, M.Gupta, R.Neelmani, et al.** Appl. Phys. B, **10**, 1007 (1999).
3. **A.S.Nikoghosyan, E.M.Laziev, R.M.Martirosyan, A.A.Hakhoumian.** Proc. SPIE**, 4752,** 40 (2001).
4. **А.С.Никогосян, Р.М.Мартиросян, А.А.Ахумян, Дж.М.Чамберлайн, Р.А.Дадли, Н.Н.Зиновьев.** Электромагнитные волны и электромагнитные системы, **11**, N4, 47, (2006).
5. **K.L.Vodopyanov.** Optics Express, **14**, 2263 (2006).
6. **C.Weiss, G.Torosyan, J.P.Meyn, R.Wallenstein, R.Beigang, Y.Avetisyan.** Optics Express, **8**, 497 (2001).
7. **T.Skauli, P.S.Kuo, K.L.Vodopyanov, T.J.Pinguet, O.Levi, L.A.Eyres, J.S.Harris, M.M.Fejer, E.L.Ginzton, B.Gerard, L.Becouarn, E.Lallier.** Appl. Phys., **94**, 6447 (2003).
8. **G.Imeshev, M.E.Fermann, K.L.Vodopyanov, M.M.Fejer, et al.** Optics Express, **14**, 4439 (2006).
9. **A.Yariv.** Quantum Electronics. New York, Wiley, 1988.
10. **V.G.Dmitriev, G.G.Gurzadyan, D.N.Nikogosyan.** Handbook of Nonlinear Optical Crystals. Berlin, Springer, 1997.
11. **R.W.Boyd.** Nonlinear Optics. New York, Rochester, 2007.
12. **J.Li, D.B.Fenner, K.Termkoa, M.G.Allen, P.F.Moulton, C.Lynch, D.F.Bliss, W.D. Goodhue.** SPIE Photonics West, 16, 68, San Jose, CA, 19-24 January, 2008.
13. **Y.Lee.** Principles of Terahertz Science and Technology. Berlin, Springer, 2009.
14. **A.Nahata, T.F.Heinz.** IEEE, JST of QE, **2**, 701 (1996).

DIFFERENCE FREQUENCY GENERATION IN GaAs CRYSTAL WITH A PERIODIC DOMAIN STRUCTURE BY OPTICAL RECTIFICATION OF A FEMTOSECOND LASER PULSE

A.A. HAKHOUMIAN, E.M. LAZIEV, A.S. NIKOGHOSYAN,
D.L. HOVHANNISYAN, G.D. HOVHANNISYAN

Influence of spatial limitation of the femtosecond laser pulse on the generation efficiency of the difference frequency radiation (DFR) in GaAs crystal with a periodic domain structure is studied. It is shown that with propagation of DFR in cross-sectional beam allocation the spatial spectral-angular filtering occurs. An expression for the frequency angular spectrum of DFR is obtained. It is shown that for femtosecond pumping pulse with duration 100 fs, beam radius 24 μm, energy 30 nJ, wavelength 1.98 μm, propagated in GaAs crystal having 1.716 mm length with the period of domain structure 74.6 μm the DFR efficiency on the wavelength 14 μm is 2×10^{-6}.

Известия НАН Армении, Физика, т.45, №1, с.39-49 (2010)

УДК 539.1

МАТРИЦА ПЕРЕНОСА ДЛЯ ЗАДАЧИ ДВУХКАНАЛЬНОГО РАССЕЯНИЯ

Д.М. СЕДРАКЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 1 апреля 2009 г.)

Получен вид матрицы переноса для двухканальной задачи рассеяния. Элементы этой матрицы выражены через амплитуды прохождения T_1 и T_2 и отражения R_1 и R_2. Построением матрицы для системы из N локализованных и не перекрывающихся центров получены разностные уравнения для элементов матрицы переноса с заданными начальными условиями.

1. Введение

В работах [1,2] сформулирована задача рассеяния квантовой частицы на двумерном потенциале $U(x,y)$. Показано, что уравнение Шредингера удобно представить в виде

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\psi(x,y)+\left(\chi^2-V(x,y)\right)\psi(x,y)=0, \qquad (1)$$

где введены обозначения

$$\frac{2m}{\hbar^2}E=\chi^2, \quad \frac{2m}{\hbar^2}U=V(x,y). \qquad (2)$$

Решение уравнения (1) с граничными условиями $V(x,0)=V(x,a)=\infty$ ищется в виде

$$\psi(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}\psi_n(x)\varphi_n(y), \qquad (3)$$

где $\varphi_n(y)$ есть решение уравнения

$$\frac{d^2\varphi_n(y)}{dy^2}+\chi_n^2\varphi_n(y)=0 \qquad (4)$$

с $\chi_n=\pi n/a$, $n=1,2,...$ и имеет вид

$$\varphi_n=\sqrt{\frac{2}{a}}\sin\left(\frac{\pi}{a}ny\right). \qquad (5)$$

Отметим, что решения (5) ортонормированы и, следовательно, удовлетворяют требованиям

$$\int_0^a \varphi_m^*(y)\varphi_n(y)dy = \delta_{m,n} . \qquad (6)$$

Для нахождения искомых функций $\psi_n(x)$ получается система уравнений

$$\frac{d^2\psi_n(x)}{dx^2} + \kappa_n^2\psi_n(x) - \sum_{m=1}^{\infty} V_{m,n}\psi_m(x) = 0 , \qquad (7)$$

где $\kappa_n^2 = \chi^2 - \chi_n^2$. Фактически, частица в направлении y совершает колебательное движение с дискретной энергией $E_n = \hbar^2\chi_n^2/2m$, а в направлении x она может рассеиваться на потенциале $V_{mn}(x)$.

Таким образом, в отличие от задач рассеяния в одномерном случае, двумерное рассеяние при такой постановке задачи сводится к одномерному-много-канальному рассеянию. В общем случае число каналов бесконечно. Однако, если потенциал возбуждения частицы из основного канала в следующий канал мал или это возбуждение невозможно по энергетическим соображениям, то можно рассмотрение ограничить конечным числом каналов. Рассмотрим случай, когда $n = 2$ и, следовательно, индекс m может принимать два значения: $m = 1,2$. Искомые функции $\psi_1(x)$ и $\psi_2(x)$ будут удовлетворять следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} &\frac{d^2\psi_1}{dx^2} + k_1^2\psi_1 - V_{11}(x)\psi_1(x) - V_{12}\psi_2(x) = 0, \\ &\frac{d^2\psi_2}{dx^2} + k_2^2\psi_2 - V_{22}(x)\psi_2(x) - V_{21}\psi_1(x) = 0, \end{aligned} \qquad (8)$$

где

$$\begin{aligned} &V_{11}(x) = 2\int_0^1 V(x, at)\sin^2(\pi t)dt, \\ &V_{22}(x) = 2\int_0^1 V(x, at)\sin^2(2\pi t)dt, \\ &V_{12}(x) = V_{21}(x) = 2\int_0^1 V(x, at)\sin(\pi t)\sin(2\pi t)dt. \end{aligned} \qquad (9)$$

Как показано в [2], решение системы уравнений (8) и (9) приводит к нахождению амплитуд рассеяния по двум каналам, т.е. к нахождению T_1, T_2, R_1 и R_2. В частности, в этой работе предложен метод для нахождения этих величин в зависимости от вида потенциала $V(x, y)$ и толщины рассеивающего слоя.

Как показано в работах [3-5], при изучении одномерных задач рассеяния на системе N неперекрывающихся потенциалов важную роль играет матрица переноса. Эта матрица связывает амплитуды отражения R_N с амплитудами прохождения T_N. Важно, что, согласно методу матрицы переноса, элементы этой матрицы выражаются через величины R_N и T_N. Знание этой матрицы позволяет найти рекуррентные соотношения между элементами матрицы, которые составляют основную систему алгебраических разностных уравнений для решения задач рассеяния частицы на системе потенциалов, состоящих из N звеньев [3]. Эти уравнения могут быть основой для изучения локализации частицы при прохождении системы потенциалов, не обладающей высокой степенью периодичности [5].

Целью настоящей работы было получить матрицу переноса при двухканальном рассеянии квантовой частицы. Это означает найти матрицу, которая связывает амплитуды отражения R_1 и R_2 с амплитудами прохождения T_1 и T_2, соответствующими рассеянию с импульсами $\mathbf{k_1}$ и $\mathbf{k}_2$. В разделе 2 получена матрица переноса для двухканального рассеяния, элементы которой выражаются в разделе 3 через амплитуды рассеяния T_1, T_2, R_1 и R_2. В последнем разделе получены разностные уравнения для элементов матрицы переноса. Показано, что задача двухканального рассеяния в случае N потенциалов сводится к решению системы уравнений, исследованных в задачах одномерного рассеяния [3,5].

2. Общие решения уравнений (8) и матрица переноса

Предположим, что потенциал $V(x,y)$ имеет произвольный вид вдоль оси y и отличен от нуля только в интервале $x_1 \le x \le x_2$. Общие решения уравнений (8) в интервалах $x \le x_1$ и $x \ge x_2$ можно написать в следующем виде:

$$\psi_{1i} = A_1 e^{ik_1 x} + B_1 e^{-ik_1 x}, \quad \psi_{2i} = C_1 e^{ik_2 x} + D_1 e^{-ik_2 x} \text{ при } x \le x_1 \tag{10}$$

и

$$\psi_{1f} = A_2 e^{ik_1 x} + B_2 e^{-ik_1 x}, \quad \psi_{2f} = C_2 e^{ik_2 x} + D_2 e^{-ik_2 x} \text{ при } x \ge x_2 . \tag{11}$$

Решение этой системы уравнений в области $x_1 \le x \le x_2$ будем искать в следующем виде:

$$\psi_1 = a_1 e^{ik_1 x} - b_1 e^{-ik_1 x}, \quad \psi_2 = a_2 e^{ik_2 x} - b_2 e^{-ik_2 x}, \tag{12}$$

где $a_1(x)$, $b_1(x)$, $a_2(x)$ и $b_2(x)$ – неизвестные функции от x, которые удовлетворяют условию

$$\frac{da_i(x)}{dx} = \frac{db_i(x)}{dx} e^{-2ik_i x}, \quad i = 1,2 . \tag{13}$$

Такой выбор функций $a_i(x)$ и $b_i(x)$ означает, что независимо от вида потенциалов $V_{ik}(x)$, функции $\psi_i(x)$ и их первые производные по x будут непрерывными функциями от x, если только потребовать непрерывность функции $\psi_i(x)$ [6]. Поэтому при сшивке решений уравнений (8) на границах потенциала x_1 и x_2 достаточно потребовать непрерывность функций $\psi_1(x)$ и $\psi_2(x)$ в этих точках. Прежде чем перейти к сшивке этих решений, заметим, что, если ψ_1 и ψ_2, выражающиеся формулами (12), являются решениями уравнений (8), то другой линейно-независимой парой решений будут их комплексно-сопряженные решения. Общее решение этих уравнений легко получить, если решения (12) умножить на L_1, а их комплексно-сопряженные – на L_2 и сложить. Здесь L_1 и L_2 – произвольные постоянные, которые далее определятся из условий сшивки. Полученное общее решение представим в следующем виде:

$$\begin{aligned}\psi_1 &= \left[L_1 a_1(x) - L_2 b_1^*(x)\right]e^{ik_1 x} + \left[L_2 a_1^*(x) - L_1 b_1(x)\right]e^{-ik_1 x},\\ \psi_2 &= \left[L_1 a_2(x) - L_2 b_2^*(x)\right]e^{ik_2 x} + \left[L_2 a_2^*(x) - L_1 b_2(x)\right]e^{-ik_2 x},\ \text{при}\ x_1 \le x \le x_2.\end{aligned} \tag{14}$$

Непрерывность функций ψ_1 и ψ_2 на границе $x = x_1$ приведет к следующим уравнениям:

$$A_1 = L_1 a_1(x_1) - L_2 b_1^*(x_1), \quad B_1 = L_2 a_1^*(x_1) - L_1 b_1(x_1), \tag{15а}$$

$$C_1 = L_1 a_2(x_1) - L_2 b_2^*(x_1), \quad D_1 = L_2 a_2^*(x_1) - L_1 b_2(x_1). \tag{15б}$$

Уравнения (15а) и (15б) дают возможность выразить постоянные L_1 и L_2 через A_1, B_1, C_1 и D_1 и значения a_1, b_1, a_2 и b_2 и их комплексно-сопряженные величины в точке x_1. Выражения для постоянных L_1 и L_2 можно записать в виде

$$\begin{aligned}L_1 &= \frac{A_1 a_1^*(x_1) + B_1 b_1^*(x_1)}{\Delta_1} = \frac{C_1 a_2^*(x_1) + D_1 b_2^*(x_1)}{\Delta_2},\\ L_2 &= \frac{A_1 b_1(x_1) + B_1 a_1(x_1)}{\Delta_1} = \frac{C_1 b_2(x_1) + D_1 a_2(x_1)}{\Delta_2},\end{aligned} \tag{16}$$

где

$$\Delta_1 = |a_1(x_1)|^2 - |b_1(x_1)|^2, \quad \Delta_2 = |a_2(x_1)|^2 - |b_2(x_1)|^2.$$

Используя решения (15) для L_1 и L_2, можно для них получить более удобные выражения:

$$\begin{aligned}L_1 &= \frac{A_1 a_1^*(x_1) + B_1 b_1^*(x_1) + C_1 a_2^*(x_1) + D_1 b_2^*(x_1)}{\Delta_1 + \Delta_2},\\ L_2 &= \frac{A_1 b_1(x_1) + B_1 a_1(x_1) + C_1 b_2(x_1) + D_1 a_2(x_1)}{\Delta_1 + \Delta_2}.\end{aligned} \tag{17}$$

Удобство выражений (17) заключается в том, что при определенной нормировке функций a_2 и b_2 можно добиться условия $\Delta_1 + \Delta_2 = 1$.

Теперь перейдем к сшивке решений ψ_1 и ψ_2 на другом конце потенциала: $x = x_2$. Условие их непрерывности дает:

$$A_2 = L_1 a_1(x_2) - L_2 b_1^*(x_2), \quad B_2 = L_2 a_1^*(x_2) - L_1 b_1(x_2), \tag{18а}$$

$$C_2 = L_1 a_2(x_2) - L_2 b_2^*(x_2), \quad D_2 = L_2 a_2^*(x_2) - L_1 b_2(x_2). \tag{18б}$$

Подставляя L_1 и L_2 из решений (17) в уравнение (18а), можно найти выражения, связывающие постоянные A_2 и B_2 с A_1, B_1, C_1 и D_1. В частности, получим

$$\begin{aligned} A_2 &= \alpha_1^* A_1 - \beta_1^* B_1 + \gamma_1^* C_1 - \delta_1^* D_1, \\ B_2 &= -\beta_1 A_1 + \alpha_1 B_1 - \delta_1 C_1 + \gamma_1 D_1, \end{aligned} \tag{19}$$

где введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \alpha_1(x_1,x_2) &= \left[a_1(x_1)a_1^*(x_2) - b_1^*(x_1)b_1(x_2)\right] / (\Delta_1 + \Delta_2), \\ \beta_1(x_1,x_2) &= \left[a_1^*(x_1)b_1(x_2) - b_1(x_1)a_1^*(x_2)\right] / (\Delta_1 + \Delta_2), \\ \gamma_1(x_1,x_2) &= \left[a_2(x_1)a_1^*(x_2) - b_2^*(x_1)b_1(x_2)\right] / (\Delta_1 + \Delta_2), \\ \delta_1(x_1,x_2) &= \left[a_2^*(x_1)b_1(x_2) - b_2(x_1)a_1^*(x_2)\right] / (\Delta_1 + \Delta_2). \end{aligned} \tag{20}$$

Из уравнений (18б) находим

$$\begin{aligned} C_2 &= \alpha_2^* A_1 - \beta_2^* B_1 + \gamma_2^* C_1 - \delta_2^* D_1, \\ B_2 &= -\beta_2 A_1 + \alpha_2 B_1 - \delta_2 C_1 + \gamma_2 D_1, \end{aligned} \tag{21}$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} \alpha_2(x_1,x_2) &= \left[a_1(x_1)a_2^*(x_2) - b_1^*(x_1)b_2(x_2)\right] / (\Delta_1 + \Delta_2), \\ \beta_2(x_1,x_2) &= \left[a_1^*(x_1)b_2(x_2) - b_1(x_1)a_2^*(x_2)\right] / (\Delta_1 + \Delta_2), \\ \gamma_2(x_1,x_2) &= \left[a_2(x_1)a_2^*(x_2) - b_2^*(x_1)b_2(x_2)\right] / (\Delta_1 + \Delta_2), \\ \delta_2(x_1,x_2) &= \left[a_2^*(x_1)b_2(x_2) - b_2(x_1)a_2^*(x_2)\right] / (\Delta_1 + \Delta_2). \end{aligned} \tag{22}$$

Полученные уравнения (19) и (21), связывающие начальные амплитуды A_1, B_1, C_1 и D_1 с конечными амплитудами A_2, B_2, C_2 и D_2, можно представить в виде матрицы переноса:

$$\begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \\ C_2 \\ D_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1^* & -\beta_1^* & \gamma_1^* & -\delta_1^* \\ -\beta_1 & \alpha_1 & -\delta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2^* & -\beta_2^* & \gamma_2^* & -\delta_2^* \\ -\beta_2 & \alpha_2 & -\delta_2 & \gamma_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \\ D_1 \end{pmatrix}. \tag{23}$$

В случае отсутствия потенциала возбуждения ($V_{12}(x) = 0$), решение $\psi_2 = 0$ и, следовательно, равны нулю также a_2 и b_2. Легко видеть, что равняются нулю также элементы матрицы переноса $\alpha_2 = \beta_2 = \gamma_2 = \delta_2 = \delta_1 = \gamma_1 = 0$. Тогда матрица, входящая в (23), переходит в матрицу переноса для одномерной задачи рассеяния [6].

3. Выражение матрицы переноса через амплитуды прохождения и отражения

Предположим, что частица с импульсом $\mathbf{k}_1$ падает на потенциал $V(x, y)$. Взаимодействуя с ним, не меняя импульс $\mathbf{k}_1$ и проходя через потенциал толщиной $z = x_2 - x_1$, она может выйти с амплитудой T_1 или отразиться с амплитудой R_1. Одновременно с определенной вероятностью частица может, меняя импульс на $\mathbf{k}_2$, пройти потенциал с амплитудой T_2 или отразиться с амплитудой R_2. Мы здесь предполагаем, что переходы частицы на другие состояния с $\mathbf{k}_i$ $(i = 3, 4, ...$ $)$ не происходят и, следовательно, пренебрегаем рассеянием по этим каналам. В случае двухканального рассеяния вероятность прохождения частицы через потенциал имеет вид

$$|T|^2 = |T_1|^2 + |T_2|^2 . \tag{24}$$

Можно рассмотреть также величину $|R|^2 = |R_1|^2 + |R_2|^2$, которая есть полная вероятность отражения и связана с $|T|^2$ следующей формулой:

$$|R|^2 = 1 - |T|^2 . \tag{25}$$

Это условие вытекает из закона сохранения плотности потока вероятности, который имеет вид

$$|T_1|^2 + |T_2|^2 + |R_1|^2 + |R_2|^2 = 1. \tag{26}$$

При рассмотренной нами постановке задачи постоянные A_1, B_1, C_1, D_1 и A_2, B_2, C_2, D_2 связаны с амплитудами рассеяния T_1, T_2, R_1 и R_2 следующими формулами:

$$A_1 = 1,\ B_1 = R_1,\ C_1 = 0 \text{ и } D_1 = R_2 ,$$

тогда как

$$A_2 = T_1,\ B_2 = 0,\ C_2 = T_2 \text{ и } D_2 = 0 .$$

Для обеспечения такого перехода легко увидеть, что элементы матрицы переноса γ_1 и γ_2 должны равняться нулю. Тогда окончательно имеем:

$$\begin{pmatrix} T_1 \\ 0 \\ T_2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1^* & -\beta_1^* & 0 & -\delta_1^* \\ -\beta_1 & \alpha_1 & -\delta_1 & 0 \\ \alpha_2^* & -\beta_2^* & 0 & -\delta_2^* \\ -\beta_2 & \alpha_2 & -\delta_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ R_1 \\ 0 \\ R_2 \end{pmatrix} . \tag{27}$$

Теперь выразим α_1, β_1, α_2, β_2, δ_1 и δ_2 через величины T_1, T_2, R_1 и R_2. Раскрывая матрицу (27), получим:

$$T_1 = \alpha_1^* - \beta_1^* R_1 - \delta_1^* R_2, \tag{28а}$$

$$0 = -\beta_1 + \alpha_1 R_1, \tag{28б}$$

$$T_2 = \alpha_2^* - \beta_2^* R_1 - \delta_2^* R_2, \tag{28в}$$

$$0 = -\beta_2 + \alpha_2 R_1. \tag{28г}$$

Уравнения (28б) и (28г) сразу дают

$$\beta_1/\alpha_1 = \beta_2/\alpha_2 = R_1. \tag{29}$$

Подставляя (29) в уравнения (28а) и (28в), получим

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{\alpha_1^*}{T_1}\left(1-|R_1|^2\right) - \frac{\delta_1^*}{T_1}R_2, \\ 1 &= \frac{\alpha_2^*}{T_2}\left(1-|R_1|^2\right) - \frac{\delta_2^*}{T_2}R_2. \end{aligned} \tag{30}$$

Так как оба эти уравнения должны переходить в (26), записанное в виде

$$1 = \frac{1}{|T|^2}\left(1-|R_1|^2\right) - \frac{|R_2|^2}{|T|^2},$$

то должны иметь место соотношения

$$\frac{\alpha_1^*}{T_1} = \frac{\alpha_2^*}{T_2} = \frac{1}{|T|^2}, \quad \frac{\delta_1^*}{T_1} = \frac{\delta_2^*}{T_2} = \frac{R_2^*}{|T|^2}. \tag{31}$$

Формулы (29) и (31) однозначно определяют элементы матрицы переноса через амплитуды рассеяния T_1, T_2, R_1 и R_2:

$$\begin{aligned} &\alpha_1 = \frac{1}{T_1}\left|\frac{T_1}{T}\right|^2, \quad \alpha_2 = \frac{1}{T_2}\left|\frac{T_2}{T}\right|^2, \quad \beta_1 = \frac{R_1}{T_1}\left|\frac{T_1}{T}\right|^2, \\ &\beta_2 = \frac{R_1}{T_2}\left|\frac{T_2}{T}\right|^2, \quad \delta_1 = \frac{R_2}{T_1}\left|\frac{T_1}{T}\right|^2, \quad \delta_2 = \frac{R_2}{T_2}\left|\frac{T_2}{T}\right|^2. \end{aligned} \tag{32}$$

Легко видеть, что выполняются следующие соотношения:

$$|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 = \frac{1}{|T|^2}, \quad |\beta_1|^2 + |\beta_2|^2 + |\delta_1|^2 + |\delta_2|^2 = \frac{|R|^2}{|T|^2},$$

и, следовательно,

$$|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 - |\beta_1|^2 - |\beta_2|^2 - |\delta_1|^2 - |\delta_2|^2 = 1. \tag{33}$$

Отметим, что из шести элементов матрицы переноса α_1, β_1, α_2, β_2, δ_1 и δ_2 независимы только четыре, так как между ними имеются две связи: (29) и вытекающее из (32) соотношение

$$\delta_1/\alpha_1 = \delta_2/\alpha_2 = R_2 . \tag{34}$$

Это согласуется с постановкой задачи, где неизвестными являются четыре амплитуды T_1, T_2, R_1 и R_2.

4. Разностное уравнение для элементов матрицы переноса

В конце рассмотрим задачу движения квантовой частицы по направлению x в поле цепочки, состоящей из конечного числа рассеивающих центров. Пусть модельный потенциал рассматриваемой задачи имеет следующий вид:

$$U(x,y) = \sum_{n=1}^{N} U_n(x - x_n, y), \tag{35}$$

где N – число рассеивателей цепочки, $U_n(x - x_n, y)$ – локализованные возле точек x_n $(n = 1,2,...N)$, не перекрывающие друг друга функции. Если параметры x_1, x_2, ... x_N, характеризующие расположение рассеивателей в пространстве, удовлетворяют условию $x_n = x_1 + (n-1)b$, то мы имеем цепочку из периодически расположенных рассеивателей. Если, наряду с этим, поля, создаваемые различными рассеивателями, идентичны, то цепочка состоит из периодически расположенных, идентичных потенциалов. Однако обсудим задачу в наиболее общем виде, когда рассеиватели не идентичны и периодичность их расположения отсутствует. Согласно методу, развитому в разделе 3, можно записать

$$\begin{pmatrix} T_{1N} \\ 0 \\ T_{2N} \\ 0 \end{pmatrix} = \prod_{n=1}^{N} \begin{pmatrix} \alpha_1^*(n) & -\beta_1^*(n) & 0 & -\delta_1^*(n) \\ -\beta_1(n) & \alpha_1(n) & -\delta_1(n) & 0 \\ \alpha_2^*(n) & -\beta_2^*(n) & 0 & -\delta_2^*(n) \\ -\beta_2(n) & \alpha_2(n) & -\delta_2(n) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ R_{1N} \\ 0 \\ R_{2N} \end{pmatrix}, \tag{36}$$

где $\alpha_{1,2}(n)$, $\beta_{1,2}(n)$ и $\delta_{1,2}(n)$ являются элементами матрицы переноса от n-ого рассеивателя цепочки при отсутствии в ней всех остальных рассеивателей. Заметим, что матрицы (36) коммутативны, когда рассеиватели в цепочке идентичны и расположены эквидистантно. Важно отметить, что фигурирующие в (36) элементы матрицы переноса должны быть вычислены с учетом местоположения рассеивателей.

Покажем, что задача определения T_{1N}, T_{2N}, R_{1N} и R_{2N} амплитуд двухканального рассеяния частицы может быть, в общем виде, сведена к решению системы четырех линейных разностных уравнений первого порядка. Для этого введем матрицу переноса для всей цепочки:

$$\begin{pmatrix} T_{1N} \\ 0 \\ T_{2N} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1^*(N) & -D_1^*(N) & 0 & -M_1^*(N) \\ -D_1(N) & S_1(N) & -M_1(N) & 0 \\ S_2^*(N) & -D_2^*(N) & 0 & -M_2^*(N) \\ -D_2(N) & S_2(N) & -M_2(N) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ R_{1N} \\ 0 \\ R_{2N} \end{pmatrix}. \qquad (37)$$

Здесь для цепочки, состоящей из N рассеивателей, использована матрица переноса (27), где вместо α, β, γ введены обозначения $S(N)$, $D(N)$ и $M(N)$. Сравнение (37) с (36) показывает, что матрица, входящая в (37), вычисляется как произведение матриц переноса для отдельных рассеивателей цепочки. Рассмотрим элементы матриц переноса $S_{1,2}(N)$, $D_{1,2}(N)$ и $M_{1,2}(N)$ как функции от дискретного параметра N, так что $S_{1,2}(N-1)$, $D_{1,2}(N-1)$ и $M_{1,2}(N-1)$ должны соответствовать элементам матрицы при прохождении частицы от первых $N-1$ потенциалов цепочки. Легко видеть, что между элементами матриц переноса всей цепочки и цепочки без последнего потенциала существует связь:

$$\begin{pmatrix} S_1^* & -D_1^* & 0 & -M_1^* \\ -D_1 & S_1 & -M_1 & 0 \\ S_2^* & -D_2^* & 0 & -M_2^* \\ -D_2 & S_2 & -M_2 & 0 \end{pmatrix}_N =$$

$$= \begin{pmatrix} \alpha_1^*(N) & -\beta_1^*(N) & 0 & -\delta_1^*(N) \\ -\beta_1(N) & \alpha_1(N) & -\delta_1(N) & 0 \\ \alpha_2^*(N) & -\beta_2^*(N) & 0 & -\delta_2^*(N) \\ -\beta_2(N) & \alpha_2(N) & -\delta_2(N) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1^* & -D_1^* & 0 & -M_1^* \\ -D_1 & S_1 & -M_1 & 0 \\ S_2^* & -D_2^* & 0 & -M_2^* \\ -D_2 & S_2 & -M_2 & 0 \end{pmatrix}_{N-1}. \qquad (38)$$

Заметим, что закон сохранения плотности потока вероятности, записанный через величины S, D и M, имеет вид

$$|S_1(N)|^2 + |S_2(N)|^2 - |D_1(N)|^2 - |D_2(N)|^2 - |M_1(N)|^2 - |M_2(N)|^2 = 1. \qquad (39)$$

Рассматривая в (38) N как переменную величину, равенство (38) может быть представлено в виде следующей системы линейных разностных уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned} &S_1(N) = \alpha_1(N)S_1(N-1) + \beta_1(N)D_1^*(N-1) + \delta_1(N)D_2^*(N-1), \\ &D_1(N) = \alpha_1(N)D_1(N-1) + \beta_1(N)S_1^*(N-1) + \delta_1(N)S_2^*(N-1), \\ &S_2(N) = \alpha_2(N)S_1(N-1) + \beta_2(N)D_1^*(N-1) + \delta_2(N)D_2^*(N-1), \\ &D_2(N) = \alpha_2(N)D_1(N-1) + \beta_2(N)S_1^*(N-1) + \delta_2(N)S_2^*(N-1), \\ &M_1(N) = \alpha_1(N)M_1(N-1), \quad M_2(N) = \alpha_2(N)M_1(N-1). \end{aligned} \qquad (40)$$

Здесь $N \geq 1$, а начальные условия имеют вид

$$S_1(0)=1,\ \ M_1(0)=\delta_1(1)/\alpha_1(1),\ \ S_2(0)=D_1(0)=D_2(0)=0\,. \tag{41}$$

Отметим также, что из равенства (38) можно получить уравнение

$$\beta_2^{*}M_1(N-1)=\delta_2^{*}M_2(N-1)\,. \tag{42}$$

Это означает, что разностное уравнение для элемента матрицы $M_2(N)$ можно написать также в виде

$$M_2(N)=\frac{\alpha_2(N)\delta_2^{*}(N)}{\beta_2^{*}(N)}M_2(N-1)\,. \tag{43}$$

Таким образом, система разностных уравнений (40) с начальными условиями (41) определяет амплитуды прохождения $T_1(N)$, $T_2(N)$ и отражения $R_1(N)$, $R_2(N)$ для системы потенциалов (35).

В конце преобразуем систему уравнений (40), используя формулы (29) и (34), записав их для последнего N-ого потенциала в форме

$$\frac{\beta_1(N)}{\alpha_1(N)}=\frac{\beta_2(N)}{\alpha_2(N)}=r_1(N),\quad \frac{\delta_1(N)}{\alpha_1(N)}=\frac{\delta_2(N)}{\alpha_2(N)}=r_2(N)\,. \tag{44}$$

Подставляя их в систему уравнений (40), получим

$$\begin{aligned}
S_1(N)&=\alpha_1(N)\left[S_1(N-1)+r_1(N)D_1^{*}(N-1)+r_2(N)D_2^{*}(N-1)\right],\\
S_2(N)&=\alpha_2(N)\left[S_1(N-1)+r_1(N)D_1^{*}(N-1)+r_2(N)D_2^{*}(N-1)\right],\\
D_1(N)&=\alpha_1(N)\left[D_1(N-1)+r_1(N)S_1^{*}(N-1)+r_2(N)S_2^{*}(N-1)\right],\\
D_2(N)&=\alpha_2(N)\left[D_1(N-1)+r_1(N)S_1^{*}(N-1)+r_2(N)S_2^{*}(N-1)\right].
\end{aligned} \tag{45}$$

Из системы уравнений (45) и последних двух уравнений (40) имеем

$$\frac{S_2(N)}{S_1(N)}=\frac{D_2(N)}{D_1(N)}=\frac{M_2(N)}{M_1(N)}=\frac{\alpha_2(N)}{\alpha_1(N)}\,. \tag{46}$$

Это означает, что достаточно определить $S_1(N)$, $D_1(N)$ и $M_1(N)$, и неизвестные функции $S_2(N)$, $D_2(N)$ и $M_2(N)$ определятся из (46).

Напишем уравнения для определения $S_1(N)$ и $D_1(N)$. Они получаются из системы уравнений (45), если в них, используя формулы (46), заменить $S_2(N)$, $D_2(N)$ на $S_1(N)$, $D_1(N)$. Окончательно получим

$$\begin{aligned}
S_1(N)&=\alpha_1(N)S_1(N-1)+\varepsilon_1(N)D_1^{*}(N-1),\\
D_1(N)&=\alpha_1(N)D_1(N-1)+\varepsilon_1(N)S_1^{*}(N-1),
\end{aligned} \tag{47}$$

где

$$\varepsilon_1(N)=r_1(N)+r_2(N)\alpha_2^{*}(N)/\alpha_1^{*}(N)\,. \tag{48}$$

Неизвестная функция $M_1(N)$ определяется из уравнения

$$M_1(N) = \alpha_1(N) M_1(N-1), \tag{49}$$

которое входит в систему уравнений (40).

Отметим, что система уравнений (47) совпадает с системой уравнений, полученной для одномерной задачи рассеяния, только коэффициенты перед функциями $S_1(N-1)$ и $D_1(N-1)$ другие. Отметим, что решение такой системы уравнений исследовано в [3,5].

ЛИТЕРАТУРА

1. **D.Boese, M.Lischka, L.E.Reichl**. Phys. Rev. B, **82**, 16933 (2000).
2. **Д.М.Седракян, Э.М.Казарян, Л.Р.Седракян.** Метод погружения для многоканальной задачи рассеяния. Изв. НАН Армении, Физика, **44**, 395 (2009).
3. **Д.М.Седракян, А.Ж.Хачатрян.** Доклады НАН Армении, **98**, 301 (1998).
4. **Д.М.Седракян, А.Ж.Хачатрян, Э.М.Казарян, Л.Р.Седракян.** Изв. НАН Армении, Физика, **44**, 167 (2009).
5. **Д.М.Седракян, Д.А.Бадалян, А.Ж.Хачатрян.** ФТТ, **41**, 1687 (1999).
6. **А.Ж.Хачатрян, Д.М.Седракян, В.А.Хоецян.** Изв. НАН Армении, Физика, **44**, 133 (2009).

ԵՐԿՈՒՂԻ ՑՐՄԱՆ ԽՆԴՐԻ ՏՐԱՆՍՖԵՐ ՄԱՏՐԻՑԸ

Դ.Մ. ՍԵԴՐԱԿՅԱՆ

Ստացված է երկուղի ցրման խնդրի տրանսֆեր-մատրիցի տեսքը: Այդ մատրիցի էլեմենտներն արտահայտված են անցման T_1, T_2 և անդրադարձման R_1 և R_2 ամպլիտուդներով՝ սահմանված սկզբնական պայմանների դեպքում: Գրելով տրանսֆեր-մատրիցը N լոկալիզացված և չվերածածկվող ցրող կենտրոնների համար, ստացված են տարբերակային հավասարումներ մատրիցի էլեմենտների համար:

TRANSFER-MATRIX FOR THE TWO-CHANNEL SCATTERING PROBLEM

D.M. SEDRAKIAN

The transfer-matrix for the two-channel scattering problem is obtained. The elements of this matrix are expressed by means of transmission T_1, T_2 and reflection R_1, R_2 amplitudes. The transfer-matrix for N localized and nonoverlapping scattering centers is presented. Recurrent equations for matrix elements are derived and initial conditions for them are defined.

Известия НАН Армении, Физика, т.45, №1, с.50-62 (2010)

УДК 535.31; 539.21

ВЛИЯНИЕ γ-ОБЛУЧЕНИЯ НА ПРОЗРАЧНЫЕ ПРОВОДЯЩИЕ ПЛЕНКИ ZnO:Ga

Н.Р. АГАМАЛЯН, Р.К. ОВСЕПЯН, И.А. ГАМБАРЯН,
Е.А. КАФАДАРЯН, С.И. ПЕТРОСЯН, Г.Р. БАДАЛЯН, А.К. ШИРИНЯН

Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

(Поступила в редакцию 14 мая 2009 г.)

Прозрачные, проводящие, чистые и легированные галлием пленки ZnO, изготовленные электронно-лучевым напылением в вакууме, облучались при комнатной температуре источником Co^{60} со средней энергией γ-фотонов 1.25 МэВ и различными дозами вплоть до ~600 кГр. Определены ширина запрещенной зоны E_g, удельное сопротивление и плотность носителей, а также структурные параметры чистых и легированных пленок ZnO в зависимости от концентрации примеси и γ-дозы для того, чтобы оценить вызванную облучением деградацию пленок, используемых в качестве прозрачных электродов в электрооптических устройствах.

1. Введение

Прозрачные, проводящие оксидные пленки рассматриваются как один из наиболее важных компонентов светодиодов, солнечных элементов, плоских дисплеев и других современных оптоэлектронных устройств [1]. Принадлежащий к семейству полупроводников $A^{II}B^{VI}$ оксид цинка (ZnO) является собственным полупроводником n-типа с широкой запрещенной зоной (~3.3 эВ). Пленки ZnO с высокой концентрацией кислородных вакансий имеют удельное сопротивление ~10^{-2} Ом см и оптическое пропускание около 90%, но являются нестабильными при высокой температуре и в окисляющей среде. Поэтому для практических применений предпочтительней пленки ZnO, легированные элементами III группы (Al, Ga или In). Легированные галлием пленки ZnO имеют оптимальные характеристики для прозрачных проводящих оксидов – оптическую ширину запрещенной зоны ~4 эВ и удельное сопротивление ~10^{-4} Ом см [2].

Для получения этих пленок используются различные технологии: магнетронное, электронно-лучевое и лазерное напыления, золь-гель технология, металлоорганическое химическое осаждение (MOCVD) и др. Среди них вакуумное электронно-лучевое напыление является наиболее подходящим для получения прозрачных проводящих пленок без дополнительной послеростовой обработки.

В условиях проникающей радиации, а также в специфических условиях космического пространства радиационная стойкость материалов является чрезвычайно важной характеристикой. Помимо собственных точечных дефектов и дислокаций, возникающих в ходе синтеза пленок, наиболее важным источником накопления точечных дефектов является проникающая радиация. Пороговая энергия смещения для обоих атомов Zn и O в ZnO оценивается в 57 эВ [3,4]. Максимальная энергия передачи 1 МэВ-ного фотона составляет порядка десятков эВ, поэтому создание междоузельных ионов и вакансий посредством прямого упругого столкновения с γ-фотонами является маловероятным [4]. Основным эффектом γ-облучения предполагается ионизация атомов в решетке и собственных дефектов, которая может привести к смещениям, изменению связей или изменению зарядовых состояний. Эти явления вызывают изменения основных электрофизических параметров полупроводников и устройств на их основе. Ряд работ посвящен исследованию радиационной стойкости поликристаллического и монокристаллического ZnO при облучении электронами [5-10], протонами [6,10,11] и тяжелыми ионами [12,13], а также пленок ZnO и устройств на их основе под действием γ-облучения [4,14-16]. В результате многих исследований показано, что ZnO является более стойким к радиационным повреждениям, чем другие полупроводниковые материалы, такие как Si, GaAs, CdS, и даже GaN [17].

Целью настоящей работы являлось исследование влияния γ-облучения на структурные, оптические и электрические свойства прозрачных проводящих чистых и легированных Ga пленок ZnO, которые пригодны в качестве прозрачных электродов в солнечных элементах и других устройствах. Исследование образцов проводилось с использованием рентгеновского дифракционного анализа, измерений электрического удельного сопротивления, оптического поглощения и отражения.

2. Методика эксперимента

Чистые и легированные галлием пленки ZnO были получены методом вакуумного электронно-лучевого напыления на подложках из оптического стекла и сапфира с ориентацией (0001) [18]. Синтезированные керамические таблетки чистого и легированного ZnO использовались в качестве мишеней для напыления. Все образцы были изготовлены в одинаковых условиях: энергия электронов соответствовала ~6 кэВ, температура подложки поддерживалась при 250±1°C и скорость роста составляла 1.45 Å/с. Полученные пленки ZnO были прозрачными, проводящими и имели высокую механическую прочность. Толщина пленок измерялась профилометром Stylus и проверялась интерференционным методом [19]. Элементный состав пленок определялся сканирующим электронным микроскопом с микроаналитической системой INCA Energy 300. Рентгеноструктурный анализ проводился с использованием рентгеновского дифрактометра с излучением Cu K_α (λ = 1.5405 Å).

Образцы пленок площадью 1 $см^2$ облучались источником Co^{60} со средней энергией γ-фотонов 1.25 МэВ. Пленки были подвергнуты облучению с различной экспозицией при скорости 21 Гр/мин для достижения интегральных поглощенных доз от 0.84 до 589.52 кГр, которые выше обычно используемых в эксперименте при облучении полупроводниковых устройств [20]. Спектры пропускания, поглощения и отражения регистрировались при комнатной температуре с использованием УФ, видимого и ИК спектрофотометров. Измерения удельного сопротивления на постоянном токе осуществлялись четырехзондовым методом.

3. Результаты и обсуждение

Кристалличность образцов до и после облучения исследовалась с использованием рентгеноструктурного анализа. Все образцы имели преимущественную ориентацию вдоль оси (0002). Определялись интенсивность и ширина на полувысоте (FWHM) пика (0002), а также параметр ячейки *c*. Результаты измерения последнего для необлученных пленок представлены в таблице. Величина FWHM пика (0002) для чистых и легированных галлием (0.9 и 1.3 ат%) пленок ZnO близка к 20′. Когда концентрация Ga увеличивается до 6.6 ат% и 9.3 ат%, значение FWHM увеличивается и достигает соответственно ~24′ и ~30′. Интенсивность и ширина на полувысоте (FWHM) пика (0002) для всех пленок остаются практически неизменными под действием γ-облучения, т.е. размер кристаллитов в пленках не меняется от облучения. Параметр решетки *c* необлученных образцов незначительно изменяется от легирования малыми концентрациями Ga (0.9 и 1.3 ат%) по отношению к параметру решетки чистых пленок, который составляет от 5.190 до 5.195 Å в зависимости от типа подложек. Для необлученных пленок с высоким уровнем легирования примесью Ga (соответственно, 6.6 ат% на стеклянной подложке и 9.3 ат% на подложке из сапфира) параметр решетки *c* составляет 5.219 Å, т.е. имеет место растяжение элементарной ячейки вдоль оси (0002). Все облученные пленки на стеклянной подложке показывают некоторое увеличение параметра *c*. Например, при максимальной дозе облучения он составляет 5.227 Å для образца с концентрацией 6.6 ат% Ga. В то же время облученные пленки на подложке из сапфира демонстрируют уменьшение этого параметра: например, от 5.196 Å до 5.190 Å и от 5.219 Å до 5.209 Å, соответственно, для концентраций примеси Ga 1.3 ат% и 9.3 ат%. Это свидетельствует о некотором искажении (растяжении и сжатии) элементарной ячейки вдоль оси (0002) при облучении.

Спектры оптического пропускания T и отражения R чистых и легированных пленок ZnO регистрировались в зависимости от энергии фотонов $\hbar\omega$ в области длин волн 0.3–50 мкм. Спектры пропускания для всех образцов показывают высокую прозрачность в видимой области спектра с интерференционными полосами и резким УФ краем поглощения. Коэффициент поглощения определялся из пропускания по формуле

$$\alpha(\lambda) = \frac{1}{d \ln[(1-R)^2 / T]}, \quad (1)$$

где d – толщина пленки. Исследование оптического поглощения показало, что зависимости $(\alpha h\omega)^2$ от $h\omega$ имеют прямозонный характер для всех образцов. Полученные значения ширины запрещенной зоны E_g необлученных образцов пленок приведены в табл.1. Согласно этим данным, E_g увеличивается от ~3.29 эВ для чистых пленок ZnO до ~3.98 эВ для ZnO:Ga (6.6 ат%) пленок. Обычно голубой сдвиг края поглощения с увеличением ширины зоны связывается с увеличением концентрации носителей (сдвиг Бурштейна–Мосса [21,22]). Эти результаты показывают, что атомы Ga являются донорами и увеличивают плотность электронов в зоне проводимости.

Табл.1. Содержание примеси, толщина пленки d, параметр решетки c и ширина на полувысоте (FWHM) пика (0002), ширина запрещенной зоны E_g, эмпирический параметр E_0, удельное электрическое сопротивление ρ и концентрация носителей N необлученных чистых и ZnO:Ga пленок на подложках из стекла (gl) и сапфира (sap).

Impurity, at%	d, nm	FWHM (0002) peak, min	c, Å	E_g, eV	E_0, meV	ρ, Ω cm	N, $\times 10^{20}$ cm^{-3}	ρ(FIR), Ω cm
Pure/gl	335	22	5.19	3.32	113	5.36×10^{-3}	-	-
Pure/gl	640	20	5.192	3.29	86	2.43×10^{-3}	-	-
Ga,0.9%/gl	950	19	5.195	3.52	202	3.80×10^{-4}	1.11	3.18×10^{-4}
Ga,0.9%/gl	350	19	5.193	3.56	193	4.90×10^{-4}	1.25	7.5×10^{-4}
Ga,6.6%/gl	565	24	5.219	3.98	408	4.52×10^{-4}	5.38	2.15×10^{-4}
pure/sap	530	22	5.199	3.28	81	2.5×10^{-2}	-	-
Ga,1.3%/sap	590	18	5.196	3.59	218	4.54×10^{-4}	1.62	2.6×10^{-4}
Ga,3.4%/sap	495	21	5.209	3.95	363	2.48×10^{-4}	5.16	1.37×10^{-4}
Ga,9.3%/sap	530	30	5.218	3.90	659	4.77×10^{-4}	4.59	2.66×10^{-4}

Уширение зоны ΔE_g (разница в ширинах запрещенной зоны между легированной и чистой пленками ZnO) связано с концентрацией носителей N следующим выражением:

$$\Delta E_g = h^2 N^{2/3} / [8m^* (\pi/3)^{2/3}], \quad (2)$$

где m^* – эффективная масса электрона, равная $0.35\, m_e$ для пленок ZnO, легированных донорными атомами. Результаты расчетов концентрации носителей N необлученных образцов приведены в табл.1. Данные измерений E_g и N, представленные в таблице, показывают, что они являются типичными для прозрачных проводящих оксидных пленок [1].

Результаты исследования изменений края оптического поглощения пленок на подложках из стекла и сапфира под действием γ-облучения показаны на рис.1 и 2. Необходимо подчеркнуть отсутствие сколько-нибудь заметных изменений в ширине запрещенной зоны вследствие облучения, предполагающее неизменность основной кристаллической решетки ZnO. Это согласуется со структурными данными. Край оптического поглощения пленок ZnO остается неизменным после облучения пучками ионов Au с энергией 120 МэВ, в то время как оптическое пропускание слегка уменьшается [13]. Уменьшение оптического пропускания из-за облучения объясняется здесь увеличением отношения металла к кислороду (Zn/O), приводящим к увеличению плотности носителей.

Коэффициент поглощения α вблизи края поглощения в области энергий $\hbar\omega < E_g$ следует экспоненциальному закону, т.е. урбаховскому краю:

$$\alpha(h\omega) = \alpha_0 \exp\frac{h\omega}{E_0}. \tag{3}$$

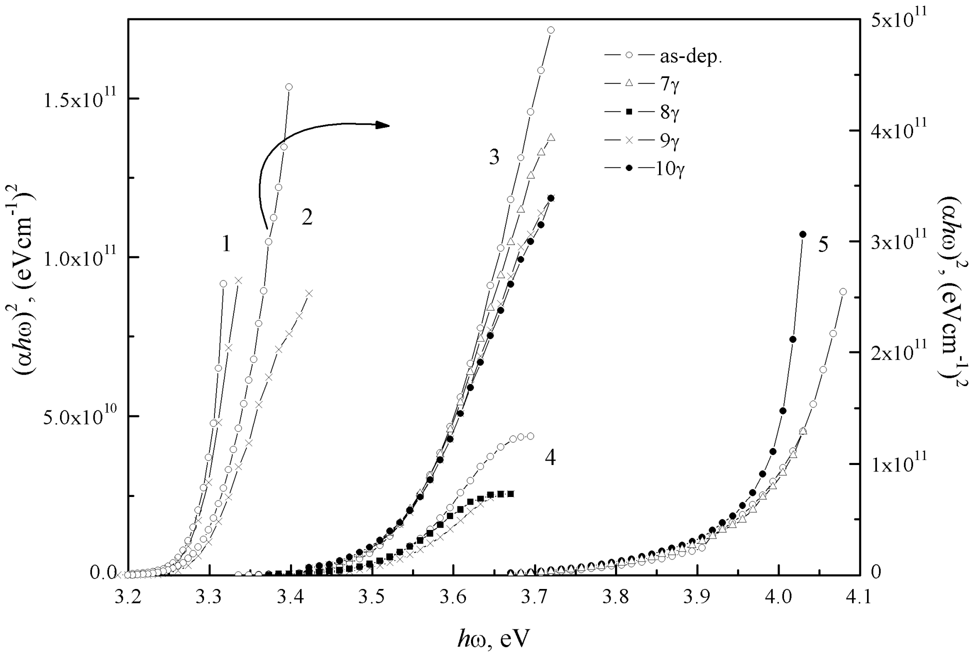


Рис.1. Зависимости $(\alpha h\omega)^2$ от энергии фотонов $h\omega$ под действием γ-облучения для чистых и ZnO:Ga пленок с различным содержанием примеси и различной толщиной на подложках из стекла. Дозы облучения: 7γ – 110.46 кГр; 8γ – 182.93 кГр; 9γ – 304.4 кГр и 10γ – 589.52 кГр. Цифрами 1–5 обозначены группы кривых для пленок до и после γ-облучения: 1 – ZnO, d = 640 нм, E_g = 3.29 эВ (as-dep.) и E_g = 3.28 эВ (9γ); 2 – ZnO, d = 335 нм, E_g = 3.32 эВ (as-

dep.) и E_g = 3.29 эВ (9γ); 3 – ZnO:Ga (0.9 ат%), d = 350 нм, E_g = 3.56 эВ (as-dep.), E_g = 3.54 эВ (7γ) и E_g = 3.53 эВ (10γ); 4 – ZnO:Ga (0.9 ат%), d = 950 нм, E_g = 3.52 эВ (as-dep.) и E_g = 3.52 эВ (9γ) и 5 – ZnO:Ga (6.6 ат%), d = 565 нм, E_g = 3.98 эВ (as-dep.) и E_g = 3.98 эВ (10γ).

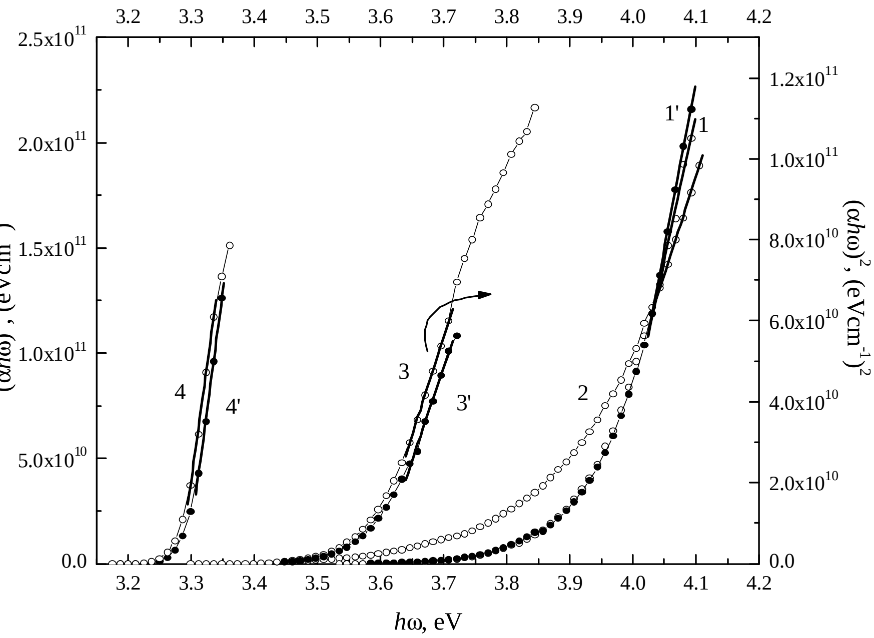
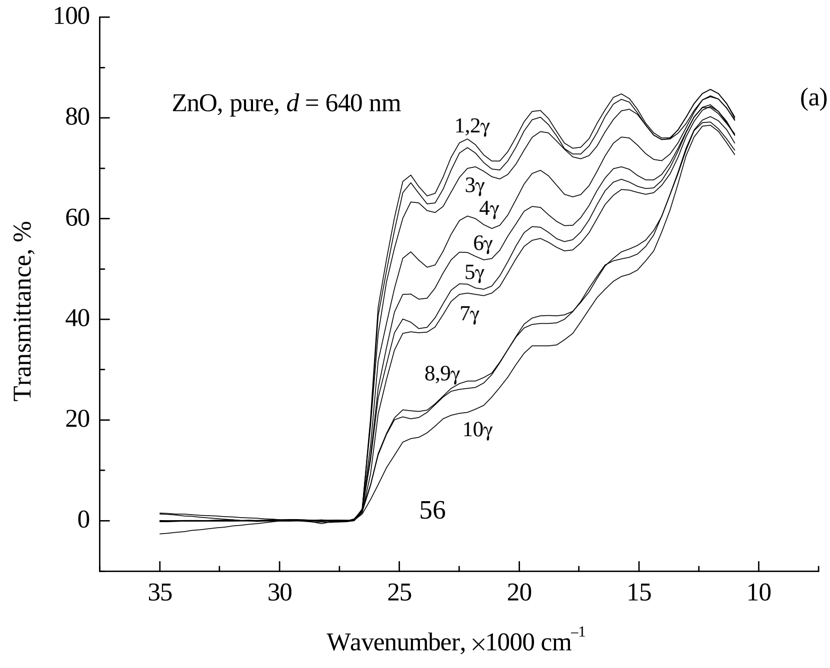


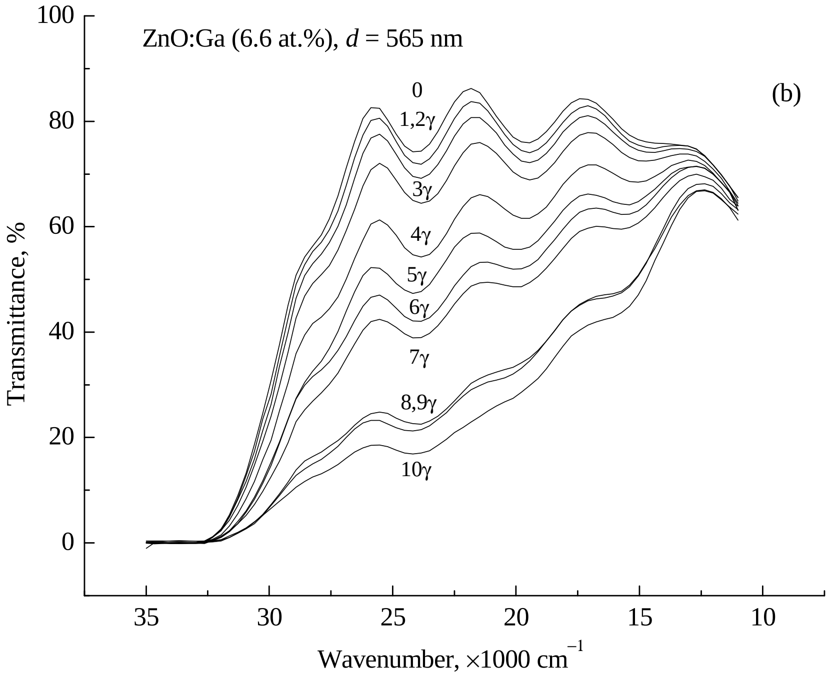
Рис.2. Зависимости $(\alpha h\omega)^2$ от энергии фотонов $h\omega$ под действием γ-облучения для чистых и ZnO:Ga пленок с различным содержанием примеси и различной толщиной на подложках из сапфира. Дозы облучения: 7γ – 110.46 кГр; 8γ –182.93 кГр; 9γ – 304.4 кГр and 10γ – 589.52 кГр. 1 и 1′ – ZnO:Ga (3.4 ат%), d = 495 нм, соответственно, E_g = 3.95 эВ (as-dep.) и E_g = 3.96 эВ (9–10γ); 3 и 3′ – ZnO:Ga (1.3 ат%), d = 590 нм, соответственно, E_g = 3.59 эВ (as-dep.) и E_g = 3.60 эВ (9–10γ); 4 и 4′– ZnO, d = 530 нм, соответственно, E_g = 3.28 эВ (as-dep.) и E_g = 3.29 эВ (7–10γ).

Здесь □ – постоянная и E_0 – эмпирический параметр, обычно слабо зависящий от температуры и описывающий ширину локализованных состояний в запрещенной зоне, но не их энергетические позиции (он рассматривается как параметр, который включает эффекты от возможных дефектов [23]). Зависимости коэффициента поглощения от энергии фотонов $h\omega$ в полулогарифмическом масштабе используются для вычисления параметра E_0. Значения E_0 для чистых и легированных пленок ZnO до облучения представлены в табл.1. Увеличение E_0 до 408 мэВ для пленок ZnO с 6.6 ат% на подложках из стекла и до 660 мэВ для пленок ZnO с 9.3 ат% Ga на подложках из сапфира предполагает, что структурная разупорядоченность пленок ZnO увеличивается в результате легирования галлием относительно нелегированных пленок и в зависимости от степени легирования.

Изменения величины E_0 вследствие облучения для легированных пленок на подложках из сапфира незначительны. Похожая ситуация имеет место и для легированных пленок на подложках из стекла. Только для чистых пленок ZnO, для которых величины E_0 относительно малы, уменьшение этого параметра с увеличением дозы облучения становится заметным. В этом случае можно говорить об улучшении стехиометрии чистых пленок ZnO. Величина E_0 для чистых пленок ZnO, полученных лазерным напылением на различных подложках, исследовалась в [23]. Непосредственно после выращивания пленки на сапфире имели величину E_0 ~ 65 мэВ, которая уменьшилась до 30 мэВ после отжига на воздухе, в то время как пленки на подложке из плавленого кварца, имевщие первоначально величину E_0 ~ 150 мэВ, после отжига имели E_0 >100 мэВ. Большая величина E_0 для пленок на подложках из плавленого кварца приписывается большей плотности планарных дефектов.

Оптическое пропускание до и после γ-облучения как функция волновых чисел в области 35000–11000 см$^{-1}$ (~280–900 нм) показано на рис.3, соответственно, для чистых (a) и ZnO:Ga (b) пленок и стеклянной подложки (c), необлученных и облученных различными γ-дозами. Отношение пропускания пленки к пропусканию подложки $T_{\text{film}}/T_{\text{sub}}$ в видимой и ближней ИК области для всех исследуемых пленок остается неизменным после облучения (рис.4a). В спектрах пропускания наблюдаются интерференционные полосы, и эта интерференционная картина показывает, что поверхность пленок является однородной. В результате γ-облучения интерференционные полосы становятся частично плоскими. Спектры оптического пропускания образцов на подложках из сапфира до и после облучения имеют 80%–90% пропускания в видимой области и выше 90% в ближней ИК области и остаются неизмеными после облучения. Для самой подложки имеет место вызванная облучением широкая полоса поглощения со множеством пиков, которая увеличивается с увеличением γ-дозы (рис.4b). Известно, что γ-облучение влияет на оптические свойства стеклянных материалов в зависимости от состава, а также присутствия дефектов в стекле [24].





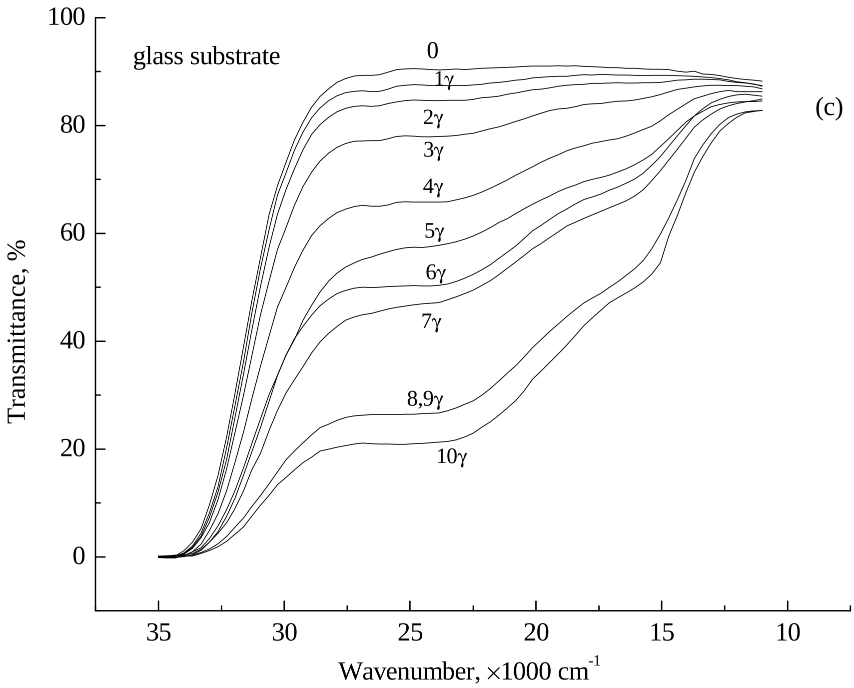


Рис.3. Спектры оптического пропускания чистой (a) и ZnO:Ga (6.6 ат%) (b) пленок на подложке из стекла, и подложки из стекла (c), необлученных и облученных различными γ-дозами: 0 – as-dep.; 1γ – 0.84 кГр; 2γ – 2.1 кГр; 3γ – 4.62 кГр; 4γ – 9.66 кГр; 5γ – 19.74 кГр; 6γ – 49.98 кГр; 7γ – 110.46 кГр; 8γ – 182.93 кГр; 9γ – 304.4 кГр и 10γ – 589.52 кГр.

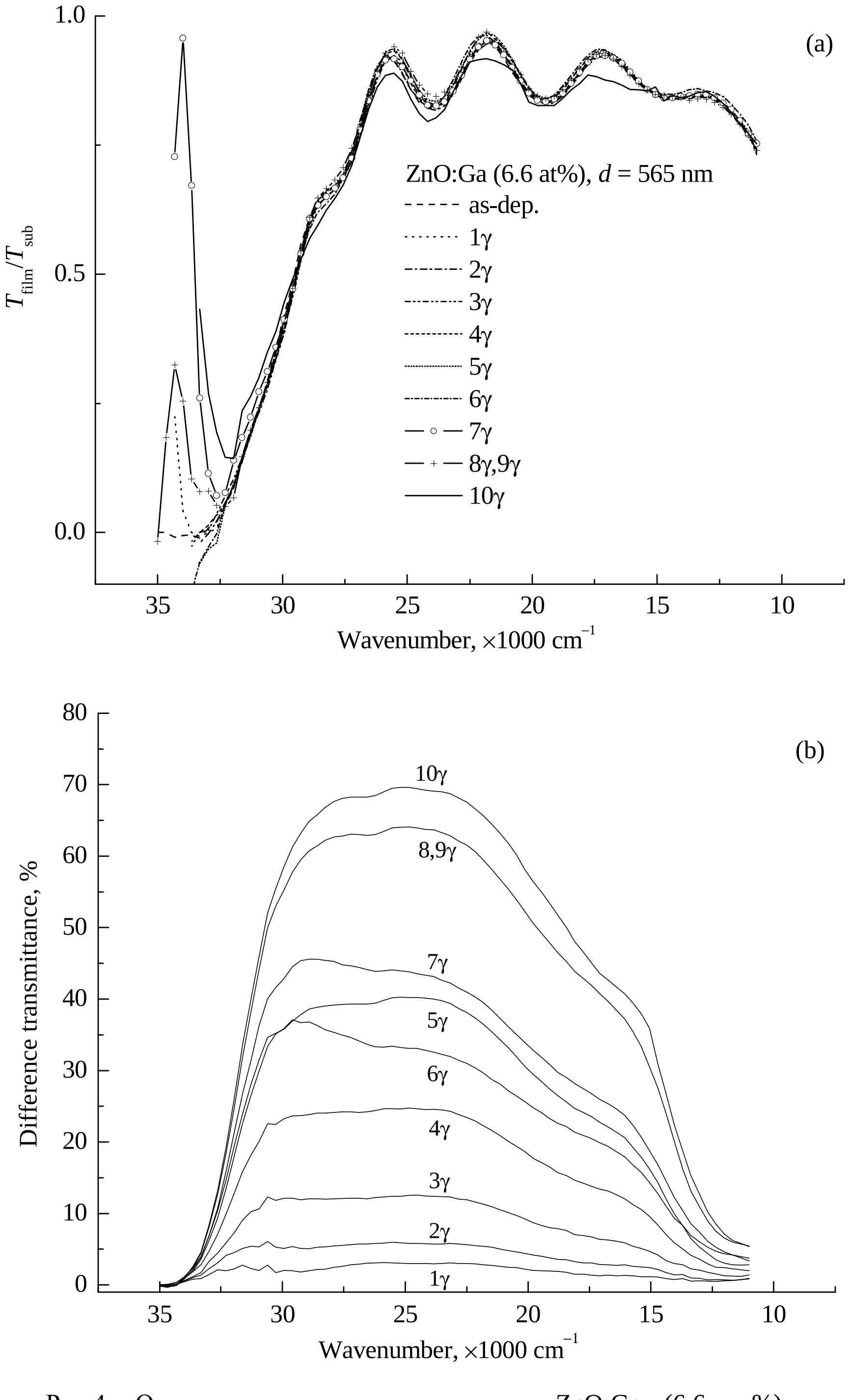


Рис.4. Отношение пропускания пленки ZnO:Ga (6.6 ат%) к пропусканию подложки из стекла T_{film}/T_{sub} (a) и разница спектров пропускания облученной подложки из стекла относительно необлученной (b) для каждой γ-дозы: 0 – as-dep.; 1γ – 0.84 кГр; 2γ – 2.1 кГр; 3γ – 4.62 кГр; 4γ – 9.66 кГр; 5γ – 19.74 кГр; 6γ – 49.98 кГр; 7γ – 110.46 кГр; 8γ –182.93 кГр; 9γ – 304.4 кГр и 10γ – 589.52 кГр.

Проводящие характеристики чистых пленок ZnO определяются в основном электронами, генерируемыми кислородными вакансиями V_O и междоузельным цинком Zn_i [25]. Удельное электрическое сопротивление пленок ZnO:Ga меньше относительно чистых пленок ZnO. Введение этой примеси может увеличить плотность свободных электронов при замещении атомов решетки (Zn) [26] и привести к уменьшению сопротивления. Измеренные значения поверхностного сопротивления R и толщины d пленок были использованы для определения удельного сопротивления ρ по формуле $\rho=Rd$. На рис.5 показано удельное сопротивление ρ необлученных и облученных чистых и легированных Ga пленок ZnO. Обнаружено, что удельное сопротивление уменьшается незначительно с увеличением γ-дозы и только на начальной стадии облучения. В [13] удельное сопротивление пленок ZnO, подвергнутых облучению пучками ионов Au с энергией 120 МэВ, уменьшается от 78 до 0.71 Ом см с увеличением плотности потока ионов. Предполагается, что причиной этого может быть создание кислородных вакансий V_O и междоузельного цинка Zn_i в ходе облучения быстрыми тяжелыми ионами. Исследование эффектов облучения монокристаллов ZnO, выращенных гидротермальным методом, электронами с энергией 1 МэВ показало увеличение удельного сопротивления от ~10^2 до ~10^8 Ом см, вероятно, из-за вакансий цинка (см. работу [3]).

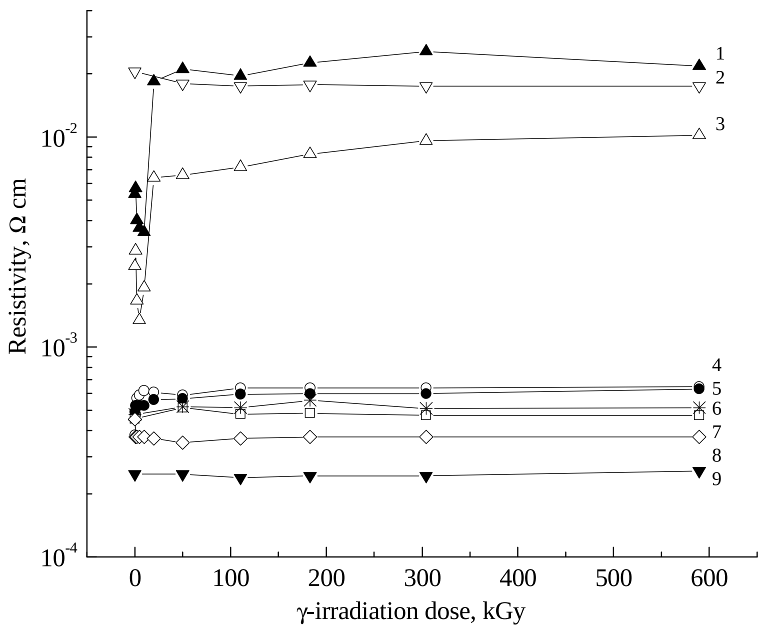


Рис.5. Электрическое удельное сопротивление чистых (1–3) и легированных Ga (4–9) пленок ZnO на подложках из стекла (1,3,4,5 и 8) и сапфира (2,6,7 и 9) до и после облучения различными γ-дозами. Концентрация Ga и толщина пленок, соответственно: 4 – 0.9 ат%, d = 950 нм; 5 – 0.9 ат%, d = 350 нм; 6 – 9.3 ат%, d = 530 нм;

7 – 1.3 ат%, d = 590 нм; 8 – 6.6 ат%, d = 565 нм; 9 – 3.4 ат%, d = 495 нм. Толщины чистых пленок ZnO: 1 – 335 нм, 2 – 530 нм и 3 – 640 нм.

Спектры инфракрасного отражения, измеренные в области 200–10000 см$^{-1}$, в зависимости от дозы γ-облучения для пленок ZnO:Ga (0.9 и 6.6 ат%) на подложках из стекла и ZnO:Ga (1.3, 3.4 и 9.3 ат%) на подложках из сапфира представлены на рис.6. Для сравнения здесь же представлены спектры чистых пленок ZnO. Спектры отражения не изменяются с увеличением дозы облучения до 110.46 кГр. Край отражения, соответствующий плазменной частоте ω_p, находится в области частот 6500–8900 см$^{-1}$, зависит от содержания примеси и возрастает с увеличением концентрации свободных носителей в ZnO. Однако, на рис.6 (кривые 1 и 2) можно заметить понижение наклона края отражения, обусловленного скоростью рассеяния свободных носителей, с понижением толщины пленки при одинаковой степени легирования (0.9 ат%), а также зависимость наклона от дозы облучения, что проявляется в изменении удельного сопротивления ZnO:Ga (0.9 ат%) с d = 350 нм от 7.5×10^{-4} для необлученной пленки до 13.4×10^{-4} Ом см для γ-дозы 110.46 кГр. Удельное сопротивление на нулевой частоте определялось из частотной зависимости функции диэлектрических потерь Imε^{-1} с помощью соотношений Крамерса–Кронига по формуле $\rho_{Dr} = 4\pi/\tau\omega_p^2$ (1/τ – скорость рассеяния свободных носителей). Эти данные согласуются со значениями ρ, измеренными четырехзондовым методом.

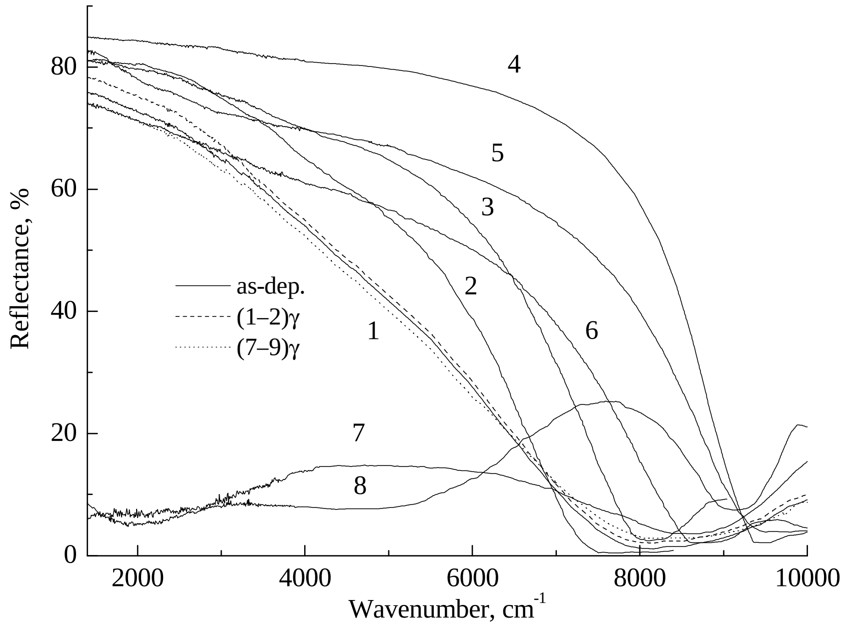


Рис.6. Спектры отражения в далекой ИК области для чистых и ZnO:Ga пленок на подложках из стекла (1,2,5,7 и 8) и сапфира (3,4 и

6). Группа кривых 1 показывает изменение наклона края отражения от γ-облучения для пленки ZnO:Ga (0.9 ат%), d = 350 нм при различных γ-дозах; 2 – ZnO:Ga (0.9 ат%), d = 950 nm; 3 – ZnO:Ga(1.3 ат%), d = 590 нм; 4 – ZnO:Ga (3.4 ат%), d = 495 нм; 5 – ZnO:Ga (6.6 ат%), d = 565 нм; 6 – ZnO:Ga (9.3 ат%), d = 530 нм; 7 и 8 – чистые пленки ZnO с d = 340 нм и d = 640 нм, соответственно.

4. Заключение

Прозрачные проводящие чистые и легированные Ga пленки ZnO, изготовленные методом вакуумного электронно-лучевого напыления, подвергались γ-облучению от источника излучения Co^{60} со средней энергией γ-фотонов 1.25 МэВ различными дозами вплоть до ~600 кГр. Влияние γ-облучения на пленки ZnO определялось с использованием рентгенодифракционного анализа, измерениями удельного сопротивления, оптического поглощения, отражения и пропускания. Спектры оптического пропускания облученных образцов на подложках из стекла имели вызванную облучением широкую полосу поглощения со множеством пиков, которая увеличивалась с возрастанием γ-дозы. Она приписывается радиационным дефектам в стекле. Спектры оптического пропускания необлученных и облученных образцов пленок на подложках из сапфира имели 80%–90% пропускания в видимом диапазоне и выше 90% в ближней ИК области и не изменялись от облучения. Удельное электрическое сопротивление изменялось незначительно с увеличением γ-дозы на начальной стадии облучения при малых дозах. Рентгенодифракционные измерения также показали, что ухудшения кристаллической структуры материалов на основе пленок ZnO под действием γ-облучения не происходит.

Таким образом, можно заключить, что под действием γ-облучения на исследуемые пленки ZnO при используемых здесь дозах не происходит ухудшения структурных, оптических и электрических характеристик, что делает возможным использование их в качестве радиационно-устойчивых прозрачных проводящих материалов.

Работа выполнена в рамках Государственного тематического финансирования (№ 91) Республики Армения и при частичной финансовой поддержке фонда ANSEF (№ PS-785 и № PS-1137).

ЛИТЕРАТУРА

1. **T.Minami.** Semicond. Sci. Technol., **20,** S35 (2005).
2. **C.Klingshirn.** Phys. Stat. Sol. (b), **244,** 3027 (2007).
3. **Z.-Q.Fang, B.Claflin, D.C.Look, G.C.Farlow.** J. Appl. Phys., **101,** 86106 (2007).
4. **J.F.Cordaro, C.E.Shipway, J.T.Schitt**. J. Appl. Phys., **61,** 429 (1987).
5. **D.C.Look, D.C.Reynolds, J.W.Hemsky, et al**. Appl. Phys. Lett., **75,** 811 (1999).
6. **C.Tonon, C.Duvignacq, et al.** J. Phys. D: Appl. Phys., **34,** 124 (2001).
7. **F.Tuomisto, K.Saarinen, D.C.Look**. Phys. Stat. Sol. (a), **201,** 2219 (2004).
8. **C.Coskun, D.C.Look, et al**. Semicond. Sci. Technol., **19,** 752 (2004).
9. **F.Tuomisto, K.Saarinen, D.C.Look, G.C.Farlow**. Phys. Rev. B., **72,** 85206 (2005).

10. **A.Y.Polyakov, N.B.Smirnov, A.V.Govorkov, et al.** J. Appl. Phys., **94,** 2895 (2003).
11. **F.D.Auret, S.A.Goodman, M.Hayes, et al**. Appl. Phys. Lett., **79,** 3074 (2001).
12. **S.Kraft, B.Schattat, W.Bolse, et al**. J. Appl. Phys., **91,** 1129 (2002).
13. **P.M.Ratheesh Kumar, C.Sudha Kartha, et al.** J. Appl. Phys., **97,** 013509 (2005).
14. **A.Abu El-Fadl, E.M.El-Maghraby, G.A.Mohamad**. Cryst. Res. Technol., **39**, 143 (2004).
15. **V.V.Emtsev, Yu.A.Nikolaev, D.S.Poloskin, et al.** Semiconductors, **39,** 1406 (2005).
16. **B.Kh.Baĭramov, I.V.Bodnar', V.V.Emtsev, et al.** Semiconductors, **40,** 64 (2006).
17. **D.C.Look**. Materials Science and Engineering, **B 80,** 383 (2001).
18. **N.R.Aghamalyan, E.A.Kafadaryan, R.K.Hovsepyan.** Chapter in book "Trends in Semiconductor Science", ed. by T. Elliott. New York, Nova Science Publishers, 2005, pp. 81-110.
19. **C.Manifacier, J.Gasoit, J.P.Fillard**. J. Phys. E (Sci. Instrum.), **9,** 1002 (1976).
20. **K.Park, M.Canonico, G.K.Celler, et al.** J. Appl. Phys., **102,** 074507 (2007).
21. **E.Burstein**. Phys. Rev., **93,** 632 (1954).
22. **T.S.Moss.** Proc. Phys. Soc. (London), **B 67,** 775 (1954).
23. **V.Strikant, D.R.Clarke**. J. Appl. Phys., **81,** 6357 (1997).
24. **G.Sharma, K.S.Thind, et al**. Phys. Stat. Sol. (a), **204,** 591 (2007).
25. **F.A.Kreger**. The Chemistry of Imperfect Crystals. Amsterdam, North-Holland, 1964.
26. **J.Hu, R.G.Gordon**. J. Appl. Phys., **72,** 5381 (1992).

γ-ՃԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ԱԶԴԵՑՈՒԹՅՈՒՆԸ ԹԱՓԱՆՑԻԿ ՀԱՂՈՐԴԻՉ ZnO:Ga ԹԱՂԱՆԹՆԵՐԻ ՎՐԱ

Ն.Ռ. ԱՂԱՄԱԼՅԱՆ, Ռ.Կ. ՀՈՎՍԵՓՅԱՆ, Ի.Ա. ՂԱՄԲԱՐՅԱՆ,
Ե.Ա. ԿԱՖԱԴԱՐՅԱՆ, Ս.Ի. ՊԵՏՐՈՍՅԱՆ, Գ.Ռ. ԲԱԴԱԼՅԱՆ, Ա.Կ. ՇԻՐԻՆՅԱՆ

Վակուումում էլեկտրոնաճառագայթային գոլորշացման մեթոդով նստեցված ZnO և ZnO:Ga թափանցիկ և հաղորդիչ թաղանթները ճառագայթվել են սենյակային ջերմաստիճանում Co^{60} ճառագայթիչով՝ γ-ֆոտոնների միջին 1.25 ՄէՎ էներգիայով տարբեր դոզաներով՝ մինչև 600 կԳր: Որոշված են արգելված գոտու լայնությունը E_g, տեսակարար դիմադրությունը ու խտությունը, ինչպես նաև ZnO և ZnO:Ga թաղանթների կառուցվածքային գործակիցները՝ կախված խառնուկի քանակից և γ-դոզայից:

γ-IRRADIATION EFFECT ON TRANSPARENT CONDUCTING ZnO:Ga FILMS

N.R. AGHAMALYAN, R.K. HOVSEPYAN, I.A. GAMBARYAN, E.A. KAFADARYAN,
S.I. PETROSYAN, G.R. BADALYAN, A.K. SHIRINYAN

Transparent and conducting pure and Ga-doped ZnO films prepared by *e*-beam evaporation in vacuum were irradiated at room temperature by Co^{60} radiation source with γ-photon average energy of 1.25 MeV and with different dozes up to ~600 kGy. Energy band gap E_g, electrical resistivity, carrier density as well as structure parameters of pure and doped ZnO films versus impurity content and γ-doses were determined in order to estimate the radiation-induced degradation effect on ZnO-based films used as transparent electrodes for electro-optical device applications.

Известия НАН Армении, Физика, т.45, №1, с.63-68 (2010)

УДК 537.311

ЭНЕРГИЯ СВЯЗИ И СЕЧЕНИЕ ФОТОИОНИЗАЦИИ ВОДОРОДОПОДОБНОЙ ДОНОРНОЙ ПРИМЕСИ В КВАНТОВОЙ ЯМЕ ПЁШЛЯ–ТЕЛЛЕРА

А. ХАКИМИФАРД

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 17 июля 2009 г.)

Исследовано влияние положения водородоподобной донорной примеси и формы ограничивающего яму потенциала на энергию связи и сечение фотоионизации донорной примеси в полупроводниковой квантовой яме с потенциалом Пёшля–Теллера. Найдено аналитическое выражение для сечения фотоионизации в случае, когда вектор поляризации падающего излучения направлен вдоль оси размерного квантования. Показано, что сечение фотоионизации имеет пороговый характер.

1. Введение

Интерес к исследованию электронных состояний водородоподобных примесей в полупроводниковых гетероструктурах – квантовых ямах (КЯ), квантовых проволоках, квантовых точках, обусловлен их уникальными физическими свойствами [1,2]. Электронные и оптические свойства примесей в низкоразмерных полупроводниковых структурах в отсутствие внешних полей исследованы во многих работах (см., например, [3-9]).

С точки зрения прикладной физики большое значение имеют оптические характеристики примесных состояний, такие, как сечение фотоионизации и коэффициент поглощения [10-12]. В работах [13] и [14] вычислено сечение фотоионизации при переходах из основного состояния водородоподобной донорной примеси в подзону КЯ с бесконечным и конечным прямоугольным потенциалами, соответственно, и показано, что для поляризованной вдоль направления оси размерного квантования волны переходы из основного примесного состояния в первую подзону КЯ запрещены, в то время как для перпендикулярно поляризованной волны эти переходы разрешены.

В данной работе в рамках вариационного метода вычислены энергия связи и сечение фотоионизации примесного центра в полупроводниковой квантовой яме с потенциалом Пёшля–Теллера. Показано, что сечение фотоионизации имеет пороговый характер. Исследовано также влияние положения водородоподобной донорной примеси и асимметричности ограничивающего яму потенциала на энергию связи и сечение фотоионизации.

2. Теория

Гамильтониан электрона в рассматриваемой системе имеет вид

$$\hat{H} = -\left(\hbar^2/2m\right)\nabla^2 - \left(e^2/\varepsilon r\right) + V\left(z\right), \tag{1}$$

где m – эффективная масса электрона, ε – диэлектрическая проницаемость диэлектрически однородной системы, $r = \left[\rho^2 + (z - z_i)^2\right]^{1/2}$ – расстояние между электроном и примесным центром с координатами $(0, 0, z_i)$, $V(z)$ – ограничивающий потенциал Пёшля–Теллера [15]:

$$V\left(z\right) = \frac{\hbar^2\beta^2}{2m}\left(\frac{\chi(\chi-1)}{\sin^2\beta z} + \frac{\lambda(\lambda-1)}{\cos^2\beta z}\right), \tag{2}$$

где λ и χ – параметры потенциала, $\beta = \pi/2L$, L– характеристическая ширина КЯ. При $\lambda = \chi$ потенциал (2) симметричен относительно прямой $\beta z = \pi/4$, а при $\lambda \neq \chi$ появляется асимметричность, которой можно управлять изменением указанных параметров.

Следуя вариационному принципу, волновую функцию основного примесного состояния запишем в виде

$$\Psi_i(r, \alpha) = N_i \Phi(z)\exp(-\alpha r), \tag{3}$$

где α – вариационный параметр, N_i – постоянная нормировки, $\Phi(z)$ – волновая функция электрона в отсутствие примеси [15].

Энергия основного примесного состояния дается выражением

$$E_i = \left\langle \Psi_i(r, \alpha_{\min}) \middle| \hat{H} \middle| \Psi_i(r, \alpha_{\min}) \right\rangle, \tag{4}$$

где $\alpha_{\min}$– значение вариационного параметра, которому соответствует минимальное значение энергии основного примесного состояния. Энергию связи определим как $E_b = E_0 - E_i$, где E_0 – собственное значение гамильтониана в отсутствие примеси.

Выражение для сечения фотоионизации, обусловленной переходами электрона из основного примесного состояния $\left|\psi_i\right\rangle$ в конечное состояние $\left|\psi_f\right\rangle$ под действием электромагнитной волны, в дипольном приближении имеет следующий вид [12]:

$$\sigma(\hbar\omega) = \frac{4\pi^2\alpha_{FS}\hbar\omega}{\varepsilon^{1/2}}\left(\frac{F_{eff}}{F_0}\right)^2\left(\frac{m}{m_0}\right)^2\sum_f\left|\left\langle\psi_i\left|\boldsymbol{\zeta}\mathbf{r}\right|\psi_f\right\rangle\right|^2\delta\left(E_f - E_i - \hbar\omega\right), \tag{5}$$

где $\alpha_{FS} = e^2/\hbar c$ – постоянная тонкой структуры, $\hbar\omega$ – энергия фотона, F_{eff} – эффективное электрическое поле волны на примеси, F_0 – среднее поле, $\boldsymbol{\zeta}$ – вектор поляризации волны, m_0 – масса свободного электрона, E_f и E_i – энергии конечного и начального состояний, соответственно.

Рассмотрим случай, когда вектор поляризации направлен по оси z. Важно отметить, что в случаях бесконечного и конечного симметричного потенциалов, для рассматриваемой поляризации переходы из основного примесного состояния в основную подзону КЯ запрещены [13,14]. Однако в случае потенциала Пёшля–Теллера эти переходы разрешены.

После подстановки волновых функций конечного и начального состояний в (5) и последующего интегрирования по двумерному волновому вектору, для сечения фотоионизации при переходах из примесного состояния в первую подзону получим следующее выражение:

$$\sigma(\hbar\omega) = \frac{8\pi^2\alpha_{FS} m}{\varepsilon^{1/2}\hbar^2}\left(\frac{F_{eff}}{F_0}\right)^2\left(\frac{m}{m_0}\right)^2 \frac{\alpha^2 f^2(\hbar\omega - E_b)\hbar\omega}{\left(\alpha^2 + \frac{2m}{\hbar^2}(\hbar\omega - E_b)\right)^{\frac{3}{2}}}\theta(\hbar\omega - E_b), \qquad (6)$$

где

$$f(\hbar\omega - E_b) = N_i N_f \int_0^{\frac{\pi}{2\beta}} z\left|z - z_i\right|^{\frac{3}{2}}\left|\Phi(z)\right|^2 K_{\frac{3}{2}}\left(\left|z - z_i\right|\sqrt{\alpha^2 + \frac{2m}{\hbar^2}(\hbar\omega - E_b)}\right)dz, \qquad (7)$$

N_f – постоянная нормировки волновой функции конечного состояния, $K_n(x)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода. [16] .

3. Обсуждение

Численные расчеты проведены для системы GaAs со значениями параметров $m = 0.0632 m_0$, $\varepsilon = 12.6545$ [17] и в предположении, что $F_{eff} \cong F_0$ [12].

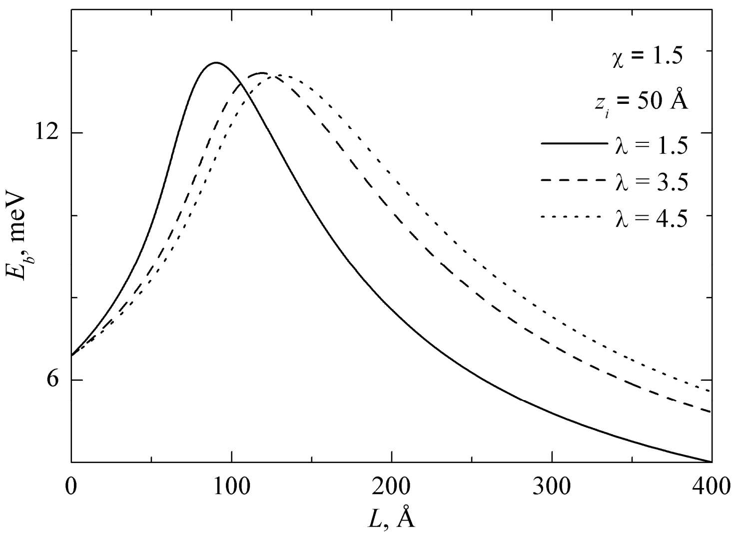


Рис.1. Зависимость энергии связи от ширины КЯ для различных значений параметра λ.

На рис.1 представлена зависимость энергии связи электрона от ширины

КЯ для различных значений параметра λ при фиксированных значениях χ и положения примеси z_i. Как видно из рисунка, при $L \to 0$ значения энергии связи для различных значений параметра λ одинаковы, что соответствует энергии взаимодействия двумерного электрона с примесью с координатой $z_i = 50$ Å. При увеличении ширины КЯ энергия связи увеличивается, поскольку с уширением КЯ область локализации электрона перемещается в сторону примеси, что приводит к росту энергии связи. Однако дальнейшее увеличение L приводит к расширению области локализации электрона, который в среднем удаляется от примеси, и энергия связи уменьшается. Следует отметить, что увеличение параметра λ приводит к смещению положения минимума потенциала влево. При малых значениях L (например, при $L = 50$ Å) увеличение параметра λ приводит к смещению максимума плотности вероятности нахождения электрона $|\Phi(z)|^2$ от примеси, вследствие чего энергия связи уменьшается. При больших же значениях L (например, при $L = 400$ Å) увеличение параметра λ приводит к смещению максимума плотности вероятности в сторону примеси и, как следствие, к увеличению энергии связи.

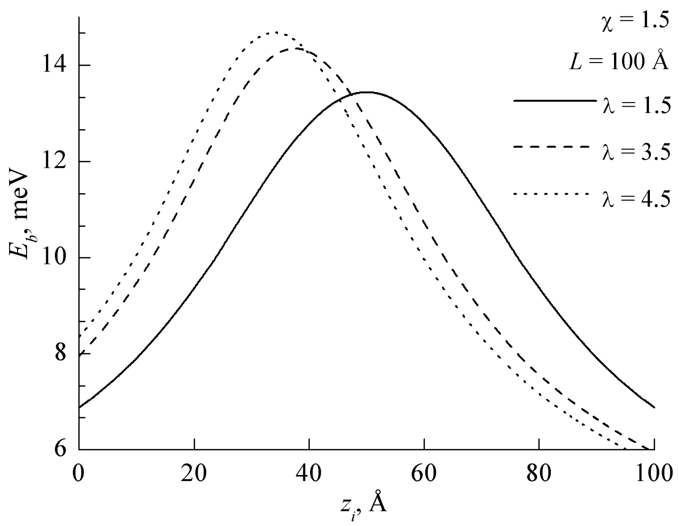


Рис.2. Зависимость энергии связи от положения примеси для различных значений параметра λ.

На рис.2 представлена зависимость энергии связи электрона от положения примеси для различных значений параметра λ при фиксированных значениях параметра χ и ширины КЯ. При смещении примеси от центра КЯ ($z_i = L/2 = 50$ Å) электрон–примесное взаимодействие ослабляется, и энергия связи уменьшается. Из рисунка также видно, что с увеличением параметра λ положение максимума плотности вероятности нахождения электрона у примеси смещается влево от центра КЯ. Это обстоятельство приводит к усилению локализации электрона вблизи примеси и, как следствие, к увеличению энергии связи.

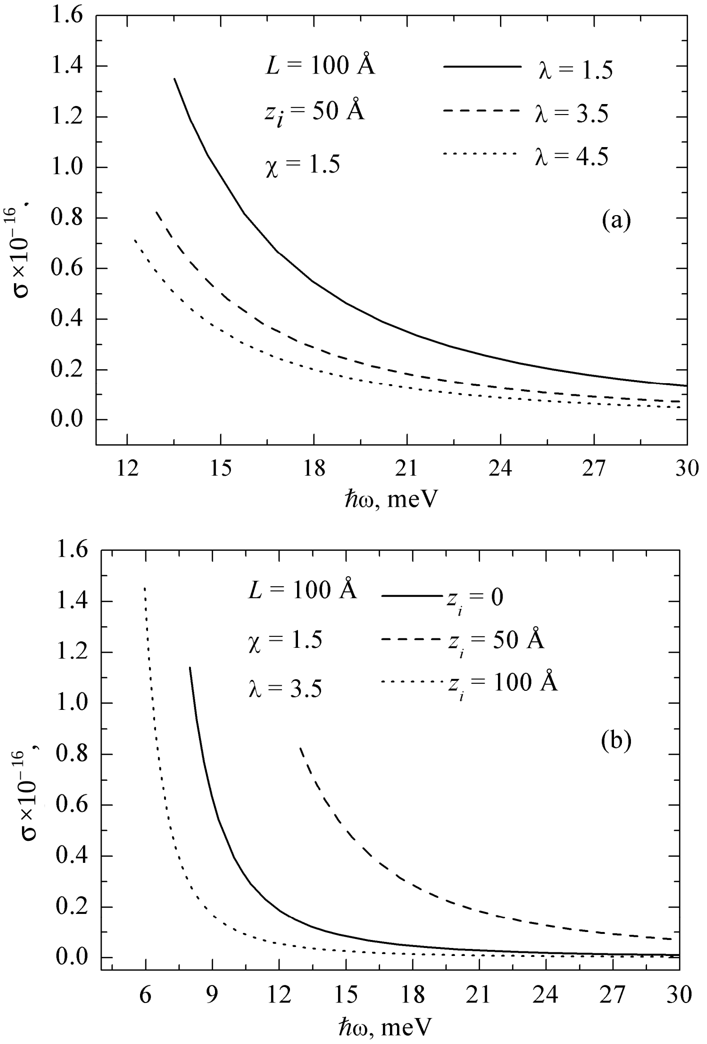


Рис.3. Зависимость сечения фотоионизации от энергии кванта падающего излучения.

На рис.3 представлена зависимость сечения фотоионизации примеси от энергии кванта падающего излучения. Сечение фотоионизации имеет пороговый характер, т.е. переходы имеют место только в случае, когда энергия кванта излучения больше энергии связи: $\hbar\omega \geq E_b$. Из рис.3a видно, что с увеличением параметра λ (при $L = 100\,\text{Å}$ и $z_i = 50\,\text{Å}$) порог фотоионизации уменьшается, так как увеличение параметра λ приводит к уменьшению энергии связи (см. рис.1). Из рис.3a видно также, что при фиксированном значении энергии кванта падающего излучения сечение фотоионизации уменьшается. Это обусловлено тем, что в рассматриваемом случае вероятность переходов больше для малых значений параметра λ. Согласно рис.3b, пороговое значение фотоионизации для $z_i = 50\,\text{Å}$ больше, а для $z_i = 100\,\text{Å}$ меньше порогового значения сечения фотоионизации в случае примеси, находящейся в центре КЯ. Такое поведение сечения обусловлено тем, что при значениях параметров $\chi = 1.5, \lambda = 3.5$ ограничивающий потенциал асимметричен, и, следовательно, зависимости энергии связи от положения примеси проявляют различные поведения.

Автор выражает благодарность проф. А.А. Киракосяну и М.Г. Барсегяну за помощь, оказанную при выполнении данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **G.Bastard.** Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructure. Les Ulis Cedex, France, 1998.
2. **В.Н.Драгунов и др.** Основы наноэлектроники. НГТУ, Новосибирск, 2004,
3. **G.Bryant.** Phys. Rev. B, **31**, 7812 (1985).
4. **J.Brown, H.Spector.** J. Appl. Phys., **59**, 1179 (1986).
5. **G.Weber, P.Schulz, L.Oliveira.** Phys. Rev. B, **38**, 2179 (1988).
6. **N.Porras-Montenegro, J.Lopez-Gondar, L.Oliveira.** Phys. Rev. B, **43**, 1824 (1991).
7. **A.Latge, M. de Dios-Leyva, L.Oliveira.** Phys. Rev. B, **49**, 10450 (1994).
8. **E.Kasapoglu, H.Sari, I.Sökmen.** Physica E, **19**, 332 (2003).
9. **E.Kazaryan, A.Kostanyan, H.Sarkisyan.** Physica E, **28**, 423 (2005).
10. **A.Sali, M.Fliyou, H.Loumrhari.** Physica B, **233**, 196 (1997).
11. **J.Correa, O.Cepeda-Giraldo, et al.** Phys. stat. sol. (b), **241**, 3311 (2004).
12. **V.N.Mughnetsyan, M.G.Barseghyan, A.A.Kirakosyan,** Superlattices and Microstructures, **44,** 86 (2008).
13. **M.El-Said, M.Tomak.** J. Phys. Chem. Solids, **52**, 603 (1991).
14. **K.F.Ilaiwi, M.El-Said.** Phys. stat. sol. (b), **187**, 93 (1995).
15. **З.Флюгге.** Задачи по квантовой механике, т.1, М., Мир, 1974.
16. **M.Abramowitz, I.A.Stegun**. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables. Washington D.C., 1964.
17. **A.M.Elabsy.** J. Phys.: Condens. Matter, **6,** 10025 (1994).

ՋՐԱԾՆԱՆՄԱՆ ԽԱՌՆՈՒՐԴԻ ԿԱՊԻ ԷՆԵՐԳԻԱՆ ԵՎ ՖՈՏՈԻՈՆԱՑՄԱՆ ԿՏՐՎԱԾՔԸ ՊՅՈՇԼ–ԹԵԼԵՐԻ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՓՈՍՈՒՄ

Ա. ՀԱԿԻՄԻՖԱՐԴ

Ուսումնասիրված է ջրածնանման խառնուրդի դիրքի և փոսը սահմանափակող պոտենցիալի ազդեցությունը կապի էներգիայի և դոնորային խառնուրդի ֆոտոիոնացման կտըրվածքի վրա Պյոշլ-Թելերի պոտենցիալով կիսահաղորդչային քվանտային փոսում: Ֆոտոիոնացման կտրվածքի համար ստացվել է վերլուծական արտահայտություն այն դեպքում, երբ լույսի ալիքի բևեռացման վեկտորն ուղղված է չափային քվանտացման ուղղությամբ: Ցույց է տրվել, որ ֆոտոիոնացման կտրվածքն ունի շեմային բնույթ:

BINDING ENERGY AND PHOTOIONIZATION CROSS-SECTION OF HYDROGEN-LIKE IMPURITY IN A PÖSCHL–TELLER QUANTUM WELL

A. HAKIMIFARD

The effect of the donor impurity position and the form of confining potential on the binding energy and the photoionization cross-section in a semiconductor quantum well with Pöschl–Teller

potential is investigated. An analytical expression for the photoionization cross-section is obtained for the case when the polarization vector of light wave is directed along the direction of size quantization. It is shown that the photoionization cross-section has a threshold behavior.

Известия НАН Армении, Физика, т.45, №1, с.69-73 (2010)

УДК 621.384

СОЗДАНИЕ КАНАЛА ТРАНСПОРТИРОВКИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ЭНЕРГИЕЙ 20 МЭВ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО РАДИАЦИОННЫМ ПРОЦЕССАМ

Р.О. АВАКЯН, А.Э. АВЕТИСЯН, А.З. БАБАЯН, К.А. ИСПИРЯН, В.Ц. НИКОГОСЯН, С.П. ТАРОЯН

Ереванский физический институт им. А.И. Алиханяна

(Поступила в редакцию 15 июня 2009 г.)

В ЕрФИ разработан и сооружен тракт транспортировки электронного пучка с энергией 20 МэВ, достигнутый параллельным переносом пучка с действующего 75 МэВ-ного линуса-инжектора 6 ГэВ-ного Ереванского синхротрона. Параметры пучка позволяют проводить экспериментальные исследования в области излучения электронов в монокристаллах.

1. Введение

В Ереванском физическом институте долгие годы занимались вопросами взаимодействия электронов с кристаллическим веществом [1-3]. Эти работы проводились с целью выявления возможностей получения монохроматичных и узконаправленных фотонных пучков с управляемыми пространственно-временными параметрами. Источниками таких излучений могут служить процесс каналирования заряженных частиц в кристаллах, а также когерентное тормозное и параметрическое излучения.

Для выполнения вышеуказанных исследований в кольцевом зале синхротрона сооружен тракт транспортировки электронного пучка с энергией 20 МэВ на базе существующего 75 МэВ-ного линуса-инжектора 6 ГэВ-ного Ереванского синхротрона. Параллельный перенос пучка с инжекторного канала обеспечил независимое функционирование и условие бездисперсионности 20 МэВ-ного тракта, необходимое для формирования требуемых параметров электронного пучка на мишени. Это позволило проведение ряда экспериментов по исследованию взаимодействия электронного пучка с кристаллами алмаза и кварца, а также с пьезокристаллом при наличии ультразвука.

2. Тракт транспортировки пучка

На рис.1 представлена функциональная схема тракта транспортировки электронного пучка.

Трехмиллиметровый колиматор (coll1) установлен за радиационно-защитной стеной (в помещении линуса) с целью исключения проникновения фотонного фона в синхротронный зал. После коллимации интенсивность пучка составляет 10^9-10^{10} электронов в импульсе.

До магнита M1 пучок транспортируется по тракту инжекции электронов в синхротрон. Поворотным магнитом M1 пучок отклоняется на 26° с тракта инжекции пучка в синхротрон и проходит по вновь созданному тракту. На расстоянии ~4.5 м от первого магнита установлен такой же второй поворотный магнит M2, отклоняющий пучок также на 26°, но в обратном направлении. Между магнитами установлены 3 квадрупольные линзы, которые вместе с магнитами M1 и M2 обеспечивают условие ахроматичности пучка при его параллельном переносе [4]. Дублетом линз Q8 и Q9 обеспечивается формирование пучка диаметром ~3 мм на мишени. Электронный пучок после взаимодействия с мишенью отклоняется вниз на 55° посредством электромагнита M3 и проходит через радиационно-защитный пол на цилиндр Фарадея (FCup). Выбранная схема транспортировки пучка позволяет уменьшить фотонный фон на детекторе, возникающий от взаимодействия пучка с коллиматором и цилиндром Фарадея.

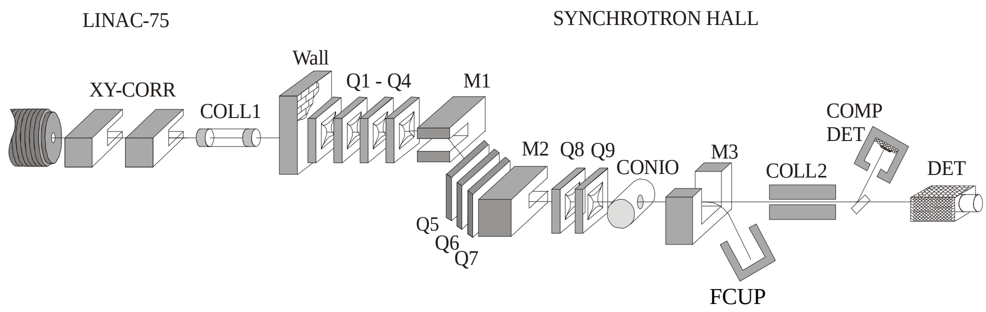


Рис.1. Функциональная схема тракта транспортировки пучка.

Основные параметры рабочего пучка приведены в табл.1.

Вычисление магнитной оптики тракта было выполнено в 2 этапа. На первом этапе были проведены предварительные вычисления необходимого количества магнитных элементов, требуемые параметры и места их расположения, основанные на геометрии тракта, а также на требовании конечных параметров пучка. На втором этапе расчета были определены величины градиентов линз и магнитных полей поворотных магнитов. Вычисление магнитной оптики было выполнено программой TRACE-3D [5].

Целью оптимального регулирования магнитной оптики, наряду с формированием требуемых размеров пучка на мишени было также достижение минимальных *X*-*Y* размеров пучка по всему тракту, для обеспечения минимального фотонного фона, являющегося результатом взаимодействия электронов с вакуумной камерой.

Для экспериментального определения эмиттанса пучка измеряются *X*-*Y* размеры одновременно в трех сечениях тракта, при установленных величинах токов линз и магнитов, и по программе вычисляется эмиттанс пучка [5]. Для этого используются 3 дистанционно перемещаемых экрана, покрытые люминофором и три TV-камеры, направленные на соответствующие экраны. Один из экранов установлен перед мишенью, а остальные 2 экрана установлены в двух сечениях тракта, и изображения пучков с экранов с помощью 3-х TV-камер проектируются на экран монитора. С целью одновременного измерения размеров пучка в 3-х сечениях, экраны в первых 2-х сечениях выполнены в виде сетки с малым шагом с использованием тонкого провода. Это позволяет видеть изображение пучка на мишени при одновременном проходе пучка через первые 2 экрана с малым искажением.

Табл.1. Основные параметры пучка на мишени.

Параметры	Единица изм.	Величины
Энергия электронов	МэВ	20
Частота повт. импульсов	Гц	50
ВЧ частота	ГГц	0.5−1
Длительность импульса	мкс	2.7973
Длительность банча	нс	0.036
Разброс по энергии	%	2
Горизонтальный размер пучка	мм	3
Вертикальный размер пучка	мм	2
Горизонтальный эмиттанс	мм мрад	1.0
Средний ток пучка	нА	0.1–1000

3. Экспериментальная установка

При разработке экспериментальной установки были учтены требования многофункциональности аппаратуры с целью расширения диапазона исследуемых физических процессов. При незначительной модификации установка может быть использована не только в измерениях квазичеренковского излучения, но и в исследованиях излучения электронов в условиях их каналирования в кристаллах [2,3]. Общей задачей в обоих типах исследований является ориентировка кристаллического радиатора под электронным пучком. Для этой цели предусматриваются измерения потоков частиц, проходящих после мишени через узкий коллиматор (coll2), установленный перед регистрирующим детектором. При этом магнит M3, отклоняющий электроны на цилиндр Фарадея, отключается и на прямом пучке измеряются характерные ориентационные зависимости углов многократного рассеяния. С помощью гониометра (GONIO) проводилась ориентация монокристаллической пластины под электронным пучком. Мишень, вмонтированная в гониометр, могла вращаться в горизонтальном и вертикальном направлениях осей в области $\pm 6°$. Углы фиксировались с точностью $\pm 4 \times 10^{-5}$ рад [3].

На рис.2 приведен энергетический спектр излучения каналированных электронов с энергией 20 МэВ в толстом кристалле кварца в отсутствие внешних воздействий.

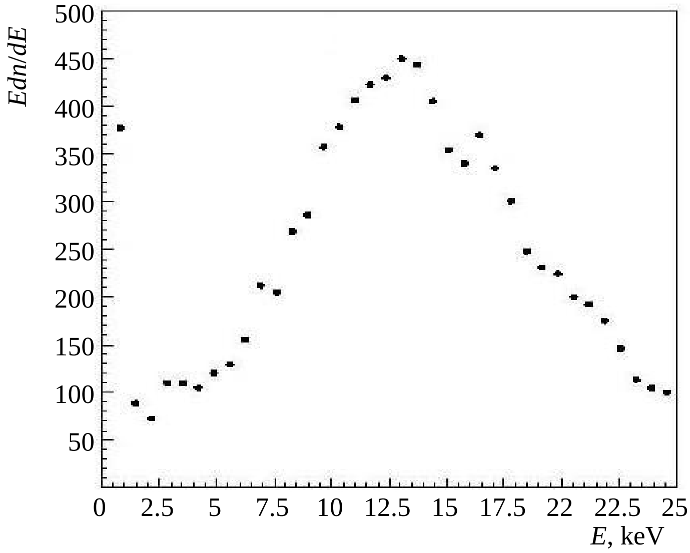


Рис.2. Спектры излучения каналированных электронов с энергией 20 МэВ.

Значения интенсивности электронного пучка на мишени контролировались в диапазоне от 10 до 150 нА. Проведены также измерения по оценке фоновых условий эксперимента. Созданный тракт обеспечил формирование электронного пучка с малыми размерами и малой угловой расходимостью, что позволило проведение эксперимента по измерению энергетического спектра излучения в монокристалле кварца. Достигнутые параметры электронного пучка позволяют также выполнять эксперименты по широкому кругу радиационных процессов, таких как параметрическое и когерентное тормозное излучения.

Работа была выполнена в рамках проектов INTAS (№ 576) и ISTC (A-090 и A-100).

ЛИТЕРАТУРА

1. **R.O.Avakyan, A.E.Avetissyan, S.P.Taroyan, et al.** Nucl. Instr. and Meth. B, **48**, 266 (1990).
2. **R.H.Avakian, S.P.Taroyan, A.E.Avetisian, et al.** Phys. Lett. B, **281**, 153 (1992).
3. **R.O.Avakian, A.E.Avetisian, A.A.Armaganian, et al.** (Yerevan Phys. Inst.), EFI-523-10-82-YEREVAN-mc (microfiche), 1981.
4. **K.G.Steffen.** High Energy Beam Optics. New York, Interscience, 1965.

5. **K.R.Grandall, D.R.Rusthoi.** RACE3D Documentation, LA-UR-97-886, 1997.

20 ՄէՎ ԷՆԵՐԳԻԱՅՈՎ ԷԼԵԿՏՐՈՆՆԵՐԻ ՓՆՋԱՏԱՐԻ ՍՏԵՂԾՈՒՄԸ ՃԱՌԱԳԱՅԹՈՒՄԱՅԻՆ ԵՐԵՎՈՒՅԹՆԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՀԱՄԱՐ

Ռ.Հ. ԱՎԱԳՅԱՆ, Ա.Է. ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ, Ա.Զ. ԲԱԲԱՅԱՆ,
Կ.Ա. ԻՍՊԻՐՅԱՆ, Վ.Ց. ՆԻԿՈՂՈՍՅԱՆ, Ս.Պ. ԹԱՐՈՅԱՆ

Երևանի ֆիզիկայի ինստիտուտում նախագծված և կառուցված է 20 ՄէՎ էներգիայով էլեկտրոնների փնջատար: Այն իրականացվել է Երևանի ֆիզիկայի ինստիտուտի 6 ԳէՎ-անոց սինքրոտրոնի 75 ՄէՎ էներգիայով գծային արագացուցիչ-ներարկչի էլեկտրոնային փնջի զուգահեռ տեղափոխումով: Ստացված փնջի բնութագրերը հնարավորություն են տալիս անցկացնել ճառագայթային երևույթների տարատեսակ գիտափորձական հետազոտություններ:

CREATION OF 20 MeV ELECTRON BEAMLINE FOR RADIATION PROCESS EXPERIMENTS

R.O. AVAKIAN, A.E. AVETISYAN, A.Z. BABAYAN,
K.A. ISPIRIAN, V.TS. NIKOGHOSIAN, S.P. TAROYAN

A 20 MeV electron beamline has been designed and mounted at the Yerevan Physics Institute. That has been obtained after beam parallel transfer from the operating 75 MeV injector-linac of the 6 GeV Yerevan Synchrotrons. The parameters of the beam allow carrying out experimental investigations of electron radiation in single crystals.

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

В журнале печатаются оригинальные статьи и краткие сообщения авторов по всем разделам современной физики на русском и армянском языках. Редакция просит авторов при направлении статей придерживаться следующих правил.

1. Статьи, поступающие в редакцию, должны иметь направление от учреждения, в котором выполнена работа, а также акт экспертизы. Название учреждения приводится перед текстом статьи после фамилий авторов.

2. Объем каждой статьи не должен превышать 15 страниц, включая рисунки. Работы необходимо представлять в двух экземплярах, отпечатанных на принтере через 2 интервала. При наборе статьи следует использовать редактор MS Word.

3. Тексту каждой статьи предшествует индекс УДК, проставленный в левом верхнем углу. Непосредственно перед текстом статьи или краткого сообщения после заглавия помещается аннотация. К работам, представленным на русском языке, должны быть приложены резюме на армянском и английском языках.

4. Следует ограничиваться минимальным количеством рисунков и фотографий. Их размеры не должны превышать 10×15 см. Они должны быть представлены в двух экземплярах, на обороте рисунков необходимо указать фамилии авторов, название статьи и номер рисунка. Подписи к рисункам должны быть собраны на отдельном листе.

5. В тексте статьи и на рисунках латинские символы следует приводить курсивом, а греческие – прямо. Векторы обозначаются жирным шрифтом, без стрелок. В индексах символов необходимо использовать английские обозначения.

6. Цитируемая литература должна даваться общим списком в конце статьи. В тексте ссылка приводится цифрой в прямых скобках в порядке упоминания в статье. В списке литературы необходимо указать: для книг – инициалы и фамилию автора, название книги, место издания, издательство, год издания; для периодических изданий – инициалы и фамилию автора, название журнала, том, номер выпуска, первую страницу и год издания.

7. Статья должна быть подписана всеми авторами. Необходимо также приложить точный адрес, фамилию, имя, отчество автора и адрес учреждения, где выполнена работа.

8. В случае возвращения автору его рукописи для доработки датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

9. Редакция посылает автору одну корректуру. Корректура с подписью автора и датой ее подписания должна быть выслана в редакцию в течение суток с момента ее получения.

10. Автор передает редакции журнала "Известия НАН Армении, Физика" исключительное право на воспроизведение, распространение статьи в периодической печати, а также на ее перевод на английский язык для переиздания в журнале "Journal of Contemporary Physics (Armenian Academy of Sciences)".

Статьи, в которых не соблюдены указанные правила, к рассмотрению приниматься не будут.

Адрес редакции "Известий НАН Армении, Физика": Республика Армения, 0019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г. Тел. 56-80-67.