ISSN 0002-3035

ФИЗИКА · ՖԻԶԻԿԱ · PHYSICS

ИЗВЕСТИЯ
НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ

PROCEEDINGS
OF NATIONAL ACADEMY OF SCIENCES OF ARMENIA

42, N4, 2007

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ՀԱՆՐԱՊԵՏՈՒԹՅԱՆ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ АРМЕНИЯ

ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ

ՖԻԶԻԿԱ ФИЗИКА

ՀԱՏՈՐ ТОМ
42

№ 4

ԵՐԵՎԱՆ ЕРЕВАН
2007

Журнал издается с 1966 г.
Выходит 6 раз в год
на русском и английском языках

Адрес редакции: Республика Армения, 375019,
Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г.

Խմբագրության հասցեն՝ Հայաստանի Հանրապետություն,
375019, Երևան, Մարշալ Բաղրամյան պող., 24-գ:

Editorial address: 24-g. Marshal Bagramyan Av.,
Yerevan, 375019. Republic of Armenia.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №4, с.195-202 (2007)

УДК 621.384

О ВОЗМОЖНОСТИ МОДУЛЯЦИИ ПЛОТНОСТИ ЗАРЯДА ЭЛЕКТРОННОГО СГУСТКА В ПОЛЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

М.А. ХОДЖОЯН

Ереванский физический институт им. А.И.Алиханяна

(Поступила в редакцию 21 февраля 2007 г.)

Рассмотрены проблема модуляции плотности электронов в линейном сгустке после его взаимодействия с линейно-поляризованной монохроматической электромагнитной волной, а также возможность наблюдения этого эффекта. Показано, что при больших напряженностях электромагнитной волны можно добиться значительных величин глубины модуляции.

1. Введение

Получение плотных электронных сгустков сверхкороткой длины является весьма актуальной проблемой в создании ЛСЭ, в частности, в терагерцовой области частот. Одним из возможных путей достижения этой цели является модуляция по плотности сравнительно длинного сгустка, когда он взаимодействует с сильной электромагнитной волной линейно-поляризованного луча лазера, и когда достаточно глубокая модуляция распределения заряда по плотности может служить хорошим обоснованием для деления сгустка (реализации chopping-a (slicing)).

В работе [1] исследовался эффект развертки линейного электронного сгустка в поле плоской монохроматической волны высокой напряженности и была показана возможность поперечной растяжки электронного сгустка и определения распределения его плотности по его развернутому изображению в плоскости, поперечной к движению скорости. В настоящей работе мы ставим цель исследовать изменения плотности заряда в сгустке вдоль его длины после его взаимодействия с линейно-поляризованной плоской монохроматической волной высокой напряженности (полем лазера).

2. Алгоритм наблюдения модуляции

Установка, с помощью которой предлагается исследовать взаимодействие электронного сгустка с монохроматической электромагнитной волной, в принципе совпадает с устройством, предложенным в работе [1], где рассматривалась развертка электронного сгустка.

Электромагнитную волну выберем поляризованной вдоль оси y:

$$E_y = H_z = E_0 \cos(kx - \omega t + \varphi_0)\,. \tag{1}$$

Подставляя выражения для полей в уравнения движения, имеем:

$$\frac{dx}{dt} = c\frac{p_x}{\sqrt{m_0^2c^2 + p_x^2 + p_y^2}}\,, \qquad \frac{dy}{dt} = c\frac{p_y}{\sqrt{m_0^2c^2 + p_x^2 + p_y^2}}\,, \tag{2}$$

$$\frac{dp_x}{dt} = eE_y\frac{p_y}{\sqrt{m_0^2c^2 + p_x^2 + p_y^2}}\,, \qquad \frac{dp_y}{dt} = eE_y\left(1 - \frac{p_x}{\sqrt{m_0^2c^2 + p_x^2 + p_y^2}}\right). \tag{3}$$

Введя параметр $\eta = \omega t - kx$ и перейдя затем от дифференцирования по времени к дифференцированию по η, как это было сделано в работах [2,3], для решения системы уравнений (2),(3), полагая что в момент вхождения сгустка в систему $p_{y0} = 0$ и $x_0 = 0$, $y_0 = 0$ (поперечные размеры сгустка пренебрежимо малы), получаем

$$\begin{gathered} x = \frac{2B}{k}\left[p_{x0} + \frac{Be^2E_0^2}{2\omega^2}\left(1 + 2\sin^2\varphi_0\right)\right]\eta + \\ + \frac{Be^2E_0^2}{2k\omega^2}\left[8\sin\varphi_0\cos\left(\eta + \varphi_0\right) - 3\sin 2\varphi_0 - \sin 2\left(\eta + \varphi_0\right)\right], \end{gathered} \tag{4}$$

$$y = -\frac{2BeE_0\sin\varphi_0}{k\omega}\eta - \frac{2BeE_0}{k\omega}\left[\cos\left(\eta + \varphi_0\right) - \cos\varphi_0\right], \tag{5}$$

$$p_x = p_{x0} + \frac{Be^2E_0^2}{\omega^2}\left[\sin\left(\eta + \varphi_0\right) - \sin\varphi_0\right]^2, \tag{6}$$

$$p_y = \frac{eE_0}{\omega}\left[\sin\left(\eta + \varphi_0\right) - \sin\varphi_0\right], \tag{7}$$

где

$$B = \frac{\sqrt{m_0^2c^2 + p_{x0}^2} + p_{x0}}{2m_0^2c^2} = \frac{\gamma_0 + \sqrt{\gamma_0^2 - 1}}{2m_0c}\,, \tag{8}$$

γ_0 – Лоренц-фактор электрона до взаимодействия, и для достаточно больших энергий

$$B \approx \frac{\gamma_0}{m_0c}\,, \tag{8a}$$

$\eta = \omega\tau_f - kx_f$ есть пространственно-временной интервал между координатой электрона x_f и начальной точкой взаимодействия (зеркала). τ_f – длительность взаимодействия, а φ_0 – начальная фаза некоторого выбранного электрона, когда он начинает взаимодействовать с полем электромагнитной волны. Отметим, что эти результаты совпадают с формулами, полученными в [4], где решение задачи проводилось методом Гамильтона–Якоби для случая, когда электрон в среднем покоится. Для всех электронов в сгустке, не имеющем поперечных размеров (линейный сгусток), интервал $\eta = \omega\tau_f - kx_f$ есть постоянная величина и определяется координатой точки наблюдения x_f. Если выбрать

$$\eta = \omega\tau_f - kx_f = 2\pi n\,, \tag{9}$$

то в точке наблюдения $x_f(\tau_f)$ все электроны сгустка будут иметь те же значения импульса, которые они имели до взаимодействия. В дальнейшем мы выберем $n=1$, т.е. $\eta=\omega\tau_f-kx_f=2\pi$, откуда определим промежуток времени нахождения частиц в области взаимодействия $\tau_f=2\pi/\omega+kx_f/\omega$. Из уравнения (4), в случае, когда $\eta=2\pi$, имеем

$$x_f=\frac{2B}{k}\left[p_{x0}+\frac{Be^2E_0^2}{2\omega^2}\left(1+2\sin^2\varphi_0\right)\right]2\pi \tag{10}$$

и, следовательно,

$$\tau_f=\frac{2\pi}{\omega}\left\{1+2B\left[p_{x0}+\frac{Be^2E_0^2}{2\omega^2}\left(1+2\sin^2\varphi_0\right)\right]\right\}. \tag{10а}$$

Выражение (10а) можно представить в виде

$$\tau_f=\tau_0+\tau_1\sin^2\varphi_0, \tag{10б}$$

где

$$\tau_0=\frac{2\pi}{\omega}\left[1+2B\left(p_{x0}+\frac{B^2e^2E_0^2}{2\omega^2}\right)\right] \quad \text{и} \quad \tau_1=\frac{4\pi B^2e^2E_0^2}{\omega^3}. \tag{10в}$$

Обозначим координату некоторой частицы в сгустке через u. После взаимодействия с волной эта координата получит приращение $[\tau(u)-\tau(u+du)]\mathrm{v}_{x0}$ и примет значение $dv=du+[\tau(u)-\tau(u+du)]\mathrm{v}_{x0}$ (где du – расстояние между двумя соседними частицами; при этом, естественно, что если электрон, имеющий координату u, добирается до точки наблюдения позднее, чем электрон, имеющий координату $u+du$ $(\tau(u)>\tau(u+du))$, то после взаимодействия это расстояние должно быть больше исходного расстояния, т.е. $dv>du$). Пусть распределение заряда в сгустке до его взаимодействия с полем лазера произвольно и дается выражением $\eta(u)=dN/du$, а после взаимодействия, т.е. в точке $x=x_f$, равно $\eta(v)=dN/dv$, где N – число зарядов в сгустке. В сгустке начало координат выберем так, чтобы электрону, имеющему координату $u=0$ соответствовала бы фаза поля $\varphi_0=0$, т.е. электрон, имеющий начальную координату $u=0$, будет взаимодействовать с максимумом электромагнитного поля, а v – координата электрона в сгустке после взаимодействия. Естественно, начальную фазу φ_0 при этом удобно определить как $\varphi_0(u)=\omega t(u)=u\omega/\mathrm{v}_{x0}=u\omega/c\beta_0=ku/\beta_0$, где $k=\omega/c$, $\beta_0=v_{x0}/c$. Тогда

$$dv=du-\mathrm{v}_{x0}\tau_1\sin\left(2\frac{ku}{\beta_0}+\frac{kdu}{\beta_0}\right)\sin\left(\frac{kdu}{\beta_0}\right).$$

Если допустить, что $kdu/\beta_0<<1$, то

$$dv=du\left(1-\omega\tau_1\sin\frac{2ku}{\beta_0}\right). \tag{11}$$

Интегрируя уравнение (11), можно получить связь между координатами заданного электрона до (u) и после взаимодействия (v):

$$v = u - \beta_0 c\tau_1 \sin^2 \frac{ku}{\beta_0}. \quad (12)$$

Таким образом, из заданного (начального) распределения заряда $\eta(u)$ получается следующее выражение для плотности распределения заряда в сгустке после взаимодействия с волной:

$$\eta(v) = \frac{dN}{dv} = \frac{dN}{du}\frac{du}{dv} = \frac{\eta(u)du}{\left(1 - \omega\tau_1 \sin\frac{2ku}{\beta_0}\right)du} = \frac{\eta(u)}{\left(1 - \omega\tau_1 \sin\frac{2ku}{\beta_0}\right)}. \quad (13)$$

Как видим, распределение заряда в сгустке после его взаимодействия с электромагнитной волной меняется обратно пропорционально фактору $1 - \omega\tau_1 \sin(2ku/\beta_0)$, т.е. эффект модуляции распределения заряда $\eta(u)$ в сгустке обусловлен величиной

$$\frac{4\pi\gamma_0^2 e^2 E_0^2}{m^2 c^2 \omega^2} = \mathrm{const} \times \gamma_0^2 \left(\frac{E_0}{\omega}\right)^2. \quad (14)$$

Выражение (14) соответствует утверждению, что глубина модуляции не зависит от числа частиц в сгустке, а эффект этой модуляции будет для заданной энергии частиц одинаков во всех случаях одинаковых отношений напряженности поля и частоты и определяется величиной τ_1. Таким образом, существует широкий выбор числа и размера кластеров, удобных для математического моделирования задачи.

3. Математическое моделирование

Рассмотрим сгусток (см. рис.1) с гауссовским распределением [5] заряда в нем (полный заряд $Q = Ne = 2\times10^{-8}$ Кл, т.е. число электронов в сгустке равно $N \sim 10^{11}$) с кинетическими энергиями $E = 50$ МэВ или $E = 75$ МэВ. Сгусток движется вдоль оси x в поле плоской монохроматической электромагнитной волны с напряженностью в первом случае – $E_0 = 2\times10^8$ В/м
и частотой $\omega = 2\pi\times10^{13}$ рад/сек, а во втором случае – $E_0 = 2\times10^9$ В/м и $\omega = 2\pi\times10^{14}$ рад/сек.

Представим распределение электронов в сгустке в виде разделенных друг от друга ''кластеров'', каждому из которых присваивается координата *u*. Если, например, взять число кластеров 2×10^5, в каждом из которых 10^6 электронов, то размер такого кластера (длина) будет порядка ~1.5×10^{-9} м, что намного меньше длины волны (3×10^{-5} м), так что каждый кластер можно рассматривать как точечный заряд. Из 2×10^5 возможных мы выбрали 9 разных кластеров, расположенных вдоль всей длины сгустка и движущихся с 9-ю разными, равноотстоящими начальными фазами, с которыми они взаимодействуют с полем лазера

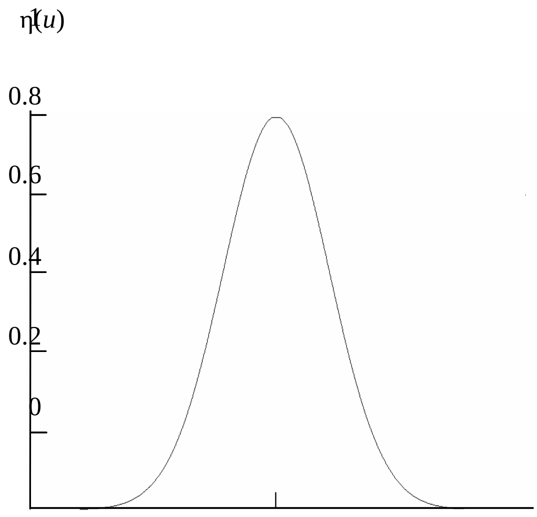
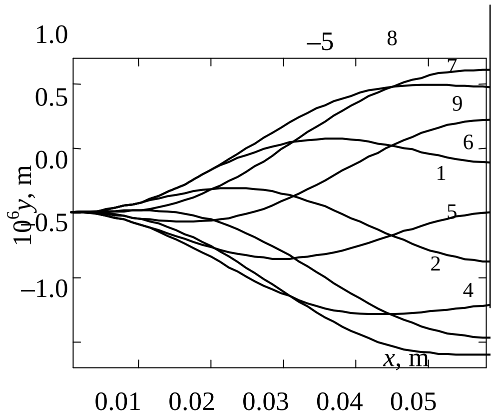


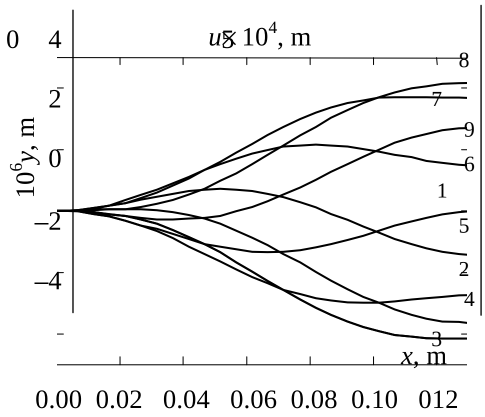
Рис.1. Начальное распределение заряда в сгустке.

Рис.2. Траектории частиц в области взаимодействия, когда начальная инжекционная энергия равна 50 МэВ, при $E_0 = 2\times10^9$ В/м, $\omega = 2\pi\times10^{14}$ рад/сек.

Рис.3. Траектории частиц в области взаимодействия, когда начальная инжекционная энергия равна 75 МэВ, при $E_0 = 2\times10^9$ В/м, $\omega = 2\pi\times10^{14}$ рад/сек.

На рис.2 и 3 изображены траектории этих 9-и частиц (кластеров), а цифры 1, 2, …, 9 соответствуют начальным фазам каждого из них $[1-\pi, -3\pi/4, -\pi/2, -\pi/4, 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4, \pi]$. Сравнение этих двух рисунков показывает, что область взаимодействия (от начала взаимодействия (зеркала) до точки наблюдения x_f) растет пропорционально γ_0^2. При этом разные кластеры оказываются разбросанными на ничтожно малых расстояниях вдоль поперечной оси: в первом случае – на величину





5.5×10^{-6} м, во втором – на 8.2×10^{-6} м.

Из рис.4-7 видно, что при $\gamma=100$ и $\gamma=150$ имеем разные глубины модуляции. В первом случае она составляет 0.96, во втором – 45.5 от максимума, когда $E_0=2\times10^8$ В/м и $\omega=2\pi\times10^{13}$ рад/сек, и 0.64, 5.7, когда $E_0=2\times10^9$ В/м и $\omega=2\pi\times10^{14}$ рад/сек. Период модуляции каждый раз совпадает с длиной модулирующей волны и составляет, соответственно, 3×10^{-5} м и 3×10^{-6} м.

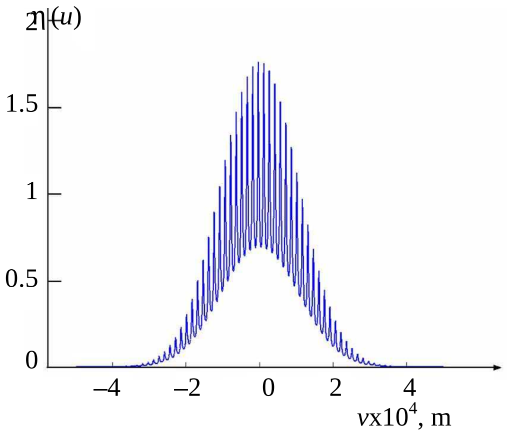


Рис.4. Распределение заряда в сгустке после взаимодействия с полем лазера в случае, когда энергия равна 50 МэВ, напряженность 2×10^8 В/м, а частота $2\pi\times10^{13}$ рад/сек.

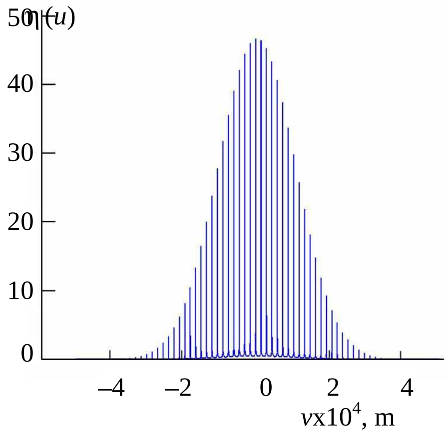


Рис.5. Распределение заряда в сгустка после взаимодействия с полем лазера в случае, когда энергия равна 75 МэВ, напряженность 2×10^8 В/м, а частота $2\pi\times10^{13}$ рад/сек.

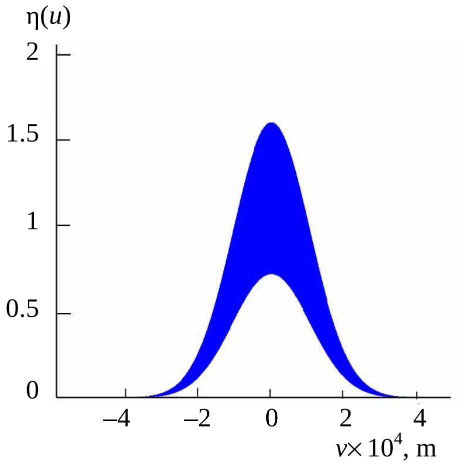


Рис.6. Распределение заряда в сгустке после взаимодействия с полем лазера в случае, когда энергия равна 50 МэВ, напряженность 2×10^9 В/м, а частота $2\pi\times10^{14}$ рад/сек.

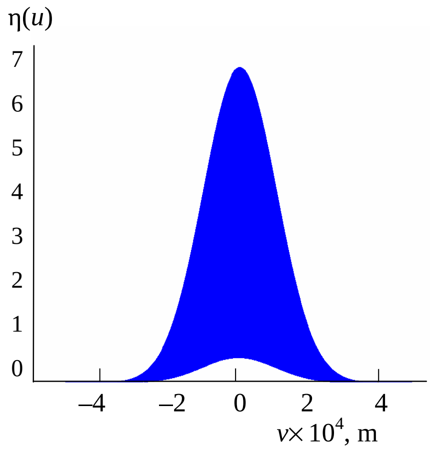


Рис.7. Распределение заряда в сгустке после взаимодействия с полем лазера в случае, когда энергия равна 75 МэВ, напряженность 2×10^9 В/м, а частота $2\pi\times10^{14}$ рад/сек.

Результаты очевидны, потому что распределение после взаимодействия обратно пропорционально выражению $1-\omega\tau_1\sin(2ku/\beta_0)$, которое уменьшается с возрастанием B, т.е. γ. Во всех случаях наблюдается увеличение числа кластеров в области максимума распределения.

Проведенные расчеты показывают, что при больших энергиях можно достигнуть глубоких значений модуляции, выбирая сравнительно слабые напряженности поля и низкие частоты, тогда как в случае сгустков с небольшими энергиями необходимы большие напряженности полей при низких частотах. Это объясняется тем, что глубина модуляции, вообще говоря, пропорциональна $\gamma_0^2(E_0/\omega)^2$. Отметим, однако, что с ростом частоты эффективность взаимодействия сгустка с волной уменьшается, в результате чего уменьшается глубина модуляции.

4. Заключение

Как видим, эффективность взаимодействия электромагнитной волны с электронным сгустком увеличивается по мере роста энергий электронов (сгустка). Объяснение этого феномена заключается, по-видимому, в том, что с увеличением энергии частицы ее скорость все больше приближается к скорости распространения волны, что приводит к увеличению длительности взаимодействия волны со сгустком, когда волна распространяется в направлении движения сгустка. При этом для эффективной модуляции плотности заряда в сгустке существенным является условие (9), налагаемое на интервал взаимодействия, заключающееся в том, что из сгустка "выбрасываются" электроны, которые после взаимодействия приобретают поперечный импульс. Это приводит к некоторому перераспределению заряда вдоль длины сгустка.

Таким образом, нами показано, что принципиально возможна модуляция электронного сгустка в поле линейно-поляризованной электромагнитной волны до наблюдаемых значений глубин модуляции.

В заключение автор выражает благодарность проф. Э.Д.Газазяну и к.ф.-м.н. Д.К.Калантаряну за постановку задачи и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Э.Д.Газазян, Д.К.Калантарян, М.А.Ходжоян**. Изв. НАН Армении, Физика, **41**, 170 (2006).
2. **E.D.Gazazyan, K.A.Ispirian, M.K.Ispiryan, D.K.Kalantaryan, D.A.Zakaryan**. Transversal deflection of electrons moving in parallel with linearly polarized laser beam and its application. PAC-05, Knoxville, Tennessee, USA, May 16-20, 2005. pp.4054-4056.
3. **E.D.Gazazyan, K.A.Ispirian, M.K.Ispiryan, D.K.Kalantaryan, D.A.Zakaryan.** Femtosecond deflection of electron beam in laser fields and femtosecond oscilloscope. Advanced Radiation Sources and Applications. Proceedings of the NATO Advanced Workshop, Nor-Hamberd, Yerevan, Armenia, August 29 – September 2, 2004. NATO Sc. Ser II: Math., Phys., Chem., vol.199, 2005.
4. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц.** Теория поля. М., Наука, 1988.
5. **Г.Корн, Т.Корн**. Справочник по математике. М., Наука, 1973.

ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏՈՒՄ ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ԹԱՆՁՐՈՒԿՈՒՄ ԼԻՑՔԻ ԽՏՈՒԹՅԱՆ ՄՈԴՈՒԼԱՑՄԱՆ ՀՆԱՐԱՎՈՐՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Մ.Ա. ԽՈՋՈՅԱՆ

Քննարկված է գծային թանձրուկում էլեկտրոնների բաշխվածության խտության մոդուլացման խնդիրը, ինչպես նաև այդ էֆեկտի դիտման հնարավորությունը: Ցույց է տրված, որ դաշտի բարձր լարվածություն ունեցող էլեկտրամագնիսական ալիքի դեպքում հնարավոր է հասնել մոդուլացման խորության մեծ արժեքների:

ON THE POSSIBILITY OF THE CHARGE DENSITY MODULATION OF AN ELECTRON BUNCH IN THE FIELD OF ELECTROMAGNETIC WAVE

M.A. KHOJOYAN

The problem of modulation of the electron bunch density distribution is considered, when this bunch interacts with a linearly polarized monochromatic electromagnetic wave, as well as a possibility to observe this effect. It is shown that one can achieve significant depths of the modulation at high intensities of the electromagnetic wave.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №4, с.203-209 (2007)

УДК 535.345.1

ЭЛЕКТРОМАГНИТНО-ИНДУЦИРОВАННАЯ ПРОЗРАЧНОСТЬ В СРЕДЕ ИЗ ЧЕТЫРЕХУРОВНЕВЫХ АТОМОВ С ДУБЛЕТОМ ВЕРХНИХ УРОВНЕЙ

Н.С. СИСАКЯН

Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

(Поступила в редакцию 1 марта 2007 г.)

Исследованы поглощение и замедление света, распространяющегося в среде из четырехуровневых атомов с дублетом близколежащих верхних уровней в условиях электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП). Показано, что присутствие второго верхнего уровня всегда приводит к увеличению поглощения пробного импульса. Однако в интервале между уровнями дублета имеется область расстроек управляющего поля, где свет замедляется значительно сильнее по сравнению с идеальным случаем ЭИП.

1. Введение

Сильное уменьшение групповой скорости света на несколько порядков величины по сравнению с его скоростью в вакууме было недавно продемонстрировано в разных дисперсивных средах, включая холодные атомы [1], пары металлов [2,3] и кристаллы [4,5]. Кроме фундаментального значения, замедление света имеет важные применения в новых прикладных исследованиях в нелинейной и квантовой оптике. Впервые замедление света было наблюдено в условиях ЭИП в бозе-эйнштейновском конденсате натрия [1]. Стандартной схемой ЭИП является трехуровневая Λ-система, где пробное поле резонансно взаимодействует с системой на одном из переходов, оптические свойства которой управляются контрольным полем, также резонансно взаимодействующим с системой на смежном переходе. Однако в действительности очень трудно реализовать идеальную Λ-систему из-за присутствия близколежащих возбужденных уровней, влияние которых приводит к более слабому замедлению света, чем в случае идеального ЭИП, что к тому же сопровождается большими потерями. В частности, в парах металлов этими уровнями являются уровни сверхтонкой структуры. Для решения этой проблемы в литературе была предложена рамановская схема взаимодействия системы с двумя полями, однофотонные расстройки которых от верхнего уровня много больше доплеровского уширения [6]. Главным недостатком этого подхода является необходимость использования сильных полей для компенсации большой однофотонной расстройки. Это требование приводит к новым трудностям, особенно при реализации ЭИП в кристаллах, допированных ионами редкоземельных элементов, где и без того применяются достаточно сильные поля из-за маленьких сил осцилляторов оптических переходов ионов.

В настоящей работе исследована ЭИП в четырехуровневой системе с дублетом верхних уровней, изменяя однофотонную расстройку полей во всем интервале частотного расщепления дублета с целью найти область частот, где замедление света не хуже, чем в трехуровневой схеме ЭИП. Результаты показывают, что такая область действительно существует, и ее местоположение зависит от отношения дипольных матричных элементов оптических переходов. При этом поглощение пробного поля, хотя и не минимальное, но растет не так сильно, чтобы эффект замедления не мог быть наблюден.

2. Атомная система. Основные уравнения

Рассмотрим четырехуровневую систему (рис.1), где пробное и контрольное поля отстроены от однофотонного резонанса с уровнем 2 на величину $\delta_p = \omega_p - \omega_{20}$ и $\delta_c = \omega_c - \omega_{21}$, соответственно. Изначально атомы приготовлены в состоянии 1, а интенсивности полей считаются достаточно малыми, чтобы пренебречь переносом населенности в другие состояния.

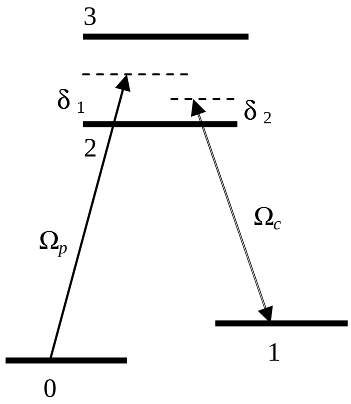


Рис.1. Конфигурация атомных уровней, взаимодействующих с двумя полями Ω_p и Ω_c с расстройками δ_1 и δ_2, соответственно, от уровня 2.

Мы рассматриваем случай взаимодействия ансамбля холодных атомов со стационарными полями. Поэтому в дальнейшем пренебрежем столкновительным и доплеровским уширениями. Тогда уравнения для матрицы плотности среды имеют вид

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{20} &= \left(i\delta_p - \Gamma_2\right)\rho_{20} + i\Omega_{20}\left(\rho_{00} - \rho_{22}\right) + i\Omega_{21}\rho_{10} - i\Omega_{30}\rho_{23}, \\
\dot{\rho}_{30} &= \left[i\left(\delta_p - \Delta\right) - \Gamma_3\right]\rho_{30} + i\Omega_{30}\left(\rho_{00} - \rho_{33}\right) + i\Omega_{31}\rho_{10} - i\Omega_{20}\rho_{32}, \\
\dot{\rho}_{21} &= \left(i\delta_c - \Gamma_2\right)\rho_{21} + i\Omega_{21}\left(\rho_{11} - \rho_{22}\right) + i\Omega_{20}\rho_{01} - i\Omega_{31}\rho_{23}, \qquad (1) \\
\dot{\rho}_{31} &= \left[i\left(\delta_c - \Delta\right) - \Gamma_3\right]\rho_{31} + i\Omega_{31}\left(\rho_{11} - \rho_{33}\right) + i\Omega_{30}\rho_{01} - i\Omega_{21}\rho_{32}, \\
\dot{\rho}_{10} &= \left(i\delta - \gamma_c\right)\rho_{10} + i\Omega_{12}\rho_{20} + i\Omega_{13}\rho_{30} - i\Omega_{20}\rho_{12} - i\Omega_{30}\rho_{13}, \\
\dot{\rho}_{32} &= \left(i\Delta + \Gamma_2 + \Gamma_3\right)\rho_{32} + i\Omega_{30}\rho_{02} + i\Omega_{31}\rho_{12} - i\Omega_{02}\rho_{30} - i\Omega_{12}\rho_{31},
\end{aligned}$$

где $\Omega_{i0}=\mu_{i0}E_p/\hbar$ и $\Omega_{i1}=\mu_{i1}E_c/\hbar$, $i=2,3$ – частоты Раби пробного и контрольного полей, E_p и E_c – их напряженности, а μ_{ij} – дипольный матричный элемент $i\to j$ перехода. Ширины спонтанных распадов верхних уровней обозначены как γ_{2j} и γ_{3j} $(j=0,1)$, а $2\Gamma_2=\gamma_{20}+\gamma_{21}$ и $2\Gamma_3=\gamma_{30}+\gamma_{31}$. Через $\delta=\delta_p-\delta_c$ обозначена рамановская расстройка, а $\Delta=\omega_{32}$ – частотное расстояние между уровнями 3 и 2. Релаксация когерентности между основными состояниями 0 и 1 со скоростью $\gamma_c<<\Gamma_{2,3}$ обусловлена выходом атомов из области взаимодействия. При пренебрежении населенностями уровней $i\neq 0$, $\rho_{ii}=0$ и поляризацией на переходе $2\to 3$, $\rho_{23}=0$, и с учетом $\rho_{00}\approx 1$ система уровней (1) сильно упрощается:

$$\begin{aligned}
\dot\rho_{20}&=i[\Omega_{20}+\Omega_{21}\rho_{10}+(\delta_p+i\Gamma_2)\rho_{20}]\ ,\\
\dot\rho_{30}&=i[\Omega_{30}+\Omega_{31}\rho_{10}+(\delta_p-\Delta_{32}+i\Gamma_3)\rho_{20}]\ ,\\
\dot\rho_{10}&=i[\Omega_{12}\rho_{20}+\Omega_{13}\rho_{30}+(\delta+i\gamma_c)\rho_{20}]\ ,
\end{aligned}\tag{2}$$

При решении этих уравнений мы учитываем сильное поле во всех порядках, а слабое пробное поле E_p только в линейном приближении. Тогда в стационарном режиме это решение имеет вид

$$\begin{aligned}
\rho_{20}&=\frac{\Omega_{20}}{D_2}\left(\delta+i\gamma_c+\xi\frac{\Omega_{21}^2}{\delta_p+i\Gamma_2}\right)+(\zeta+1)\frac{\Omega_{21}\Omega_{30}\Omega_{13}}{D_2(\delta_p+i\Gamma_2)},\\
\rho_{30}&=\frac{\Omega_{30}}{D_3}\left(\delta+i\gamma_c+\zeta\frac{\Omega_{31}^2}{\delta_p-\Delta+i\Gamma_3}\right)+(\xi+1)\frac{\Omega_{31}\Omega_{20}\Omega_{12}}{D_3(\delta_p-\Delta+i\Gamma_3)},
\end{aligned}\tag{3}$$

где

$$D_2=\Omega_{21}^2-(\delta_p+i\Gamma_2)(\delta+i\gamma_c)\ ,\qquad D_3=\Omega_{31}^2-(\delta_p-\Delta+i\Gamma_3)(\delta+i\gamma_c)\ .$$

В уравнения (3) мы специально ввели параметры

$$\xi=-\Omega_{31}^2\Big/\left(-\Omega_{31}^2+\frac{\delta_p-\Delta+i\Gamma}{\delta_p+i\Gamma_2}D_2\right)\ ,\qquad \zeta=-\Omega_{21}^2\Big/\left(\Omega_{21}^2+\frac{\delta_p+i\Gamma_2}{\delta_p-\Delta+i\Gamma_3}D_3\right),\tag{4}$$

чтобы выделить вклад уровня 3(2) в поляризцию на переходе $0\to 2$ $(0\to 3)$. Первые члены в правой части уравнений (3) определяют линейные по слабому полю поглощение и дисперсию среды, а вторые члены описывают четырехфотонное параметрическое взаимодействие. Эволюция медленно меняющейся амплитуды $E_p(z,t)$ пробного поля описывается уравнением Максвелла

$$\left(\frac{\partial}{\partial z}+\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right)E_p(z,t)=2\pi i\frac{\omega_p}{c}P(z,t)\ ,\tag{5}$$

где поляризация $P(z,t)$ на частоте ω_p определяется как

$$P(z,t)=N\left(\mu_{02}\rho_{20}+\mu_{03}\rho_{30}\right)=\chi E_p\ .\tag{6}$$

Здесь N – плотность числа атомов в среде, а χ – поляризуемость на частоте пробного поля ω_p:

$$\chi = \frac{N}{\hbar}\left\{\left(\frac{\mu_{02}^2}{D_2}+\frac{\mu_{03}^2}{D_3}\right)(\delta+i\gamma_c)+\mu_{02}^2\xi\frac{\Omega_{21}^2}{D_2\left(\delta_p+i\Gamma_2\right)}+\mu_{03}^2\zeta\frac{\Omega_{31}^2}{D_3\left(\delta_p-\Delta+i\Gamma_3\right)}+\right.$$
$$\left.+\mu_{02}\mu_{30}(\xi+1)\frac{\Omega_{21}\Omega_{13}}{D_3\left(\delta_p+i\Gamma_2\right)}+\mu_{03}\mu_{20}(\zeta+1)\frac{\Omega_{31}\Omega_{12}}{D_2\left(\delta_p-\Delta+i\Gamma_3\right)}\right\}=\frac{N\mu_{02}^2}{\hbar\Gamma_2}\chi_0. \quad (7)$$

Мнимая часть χ определяет коэффициент поглощения пробного поля $\alpha = (4\pi\omega_p / c)\,\mathrm{Im}(\chi)$, а его групповая скорость вычисляется согласно $V_g = c / n_g$, где n_g – индекс групповой скорости:

$$n_g = 1 + 2\pi\omega_p \,\mathrm{Re}\frac{\partial\chi}{\partial\omega_p}. \quad (8)$$

В области ЭИП резонансов среда имеет большую дисперсию так, что $\omega_p \partial\chi / \partial\omega_p >> 1$. При этом n_g удобно представить в виде $n_g \cong n_{g0}\Gamma_2(\partial\chi_0 / \partial\omega_p)$, где $n_{g0} = (2\pi\omega_p / \hbar\Gamma_2{}^2)N\mu_{20}^2$. В дальнейшем мы будем исследовать поглощение пробного поля (, а также величину n_g / n_{g0} как функцию от δ_c и δ. Отметим, что для D1 или D2 линий переходов в щелочных металлах характерное значение n_{g0} при плотностях $N \sim 10^{12}$ см$^{-3}$ имеет порядок $n_{g0} \cong 10^6$. Поэтому при большой крутизне $(\partial\chi_0 / \partial\omega_p)$ скорость света может быть уменьшена до нескольких м/с.

3. Численные расчеты. Обсуждение

Вначале рассмотрим случай равных матричных элементов $\mu_{0i} = \mu_{1i}$, $i = 1{,}2$ Очевидно, что ЭИП резонансы, которые получаются на двух Λ-системах $0 \to 2 \to 1$ и $0 \to 3 \to 1$ при $\delta_c = 0$ и $\delta_c = \Delta$, соответственно, полностью симметричны. Поглощение пробного поля в случае $\delta_c = 0$ показано на рис.2a,b пунктиром. Здесь мы также сравниваем этот резонанс с идеальным случаем изолированной (-системы. Для наглядности на рис.2b эти резонансы приведены в увеличенном масштабе. Видно, что по сравнению с изолированной (-системой (показано точками) наличие второго уровня при $\mu_{0i} = \mu_{1i}$ не уменьшает глубину резонанса и, следовательно, не приводит к дополнительному поглощению. Равны также скорости пробного поля в обоих резонансах. Влияние второго уровня проявляется только в том, что ЭИП резонанс деформируется. Однако, когда матричные элементы переходов не равны (рис.2a,b – сплошная кривая), поглощение пробного поля растет, а резонанс уширяется, хотя оба эффекта при выбранных отношениях μ_{1i} / μ_{0i} не большие. Эти изменения легко понять из следующих соображений. Вспомним, что в идеальной (-системе эффект ЭИП является следствием когерентного пленения населенности атома в так называемом темном состоянии [7], которое является суперпозицией двух нижних состояний атома. При этом верхний уровень Λ-атома не возбуждается. В четырехуровневой системе при равных дипольных матричных элементах оптических переходов в двух (-подсистемах образуется одно и то же темное состояние и, следовательно, поглощение пробного поля не меняется по сравнению с изолированной (-системой. Однако, при не равных μ_{0i} и μ_{1i} темные состояния не одинаковы, и каждое из них содержит примесь другого, из-за чего и происходят дополнительное поглощение пробного поля и уширение ЭИП резонанса.

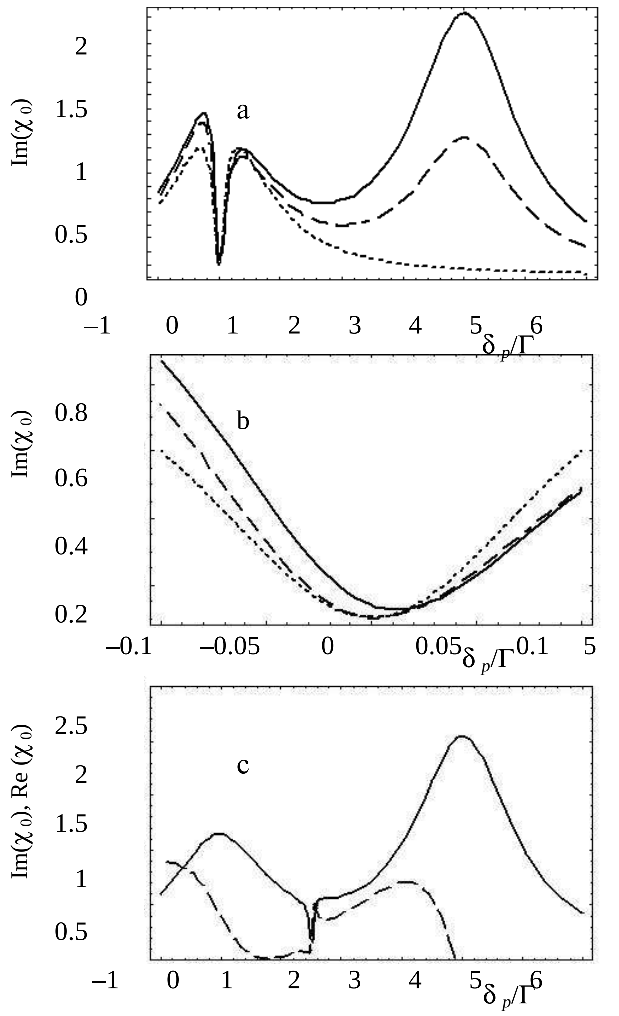
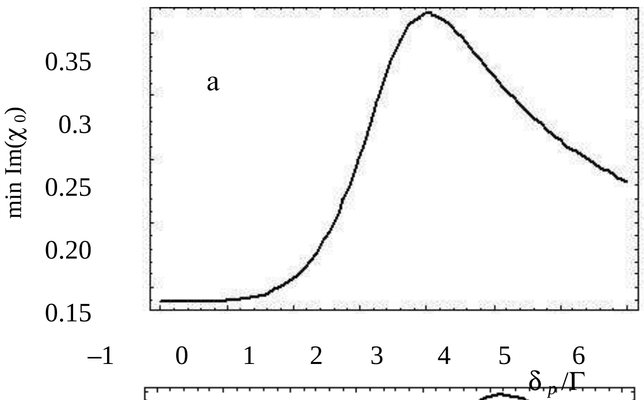


Рис.2. Зависимость $\mathrm{Im}(\chi_0)$ (в единицах $N\mu_{02}^2/(\hbar\Gamma_2)$ от расстройки пробного поля при a) $\delta_c = 0$ (сплошная линия – при $\mu_{0i} \neq \mu_{1i}$, штриховая линия – $\mu_{0i} = \mu_{1i}$ и пунктирная линия – случай идеальной ЭИП, когда $\mu_{03} = \mu_{13} = 0$); b) в увеличенной форме вблизи точки $\delta_p = 0$; c) $\delta_c = 0.5\Delta$, где $\Delta = 4\Gamma$ (штриховой кривой показана реальная часть χ_0, также в единицах $N\mu_{02}^2/(\hbar\Gamma_2)$). Здесь $\mu_{02}/\mu_{03} = \mu_{12}/\mu_{13} = 1$.

Отметим, что перемешивание темных состояний зависит от отношения Ω_{13}/Δ и оно мало, если $\Omega_{13}/\Delta \ll 1$, что и наблюдается в нашем случае. Для промежуточных значений расстройки управляющего поля $0 < \delta < \Delta$ получается новый ЭИП резонанс с тем же значением минимального значения поглощения (рис.2c). Этот резонанс интересен тем, что здесь квантовые шумы должны быть малы, что может найти приложение в квантово-информационных процессах. Главный результат настоящей работы показан на рис.3, где приведены зависимости минимума поглощения пробного поля и индекса групповой скорости от расстройки управляющего поля δ_c.



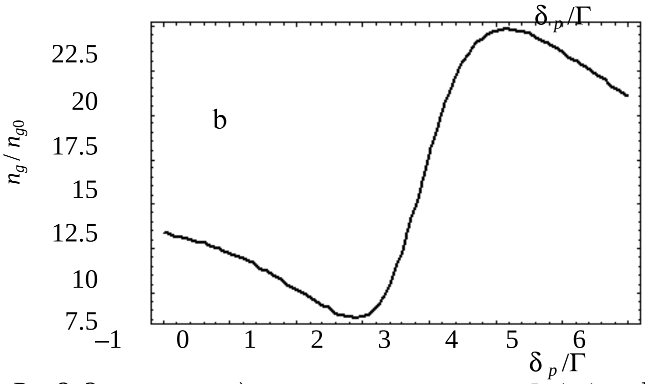


Рис.3. Зависимости a) минимального значения $\mathrm{Im}(\chi_0)$ и b) отношения n_g / n_{g0} от расстройки пробного поля δ_p.

Видно, что максимальное уменьшение групповой скорости пробного поля $V_g = c / n_g \sim 14$ м/с при выбранных параметрах имеет место при $\delta_c \sim \Delta = 4\Gamma$, где, однако, поглощение пробного поля не минимальное. Обычно предполагается, что наибольшая дисперсия и, следовательно, наименьшая групповая скорость получаются в ЭИП резонансах с наименьшим поглощением. Полученный нами результат показывает, что в многоуровневых системах это не так, и поэтому в реальных системах условия для эффективной записи квантовой информации, требующей максимально возможного замедления слабого (квантового) светового поля, достигаются ценою некоторого увеличения его поглощения, что, однако, не играет решающей роли, если основное поглощение изначально мало.

Автор выражает благодарность Ю.П.Малакяну за полезные обсуждения. Работа выполнена в рамках проекта МНТЦ-1095 и научно-исследовательского проекта Республики Армения № 0047.

ЛИТЕРАТУРА

1. **L.V.Hau et al**. Nature (London), **397**, 594 (1999).
2. **A.Kasapi et al**. Phys. Rev. Lett., **74**, 2447 (1995).
3. **M.M.Rash et al**. Phys. Rev. Lett., **82**, 5229 (1999).
4. **A.V.Tuzunkin et al**. Phys. Rev. Lett., **88**, 023602 (2002).
5. **M.S.Bigelow, N.N.Lepeshkin, R.W.Boyd.** Science, **301**, 200 (2003).
6. **L.Deng et al**. Phys. Rev. A, **65**, 051805 (2002).
7. **E.Arimondo**, “Coherent population trapping in laser spectroscopy”, Progress in Optics XXXV, ed. E.Wolf, Elsevier Science, p.257, 1996.

ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆՈՐԵՆ ԻՆԴՈՒԿՑԱԾ ԹԱՓԱՆՑԻԿՈՒԹՅՈՒՆԸ ՎԵՐԻՆ ԴՈՒԲԼԵՏ ՈՒՆԵՑՈՂ ՔԱՌԱՄԱԿԱՐԴԱԿ ԱՏՈՄԱՅԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Ն.Ս. ՍԻՍԱԿՅԱՆ

Հետազոտված է վերին դուբլետ ունեցող քառամակարդակ ատոմներից կազմված միջավայրում տարածվող լույսի կլանումը և դանդաղումը՝ էլեկտրամագնիսականորեն ինդուկցված թափանցիկության (ԷԻԹ) պայմաններում: Ցույց է տրված, որ վերին երկրորդ մակարդակի գոյությունը միշտ բերում է փորձնական իմպուլսի կլանման մեծացման: Սակայն վերին դուբլետի մակարդակների միջև գոյություն ունի ղեկավարող դաշտի ապալարքների մի տիրույթ, որտեղ լույսի դանդաղումը զգալիորեն ավելի մեծ է, քան իդեալական ԷԻԹ-ի դեպքեւմ:

ELECTROMAGNETICALLY INDUCED TRANSPARENCY IN THE MEDIUM OF FOUR-LEVEL ATOMS WITH UPPER LEVEL DOUBLET

N.S. SISAKYAN

The absorption and slowing down of a light pulse propagating under conditions of electromagnetically induced transparency (EIT) through the medium of four-level atoms with two close-lying upper levels are studied. It is shown that the presence of the second upper level always increases the absorption of a probe pulse as compared to the case of an ideal EIT. However, there is a region of control field detunings lying in the interval between the two upper levels, where the probe pulse group velocity is much less than in the ideal EIT case.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №4, с.203-209 (2007)

УДК 535.345.1

ЭЛЕКТРОМАГНИТНО-ИНДУЦИРОВАННАЯ ПРОЗРАЧНОСТЬ В СРЕДЕ ИЗ ЧЕТЫРЕХУРОВНЕВЫХ АТОМОВ С ДУБЛЕТОМ ВЕРХНИХ УРОВНЕЙ

Н.С. СИСАКЯН

Институт физических исследований НАН Армении, Аштарак

(Поступила в редакцию 1 марта 2007 г.)

Исследованы поглощение и замедление света, распространяющегося в среде из четырехуровневых атомов с дублетом близколежащих верхних уровней в условиях электромагнитно-индуцированной прозрачности (ЭИП). Показано, что присутствие второго верхнего уровня всегда приводит к увеличению поглощения пробного импульса. Однако в интервале между уровнями дублета имеется область расстроек управляющего поля, где свет замедляется значительно сильнее по сравнению с идеальным случаем ЭИП.

1. Введение

Сильное уменьшение групповой скорости света на несколько порядков величины по сравнению с его скоростью в вакууме было недавно продемонстрировано в разных дисперсивных средах, включая холодные атомы [1], пары металлов [2,3] и кристаллы [4,5]. Кроме фундаментального значения, замедление света имеет важные применения в новых прикладных исследованиях в нелинейной и квантовой оптике. Впервые замедление света было наблюдено в условиях ЭИП в бозе-эйнштейновском конденсате натрия [1]. Стандартной схемой ЭИП является трехуровневая Λ-система, где пробное поле резонансно взаимодействует с системой на одном из переходов, оптические свойства которой управляются контрольным полем, также резонансно взаимодействующим с системой на смежном переходе. Однако в действительности очень трудно реализовать идеальную Λ-систему из-за присутствия близколежащих возбужденных уровней, влияние которых приводит к более слабому замедлению света, чем в случае идеального ЭИП, что к тому же сопровождается большими потерями. В частности, в парах металлов этими уровнями являются уровни сверхтонкой структуры. Для решения этой проблемы в литературе была предложена рамановская схема взаимодействия системы с двумя полями, однофотонные расстройки которых от верхнего уровня много больше доплеровского уширения [6]. Главным недостатком этого подхода является необходимость использования сильных полей для компенсации большой однофотонной расстройки. Это требование приводит к новым трудностям, особенно при реализации ЭИП в кристаллах, допированных ионами редкоземельных элементов, где и без того применяются достаточно сильные поля из-за маленьких сил осцилляторов оптических переходов ионов.

В настоящей работе исследована ЭИП в четырехуровневой системе с дублетом верхних уровней, изменяя однофотонную расстройку полей во всем интервале частотного расщепления дублета с целью найти область частот, где замедление света не хуже, чем в трехуровневой схеме ЭИП. Результаты показывают, что такая область действительно существует, и ее местоположение зависит от отношения дипольных матричных элементов оптических переходов. При этом поглощение пробного поля, хотя и не минимальное, но растет не так сильно, чтобы эффект замедления не мог быть наблюден.

2. Атомная система. Основные уравнения

Рассмотрим четырехуровневую систему (рис.1), где пробное и контрольное поля отстроены от однофотонного резонанса с уровнем 2 на величину $\delta_p = \omega_p - \omega_{20}$ и $\delta_c = \omega_c - \omega_{21}$, соответственно. Изначально атомы приготовлены в состоянии 1, а интенсивности полей считаются достаточно малыми, чтобы пренебречь переносом населенности в другие состояния.

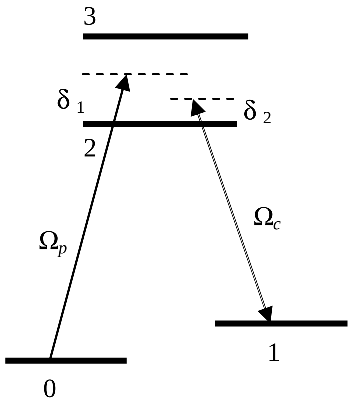


Рис.1. Конфигурация атомных уровней, взаимодействующих с двумя полями Ω_p и Ω_c с расстройками δ_1 и δ_2, соответственно, от уровня 2.

Мы рассматриваем случай взаимодействия ансамбля холодных атомов со стационарными полями. Поэтому в дальнейшем пренебрежем столкновительным и доплеровским уширениями. Тогда уравнения для матрицы плотности среды имеют вид

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{20} &= \left(i\delta_p - \Gamma_2\right)\rho_{20} + i\Omega_{20}\left(\rho_{00} - \rho_{22}\right) + i\Omega_{21}\rho_{10} - i\Omega_{30}\rho_{23}, \\
\dot{\rho}_{30} &= \left[i\left(\delta_p - \Delta\right) - \Gamma_3\right]\rho_{30} + i\Omega_{30}\left(\rho_{00} - \rho_{33}\right) + i\Omega_{31}\rho_{10} - i\Omega_{20}\rho_{32}, \\
\dot{\rho}_{21} &= \left(i\delta_c - \Gamma_2\right)\rho_{21} + i\Omega_{21}\left(\rho_{11} - \rho_{22}\right) + i\Omega_{20}\rho_{01} - i\Omega_{31}\rho_{23}, \\
\dot{\rho}_{31} &= \left[i\left(\delta_c - \Delta\right) - \Gamma_3\right]\rho_{31} + i\Omega_{31}\left(\rho_{11} - \rho_{33}\right) + i\Omega_{30}\rho_{01} - i\Omega_{21}\rho_{32}, \\
\dot{\rho}_{10} &= \left(i\delta - \gamma_c\right)\rho_{10} + i\Omega_{12}\rho_{20} + i\Omega_{13}\rho_{30} - i\Omega_{20}\rho_{12} - i\Omega_{30}\rho_{13}, \\
\dot{\rho}_{32} &= \left(i\Delta + \Gamma_2 + \Gamma_3\right)\rho_{32} + i\Omega_{30}\rho_{02} + i\Omega_{31}\rho_{12} - i\Omega_{02}\rho_{30} - i\Omega_{12}\rho_{31},
\end{aligned} \qquad (1)$$

где $\Omega_{i0} = \mu_{i0} E_p / \hbar$ и $\Omega_{i1} = \mu_{i1} E_c / \hbar$, $i = 2,3$ – частоты Раби пробного и контрольного полей, E_p и E_c – их напряженности, а μ_{ij} – дипольный матричный элемент $i \to j$ перехода. Ширины спонтанных распадов верхних уровней обозначены как γ_{2j} и γ_{3j} $(j = 0,1)$, а $2\Gamma_2 = \gamma_{20} + \gamma_{21}$ и $2\Gamma_3 = \gamma_{30} + \gamma_{31}$. Через $\delta = \delta_p - \delta_c$ обозначена рамановская расстройка, а $\Delta = \omega_{32}$ – частотное расстояние между уровнями 3 и 2. Релаксация когерентности между основными состояниями 0 и 1 со скоростью $\gamma_c << \Gamma_{2,3}$ обусловлена выходом атомов из области взаимодействия. При пренебрежении населенностями уровней $i \neq 0$, $\rho_{ii} = 0$ и поляризацией на переходе $2 \to 3$, $\rho_{23} = 0$, и с учетом $\rho_{00} \approx 1$ система уровней (1) сильно упрощается:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{20} &= i[\Omega_{20} + \Omega_{21}\rho_{10} + (\delta_p + i\Gamma_2)\rho_{20}] \ , \\ \dot{\rho}_{30} &= i[\Omega_{30} + \Omega_{31}\rho_{10} + (\delta_p - \Delta_{32} + i\Gamma_3)\rho_{20}] \ , \\ \dot{\rho}_{10} &= i[\Omega_{12}\rho_{20} + \Omega_{13}\rho_{30} + (\delta + i\gamma_c)\rho_{20}] \ , \end{aligned} \tag{2}$$

При решении этих уравнений мы учитываем сильное поле во всех порядках, а слабое пробное поле E_p только в линейном приближении. Тогда в стационарном режиме это решение имеет вид

$$\begin{aligned} \rho_{20} &= \frac{\Omega_{20}}{D_2}\left(\delta + i\gamma_c + \xi\frac{\Omega_{21}^2}{\delta_p + i\Gamma_2}\right) + (\zeta + 1)\frac{\Omega_{21}\Omega_{30}\Omega_{13}}{D_2(\delta_p + i\Gamma_2)}, \\ \rho_{30} &= \frac{\Omega_{30}}{D_3}\left(\delta + i\gamma_c + \zeta\frac{\Omega_{31}^2}{\delta_p - \Delta + i\Gamma_3}\right) + (\xi + 1)\frac{\Omega_{31}\Omega_{20}\Omega_{12}}{D_3(\delta_p - \Delta + i\Gamma_3)}, \end{aligned} \tag{3}$$

где

$$D_2 = \Omega_{21}^2 - (\delta_p + i\Gamma_2)(\delta + i\gamma_c) \ , \qquad D_3 = \Omega_{31}^2 - (\delta_p - \Delta + i\Gamma_3)(\delta + i\gamma_c) \ .$$

В уравнения (3) мы специально ввели параметры

$$\xi = -\Omega_{31}^2 \bigg/ \left(-\Omega_{31}^2 + \frac{\delta_p - \Delta + i\Gamma}{\delta_p + i\Gamma_2} D_2\right) \ , \qquad \zeta = -\Omega_{21}^2 \bigg/ \left(\Omega_{21}^2 + \frac{\delta_p + i\Gamma_2}{\delta_p - \Delta + i\Gamma_3} D_3\right), \tag{4}$$

чтобы выделить вклад уровня 3(2) в поляризцию на переходе $0 \to 2$ $(0 \to 3)$. Первые члены в правой части уравнений (3) определяют линейные по слабому полю поглощение и дисперсию среды, а вторые члены описывают четырехфотонное параметрическое взаимодействие. Эволюция медленно меняющейся амплитуды $E_p(z,t)$ пробного поля описывается уравнением Максвелла

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right) E_p(z,t) = 2\pi i \frac{\omega_p}{c} P(z,t) \ , \tag{5}$$

где поляризация $P(z,t)$ на частоте ω_p определяется как

$$P(z,t) = N\left(\mu_{02}\rho_{20} + \mu_{03}\rho_{30}\right) = \chi E_p \ . \tag{6}$$

Здесь N – плотность числа атомов в среде, а χ – поляризуемость на частоте пробного поля ω_p:

$$\chi = \frac{N}{\hbar}\left\{\left(\frac{\mu_{02}^2}{D_2}+\frac{\mu_{03}^2}{D_3}\right)\left(\delta+i\gamma_c\right)+\mu_{02}^2\xi\frac{\Omega_{21}^2}{D_2\left(\delta_p+i\Gamma_2\right)}+\mu_{03}^2\zeta\frac{\Omega_{31}^2}{D_3\left(\delta_p-\Delta+i\Gamma_3\right)}+\right.$$

$$\left.+\mu_{02}\mu_{30}\left(\xi+1\right)\frac{\Omega_{21}\Omega_{13}}{D_3\left(\delta_p+i\Gamma_2\right)}+\mu_{03}\mu_{20}\left(\zeta+1\right)\frac{\Omega_{31}\Omega_{12}}{D_2\left(\delta_p-\Delta+i\Gamma_3\right)}\right\}=\frac{N\mu_{02}^2}{\hbar\Gamma_2}\chi_0. \tag{7}$$

Мнимая часть χ определяет коэффициент поглощения пробного поля $\alpha=(4\pi\omega_p/c)\,\mathrm{Im}(\chi)$, а его групповая скорость вычисляется согласно $V_g=c/n_g$, где n_g – индекс групповой скорости:

$$n_g=1+2\pi\omega_p\,\mathrm{Re}\frac{\partial\chi}{\partial\omega_p}. \tag{8}$$

В области ЭИП резонансов среда имеет большую дисперсию так, что $\omega_p\partial\chi/\partial\omega_p>>1$. При этом n_g удобно представить в виде $n_g\cong n_{g0}\Gamma_2(\partial\chi_0/\partial\omega_p)$, где $n_{g0}=(2\pi\omega_p/\hbar\Gamma_2{}^2)N\mu_{20}^2$. В дальнейшем мы будем исследовать поглощение пробного поля (, а также величину n_g/n_{g0} как функцию от δ_c и δ. Отметим, что для D1 или D2 линий переходов в щелочных металлах характерное значение n_{g0} при плотностях $N\sim10^{12}$ см$^{-3}$ имеет порядок $n_{g0}\cong10^6$. Поэтому при большой крутизне $(\partial\chi_0/\partial\omega_p)$ скорость света может быть уменьшена до нескольких м/с.

3. Численные расчеты. Обсуждение

Вначале рассмотрим случай равных матричных элементов $\mu_{0i}=\mu_{1i}$, $i=1{,}2$ Очевидно, что ЭИП резонансы, которые получаются на двух Λ-системах $0\to2\to1$ и $0\to3\to1$ при $\delta_c=0$ и $\delta_c=\Delta$, соответственно, полностью симметричны. Поглощение пробного поля в случае $\delta_c=0$ показано на рис.2a,b пунктиром. Здесь мы также сравниваем этот резонанс с идеальным случаем изолированной (-системы. Для наглядности на рис.2b эти резонансы приведены в увеличенном масштабе. Видно, что по сравнению с изолированной (-системой (показано точками) наличие второго уровня при $\mu_{0i}=\mu_{1i}$ не уменьшает глубину резонанса и, следовательно, не приводит к дополнительному поглощению. Равны также скорости пробного поля в обоих резонансах. Влияние второго уровня проявляется только в том, что ЭИП резонанс деформируется. Однако, когда матричные элементы переходов не равны (рис.2a,b – сплошная кривая), поглощение пробного поля растет, а резонанс уширяется, хотя оба эффекта при выбранных отношениях μ_{1i}/μ_{0i} не большие. Эти изменения легко понять из следующих соображений. Вспомним, что в идеальной (-системе эффект ЭИП является следствием когерентного пленения населенности атома в так называемом темном состоянии [7], которое является суперпозицией двух нижних состояний атома. При этом верхний уровень Λ-атома не возбуждается. В четырехуровневой системе при равных дипольных матричных элементах оптических переходов в двух (-подсистемах образуется одно и то же темное состояние и, следовательно, поглощение пробного поля не меняется по сравнению с изолированной (-системой. Однако, при не равных μ_{0i} и μ_{1i} темные состояния не одинаковы, и каждое из них содержит примесь другого, из-за чего и происходят дополнительное поглощение пробного поля и уширение ЭИП резонанса.

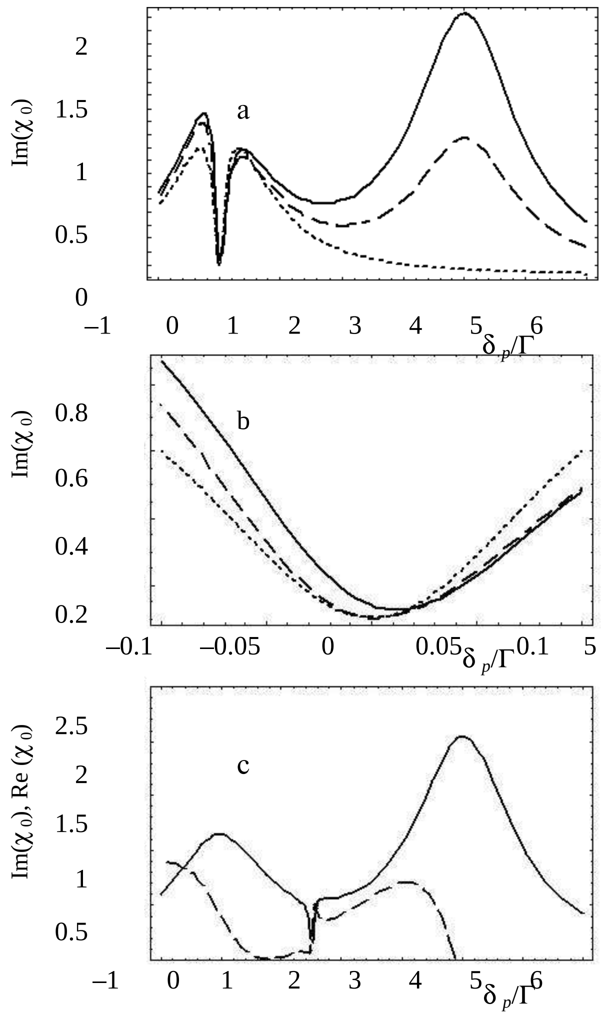


Рис.2. Зависимость $\mathrm{Im}(\chi_0)$ (в единицах $N\mu_{02}^2/(\hbar\Gamma_2)$ от расстройки пробного поля при a) $\delta_c = 0$ (сплошная линия – при $\mu_{0i} \neq \mu_{1i}$, штриховая линия – $\mu_{0i} = \mu_{1i}$ и пунктирная линия – случай идеальной ЭИП, когда $\mu_{03} = \mu_{13} = 0$); b) в увеличенной форме вблизи точки $\delta_p = 0$; c) $\delta_c = 0.5\Delta$, где $\Delta = 4\Gamma$ (штриховой кривой показана реальная часть χ_0, также в единицах $N\mu_{02}^2/(\hbar\Gamma_2)$). Здесь $\mu_{02}/\mu_{03} = \mu_{12}/\mu_{13} = 1$.

Отметим, что перемешивание темных состояний зависит от отношения Ω_{13}/Δ и оно мало, если $\Omega_{13}/\Delta \ll 1$, что и наблюдается в нашем случае. Для промежуточных значений расстройки управляющего поля $0 < \delta < \Delta$ получается новый ЭИП резонанс с тем же значением минимального значения поглощения (рис.2c). Этот резонанс интересен тем, что здесь квантовые шумы должны быть малы, что может найти приложение в квантово-информационных процессах. Главный результат настоящей работы показан на рис.3, где приведены зависимости минимума поглощения пробного поля и индекса групповой скорости от расстройки управляющего поля δ_c.

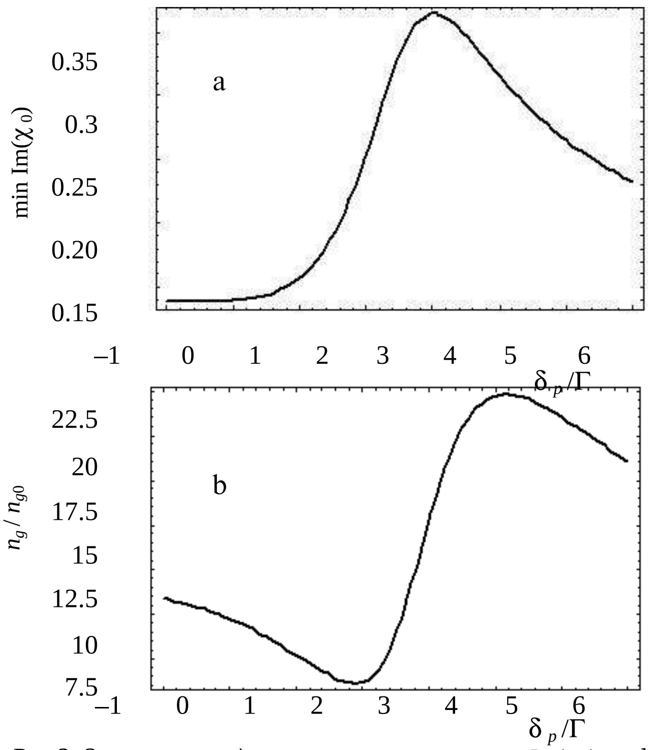


Рис.3. Зависимости а) минимального значения $\mathrm{Im}(\chi_0)$ и b) отношения n_g / n_{g0} от расстройки пробного поля δ_p.

Видно, что максимальное уменьшение групповой скорости пробного поля $V_g = c / n_g \sim 14$ м/с при выбранных параметрах имеет место при $\delta_c \sim \Delta = 4\Gamma$, где, однако, поглощение пробного поля не минимальное. Обычно предполагается, что наибольшая дисперсия и, следовательно, наименьшая групповая скорость получаются в ЭИП резонансах с наименьшим поглощением. Полученный нами результат показывает, что в многоуровневых системах это не так, и поэтому в реальных системах условия для эффективной записи квантовой информации, требующей максимально возможного замедления слабого (квантового) светового поля, достигаются ценою некоторого увеличения его поглощения, что, однако, не играет решающей роли, если основное поглощение изначально мало.

Автор выражает благодарность Ю.П.Малакяну за полезные обсуждения. Работа выполнена в рамках проекта МНТЦ-1095 и научно-исследовательского проекта Республики Армения № 0047.

ЛИТЕРАТУРА

1. **L.V.Hau et al**. Nature (London), **397**, 594 (1999).
2. **A.Kasapi et al**. Phys. Rev. Lett., **74**, 2447 (1995).
3. **M.M.Rash et al**. Phys. Rev. Lett., **82**, 5229 (1999).
4. **A.V.Tuzunkin et al**. Phys. Rev. Lett., **88**, 023602 (2002).
5. **M.S.Bigelow, N.N.Lepeshkin, R.W.Boyd.** Science, **301**, 200 (2003).
6. **L.Deng et al**. Phys. Rev. A, **65**, 051805 (2002).
7. **E.Arimondo**, "Coherent population trapping in laser spectroscopy", Progress in Optics XXXV, ed. E.Wolf, Elsevier Science, p.257, 1996.

ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆՈՐԵՆ ԻՆԴՈՒԿՑԱԾ ԹԱՓԱՆՑԻԿՈՒԹՅՈՒՆԸ ՎԵՐԻՆ ԴՈՒԲԼԵՏ ՈՒՆԵՑՈՂ ՔԱՌԱՄԱԿԱՐԴԱԿ ԱՏՈՄԱՅԻՆ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ

Ն.Ս. ՍԻՍԱԿՅԱՆ

Հետազոտված է վերին դուբլետ ունեցող քառամակարդակ ատոմներից կազմված միջավայրում տարածվող լույսի կլանումը և դանդաղումը՝ էլեկտրամագնիսականորեն ինդուկցված թափանցիկության (ԷԻԹ) պայմաններում: Ցույց է տրված, որ վերին երկրորդ մակարդակի գոյությունը միշտ բերում է փորձնական իմպուլսի կլանման մեծացման: Սակայն վերին դուբլետի մակարդակների միջև գոյություն ունի ղեկավարող դաշտի ապալարքների մի տիրույթ, որտեղ լույսի դանդաղումը զգալիորեն ավելի մեծ է, քան իդեալական ԷԻԹ-ի դեպքեւմ:

ELECTROMAGNETICALLY INDUCED TRANSPARENCY IN THE MEDIUM OF FOUR-LEVEL ATOMS WITH UPPER LEVEL DOUBLET

N.S. SISAKYAN

The absorption and slowing down of a light pulse propagating under conditions of electromagnetically induced transparency (EIT) through the medium of four-level atoms with two close-lying upper levels are studied. It is shown that the presence of the second upper level always increases the absorption of a probe pulse as compared to the case of an ideal EIT. However, there is a region of control field detunings lying in the interval between the two upper levels, where the probe pulse group velocity is much less than in the ideal EIT case.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №4, с.210-217 (2007)

УДК 548.0

НЕВЗАИМНОСТЬ ВОЛН В 1D ФОТОННЫХ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛАХ

А.А. ГЕВОРГЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 19 января 2007 г.)

Исследованы оптические свойства одномерных квазипериодических кристаллов с линейным профилем изменения параметров модуляции. Показано, что такие системы обладают более широкой фотонной запрещенной зоной, чем идеально-периодические системы. Асимметричный профиль изменения параметров системы приводит к появлению невзаимности в этих системах, что позволяет использовать их в качестве оптических диодов.

1. Введение

В последнее время большой интерес вызывают фотонные кристаллы (ФК), которые позволяют полностью контролировать распространение световых волн [1-4]. В частности, интенсивно исследуются как идеально периодические, так и квазипериодические фотонные кристаллы (КФК). В работах [5,6] экспериментально и теоретически исследованы хиральные ФК с линейным профилем изменения шага спирали и показано существенное расширение фотонной запрещенной зоны (ФЗЗ). Аналогичные результаты были получены для ФК с линейным профилем изменения периода модуляции [7-9]. Это является важным результатом, в частности, в связи с возможностью создания всенаправленных отражателей (omnidirectional reflectors): *в определенном интервале длины волны всенаправленные отражатели полностью отражают свет с любой поляризацией и при любом угле падения*.

Особый интерес представляют также невзаимные ФК. В последнее время выявлен ряд новых механизмов невзаимности [10-15]. Актуальность исследования невзаимных ФК связана, в частности, с возможностью создания оптических диодов, односторонних отражателей и т.д. [10-23]. Интерес к оптическим устройствам, аналогичным электротехническим (оптические диоды, транзисторы и т.д.), обусловлена тем, что в последнее время наблюдается интенсивный переход от использования электрических сигналов к использованию световых, в связи с огромными возможностями последних. Предложены и продемонстрированы различные оптические диоды. Отметим только, что возможность усиления эффектов невзаимности и получения диодного эффекта ($|\Delta T|=|T^{+}-T^{-}|\approx T$, где T^{+} и T^{-} - коэффициенты пропускания при взаимно противоположных направлениях падения света), по-видимому, впервые рассмотрена в работе [24].

В данной работе мы будем рассматривать 1D КФК, в которых изменение диэлектрической проницаемости описывается законом

$$\varepsilon(x) = \varepsilon\left(1 + a(x)\sin^2\left(2\pi x/\sigma(x)\right)\right). \qquad (1)$$

Как показывают наши исследования, рассматриваемая система может работать как широкополосный всенаправленный отражатель. Будет показано также, что системы с асимметричным профилем изменения параметров модуляции $a(x)$ и $((x)$ обладают свойством невзаимности (новый механизм невзаимности) и что такие системы можно использовать в качестве широкополосных идеальных оптических диодов. Отметим, что 1D КФК с законом изменения диэлектрической проницаемости (1) исследован также в работе [25]. Однако там не рассмотрены спектры отражения при различных углах падения, а также невзаимные свойства рассматриваемой системы.

2. Теория

Рассмотрим распространение света через слой среды с законом (1) изменения диэлектрической проницаемости. Будем предполагать, что направление слоистости перпендикулярно граничным поверхностям. Будем рассматривать немагнитные кристаллы, т.е. предположим, что μ =1. Задачу распространения света в 1D КК с законом (1) изменения диэлектрической проницаемости будем решать, используя теорию, разработанную в [25-27]. Согласно этой теории, задача рассеяния электромагнитной волны в 1D неоднородной среде сводится к решению системы двух линейных дифференциальных уравнений первого порядка с заданными начальными условиями. Отметим, что такое упрощение достигается за счет того, что граничные условия задачи рассеяния в этом методе содержатся в предложенной системе уравнений, написанных непосредственно для величин, через которые выражаются амплитуды отражения и пропускания, и проблема сводится к задаче Коши для этих уравнений с заданными начальными условиями. Согласно этому подходу, амплитуды пропускания и отражения для *s*- и *p*-поляризаций, $t^{s,p}$ и $r^{s,p}$, слоя с непрерывным показателем преломления и граничащего с обеих сторон со средой с диэлектрической проницаемостью ε_s, могут быть выражены через значения реальных функций $H_{1,2}^{s,p}(x)$ и $N_{1,2}^{s,p}(x)$ в точке $x = d$ с помощью следующих формул:

$$\frac{1}{t^{s,p}} = \frac{1}{2}\exp\{ik_{0x}d\}\left[\left(H_1^{s,p}(d) + N_2^{s,p}(d)\right) - i\left(N_1^{s,p}(d) - H_2^{s,p}(d)\right)\right], \qquad (2)$$

$$\frac{r^{s,p}}{t^{s,p}} = -\frac{1}{2}\exp\{ik_{0x}d\}\left[\left(H_1^{s,p}(d) - N_2^{s,p}(d)\right) - i\left(N_1^{s,p}(d) + H_2^{s,p}(d)\right)\right]. \qquad (3)$$

Функции $H_{1,2}^{s,p}(x)$ и $N_{1,2}^{s,p}(x)$ являются решениями следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\frac{dN^s_{1,2}}{dx} = \frac{\omega^2}{c^2}\left[\frac{\varepsilon_0 \sin^2\alpha - \varepsilon(x)}{k_{0x}}\right] H^s_{1,2} \quad \text{и} \quad \frac{dH^s_{1,2}}{dx} = -k_{0x} N^s_{1,2}\,, \tag{4}$$

$$\frac{dN^p_{1,2}}{dx} = \frac{\omega^2}{c^2}\frac{1}{k_{0x}}\left[1 - \frac{\varepsilon_0 \sin^2\alpha}{\varepsilon(x)}\right] H^p_{1,2} \quad \text{и} \quad \frac{dH^p_{1,2}}{dx} = -\varepsilon(x) k_{0x} N^p_{1,2}\,, \tag{5}$$

с начальными условиями $H_1^{s,p} = 1,\, H_2^{s,p} = 0$ и $N_1^{s,p} = 0,\, N_2^{s,p} = 1$. В (4), (5) $k_{0x} = (\omega / c)\cos\alpha$, α - угол падения, d - толщина слоя. Энергетические коэффициенты отражения $R^{s,p}$ и пропускания $T^{s,p}$ определяются как $R^{s,p} = \left|r^{s,p}\right|^2$ и $T^{s,p} = \left|t^{s,p}\right|^2$.

3. Результаты и обсуждение

Вначале рассмотрим случай $a(x) = \text{const}$, $\sigma(x) = ((\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) / d)x + \sigma_{\min}$, т.е. случай линейного профиля изменения шага модуляции, причем вдоль направления распространения света шаг модуляции линейно увеличивается

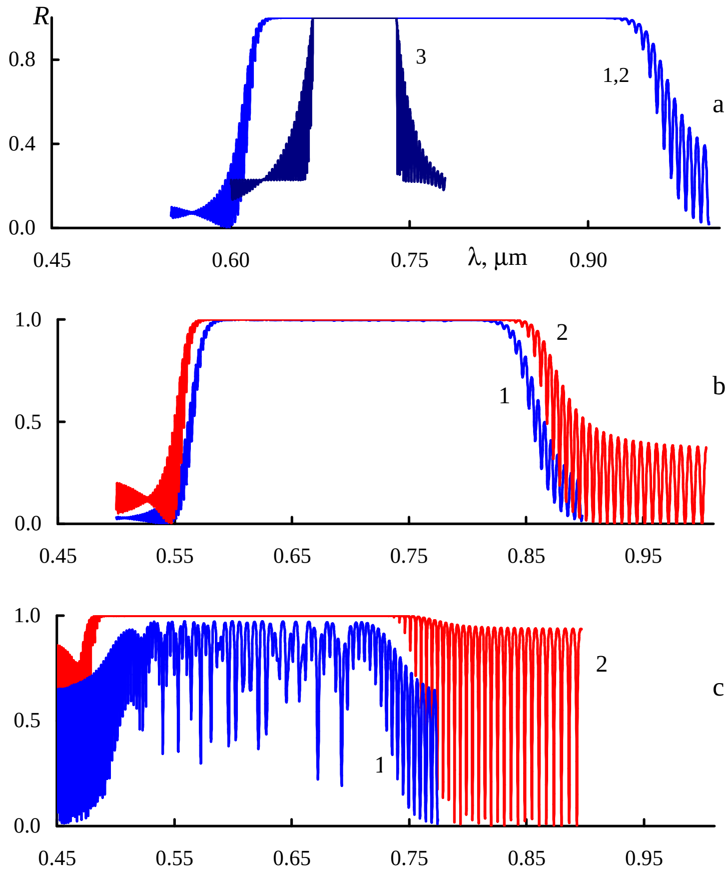


Рис.1. Зависимость коэффициента отражения R от длины волны λ при различных углах падения в случае падения на систему света с *p*- (кр.1) и *s*- (кр.2) поляризациями: а) α = 0^0; b) α = 40^0; с) α = 80^0. Параметры имеют следующие значения: d = 44 мкм; ε = 2.25; $\sigma_{\min}$ = 0.38 мкм; $\sigma_{\max}$ = 0.46 мкм; $a(x) = \text{const} = 0.5$.

от значения $\sigma_{\min}$ до $\sigma_{\max}$. На рис.1 представлена зависимость коэффициента отражения R от длины волны λ при различных углах падения в случае падения на систему света с p- (кр.1) и s- (кр.2) поляризациями. На рис.1а кривая 3 соответствует случаю $a(x)=\text{const}$, $\sigma(x)=\text{const}$, т.е. идеально-периодической структуре. Из рисунка видно, что в этом случае существует конечная область длины волны падающего света, где коэффициент отражения равняется единице, $R\sim 1$ (так называемая ФЗЗ по аналогии с рассеянием электронов в полупроводниках).

При $a(x)=\text{const}$, $\sigma(x)=\text{const}$ среда является периодической, и тогда диэлектрическую проницаемость $\varepsilon(x)$ можно разложить в ряд Фурье: $\varepsilon(x)=\sum_{l=-2}^{2}\varepsilon_l e^{-iglx}$ ($g=2\pi/\sigma$, $\varepsilon_0=\varepsilon(1+a/2)$, $\varepsilon_1=\varepsilon_{-1}=0$ и $\varepsilon_2=\varepsilon_{-2}=-a\varepsilon/4$). Тогда, согласно [28], ширина ФЗЗ дается выражением $\Delta\lambda=\lambda_0|\varepsilon_2|/\varepsilon_0$ (λ_0 (центральная длина волны ФЗЗ: $\lambda_0=\sigma\sqrt{\varepsilon_0}$). Как видно из рис.1, в случае идеально-периодической среды ФЗЗ простирается от длины волны 0.668 мкм до 0.739 мкм (здесь мы выбрали $\sigma=(\sigma_{\max}+\sigma_{\min})/2$). Как известно [28], хотя в 1D слоистом кристалле с чередующимися слоями двух различных веществ каждый отдельный слой изотропен, структура в целом ведет себя как анизотропная среда. Оказывается, что s- и p-волны распространяются с различными эффективными фазовыми скоростями, и периодическая среда является двупреломляющей (иногда называемой двупреломляющей за счет формы). Естественно, аналогичное можно сказать и для рассматриваемых в данной работе структур (здесь также каждый слой с толщиной dx изотропен). Как и в [28], учитывая, что ширина запрещенной зоны определяется через анизотропию двупреломления, а ее центральная длина волны (через среднее значение коэффициента преломления, можно определить эффективные коэффициенты преломления как $n_{1,2}^{eff}=\sqrt{\varepsilon_0}(1\pm|\varepsilon_2|/(2\varepsilon_0))$. Тогда для центральной длины волны и ширины ФЗЗ получаем: $\lambda_0=\bar{n}\sigma$ и $\Delta\lambda=\Delta n\sigma$, где $\bar{n}$ и (n (средний коэффициент преломления и двупреломление среды ($\bar{n}=(n_1^{eff}+n_2^{eff})/2$, $\Delta n=n_1^{eff}-n_2^{eff}$), соответственно. Заметим, что аналогичные соотношения имеют место и для 1D структурно хиральных сред (для холестериков).

Как видно из рисунка, при наличии градиента шага модуляции также имеется ФЗЗ. Более того, наличие градиента приводит как к смещению ФЗЗ, так и к ее существенному расширению. В этом случае при нормальном падении ФЗЗ простирается от длины волны 0.647 мкм до 0.842 мкм. Отметим, что ФЗЗ не простирается от $n_2^{eff}\sigma_{\min}$ до $n_1^{eff}\sigma_{\max}$, как можно было ожидать. В самом деле, как и в случае хиральных ФК с градиентным шагом спирали, ширина ФЗЗ зависит от значений $\sigma_{\min}$ и $\sigma_{\max}$, поскольку свет с различными длинами волны претерпевает дифракционное отражение от различных глубин образца, обусловливая расширение ФЗЗ [5,6]. Однако, как показывают численные расчеты, при наличии присутствия градиентного изменения шага модуляции градиент шага $\bar{n}(d\sigma/dx)\Delta x$ также вносит вклад в изменение ширины ФЗЗ. В этом случае для ширины ФЗЗ имеем следующую оценку: $\Delta\lambda=n_1^{eff}\sigma_{\max}+\bar{n}(d\sigma/dx)\Delta x-n_2^{eff}\sigma_{\min}$.

Сравнение спектров отражения при различных углах падения и при двух ортогональных поляризациях (на рис.1) показывает, что существует конечная область длины волны, где имеет место всенаправленное (в плоскости падения) отражение, которая при данных параметрах задачи простирается от 0.62 мкм до 0.73 мкм. Таким образом, такие системы можно использовать как широкополосные всенаправленные отражатели. Варьированием параметров модуляции можно управлять как шириной, так и спектральным местоположением этой области. Из рис.1 видно также, что при больших углах падения для волны с *p*-поляризацией в запрещенной зоне генерируются дефектные моды (рис.1c), однако коэффициент отражения на этих дефектных модах не достигает нулевого значения. Естественно, эти дефектные моды ухудшают свойства

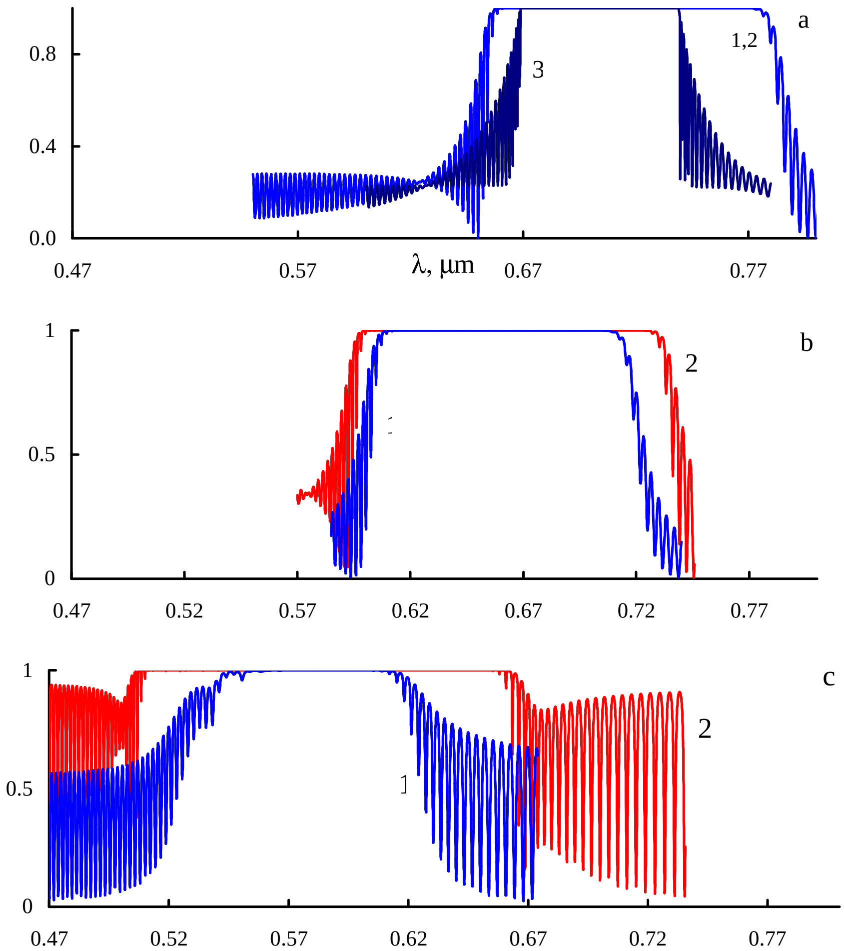


Рис.2. Зависимость коэффициента отражения R от длины волны λ при различных углах падения: a) $\alpha = 0^0$; b) $\alpha = 40^0$; c) $\alpha = 80^0$. $a_{\min} = 0.25$; $a_{\max} = 0.75$; $\sigma(x) = \text{const} = 0.42$ мкм. Нумерация кривых и остальные параметры те же, что и на рис.1.

системы как всенаправленного отражателя, и возникает задача (как бороться с этими модами (такая задача нами будет рассмотрена в дальнейшем). Сравнение кр.3 для случая с $\sigma(x) = \text{const}$ с кривыми 1,2 (рис.1a) для случая с $\sigma(x) \neq$ const показывает, что на краях ФЗЗ кривые с $\sigma(x) \neq \text{const}$ отличаются характерными для тонких периодических кристаллов искривлениями (обусловленными уменьшением дифракционной эффективности). Это также имеет свое естественное объяснение. Как было отмечено выше, при $\sigma(x) \neq \text{const}$ дифракционное отражение на каждой длине волны происходит от различных глубин образца, причем от слоя с малой эффективной толщиной для каждой глубины.

Теперь рассмотрим случай $\sigma(x) = \text{const}$, $a(x) = ((a_{\max} - a_{\min}) / d)x + a_{\min}$. На рис.2 представлена зависимость коэффициента отражения R от длины волны (при различных углах падения в случае падения на систему света с p- (кр.1) и s- (кр.2) поляризациями. Как видно из рисунка, наличие градиента амплитуды модуляции также приводит как к смещению ФЗЗ, так и к ее существенному расширению. В этом случае для ширины ФЗЗ получаем следующую оценку: $\Delta\lambda = \sigma(n_{1\max}^{eff} - n_{2\min}^{eff})$, где $n_{1\max}^{eff} = \sqrt{\varepsilon(1 + a_{\max} / 2)}(1 + a_{\max} / (8 + 4a_{\max})$ и $n_{2\min}^{eff} = \sqrt{\varepsilon(1 + a_{\min} / 2)}(1 - a_{\min} / (8 + 4a_{\min})$. Из рис.2 видно, что при данных параметрах задачи в этом случае не существует области, где имеет место всенаправленное отражение. Однако, в этом случае отсутствуют также дефектные моды. Отметим, что при определенных параметрах задачи всенаправленное отражение можно получить и в этом случае.

Теперь рассмотрим КФК двух различных типов – а именно: тип 1 с $\sigma(x) = ((\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) / d)x + \sigma_{\min}$ и тип 2 с $\sigma(x) = ((\sigma_{\min} - \sigma_{\max}) / d)x + \sigma_{\max}$ ($a(x) = \text{const}$), и сравним их спектры отражения. В первом случае вдоль направления распространения света шаг модуляции линейно увеличивается от значения $\sigma_{\min}$ до $\sigma_{\max}$, а во втором случае – линейно уменьшается от значения $\sigma_{\max}$ до $\sigma_{\min}$. Второй тип совпадает с первым при падении света на КФК первого типа с обратной стороны. На рис.3 представлена зависимость коэффициента отражения R от длины волны (при нормальном падении света в двух рассматриваемых случаях (тип 1 – кр.1; тип 2 – кр.2). Как видно из рисунка, ФЗЗ в этих двух случаях смещены друг относительно друга, причем во втором случае для ширины ФЗЗ имеем $\Delta\lambda = n_1^{eff}\sigma_{\max} - \bar{n}(d\sigma / dx)\Delta x - n_2^{eff}\sigma_{\min}$. Таким образом, имеются области длин волн (1-2 и 3-4), где имеет место одностороннее отражение, и система работает как широкополосный оптический диод, а в определенных областях также, практически, является идеальным оптическим диодом, полностью пропускающим свет при его падении на систему с одной стороны и полностью блокирующим его при обратном направлении падения света.

На рис.4 представлены спектры отражения для КФК двух типов: тип 1: $a(x) = ((a_{\max} - a_{\min}) / d)x + a_{\min}$ (рис.4a); тип 2: $a(x) = ((a_{\min} - a_{\max}) / d)x + a_{\max}$ (рис.4b); ($\sigma(x) = \text{const}$). Как видно из рисунка, в этом случае также ФЗЗ смещены друг относительно друга, и на нем видны области, где имеет место одностороннее отражение, так что система может работать как оптический диод.

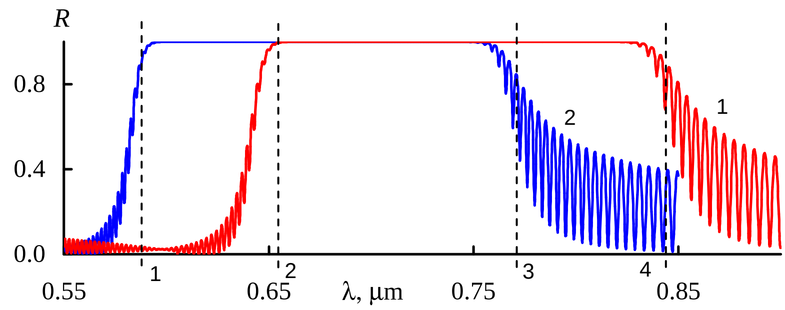


Рис.3. Зависимость коэффициента отражения R от длины волны (при различных законах изменения ((x): кр.1 - $\sigma(x)=((\sigma_{max}-\sigma_{min})/d)x+\sigma_{min}$; кр.2 - $\sigma(x)=((\sigma_{min}-\sigma_{max})/d)x+\sigma_{max}$. $a(x)=\text{const}$. Остальные параметры те же, что и на рис.1.

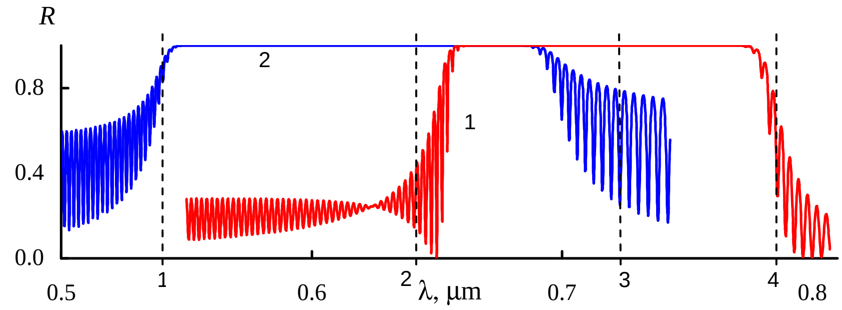


Рис.4. Зависимость коэффициента отражения R от длины волны (при различных законах изменения $a(x)$: кр.1 - $a(x)=((a_{max}-a_{min})/d)x+a_{min}$; кр.2 - $a(x)=((a_{min}-a_{max})/d)x+a_{max}$. $\sigma(x)=\text{const}$. Остальные параметры те же, что и на рис.2.

В заключение отметим, что, как показывает настоящее исследование, невзаимность в рассматриваемых системах обусловлена асимметричностью характера изменения параметров модуляции. Невзаимность в рассматриваемых неоднородных средах следует из разложения индукции **D** в ряд по **E**. Наличие неоднородности вносит в этот ряд дополнительный вектор – градиент материальных параметров $\nabla\varepsilon$. В нашем случае этот вектор состоит из слагаемых, одни из которых меняют знак при изменении направления распространения на обратное, а другие - нет, что и обуславливает невзаимность в рассматриваемых средах.

ЛИТЕРАТУРА

1. **E.Yablonovich.** Phys. Rev. Lett., **58**, 2059 (1987).
2. **S.John.** Phys. Rev. Lett., **58**, 2486 (1987).
3. **J.D.Joannopoulos, R.D.Meade, J.N.Winn.** Photonic Crystals. Princeton, U. Princeton Press, N.J., 1995.
4. **J.Pendry.** J. Mod. Opt., **41**, 209 (1994).
5. **D.J.Broer, J.Lub, G.N. Mol.** Nature, **378**, 467 (1995).
6. **S.Kutter, M.Warner.** Eur. Phys. J. E, **12**, 515 (2003).
7. **Q.Wang, G.Farrell, Y.Semenova.** J. Opt. A: Pure Appl. Opt., **8**, 652 (2006).

8. **A. Bruyant, G.Lerondel, P.J.Reece, M. Gal.** Appl. Phys. Lett., **82**, 3227 (2003).
9. **G.Bi,H.Wang.** Progr. in EM Res. Symp. 2005, Hangzhou, China, August 22-26, p.571.
10. **M.Scalora, J.P.Dowling, et al.** J. Appl. Phys., **76**, 2023 (1994).
11. **M.Scalora, D.Tocci, et al.** Appl. Phys. Lett., **66**, 2324 (1995).
12. **L.Poladian.** Phys. Rev. E, **54**, 2963 (1996).
13. **M.Kulishov et al.** Opt. Express., **13**, 3068 (2005).
14. **А.А.Геворгян.** Письма в ЖТФ, **29**, 60 (2003).
15. **A.H.Gevorgyan, A.Kocharian, G.A.Vardanyan.** Opt. Commun., **259**, 455 (2006).
16. **G.A.Vardanyan, A.H.Gevorgyan.** Opt. Spectrosc., **99**, 992 (2005).
17. **J.Hwang, M.H.Song, et al**. Nature Materials, **4**, 383 (2005).
18. **M.H.Song, B.Park, et al.** Thin Solid Films, **509**, 49 (2006).
19. **M.H.Song, B.Park, et al.** Adv. Func. Mater., **16**, 1793 (2006).
20. **K. Gallo, G. Assanto, et al.** Appl. Phys. Lett., **79**, 314 (2001).
21. **M.Fujii, A.Maitra, et al.** Opt. Express., **16**, 12782 (2006).
22. **M.W.Feise, I.V.Shadrivov, Yu.S.Kivshar.** Phys. Rev. E, **71**, 037602 (2005).
23. **J.-Y.Chen, L.-W.Chen.** Opt. Express., **14**, 10733 (2006).
24. **А.А.Геворгян.** Ученые записки ЕГУ, № **2**, 66 (1987).
25. **D.M.Sedrakian, A.H.Gevorgyan**, et al. Opt. Commun., **271**, 451 (2007).
26. **D.M.Sedrakian, A.H.Gevorgyan, A.Zh.Khachatrian**. Opt. Commun., **192**, 135 (2001).
27. **А.А.Геворгян, А.Ж.Хачатрян, Н.М.Испирян**. ЖТФ, **73**, 82 (2003).
28. **А.Ярив, П.Юх**. Оптические волны в кристаллах. М., Мир, 1987.

ԱԼԻՔՆԵՐԻ ԱՆՇՐՋԵԼԻՈՒԹՅՈՒՆԸ ՄԻԱՉԱՓ ՖՈՏՈՆԱՅԻՆ ՔՎԱԶԻՊԱՐԲԵՐԱԿԱՆ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ

Ա.Հ. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Ուսումնասիրված են մոդուլյացիայի պարամետրերի փոփոխման գծային պրոֆիլով միաչափ քվազիպարբերական բյուրեղների օպտիկական հատկությունները: Ցույց է տրված, որ այդպիսի համակարգերը օժտված են շատ ավելի լայն ֆոտոնային արգելված գոտիով, քան իդեալական պարբերական համակարգերը: Այդպիսի համակարգերը օժտված են նաև ալիքների անշրջելիությամբ, որը հնարավորություն է տալիս դրանք օգտագործել որպես իդեալական օպտիկական դիոդներ:

NONRECIPROCITY OF WAVES IN 1D PHOTONIC QUASIPERIODIC CRYSTALS

A.H. GEVORGYAN

The optical properties of one-dimensional photonic crystals with a graded profile of the modulation parameters are studied theoretically. We show that there exist photonic band gaps in their transmission spectra, and, moreover, they have much wider bandwidth. The asymmetric profile of change of system parameters causes the nonreciprocity, which allows one to use these systems as optical diodes.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №4, с.218-226 (2007)

УДК 621.315

МЕЖЗОННЫЕ ПЕРЕХОДЫ В КВАНТОВОМ СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ ПРИ НАЛИЧИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ: МОДЕЛЬ СФЕРИЧЕСКОГО РОТАТОРА

Э.М. КАЗАРЯН[1], А.А. КОСТАНЯН[1], А.А. САРКИСЯН[1,2]

[1]Российско-Армянский (Славянский) государственный университет, Ереван

[2]Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 28 февраля 2006 г.)

В рамках модели жесткого сферического ротатора теоретически рассмотрены межзонные переходы в тонком квантовом сферическом слое из GaAs, при наличии произвольно направленного электрического поля. Задача решена в предположении, что поле является возмущением. В дипольном приближении получено выражение для коэффициента межзонного поглощения и определена граничная частота поглощения. Получены соответствующие правила отбора. Проведено сравнение со случаем квантовых переходов в квантовом сферическом слое при наличии радиального электрического поля.

1. Введение

Теоретическое исследование физических свойств наноструктур продолжает оставаться в центре внимания специалистов, т.к. результаты этих исследований могут найти свое непосредственное приложение в полупроводниковых приборах нового поколения. Замечательным свойством полупроводниковых наноструктур является возможность управления энергетическим спектром носителей заряда, содержащихся в них [1]. С точки зрения эффектов размерного квантования наиболее интересными объектами являются квантовые точки (КТ), в которых, благодаря размерному квантованию во всех трех направлениях, низкоразмерные эффекты выражены наиболее ярким образом. На сегодняшний день реализованы и теоретически исследованы КТ различных геометрических форм и размеров: сферические, цилиндрические, пирамидальные, линзообразные, эллипсоидальные и т.д. (см., например, [2-7]).

При теоретическом описании процессов, имеющих место в КТ, возникает необходимость правильного моделирования потенциала ограничения КТ. С одной стороны, необходимо учитывать геометрию рассматриваемого образца, а с другой – физико-химические свойства как самой КТ, так и окружающей ее среды. Оба эти фактора являются очень важными при построении соответствующего гамильтониана изучаемой системы. При этом, если геометрией КТ определяется симметрия гамильтониана, то физико-химические характеристики КТ и окружающей среды формируют профиль и высоту ограничивающего потенциала. Широко распространенными моделями потенциала ограничения КТ являются прямоугольные ямы конечной и бесконечной высот, параболическая яма, потенциал Вуда–Саксона и т.д. (см., например, [8-10]).

Как было отмечено выше, манипулируя формой и размерами КТ, можно управлять энергетическим спектром одноэлектронных, примесных, экситонных, многоэлектронных состояний, образующихся в них. Например, если рассмотреть одноэлектронные состояния в сферической КТ с потенциалом ограничения конечной высоты, то можно показать, что одноэлектронные уровни в такой системе образуются начиная с некоторого порогового радиуса КТ [11]. Еще более интересный результат возникает при изучении примесных состояний в сферических КТ. Так, в работе [12] было показано, что если примесь поместить в центр непроницаемой сферической КТ, то в зависимости от радиуса КТ энергия рассматриваемой системы может быть как отрицательной, так и положительной. Иначе говоря, связанная кулоновская система в КТ может иметь также положительные значения энергии. Другим очень интересным проявлением влияния размерного квантования на многоэлектронные состояния является реализация эффекта Кона в наноструктурах с параболическим потенциалом ограничения [13], когда при определенных условиях в многочастичных низкоразмерных структурах реализуются одночастичные переходы.

В последнее время, в связи с изучением физических процессов в слоистых структурах различной симметрии, возникла необходимость изучения свойств одинарной слоистой структуры. В частности, в работе [14] изучались оптические переходы в сферическом квантовом слое при наличии радиального электрического поля. Задача решалась для тонкого сферического слоя. Были получены соответствующие правила отбора для межзонных переходов и определен край поглощения. Следует отметить, что сферический слой может находиться также и во внешнем, произвольно направленном однородном электрическом поле, не обладающем центральной симметрией. В этом случае задача требует отдельного рассмотрения, т.к. нецентральная симметрия электростатического поля может привести к возникновению новых правил отбора для межзонных переходов.

В предлагаемой работе в дипольном приближении рассмотрены межзонные переходы в квантовом сферическом слое, при наличии произвольно направленного, внешнего однородного электрического поля. При этом задача решается в рамках модели пространственного ротатора.

2. Теория

Рассмотрим одночастичные состояния в тонком сферическом слое с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом R_2. При этом условие тонкости слоя есть $R_2 - R_1 << \{R_1, R_2\}$. С учетом того обстоятельства, что радиальное движение электрона ограничено как по внешнему, так и по внутреннему радиусам, ограничивающий потенциал сферического слоя для сравнительно нижних уровней (не слишком большие значения l) будем рассматривать в следующей форме:

$$V_{\text{conf}}(r)=\frac{A}{r^2}+Br^2-2\sqrt{AB}\,, \tag{1}$$

где A и B – параметры, характеризующие сферический слой. Соответствующее уравнение Шредингера в этом случае будет иметь вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}\Delta_{r,\theta,\varphi}\Psi+\left(\frac{A}{r^2}+Br^2\right)\Psi=\left(E+2\sqrt{AB}\right)\Psi\,, \tag{2}$$

где m^* – эффективная масса электрона, $\Delta_{r,\theta,\varphi}$ – оператор Лапласа в сферических координатах.

Тонкость сферического слоя означает, что радиальное квантование, обусловленное наличием стенок, будет значительно больше ротационной энергии. Иначе говоря, над каждым уровнем размерного квантования будет образовываться серия подуровней, характеризующая угловое движение частицы. Так как значение межэнергетических расстояний уровней размерного квантования значительно больше межэнергетических расстояний вращательных уровней, то в рамках данной статьи мы ограничимся лишь первым уровнем размерного квантования $(n=0)$. Будем рассматривать задачу в адиабатическом приближении, отделяя радиальную и угловую части. Соответствующие волновая функция и энергия радиального движения для состояний с $n=0$ в этом приближении будут иметь вид [15]

$$\begin{aligned} R_0(r)&=C_0e^{-\xi/2}\xi^{\frac{1}{4}\left(\sqrt{1+\frac{8m^*A}{\hbar^2}}-1\right)},\\ E_0&=\hbar\sqrt{\frac{B}{2m^*}}\left[2+\sqrt{\frac{8m^*A}{\hbar^2}+1}\right]-2\sqrt{AB}, \end{aligned} \tag{3}$$

где $\xi=r^2\sqrt{2m^*B}/\hbar$, C_0 – нормировочная постоянная.

На основе вышесказанного будем описывать угловое движение электрона внутри сферического слоя в рамках модели жесткого сферического ротатора с приведенным радиусом

$$R_{\text{eff}}=\frac{R_1+R_2}{2}\,. \tag{4}$$

В этом случае угловое уравнение Шредингера будет иметь следуюший вид [16]:

$$-\frac{\hbar^2}{2J}\Delta_{\theta,\varphi}\Phi(\theta,\varphi)=E\Phi(\theta,\varphi)\,, \tag{5}$$

где $J=m^*R_{\text{eff}}^2$ – момент инерции носителя заряда.

Решение уравнения (5) хорошо известно и выражается через сферические функции $Y_{l,m}(\theta,\varphi)$. Окончательно для полной волновой функции можем записать

$$\Psi_{n,l,m}(r,\theta,\varphi)=C_0 Y_{l,m}(\theta,\varphi)e^{-\xi/2}\xi^{\frac{1}{4}\left(\sqrt{1+\frac{8m^*A}{\hbar^2}}-1\right)}. \qquad (6)$$

Энергетический спектр, в свою очередь, имеет вид

$$E_l=\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2J}+\hbar\sqrt{\frac{B}{2m^*}}\left[2+\sqrt{\frac{8m^*A}{\hbar^2}+1}\right]-2\sqrt{AB}. \qquad (7)$$

С учетом вида волновой функции (6) для коэффициента межзонного поглощения, при учете только основных уровней размерного квантования, можем записать [17]:

$$K(\omega)=A\sum_{\substack{l,m\\ l',m'}}\left|\int\Psi^e_{l',m'}\Psi^h_{l,m}dV\right|^2\delta\left(\hbar\omega-E_g-E^e_{l',m'}-E^h_{l,m}\right), \qquad (8)$$

где E_g – ширина запрещенной зоны, $E^e_{l',m'}$ – энергия электрона, $E^h_{l,m}$ – энергия дырки, а A – коэффициент, пропорциональный матричному элементу, построенному на блоховских амплитудах валентной зоны и зоны проводимости.

Подставив (6) в (8), после интегрирования, с учетом условия нормировки для сферических функций, получим правила отбора для межзонных переходов: $m_c=m_v$, $l_c=l_v$.

Предположим теперь, что на систему наложено однородное электрическое поле $\boldsymbol{\varepsilon}$. Будем рассматривать это поле в качестве возмущения, наложенного на систему, предполагая, что смещение уровней за счет поля значительно меньше межуровневых расстояний каждой серии ротационного движения невозмущенной задачи. Тогда вычисление матричного элемента в первом приближении теории возмущений сводится к рассмотрению следующего интеграла [16]:

$$\langle l',m'|\hat V|l,m\rangle=\oiint Y^*_{l',m'}\hat V(\theta,\varphi)Y_{l',m'}d\Omega, \qquad (9)$$

где $\hat V(\theta,\varphi)=-p(\varepsilon_x\sin\theta\cos\varphi+\varepsilon_y\sin\theta\sin\varphi+\varepsilon_z\cos\varphi)$.

Для вычисления этого интеграла воспользуемся следующими соотношениями для сферических гармоник $Y_{l,m}(\theta,\varphi)$ [18]:

$$1.\ \sin\theta e^{i\varphi}Y_{l,m}=a_{l,m}Y_{l+1,m+1}-a_{l-1,-m-1}Y_{l-1,m+1},$$

$$2.\ \sin\theta e^{-i\varphi}Y_{l,m}=-a_{l,-m}Y_{l+1,m-1}+a_{l-1,m-1}Y_{l-1,m-1},$$

$$3.\ \cos\theta Y_{l,m}=b_{l,m}Y_{l+1,m}+b_{l-1,m}Y_{l-1,m},$$

где $a_{l,m}=\sqrt{\frac{(l+m+1)(l+m+2)}{(2l+1)(2l+3)}}$, $b_{l,m}=\sqrt{\frac{(l+m+1)(l-m+1)}{(2l+1)(2l+3)}}$.

Запишем интеграл (9) в раскрытой форме:

$$\oiint Y^*_{l',m'}\hat V(\theta,\varphi)Y_{l',m'}d\Omega=-p\oiint Y^*_{l',m'}\left(\varepsilon_x\sin\theta\cos\varphi+\varepsilon_y\sin\theta\sin\varphi+\varepsilon_z\cos\varphi\right)Y_{l',m'}d\Omega. \qquad (10)$$

Таким образом, приходим к вычислению трех интегралов:

$$\left.\begin{aligned} a.\ &\oiint Y^*_{l',m'}\varepsilon_x \sin\theta\cos\varphi Y_{l',m'}d\Omega,\\ b.\ &\oiint Y^*_{l',m'}\varepsilon_y \sin\theta\sin\varphi Y_{l',m'}d\Omega,\\ c.\ &\oiint Y^*_{l',m'}\varepsilon_z \cos\varphi Y_{l',m'}d\Omega. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

В результате вычислений оказывается [16], что ненулевыми остаются только следующие матричные элементы:

$$\left.\begin{aligned} &\langle l+1, m+1|\hat{V}|l,m\rangle = -\frac{1}{2}\left(\varepsilon_x - i\varepsilon_y\right) pa_{l,m}\,,\\ &\langle l-1, m+1|\hat{V}|l,m\rangle = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_x - i\varepsilon_y\right) pa_{l-1,-m-1}\,,\\ &\langle l+1, m-1|\hat{V}|l,m\rangle = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_x + i\varepsilon_y\right) pa_{l,-m}\,,\\ &\langle l-1, m-1|\hat{V}|l,m\rangle = -\frac{1}{2}\left(\varepsilon_x + i\varepsilon_y\right) pa_{l-1,m-1}\,,\\ &\langle l+1, m|\hat{V}|l,m\rangle = -\varepsilon_z\, pb_{l,m}\theta,\varphi,\\ &\langle l-1, m|\hat{V}|l,m\rangle = -\varepsilon_z\, pb_{l-1,m}\,. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Как следует из (12), среди них нет ни одного диагонального элемента ($l=l'$). Следовательно, поправка первого порядка равна нулю:

$$\Delta_1 E_{l,m} = \langle l,m|\hat{V}|l,m\rangle = 0\ . \tag{13}$$

Здесь нет также элементов вида $\langle l,m'|\hat{V}|l,m\rangle$ и, следовательно, нет смешивания вырожденных состояний с одним и тем же l, но разными m. Таким образом, можно применить обычную теорию возмущений без вырождения, и необходимость рассмотрения секулярного уравнения отпадает. В этом случае для квадратичного эффекта Штарка получим

$$\Delta_2 E_{l,m} = \sum_{l',m'} \frac{\left|\langle l',m'|\hat{V}|l,m\rangle\right|^2}{E_l - E_{l'}}\ . \tag{14}$$

Согласно (12), в этой сумме не равны нулю только шесть слагаемых. После суммирования для $\Delta_2 E_{l,m}$ получим [16]:

$$\Delta_2 E_{l,m} = \frac{p^2 J}{2\hbar^2}\left(2\varepsilon_z^2 - \varepsilon_x^2 - \varepsilon_y^2\right)\frac{l(l+1)-3m^2}{(2l+3)(2l-1)l(l+1)}\ . \tag{15}$$

Следует отметить одно важное обстоятельство. Как видно из формулы (15), соответствующие поправки второго порядка для состояния с $l=0$ нельзя вычислить по этой формуле. Этого и следовало ожидать, так как для таких состояний нет выделенного направления и, поэтому, соответствующая поправка должна быть пропорциональна ε^2. Вычисления, проведенные для состояния с $l=0$, показывают, что ненулевыми являются только три матричных элемента:

$$\langle 1,0|\hat{V}|0,0\rangle = -\frac{1}{\sqrt{3}}p\varepsilon_z\,,$$
$$\langle 1,1|\hat{V}|0,0\rangle = -\frac{1}{\sqrt{6}}p\left(\varepsilon_x+i\varepsilon_y\right),$$
$$\langle 1,-1|\hat{V}|0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}p\left(\varepsilon_x-i\varepsilon_y\right).$$

Для поправки к состоянию с $l=0,\ m=0$ окончательно получаем

$$\Delta_2 E_{0,0} = -\frac{p^2 J}{3\hbar^2}\varepsilon^2\,. \tag{16}$$

Обратимся теперь к вычислению волновых функций в первом приближении. Для невозмущенной угловой волновой функции $\Phi_{l,m}^{(0)}$ и ее первой поправки $\Phi_{l,m}^{(1)}$ можем записать

$$\begin{aligned}&\Phi_{l,m}^{(0)}(\theta,\varphi) = Y_{l,m}(\theta,\varphi),\\ &\Phi_{l,m}^{(1)}(\theta,\varphi) = \sum_{l',m'}\Phi_{l',m'}^{(0)}\frac{\langle l',m'|\hat{V}|l,m\rangle}{E_l-E_{l'}}.\end{aligned} \tag{17}$$

С учетом (12) имеем

$$\begin{aligned}\Phi_{l,m}^{(1)}(\theta,\varphi) &= \sum_{l',m'}Y_{l',m'}\frac{\langle l',m'|\hat{V}|l,m\rangle}{E_l-E_{l'}} = Y_{l-1,m+1}\frac{1}{2}\frac{(\varepsilon_x-i\varepsilon_y)pa_{l-1,-m-1}}{E_l-E_{l-1}}+\\ &+Y_{l+1,m-1}\frac{1}{2}\frac{(\varepsilon_x+i\varepsilon_y)pa_{l,-m}}{E_l-E_{l+1}}-Y_{l+1,m+1}\frac{1}{2}\frac{(\varepsilon_x-i\varepsilon_y)pa_{l,m}}{E_l-E_{l+1}}-\\ &-Y_{l-1,m-1}\frac{1}{2}\frac{(\varepsilon_x+i\varepsilon_y)pa_{l-1,m-1}}{E_l-E_{l-1}}-Y_{l+1,m}\frac{\varepsilon_z pb_{l,m}}{E_l-E_{l+1}}-Y_{l-1,m}\frac{\varepsilon_z pb_{l-1,m}}{E_l-E_{l-1}}.\end{aligned} \tag{18}$$

Для матричного элемента межзонных переходов получается следующее выражение:

$$M_{c,v} = A_{c,v}\int\left[\Phi_c^{(0)}(\theta,\varphi)+\Phi_c^{(1)}(\theta,\varphi)\right]^*\left[\Phi_v^{(0)}(\theta,\varphi)+\Phi_v^{(1)}(\theta,\varphi)\right]d\Omega\,, \tag{19}$$

где $A_{c,v}$ – матричный элемент, построенный на блоховских амплитудах валентной зоны (v) и зоны проводимости (c), Ω – телесный угол. Подставляя (18) в (19) и не учитывая члены второго порядка малости по отношению к внешнему полю, для матричного элемента межзонных переходов получим

$$M_{c,v} \approx A_{c,v}\left(M_0+M_1+M_2\right), \tag{20}$$

где

$$M_0 = \delta_{l_c,l_v}\delta_{m_c,m_v}\,, \tag{21}$$

$$M_1 = \delta_{l_c,l_v+1}\delta_{m_c,m_v+1}\frac{1}{2}\frac{(\varepsilon_x - i\varepsilon_y)\,pa_{l_v,m_v}}{E_{l_v}-E_{l_v+1}} - \delta_{l_c,l_v-1}\delta_{m_c,m_v+1}\frac{1}{2}\frac{(\varepsilon_x - i\varepsilon_y)\,pa_{l_v-1,-m_v-1}}{E_{l_v}-E_{l_v-1}} -$$
$$- \delta_{l_c,l_v+1}\delta_{m_c,m_v-1}\frac{1}{2}\frac{(\varepsilon_x - i\varepsilon_y)\,pa_{l_v,-m_v}}{E_{l_v}-E_{l_v+1}} + \delta_{l_c,l_v-1}\delta_{m_c,m_v-1}\frac{1}{2}\frac{(\varepsilon_x - i\varepsilon_y)\,pa_{l_v-1,m_v-1}}{E_{l_v}-E_{l_v-1}} + \quad (22)$$
$$+ \delta_{l_c,l_v+1}\delta_{m_c,m_v}\frac{\varepsilon_z\,pb_{l_v,m_v}}{E_{l_v}-E_{l_v+1}} + \delta_{l_c,l_v-1}\delta_{m_c,m_v}\frac{\varepsilon_z\,pb_{l_v-1,m_v}}{E_{l_v}-E_{l_v-1}},$$

$$M_2 = -\delta_{l_v,l_c+1}\delta_{m_v,m_c+1}\frac{1}{2}\frac{(\varepsilon_x - i\varepsilon_y)\,pa_{l_c,m_c}}{E_{l_c}-E_{l_c+1}} + \delta_{l_v,l_c-1}\delta_{m_v,m_c+1}\frac{1}{2}\frac{(\varepsilon_x - i\varepsilon_y)\,pa_{l_c-1,-m_c-1}}{E_{l_c}-E_{l_c-1}} +$$
$$+ \delta_{l_v,l_c+1}\delta_{m_v,m_c-1}\frac{1}{2}\frac{(\varepsilon_x - i\varepsilon_y)\,pa_{l_c,-m_c}}{E_{l_c}-E_{l_c+1}} - \delta_{l_v,l_c-1}\delta_{m_v,m_c-1}\frac{1}{2}\frac{(\varepsilon_x - i\varepsilon_y)\,pa_{l_c-1,m_c-1}}{E_{l_c}-E_{l_c-1}} - \quad (23)$$
$$- \delta_{l_v,l_c+1}\delta_{m_v,m_c}\frac{\varepsilon_z\,pb_{l_c,m_c}}{E_{l_c}-E_{l_c+1}} - \delta_{l_v,l_c-1}\delta_{m_v,m_c}\frac{\varepsilon_z\,pb_{l_c-1,m_c}}{E_{l_c}-E_{l_c-1}}.$$

Как следует из (23), правила отбора для дипольных переходов примут вид

$$\begin{aligned} m_c &= m_v \pm 1, \quad m_c = m_v, \\ l_c &= l_v \pm 1, \quad l_c = l_v. \end{aligned} \quad (24)$$

3. Обсуждение результатов

Обратимся теперь к вычислению пороговой частоты поглощения рассматриваемой системы. Сразу отметим, что поправка к угловой волновой функции основного состояния в этом случае будет иметь вид

$$\Phi_{0,0}^{(1)}(\theta,\varphi) = \frac{Jp}{\hbar^2}\left[\frac{\varepsilon_z}{\sqrt{3}}Y_{1,0} + \frac{1}{\sqrt{6}}\Big(\big(\varepsilon_x + i\varepsilon_y\big)Y_{1,1} - \big(\varepsilon_x - i\varepsilon_y\big)Y_{1,-1}\Big)\right]. \quad (25)$$

Следовательно, исходя из определения $K(\omega)$, сразу следует, что из состо-яния с $l_v = m_v = 0$ могут иметь место переходы в состояния с $l_c = 0;1$, $m_c = 0;\pm 1$. Пороговая частота поглощения, обусловленная переходом $\{l_v = 0,\, m_v = 0\} \to \{l_c = 0,\, m_c = 0\}$, в этом случае будет иметь вид

$$\hbar\omega_{0,0} = E_g + E_{0,0}^e + E_{0,0}^h, \quad (26)$$

где $E_{0,0}^e$ и $E_{0,0}^h$ – энергии основных состояний электрона и дырки:

$$E_{0,0}^e = E_0^e + \Delta_2 E_{0,0}^e, \quad (27)$$

$$E_{0,0}^h = E_0^h + \Delta_2 E_{0,0}^h. \quad (28)$$

Учитывая (16), для пороговой частоты переходов получим

$$\hbar\omega_{0,0} = E_g + \frac{p^2 R_{eff}^2}{3\hbar^2}\varepsilon^2\left(m_e^* + m_h^*\right) +$$
$$+\hbar\sqrt{\frac{B}{2m_e^*}}\left[2+\sqrt{\frac{8m_e^* A}{\hbar^2}+1}\right]+\hbar\sqrt{\frac{B}{2m_h^*}}\left[2+\sqrt{\frac{8m_h^* A}{\hbar^2}+1}\right]-4\sqrt{AB}. \qquad (29)$$

Отметим, что в случае переходов $\{l_v = 0, m_v = 0\} \to \{l_c = 0;1, m_c = 0;\pm 1\}$ зависимость частот от поглощения поля является изотропной по $\boldsymbol{\varepsilon}$, в то время как для других переходов это уже не так. Другими словами, переходы из *S*-состояния валентной зоны в *S*- и *P*-состояния зоны проводимости не имеют выделенного по полю направления.

Численные оценки показывают, что приближение, примененное в данной задаче, хорошо реализуется уже для полей $\varepsilon \sim 50 \div 100$ В/см, при значениях параметров сферического слоя $m_e^* = 0.067 m_e$ (GaAs), $R_1 = 30$ нм, $R_2 = 35$ нм.

Как было отмечено выше, в работе [14] были рассмотрены электронные состояния и межзонные переходы в квантовом сферическом слое при наличии радиального статического электрического поля. Данная задача автором сводилась к решению одномерного радиального уравнения с потенциалом, соответствующим однородному электрическому полю внутри слоя. При этом угловая часть рассматривалась в качестве поправки. В рассматриваемой нами модели в качестве возмущения рассмотрено произвольно направленное однородное электрическое поле, а радиальное движение предполагается "замороженным" (ротатор является жестким). Различные геометрии приложенных полей естественным образом приводят к различным правилам отбора для межзонных переходов. Так, в случае радиально направленного поля [14] правила отбора по орбитальному и азимутальному квантовым числам имеют вид

$$l_v \to l_c = l_v + 1, \qquad m_v = m_c. \qquad (30)$$

В нашем же случае эти правила для аналогичных квантовых чисел даются соотношениями (24). Таким образом, в рамках рассматриваемой нами модели имеются более широкие возможности для межзонных квантовых переходов.

Авторы выражают благодарность доктору физ.-мат. наук В.А. Арутюняну за полезные обсуждения.

Работа выполнена в рамках Национальной целевой программы "Полупроводниковая наноэлектроника".

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ж.И.Алферов.** ФТП, **32**, 3 (1998).
2. **А.Д.Андреев, А.А.Липовский.** ФТП, **33**, 1450 (1999).
3. **M.S.Atoyan, H.A.Sarkisyan, E.M.Kazaryan.** Physica E, **22**, 860 (2004).
4. **L.A.Juharyan, E.M.Kazaryan, L.S.Petrosyan.** Sol. St. Com., **139**, 537 (2006).
5. **Dong Xu, Jia-Lin Zhu.** Phys. Rev. B, **72**, id075326 (2005).
6. **K.G.Dvoyan, E.M.Kazaryan, L.S.Petrosyan.** Physica E, **28**, 333 (2005).
7. **J.H.Marнn, F.J.Betancur, I.D.Mikhailov.** Journ. of Phys.: Cond. Matt., **18**, 1005 (2006).

8. **J.-L.Zhu, D.-H.Tang, J.-J.Xiong.** Phys. Rev. B, **39**, 8609 (1989).
9. **A.Kh.Manaselyan, A.A.Kirakosyan.** Physica E, **28**, 462 (2005).
10. **Л.С.Петросян.** Изв. НАН Армении, Физика, **37**, 173 (2002).
11. **J.A.Barker, E.P.O'Raily.** Physica E, **4**, 231 (1999).
12. **D.S.Chuu, C.M.Hsiao, W.N.Mei**. Phys. Rev. B, **46**, 3898 (1992).
13. **F.M.Peeters**. Phys. Rev. B, **42**, 1486 (1990).
14. **В.А.Арутюнян**. ФТП, **36**, 401 (2002).
15. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц**. Квантовая механика. М., Наука, 1989.
16. **З.Флюгге**. Задачи по квантовой механике. М., Мир, 1974.
17. **Ал.Л.Эфрос, А.Л. Эфрос**. ФТП, **16**, 1209 (1982).
18. **Г.Бете, Э.Солпитер**. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами. М., Физматгиз, 1960.

ՄԻՋԳՈՏԻԱԿԱՆ ԱՆՑՈՒՄՆԵՐԸ ԳՆԴԱՅԻՆ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՇԵՐՏՈՒՄ ԱՐՏԱՔԻՆ ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ԱՌԿԱՅՈՒԹՅԱՄԲ ԳՆԴԱՅԻՆ ՌՈՏԱՏՈՐԻ ՄՈԴԵԼ

Է.Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ա.Ա. ԿՈՍՏԱՆՅԱՆ, Հ.Ա. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Կամայականորեն ուղղված արտաքին էլեկտրական դաշտի առկայությամբ տեսականորեն դիտարկված են միջգոտիական անցումները GaAs-ից գնդային քվանտային շերտում: Խնդիրը լուծված է գնդային կոշտ ռոտատորի մոդելի շրջանակներում այն ենթադրությամբ, որ արտաքին դաշտը հանդիսանում է որպես գրգռում: Դիպոլային մոտավորությամբ կլանման գործակցի համար ստացված է վերլուծական արտահայտություն, ինչպես նաև որոշված է կլանման սահմանային հաճախությունը: Ստացված են համապատասխան ջոկման կանոնները: Կատարված է համեմատություն շառավղային էլեկտրական դաշտի առկայությամբ գնդային քվանտային շերտում անցումների դեպքի հետ:

INTERBAND TRANSITIONS IN A SPHERICAL QUANTUM LAYER IN THE PRESENCE OF AN ELECTRIC FIELD: SPHERICAL ROTATOR MODEL

E.M. KAZARYAN, A.A. KOSTANYAN, H.A. SARKISYAN

The interband transitions in a spherical GaAs quantum layer in the presence of an arbitrarily directed electric field are investigated theoretically within the framework of the rigid spherical rotator model. The problem is solved under the assumption that the external field is a perturbation. Within the framework of the dipole approximation an expression for the absorption coefficient is obtained, as well as the absorption threshold frequency is determined. Corresponding selection rules are derived. The comparison with the case of transitions in a spherical quantum layer in the presence of a radial electric filed is performed.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №4, с.227-235 (2007)

УДК 621.315

ПРЯМОЕ МЕЖЗОННОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА В СИЛЬНО СПЛЮСНУТОЙ ЭЛЛИПСОИДАЛЬНОЙ КВАНТОВОЙ ТОЧКЕ

Д.Б. АЙРАПЕТЯН[1], К.Г. ДВОЯН[2], Э.М. КАЗАРЯН[2]

[1]Государственный инженерный университет Армении, Ереван

[2]Российско-Армянский (Славянский) государственный университет, Ереван

(Поступила в редакцию 21 февраля 2007 г.)

В рамках адиабатического приближения исследованы энергетические уровни и прямое межзонное поглощение света в сильно сплюснутой эллипсоидальной квантовой точке. Получены аналитические выражения для энергетического спектра частицы и граничных частот поглощения при трех режимах размерного квантования. Выявлены правила отборов для квантовых переходов.

1. Введение

В последнее время возрастает интерес к полупроводниковым квантовым точкам (КТ), что обусловлено новыми физическими свойствами этих нульмерных объектов, которые в основном являются следствием размерного квантования (РК) носителей заряда (НЗ) в них [1-3]. Развитие новейших технологий роста, таких как эпитаксиальный метод Странски–Крастанова и т.д., сделали реальным выращивание КТ различных форм и размеров. Энергетический спектр НЗ в КТ полностью квантован и напоминает энергетический спектр атомов, поэтому КТ иногда называют “искусственными атомами” [4]. В последние годы появилось много теоретических и экспериментальных работ, где рассмотрены эллипсоидальные, пирамидальные, цилиндрические и линзообразные КТ [5-10]. В результате РК физические свойства НЗ в таких структурах сильно зависят от внешней формы объекта. В ряде работ было показано, что даже малое изменение внешней геометрической формы КТ сильно влияет на спектр НЗ в таких структурах [11,12]. Иными словами, геометрическая форма и размеры конкретно взятого образца являются рычагом управления энергетическим спектром и другими физическими характеристиками НЗ в КТ. В настоящее время интенсивно исследуются полупроводниковые наноструктуры, схожие со структурами типа $GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$. Во время роста КТ в результате диффузии формирующийся ограничивающий потенциал в большинстве случаев с большой точностью аппроксимируется параболическим потенциалом. Однако, эффективный параболический потенциал может возникнуть в КТ также в силу особенности ее внешней формы [13]. В частности, речь идет о КТ, имеющей форму сильно сплюснутого (вытянутого) эллипсоида вращения [14].

Исследование спектра оптического поглощения различных полупроводниковых структур является мощным инструментом определения многих характеристик этих систем: величин запрещенных зон, эффективных масс электронов и дырок, их подвижностей, диэлектрических проницаемостей и т.д. Существует большое количество работ, посвященных теоретическому и экспериментальному изучению оптического поглощения как в массивных полупроводниках, так и в РК системах. Наличие РК существенным образом влияет на характер поглощения. Действительно, формирование новых энергетических уровней РК делает возможным новые межуровневые переходы.

В настоящей работе рассмотрены электронные состояния и прямое межзонное поглощение света в сильно сплюснутой эллипсоидальной КТ (ССЭКТ) в трех режимах РК.

2. Теория

2.1. Режим сильного РК

Рассмотрим непроницаемую ССЭКТ (см. рис.1). Тогда потенциальная энергия частицы (электрон, дырка, экситон) в цилиндрических координатах запишется в виде

$$U(\rho,\varphi,Z)=\begin{cases}0, & \dfrac{\rho^2}{a_1^2}+\dfrac{Z^2}{c_1^2}\le 1,\\ \infty, & \dfrac{\rho^2}{a_1^2}+\dfrac{Z^2}{c_1^2}>1,\end{cases}\qquad a_1^2 \gg c_1^2, \tag{1}$$

где c_1 и a_1 – соответственно, малая и большая полуоси ССЭКТ.

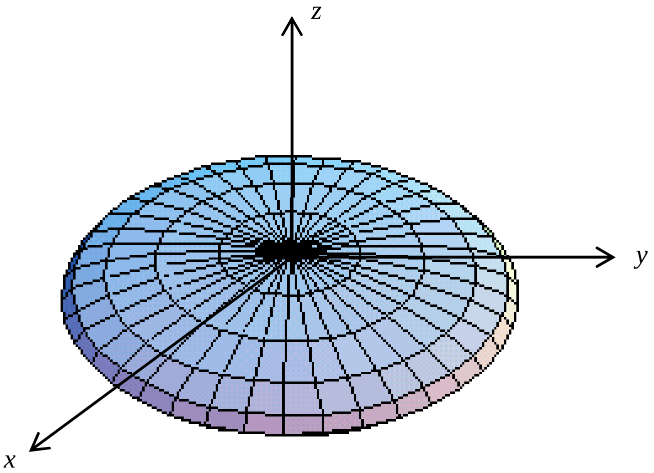


Рис.1. Сильно сплюснутая эллипсоидальная квантовая точка.

В режиме сильного РК энергия кулоновского взаимодействия между электроном и дыркой значительно меньше энергии, обусловленной стенками ССЭКТ. В этом приближении кулоновским взаимодействием можно пренебречь. Тогда задача сводится к нахождению по отдельности энергетических состояний электрона и дырки. Исходя из геометрической формы КТ, следует, что движение частицы по направлению Z происходит быстрее, чем в плоскости, перпендикулярной к ней. Это позволяет применить адиабатическое приближение [15]. Гамильтониан системы в цилиндрических координатах имеет вид

$$\mathrm{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu_p}\left[\frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right] - \frac{\hbar^2}{2\mu_p}\frac{\partial^2}{\partial Z^2} + U(\rho,\varphi,Z), \qquad (2)$$

и его можно представить в виде суммы гамильтонианов “быстрой” H_1 и “медленной” H_2 подсистем в безразмерных величинах

$$H = H_1 + H_2 + U(r,\varphi,z), \qquad (3)$$

где

$$H_1 = -\frac{\partial^2}{\partial z^2}, \qquad (4)$$

$$H_2 = -\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right]. \qquad (5)$$

Здесь $H = \mathrm{H}/E_R$, $r = \rho/a_B$, $z = \mathrm{Z}/a_B$, e и μ_p – соответственно, заряд и эффективная масса частицы (электрон, дырка, экситон), $E_R = \hbar^2/2\mu_p a_B^2$ – эффективная энергия Ридберга, $a_B = \kappa\hbar^2/\mu_p e^2$ – эффективный боровский радиус частицы, k – диэлектрическая проницаемость. Волновую функцию ищем в виде

$$\psi(r,\varphi,z) = e^{im\varphi}\chi(z;r)R(r). \qquad (6)$$

При фиксированном значении координаты r медленной подсистемы движение частицы локализовано в одномерной потенциальной яме с эффективной шириной

$$L(r) = 2c\sqrt{1-\frac{r^2}{a^2}}, \qquad (7)$$

где $a = a_1/a_B$ и $c = c_1/a_B$. Из решения уравнения Шредингера ”быстрой” подсистемы для энергетического спектра частицы получаем

$$\varepsilon_1(r) = \frac{\pi^2 n^2}{L^2(r)}, \qquad n = 1, 2, \ldots . \qquad (8)$$

Для нижних уровней спектра частица в основном локализована в промежутке $r \ll a$. Исходя из этого, разложим $\varepsilon_1(r)$ в ряд

$$\varepsilon_1(r) \simeq \varepsilon_0 + \alpha_0^2 r^2, \qquad (9)$$

где $\varepsilon_0 = \pi^2 n^2/4c^2$, $\alpha_0 = \pi n/2ac$. Выражение (9) является эффективным потенциалом, входящим в уравнение Шредингера “медленной” подсистемы. Для полной энергии системы получается

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + 2\alpha_0(N+1), \qquad N = 0, 1, 2, \ldots \qquad (10)$$

2.2. Режим промежуточного РК

В этом режиме учитывается кулоновское взаимодействие электрона и дырки. Очевидно, что вследствие РК такое взаимодействие наглядно проявится только в радиальном направлении. Поэтому ограничимся рассмотрением случая двумерного экситона. Понятно, что в этом режиме РК энергия движения электрона превалирует над энергией движения тяжелой дырки (из условия $\mu_e \ll \mu_h$). Исходя из вышесказанного, электронный потенциал, действующий на дырку, можно усреднить по движению электрона и записать в виде

$$\tilde{V}_{n,m,N}(\rho) = -\frac{e^2}{\kappa}\int_0^{2\pi}\int_0^{a_1}\frac{\left|\Psi_{n,m,N}(\rho',\varphi)\right|^2}{\sqrt{\rho^2+\rho'^2-\rho\rho'\cos\varphi}}\rho' d\rho' d\varphi\,, \tag{11}$$

где $\Psi_{n,m,N}(\rho')$ – волновая функция электрона. Условие $a_h \ll c_1$ позволяет разложить потенциал (11) в ряд вблизи точки $\rho = 0$, где $a_h = \kappa\hbar^2/\mu_h e^2$ – эффективный боровский радиус дырки. Окончательно для (11) в безразмерных величинах получим

$$V_{100}(r) = -\alpha + \beta^2 r^2\,, \tag{12}$$

где

$$V_{100}(r) = \frac{\tilde{V}_{100}(\rho)}{E_R}, \qquad \alpha = \frac{16}{3}\sqrt{\frac{2\pi}{ac}}, \qquad \beta^2 = \frac{2\pi^2}{ac}\sqrt{\frac{2\pi}{ac}}\,. \tag{13}$$

Волновая функция и энергия дырки определяются из уравнения Шредингера с усредненным потенциалом (12). После несложных преобразований для энергетического спектра дырки в безразмерных величинах получим

$$\varepsilon = \varepsilon' - \alpha + 2\sqrt{\gamma^2+\beta^2}\,(N'+1), \qquad N' = 0,1,2,\ldots\,, \tag{14}$$

где введены обозначения $\varepsilon' = \pi^2 n'^2/4c^2$, $\gamma = \pi n'/2ac$.

2.3. Режим слабого РК

В этом случае энергия связи экситона превалирует над энергией РК. Это значит, что энергия системы в основном обусловлена кулоновским взаимодействием между электроном и дыркой. Иными словами, рассматривается движение экситона как целого в ССЭКТ. Тогда волновую функцию системы можно представить в виде

$$f(\mathbf{r}_e,\mathbf{r}_h) = \varphi(\mathbf{r})\Phi_{n_r,l,m}(\mathbf{R})\,, \tag{15}$$

где $\mathbf{r} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h$, $\mathbf{R} = \mu_e\mathbf{r}_e + \mu_h\mathbf{r}_h/(\mu_e+\mu_h)$. Здесь волновая функция $\varphi(\mathbf{r})$ описывает относительное движение электрона и дырки, а $\Phi_{n,l,m}(\mathbf{R})$ – движение центра тяжести экситона. Гамильтониан системы запишется в виде

$$H = -\frac{\hbar^2}{2M}\Delta^2_{\mathbf{R}} - \frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta^2_{\mathbf{r}} - \frac{e^2}{\kappa|\mathbf{r}|}\,, \tag{16}$$

где $M = \mu_e + \mu_h$, $\mu = \mu_e\mu_h/(\mu_e+\mu_h)$. Для движения центра тяжести экситона получается аналогичный (10) результат, но под массой μ_p понимаем массу экситона M. А для энергетического спектра относительного движения экситона в безразмерных величинах имеем

$$\varepsilon_{ex} = \frac{E_{\text{ex}}}{E_R} = \frac{\mu}{M}\frac{1}{q^2}. \tag{17}$$

Окончательно для полной энергии получим

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + 2\alpha_0\left(N+1\right) - \varepsilon_{\text{ex}}, \tag{18}$$

где

$$\varepsilon_0 = \frac{\pi^2 n^2}{4c^2}, \qquad \alpha_0 = \frac{\pi n}{2ac}. \tag{19}$$

3. Прямое межзонное поглощение света

Перейдем к рассмотрению прямого межзонного поглощения света в ССЭКТ в режиме сильного РК, когда кулоновским взаимодействием между электроном и дыркой можно пренебречь. Рассмотрим случай тяжелой дырки, когда $\mu_e \ll \mu_h$. Коэффициент поглощения определяется выражением

$$K = A\sum_{\nu,\nu'}\left|\int \Psi_\nu^e \Psi_{\nu'}^h d\mathbf{r}\right|^2 \delta\left(\hbar\Omega - E_g - E_\nu^e - E_{\nu'}^h\right), \tag{20}$$

где ν и ν' – наборы квантовых чисел (КЧ), соответствующих электрону и тяжелой дырке, E_g – ширина запрещенной зоны массивного полупроводника, Ω – частота падающего света, A – величина, пропорциональная квадрату матричного элемента, взятого по блоховским функциям [16]. В режиме сильного РК окончательно для величины K и для края поглощения (КП) получим

$$K = A\sum_{m,n,N}\delta\left(\hbar\Omega - E_g - E_\nu^e - E_\nu^h\right), \tag{21}$$

$$W_{100} = 1 + \frac{\pi^2}{4}\frac{d^2}{c_1^2} + \pi\frac{d^2}{a_1 c_1}, \tag{22}$$

где $W_{100} = \hbar\Omega_{100}/E_g$, а $d = \hbar/\sqrt{2\mu E_g}$. Формула (22) характеризует зависимость эффективной ширины запрещенной зоны от полуосей a_1 и c_1. С уменьшением обеих полуосей КП сдвигается в коротковолновую область, однако зависимость от малой полуоси проявляется сильнее. Рассмотрим теперь правила отборов для КЧ. Для магнитного КЧ разрешены переходы между уровнями с $m = -m'$, а для КЧ быстрой подсистемы – переходы $n = n'$. Для осцилляторного КЧ разрешены переходы для уровней с $N = N'$. Отметим, что аналитический вид выражения (21) приведен с учетом вышеупомянутых правил отбора КЧ.

Перейдем к рассмотрению прямого межзонного поглощения света в ССЭКТ в режиме промежуточного РК. В рассматриваемом случае учет электронно-дырочного взаимодействия приводит к тому, что в спектре межзонного оптического поглощения каждая линия, соответствующая заданным значениям ν, превращается в серию близко расположенных линий, отвечающих различным значениям ν'. Коэффициент поглощения в этом режиме РК имеет вид

$$K = A\sum_{\nu,\nu'} \left|\Psi\left(\mathbf{r}_e,\mathbf{r}_h\right)\delta\left(\mathbf{r}_e-\mathbf{r}_h\right)d\mathbf{r}_e d\mathbf{r}_h\right|^2 \delta\left(\hbar\Omega - E_g - E_\nu^e - E_{\nu'}^h\right). \qquad (23)$$

Окончательно для коэффициента поглощения K и для КП получим, соответственно,

$$K = A\sum_{\substack{m,n,\\ n_r n_r'}} \left| I_{n_r n_r'}^{mn} \right|^2 \delta\left(\hbar\Omega - E_g - E_\nu^e - E_{\nu'}^h\right), \qquad (24)$$

$$W_{100} = 1 + \frac{\pi^2}{4}\frac{d^2}{c_1^2} + \pi\frac{\mu}{\mu_e}\frac{d^2}{a_1 c_1} - \frac{\alpha E_h}{E_g} + \frac{2E_h}{E_g}\sqrt{\gamma^2+\beta^2}. \qquad (25)$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$I_{n_r n_r'}^{mn} = \frac{1}{4}\left(\alpha_0\beta_0\right)^{\frac{|m|+1}{2}} \frac{\Gamma(|m|+1+n_r+n_r')}{\Gamma^{1/2}(|m|+1+n_r)\Gamma^{1/2}(|m|+1+n_r')\sqrt{n_r!n_r'!}}\times$$

$$\times\frac{\left(\lambda-\alpha_0\right)^{n_r}\left(\lambda-\beta_0\right)^{n_r'}}{\lambda^{n_r+n_r'+|m|+1}}\,{}_2F_1\left\{-n_r, n_r'; -n_r-n_r'-|m|; \frac{\lambda(\lambda-\alpha_0-\beta_0)}{(\lambda-\alpha_0)(\lambda-\beta_0)}\right\}, \qquad (26)$$

$$\beta_0 = \sqrt{\alpha_0^2 + \frac{\beta^2 a_B^2}{E_R}}, \qquad \lambda = \frac{\alpha_0}{2} + \frac{\beta_0}{2},$$

где n_r – радиальное КЧ $(N = 2n_r + |m|)$. В этом случае разрешены переходы между уровнями с КЧ $m = -m'$ и $n = n'$.

Перейдем к рассмотрению прямого межзонного поглощения света в режиме слабого РК. Ввиду локализации экситона в сравнительно небольшой окрестности геометрического центра КТ, для коэффициента поглощения можем записать выражение

$$K = A\sum_{n,n_r,l,m} \left|\varphi(0)\right|^2 \left|\int \Phi_{n,n_r,m}(\mathbf{R})d\mathbf{R}\right|^2 \delta\left(\hbar\Omega - E_g - E\right). \qquad (27)$$

Следует отметить, что $\varphi(0) \neq 0$ только для основного состояния, когда $l = m = 0$ (l – орбитальное КЧ). В режиме слабого РК окончательно для коэффициента поглощения и для КП получим

$$K = A\sum_{n,n_r} \frac{32 a_1 c_1^2}{\pi^5 n^3 (a_{ex}^\mu)^3}\frac{n_R!}{\Gamma^3(1+n_R)}\delta\left(\hbar\Omega - E_g - E\right), \qquad (28)$$

$$W_{1100} = 1 + \frac{\pi^2}{4}\frac{h^2}{c_1^2} + \pi\frac{h^2}{a_1 c_1} - \frac{h^2}{a_{ex}^\mu a_{ex}^M}, \qquad (29)$$

где $W_{1100} = \hbar\Omega_{1100}/E_g$, $h = \hbar/\sqrt{2ME_g}$, $a_{ex}^\mu = \kappa\hbar^2/\mu e^2$ и $a_{ex}^M = \kappa\hbar^2/Me^2$. Наиболее важной особенностью этого случая является то, что сдвиг экситонного уровня с изменением полуосей ССЭКТ определяется полной массой экситона.

4. Обсуждение

Сперва рассмотрим случай сильного РК. Как видно из (10), энергетический спектр НЗ в ССЭКТ является эквидистантным. Полученный результат относится только к нижним уровням спектра (для малых значений КЧ). Численные расчеты для случая сильного РК сделаны для КТ из GaAs со следующими параметрами: $\mu_e = 0.067m_e$, $\mu_e = 0.12\mu_h$, $\kappa = 13.8$,

$E_R = 5.275$ мэВ, $a_e = 104$ Å, $a_h = 15$ Å – эффективные боровские радиусы электрона и дырки, $E_g = 1.43$ эВ – ширина запрещенной зоны массивного полупроводника. При режиме сильного РК частота перехода между эквидистантными уровнями (для значения $n = 0$), при фиксированных значениях $a = 2.5a_e$, $c = 0.5a_e$ получается $\omega_{10} = 2.17\times10^{13}\text{с}^{-1}$, что соответствует инфракрасному диапазону спектра. При тех же значениях КЧ, но уже при $a = 2a_e$, $c = 0.4a_e$ получается $\omega_{10} = 3.39\times10^{13}c^{-1}$, что в полтора раза больше. Как видно из (10), с увеличением полуосей энергия частицы убывает, при этом энергия более “чувствительна” к изменению малой полуоси, что является следствием большего вклада РК в энергию частицы в направлении оси вращения эллипсоида. Следует отметить, что с увеличением полуосей уровни энергии сближаются, однако их эквидистантность не нарушается. На рис.2 и 3 приведены зависимости порога поглощения, соответственно, от малой и большой полуосей ССЭКТ. С уменьшением полуосей порог поглощения увеличивается, что является следствием увеличения РК (увеличивается “эффективная” ширина запрещенной зоны). Как видно из рисунков, изменение КП проявляется ярче в зависимости от малой полуоси ССЭКТ. По той же причине кривые, соответствующие разным значениям малой полуоси (см. рис.2), обеспечивают больший сдвиг, чем в обратном случае (см. рис.3).

В режиме промежуточного квантования учет двумерного кулоновского взаимодействия электрона и дырки проявляется через коэффициенты α и β в формулах (12)–(14). Отметим, что при предельном переходе $\alpha \to 0$, $\beta \to 0$ приходим к результатам режима сильного РК.

В режиме слабого РК, когда движение частицы обусловлено кулоновским взаимодействием, а РК является поправкой к нему, численные расчеты проведены для КТ из InP, который имеет следующие параметры: $\mu_e = 0.07m_e$, $\mu_e = 0.175\mu_h$, $E_g = 1.28$ эВ, $\kappa = 12.61$, $E_R = 6.523$ мэВ $a_e = 91.5$ Å, $a_h = 16$ Å. Как видно из (18), над каждым экситонным уровнем располагаются семейства эквидистантных уровней, обусловленные РК. С увеличением значений полуосей эквидистантные уровни понижаются и межуровневые расстояния уменьшаются.

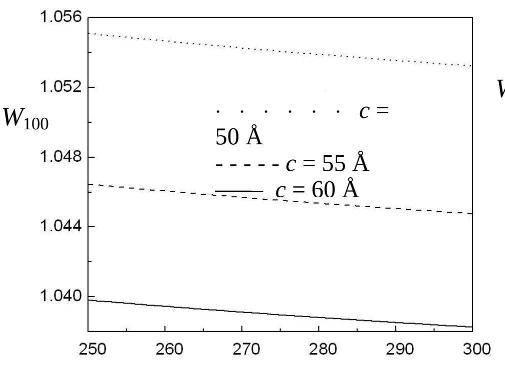


Рис.2. Зависимости порога поглощения от большой полуоси ССЭКТ при фиксированных значениях малой полуоси.

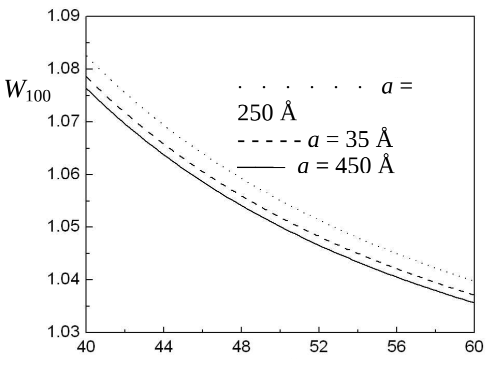


Рис.3. Зависимости порога поглощения от малой полуоси ССЭКТ при фиксированных значениях большой полуоси.

На рис.4 и 5 приведены зависимости края поглощения от полуосей ССЭКТ. Как видно из рисунков, в этом случае учет кулоновского взаимодействия приводит к уменьшению ширины “эффективной” запрещенной зоны. Иначе говоря, переходы возможны при меньших значениях падающего света и, следовательно, КП в этом случае принимает меньшие значения. Из этого следует, что учет кулоновского взаимодействия между электроном и дыркой приводит к смещению КП в сторону длинных волн.

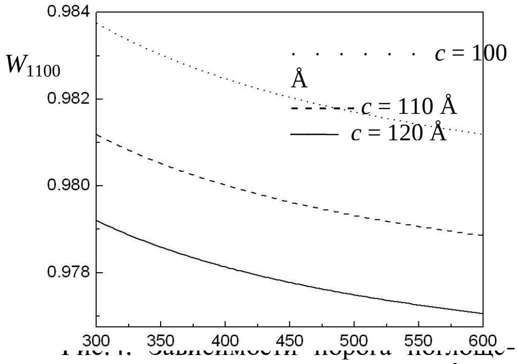
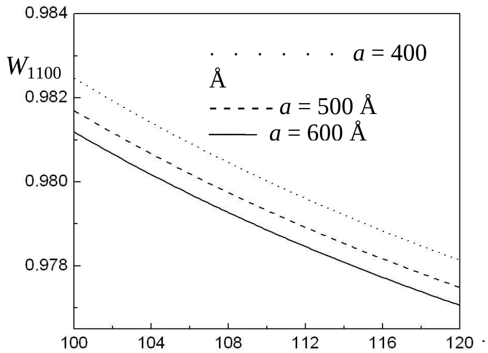


Рис.4. Зависимости порога поглощения от большой полуоси ССЭКТ при фиксированных значениях малой полуоси.



ния от малой полуоси ССЭКТ при фиксированных значениях большой полуоси.

Наконец, на рис.6 приведены сравнительные зависимости энергии основного состояния электрона в ССЭКТ, в квантовой пленке и в цилиндрической КТ из GaAs (для равных значений большой полуоси и радиуса цилиндра), соответственно, от малой полуоси, высоты цилиндрической КТ и ширины квантовой пленки. Как видно, кривая энергии основного состояния электрона в ССЭКТ расположена выше, что обусловлено более сильным вкладом РК в энергию частицы по сравнению с двумя другими случаями.

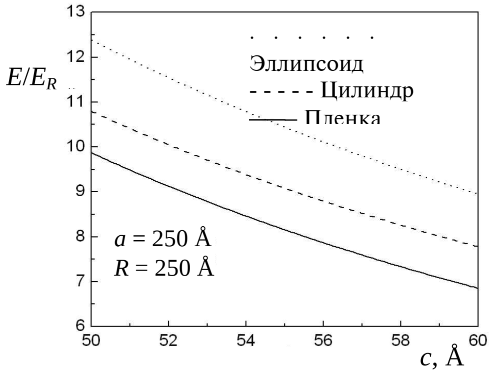


Рис.6. Зависимости энергии основного состояния ССЭКТ, квантовой пленки и цилиндрической КТ, соответственно, от малой полуоси, ширины квантовой пленки и высоты цилиндрической КТ.

Работа выполнена в рамках Национальной целевой программы “Полупроводниковая наноэлектроника”.

ЛИТЕРАТУРА

1. **P.Harrison.** Quantum wells, wires and dots. Theoretical and computational physics. John Wiley & Sons ltd, NY, 2005.
2. **G.Bastard.** Wave mechanics applied to semiconductor heterostructures. Les editions de physique, Les Ulis Cedex, Paris, 1989.
3. **Э.М.Казарян, С.Г.Петросян.** Физические основы полупроводниковой наноэлектроники. Ереван, изд. РАУ, 2005.
4. **M.Bayer**, **O.Stern**, **P.Hawrylak**, **S.Fafard, A.Forchel**. Nature, **405**, 923 (2000).
5. **K.G.Dvoyan.** Proc. of the Fifth International Conference on Semiconductor Micro- and Nanoelectronics, Agveran, Armenia, September 16–18 2005**,** p.169.
6. **C.Boze, C.K.Sarkar.** Physica B, **253**, 238 (1998).
7. **M.Califano, P.Harrison.** J. Appl. Phys., **86**, 5054 (1999).
8. **M.S.Atoyan, E.M.Kazaryan, H.A.Sarkisyan.** Physica E, **22**, 860 (2004).
9. **Д.Б.Айрапетян, К.Г.Двоян.** Изв. НАН Армении, Физика, **40**, 365 (2005).
10. **D.B.Hayrapetyan, K.G.Dvoyan.** Proc. of the Fifth International Conference on Semiconductor Micro- and Nanoelectronics, Agveran, Armenia, September 16–18 2005**,** p.165.
11. **K.G.Dvoyan, E.M.Kazaryan.** Phys. Stat. Sol. (b), **228**, 695 (2001).
12. **K.G.Dvoyan, E.M.Kazaryan, L.S.Petrosyan.** Physica E, **28**, 333 (2005).
13. **P.Maksym, T.Chakraborty**. Phys. Rev. Lett., **65**, 108 (1990).
14. **А.С.Гаспарян, Е.М.Казарян**. Изв. НАН Армении, Физика, **32**, 130 (1997).
15. **В.М.Галицкий**, **Б.М.Карнаков**, **В.И.Коган**. Задачи по квантовой механике. М., Наука, 1981.
16. **Ал.Л.Эфрос, А.Л.Эфрос.** ФТП, **16**, 772 (1982).

DIRECT INTERBAND LIGHT ABSORPTION IN A STRONGLY OBLATED ELLIPSOIDAL QUANTUM DOT

D.B. HAYRAPETYAN, K.G. DVOYAN, E.M. KAZARYAN

Within the framework of adiabatic approximation the energy levels and direct interband light absorption in a strongly oblated ellipsoidal quantum dot are studied. Analytical expressions for the particle energy spectrum and for absorption threshold frequencies at three regimes of quantization are obtained. Selection rules for quantum transitions are revealed.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №4, с.236-241 (2007)

УДК 621.382

ВОЛЬТ-АМПЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СТРУКТУР СО СЛОЕМ ПОРИСТОГО КРЕМНИЯ ПРИ АДСОРБЦИИ МОНООКИСИ УГЛЕРОДА

З.О. МХИТАРЯН, А.А. ШАТВЕРЯН, В.М. АРУТЮНЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 17 февраля 2007 г.)

Измерены вольт-амперные характеристики структур со слоем пористого кремния, пористость которого равна 73%, при адсорбции газа (моноокиси углерода) при комнатной температуре. Проведены оценки высоты п о тенциального гетеробарьера на границе пористый кремний/монокристаллический кремний p^+-типа, коэффициента идеальности и сопротивления слоя пористого кремния в воздухе, в воздухе + 0,4% CO, в воздухе + 2% CO. Обсуждены физические причины, объясняющие экспериментальные данные.

1. Введение

Исследования в области газовых сенсоров необходимы в первую очередь для осуществления контроля окружающей среды и создания средств технологического контроля на вредных производствах. В полупроводниковых газочувствительных гетероструктурах при содержании в воздушной среде молекул газов и определенных химических соединений изменяются не только электронное состояние поверхности, но и параметры гетерограницы.

Многочисленными экспериментами по исследованию электрофизических свойств пористого кремния (PS) было установлено, что его характеристики очень чувствительны к влиянию внешней среды. Высокая газовая чувствительность PS обусловлена наличием наноструктуры и высокой разветвленностью его поверхности, что сильно увеличивает эффективность влияния внешней среды [1]. Поэтому PS является весьма перспективным материалом для создания на его основе газовых и химических сенсоров, сенсоров влажности и т.д. Как известно, пленка PS при заметных пористостях моделируется нерегулярно повторяющимися порами и квантовыми нитями различного диаметра и одинаковой длины. В реальности строение PS намного сложнее.

Как показали, в частности, наши исследования структур, содержащих слой PS с 50% пористости [2-5], большим преимуществом кремниевых структур на основе PS (в отличие от существующих полупроводниковых сенсоров, которые, как правило, работают при высоких температурах нагрева рабочего тела сенсора) является то, что они могут функционировать при комнатных температурах. Это обеспечивает гораздо меньшую потребляемую электрическую мощность и позволяет создавать гораздо более простую конструкцию сенсора.

Целью данной работы было изучение вольт-амперных характеристик (ВАХ) структур со слоем PS, пористость которого равна 73%, при адсорбции газа (монокиси углерода), а также сравнение полученных результатов с данными для структур со слоем PS, пористость которого равна 50% [2-5].

2. Экспериментальные результаты

Пленка PS была изготовлена на подложке из монокристаллического Si p^+-типа стандартным методом анодной электрохимической обработки монокристаллического кремния в электролите на базе HF. Полученные М. Гулиняном образцы имели сэндвич-структуру металл/ PS /монокристаллический Si/Al. Пористость изготовленных пленок PS по данным гравиметрического анализа была равна 73%. Толщина PS составляла 3 мкм. Для исследования ВАХ на поверхность PS нами напылялись металлические контакты из золота диаметром 1,5 мм. На тыльную сторону подложки напылялся слой Al толщиной 20-30 нм. Вид исследованных образцов приведен на рис.1. Динамические ВАХ измерялись нами на характериографе TR-4805 с использованием цифрового фотоаппарата Digimax A50 (фирма Samsung).

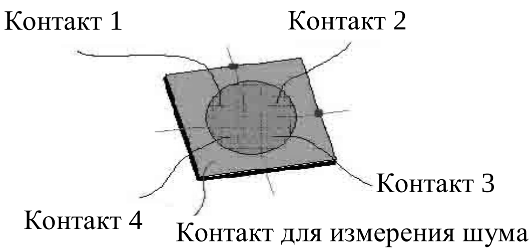


Рис.1. Вид образца.

Нами была спроектирована и изготовлена газовая ячейка (рис.2), предназначенная для проведения измерений характеристик исследуемого образца. Конструкционно ячейка состоит из двух частей: из цилиндрической трубки (1) и из съемной крышки (2) к ней с подложкой из термостекла. На подложке были смонтированы образец (4) и контакты (3). Цилиндрическая трубка с крышкой образует закрытый объем, предохраняющий образец от неблагоприятных и неконтролируемых внешних воздействий и позволяющий осуществлять контролируемое взаимодействие анализируемых газа или паров с образцом.

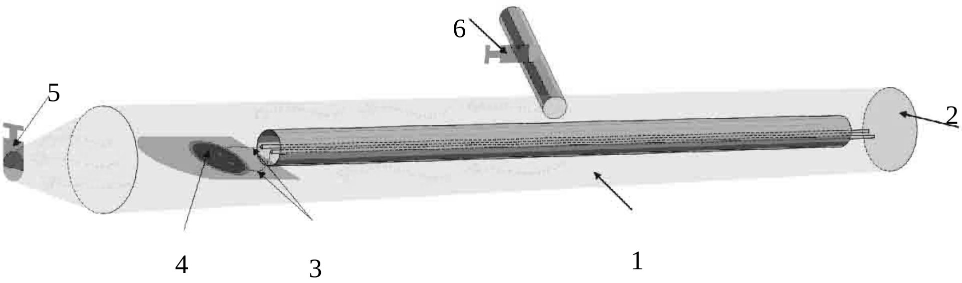


Рис.2. Схема измерительной газовой ячейки: 1 – цилиндрическая трубка из термостекла, 2 – съемная крышка, 3 – выводы к образцу, 4 – образец, 5,6 – вакуумные ключи.

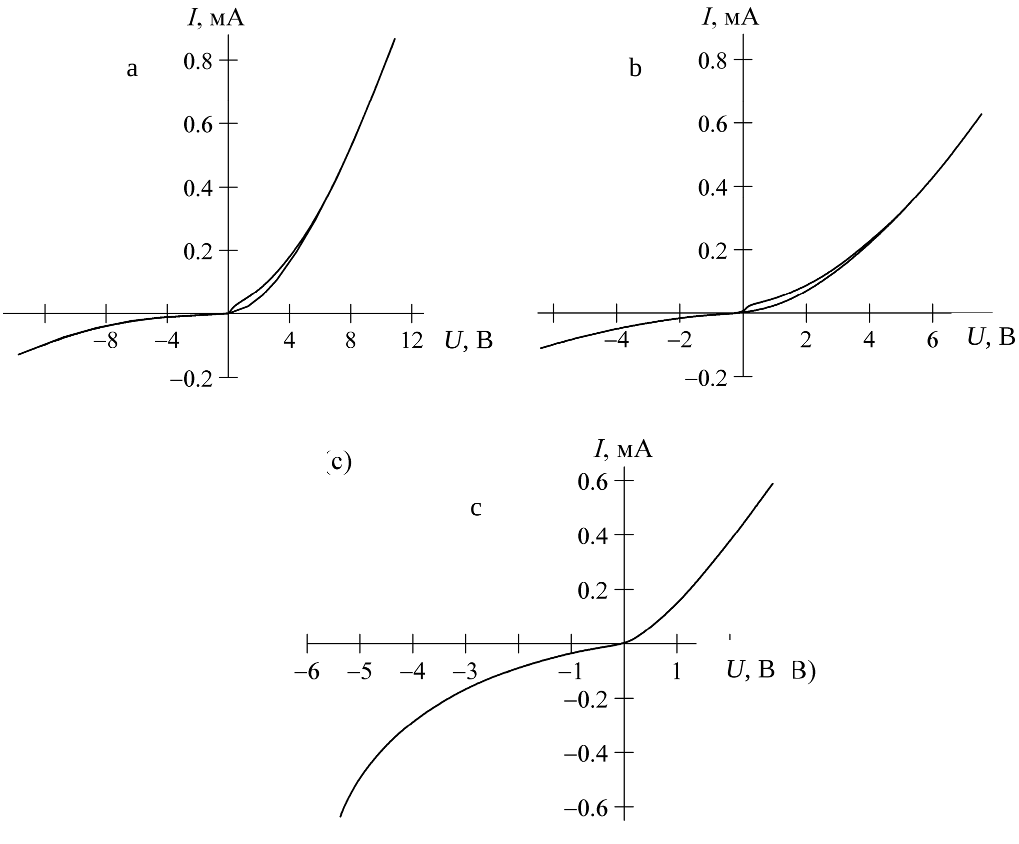


Рис.3. ВАХ исследованых образцов.

Измерения проводились при комнатной температуре (T = 300K) в трех средах: в воздухе, в воздухе + 0,4% моноокиси углерода CO, в воздухе + 2% CO. На рис.3 приведены типичные ВАХ наших образцов. Получено, что ВАХ образцов во всех средах имеют нелинейный вид, причем в области обратных смещений для всех трех случаев, как видно из рисунка, отсутствует насыщение тока. Вначале обратный ток нелинейно увеличивается. Зависимость с ростом напряжения затем с увеличением обратного смещения сменяется на линейную. Из графиков следует, что переход к линейной зависимости имеет место в каждой среде при различных обратных токах: для воздуха – при 0,02 мА, для смеси воздух + 0,4% CO – при 0,04 мА, для смеси воздух + 2% CO – при 0,36 мА, т.е. протяженность нелинейного участка обратной ветви увеличивается с увеличением в воздухе содержания CO. Вид ВАХ PS, имеющего пористость 73%, в воздухе (рис.3a) и в смеси воздух + 0,4% CO (рис.3b) имеет, как и в случае образцов с PS 50% пористости, выпрямляющий характер, но в отличие от соответствующих характеристик образцов с PS 50% имеет место резкое уменьшение проводимости и отсутствие участка насыщения обратного тока. Для смеси воздух + 2% CO ВАХ для PS-73% (рис.3c) и PS-50% по виду идентичны: сильно ухудшается коэффициент выпрямления и обратные ветви в обоих случаях приобретают вид параболы.

Из прямолинейных участков прямой ветви ВАХ для PS-73% определялось базовое сопротивление R_S, а из начальных участков прямой ветви оценивался коэффициент идеальности m. Высота гетеробарьера V_B определялась из линейного участка обратной ветви ВАХ с использованием экспериментальных данных. Соответствующие результаты приведены в табл.1.

Табл.1.

PS-73%	R_S, кОм	m	V_B, В
Воздух	9,6	21	0,809
Воздух + 0,4% CO	8,4	14,6	0,733
Воздух + 2% CO	4,2	9,5	0,24

3. Обсуждение

Для анализа ВАХ применялась модель с последовательно соединенными сопротивлением гетероперехода на границе PS/монокристаллический Si и базовым сопротивлением слоя PS. В работе [6] показано, что подобные нашим ВАХ (прямой ток экстраполируется экспоненциальной зависимостью, а обратный ток не имеет насыщения и начиная с определенных значений смещения зависит от него линейно) характеристики объясняются в рамках модели изотипного гетероперехода. Зависимость плотности тока j от напряжения U возможно экстраполировать экспоненциальной функцией [7]:

$$j = J/S = j_0(1 - U/V_B)\{\exp[q(U - JR_S)/mkT] - 1\}, \qquad (1)$$

где k – постоянная Больцмана, q – элементарный заряд, T – абсолютная температура, S – площадь перехода PS / p^+ Si. Величина j_0 равна

$$j_0 = j_0 / S = qA^* TV_B \exp(-qV_B/kT)/k\ , \qquad (2)$$

где A^* (((10^5 А (м$^{-2}$(К$^{-2}$ – эффективная постоянная Ричардсона [6].

Из (1) плотность обратного тока $j_S = j_0(1 - U/V_B)$. Продифференцировав это выражение, получим:

$$\frac{dI_S}{dU} = -SqA^* T \exp\left(-\frac{qV_B}{kT}\right) \Big/ k, \qquad (3)$$

$$\operatorname{tg}\alpha = -Sj_0/V_B = -S\left[qA^* T \exp\left(-\frac{qV_B}{kT}\right)\right] \Big/ k, \qquad (4)$$

где α – угол, образованный касательной к графику с положительным направлением оси OX (т.е. $\operatorname{tg}\alpha < 0$). Используя экспериментальные данные, из (4) определялась величина V_B.

Поскольку в области малых прямых смещений падение напряжения JR_S мало и смещением на базовом сопротивлении можно пренебречь, то выражение (1) упрощается: начальный участок прямой ветви аппроксимируется экспоненциальной зависимостью с большим коэффициентом идеальности *m*:

$$j \approx \exp(qU/mkT). \qquad (5)$$

Из формулы (5) оценивалась величина *m*. Получено, что изменение состава окружающей среды приводит к изменению ВАХ как в области прямых, так и в области обратных смещений. В обеих областях при введении в воздух CO при одном и том же смещении ток существенно возрастает.

Из табл.1 следует, что при адсорбции CO уменьшаются R_S, *m*, V_B. Уменьшение высоты барьера на гетеропереходе имеет место из-за миграции молекул CO по порам к границе гетероперехода и является одной из причин высокой газовой чувствительности гетероструктур, содержащих пористые нанопленки. Увеличение проводимости слоя PS может иметь место из-за двух равновероятных процессов [7]. Первый процесс не учитывает никаких химических реакций между поверхностными состояниями и газовыми молекулами, а увеличение проводимости объясняется дополнительным током через адсорбируемые на поверхностях квантовых нитей молекулы (в дополнение к току через кремниевый остов PS). Второй процесс предполагает, что внутри пор возникают химические реакции между свободными поверхностными связями и адсорбируемыми молекулами CO. Поскольку поверхность покрыта различными формами кислорода, а CO является сильным восстановителем [8], то имеет место окисление CO. Это способствует улучшенной пассивации свободных связей, что увеличивает проводимость.

4. Заключение

Проведенный анализ экспериментальных данных показал, что при газовой адсорбции молекул CO имеет место снижение высоты гетеробарьера. Это сопровождается уменьшением базового сопротивления слоя PS, последовательно соединенного с гетеропереходом, и коэффициента идеальности *m*. Степень снижения барьера зависит от количества CO в воздухе. Проведены численные оценки величин R_S, *m* и барьерного потенциала V_B.

Авторы выражают благодарность М.Гулиняну за предоставление образцов, а также В.А.Геворкяну и К.М.Гамбаряну за помощь при проведении численных оценок.

Работа выполнена при поддержке гранта ISTC A-1232 и Армянской национальной программы “Полупроводниковая наноэлектроника”.

ЛИТЕРАТУРА

1. **A.G.Cullis, L.T.Canham, P.Calcott.** J. Appl. Phys., **82**, 909 (1992).
2. **Z.H.Mkhitaryan, A.A.Shatveryan, V.M.Aroutiounian, M.Ghulinyan, L.Pavesi.** Materials of the 5th Intern. Conf. Porous Semiconductors – Science and Technology, Sitges–Barcelona (PSST-06), Spain, p.254, 2006; Phys. Stat. Solidi (c), **4**, №6, (2007) (in print).
3. **V.M.Aroutiounian**, **Z.H.Mkhitaryan**, **A.A.Shatveryan**, **M.Ghulinyan**, **L.Pavesi,** and **C.C.Granquist.** Proc. of 11th Intern. Meeting on Chemical Sensors (IMCS-11), Breshia, Italia, p.134, 2006.
4. **Z.H.Mkhitaryan, A.A.Shatveryan, V.M.Aroutiounian, M.Ghulinyan, L.Pavesi,** and **C.C.Granquist.** Eurosensors XX, Goteborg, Sweden, W1A-P4, p.304, 2006.
5. **Z.H.Mkhitaryan, A.A.Shatveryan, V.M.Aroutiounian, M.Ghulinyan, L.Pavesi, L.B.Kish, C.C.Granquist.** E-MRS IUMRS ICEM 2006 Spring Meeting, Symposium C. Silicon Nanocrystals for Electronic and Sensing Applications. Nice, France, 2006; J. Phys. E, **36**, №3 (2007) (in print).
6. **А.Н.Лаптев, А.В.Проказников, Н.А.Рудь.** Письма в ЖЭТФ, **23**, 59 (1997).
7. **A.Foucaran, F.Pascal-Delannoy, A.Giani, A.Sackda**, **P.Combette, A.Boyer.** Thin Solid Films, **297**, 317 (1997).
8. Краткая химическая энциклопедия, т.5. М., Советская энциклопедия, 1967.

ԾԱԿՈՏԿԵՆ ՍԻԼԻՑԻՈՒՄԻ ՇԵՐՏ ՈՒՆԵՑՈՂ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔՆԵՐԻ ՎՈԼՏ-ԱՄՊԵՐԱՅԻՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԵՐԸ CO-Ի ԱԴՍՈՐԲՑԻԱՅԻ ԺԱՄԱՆԱԿ

Զ.Հ. ՄԽԻԹԱՐՅԱՆ, Ա.Ա. ՇԱՏՎԵՐՅԱՆ, Վ.Մ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Չափված են վոլտ-ամպերային բնութագրերը (ՎԱԲ) ծակոտկեն սիլիցիումի կառուցվածքներում, որտեղ ծակոտկելիությունը հավասար է 73%: Չափումները կատարված են գազային ադսորբցիայի ներքո սենյակային ջերմաստիճանում: Օգտագործելով ՎԱԲ-ը գնահատված են սիլիցիումի և ծակոտկեն սիլիցիումի բաժանման սահմանի հետերոանցման պոտենցիալ արգելքի բարձրությունը, իդեալականության գործակիցը և ծակոտկեն սիլիցիումի շերտի դիմադրությունը համապատասխանաբար՝ օդում, օդ + 0.4% CO-ում և օդ + 2% CO-ում: Ստացված փորձնական արդյունքներին տրված է բացատրություն:

CURRENT-VOLTAGE CHARACTERISTICS OF STRUCTURES WITH A POROUS SILICON LAYER AT THE ADSORPTION OF CARBON MONOXIDE

Z.H. MKHITARYAN, A.A. SHATVERYAN, V.M. AROUTIOUNIAN

Current-voltage characteristics (CVC) of structures with a layer of porous silicon, porosity of which is equal to 73%, are measured at the adsorption of carbon monoxide at room temperature. The height of the potential heterobarrier on the interface of porous silicon – single crystal of p^+-type silicon, factor of ideality and resistance of the porous silicon layer are measured in air, in air + 0.4% CO, and in air + 2% CO.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №4, с.242-249 (2007)

УДК 548.733

ИСКУССТВЕННАЯ УЛЬТРАЗВУКОВАЯ АНИЗОТРОПИЯ КРИСТАЛЛОВ В ОБЛАСТИ РЕНТГЕНОВСКИХ ЧАСТОТ

Л.Г. ГАСПАРЯН, В.П. МКРТЧЯН, М.К. БАЛЯН, А.С. МЕЛКОНЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 22 декабря 2006 г.)

Экспериментально обнаружено явление ультразвуковой искусственной анизотропии кристаллов в области рентгеновских частот и сделана попытка теоретически объяснить его проявление при брэгг-лауэвской дифракции. Установлено, что изотропный кристалл под действием ультразвука становится в оптическом отношении искусственно анизотропным, подобно одноосному кристаллу с оптической осью вдоль направления приложенного внешнего воздействия, являющегося осью симметрии, что и приводит к двойному лучепреломлению.

Дифракция рентгеновских лучей, происходящая в сочетаниях брэгг-лауэвских отражений в отдельных кристаллах и кристаллических системах, исследована в работах [1-4]. Динамическая теория дифракции рентгеновских лучей показывает, что в области полного отражения на совершенном кристалле часть энергии проникает внутрь кристалла и распространяется по вполне определенной траектории, являющейся функцией угла падения волны [3]. В работе [4] экспериментально доказано существование этого явления. Для поглощающего и непоглощающего кристаллов найдены выражения для интенсивностей пучков, выходящих из торцевой поверхности кристалла [5,6].

В работе [6] исследованы кривые качания пучков, выходящих из торцевой поверхности кристалла. Показано, что максимумы этих кривых смещены относительно максимума кривой качания брэгговского отражения на 2(2,5 угловые секунды. В работе [7] рассмотрено явление дифракции в конечных кристаллах для симметричной и асимметричной геометрий дифракции, а в работах [8-13] изучено влияние ультразвука и температурного градиента на дифракцию и модуляцию рентгеновских волн.

В настоящей работе исследовано влияние внешнего воздействия (ультразвука) на поток энергии волн, дифрагированных по Брэггу и Лауэ. Исследования подобного рода важны, поскольку аномально проходящий пучок в случае Брэгга можно использовать для исследования межатомных решеточных дефектов, для измерения решеточных параметров таких кристаллов, которые подвергнуты ионной имплантации или поверхность которых имеет разные решеточные параметры. В этом случае решеточные параметры поверхности можно определить, измеряя смещение между максимумами отраженных пучков, дифрагированных от поверхности кристалла и от торцевой части.

Для исследования влияния ультразвука на поток энергии волн, дифрагированных по Брэггу и Лауэ, был изготовлен составной осциллятор, который представляет собой стержень, состоящий из трех частей: пьезокварца, исследуемого образца и промежуточного склеивающего слоя (рис.1).

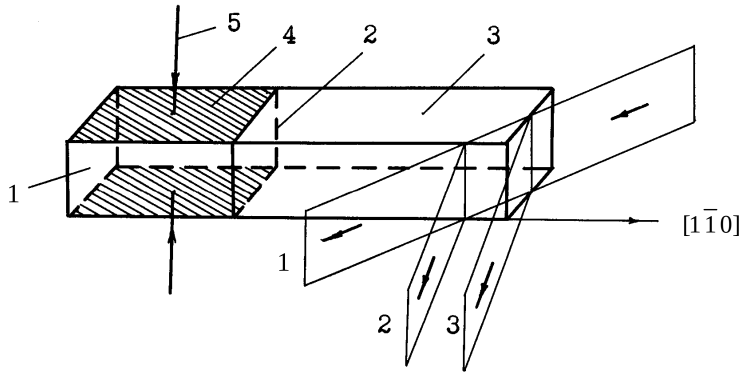


Рис.1. Двойной резонансный осциллятор: 1 - пьезокварц, 2 - клей, 3 -кремниевый образец, 4 - серебряные электроды, 5 - кварцодержатель.

Пьезокварц среза $XY+18^{\circ}31'$ вырезался в форме бруска размерами LxdxH (L=23 мм, d = 10,4 мм, H = 9,4 мм). На поверхности, перпендикулярной оси OX, с помощью напыления были нанесены серебряные контакты. Система кварц(образец закреплялась в геометрических центрах посеребренных поверхностей кварца с помощью держателя, который служил также и для подачи на кварц переменного электрического напряжения. Частота собственного колебания пьезокварца вычисляется по формуле

$$f_0 = \frac{V_{L[hkl]}}{2L} ,$$

где $V_{L[hkl]}$ - скорость распространения продольных механических волн в кристалле по направлению $[hkl]$.

Исследуемые образцы изготавливались из монокристалла кремния и имели такую же ширину и высоту, что и кварц, а длина выбиралась таким образом, чтобы собственная частота образца совпадала с собственной частотой пьезокварца, т.е. выполнялось следующее соотношение:

$$f_{0(\mathrm{Si})} = f_{0(\mathrm{q})} \Rightarrow L_{\mathrm{Si}} = \frac{V_{L(\mathrm{Si})}}{2 f_{0(\mathrm{q})}} .$$

При таком выборе длины образца система кварц(кремний колеблется с собственной частотой f_0 = 128,5 кГц. Акустический контакт между кварцем и образцом создавался при помощи тонкого промежуточного слоя клея. Склеенные кварц и образец (составной стержень) помещались в печь и выдерживались при температуре 120°С в течение 3-4 часов для полимеризации клея, затем медленно охлаждались со скоростью 10°С в час. Влиянием промежуточного слоя при измерениях можно пренебречь, ввиду малости её массы по сравнению с массами кварца и образца. Система кварц-кремний устанавливалась на специально изготовленном держателе, поддерживающем систему в горизонтальном положении и помещенном на втором гониометре двухкристальной камеры.

Возбуждение ультразвука в системе кварц(кремний производилось с помощью ультразвукового генератора. Сигнал переменной частоты от ультразвукового генератора подавался на обкладки пьезокварца и с помощью осциллографа регистрировалось резонансное состояние системы. Напряжение на выходе генератора контролировалось вольтметром, а частота сигнала, подаваемого на кварц от генератора, измерялась частотомером.

При приложении внешнего электрического поля в кварце, а следовательно, и в образце, возникают продольные вынужденные механические колебания. В теории метода принимается, что торцевая поверхность кварца движется подобно поршню, совершающему возвратно-поступательное движение. Это предположение точнее соответствует истинному распределению смещений по торцевой поверхности, если кварц срезан под углом 8°31' к оси OY, при сохранении ориентации относительно оси OX [7]. В наших экспериментах, как было сказано выше, кристалл пьезокварца соответствует этой геометрии.

Для резонансного возбуждения продольных колебаний в осцилляторе необходимо, чтобы по длине образца укладывалось целое число полуволн. Кристалл пьезокварца работал на первой гармонике, т.е. на всей длине кварца устанавливалась лишь одна полуволна $(\lambda/2)$. Во время резонанса в кварце и в кремнии образуется стоячая ультразвуковая волна таким образом, что в центре кварца и кремния имеется узел, а по краям - пучности.

Кремниевый стержень вырезан таким образом, что он прикрепляется к кварцу поверхностью $(1\bar{1}0)$. Таким образом, межплоскостные расстояния отражающих плоскостей $(1\bar{1}0)$ постепенно изменяются с продвижением от центра к краям, т.е. имеется градиент межплоскостных расстояний.

Эксперимент проводился следующим образом. Лентообразный пучок рентгеновских лучей после прохождения системы щелей падал на асимметричный монохроматор, после чего узкий параллельный пучок падал на торцевую поверхность кремниевого стержня (рис.2).

После дифракции в кристалле дифрагированные пучки падали на детектор, интенсивность пучков регистрировалась интенсиметром и самописцем. Снимались кривые качания дифрагированных пучков. Вследствие близости пучков 2 и 3, одновременная регистрация этих пучков в условиях эксперимента невозможна. Поэтому сначала регистрировались кривые качания пучков 1 и 3, а потом - пучков 1 и 2, и после этого они сравнивались друг с другом. Сначала снимались кривые качания пучков 1, 2 и 3 без возбуждения ультразвуковых волн в системе кварц-кремний. Кривые качания пучков 1, 2 и 3, соответствующие этому случаю, приведены на рис.3. Видно, что максимумы кривых качаний пучков 1 и 2 отклонены на 2,5 угловые секунды относительно максимума кривой качания пучка 3. Затем включался ультразвуковой генератор и система приводилась в резонансное состояние. Далее снимались кривые кача   чков при разных значениях амплитуды подаваемого сигнала.

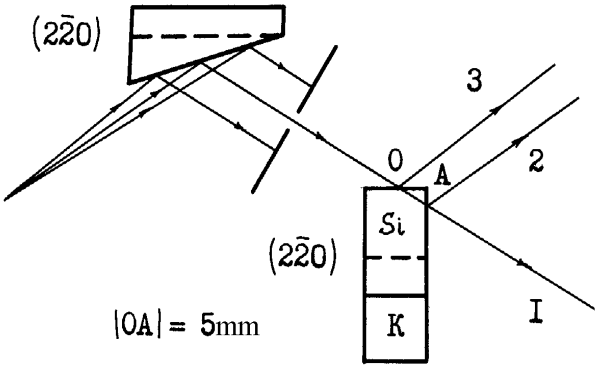


Рис.2. Схема эксперимента.

В резонансном состоянии с увеличением амплитуды ультразвука интенсивности пучков 1,2 и 3 уменьшаются, полуширина кривых качаний увеличивается, а смещение между максимумами кривых качаний брэгговского и лауэвских компонент не изменяется. Например, при амплитуде ультразвука U = 7В для пучка 3 полуширина кривой качания δ_3=5,6'', I_{3max}=5,8х10^3 имп/с. Для пучков 1 и 2 $\delta_{1,2}$ = 5,0'', $I_{1,2\ max}$ = 5,2х10^2 имп/с и смещение максимумов этих пучков от максимума пучка 3 составляет Δ = 2,5" (рис.3). В случае U = 12В для пучка [illegible] $_{max}$ = 2,9х10^3 имп/с, для пучков 1 и 2 $\delta_{1,2}$ = 8,0"; $I_{1,2\ max}$ = 3,4х10^2 имп/с и [illegible] Результаты эксперимента [illegible]ведены в табл.1, где $\delta_{1,2}$ и δ_3 - полуширины кривых качания лауэвских и брэгговского отражений, соответственно; Δ - смещение между максимумами кривых качания брэгговского и лауэвского отражений.

При значениях амплитуд, соответствующих напряжениям $U \geq$ 15 В, кривые качания пучка 3 расщепляются: кривая качания брэгговски отраженного пучка имеет два максимума одинаковой интенсивности (рис.4), а интенсивности пучков 1 и 2 настолько уменьшаются, что их регистрация становится невозможной. Отметим также, что кривая качания 3 симметрична относительно точки минимума в области расщепления, а расстояние между максимумами увеличивается с увеличением U.

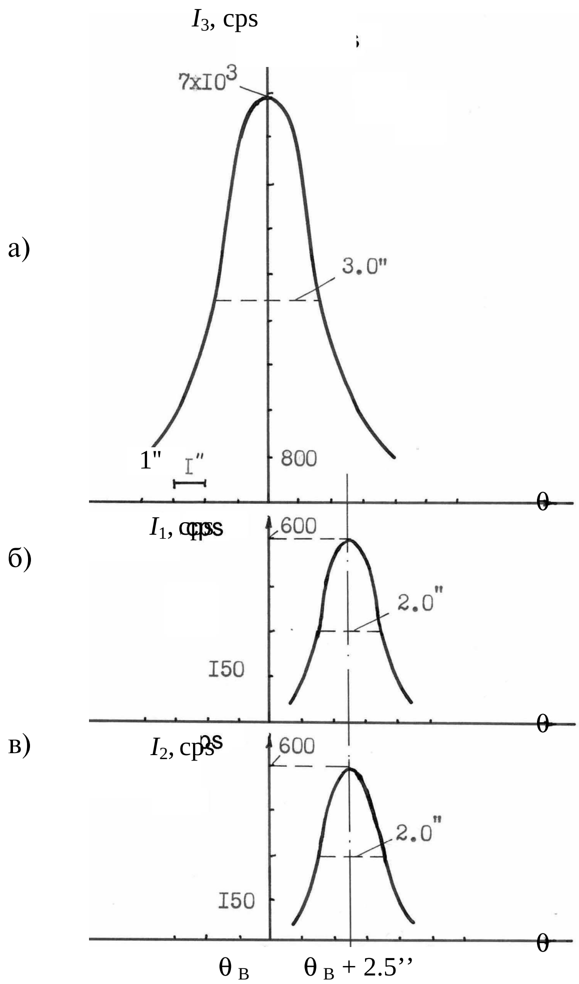


Рис.3. Кривые качания пучков 1,2 и 3: а) – брэгговское отражение; б) и в) лауэвские отражения; (в – исправленный угол Брэгга.

Табл.1. Зависимость интенсивности, полуширины
и смещений пучков от амплитуды ультразвука.

U (В)	$\delta_{1,2}$(с)	δ_3(с)	Δ(с)	$I_{1,2max}$ (cps)	I_{3max} (cps)
0	2,0	3,0	2,5	6x10^2	7x10^3
7	5,0	5,6	2,5	5,2x10^2	5,8x10^3
10	5,7	7,0	2,5	4(10^2	4,3x10^3
12	8	8,1	2,5	3,4(10^2	2,9x10^3
15	–	20	–	–	2,5x10^3

Результаты полученных экспериментов объяснить в пределах динамической теории оказалось невозможным. Было сделано предположение, что под влиянием внешнего воздействия (ультразвук) изотропный кристалл становится в оптическом отношении искусственно анизотропным (явление, хорошо известное в оптике), подобным одноосному кристаллу с оптической осью вдоль направления приложенного внешнего воздействия, являющегося осью симметрии. На основании этого предположения попытаемся объяснить поведение кривых качаний пучков 1, 2 и 3. Согласно динамической теории, угол Брэгга брэгговски- $\chi_0 / 2\sin 2\theta$, отраж χ_0 енного пучка 3 отклонен от кинематического угла Брэгга на где - общая нулевая Фурье-компонента поляризуе $\chi_{0\sigma} / 2\sin 2\theta$ мос $\chi_{0\pi} / 2\sin 2\theta$ ти для волн π- и σ-поляризаций. При наличии анизотропии имеем и для σ- и π-поляризаций, соответственно. Пока чувствительность опыта не позволяет различить эти максимумы, явление проявляется расширением кривых качаний, а начиная с определенных значений амплитуды ультразвука максимумы кривых качаний разделяются, давая для каждой поляризации соответствующее положение максимума. На рис.5 приведена экспериментально полученная зависимость ширины кривой качания от амплитуды ультразвук.Рис.4. Кривая качания пучка

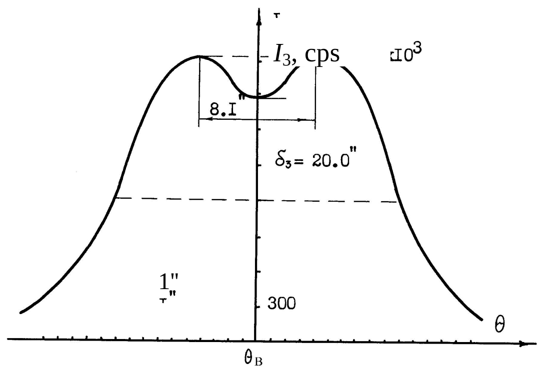


Рис.4. Кривая качания пучка 3 при U= 15 В.

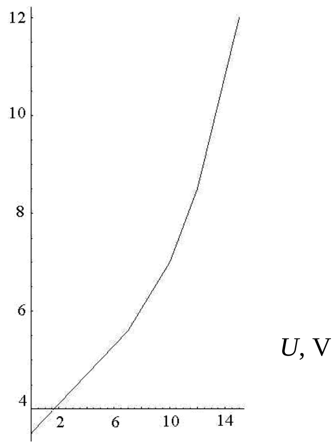


Рис.5. Зависимость ширины кривой качания брэгговски отраженного пучка 3 от амплитуды ультразвука.

Как и в оптике, при воздействии электрического поля (эффект Керра), эта зависимость приблизительно представляется параболой. Что касается пучков, выходящих из торцевой поверхности кристалла, то в результате полного поглощения π-поляризации они будут только σ-поляризованы и их кривые качания, оставаясь в том же угловом положении, просто расширяются, т.е. у них то же поведение, что и у кривой качания брэгговски-отраженного пучка 3. Отсюда можно сделать вывод, что невозможно было обеспечить точное распространение ультразвука вдоль оси кристалла, вследствие чего ось анизотропии составляла некоторый угол с осью кристалла. Следовательно, в каждом из пучков, выходящих из торцевой поверхности, одновременно присутствуют два σ-поляризованных пучка, которые образуются от σ- и π-составляющих падающего пучка. Разрешающая способность опыта не позволяла на кривых качания обнаружить максимумы этих пучков по отдельности, однако увеличение полуширин кривых качаний пучков 1 и 2 подтверждает это предположение. Обобщая результаты вышеприведенных исследований, приходим к следующим выводам:

1. При сочетаниях брэгг-лауэвских геометрий отражений, когда на кристалл падает плоская волна, качание кристалла приводит к возникновению трех пучков. Между максимумами кривых качаний этих компонент существует угловое отклонение ≈ 2,5". Лауэвские компоненты возникают вследствие малости коэффициента поглощения в окрестности точки $p = +1$ и только σ-поляризованы.

2. В кристалле кривые качания брэгг-лауэвских отражений уширяются, а их максимальные значения уменьшаются, и тем больше, чем больше амплитуда ультразвуковых колебаний.

3. Начиная с некоторых больших значений амплитуды ультразвуковых колебаний, наблюдается расщепление кривой качания брэгговски-отраженного пучка и она имеет два максимума одинаковой интенсивности.

4. В резонансном состоянии в системе кварц(кремний ультразвуковая волна создает в кремнии градиент межплоскостного расстояния отражающих плоскостей $(1\bar{1}0)$, который приводит к почти таким же результатам, что и при температурном градиенте.

ЛИТЕРАТУРА

1. **G.Borrmann, G.Hildebrandt, H.Wagner**. Z. Physik, **142**, 406 (1955).
2. **H.Wagner.** Z. Physik, **146**, 127 (1956).
3. **M. von Laue**. Rontgenstrahlinterferenzen. Frankfurt /M., 1960.
4. **A.Authier**. Le Journal de Physique et le Radium, **23**, 961 (1962).
5. **G.J.Wagh**. Phys. Letters A, **121**, 45 (1987).
6. **Л.Г.Гаспарян, В.П.Мкртчян, А.Г.Григорян, М.К.Балян, С.А.Валасанян**. Изв. НАН Армении, Физика, **34**, 162 (1999).
7. **G.Thorkidsen, H.B.Larsen**. Acta Cryst., **A54**, 416 (1998); ibid, **A55**, 1 (1999).
8. **E.Zolotoyabko, B.Sander**. Acta Cryst., **A51**, 163 (1995).
9. **E.M.Iolin**. Acta Cryst., **A51**, 897 (1995).
10. **K.D.Liss, A.Magerl, A.Rehof, R.Hock**. Acta Cryst., **A53**, 181 (1997).
11. **M.Hecker, W.Pitschke, D.Tietjen, C.M.Schneider**. Thin Solid Films, **411**, 234 (2002).
12. **Л.Г.Гаспарян, В.П.Мкртчян, М.К.Балян, А.Г.Григорян**. Изв. НАН Армении, Физика, **41**, 374 (2006).
13. **В.К.Мирзоян, Т.Г.Довлатян, П.В.Мирзоян**. Поверхность, **9**, 80 (2002).

ԳԵՐՁԱՅՆԱՅԻՆ ԱՐՀԵՍՏԱԿԱՆ ԱՆԻԶՈՏՐՈՊԻԱՆ ԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ ՌԵՆՏԳԵՆՅԱՆ ՀԱՃԱԽՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ՏԻՐՈՒՅԹՈՒՄ

Լ.Գ. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ, Վ.Պ. ՄԿՐՏՉՅԱՆ, Մ.Կ. ԲԱԼՅԱՆ, Հ.Ս. ՄԵԼՔՈՆՅԱՆ

Ռենտգենյան ճառագայթների հաճախությունների տիրույթում փորձնականորեն հայտնաբերված է գերձայնային արհեստական անիզոտրոպիան բյուրեղներում և փորձ է կատարված տեսականորեն բացատրել այդ երևույթը բրեգ-լաուեյան դիֆրակցիայի դեպքում: Փորձնականորեն հաստատված է, որ իզոտրոպ բյուրեղը գերձայնի առկայության դեպքում արհեստականորեն դառնում է օպտիկապես անիզոտրոպ միառանցքանի բյուրեղ, որի օպտիկական առանցքի ուղղությունը համնկնում է կիրառված արտաքին ազդեցության ուղղության հետ, որն էլ հանդիսանում է բյուրեղի սիմետրիայի առանցքը:

ULTRASOUND ARTIFICIAL ANISOTROPY OF CRYSTALS IN THE RANGE OF X-RAY FREQUENCIES

L.G. GASPARYAN, V.P. MKRTCHYAN, M.K. BALYAN, A.S. MELKONYAN

The phenomenon of ultrasound artificial anisotropy in crystals is revealed in the range of X-ray frequencies, and an attempt is made to give a theoretical explanation of this phenomenon in the case of the Bragg–Laue diffraction. It is established that an isotropic crystal optically becomes artificially anisotropic like an uniaxial crystal with the optical axis along the direction of an applied external action as a symmetry axis, which leads to the birefringence.

Известия НАН Армении, Физика, т.42, №4, с.250-257 (2007)

УДК 551.594

ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОАКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ОБЛАЧНОЙ АТМОСФЕРЕ

А.Г. БАГДОЕВ, А.В. ШЕКОЯН

Институт механики НАН Армении, Ереван

(Поступила в редакцию 10 ноября 2006 г.)

Получена общая система уравнений для движения смеси слабо заряженного газа и заряженной капельной жидкости. При расчете учтены конденсация паров на каплях, процесс электризации газа и капель, а также коагуляция капель.

1. Введение

К настоящему времени опубликовано много статей и монографий, описывающих электрические процессы в атмосфере, в том числе в облаках и туманах [1-15]. Электрические процессы в облаках можно разделить на две части – электризация отдельных капель и электрические процессы в облаке в целом. Существенны также процессы, происходящие в атмосфере, в результате которых даже в безоблачной атмосфере существует электрическое поле. Кроме того, в воздухе из-за различных процессов существуют свободные заряды. Таким образом, воздух можно считать слабо ионизированным газом.

Наблюдения показывают, что в воздухе всегда есть вертикальное движение вверх со скоростью u, в том числе и в облаке. В результате этого к капле прилипают ионы воздуха различными механизмами. Один из этих механизмов описан в работах [1,2], иногда его называют диффузионным. Согласно [1], изменение во времени заряда капли равно разности положительных и отрицательных токов на капле. Диффузионный способ прилипания ионов к каплям справедлив до тех пор, пока скорость падения капли меньше скорости дрейфа ионов, то есть реализуется неравенство [5-8] $\mathrm{v}_k < \mu_{1,2}E$, где $\mu_{1,2}$ – подвижность ионов, индекс 1 соответствует положительным, а 2 – отрицательным ионам, v_k – скорость движения капли, а E – напряженность электрического поля. Когда осуществляется обратное неравенсто $\mathrm{v}_k > \mu_{1,2}E$, то под влиянием электрического поля капли поляризуются и происходит селективная абсорбция ионов воздуха [3,4]. Тогда заряд капли Q определяется по формуле

$$Q = a_0 r^2 E , \qquad (1)$$

где a_0 – некоторая постоянная, r – радиус больших капель.

В работах [8-10] приведены формулы, обобщающие эти два механизма. Изменение заряда капли определяется следующим уравнением:

$$\frac{dQ}{dt} = \beta_1\left(Q, \mathbf{E}, T, \ldots\right) - \beta_2\left(Q, \mathbf{E}, T, \ldots\right), \tag{2}$$

где

$$\beta_{1,2} = I_{1,2}\left(1 + \frac{\eta}{4\pi n_{1,2} e \mu_{1,2}} I_{1,2}\right), \tag{3}$$

$$I_{1,2} = Q\frac{\exp\left(\mp Q/2Q_T\right)}{2\,\mathrm{sh}\left(Q/2Q_T\right)} 4\pi n_{1,2} e \mu_{1,2}, \tag{4}$$

$Q_T = Tr/e, T$ – температура газа, e – элементарный заряд, $n_{1,2}$ – концентрация положительных и отрицательных ионов в газе, $\eta = Er^2/Q_T$. Можно показать, что при $\eta \ll 1$ уравнение (2) переходит в уравнение диффузионной зарядки капли, а при $\eta \gg 1$ из (2) получается (1).

В [11], исходя из физических представлений, приведено общее уравнение зарядки для одной капли

$$\frac{dQ}{dt} = e\int_s \mathbf{f} d\mathbf{s}, \tag{5}$$

где

$$\mathrm{div}\,\mathbf{f} = \frac{\partial n}{\partial t},$$

$\mathbf{f}$ – вектор плотности потока ионов на капле, s – поверхность капли, $n = n_1 + n_2$ – полная концентрация ионов в воздухе, причем n_1 – положительных, а n_2 – отрицательных, V – объем капли. Теперь (5) дает

$$\frac{dQ}{dt} = e\int_V \frac{\partial n}{\partial t} dV. \tag{6}$$

Ниже будет показано, что из (6), как частный случай можно получить формулы селективного и диффузионного механизмов зарядки капель.

Известно, что электризация капель зависит от их радиуса, а этот радиус изменяется из-за конденсации и коагуляции, причем последняя существенно влияет также и на изменения заряда капли. При коагуляции часто маленькие капли, сталкиваясь с большими, отдают полностью (при слиянии) или частично заряд большим каплям, таким образом увеличивая заряд и радиус больших капель. Следовательно, следует учесть при зарядке облака также коагуляцию.

В работах [6,7,12] указано, что при замерзании больших капель на них появляются заряды, которые также могут иметь существенное значение при электризации капель. Согласно [12], заряд замерзающей большой капли определяется формулой

$$Q_3 = am, \tag{7}$$

где a – коэффициент, зависящий от температуры замерзания, содержания в капле примесей и средних долей льда в капле, m – масса капли.

Из анализа вышесказанного следует, что при электризации существенна величина радиуса капель. На увеличение радиуса существенно влияет конденсация, поэтому следует учесть также конденсацию паров на капле.

Из-за различных процессов в облаке происходит разделение зарядов, которому способствуют внешнее электрическое поле, разная подвижность заряженных капель и ионов, вынос заряженных атомов и капель из облаков конвективным движением и другие процессы. В качестве препятствующих факторов можно указать возникновение токов, турбулентное движение и другие факторы. Эти явления описаны в монографиях [5-7]. Представляется важным указать на существование многослойной структуры электрического поля в облаке, а также на мелкомасштабные ячейки с большим электрическим зарядом. Последние быстро восстанавливают свое электрическое поле после молнии [5,13]. Интересное объяснение пытается дать этому эффекту автор статьи [13], предполагая о существовании неустойчивостей, в частности, пучковой неустойчивости, приводящей в определенных условиях к отрицательной дифференциальной электропроводности. Однако в этой работе не учитывается много других факторов, действующих в облаках, например, коагуляция, конденсация.

Общим недостатком всех цитируемых работ является раздельное рассмотрение всевозможных механизмов и ситуаций, тогда как в реальных случаях в природе все они существуют одновременно, взаимосвязанно. Нет общей системы уравнений, описывающих все факторы и взаимовлияние различных процессов при образовании, электризации и развитии облаков.

Таким образом, наша цель – записать общую систему уравнений, описывающих движение смеси газа и капель с учетом различных процессов в облаках: конденсации паров на каплях, коагуляции капель, электризации капель и газа, вязкость газа, что является основной задачей настояшей работы.

2. Основные уравнения

Рассмотрим смесь газ–жидкость, причем будем считать, что газ является сплошной, слабо ионизированной средой. Здесь жидкость является капельной системой с различными размерами капель, висящей в воздухе. Там есть насыщенный и ненасыщенный пар, который конденсируется на каплях. Сами капли частично замерзающие. Кроме диффузионного движения, есть также направленное движение газа. В результате этого движения, капли увлекаются воздушным потоком, но имеют скорость движения, отличную от скорости газа [11]. Капли бывают большие и маленькие, при этом большие капли под влиянием притяжения Земли совершают также вертикальное движение, двигаясь к земной поверхности.

В результате движения ионизированного воздуха капли ионизируются. Капли при коагуляции обмениваются зарядами. Они заряжаются также при замерзании.

Учитывая эти представления, уравнения, описывающие процессы, в том числе электрические, в облачной атмосфере можно представить в виде

$$\xi\rho_1 \frac{d_1\mathbf{v}_k}{dt} + (1-\xi)\rho_2 \frac{d_2\mathbf{v}_2}{dt} = -\Delta p + e(n_1 - n_2)\mathbf{E} + \left[\xi\rho_1 + (1-\xi)\rho_2\right]\mathbf{g} \ , \quad (8)$$

$$\frac{\partial\rho_2}{\partial t} + \operatorname{div}\rho_2\mathbf{v}_2 = 0 \, , \quad (9)$$

$$\frac{\partial\rho_n}{\partial t} + \operatorname{div}\rho_n\mathbf{v}_2 = -\sigma(\rho_n - \rho_s) + q \, , \quad (10)$$

$$c_p\rho_2 \frac{d_2T}{dt} = \frac{d_2p}{dt} + L\sigma(\rho_n - \rho_s) + U \ , \quad (11)$$

$$\frac{d_1r}{dt} = \frac{D}{r\rho_1}(\rho_n - \rho_s) + M + \frac{G_1}{r^2}\frac{d_1N}{dt} \, , \quad (12)$$

$$p = R\rho_2T \, , \quad (13)$$

$$\sigma = 4\pi(r_1N + rN_1)D \, , \quad (14)$$

$$\rho_1 \frac{d_1\mathbf{v}_k}{dt} = \frac{9\mu}{2r^2}(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_k) + \rho_2\frac{d_2\mathbf{v}_2}{dt} + \frac{1}{2}\rho_2\left(\frac{d_2\mathbf{v}_2}{dt} - \frac{d_1\mathbf{v}_k}{dt}\right) + \frac{3Q}{4\pi r^3}\mathbf{E} + \rho_1\mathbf{g} \, , \quad (15)$$

$$\frac{d_2n_{1,2}}{dt} + \operatorname{div}\left(\pm n_{1,2}\mu_{1,2}\mathbf{E} - D_{1,2}\operatorname{grad}n_{1,2}\right) = -\beta n_1n_2 + \varphi_0 - \frac{1}{e}\left(\frac{Nr_1^2}{r^2} + N_1\right)I_{1,2} \, , \quad (16)$$

$$\frac{d_1Q}{dt} = \left(\frac{d_1Q}{dt}\right)_1 + \left(\frac{d_1Q}{dt}\right)_{\text{coag}} + \left(\frac{d_1Q}{dt}\right)_{\text{freez}} \, , \quad (17)$$

$$\left(\frac{d_1Q}{dt}\right)_1 + Q\operatorname{div}\mathbf{v}_k = \frac{4\pi er^3}{3}\frac{\partial(n_1 - n_2)}{\partial t} \, , \quad (18)$$

$$\left(\frac{d_1Q}{dt}\right)_{\text{coag}} = KNq_c - KNBQ - 4\pi\sigma_1Q \, , \quad (19)$$

$$\left(\frac{d_1Q}{dt}\right)_{\text{freez}} = a\frac{dm}{dt} = 4\pi r^3\rho_1a\frac{d_1r}{dt} \, , \quad (20)$$

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = 4\pi\left[\varepsilon_1(Nq_1 + N_1Q) + (n_1 - n_2)e\right] , \quad (21)$$

$$\frac{d_1N}{dt} + N\operatorname{div}\mathbf{v}_k = KN^2 - GN \ , \quad (22)$$

$$K = \frac{1}{6\pi\mu}\left[-Qq_1\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r}\right) + g(4\pi)^2\rho_1(r - r_1)\frac{(r + r_1)^2}{3} + 4\pi u(r_1 + r)^2 + 4\pi(r_1 + r)^2E\left(\frac{Q}{r} - \frac{q_1}{r_1}\right)\right]. \quad (23)$$

В уравнениях (8)-(22) сделаны следующие обозначения: ξ – водность, ρ_1 и ρ_2 –

плотности жидкости и газа, g – ускорение силы тяжести, v_2 – скорость движения газа, ρ_s и ρ_n – плотности насыщенных и ненасыщенных паров, r и r_1 – радиусы больших и малых капель, D, D_1 и D_2 – коэффициенты диффузии пара, положительных и отрицательных ионов воздуха, N и N_1 – соответственно, концентрации маленьких и больших капель, t – время, p – давление в среде, μ – коэффициент динамической вязкости воздуха, Q – заряд большой капли, β – коэффициент рекомбинации ионов, φ_0 – коэффициент ионообразования, K – константа коагуляции, G – коэффициент коагуляции, G_1 – коэффициент, обусловливающий увеличение радиуса капель из-за коагуляции, B – доля заряда, передаваемая от больших капель к малым, σ_1 – электропроводность воздуха, q, U, M – источники пара и тепла, производства капель, определяемые из уравнений (8), (9) и (10) в невозмущенном состоянии, q_1 – заряд маленьких капель, ε_1 – диэлектрическая проницаемость жидкости, L – удельная теплота конденсации, R – газовая постоянная, c_p – теплоемкость, $d_1/dt = \partial/\partial t + v_k\nabla$, $d_2/dt = \partial/\partial t + v_2\nabla$.

Предполагается, что капли имеют шаровую форму, а ρ_n есть функция $\rho_n = \rho_n(T, Q, E, r)$ [15].

В кинетическом уравнении (22) в общем случае должен быть интеграл столкновений (см., например, [11,16]). Решать в таком виде кинетическое уравнение представляет значительную математическую трудность. Поэтому предполагается, что константа коагуляции постоянна [11,16]; тогда интеграл столкновений удается посчитать. Причем с учетом акустического поля правая часть примет вид, написанный в уравнении (18) [11,14].

Предполагается, что коагулируют многочисленные маленькие частицы на большие, причем $N \gg N_1$ и $N_1 = \text{const}$. Коагуляция существенно увеличивает радиус и заряд больших капель, а для маленьких капель эти изменения малы и можно считать их радиус и заряд постоянными. Тогда, подобно изложенному в [11], для K можно получить выражение (23), где учитываются кулоновское взаимодействие между каплями, электрические и гравитационные поля и направленное движение воздуха, а изменение заряда Q из-за коагуляции, следуя [5,17], записывается в виде (19).

Уравнение (18) получится из (6), если использовать теорему о среднем, вывести $\partial n/\partial t$ из-под знака интеграла и учесть шарообразную форму капли.

Из (18) видно, что подставляя из уравнений (16) $n_{1,2}$ в (18), можно получить уравнения для dQ/dt, где, кроме слагаемых в (2), есть также слагаемые, отсутствующие в нем.

Уравнение (20) получится из (7), если учесть шарообразную форму капель.

Уравнения (8) и (15) описывают движение капель и воздуха. Уравнения (9)-(14) написаны аналогично представленному в статье [14], с учетом электрических сил. Уравнения (16) показывают изменение количества положительных и отрицательных ионов в воздухе. В отличие от аналогичных уравнений из [2,8], здесь учтен тот факт, что к большим каплям из-за большой поверхности прилипает больше ионов, чем к маленьким, поэтому в уравнении (16), вместо значения концентрации капель у множителя $I_{1,2}$ в статьях [2,8], берется средняя по большим и малым каплям концентрация $(Nr_1^2 + N_1 r^2)/(r_1^2 + r^2) \approx Nr_1^2/r^2 + N_1$ $(r_1 \ll r)$.

3. Линеаризованная система и дисперсионное уравнение

Исследование ограничивается одномерным приближением, считается, что есть только вертикальное движение, т.е. предполагается $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$. Все величины представляются в виде $\mathrm{v}_k = \mathrm{v}_{0k} + \mathrm{v}'_{kk}$, где v_{0k} – невозмущенная величина, а штрихованная – возмущения, причем малые, так что можно ограничиться линейным приближением. Невозмущенные величины определяются из системы уравнений нулевого приближения, которая получится из (8)-(22), если положить $\partial/\partial t = \partial/\partial x = \partial/\partial y = \partial/\partial z = 0$. Для простоты записи в дальнейшем при всех возмущениях опустим штрихи.

Итак, получается следующая система линейных уравнений:

$$\xi\rho_1\left(\frac{\partial \mathrm{v}_k}{\partial t} + \mathrm{v}_{k0}\frac{\partial \mathrm{v}_k}{\partial x}\right) + (1-\xi)\rho_{02}\left(\frac{\partial \mathrm{v}_2}{\partial t} + \mathrm{v}_{02}\frac{\partial \mathrm{v}_2}{\partial x}\right) = \\ = -\frac{\partial p}{\partial x} + (n_{10} - n_{20})E + (n_1 - n_2)E_0 + (1-\xi)\rho_2 g, \tag{24}$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \mathrm{v}_{20}\frac{\partial \rho_2}{\partial x} + \rho_{20}\frac{\partial \mathrm{v}_2}{\partial x} = 0, \tag{25}$$

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \mathrm{v}_2\frac{\partial \rho_n}{\partial x} + \rho_{0n}\frac{\partial \mathrm{v}_2}{\partial x} = -4\pi D\left[(r_1 N + rN_1)(\rho_{0n} - \rho_{0s}) + (\rho_n - \rho_s)(r_1 N_0 + r_0 N_1)\right], \tag{26}$$

$$c_p\rho_{20}\left(\frac{\partial T}{\partial t} + \mathrm{v}_{20}\frac{\partial T}{\partial x}\right) = \frac{\partial p}{\partial t} + \mathrm{v}_{20}\frac{\partial p}{\partial x} + \\ + 4\pi DL\left[(r_1 N + rN_1)(\rho_{0n} - \rho_{0s}) + (\rho_n - \rho_s)(r_1 N_0 + r_0 N_1)\right], \tag{27}$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} + \mathrm{v}_{k0}\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{D}{r_0\rho_1}\left[\rho_n - \rho_s - \frac{r}{r_0}(\rho_{0n} - \rho_{0s})\right] + \frac{G_1}{r_0^2}\left(\frac{\partial N}{\partial t} + \mathrm{v}_{k0}\frac{\partial N}{\partial x}\right), \tag{28}$$

$$\sigma = 4\pi D(r_1 N + r_0 N_1), \tag{29}$$

$$\rho_1\left(\frac{\partial \mathrm{v}_k}{\partial t} + \mathrm{v}_{k0}\frac{\partial \mathrm{v}_k}{\partial x}\right) = \frac{9\mu}{2r_0^2}\left[-\frac{2r}{r_0}(\mathrm{v}_{20} - \mathrm{v}_{k0}) + \mathrm{v}_2 - \mathrm{v}_k\right] + \\ + \frac{3}{2}\rho_{20}\left(\frac{\partial \mathrm{v}_2}{\partial t} + \mathrm{v}_{20}\frac{\partial \mathrm{v}_2}{\partial x}\right) - \frac{1}{2}\rho_{20}\left(\frac{\partial \mathrm{v}_k}{\partial t} + \mathrm{v}_{k0}\frac{\partial \mathrm{v}_k}{\partial x}\right) + \frac{3}{4\pi r_0^3}\left(-\frac{3rQ_0E_0}{r_0} + QE_0 + Q_0E\right), \tag{30}$$

$$\frac{\partial n_{1,2}}{\partial t} + \mathrm{v}_{20}\frac{\partial n_{1,2}}{\partial x} \mp \mu_{1,2}\left(n_{10,20}\frac{\partial E}{\partial x} + E_0\frac{\partial n_{1,2}}{\partial x}\right) - D_{1,2}\frac{\partial^2 n_{1,2}}{\partial x^2} = \\ = -\beta(n_{10}n_2 + n_1 n_{20}) + \mu_{1,2}\frac{4\pi}{e}\left[n_{10,20}\frac{T_0 r_1^2}{r_0}\left(N' - \frac{2N_0 r}{r_0}\right) + \right. \\ \left. + \left(\frac{r_1^2}{r_0^2}N_0 + N_1\right)(n_{10,20}T_0 r + n_{10,20}r_0 T + r_0 T_0 n_{1,2})\right], \tag{31}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t}+\mathrm{v}_{k0}\frac{\partial Q}{\partial x}=-Q_0\frac{\partial \mathrm{v}_k}{\partial x}+\frac{4\pi e}{3}r_0^3\Bigg[\frac{\partial\left(n_1-n_2\right)}{\partial t}+$$

$$+\left(q_{\mathrm{av}}-B_3Q_0\right)K_0N-Q\left(N_0B_3K_0+4\pi\sigma_1\right)+4\pi a\rho_1 r_0^2\left(\frac{\partial r}{\partial t}+\mathrm{v}_{k0}\frac{\partial r}{\partial x}\right), \tag{32}$$

$$\frac{\partial N}{\partial t}+\mathrm{v}_{k0}\frac{\partial N}{\partial x}=-K_0N_0N-\frac{1}{2}N_0^2-G\left(N_0+N\right)-N_0\frac{\partial \mathrm{v}_k}{\partial x}=$$

$$=-2K_0N_0N-GN-N_0\frac{\partial \mathrm{v}_k}{\partial x}, \tag{33}$$

$$\frac{\partial E}{\partial x}=4\pi\left[\varepsilon_1\left(N_0+N\right)q_1+N_1\left(Q_0+Q\right)+\left(n_{10}-n_{20}\right)e+\left(n_1-n_2\right)e\right]=$$

$$=4\pi\left[q_1\varepsilon_1N+N_1Q+\left(n_1-n_2\right)e\right]. \tag{34}$$

Функция $\rho_s(T,r,Q,E)$ разлагается в ряд по возмущениям:

$$\rho_s=\frac{\partial\rho_s}{\partial T_0}T+\frac{\partial\rho_s}{\partial r_0}r+\frac{\partial\rho_s}{\partial Q_0}Q+\frac{\partial\rho_s}{\partial E_0}E\ .$$

В выражении (4) принято [13] $Q/2Q_T \ll 1$, тогда

$$\exp\left(\mp\frac{Q}{2Q_T}\right)\approx 1,\quad \mathrm{sh}\left(\frac{Q}{2Q_T}\right)\approx\frac{Q}{2Q_T}.$$

Решение уравнений системы (20)-(30) ищется в виде $A_j\exp\left[i(kx-\omega t)\right]$, где A_j – постоянные амплитуды всех параметров. После подстановки их в уравнения получится система алгебраических уравнений для амплитуд. Приравнивая нулю их детерминант, имеющий двенадцатый порядок, получаем дисперсионное уравнение, дающее связь между k и ω. Изучение детерминанта двенадцатого порядка ввиду его громоздкости представит предмет отдельной статьи.

Таким образом, в данной работе впервые выведена система нелинейных уравнений, описывающая движение и электризацию облачной атмосферы с учетом всех известных физических процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Г.Ф.Друкарев**. Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., **8**, 330 (1944).
2. **Г.Ф.Друкарев**. Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., **9**, 94 (1945).
3. **C.T.Wilson**. J. Franklin Inst., №1, 1 (1929).
4. **F.Y.Whipple, J.A.Chalmers**. Quart. J. Roy. Meteor. Soc., **70**, 103 (1944).
5. **И.М.Имянитов, Е.В.Чубарина, Я.М.Шварц**. Электричество облаков. Л., Гидрометеоиздат, 1971.
6. **Н.В.Красногорская**. Электричество нижних слоев атмосферы и методы его измерения. Л., Гидрометеоиздат, 1972.
7. **Б.Дж.Мейсон**. Физика облаков. Л., Гидрометеоиздат, 1961.
8. **С.М.Анисимов, Е.А.Мареев, А.Е.Сорокин, Н.Н.Шихова, Э.М.Дмитриев**. Изв. РАН, Физика атмосферы и океана, **39**, 58 (2003).
9. **B.Y.Liu, A.Kapadia**. J. Aerosol Sci., **9**, 227 (1978).
10. **J.D.Klett**. J. Atmospheric Sci., **28**, 78 (1971).

11. **И.П.Верещагин, В.И.Левитов, Г.З.Мирзабекян, М.М.Пашин**. Основы электрогазодинамики дисперсных систем. М., Энергия, 1974.
12. **А.Х.Аджиев, А.В.Шаповалов**. Труды ВГИ, Физика облаков и активное воздействия на градовые процессы. М., Гидрометеоиздат, вып. **83**, 3 (1991).
13. **В.Ю.Трахенгерц**. ДАН СССР, **308**, 584 (1989).
14. **А.Г.Багдоев, А.В.Шекоян**. Изв. НАН Армении, Физика, **38**, 247 (2003).
15. **С.Н.Нетреба**. Изв. АН СССР, Физика атмосферы и океана, **34,** 817 (1988).
16. **А.Х.Хргиян**. Физика атмосферы. Л., Гидрометеоиздат, 1969.
17. **G.Frier**. Monthly Weather Rep., **95**, 843 (1967).

ԱՄՊԱՅԻՆ ՄԹՆՈԼՈՐՏՈՒՄ ԷԼԵԿՏՐԱՁԱՅՆԱՅԻՆ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

Ա.Գ. ԲԱԳԴՈԵՎ, Ա.Վ. ՇԵԿՈՅԱՆ

Գրված են թույլ էլեկտրականացված գազի շարժման ընդհանուր հավասարումները, երբ գազը պարունակում է լիցքավորված հեղուկի կաթիլային համակարգ: Հավասարումներում հաշվի են առնված գոլորշու կոնդեսացումը կաթիլների վրա, գազի և կաթիլների էլեկտրականացման պրոցեսը, կաթիլների կոագուլյացիան:

THEORY OF ELECTROACOUSTIC WAVES IN CLOUD ATMOSPHERE

A.G. BAGDOEV, A.V. SHEKOYAN

A general system of equations for motion of a weakly charged gas mixture with a charged drop system is obtained. In calculations the condensation of vapors on drops, the process of electrization of gas and drops, and the coagulation of drops are taken into account.

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

В журнале печатаются статьи и краткие сообщения по всем разделам современной физики на русском и армянском языках. Редакция просит авторов при направлении статей придерживаться следующих правил.

1. Статьи, поступающие в редакцию, должны иметь направление от учреждения, в котором выполнена работа, а также акт экспертизы. Название учреждения приводится перед текстом статьи после фамилий авторов.

2. Объем каждой статьи не должен превышать 10 страниц, включая рисунки. Работы необходимо представлять в двух экземплярах, отпечатанных на принтере через 2 интервала. При наборе следует использовать редактор MS Word.

3. Тексту каждой статьи предшествует индекс УДК, проставленный в левом верхнем углу. Непосредственно перед текстом статьи или краткого сообщения после заглавия помещается аннотация. К работам, представленным на русском языке, должны быть приложены резюме на армянском и английском языках. Необходимо обратить особое внимание на качество аннотации на английском языке, так как одновременно с русским вариантом в издательстве Allerton Press публикуется английский перевод журнала.

4. Следует ограничиваться минимальным количеством рисунков и фотографий. Их размеры не должны превышать 10×15 см. Они должны быть представлены в двух экземплярах, на обороте рисунков необходимо указать фамилии авторов, название статьи и номер рисунка. Подписи к рисункам должны быть собраны на отдельном листе. В электронной версии статьи рисунки необходимо отделить от текста и записать отдельными файлами.

5. В тексте статьи и на рисунках латинские символы следует приводить курсивом, а греческие – прямо. Векторы обозначаются жирным шрифтом, без стрелок. В индексах символов необходимо использовать английские обозначения.

6. Цитируемая литература должна даваться общим списком в конце статьи. В тексте ссылка приводится цифрой в прямых скобках в порядке упоминания в статье. В списке литературы необходимо указать: для книг – инициалы и фамилию автора, название книги, место издания, издательство, год издания; для периодических изданий – инициалы и фамилию автора, название журнала, том, номер выпуска, первую страницу и год издания.

7. Статья должна быть подписана всеми авторами. Необходимо также приложить точный адрес, фамилию, имя, отчество автора и адрес учреждения, где выполнена работа.

8. В случае возвращения автору его рукописи для доработки датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

9. Редакция посылает автору одну корректуру. Корректура с подписью автора и датой ее подписания должна быть выслана в редакцию в течение суток с момента ее получения.

Статьи, в которых не соблюдены указанные правила, к рассмотрению приниматься не будут.

Адрес редакции "Известий НАН Армении, Физика": Республика Армения, 375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24-г. Тел. 56-80-67.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

CONTENTS

СОДЕРЖАНИЕ

Тираж 150. Сдано в набор 17.04.2007.
Подписано к печати 30.04.2007. Печ. л. 4,25.
Бумага офсетная. Цена договорная.
Типография НАН РА.
375019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24.