

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳՐԱՌԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ  
 АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր  
 Д О К Л А Д Ы

LXXI, № 5

1980

Խմբագրական կոլեգիա

Գ. Ա. ԱՐՋՈՒՄԱՆՅԱՆ, անհն. գիտ. բնկեն-  
 ծու (պատ. Գործուղար), Է. Գ. ԱՅԻՒԿՅԱՆ,  
 ՀՍՍՀ ԳԱ բրաբերից-անդամ, Ա. Ք. ԲԱԲԱ-  
 ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Հ. Խ. ԲՈՒՐ-  
 ԳԱԲՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա.  
 ՔԱՍԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բրաբերից-անդամ,  
 Վ. Մ. ՔՍՈՒՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բրաբերից-ան-  
 ղամ, Վ. Հ. ՀԱՄԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս,  
 Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս  
 (պատ. խմբագրի տեղակալ), Հ. Գ. ՄԱՂԱՔ-  
 ՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Դ. ՆԱԶԱՐՈՎ,  
 ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագրի),  
 Գ. Ս. ՍԱՀԱԿՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բրաբերից-անդամ,  
 Օ. Մ. ՍԱԳՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ բրաբերից-  
 անդամ, Մ. Լ. ՏԻՐ-ՄԻՇԱԳՆԻԱՆ, ՀՍՍՀ  
 ԳԱ բրաբերից-անդամ, Վ. Բ. ՆԱՆԱՐՋՅԱՆ,  
 ՀՍՍՀ ԳԱ բրաբերից-անդամ

Редакционная коллегия

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Г. А.  
 АРЗУМАНЯН, канд. техн. наук (отв.  
 секретарь), Э. Г. АФРИКЯН, чл.-корр.  
 АН АрмССР, А. Т. БАБАЯН, академик  
 АН АрмССР, Г. Х. БУНЯТЯН, акаде-  
 мик АН АрмССР, В. О. ԿԱԶԱՐՅԱՆ, ака-  
 демик АН АрмССР (зам. отв. редактора),  
 И. Г. МАГАКЬЯН, академик АН Арм  
 ССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН  
 АрмССР (отв. редактор), Г. С. СААКЯН,  
 чл.-корр. АН АрмССР, О. М. САПОН-  
 ДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТА-  
 ЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М.  
 ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л.  
 ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР,  
 В. В. ФАНАРДЖЯН, чл.-корр. АН  
 АрмССР.

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳՐԱՌԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

67

ՄԱՔԵՄԱՏԻԿԱ

Վ. Ա. Ղազարյան—*L.P.(t.s)*,  $1 < p < \infty$  տարածություններում հոսանքային փոփոխական սխեմաների գումարումը Արեւի մեթոդով . . . . . 257

Վ. Ա. Քարեց—Նեանիկայի տեսությունը փակ բազմություններում հոլոմորֆ կորերի համար . . . . . 263

Ս. Կ. Ռուբանովիչ—Ֆյուլդերի կշռով տարածություններ և պսևդոդիֆերենցիալ օպերատորները . . . . . 267

Յու. Գ. Գալստյան, Լ. Հ. Հովհաննիսյան—Անկյունային կետեր ունեցող տիրույթներում բոս հոդորգիստների ցանցի խառցումը գիշերակցիայի խնդրի լուծման մամանակ . . . . . 275

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱՔԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Ա. Քարապետյան—Իտերատիվ ագրեգացման ընդհանուր պրոցեսների զուգամիտման մասին . . . . . 282

ՆԻՉԻԿԱ

Կ. Յու. Կրյուչկով, Յու. Գ. Մալախյան—Ատոմի թվաթվերի քանակական մակարդակների ազդեցության շեղումը . . . . . 286

ԲԻՈՏԻՄԻԱ

Ս. Կ. Կառապետյան, Գ. Հ. Ռաֆիկյան, Ա. Ա. Սյւմոնյան, Վ. Ա. Գաբրիելյան—Լակտոպերիտի բուսականության ազդեցության կանոնադրման մի քանի առանձնահատկությունները Երևանյան հովիտի, լեզհարն ցեղի 288 կրասի աջադաշտերի և դրանց հիբրիդների հյուսվածքներում . . . . . 290

ԲՈՒՏԱՆԵՐԻ ՆԻՉԻՈՒՈՅԻԱ

Վ. Հ. Ղազարյան, Վ. Ա. Գալստյան, Ա. Ա. Յիլինգուրյան, Ռ. Հ. Հաբուսյանյան—Հաճարձեռի բնի ընդլայնական չեռտերը քսիլեմային հյութի տարրակուսության մասին . . . . . 296

ՄԻՋԱՆԱԽՈՒՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Գ. Կառապետյան—Փայտփորիկ բզեզների նրկու նոր տեսակ *ՍՍՀՄ-ից* (Coleoptera, Anobiidae) . . . . . 301

ԳՆՂԱԳՈՐԾՈՒԹՅՈՒՆ

Ա. Ք. Քաղևոյան, Ժ. Ա. Գևորգյան, Ս. Հ. Միրզոյան, Ա. Ս. Հովհաննիսյան, Գ. Ա. Կեղոյան—Մի շարք ֆիզիոլոգիական ազդի էությունների հակախոցային էֆեկտներն ու նրանց ազդեցության մեխանիզմը . . . . . 307

Բովանդակություն LXXI հատորի . . . . . 312

## СОДЕРЖАНИЕ

### МАТЕМАТИКА

	Стр
К. С. Казарян—Суммирование по Абелю подсистем тригонометрической системы в пространствах $L^p(\Omega)$ , $1 < p < \infty$ . . . . .	257
В. А. Бабец—Соотношение дефектов Неванлинны для голоморфных отображений в замкнутые множества . . . . .	263
С. Г. Рубанович—Пространства Гельдера с весом и псевдодифференциальные операторы . . . . .	267
Ю. Г. Дадаян, Л. А. Оганесян—Похоординатное сгущение сетки при решении задачи дифракции в областях с углами . . . . .	275

### ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

А. А. Бабаджанян—О сходимости общих процессов итеративного агрегирования . . . . .	282
------------------------------------------------------------------------------------	-----

### ФИЗИКА

Г. Ю. Крючков, Ю. П. Малакян—Радиационный сдвиг атомных квазиэнергетических уровней . . . . .	286
-----------------------------------------------------------------------------------------------	-----

### БИОХИМИЯ

С. К. Карапетян, Г. Г. Батикян, А. А. Симонян, Э. А. Габриелян—Некоторые особенности регуляции активности лактатдегидрогеназы в тканях кур ереванской породы, петухов породы леггорн кросса 288 и их гибридов . . . . .	290
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

### ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

В. О. Казарян, В. А. Даутян, А. А. Чилингарян, Р. Г. Арутюнян—О разноразнокачественности клеточного сока поперечных слоев ствола бука восточного . . . . .	296
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

### ЭНТОМОЛОГИЯ

А. П. Карапетян—Два новых вида жуков-точильщиков из СССР (Coleoptera, Anobiidae) . . . . .	
--------------------------------------------------------------------------------------------	--

### ФАРМАКОЛОГИЯ

А. Т. Тателосян, Ж. С. Гелоркян, С. А. Мирзоян, А. С. Оганесян, Г. А. Геворкян—Противоязвенные эффекты некоторых физиологически активных веществ и механизм их действия . . . . .	307
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

Содержание LXXI тома . . . . .	317
--------------------------------	-----

## CONTENTS

## MATHEMATICS

	P
<i>K. S. Kazarlan</i> —Summability of subsystems of the trigonometric system in the $L^p(d\mu)$ , $1 < p < \infty$ spaces . . . . .	257
<i>V. A. Babets</i> —Relations of Nevanlinna's defects for holomorphic maps in the closed disk . . . . .	263
<i>S. G. Rubanovitch</i> —On the weighted Holder spaces and pseudo-differential operators. . . . .	267
<i>Yu. G. Dadayan, L. H. Oganessian</i> —The solution of diffractive problems in a corner point having domains according to coordinational net-thickening . . . . .	275

## APPLIED MATHEMATICS

<i>A. A. Babadjanian</i> —On convergence of general iterative aggregation processes . . . . .	282
-----------------------------------------------------------------------------------------------	-----

## PHYSICS

<i>G. Yu. Krjuchkov, Yu. P. Malaklan</i> —Radiative shift of atomic steady states . . . . .	286
---------------------------------------------------------------------------------------------	-----

## BIOCHEMISTRY

<i>S. K. Karapetian, G. H. Battikian, A. A. Simonian, Z. A. Gabrielian</i> —Some peculiarities of lactate dehydrogenase activity regulation in Yerevan breed hens, leghorn breed cross 228 cocks and their hybrids . . . . .	290
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

## PLANT PHYSIOLOGY

<i>V. H. Kazarlan, V. A. Davtian, A. A. Chilingarian, R. H. Harutunian</i> —On the difference of quality of the xylem sap of the diametrical layers of the trunk of <i>Fagus orientalis</i> . . . . .	296
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

## ENTOMOLOGY

<i>A. P. Karapetian</i> —Two new anobium species of deathwatch Beetles from the U. S. S. R. (Coleoptera, Anobiidae) . . . . .	301
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

## PHARMACOLOGY

<i>A. T. Tatevosian, G. S. Gevorglan, S. H. Mirzoyan, A. S. Oganessian, G. A. Gevorglan</i> —Antilucerative effects of some physiological active compounds and mechanisms of their action. . . . .	307
Contents of volume LXXI . . . . .	312

Технический редактор Л. А. АЗИЗБЕКЯН

ВФ 06571

Изд. № 53

Заказ № 22

Тираж 505

Сдано в набор 15.1.1981 г. Подписано к печати 24.11.1981 г.  
 Формат 70×108<sup>1/16</sup>. Бумага № 1. Печ. л. 4,0. Усл. печ. л. 5,6. Учетно-изд. л. 4,66

Издательство АН АрмССР, 375019, Ереван, ул. Барекамутян, 24-г  
 Типография Издательства АН АрмССР, 378310, г. Эчмиадзин

УДК 517.5

МАТЕМАТИКА

К. С. Казарян

Суммирование по Абелю подсистем тригонометрической системы в пространствах  $L^p(d\mu)$ ,  $1 < p < \infty$

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талаляном 23/VI 1980)

В 1961 г. М. Розенблум (1) рассмотрел задачу об описании положительных борелевских мер  $\mu$  таких, что

$$\sup_{0 < r < 1} \left\| \int P_r(x-t) f(t) dt \right\|_{L^p(d\mu)} \leq B_p \|f\|_{L^p(d\mu)} \quad (1)$$

где  $P_r$  — ядро Пуассона. Он доказал, что для того, чтобы имело место (1), необходимо и достаточно, чтобы:

- 1)  $d\mu(x) = W(x)dx$ ;
- 2)  $W(x)$  —  $2\pi$ -периодическая положительная функция, удовлетворяющая условию

$$(A_p) \left[ \frac{1}{|I|} \int W(x) dx \right] \left[ \frac{1}{|I|} \int |W(x)|^{-\frac{1}{p-1}} \right]^{p-1} \leq B_p$$

для любого интервала  $I$ .

Отметим, что М. Розенблум условие 2) получил в другой, эквивалентной форме, а условие  $(A_p)$  в выписанном виде впервые было получено Б. Макенхауптом (2) при описании весовых пространств  $L^p$ , где максимальный оператор Харди — Литтлвуда непрерывен. Далее, важные весовые неравенства были получены Р. Хантом, Б. Макенхауптом, Г. Унденом, Р. Гацди, Р. Койфманом и К. Фефферманом (см. (2-5)). В работе (1) была поставлена проблема о решении задачи, подобной (1) для более широких классов аппроксимативных единиц.

В настоящей работе рассматривается задача, подобная (1) для ядер, которые возникают при суммировании по Абелю подсистем тригонометрической системы в весовых пространствах, где они имеют единственные биортогональные системы.

Отметим, что впервые задачу о полноте неполной ортонормированной системы в весовом пространстве  $L^2$  рассмотрели Р. Боас и

Г. Поллард (6). В дальнейшем Дж. Прайс и Р. Зинк (7) описали все те системы функций, которые полны в некотором весовом пространстве  $L^p$ , а Бен-Ами Браун (8) показал, что для некоторых подсистем базисов в  $L^p$ ,  $p > 1$  можно найти весовые пространства  $L^p$ , где они замкнуты в некотором более сильном смысле. Нужно отметить также, что впервые, наверно, свойства неполных ортогональных систем исследовал Дж. Марцинкевич, а А. А. Талалайном (9) были получены результаты, которые играют важную роль при рассмотрении некоторых задач для незамкнутых систем (см., например, (8)). В работах (10-13) рассматривалась задача о базисности некоторых подсистем классических ортонормированных систем в весовых пространствах  $L^p$ ,  $p > 1$ . А в работах (15, 16) для ядер, возникающих при исследовании этих систем, рассматривалась задача, подобная (1).

Для фиксированного неотрицательного целого  $n$  и различных точек  $x_i (1 \leq i \leq s)$ ,  $-\pi < x_1 < x_2 < \dots < x_s < \pi$  рассмотрим ядро, имеющее вид

$$K_r(x, t) = P_r(t-x) - \sum_{i=1}^s \sum_{h=0}^{z_i-1} P_r^{(h)}(t-x_i) T(x_i, z_i, x), \quad (2)$$

где  $P_r$  — ядро Пуассона,  $\sum_{i=1}^s z_i = 2n+1$ ;  $T(x_i, z_i, x)$  — тригонометрический полином  $n$ -ой степени, для которого  $T^{(h)}(x_i, z_i, x_k) = 1$  при  $k=i$  и  $h=z_i$  и равен нулю в остальных случаях, где  $0 \leq h \leq z_i$ ,  $1 \leq i \leq s$ .  $T^{(h)}$  означает производную  $T$   $h$ -того порядка,  $T^{(0)} = T$ .

Обозначим

$$\omega(x) = \left| \prod_{1 \leq i < j \leq s} \sin \frac{x - x_j}{2} \right| \quad (3)$$

Верна следующая

**Теорема 1.** Пусть  $\psi(x)$  — положительная  $2\pi$ -периодическая функция и  $p \geq 1$ .

Тогда для того, чтобы

$$\left\| \int_{-\pi}^{\pi} K_r(x, t) f(x) dx \right\|_{L^p(\omega)} \leq B \|f\|_{L^p(\psi)} \quad (0 < r < 1),$$

необходимо и достаточно, чтобы существовала положительная константа  $C_p$  такая, что:

а) для любого интервала  $I$

$$(A_p^*) \quad \frac{1}{\int_I \psi dx} \int_I \psi dx \left| \frac{1}{\int_I \omega^p dx} \int_I \left| \frac{\omega^p}{\psi} \right|^{\frac{1}{p-1}} dx \right|^{p-1} \leq C_p,$$

где второй множитель при  $p=1$  означает норму  $\frac{\omega^p}{\psi}$  в  $L^\infty$  на интервале  $I$ ;

б) для любого  $0 < a < \pi$  и  $1 \leq i \leq s$

$$\frac{1}{a^{m_i}} \int_{|x-x_i|<a} W dx \left| \int_{|x-x_i|>a} \left| \frac{\omega^p(x)}{\left| \sin \frac{x-x_i}{2} \right|^p \psi(x)} \right|^{\frac{1}{p-1}} dx \right|^{p-1} \leq C_p.$$

Из этой теоремы и теоремы 1 работы (13) выводится

**Теорема 2.** Пусть  $p$  — неотрицательное число и  $\psi(x)$  — положительная  $2\pi$ -периодическая функция.

Тогда для того, чтобы система  $|\cos kx, \sin kx|_{k=0}^{s-1}$  была базисом Абеля в  $L^p_{[0, 2\pi]}(\psi dx)$ , необходимо и достаточно, чтобы существовали различные точки  $\{x_i\}_{i=1}^s$  и натуральные числа  $\{s_i\}_{i=1}^s$ ,  $\sum_{i=1}^s s_i = 2n+1$ , для которых имели бы место условия а) и б).

Для доказательства достаточности теоремы 1, в частности, доказываются следующие леммы.

**Лемма 1.**  $\sum_{i=1}^s T(x_i, 0, x) = 1$

**Лемма 2.** Для любого  $i (1 \leq i \leq s)$

$$P_i(t-x)T(x_i, 0, x) - \sum_{s_i=0}^{s_i-1} P_i^{(s_i)}(t-x_i)T(x_i, x_i, x) = \\ = P_i(t-x) \prod_{1 \leq j \leq s} \left[ \sin \frac{x-x_j}{2} \left[ \sin \frac{x-x_j}{2} \gamma_1(t) + \cos \frac{x-x_j}{2} \gamma_2(t) \right] \right],$$

где

$$|\gamma_1(t)| \leq C' |1 - 2r \cos(t-x_i) + r^2|^{-\frac{s_i-1}{2}},$$

$$|\gamma_2(t)| \leq C'' |1 - 2r \cos(t-x_i) + r^2|^{-\frac{s_i}{2}}.$$

$C'$  и  $C''$  — абсолютные константы.

Для формулировки следующих двух лемм, которые доказываются для случая  $p > 1$ , определим максимальную функцию

$$\chi^*(f, t) = \sup_{\omega} \frac{1}{\int_{\omega} dx} \int_{\omega} |f(x)| \omega(x) dx,$$

где супремум берется по всем интервалам, содержащим точку  $t$ .

**Лемма 3.** Существует некоторая константа  $C > 0$  такая, что

$$\left| \int_{-(t-\pi)}^{t-\pi} f(t-x) \left[ P_i(x)T(x_i, 0, t-x) - \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{s_i=0}^{s_i-1} P_i^{(s_i)}(t-x_i)T(x_i, x_i, t-x) \right] dx \right| \leq C \chi^*(f, t).$$

**Лемма 4.** При  $|t-x_i^*| > 1-r$ ,  $t \in [-\pi, \pi]$  существует некоторая константа  $C > 0$  такая, что

$$\left| \int_{|t-x'_i| > |x| > 1-r} f(t-x) \left[ P_r(x) T(x_i, 0, t-x) - \right. \right. \\ \left. \left. - \sum_{i=0}^{x_i-1} P_r^{(i)}(t-x_i) T(x_i, i, t-x) \right] dx \right| \leq C \chi^-(f, t)$$

где

$$x'_i = \begin{cases} x_i & \text{при } x_i - t \in (-\pi, \pi] \\ x_i - 2\pi & \text{при } x_i - t \geq \pi \\ x_i + 2\pi & \text{при } x_i - t < -\pi \end{cases}$$

Скажем, что  $\omega(x) \geq 0$  обладает свойством (\*), если для любого интервала  $I$ ,  $\int_I \omega dx \leq C \int_{I^*} \omega dx$ , где  $C$  — абсолютная положительная константа, а  $I^*$  — интервал, полученный «раздуванием» в два раза интервала  $I$  относительно центра этого интервала.

Следующая теорема является разновидностью теоремы Б. Макенхаупта (2).

**Теорема 3.** Пусть  $\omega(x) > 0$ ,  $p > 1$  и  $\omega, \psi \in L^1_{\text{loc}}(R)$ . Тогда для того, чтобы

$$\int_K |\chi^-(f, t)|^p \psi(t) dt \leq C_p \int_K |f(t)|^p \psi(t) dt$$

имело место для всех  $f \in L^p(\psi dt)$ , необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие  $(A_p^-)$ .

Краткое и наглядное доказательство этой теоремы получим, следуя схеме доказательства, приведенного в работе Р. Койфмана и К. Фэффермана (6) для случая  $\omega(x) \equiv 1$ . Недостаёт только следующей леммы, которую и докажем.

**Лемма 5.** Пусть  $\omega(x), \omega \in L^1_{\text{loc}}(R)$  и обладает свойством (\*). Тогда если для  $p > 1$  имеет место условие  $(A_p^-)$ , то для некоторого  $\epsilon > 0$  имеет место условие  $(A_{p-\epsilon}^-)$ .

Доказательство леммы 5. Обозначим  $V(x) = \left| \frac{\omega^p(x)}{\psi(x)} \right|^{\frac{1}{p-1}}$ ,

тогда

$$\psi = \left( \frac{V^{p-1}}{\omega^p} \right)^{-1} = \left( \frac{V}{\omega^q} \right)^{-(p-1)} = \left( \frac{V}{\omega^q} \right)^{-\frac{1}{q-1}} \quad (p^{-1} + q^{-1} = 1),$$

следовательно, в условии  $(A_p^-)$ , написав выражение  $\psi$  через  $V$  и  $\omega$ , получаем, что  $V$  удовлетворяет условию  $(A_p^-)$ .

Положим  $d\mu_2(x) = V(x)dx$  и  $d\mu_1(x) = \omega(x)dx$ . Так как

$$\frac{1}{\int \omega dx} \int |f| \omega dx \leq \frac{1}{\int \omega dx} \left( \int |f|^q V dx \right)^{1/q} \left( \int \left( \frac{\omega^q}{V} \right)^{\frac{1}{q-1}} dx \right)^{\frac{q-1}{q}} \leq$$

$$\leq C_p \left( \frac{1}{\int V dx} \int |f|^q V dx \right)^{1/q},$$

то отсюда легко следует  $\int V dx \leq C_p \left( \frac{\int \omega dx}{\int \psi dx} \right)^q \int V dx$ .

Следовательно из условия, что  $\omega(x)$  обладает свойством (\*), получаем, что подобным свойством обладает и  $V(x)$ . Отсюда и из полученного неравенства, согласно лемме 5 работы (3), следует, что для некоторого  $\delta > 0$

$$\left| \frac{1}{\int \omega dx} \int \left( \frac{V}{\omega} \right)^{1+\delta} \omega dx \right|^{\frac{1}{1+\delta}} \leq C_p \frac{1}{\int \omega dx} \int V dx$$

для любого интервала  $I$ .

Отсюда вместо  $V(x)$ , ставя ее выражение через  $\psi$  и  $\omega$ , получаем для  $\varepsilon = (p-1) \frac{\delta}{1+\delta}$

$$\left| \frac{1}{\int \omega dx} \int \left( \frac{\omega^{p-1}}{\psi} \right)^{\frac{1}{p-1-\varepsilon}} dx \right|^{p-1-\varepsilon} \leq C_p \left| \frac{1}{\int \omega dx} \int \left( \frac{\omega^p}{\psi} \right)^{\frac{1}{p-1}} dx \right|^{p-1}.$$

Лемма 2 доказана.

Оценки интересующего нас выражения на остальных областях проводятся с помощью весовых неравенств Харди, доказанных Г. Томасели (17), Г. Таленти (18), М. Артола, а также Б. Макенхауптом (19) (см. (19)).

В заключение выражаю благодарность П. Л. Ульянову за внимание к работе.

Институт математики  
Академии наук Армянской ССР

## Ղ. ՈՒ ՂԱԶԱՐԿԱՆ

$L^p(\omega dx)$ ,  $1 < p < \infty$  տարածություններում եռանկյունաչափական սխառեմների գումարումը կրելի մերոդով

Իսնվել է այն կշռաչիւն տարածութիւնների դասը, որտեղ (1) պայման

$$P_n(t-x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{x_i-1} P_{ij}^{(n)}(t-x_i) T(x_i, \lambda_i, x)$$

տեւրի կորիզների համար, որտեղ  $P_{ij}$ -ը Պասաւանի կորիզն է,  $\sum_{i=1}^n x_i = 2n+1$ ,

$-\pi < x_1 < x_2 < \dots < x_n$ ,  $T(x_i, \lambda_i, x)$ -երը  $n$ -կարգի եռանկյունաչափական բազմանդամներ են այնպիսի, որ  $T^{(h)}(x_i, \lambda_i, x_j) = 1$ , երբ  $h = i$ , և  $j = i$ , և հակառակ է զրոյի մնացած դեպքերում:

Որպես հետևանք ստացվում է, որ  $|\sin kx, \cos kx|_{k=0}^{k=n+1}$  տեսքի սխեմաները Արելի բազիս են հանդիսանում միայն այդ կշռային տարածություններում:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> M. Rosenblum. TAMS, vol. 105, № 1 (1962). <sup>2</sup> B. Muckenhoupt. TAMS, vol. 165, № 3 (1972). <sup>3</sup> R. Hunt, B. Muckenhoupt, R. Wheeden. TAMS, vol. 176 (1973). <sup>4</sup> R. Gundy, R. Wheeden, Stud. Math., vol. 49 (1974). <sup>5</sup> R. Coifman, C. Fefferman, Stud. Math., vol. 51 (1974). <sup>6</sup> R. Boas, H. Pollard, Bull. Amer. Math. Soc. vol. 54, № 6 (1948). <sup>7</sup> J. Price, R. Zink, Ann. Math. Ser. 2, vol. 82, № 1 (1965). <sup>8</sup> Braun Ben-Ami TAMS, vol. 179 (1973). <sup>9</sup> А. А. Талалян, УМН, т. 15, № 5 (1960). <sup>10</sup> К. С. Казарян. ДАН АрмССР, т. 62, № 4 (1976). <sup>11</sup> К. С. Казарян. Anal. Math. т. 4, № 1 (1978). <sup>12</sup> К. С. Казарян. Изв. АН АрмССР, сер. матем., т. 13, № 4 (1978). <sup>13</sup> К. С. Казарян, ДАН АрмССР, т. 69 № 5 (1979). <sup>14</sup> В. Ф. Гапошкин, ДАН ГрССР, т. 96, № 3 (1979). <sup>15</sup> К. С. Казарян, ДАН АрмССР, т. 65, № 3 (1977). <sup>16</sup> К. С. Казарян, ДАН АрмССР, т. 65, № 5 (1977). <sup>17</sup> G. Tomasselli, Boll. Un. Math. Ital., vol. 21 (1969). <sup>18</sup> G. Talenti, Rend. Sem. Mat. e Fis. Milano, vol. 39 (1969). <sup>19</sup> B. Muckenhoupt, Stud. Math., vol. 44 (1972).

УДК 517.53

МАТЕМАТИКА

В. А. Бабец

Соотношение дефектов Неванлинны для голоморфных отображений  
 в замкнутые множества

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Н. У. Аракелянном 2/VII 1980)

1. Пусть  $X \subset W$  — замкнутое подмножество компактного комплексного многообразия  $W$ ,  $L \rightarrow W$  — положительное линейное расслоение. Каждый дивизор  $D \in |L|$  определяется некоторым голоморфным сечением расслоения  $L$ , и в этом смысле говорят о линейной независимости таких дивизоров. Пусть  $I \subset H^0(L, W)$  — линейное подпространство размерности  $k$ . Будем говорить, что дивизоры  $\{D_j\}_{j=1}^q \in |I|$  независимы на  $X$ , если любые  $k$  дивизоров этой системы линейно-независимы на  $X$ . Условимся считать, что система  $\{D_j\}_{j=1}^q$  имеет не более, чем  $m$ -кратное самопересечение на  $X$ , если для любого  $p \in X$  существует самое большее  $m$  различных  $D_j$  ( $1 \leq j \leq q$ ) таких, что  $p \in D_j$ .

Дефект Неванлинны  $\delta(D)$  может быть определен для любого дивизора  $D \in |L|$  (<sup>1</sup>). При этом  $0 \leq \delta(D) \leq 1$  и  $\delta(D) = 1$ , если  $f(\mathbb{C}^n)$  не пересекает  $D$ .

Теорема 1. 1. Пусть  $X \subset W$ ,  $L$  — такие, как прежде,  $f: \mathbb{C}^n \rightarrow X$  — голоморфное отображение,  $I \subset H^0(L, W)$  — векторное подпространство размерности  $k > 1$  и пусть  $\{D_j\}_{j=1}^q \in |I|$  — независимые дивизоры на  $X$ , имеющие не более чем  $k-1$  кратное самопересечение на  $X$ . Тогда либо

$$\sum_{j=1}^q \delta(D_j) < \dim I$$

либо  $f$  вырождено относительно  $I$ , т. е. существует дивизор  $D \in |I|$ , для которого

$$f(\mathbb{C}^n) \subset D.$$

Соответствующие теоремы Пикара можно доказывать и другим способом (без использования леммы о логарифмической производной). На этом пути мы приходим к так называемому дифференциально-геометрическому методу в теории гиперболических многообразий.

2. О дифференциально-геометрическом методе в теории гиперболических многообразий.

2.1. Пусть  $D^k = \{(z_1, \dots, z_k) \in \mathbb{C}^k : |z_j| < 1\}$ . На этом полидиске определена форма объема Пуанкаре  $\mu^k = k! \prod_{j=1}^k \frac{\sqrt{-1} dz_j \wedge d\bar{z}_j}{(1 - |z_j|^2)^2}$ .

Если  $X$  — комплексное многообразие, то внутренняя  $k$ -форма  $F_X^k$  ( $1 \leq k \leq \dim X$ ) на  $X$  определяется равенством (см. (2))

$$F_X^k(p, \lambda) = \inf \{ \|\lambda\|, \lambda' \in \Lambda^k T(D^k) \text{ и } f_*(\lambda') = \lambda \}, \lambda \in P(\Lambda^k T_p(X)),$$

где  $P(\Lambda^k T_p(X))$  означает множество разложимых векторов пространства  $\Lambda^k T_p(X)$ ,  $\|\lambda\|$  — длина вектора  $\lambda$  по норме  $\mu^k$ , а инфимум берется по всем  $f \in \text{Hol}(D^k, X)$  и  $\lambda' \in \Lambda^k T(D^k)$  таким, что  $f_*(\lambda') = \lambda$ .

Если  $p, q \in X$ , а  $\gamma: [0, 1] \rightarrow X$  — соединяющая их кусочно-гладкая кривая, то интеграл  $l(\gamma) = \int_0^1 F_X^k(\gamma(t), \gamma'(t)^{\otimes k}) dt$  существует и определяет псевдорасстояние Кобаяси  $\rho(p, q)$  как инфимум  $l(\gamma)$  по всем таким кривым. Многообразие  $X$  называется гиперболическим, если  $\rho(p, q)$  есть расстояние (см. (2.4)).

Интерес к таким многообразиям в большой степени мотивирован теоремами пикаровского типа.

**Теорема Пикара.** Пусть  $X$  — комплексное многообразие,  $X_X^k > 0$  и  $f: \mathbb{C}^n \rightarrow X$  — голоморфное отображение. Тогда  $\text{rang}(f) \leq k$ .

Если эта теорема доказывается просто, то выяснить в каждой конкретной ситуации, является ли данное многообразие гиперболическим, как правило, весьма затруднительно. Так, например, даже в случае проективного пространства  $\mathbb{C}P_n$  без  $2n+1$  гиперплоскости общего положения (г. о. п.) этот вопрос некоторое время оставался открытым (см. (4), стр. 396). Эта ситуация типична, и она естественно приводит к одному из основных вопросов теории гиперболических многообразий:

Пусть  $W$  — компактное комплексное многообразие,  $D$  — дивизор на  $W$  с нормальным пересечением. Каким должен быть дивизор  $D$ , чтобы  $W \setminus D$  было гиперболическим?

2.2. Оказывается, что этот вопрос можно свести к дифференциальной геометрии некоторых расслоений, а именно: расслоений  $T^*(\log D)$ , ассоциированных с пучком ростков  $D$  — логарифмически мероморфных форм (см. (2)).

Для голоморфного векторного расслоения  $E \rightarrow W$  ранга  $r \geq 1$  запись  $E < 0$  означает, что это расслоение отрицательно в смысле Ниренберга и Спенсера (см. например (2)).

**Теорема 2.1.** Пусть  $W$  — компактное комплексное многообразие,  $D$  — дивизор с простым нормальным пересечением. Если  $\Lambda^k T(\log D) < 0$ , то  $F_{W \setminus D} > 0$ .

При  $k = \dim W$  это совпадает с результатом Карлсона и Гриффитса (6).

Теорема. Пусть  $W$  и  $D$  — такие, как в теореме 2.1,  $n = \dim W$ . Если  $c_1(|D|) + c_1(K_W) > 0$ , то  $F_{W, D}^n > 0$ .

Соответствующая теорема Пикара формулируется следующим образом.

Теорема 2.2. Пусть  $W, D$  — такие, как в теореме 2.1. Если  $f: \mathbb{C}^n \rightarrow W \setminus D$  — голоморфное отображение и  $\wedge^k T(\log D) < 0$ , то  $\text{rang}(f) \leq k$ .

2.3. Общая схема, развитая в п. п. 2.2, позволяет доказать следующий результат.

Теорема 2.3. На проективном пространстве  $\mathbb{C}P_n$  без  $2n-1$  гиперплоскости общего положения существует псевдоформа с отрицательной кривизной вдоль одномерных голоморфных направлений.

Замечание. В такой постановке задачу можно найти у Кобаяси (<sup>1</sup>), стр. 403). На  $\mathbb{C}P_n \setminus \{2n+1 \text{ г. о. п.}\}$  псевдоформа с отрицательной кривизной построена Кавэном (<sup>2</sup>).

Опишем это подробнее. Пусть  $D$  — круг единичного радиуса в комплексной плоскости,  $f: D \rightarrow \mathbb{C}P_n$  — голоморфное отображение,  $\{H_j\}_{j=1}^{2n+1}$  — гиперплоскости общего положения на  $\mathbb{C}P_n$ . Логарифмическую производную кривой  $f$  обозначим через  $\Lambda_1(f) = \Lambda_1: D \rightarrow T\left(\log \sum_{j=1}^{2n+1} H_j\right)$  (см. (<sup>2</sup>)). Ковариантную производную кривой  $\Lambda_1$  в расслоении  $T\left(\log \sum_{j=1}^{2n+1} H_j\right)$  относительно  $\sum_{j=1}^{2n+1} H_j$  — голоморфной связности обозначим через  $D\Lambda_1$ .

Положим  $D^k \Lambda_1 = D(D^{k-1} \Lambda_1)$ ;

$$\Lambda_n = \Lambda_1 \wedge \dots \wedge D^{n-1} \Lambda_1;$$

$$\Lambda_n: D \rightarrow \wedge^n T\left(\log \sum_{j=1}^{2n+1} H_j\right).$$

Псевдоформа, о которой говорится в теореме 2.3, имеет следующий вид ( $n=3$ ):

$$h_1(z) = \prod_{j=1}^{2n+1} (\log|z_j|^2)^{-2} \left\{ \left( \prod_{j=1}^q \langle \Lambda_1, \Lambda_1 \rangle_j \right)^{1/q} + \left( \prod_{j=1}^p \langle \Lambda_2, \Lambda_2 \rangle_j \right)^{1/4p} \left( \prod_{j=1}^q \langle \Lambda_1, \Lambda_1 \rangle_j \right)^{1/4p} + \langle \Lambda_2, \Lambda_2 \rangle^{1/16} \left( \prod_{j=1}^p \langle \Lambda_2, \Lambda_2 \rangle_j \right)^{1/16} \left( \prod_{j=1}^q \langle \Lambda_1, \Lambda_1 \rangle_j \right)^{7/16} \right\},$$

где  $\langle \cdot, \cdot \rangle_j$  — некоторые эрмитовы метрики,  $|z_j|$  — норма сечения  $z_j$  расслоения гиперплоского сечения  $H \rightarrow \mathbb{C}P_n$  ( $z_j(p) = 0, p \in H$ ). Условие на кривизну означает, что для всех  $f \in \text{Hol}(D, \mathbb{C}P_n)$

$$dd^c \log h_1(z) \geq c h_1(z)$$

константа  $c > 0$  не зависит от  $f$ .

В качестве первого следствия получается аналог теоремы Шоттки — Ландау (\*) (ср. (\*<sup>10</sup>)).

Следствие 1. Пусть  $D_r = \{z \in \mathbb{C} : |z| < r\}$ ,  $f: D_r \rightarrow \mathbb{C}P_n \setminus \{2n+1 \text{ г. о. п.}\}$  — голоморфное отображение. Тогда  $r$  оценивается сверху в терминах  $f(0)$  и  $f'(0)$

$$r \leq F(f(0), f'(0)).$$

Следствие 2. Проективное пространство  $\mathbb{C}P_n$  без  $2n+1$  гиперплоскости общего положения — гиперболическое многообразие

Харьковский государственный университет

Վ. Ա. ԲԱՐԵՆ

Նեանյիւնայի տեսությունը փակ բազմություններում հոլոմորֆ կոտերի համար

Աշխատանքում ստացվում է Նեանյիւնայի դեֆեկտների առնչության առաջին փակ բազմությունում արժեքներ ունեցող  $f: \mathbb{C}^m \rightarrow X$  հոլոմորֆ արտապատկերումների համար:

\* Ե ո Ր Ե Մ. Իիցուք  $X \subseteq W^*$  կոմպակտ կոմպլեքս բազմաձևության փակ ենթաբազմություն է,  $L \rightarrow W$  դրական գծային շերտավորում է,  $f: \mathbb{C}^m \rightarrow X$  հոլոմորֆ արտապատկերում է,  $l \subseteq H_0(L, W)$ ,  $k (> 1)$  չափանի վեկտորական ենթատարածություն է և եթե  $\{D_j\}_{j=1}^q \in |l|$   $X$ -ի վրա ոչ ավել քան  $k-1$  պատկի ինքնահատում ունեցող անկախ դիվիզորներ են, ապա կամ

$$\sum_{j=1}^q \delta(D_j) < k$$

կամ  $f$ -ը  $l$ -ի նկատմամբ վերասերված է, այսինքն գույություն ունի դիվիզոր  $D \in |l|$ , որի համար  $f(\mathbb{C}^m) \subseteq D$ :

#### ЛИТЕРАТУРА — ՓՐԱՇԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> P. A. Griffiths, J. King, Acta Math., vol. 130 (1973). <sup>2</sup> В. А. Барен, Дифференциально-геометрический критерий гиперболичности. Деп. 2596—79, 1979. <sup>3</sup> С. Кобаяши, Гиперболические многообразия и голоморфные отображения, Математика, т. 17, № 1 (1973). <sup>4</sup> S. Kobayashi, Bull. Amer. Math. Soc., vol. 82, № 3 (1976). <sup>5</sup> P. A. Griffiths, J. Math. and Mech., vol. 14, № 1, (1965). <sup>6</sup> J. Carlson, P. A. Griffiths, Ann. of Math., vol. 95 (1972). <sup>7</sup> M. J. Cowen, The Kobayashi metric on  $P_n - (2n+1)$  hyperplanes, Value Distribution Theory, part A, Dehner, New York, 1974. <sup>8</sup> У. К. Хейман, Мероморфные функции, Мир, М., 1966. <sup>9</sup> H. Cartan, Ann. Ecole Normale, vol. 45 (1928). <sup>10</sup> J. Dufresnoy, Ann. Ecole Normale, vol. 61 (1944).

УДК 517.983

МАТЕМАТИКА

С. Г. Рубанович

Пространства Гёльдера с весом и псевдодифференциальные операторы

(Представлено чл. корр. АН Армянской ССР Р. А. Александряном 3/VI 1980)

Статья посвящена построению исчисления глобальных в  $R^n$  псевдодифференциальных операторов с негладкими символами и изучению действия псевдодифференциального оператора  $P$  в пространствах Гёльдера с весом. Для гёльдерово́й в ограниченной области  $G$  функции  $u$  изучено поведение  $Pu$  вблизи границы области.

Для краткости введем обозначения. Если  $x \in R^n$ , то  $\langle x \rangle = (1 + |x|^2)^{1/2}$ , а если заданы точки  $x^{(1)}, x^{(2)} \in R^n$ , то

$$\Delta x = x^{(2)} - x^{(1)}; \quad \Delta u(x) = u(x^{(2)}) - u(x^{(1)}).$$

**Определение 1.** Пусть заданы числа  $\delta \geq \beta \geq 0; \lambda \geq 0$ . Пусть  $m_0 = [\lambda]$  — целая часть  $\lambda$  и  $\lambda_0 = \lambda - [\lambda]$ . Пространство  $H_{\lambda, \delta}^s$  определим как множество  $m_0$ -кратно дифференцируемых функций  $u: R^n \rightarrow R$ , производные от которых удовлетворяют оценкам

$$|D^k u(x)| \leq c |x|^{-\lambda - |k|} \quad (|k| \leq m_0); \quad (1)$$

$$|\Delta D^k u(x)| \leq c |\Delta x|^\delta \cdot \sum_{j=1}^2 |x^{(j)}|^{-\lambda} \langle x^{(j)} \rangle^{1-\beta} \quad (|k| = m_0) \quad (2)$$

при любых  $x, x^{(1)}, x^{(2)} \in R^n$ . Здесь  $D$  — оператор дифференцирования, а  $k$  — мультииндекс. Нормой в этом пространстве (будем обозначать через  $\| \cdot \|_{H_{\lambda, \delta}^s}$ ) будем считать минимальную константу  $c$ , с которой оценки (1) и (2) выполнены при всех  $x, x^{(1)}, x^{(2)} \in R^n \setminus \{0\}$ .

Имеют место непрерывные вложения:

$$H_{\lambda, \delta}^s \subset H_{\lambda, \delta}^{s-1} \quad (0 \leq s \leq \min(\beta, \lambda)).$$

Нам нужно определить свертку функций из пространства  $H_{\lambda, \delta}^s$ . С этой целью вложим  $H_{\lambda, \delta}^s$  в пространство  $S'(R^n)$  обобщенных функций.

**Определение 2.** Функционал  $U \in S'(R^n)$  назовем почти обобщенным (п. о.) функционалом класса  $H_{\lambda, \delta}^s$ , если

- 1) На  $R^n \setminus \{0\}$  функционал  $U$  регулярен и  $U = u(x) \in H_{\beta, \lambda}^r$ .  
 2) При  $r = \beta - \lambda - n = 0, 1, 2, \dots$

$$\left| \int_{|x| \leq a} u(x) x^k dx \right| \leq c \quad (|k| = r, b \geq a > 0), \quad (3)$$

где константа  $c$  не зависит от  $a$  и  $b$ .

3) При  $r < 0$  функционал  $U$  регулярен на  $R^n$ , а при  $r \geq 0$  действует по формуле:

$$(U, \psi) = \int_{R^n} u(x) \left[ \psi(x) - \sum_{|k| < r} \frac{x^k}{k!} D^k \psi(0) - \theta(x) \sum_{|k|=r} \frac{x^k}{k!} D^k \psi(0) \right] dx + \sum_{|k|=r} a_k D^k \psi(0) \quad (\psi \in S), \quad (4)$$

где  $\theta(x) = 1$  при  $|x| \leq 1$  и  $\theta(x) = 0$  при  $|x| > 1$ ; при  $r \neq 0, 1, \dots$  последние две суммы в (4) отсутствуют.

Нормой в пространстве  $\check{H}_{\beta, \lambda}^r$  будем считать

$$\|U\|_{\beta, \lambda}^r = \|u\|_{\beta, \lambda}^r + \min c + \sum_{|k|=r} |a_k|, \quad (5)$$

где  $\min c$  — минимальная возможная константа в (3) (при  $r \neq 0, 1, \dots$  это слагаемое отсутствует). Число  $r = \beta - \lambda - n$  назовем порядком п. о. функционала  $U$ .

Если  $U$  и  $U_1$  — п. о. функционалы классов  $\check{H}_{\beta, \lambda}^r$  и  $\check{H}_{\beta_1, \lambda_1}^{r_1}$  соответственно, где  $r = \beta - \lambda - n > n$ , то можно определить ассоциативную и коммутативную свертку  $U \circ U_1$ . Следующая теорема указывает класс, которому эта свертка принадлежит.

**Теорема 3.** Пусть  $U_1 \in \check{H}_{\beta_1, \lambda_1}^{r_1}$ ,  $U \in \check{H}_{\beta, \lambda}^r$ , где  $r = \beta - \lambda - n \neq 0, 1, \dots$  (обозначим  $r_1 = \beta_1 - \lambda_1 - n$  и пусть

$$r - r_1 < 0; \quad r > r_1; \quad \beta_2 > \max(n, r); \quad r - r_1 \leq \beta_1 - \beta_2,$$

причем число  $r - r_1$  — нецелое. Тогда

$$U_1 \circ U \in \check{H}_{\beta_2, \lambda_2}^{r-r_1}; \quad \|U_1 \circ U\|_{\beta_2, \lambda_2}^{r-r_1} \leq c \|U_1\|_{\beta_1, \lambda_1}^{r_1} \|U\|_{\beta, \lambda}^r,$$

Теперь перейдем к псевдодифференциальным операторам (п. д. о.). Вначале определим классы ядер таких операторов. Эти классы определим с помощью индукции по гладкости  $\lambda$ .

**Определение 4.** Пусть заданы числа  $\lambda > 0$ ,  $\beta \geq \beta_1 \geq 0$  и  $r \geq 0$  и функция  $x(x, y) : R^n \times R^n \rightarrow C$ , где  $C$  — комплексная плоскость. Назовем  $x$  ядром класса  $K_{\beta, \lambda}^r$ , если выполнены условия

- 1) Существует отображение  $\check{x}(x) : R^n \rightarrow \check{H}_{\beta, \lambda}^r$  такое, что  $\check{x}(x)(y) = x(x, y)$  при  $y \neq 0$  и

$$\|\check{x}(x)\|_{\beta, \lambda}^r \leq c \langle x \rangle^{-r} \quad (c = \text{const}).$$

2) Обозначим  $\alpha_0 = \min(\alpha, \beta)$ . Если  $\alpha_0 < 1$ , то для какого-нибудь числа  $\gamma > 1$  и всех  $x^{(1)}, x^{(2)} \in \mathbb{R}^n$ , таких, что  $|\Delta x| \leq |x^{(1)}| \leq |x^{(2)}|$ , существует константа  $c$ , не зависящая от  $x^{(1)}$  и  $x^{(2)}$ , с которой

$$\|\Delta x\|_{\beta}^{\alpha_0} \leq c |\Delta x|^{\alpha_0} \langle x^{(1)} \rangle^{-\alpha_0}.$$

3) Если  $\alpha > 1$ , то  $\frac{\partial}{\partial y_i} \kappa(x, y) \in K_{\alpha, \beta-1}^{\alpha}$ , а если еще и  $\beta > 1$ , то  $\frac{\partial}{\partial x_i} \kappa(x, y) \in K_{\alpha-1, \beta}^{\alpha}$ .

Определение 5. Пусть в  $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$  задано ядро  $\kappa(x, y) \in K_{\alpha, \beta}^{\alpha}$ . Псевдодифференциальным оператором назовем оператор

$$Pu(x) = \int_{\mathbb{R}^n} \kappa(x, y) U(y) dy, \quad (U \in \dot{H}_{\beta, \lambda}^{\alpha}; x \neq 0),$$

где свертка берется по переменной  $y$ , указанной над знаком свертки. Число  $r = \beta - \alpha - n$  назовем порядком п. д. о.

Теорема 6. Пусть в условиях определения 5

$$1 - d - r < 0; \quad \alpha \geq 1 - r > 0; \quad \beta > n - 1 - r; \quad \beta \geq d + 1 - r,$$

причем  $1 - r$  — нецелое. Тогда п. д. о.  $P$  ограничен из  $\dot{H}_{\beta, \lambda}^{\alpha}$  в  $\dot{H}_{\beta-1, \lambda}^{\alpha+r}$ .

Для функций  $u \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^n)$ , если  $\beta < \beta_0$ , или  $r = 0, 1, \dots$  п. д. о. из определения 5 можно записать в виде:

$$Pu(x) = \int_{\mathbb{R}^n} \kappa(x, x-y) \left[ u(y) - \sum_{|k| < r} \frac{(y-x)^k}{k!} D^k u(x) \right] dy.$$

Чтобы сравнить эти операторы с известным определением п. д. о. введем понятие символа.

Определение 7. Символом п. д. о.  $P$  с ядром  $\kappa(x, y) \in K_{\alpha, \beta}^{\alpha}$  назовем отображение  $\tilde{\kappa}(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathcal{S}'(\mathbb{R}^n)$ , являющееся при каждом  $x$  преобразованием Фурье от функционала  $\tilde{\kappa}(x)$ .

Следующая теорема позволяет описать символы (следует иметь в виду, что  $\dot{H}_{\beta, \lambda}^{\alpha} \subset \dot{H}_{\beta, \lambda}^{\alpha}$  при  $\beta \leq \beta_0$ ).

Теорема 8. Пусть  $U \in \dot{H}_{\beta, \lambda}^{\alpha}$ , и  $\gamma > n$ . Тогда для сколь угодно малого  $\epsilon > 0$

$$\tilde{U} \in \dot{H}_{\beta-1, \lambda}^{\alpha+r} \quad \|\tilde{U}\|_{\beta-1, \lambda}^{\alpha+r} \leq c \|\tilde{U}\|_{\beta, \lambda}^{\alpha} + \epsilon \|U\|_{\beta, \lambda}^{\alpha}.$$

Эта теорема позволяет также описать ядро по символу и дает возможность утверждать, что введенный выше класс операторов содержит класс  $S_{\beta_0}^{\alpha}$ , введенный Хёрмандером (1).

Обозначим теперь  $\dot{H}_{\beta, \lambda}^{\alpha} = \dot{H}_{\beta, \lambda}^{\alpha}$ . У функций класса  $\dot{H}_{\beta, \lambda}^{\alpha}$  отсутствует сингулярность в нуле. Пусть задано отображение  $\mu : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  такое, что

$$\gamma^{-1}|z| \leq |\mu(x) - \mu(x-z)| \leq \gamma^+|z|,$$

где  $0 < \gamma^- \leq \gamma^+ < \infty$  — некоторые константы. Пусть каждая компонента

отображения  $\mu(x) = (\mu_1(x), \dots, \mu_n(x))$  принадлежит классу  $H_2^{\alpha-1}$ , где  $\alpha > 1$ . Замену переменных в п. д. о.  $P$ , определяемую отображением  $\mu$ , будем понимать обычным образом (см., например, (2), с. 39).

Теорема 9. Пусть  $P$  — п. д. о. порядка  $r$  с ядром  $x(x, y) \in K_{\beta, \lambda}^{\alpha, \rho}$ , где  $\beta > \beta + 1$  и  $\lambda \geq t$  для целого  $t$  из интервала  $r-1 < t \leq r$ . Пусть число  $\gamma$  таково, что  $0 \leq \gamma \leq 1$  и  $\gamma < \min(\beta/2, 1)$ . Тогда, после описанной выше замены переменной с  $\alpha \geq \max(r+1, 2)$ , п. д. о.  $P$  перейдет в оператор  $P_1 = A_1 + A_2 + Q_1$ , где  $A_1$  — п. д. о. с ядром

$$x_1(x, y) = x(\mu(x), \mu'(x)y) |\det \mu'(x)| \in K_{\beta, \lambda}^{\alpha, \rho},$$

где  $\mu'$  — матрица Якоби;  $A_2$  есть п. д. о. порядка  $r-\gamma$  с ядром  $x_2(x, y) \in K_{\beta-\gamma, \lambda}^{\alpha-\gamma, \rho}$ .

$$Q_1 v(x) = \sum_{|k| \leq |k| < r-\gamma} a_k(x) D^k v(x); \quad a_k \in H_{\alpha-|k|, \lambda}^{\rho}$$

Развитые выше методы можно применить, например, для получения следующего результата. Пусть задана ограниченная область  $G$  с границей  $\Gamma$  класса  $H_{1+\alpha} = C_{1+\alpha}$ , где  $0 < \alpha < 1$ . Всякую функцию  $u \in H_1(G)$  положим равной нулю вне  $G$ . Пусть  $x(x, y) \in K_{\beta, \lambda}^{\alpha, \rho}$ . Если  $r = \beta - 1 - n < l$ , то внутри области  $G$  определена функция  $Pu(x) = x(x, y) \cdot u(y)|_{y=\mu(x)}$ , которую мы будем считать значением п. д. о.  $P$ . Так как область  $G$  ограничена, то  $\beta$  и  $\rho$  можно считать как угодно большими и вообще ими не интересоваться. Пусть  $\nu_x$  — единичная внутренняя нормаль в точке  $x \in \Gamma$ . Потребуем, чтобы равномерно по  $x \in \Gamma$  символ  $x(x, \xi)$  удовлетворял условиям:

$$x(x, l\nu_x) - |l|^r a_-(x) = O(|l|^{r-l-1}) \quad \text{при } l \rightarrow \pm\infty. \quad (6)$$

где  $a_-(x)$  — некоторые функции на  $\Gamma$ , а  $\varepsilon > 0$  — какое-нибудь число, не зависящее от  $x$ . При  $r \geq 0$  дополнительно потребуем, чтобы равномерно по  $x^{(1)}, x^{(2)} \in \Gamma$

$$(\Delta_x x(x, l\nu_x) - |l|^r \Delta_x a_-(x)) |\Delta x|^{r-l} = O(|l|^{-1}) \quad (7)$$

при  $l \rightarrow \pm\infty$ . Тогда имеет место

Теорема 10. Пусть  $0 < l$ ,  $l-r < 1$  и выполнено одно из условий:

- 1)  $l = 1$  и  $\alpha \geq \max(l, l-r)$ ,
- 2)  $l < 1$  и  $\alpha = 1$ .

Пусть также, при  $r > 0$ ,  $a_-(x) \in H_{1-l}(\Gamma)$ . Определим на  $\Gamma$  функцию

$$a(x) = -i\Gamma(1-r)(e^{i\pi r/2} a_+(x) - e^{-i\pi r/2} a_-(x)), \quad (8)$$

и пусть  $a \in H_1(\Gamma)$ . Тогда, для  $u \in H_1(G)$ , внутри  $G$  имеет место равенство

$$Pu(x) = v_1(x) + v_2(x) |d^{-r}(x) + v_3(x)|,$$

где  $d(x)$  — расстояние от  $x$  до  $\Gamma$ ; при  $r = 0$  вместо  $d^{-r}$  следует поставить  $\ln d$ ;  $v_1 \in H_{1-r}(\bar{G})$ ;  $v_2 \in H_1(\bar{G})$ ;  $v_3 \in H_{1-r}(\bar{G})$  для сколь угодно малого  $\epsilon > 0$ . Мало того,

$$v_2(x)|_{\Gamma} = -au; \quad |v_2|_{1-r} \leq c|u|_1;$$

$$|v_1|_1 + |v_3|_{1-r} \leq c(|d|_1 + |u|_{H_1(\Gamma)}),$$

где константа  $c$ , от ядра  $\kappa$  не зависит.

Доказательство этой теоремы основано на следующем утверждении.

Лемма 11. Обозначим  $x' = (x_1, \dots, x_{n-1})$ ;  $x = (x', x_n)$ . Каждой области  $G$  и функции  $u$  противопоставим область  $G_+$  и функцию  $u_+$  соответственно:

$$G_+ = \{x \in G : x_n > 0\}; \quad u_+(x) = \begin{cases} u(x), & x_n \geq 0 \\ 0, & x_n < 0 \end{cases}$$

Предположим, что в ситуации, описанной перед теоремой 10,  $0 < l$ ,  $1-r < l \leq 1$ . Пусть выполнено условие (6) на гиперплоскости  $R^{n-1} = \{x = (x', 0)\}$  и с  $\nu_1 = (0, \dots, 0, 1)$ , а при  $r \geq 0$  на  $R^{n-1}$  выполнено еще и условие (7), где  $u_2 \in H_{1-r}(R^{n-1})$ . Тогда для всякой ограниченной области  $G$  и сколь угодно малого  $\epsilon > 0$  существует константа  $c_{\epsilon, l}$ , такая, что если функция  $u \in H_1(\bar{G})$  и финитна в  $\bar{G}$ , то

$$|Pu_+ - a(x')u(x', 0)x_n^{-r} + v(x)|_{1-r} + |u|_{1-r} \leq c_{\epsilon, l}|u|_1.$$

где  $v(x)$  — некоторая функция, зависящая от  $u$ ; функция  $a(x')$  задается формулой (8); в левой части стоят нормы в  $H_{1-r}(\bar{G}_+)$  и  $H_{1-r}(\bar{G}_-)$ ; при  $r = 0$  вместо  $x_n^{-r}$  следует поставить  $\ln x_n^{-1}$ .

Приведем подробную схему доказательства этой леммы для случая:  $r \geq 0$ . Для рассмотрения случая:  $r > 0$  требуется теорема о композиции п. д. о., которую мы не привели ввиду недостатка места.

Доказательство. Введем п. о. функционал  $\Lambda_r$  по его преобразованию Фурье  $\bar{\Lambda}_r(\xi) = (\xi_n - i\langle \xi' \rangle)^r$ , где  $\xi' = (\xi_1, \dots, \xi_{n-1})$ , а  $\xi = (\xi', \xi_n)$ . Согласно теореме 8 это есть п. о. функционал порядка  $r$ , и согласно лемме Виннера-Пэли носитель  $\Lambda_r$  сосредоточен в полупространстве  $x_n \leq 0$ , так что  $\Lambda_r \circ u_+(x)$  зависит лишь от значений  $u(y)$  в точках с  $y_n \geq x_n$ . Но тогда  $\Lambda_r \circ u_+(x) = \Lambda_r u(x)$  при  $x_n > 0$  и с помощью теоремы 3 получаем:

$$\Lambda_r \circ u_+ \in H_{1-r}(\bar{G}_+).$$

Обозначим также

$$\tau_r(t) = (t + i0)^{-r} \varphi(t) \text{ при } r \neq 0, \text{ или } \tau_r(t) = (b - \ln(t + i0)) \varphi(t) \quad (9)$$

при  $r = 0$ , где  $\varphi \in C_0^\infty(R)$  и  $\varphi(t) = 1$  при  $|t| < 1$ , а  $b = \text{const}$ . Нетрудно проверить, что при подходящей константе  $b$

$$\bar{\tau}_r(\xi) = b |e^{i\pi/2} \xi|^{-r} (O(|\xi|^{-N}) + 1) \text{ при } |\xi| \rightarrow \infty, \quad (10)$$

где  $b = 0$ ;  $b_+ = -l(\Gamma(1-r))^{-1}$ , а  $N_1$  — сколько угодно большое. Используя теорему 8, из условия (6) получаем оценку при  $x = (x', 0)$

$$|\bar{x}(x, \xi) - a(x') \bar{\Lambda}_r(\xi) - a(x') \frac{\xi_n}{\langle \xi' \rangle^{1-r}} \bar{\tau} \left( \frac{\xi_n}{\langle \xi' \rangle} \right)| \leq c \frac{\langle \xi' \rangle^{r+1}}{\langle \xi \rangle^1} \quad (11)$$

для некоторого  $\gamma > 1-r$ , а из условия (7) получаем при  $x^{(1)} = (x'^{(1)}, 0)$  и  $x^{(2)} = (x'^{(2)}, 0)$  оценку

$$|\Delta_x \bar{x}(x, \xi) - \Delta_x a(x') \bar{\Lambda}_r(\xi) - \Delta_x a(x') \frac{\xi_n}{\langle \xi' \rangle^{1-r}} \bar{\tau} \left( \frac{\xi_n}{\langle \xi' \rangle} \right)| \leq c \frac{\langle \xi' \rangle^{r+1}}{\langle \xi \rangle^1} \quad (12)$$

для некоторого  $\delta > 0$ . Каждый из следующих пяти пунктов посвящен отдельному случаю ядра  $x(x, y)$ .

1)  $x(x, y) = x(y)$ ;  $r > 0$  и  $a(x') = 0$ . В силу свойств  $\Lambda_r$  достаточно рассмотреть оператор  $P - a(x') \Lambda_r$ . Теперь можно считать, что  $a(x') = 0$ . Пусть  $\psi(y) \in C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$  и  $\psi(y) = 1$  в окрестности области  $G$ . Имеем при  $x_n > 0$

$$Pu_+(x) = \int_{\mathbb{R}^n} x(x-y)(u_+(y) - u_+(x)) dy = \int_{y_n > 0} x(x-y)(u(y) - u(x)) dy - u(x) \int_{y_n < 0} (1 - \psi(y)) x(x-y) dy - u(x) \int_{y_n < 0} \psi(y) x(x-y) dy.$$

Первый интеграл в третьей части этого равенства принадлежит  $H_{1-r}(\bar{G})$ . Это можно проверить непосредственно. Легко видеть, что и второе слагаемое  $\in H_{1-r}(\bar{G})$ . Третий интеграл после обозначения  $\psi_- = \psi - \psi_+$  примет вид

$$\frac{1}{(2\pi)^n} \int_{\mathbb{R}^n} e^{-i(x, \xi)} \bar{x}(\xi) \bar{\psi}_-(\xi) d\xi = \int_{\mathbb{R}^n} e^{-i(x, \xi)} 0(\langle \xi \rangle^{-1-r} \langle \xi' \rangle^{-N}) d\xi,$$

где  $N$  — сколько угодно велико. Здесь мы учли оценку (11) (с  $a(x') = 0$ ) и оценку  $|\bar{\psi}_-(\xi)| \leq c_N \langle \xi' \rangle^{-N} \langle \xi \rangle^{-1}$ . Остается заметить, что

$$|\Delta_x e^{i(x, \xi)}| \leq |\Delta x|^{1-r} |\xi|^{1-r}.$$

2)  $x(x, y) = x(y)$ ;  $r = 0$  и  $a = 0$ . Здесь достаточно заметить, что включение  $Pu_+ \in H_{1-r}(\bar{G}_+)$  эквивалентно включению  $\Lambda_\epsilon \circ Pu_+ \in H_{1-r}(\bar{G}_+)$ , где  $\epsilon > 0$ , а ядро  $\Lambda_\epsilon(y) \circ x(y)$  удовлетворяет условию пункта 1).

3)  $x(x, y) = x(x', y)$  и  $a(x') = 0$ . В этом случае утверждение леммы проверяется без труда, если к результату пунктов 1) и 2) добавить оценку

$$|\Delta_x x(x', y) \circ u(y)| \leq c \|u\| |\Delta x'|^{1-r},$$

которая получается с помощью рассуждений пунктов 1) и 2) из оценки (12).

4)  $x(x, y) = x(x', y)$  и  $a(x') = 0$ . Обозначим через  $T$  п. д. о. с символом

$$\bar{T}(\xi) = \langle \xi' \rangle^{r-1} \xi_n^{-1} (\xi_n \langle \xi' \rangle^{-1}).$$

Тогда п. д. о.  $\rho - u(x')T$  удовлетворяет условиям пункта 3). Остается рассмотреть  $Tu$ . Но  $u$  можно заменить на  $u(x', 0)\varphi_+(x_n)$ , где  $\varphi \in C_0^\infty(\mathbb{R})$  и  $\varphi(t) = 1$  при  $|t| < 1$ , так как  $u(x', 0)\varphi_+(x_n) - u(x) \in H_1$ . Имеем

$$T(u(x', 0)\varphi_+(x_n)) = (2\pi)^{-n} \int_{\mathbb{R}^n} e^{-i(\xi, x)} \bar{T}(\xi) \bar{u}(\xi') \bar{\varphi}_+(\xi_n) d\xi,$$

где  $\bar{u}(\xi')$  есть преобразование Фурье от  $u(x', 0)$  по  $x'$ . Имеем

$$\bar{\varphi}_+(\xi_n) = i\xi_n^{-1} + O(\langle \xi_n \rangle^{-N}) \text{ при } |\xi_n| \rightarrow \infty,$$

где  $N$  — сколько угодно велико. Значит

$$\begin{aligned} \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{\mathbb{R}^n} e^{-i\xi_n x_n} \bar{T}(\xi) \bar{u}(\xi') \bar{\varphi}_+(\xi_n) d\xi_n &= \varphi(x_n \langle \xi' \rangle) \bar{u}(\xi') \langle \xi' \rangle^r + \\ &+ \bar{u}(\xi') \int_{\mathbb{R}^n} O(\langle \xi_n \rangle^{-N}) \xi_n \langle \xi' \rangle^{r-1} \bar{\varphi}_+(\xi_n \langle \xi' \rangle^{-1}) e^{i\xi_n x_n} d\xi_n. \end{aligned} \quad (13)$$

Подбирая соответствующим образом  $\varphi(t)$  в (9), можно добиться, чтобы  $\bar{\varphi}_+(\xi_n)$  имела в нуле нуль сколь угодно большого порядка  $N$ . Тогда с помощью теоремы 8 можно убедиться, что последний интеграл в (13) есть образ Фурье по  $x'$  (при каждом  $x_n$ ) п. о. функционала класса  $H_{\beta, \lambda}^s(\mathbb{R}^{n-1})$  для любых  $\beta, \lambda, s$ , таких, что  $\beta - \lambda - n + 1 = -N - 1$ . Аналогичное утверждение можно сделать и относительно производной по  $x_n$  от этого интеграла, только  $\beta - \lambda - n + 1 = -N$ . Причем нормы этих функционалов ограничены равномерно по  $x_n$ . С помощью теоремы 3 нетрудно убедиться, что последнее слагаемое в (13) определяет функцию (от  $(x', x_n)$ ) класса  $H_1(\bar{U})$ . Первое слагаемое имеет вид

$$\bar{u}(\xi') x_n^{-r} + \bar{u}(\xi') \varphi(x_n \langle \xi' \rangle) \langle \xi' \rangle^r \quad (\varphi \in C_0^\infty(\mathbb{R}); x_n > 0). \quad (14)$$

Преобраз Фурье второго слагаемого в (14) примет вид

$$\int_{\mathbb{R}^{n-1}} v(x' - x_n y') \varphi_0(y') dy', \quad (15)$$

где  $\varphi_0 \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^{n-1})$ , а  $v(x')$  определяется по своему образу Фурье:  $\bar{v}(\xi') = \bar{u}(\xi') \langle \xi' \rangle^r$ . Теорема 3 показывает, что  $v \in H_{1-r}$ , а отсюда следует, что интеграл (15) принадлежит  $H_{1-r}(\bar{U})$ .

5) Общий случай.  $x(x, y) = x(x', 0, y) + (x(x, y) - x(x', 0, y))$ . Пладкость п. д. о. с ядром  $x(x, y) - x(x', 0, y)$  нетрудно исследовать непосредственно, что оканчивает доказательство леммы II.

Теорема 10 получается из леммы 11 с помощью стандартных рассуждений, связанных с разбиением единицы и переходом к полупространству с использованием теоремы 9 о замене переменной.

Երևանский политехнический институт  
им. Карла Маркса

#### Ա Վ. ԻՌԻՐԱՆՈՎԻՉ

Գյուղերի կոտով տարածություններ և պսևդոդիֆերենցիալ օպերատորներ

Նաղվածում դիտարկվում են (1) և (2) պայմաններին բավարարող ֆունկցիաների  $H_{2,2}^2$  տարածություններ: Ուսումնասիրվում է  $H_{2,2}^2$  տարածությունների ֆունկցիաների փաթեթ: Ստացված արդյունքները կիրառվում են  $H_{2,2}^2$  տարածություններում պսևդոդիֆերենցիալ օպերատորների սահմանափակությունը ստանալու համար: Նաև դիտարկվում է  $G$  սահմանափակ տիրույթում  $P$  պսևդոդիֆերենցիալ օպերատորի դորմոդությունը  $G$  տիրույթում գյուղերի և ֆունկցիայի վրա, իսկ  $\partial G$  սահմանի մոտ ստացված է  $Pu$ -ի համար առավելագույնի բանաձև (թեորեմ 10):

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> Л. Хёрмандер, в сб.: Псевдодифференциальные операторы, Мир, М., 1967.
- <sup>2</sup> М. А. Шубин, Псевдодифференциальные операторы и спектральная теория, Наука, М., 1977.

УДК 518:517.944/947

МАТЕМАТИКА

Ю. Г. Дадаян, Л. А. Оганесян

Покоординатное сгущение сетки при решении задачи дифракции в областях с углами

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР Р. А. Александряном 11/VII 1980)

1. Пусть  $\Omega(x, y)$  ограниченная односвязная область в пространстве  $R_2$  с границей  $S$ , состоящей из конечного числа дуг класса  $C^2$ , встречающихся под ненулевыми углами. Предполагается, что внутри  $\Omega$  имеются гладкие дуги  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_N$ , которые пересекаются между собой и с  $S$  только в своих концах, причем под ненулевыми углами, и разбивают  $\Omega$  на подобласти  $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_M$ . Назовем точки пересечения  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_N$  и  $S$  фокусами  $P_1, P_2, \dots, P_N$ , а линии  $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_N$  линиями разрыва.

Решение задачи дифракции определим как функцию, удовлетворяющую интегральному тождеству

$$L(u, \Phi) = \int_{\Omega} \sum_{i,j=1}^2 a_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_i} \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} d\Omega + \int_{\Omega} \left( \sum_{i=1}^2 b_i \frac{\partial u}{\partial x_i} + au \right) \Phi d\Omega + \int_S au \Phi dS = \int_{\Omega} f \Phi d\Omega = (f, \Phi), \quad (1)$$

где  $\Phi \in W_2^1(\Omega)^*$ , а  $a_{ij} \in A^2(\Omega_m)$  в каждой  $\Omega_m, m = \overline{1, M}$ , т. е.  $a_{ij}$  могут терпеть конечные разрывы на  $\Gamma_n, n = \overline{1, N_1}, b_i \in C^1(\Omega), a \in C(\Omega), f \in W_2^1(\Omega), \sigma \in C^1(S)$ , причем  $\sigma > 0, a \geq 0$ .

Пусть

$$\sum_{i,j=1}^2 a_{ij} \xi_i \xi_j \geq \mu_0 \sum_{i=1}^2 \xi_i^2, \quad \mu_0 = \text{const} > 0,$$

\* В работе приняты следующие обозначения:  $W_2^k(\Omega)$  — пространства Соболева;  $C^k(\Omega)$  — пространства  $k$  раз непрерывно дифференцируемых функций;  $A^k(\Omega)$  — класс функций из  $C^{k-1}(\Omega)$ , имеющих  $k$ -ые ограниченные производные;  $B_2^k(\Omega)$  — подпространство функций из  $W_2^k(\Omega)$ , принадлежащих  $W_2^k(\Omega_m), m = \overline{1, M}$ .  $S$  — различные поверхности в оценках, переменные  $x$  и  $y$  будем обозначать также  $x_1, x_2$ .

и

$$L(u, u) \in C(\bar{\Omega}), \quad u \in W^1(\Omega).$$

Перечисленные условия гарантируют существование  $u \in W^1(\Omega)$  (1).  
2. Координатную ось  $Ox$  (соответственно  $Oy$ ) и параллельные ей прямые будем называть горизонтальными (вертикальными) прямыми.

Пусть  $(x^k, y^k)$  координаты фокуса  $P_k$ ,  $k = \overline{1, K}$ . Обозначим через  $X$  множество  $\{x^k\}$ , через  $Y = \{y^k\}$ .

$$d_x \equiv \min_{x^k, x^e \in X} |x^k - x^e|, \quad d_y \equiv \min_{y^k, y^e \in Y} |y^k - y^e|.$$

Обозначим через  $d_s$  расстояние от границы  $S$  до ближайшей, не лежащей на  $S$ , точки  $(x^k, y^e)$ , где  $k, e = \overline{1, K}$ ,  $x^k \in X$ ,  $y^e \in Y$ .

Пусть  $d \equiv \frac{1}{3} \min(d_x, d_y, d_s)$ .

Построим сетку с покоординатным сгущением к фокусам: пусть  $h > 0$  — достаточно малый параметр, отметим на оси  $Ox$  точки  $x_i = ih$  ( $-\infty < i < +\infty$  — целое), не принадлежащие множествам  $x^k - d \leq x \leq x^k + d$ ,  $k = \overline{1, K}$ , и точки  $x^j = (jh)^{1, \mu}$ ,  $j = \overline{0, N-1}$ ,  $k = \overline{1, K}$ , где  $0 < \mu < 1$ ,  $N$  — целая часть  $d \cdot h^{-1}$ . Через отмеченные точки проведем вертикальные прямые. Множество точек  $(x, y)$ , лежащих соседними вертикальными прямыми, проходящими через абсциссы  $x'$  и  $x''$ , назовем вертикальным слоем  $(x', x'')$ . Заметим, что  $|x' - x''| < \mu h$ , где  $\mu(\mu) > 0$  — некоторое целое, не зависящее от  $h$ . То же самое сделаем с осью  $Oy$ , проведем горизонтальные прямые и определим горизонтальные слои. Обозначим через  $\square_h$  квадрат  $|x - x^k| \leq d$ ,  $|y - y^k| \leq d$ .

После этого плоскость  $(x, y)$  будет разбита вертикальными и горизонтальными линиями на прямоугольники, которые назовем ячейками сетки, их вершины — регулярной сеткой  $Z_h$ . Каждую ячейку разделим диагональю, образующей острый угол с осью  $Ox$ , на два треугольника. Наименьшее объединение треугольников с откинутой границей, содержащее  $\Omega$ , назовем сеточной областью  $\Omega_h^*$ , а объединение всех треугольников с откинутой границей, лежащих в  $\bar{\Omega}$ , назовем сеточной областью  $\Omega_h$ .

Пусть для фокуса  $(x^k, y^k)$  через  $z^k$  обозначено наименьшее число вида  $(ih)^{1, \mu}$  (здесь  $i = \overline{0, N-1}$ ) такое, что линии разрыва  $\Gamma_k$ , выходящие из  $(x^k, y^k)$ , пересекают прямые  $x = x^k \pm z^k$  и  $y = y^k \pm z^k$  в точках, находящихся в разных слоях, причем если эти точки лежат в соседних слоях, то расстояние между ними больше ширины каждого из этих слоев. Пусть  $\Pi_k \equiv [x^k - z^k, x^k + z^k; y^k - z^k, y^k + z^k]$ .

$$D_1 = \Omega_h^* \cap \bigcup_{k=1}^K \Pi_k, \quad D_2 = \Omega_h^* \setminus D_1.$$

Чтобы получить триангуляцию, где стороны треугольников идут вдоль линии разрыва, аналогично (2) определим подвижные и непод-

нижние вершины для  $D_1$  и сделаем геометрические преобразования, похожие на преобразования а) — г) из (2), после чего плоскость  $(x, y)$  будет разбита на новые нерегулярные треугольники. Все вершины из  $D_1$  считаем неподвижными.

Совокупность вершин и сторон треугольников новой триангуляции образует сетку, вершины треугольников назовем узлами сетки, в их совокупность обозначим через  $Z_H$ . Из (2) следует, что отображение  $x(z_p) = Z_H$  является взаимно-однозначным. Будем считать, что все узлы сетки перенумерованы в некотором порядке. Обозначим через  $R^h$  множество узлов, принадлежащих  $\bar{\Omega}_{in}^h$ , а через  $r^h$  — множество узлов, принадлежащих  $\omega_m^h$ , где  $\omega^h = \Omega_m^h \setminus \bar{\Omega}_m^h$ .

Пусть на  $R^h$  задана сеточная функция  $\varphi$ . Построим ее кусочно-линейное восполнение  $\bar{\varphi}(x, y)$  в  $\Omega_{in}^h$ , используя экстраполяцию из  $\Omega_{in}^h$  в  $\Omega_{out}^h$  подобно (3): в  $\Omega_{in}^h$  вектору  $\varphi$  сопоставим  $\bar{\varphi}(x, y)$  — обычное кусочно-линейное восполнение, т. е.  $\bar{\varphi}(x, y) = \varphi(x, y)$  в  $\Omega_{in}^h$ . Если  $(x_m, y_m) \in r^h$ , то сопоставим узлу  $(x_m, y_m)$  какой-либо треугольник из  $\bar{\Omega}_m^h$ , который находится в наименьшей окрестности узла  $(x_m, y_m)$ . Значение функции  $\bar{\varphi}$  в узле  $(x_m, y_m)$  берем равным значению в  $(x_m, y_m)$  той линейной функции, которая в соответствующем треугольнике совпадает с  $\varphi(x, y)$ . Множество таким образом построенных функций  $\bar{\varphi}(x, y)$  образует в  $W_1^1(\Omega_{in}^h)$  конечномерное подпространство. Обозначим его через  $H^h$ . Ясно, что размерность  $H^h$  совпадает с количеством узлов в  $R^h$ .

3. Построение вариационно-разностных схем (ВРС). Приближенным решением задачи (1) назовем функцию  $\bar{v}(x, y) \in H^h$ , которая удовлетворяет интегральному тождеству

$$L(\bar{v}, \bar{\varphi}) = (f, \bar{\varphi})$$

при произвольной  $\bar{\varphi} \in H^h$ .

В (4) было показано, что решение задачи (1) можно представить в виде

$$u(x, y) = w(x, y) + \sum_{k=1}^M \sum_{e=1}^{l_k} \gamma_{ke} \psi_{ke}(x, y), \quad \gamma_{ke} = \text{const.}$$

Здесь  $\psi_{ke}(x, y)$ ,  $e = \overline{1, l_k}$ , особые функции  $\psi_{ke} \in W_1^1(\Omega)$ ,  $\psi_{ke} \in W_2^2(\Omega)$ , связанные с фокусом  $P_k$ . Они непрерывны, обращаются в нуль вне  $\Omega_k$ , гладки в каждой  $\Omega_m$ ,  $m = \overline{1, M}$  везде, кроме точек  $(x^k, y^k)$ , и для каждой области  $\Omega_m^* = \Omega_m \setminus \square_k$  за счет поворота системы координат  $\xi = \xi(x, y)$ ,  $\eta = \eta(x, y)$  можно добиться, чтобы  $\psi = r^{\nu_{ke}} \Phi_{ke}(\theta) + \nu(\xi, \eta)$ , где  $(r, \theta)$  полярные координаты в плоскости  $(\xi, \eta)$ , а  $\nu$  имеет вторые производные и  $|\nu| < C r^{\nu_{ke} + 1}$  в  $\Omega_m^*$ . Здесь  $0 < \nu_{ke} < 1$ .  $\Phi_{ke}(\theta)$  — гладкая функция от  $\theta$ .

В (\*) было также показано, что  $\omega \in B_1^2(\Omega)$  и выполнено неравенство

$$|\omega|_{B_1^2(\Omega)} + \sum_{s=1}^N \sum_{r=1}^{l_s} |\gamma_{sr}| \leq C \|f\|_{0,\Omega}.$$

Справедлива следующая, доказываемая почти как в (\*).

**Теорема 1.** Пусть  $u$  есть обобщенное решение задачи (1), а  $u_h$  — приближенное. Тогда при достаточно малых  $h$  имеют место оценки

$$|u - u_{h,i}| \leq Ch^2 \|f\|_{0,\Omega}, \quad i=0, 1.$$

4. Произвольной функции  $\bar{v}$  из  $H^1$  соответствует сеточная функция  $\underline{v}$ , определенная на  $R^h$ . Сеточную функцию  $\underline{v}$  можно рассматривать как элемент конечномерного евклидова пространства  $E^h$ . Обозначим через  $t(h)$  количество узлов  $R^h$ . Заметим, что размерность  $E^h$  равна  $t(h)$ . Матрица системы сеточных уравнений для нахождения  $\bar{v}$ , которую обозначим через  $L$ , определяется равенством

$$L(\bar{v}, \bar{v}) = \langle \bar{v}, \bar{v} \rangle,$$

где  $\langle \dots \rangle$  — скалярное произведение в  $E^h$ ,  $\bar{v}$ ,  $\bar{v}$  — произвольные векторы из  $E^h$ . Систему сеточных уравнений для нахождения  $\underline{v}$  запишем в виде

$$L \underline{v} = \underline{g}, \tag{2}$$

где  $\underline{g}$  — вектор, определяемый из равенства

$$(f, \bar{v}) = \langle \underline{g}, \bar{v} \rangle.$$

Будем считать, что область  $\Omega$  заключена в квадрат  $Q$  со сторонами, находящимися на построенных нами линиях сетки, и расстояние от границы  $\partial Q$  до  $S$  не менее  $3d > 0$ . Ясно, что  $\Omega_{0,h}^h \subset Q$ . Обозначим через  $E^h$  конечномерное евклидово пространство сеточных функций  $\underline{v}$ , заданных во внутренних узлах  $Q$ , а через  $\bar{v}$  кусочно-линейное восполнение  $\underline{v} \in E^h$ . Отметим, что  $\bar{v}|_{\partial Q} = 0$ .

Условимся упорядочивать координаты вектора  $\underline{v}$  следующим образом:

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{v}_2 \end{pmatrix},$$

где  $\underline{v}_1 \in E^h$ , а  $\underline{v}_2$  — остальные. Обозначим через  $T(h)$  размерность  $E^h$ .

Кроме того, скалярное произведение в  $E^h$  будем обозначать через  $\langle \dots \rangle_h$ . Введем сеточный оператор  $B$ . В каждом внутреннем узле прямоугольника  $Q$  зададим  $B$  равенством  $B\bar{v} = D_1^v \bar{v} + D_2^v \bar{v}$ , где  $\bar{v}$  сеточная функция на  $Z_h$ , со значениями, равными значениям соответствующим

ющих компонент  $\underline{\varphi}$ , здесь  $D_1^1 \underline{\varphi}$  и  $D_2^1 \underline{\varphi}$  вторые разделенные разности. Обозначим через  $R$  квадратную матрицу порядка  $T(h)$ , являющуюся „продолжением“  $L$ :

$$R = \begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что вектор  $\underline{w} = \begin{pmatrix} v \\ \underline{w}_2 \end{pmatrix}$ , где  $\underline{w}_2$  — произвольно, а  $v$  — решение (2), удовлетворяет уравнению

$$B \underline{w} = \begin{pmatrix} L & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \underline{w}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{q}.$$

Для нахождения решения  $\underline{w}$  рассмотрим итерационный процесс

$$B(\underline{w}^{n+1} - \underline{w}^n) = -\tau(R\underline{w}^n - \underline{q}), \quad n = 0, 1, \dots, \quad \tau > 0. \quad (3)$$

На каждом шаге итерационного процесса (3) необходимо решать системы вида

$$B\underline{w} = \underline{G}. \quad (4)$$

Заметим, что матрица  $B$  представляет собой вариационно-разностную аппроксимацию задачи Дирихле для оператора Лапласа в прямоугольнике на прямоугольной неравномерной сетке. Поэтому для решения систем вида (4) применим метод переменных направлений с оптимальным выбором параметров (5).

В этом случае, несмотря на то, что сетка существенно неравномерна, объем вычислительной работы на решение системы (4) имеет порядок  $O(T(h) \ln(T(h)))$ .

Естественно оценивать скорость сходимости процесса в полунорме

$$\|\underline{\varphi}\|_k \langle R\underline{\varphi}, \underline{\varphi} \rangle_0 = (L\underline{\varphi}_1, \underline{\varphi}_1) = L(\underline{\varphi}, \underline{\varphi}).$$

Справедлива следующая

**Теорема 2.** *Ненулевые собственные числа задачи  $R\underline{\psi} = -B\underline{\psi}$  удовлетворяют неравенству*

$$0 < \gamma_1 \leq \lambda_k \leq \gamma_2,$$

где  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  не зависят от  $h$ . Тем самым скорость сходимости процесса (3) при  $\tau = 2/(\gamma_1 + \gamma_2)$  характеризуется неравенством

$$\|\underline{w} - \underline{w}^n\|_k \leq \delta^n \|\underline{w} - \underline{w}^0\|_k,$$

где  $\delta = (\gamma_2 - \gamma_1)/(\gamma_2 + \gamma_1)$ .

Это означает, что для уменьшения погрешности начального приближения в  $\varepsilon^{-1}$  раз достаточно, чтобы число итераций  $n$  удовлетворяло условию  $n > C \ln \varepsilon^{-1}$ .

Доказательство этой теоремы в основном совпадает с доказательством аналогичной теоремы в (1). Однако, так как сетка нерав-

номерна, требуется указать конструкцию продолжения вектора  $\psi_1 \in E^k$  на пространство  $E^n$  с сохранением нормы

$$\|\hat{\psi}_1\| \leq C \|\psi_1\| \quad (5)$$

Эта конструкция является основной в настоящей работе.

а) Рассмотрим сначала такое продолжение заданной в  $\Omega$  функции  $\bar{\varphi}$ , которое равно нулю вне некоторого достаточно малого прямоугольника  $\Pi$  с центром в точке  $A \in S$  и со сторонами длиной  $2\alpha$  и  $2\beta$ , параллельными осям координат. Перенесем начало координат в точку  $A$  (обозначим переменные в этой системе через те же  $x$  и  $y$ ). Предположим вначале, что одна из полуосей, например, полуось  $y > 0$ , лежит вне  $\Omega$  и не касается  $\partial\Omega$ .

Пусть  $A$  есть фокус  $P$ , кривая  $\partial\Omega$  в окрестности  $x = 0, y = 0$  при  $x \geq 0$  имеет вид  $Y(x) = \alpha x + O(x^2)$ , а при  $x < 0 - Y(x) = \alpha_1 x + O(x^2)$ ; кроме того  $\max |Y(x)| < 3/2$ .

Рассмотрим узел  $(x_1, y_1)$ , лежащий вне  $\Omega \cap \Pi$ . Если этот узел принадлежит  $\Omega_{cx}^*$ , то положим в нем  $\varphi'(x_1, y_1) = \bar{\varphi}(x_1, y_1)$ . Если  $(x_1, y_1) \in \Pi \setminus \Omega_{cx}^*$ , то положим  $\varphi'(x_1, y_1) = \bar{\varphi}(x_1, 2Y(x_1) - y_1)$ , т. е. в точку  $(x_1, y)$  переносится значение кусочно-линейной функции  $\bar{\varphi}$ , взятой в точке, удаленной от  $S$  вдоль оси  $Oy$  внутрь области на такое же расстояние, на какое удалена от  $S$  точка  $(x_1, y_1)$ . Для  $(x_1, y_1) \in \bar{\Omega}_{cx}^* \cup \Pi$  положим  $\varphi'(x_1, y_1) = 0$ .

Положим продолжение  $\varphi^*$  равным восполнению сеточной функции  $\varphi'(x_1, y_1) = \bar{\Xi}(y)$ , где  $\bar{\Xi}(y)$  гладкая функция, равная единице в  $\Omega \cap \Pi$  и  $\bar{\Xi}(\beta) = 0$ .

б) Случай, когда вне области нет полуоси, не касающейся  $S$ , сводится к предыдущему поворотом осей координат так, чтобы положительная полуось  $Oy$  совпала с биссектрисой внешнего угла области, а продолжать надо функцию в прямоугольник со стороной, параллельной этой биссектрисе. Во всех случаях доказывается, что

$$\|\hat{\varphi}^*\| \leq C \|\bar{\varphi}\|$$

Пусть теперь  $\bar{\varphi}$  произвольная функция в  $\Omega$ . Покроем область  $\Omega$  прямоугольниками  $\Pi_i, i = \overline{1, \sigma_1}$  (при этом все угловые точки являются центрами) и прямоугольниками  $\Pi'_j, j = \overline{1, \sigma_2}$  с центрами в  $\Omega_{in}^*$  такими, что  $\bigcup_{j=1}^{\sigma_2} \Pi'_j \subset \Omega_{in}^*$ . Пусть  $\sigma' = \sigma_1 + \sigma_2$ .

Напишем разложение единицы в  $\Omega$

$$1 = \sum_{i=1}^{\sigma'} \zeta_i(x, y), \quad \zeta_i(x, y) \in C^2.$$

Тогда

$$\bar{\varphi}(x, y) = \sum_{i=1}^{\sigma'} \zeta_i(x, y) \bar{\varphi}(x, y) = \sum_{i=1}^{\sigma'} \bar{\varphi}_i(x, y).$$

Для тех прямоугольников  $\Pi_i$ , центры которых лежат на границе области, продолжим соответствующие функции  $\bar{\varphi}_i(x, y)$ , как это описано выше. Получим функции  $\hat{\varphi}_i$ . Для прямоугольников, центры которых лежат внутри области, полагаем, что продолженная функция  $\hat{\varphi}_i$  совпадает с соответствующей функцией  $\bar{\varphi}_i$ .

Положим  $\hat{\varphi}^* = \sum_{i=1}^N \hat{\varphi}_i$ , тогда  $\hat{\varphi}^*$  совпадает в  $\Omega$  с  $\bar{\varphi}$  и

$$\|\hat{\varphi}^*\|_{1,0} \leq \sum_{i=1}^N \|\hat{\varphi}_i\|_{1,0} \leq C \sum_{i=1}^N \|\bar{\varphi}_i\|_{1,0} \leq C \|\bar{\varphi}\|_{1,0}.$$

Тем самым имеет место неравенство (5).

Ереванский государственный университет  
Институт социально-экономических проблем  
Академии наук СССР

ՅՈՒ. Դ. ԻԱԾԱՅԱՆ, Լ. Ն. ՀՈՎԱՆԻՍՅԱՆ

Անկյունային կետեր ունեցող տիրույթներում ըստ կոորդինատների ցանցի խտացումը, դիֆրակցիայի խնդրի լուծման ժամանակ

Աշխատանքում կատարվում է այնպիսի անհավասարաչափ ցանց, որն ունի խտացումներ հատուկ կետերի շրջակայքերում: Ծրրորդ եզրային խնդրի համար գրվում է վարիացիոն-տարրերական սխեմա: Ցույց է տրվում, որ համասլատասխան դժային հավասարումների սխեմա կարելի է լուծել գրեթե օպտիմալ թվով թվարանական գործողությունների միջոցով, օգտվելով ֆիկտիվ տիրույթների մեթոդից:

#### ЛИТЕРАТУРА — ՉՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> О. А. Ладыженская, Н. Н. Уралцева, Линейные и квазилинейные уравнения эллиптического типа, Наука, М., 1964 <sup>2</sup> Ю. Г. Дадаян, Ученые зап. ЕГУ, № 2 (141), 1979. <sup>3</sup> Л. А. Оганесян, Л. А. Рухонц, Вариационно-разностные методы решения эллиптических уравнений, Изд-во АН АрмССР, Ереван, 1979. <sup>4</sup> Ю. Г. Дадаян, Л. А. Оганесян, Ученые зап. ЕГУ, № 2 (144), 1980 <sup>5</sup> А. А. Самарский, Е. С. Николаев, Методы решения сеточных уравнений, Наука, М., 1978

УДК 512.2

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

А. А. Бабаджанян

О сходимости общих процессов итеративного агрегирования

(Представлено чл.-корр АН Армянской ССР Р. Р. Варшамовым 18/1 1979)

1. Метод итеративного агрегирования был предложен в <sup>(1)</sup> для решения систем линейных балансовых уравнений вида

$$x = Ax + y \quad (x \in R^n) \quad (1)$$

с заданными неотрицательными матрицей  $A$  и вектором  $y$ . Предполагается, что  $l_1$ -норма матрицы  $A$  удовлетворяет неравенству

$$\|A\| < 1. \quad (2)$$

В этом направлении отметим также работу <sup>(2)</sup>.

В работах <sup>(3-5)</sup>, посвященных обоснованию метода итеративного агрегирования, удалось получить доказательство сходимости в общем случае лишь при выполнении условия  $|A| < \frac{1}{3}$ . Кроме того, в <sup>(6,7)</sup> исследована сходимость процесса, когда коэффициенты исходной системы (1) „почти“ удовлетворяют условиям Хатанака.

В настоящей работе предложен новый метод (процесс) итеративного агрегирования (названный специальным) для решения систем уравнений вида (1). Доказана его сходимость в случаях аналогичных <sup>(3-5)</sup>.

Предлагаются общие ( $l$ -кратные) процессы итеративного агрегирования, являющиеся обобщениями известного метода итеративного агрегирования <sup>(1)</sup> и отмеченного выше специального метода. Показана сходимость  $l$ -кратных процессов в случаях, известных для процесса итеративного агрегирования. Более того, для достаточно больших  $l$  сходимость имеет место и при условии (2).

2 Процесс итеративного агрегирования в общем случае можно выписать в следующей векторно-матричной форме <sup>(4,5,8)</sup> (здесь следуют обозначениям, принятым в <sup>(2)</sup>):

$$X^{(k+1)} = TAP_k X^{(k+1)} + Y, \quad Y = Ty, \quad (3)$$

$$x^{(k+1)} = AP_k x^{(k+1)} + y \quad (k=0, 1, \dots), \quad (4)$$

$$x^{(0)} \geq 0, \sum_{q \in N_j} x_q^{(0)} = 0, N_j = \{q \mid x_{q-1} < e < x_q\}, \quad (5)$$

где  $X^{(k+1)}$ ,  $Y$  —  $m$ -мерные вектор-столбцы;  $k$  — номер шага итерации. Через  $T$  обозначена агрегирующая матрица размерности  $m \times n$

$$T = \begin{vmatrix} 1 & \dots & 10 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 01 & \dots & 10 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 01 & \dots & 1 \end{vmatrix}$$

в  $j$ -ой строке и  $q$ -м столбце которой стоит единица, если  $q$ -я переменная системы (1) принадлежит  $j$ -й группе и нуль — в противном случае,  $j = 1 \dots m$ ,  $q = 1 \dots n$ . Без ограничения общности принято, что переменные переименованы в порядке их объединения.

Весовая матрица

$$P_k = \begin{vmatrix} p_1^{(k)} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{j_1}^{(k)} & 0 & \dots & \dots \\ 0 & p_{j_1+1}^{(k)} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & p_{j_2}^{(k)} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & p_{j_2+1}^{(k)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & p_n^{(k)} \end{vmatrix} \quad (6)$$

получается из матрицы  $T^T$  заменой каждой единицы весом

$$p_q^{(k)} = \frac{x_q^{(k)}}{\sum_{q \in N_j} x_q^{(k)}} \quad q \in N_j \quad (j = 1, \dots, m). \quad (7)$$

Как видно из (4), решением уравнений (межпродуктового) баланса (1) на каждом шаге  $k = 0, 1, \dots$  принимается приближение  $x^{(k+1)}$ , найденное путем дезагрегации валового выпуска агрегированной системы уравнений (межотраслевого) баланса (3) (т. е. путем подстановки приближения  $P_k X^{(k+1)}$  в (1)).

Специальный процесс итеративного агрегирования в общем случае имеет следующий векторно-матричный вид:

$$Z^{(k+1)} = T A P_k Z^{(k+1)} + T A y, \quad (8)$$

$$x^{(k+1)} = P_k Z^{(k+1)} + y, \quad (k = 0, 1, \dots) \quad (9)$$

$$A \cdot x^{(0)} \geq 0, \sum_{q \in N_j} \sum_{l=1}^m a_{lj} x_l^{(0)} = 0 \quad (10)$$

Матрица  $P_k$  имеет вид (6), однако веса находятся уже из соотношений:

$$p_{ij}^{(k)} = \frac{\sum_{l=1}^n a_{il} x_l^{(k)}}{\sum_{r \in N_j} \sum_{l=1}^n a_{rl} x_l^{(k)}} \quad q \in N_j \quad (j=1, \dots, m). \quad (11)$$

Здесь уже приближение  $x^{(k-1)}$  находится путем дезагрегации потока затрат, найденного из уравнений межотраслевого баланса (8) (т. е. путем подстановки приближения  $P_k Z^{(k+1)}$  в (1)). Условие (11) означает, что в матрице коэффициентов прямых затрат межотраслевого баланса (8), на каждом шаге  $k=0, 1, \dots$  зафиксированы пропорции потока затрат продуктов внутри отрасли (в отличие от процесса (3)–(7), где фиксированы пропорции валового выпуска).

**Замечание 1.** В частном случае, если  $|A| \neq 0$ , то процесс (8)–(11) выводится из (3)–(7) и наоборот.

**Теорема 1.** При  $T = (1, \dots, 1)$  итерационный процесс (8)–(11) монотонно сходится (в  $l_1$ -норме) со скоростью геометрической прогрессии, если матрица  $A$  удовлетворяет условию (2).

**Замечание 2.** Скорость сходимости определяется вторым по модулю собственным значением стохастической матрицы  $S = \|s_{qr}\|$ :

$$s_{qr} = a_{qr} + \frac{\sum_{l=1}^n a_{ql} b_l}{\sum_{l=1}^n x_l b_l} (1 - x_r),$$

где  $x_r = \frac{\sum_{q=1}^n a_{qr}}{\sum_{q=1}^n a_{qr}}$ .

**Теорема 2.** Итерационный процесс (8)–(11), в общем случае агрегирующей матрицы  $T$ , монотонно сходится со скоростью геометрической прогрессии, если матрица  $A$  удовлетворяет условию

$$|A| < \frac{1}{3}$$

3. Выписывая уравнение (1) в ином виде, а именно

$$x = y + Ay + \dots + A^l y + A^{l+1} x$$

и используя рассуждения п. 2, можно обобщить оба процесса итеративного агрегирования.

$l$ -кратный процесс итеративного агрегирования ( $A^{l+1} x = A(A^l x)$ ):

$$X^{(k+1)} = T A P_k X^{(k+1)} + T A^l y \quad (k=0, 1, \dots), \quad (3')$$

$$x^{(k+1)} = A P_k x^{(k+1)} + A^l y + \dots + A y + y, \quad (4')$$

где матрица  $P_k$  имеет вид (6), однако веса находятся из соотношений:

$$p_i^{(k)} = \frac{(A^l x^{(k)})_i}{\sum_{i \in N_j} (A^l x^{(k)})_i}, \quad q \in N_j, \quad (j = 1, \dots, m) \quad (7')$$

$l$ -кратный специальный процесс итеративного агрегирования:

$$Z^{(k+1)} = TAP_k Z^{(k+1)} + TA^{l+1}y \quad (k = 0, 1, \dots), \quad (8')$$

$$x^{(k+1)} = P_k Z^{(k+1)} + A^l y + \dots + Ay + y, \quad (9')$$

где

$$p_i^{(k)} = \frac{(A^{l+1} x^{(k)})_i}{\sum_{i \in N_j} (A^{l+1} x^{(k)})_i}, \quad q \in N_j, \quad (j = 1, \dots, m). \quad (11')$$

В обоих процессах требуются очевидные условия, аналогичные (5) и (10).

Замечание 3. Теоремы 1, 2 и замечание 1 имеют место для  $l$ -кратных процессов.

Теорема 3. Для некоторого  $l_0$   $l$ -кратные итеративные процессы (3')—(7') и (8')—(11') в общем случае агрегирующей матрицы  $T$  монотонно сходятся со скоростью геометрической прогрессии и при условии (2).

Доказательство теоремы проводится аналогично (\*), откуда и следует неравенство  $|A^{l+1}| < 1/3$ .

4. Более полное изложение полученных результатов, а также сравнительный анализ предлагаемых методов излагаются автором в других работах.

Армянский научно-исследовательский институт энергетики

Ա. Ա. ԲԱՐՍԵՂՅԱՆՅԱՆ

Իստերատիվ ագրեգացման բնդեանուր պրոցեսների գուգամիտման մասին

Աղշխատանքում ներկայացված է նոր (հատուկ) իտերատիվ ագրեգացման մեթոդ դժային բալանսային հավասարումների լուծման համար: Ապացուցված է նրա գուգամիտումը որոշ դեպքերում:

Բերվում է իտերատիվ ագրեգացման պրոցեսների բնդանրացումը  $l$ -պատիկ իտերատիվ ագրեգացման պրոցեսներ:

#### Л И Т Е Р А Т У Р А — Գ Ր Ա Շ Ի Կ Ե Ն Ի Ր Յ ՈՒ Ն

- 1 Л. М. Дудкин, Э. Б. Ершов, «Плановое хозяйство», № 5, 1965. 2 J. C-H Fel, Econometrica, v 12, №1 (1956). 3 Б. А. Шенников, Экономика и матем. методы, т. 1, вып. 6 (1965). 4 Б. А. Шенников, ДАН СССР, т. 173, № 4 (1967). 5 Л. А. Хитдер, Сб. «Исследования по математической экономике и смежным вопросам», вып. 21, МГУ (1972). 6 М. В. Калинин, Сб. «Вычислительные методы и программирование», вып. 21, МГУ (1973). 7 В. А. Хомяков, «Автоматика и телемеханика», № 7, 1973. 8 Л. М. Дудкин, Система расчетов оптимального народнохозяйственного плана, «Экономика», М., 1972.

УДК 539.1

ФИЗИКА

Г. Ю. Крючков, Ю. П. Малакян

Радиационный сдвиг атомных квазиэнергетических уровней

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Миквеляном 1/VII 1980)

1. Обычно при изучении поведения атомных уровней в световом поле игнорируется вопрос о величине радиационных сдвигов этих уровней, обусловленных взаимодействием электрона с собственным полем излучения. В частности, не рассматривается эффект влияния сильного поля на радиационное смещение. Остается также не выясненным вопрос о способе правильного учета радиационных поправок к энергиям в присутствии внешнего поля. В настоящей работе мы не ставили себе целью решить эту задачу в общем виде и ограничились вычислением радиационных сдвигов квазиэнергетических уровней, возникающих в системе «атом + периодическое поле» при пренебрежении релаксационными явлениями. Основным результатом работы является формула (8) для сдвига квазиэнергий, справедливая для полей, напряженность которых  $E$  меньше атомных  $E_{ат} \sim 10^9$  в/см, учитывающая влияние поля в общем случае как отсутствия, так и при наличии резонансов.

2. Мы исходим из гамильтониана одноэлектронного атома, взаимодействующего с полем  $\vec{E}(t) = \text{Re}(\vec{E}_0 e^{-i\omega t})$  в дипольном приближении и квантованным полем излучения  $\vec{a}$

$$H = H_0 - \vec{E} \vec{d} - e \vec{z} \vec{a}, \quad H_0 = \vec{p}^2 / 2m + e\phi(r). \quad (1)$$

Здесь:  $\phi(r)$  — кулоновский потенциал,  $\vec{d} = e\vec{r}$  — дипольный момент электрона. Хотя движение электрона в атоме нерелятивистское, мы рассмотрели релятивистский гамильтониан, чтобы в атомных волновых функциях  $\psi(r)$  учесть тонкую структуру уровней.

Вычисления проводятся в картине Фарри. Без учета радиационных эффектов система «атом + поле» для режима адиабатического включения поля обладает квазиэнергетическими волновыми функциями

$$\psi_i(\vec{r}, t) = e^{-iE_i t} u_i(\vec{r}, t) = e^{-iE_i t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} c_{n,l}^i e^{-i(n\omega + l\omega_0)t} \varphi_{n,l}^i(\vec{r}), \quad (2)$$

где  $E_i$  — квазиэнергии <sup>(1)</sup>. Функции  $\varphi_i$  выбраны так, чтобы при выключении взаимодействия с внешним полем  $\psi_i \rightarrow \exp(-i\omega_i t) \varphi_i(\vec{r})$ , где  $\omega_i$  — невозмущенные атомные уровни энергий <sup>(2,3)</sup>. (В случае внезапного включения волновые функции системы представляются в виде суперпозиций  $\varphi_i$  и учет радиационных сдвигов  $E_i$  приведет к изменению частоты осциллирующей населенности атома.)

Учет члена  $e_{za}$  приводит к радиационному сдвигу  $\Delta E_i$ , который мы вычислим в низшем порядке т. в. Для этого воспользуемся схемой, обычно используемой в беспольном случае, когда вводится импульс обрезания  $(za)^2 m < k_{min} < (za)m$  и отдельно учитываются вклады взаимодействия с мягкими  $\omega < k_{min}$  и жесткими  $\omega > k_{min}$  виртуальными фотонами <sup>(4)</sup>. Для низкочастотного вклада получаем выражение

$$\Delta E_i = -\frac{2z}{3\pi} k_{min} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} |\bar{P}_{ij}^{(q)}|^2 + \quad (3)$$

$$+ \frac{2z}{3\pi} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} |\bar{P}_{ij}^{(q)}|^2 (E_i - E_j + q\omega) \ln(k_{min}/|E_i - E_j + q\omega|),$$

$$\bar{P}_{ij}^{(q)} = \langle u_i | \bar{V} e^{-i(q\omega)t} | u_j \rangle, \quad (4)$$

где  $\bar{V}$  — оператор скорости электрона, а двойная скобка означает обычное интегрирование по  $d^3r$  и усреднение по периоду поля  $T = 2\pi/\omega$ . Матричные элементы (4) выражаются через коэффициенты  $c_{n,l}^i$  следующим образом:

$$\bar{P}_{ij}^{(q)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} c_{n+l}^i c_{n,l}^j \omega_{nl} \bar{T}_{nl}^{(q)} \quad (4a)$$

В формуле (3) под логарифмом мы пренебрегли величиной  $E_i - E_j + q\omega$  по сравнению с  $k_{min}$ . Ясно, что это справедливо для тех  $q$ , когда величина  $E_i - E_j + q\omega$  порядка энергии связи атома  $(Za)^2 m$ . Для больших значений  $q$  величины  $|\bar{P}_{ij}^{(q)}|^2$  сильно подавлены, так что в сумме по  $q$  в (3) этими членами можно пренебречь. Отметим также, что в силу соотношения  $\bar{P}_{ij}^{(q)} = \bar{P}_{ji}^{(-q)}$  диагональные члены  $i = j$  выпадают из суммы по  $j$  в (3).

В низкоэнергетической части необходимо произвести перенормировку массы. В нерелятивистском приближении массовый член принимает вид  $i\dot{m}(\beta - 1) \rightarrow i\dot{m}(\bar{P}_i/m)^2$ , и поскольку имеет место соотношение

$$\langle u_i | \bar{V}^2 | u_i \rangle = \sum_{j \neq i} |\bar{P}_{ij}^{(q)}|^2, \quad (5)$$

то первый член в (3) включается в перенормировку массы.

В области  $\omega_1 > k_{\min}$  поле ядра учитывается в первом порядке т. в. и сдвиг представляется в виде

$$\Delta E_i = e \langle u_i | \delta\phi | u_i \rangle, \quad (6)$$

где величина  $\delta\phi$  содержит радиационные поправки к кулоновскому потенциалу, вычисленные в бесполевом случае (4)\*. Вклады внешнего поля в  $\delta\phi$  имеют порядок  $(eE/m\omega) \ll \frac{E}{E_0}$  и в (6) опущены.

Формула (6) аналогична выражению для бесполевого случая (4) с той лишь разницей, что все операторы в  $\delta\phi$  усредняются теперь по новым волновым функциям.

Объединяя (7) и (6) и используя правило сумм

$$\sum_{q=-\infty}^{\infty} \sum_{j \neq i} (E_i - E_j + q\omega) |\bar{P}_{ij}^{(q)}|^2 = \frac{e}{2m^2} \langle u_i | \nabla^2 \phi(r) | u_i \rangle, \quad (7)$$

окончательно получаем

$$\Delta E_i = \frac{2e^2}{3\pi} \sum_{j \neq i} |\bar{P}_{ij}^{(q)}|^2 (E_i - E_j + q\omega) \ln \frac{m}{2|E_i - E_j + q\omega|} + \frac{e^2}{3\pi m^2} \frac{19}{30} \langle u_i | \nabla^2 \phi(r) | u_i \rangle + \frac{e^2}{4\pi m^2} \langle u_i | \vec{s} \vec{l} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{d\phi}{dr} | u_i \rangle, \quad (8)$$

где  $\vec{l}$  — оператор орбитального момента.

Отметим, что формула (8) включает два эффекта влияния поля на радиационный сдвиг: 1) учитывает эффект перемешивания атомных уровней, 2) содержит непосредственное влияние поля на радиационный сдвиг каждого уровня в отдельности.

3. Наиболее простой случай реализуется для однофотонного резонанса между атомными уровнями 1 и 2, когда:  $\epsilon = \omega_{21} - \omega \ll \omega_{21}$ ,  $V_{21} \ll \omega_{21}$ , где  $V_{21} = \langle \psi_2 | E_0 \vec{d} | \psi_1 \rangle$ . Величины  $|\bar{P}_{ij}^{(q)}|^2$  вычисляются с помощью квазиэнергетических волновых функций в резонансном приближении (23).

Радиационный сдвиг (к. э.) имеет следующий вид:

$$\Delta E_{1,2} = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \frac{|\epsilon|}{2\Omega} \right) \delta_{1,2} + \frac{1}{2} \left( 1 \mp \frac{|\epsilon|}{2\Omega} \right) \delta_{2,1}, \quad (9)$$

где  $\delta_{1,2}$  — радиационные сдвиги в отсутствие поля, а  $\Omega = \frac{1}{2} \sqrt{\epsilon^2 + |V_{21}|^2}$  — частота Раби.

Формулы (9) справедливы при условиях:  $\delta_{1,2} \ll 2$ ,  $|\delta_2 - \delta_1| \gg |V_{21}|/\omega$ , первое из которых является критерием применимости т. в., а второе соответствует пренебрежению нерезонансными вкладами. Для любых

\* Радиационные поправки к взаимодействию электрона с внешним полем подавлены по сравнению с соответствующими вкладами в  $\delta\phi$  параметром  $E/E_0 \ll 1$ .

значений  $\delta_{1,2}$  имеется широкий диапазон  $v, E_0$ , для которых эти условия выполняются.

Как видно из (9), при  $|V_{21}| \gg \Delta E_{1,2}$  сдвиги  $\Delta E_{1,2}$  становятся одного порядка, даже если  $\delta_{1,2}$  существенно отличаются. Это легко понять, заметив, что коэффициенты при  $\delta_{1,2}$  совпадают с вероятностями нахождения системы в состояниях  $\psi_{1,2}$  и что последние в этом предельном случае одинаковы. В предельном случае слабых полей  $|V_{21}| \ll \Delta E_{1,2}$  получаем  $\Delta E_{1,2} \rightarrow \delta_{1,2}$ .

Формула (8) применима и в другом интересном случае двух близких уровней, для которых  $V_{12} \sim \Delta E_{1,2}$  для полей все еще меньше атомных.

Потребность в формуле (8) возникает при решении различных квантовоэлектродинамических задач взаимодействия атома с внешним полем, в частности, для случая рассеяния света или электрона на атоме.

В заключение выражаем благодарность М. Л. Тер-Микаеляну и А. О. Меликяну за обсуждения.

Институт физических исследований  
Академии наук Армянской ССР

Գ. ՅՈՒ. ԿՐՅՈՒԶԿՈՎ, ՅՈՒ. Վ. ՄԱԼՍԵՅԱՆ

### Ատոմի լվազիլեներգետիկ մակարդակների ուղիացիոն շեղումը

Քվանտային էլեկտրադինամիկայի տեսանկյունից հետազոտված է «ատոմ-արտաքին պարբերական դաշտ» սիստեմի թվալիլեներգետիկ մակարդակների ուղիացիոն շեղումը:

Ատոմական դաշտերի համեմատ, փոքր արտաքին դաշտերի դեպքում րատացված է ընդհանուր բանաձև այդ շեղումների համար: Մանրամասներեն դիտարկված է մի ֆոտոնային ռեզոնանսի դեպքը: Նշվում են այդ բանաձևի կիրառման այլ դեպքեր:

### ЛИТЕРАТУРА—ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- <sup>1</sup> J. N. Shirley, Phys. Rev., vol. B 138, 979 (1965); В. И. Ритус, ЖЭТФ, т. 51, 1544 (1966); Я. Б. Зельдович, ЖЭТФ, т. 51, 1492 (1966); УФН, т. 110, 139 (1973).  
<sup>2</sup> М. Л. Тер-Микаелян, Препринт ИФН 74-11, Ереван, 1974. <sup>3</sup> И. Б. Делоне, В. П. Крайнов, Атом в сильном световом поле, Атомиздат, М., 1978. <sup>4</sup> I. D. Bjorken, S. D. Drell, Relativistic Quantum Mechanics, N. Y., 1964.

УДК 577.3:577.1

БИОХИМИЯ

Академик АН Армянской ССР С. К. Карапетян  
 Г. Г. Батикян, А. А. Симомян, З. А. Габриелян

**Некоторые особенности регуляции активности  
 лактатдегидрогеназы в тканях кур ереванской породы, петухов  
 породы леггорн кросса 288 и их гибридов**

(Представлено 3/X 1980)

В промышленном птицеводстве при производстве яиц и мяса все еще широко используются гибридные несушки, получаемые от скрещивания сочетающихся линий мясо-яичных пород кур, при этом полученная гибридная птица отличается большей продуктивностью и жизнеспособностью. Исходя из этого, с 1957 г. на экспериментальной базе Института животноводства МСХ АрмССР и Института физиологии им. акад. Л. А. Орбели АН АрмССР (1-4), а также на ряде птицефабрик республики проводятся работы по межпородному скрещиванию и созданию промышленных гибридов с использованием отселекционированных линейных кур ереванской породы и ряда линий породы леггорн. Проводились опыты по скрещиванию кур линии 3996 ереванской породы (с черным оперением) с петухами линии «С» кросса 288 породы леггорн для получения гибридов с высокой яйценоскостью и приспособляемостью к местным природно-климатическим условиям Армении (5). В ряде работ (1-9) нами дана подробная характеристика хозяйственно-полезных признаков отмеченных родительских линий и гибридных форм. Полученные результаты показали, что гетерозис хозяйственно-полезных признаков у получаемых гибридных форм наблюдается с момента оплодотворения и в дальнейшем действует на выводимость и жизнеспособность птицы, что в конечном итоге приводит к повышению продуктивности. На основании того, что явление гетерозиса тесно связано с генотипом организма, а последний обусловлен рядом молекулярных и биохимических изменений, наблюдающихся в клетке, мы нашли целесообразным исследовать некоторые особенности регуляции активности лактатдегидрогеназы (ЛДГ) в тканях кур ли-

нии 3996 ереванской породы черной разновидности (материнская форма), петухов линий «С» кросса 288 породы леггорн канадского происхождения (отцовская форма) и их гибридов.

Известно, что ЛДГ занимает стержневую позицию в углеводном обмене и обнаружен во всех органах и тканях позвоночных животных и у многих беспозвоночных. Биологическое назначение этого фермента заключается в регуляции взаимопревращения и соотношения пирувата и лактата. При этом ЛДГ выполняет триггерную функцию в гармоничной деятельности анаэробного и аэробного распада глюкозы, т. е. двух важнейших метаболических циклов—гликолиза и окислительного фосфорилирования.

*Материал и методика.* Опыты проводили на мозгу, печени, сердце, легких, почках и скелетной мышце половозрелых кур. После декапитации кур извлекали необходимую ткань и переносили в стакан с охлажденным раствором 0,25 М сахарозы, измельчали и гомогенизировали. Для получения гналоплазмы гомогенат центрифугировали при 70 000 g на рефрижераторной центрифуге VAC—601. Дифференциальное центрифугирование проводили по методу Броди и Бейна (7) в модификации Палладина и Кирсенко (8). Ядерную фракцию различных тканей осаждали при 900—1000 g, митохондрии—при 18 000 g (мозг) или 4000 g (печень). Полученные митохондрии промывали средой выделения, затем замораживали, медленно оттаивали и центрифугировали при 70 000 g для получения супернатанта.

Разделение изоферментов проводили методом диск-электрофореза на полиакриламидном геле на приборе фирмы «Реанал», модель 69. Способ приготовления полиакриламидного геля, электродного буфера приведен в нашей предыдущей работе (9).

В отдельных опытах добавляли дезамин-НАД (Д-НАД) в эквимольном относительно НАД количестве (0,015 М). Инкубацию смеси проводили при 37°C в течение 1 ч. Спектрофотометрирование проводили на спекорде типа Uvis при длине волны 560 мк (10). Прямую реакцию ЛДГ определяли в следующей смеси: 0,1 мл 0,002 М раствора НАД, 0,1 мл 0,5 М лактата, 0,1 мл гналоплазмы или митохондрий. Конечный объем 2 мл (11). Для изучения общей активности ЛДГ при обратной реакции инкубационная смесь содержала: 0,1 мл 0,004 М раствора НАДН, 0,1 мл 0,01 М пирувата, 0,1 мл гналоплазмы или соответственно фракцию митохондрий. Конечный объем доводили до 2 мл 0,1 М К-фосфатным буфером. Активность фермента рассчитывали в единицах Вроблевского на миллиграмм белка (12), белок определяли по Лоури и сотр. (13).

*Результаты и обсуждения.* Полученные нами результаты исследований, приведенные в табл. 1, показывают, что удельная активность ЛДГ при дегидрировании лактата по сравнению с другими тканями наивысшая в гналоплазме миокарда как у родительских, так и у гибридных форм. При этом в миокарде гибридных кур активность фермента занимает среднее положение по сравнению с родительскими форма-

ми (1,53 мкмоль пиридиннуклеотида/мг белка). В остальных исследованных тканях активность ЛДГ при прямой реакции колеблется от 0,22 до 3,59 мкмоль пиридиннуклеотида /мг белка/мин. В этих условиях ферментная активность в отдельных тканях гибридных особей в основном не превышает таковую родительских форм.

В процессе неогенеза лактата активность ЛДГ в гналоплазме отдельных тканей отцовской формы линии «С» кросса 288 выражалась в следующем нисходящем порядке: сердце, почки, печень, мозг, мышцы, легкие. У особей ереванской породы этот процесс интенсивнее протекает в сердце, затем в почках, мышцах, печени и остальных органах. По сравнению с родительскими формами у гибридных птиц активность ЛДГ при неогенезе лактата в отдельных органах (сердце, мышцы, легкие) занимает среднее место. В других тканях наблюдается заметное понижение каталитической активности фермента (например в гналоплазме и митохондриях мозга). Полученные результаты одновременно показывают, что как у родительских форм, так и у гибридных кур по сравнению с НАД Д-НАД менее эффективен при образовании пирувата из лактата. Однако в обратной реакции (при образовании лактата) ЛДГ активнее в присутствии Д-НАДН. Интересно отметить, что у гибридных кур этот процесс более выражен по сравнению с родительскими формами птиц.

Известно, что ЛДГ является гетерогенным ферментом. Впервые это было установлено работами Нейландса (14). Имеющиеся в литературе многочисленные данные свидетельствуют о том, что в большинстве органов и тканей млекопитающих ЛДГ фигурирует в виде пяти изоферментов, которые являются комбинациями двух различных типов субъединиц (Н- и М-типы), объединенных в тетрамерную структуру (15-20). Одни изоферменты (ЛДГ<sub>1</sub> и ЛДГ<sub>5</sub>) сконструированы из Н-либо из М-субъединиц, а остальные являются гибридами и содержат оба мономера (16). В клетках, отличающихся высоким аэробным обменом, преобладает Н-форма, а клеткам с интенсивным анаэробным обменом присуща М-форма. Имеются существенные расхождения в литературных данных в отношении активности и изоферментного состава ЛДГ, полученной из одной и той же ткани. Эти расхождения частично обусловлены различиями в методиках определения ферментной активности.

Полученные нами результаты показали, что ЛДГ в изучаемых тканях (кроме сердца) как у линии 3996 ереванской породы и линий «С» кросса 288 породы леггорн, так и у полученного после их скрещивания гибрида состоит только из М-субъединиц и фигурирует в виде тетрамера ЛДГ<sub>5</sub> (табл. 2). В сердечной ткани ЛДГ состоит целиком из Н-мономера и имеет тетраэдрическое строение, присущее изоферменту ЛДГ<sub>1</sub>. В этом вопросе некоторое расхождение между нашими и полученными другими авторами (21-23) данными объясняется отсутствием гибридных форм ЛДГ в тканях кур в наших экспериментах. Вышеприведенным авторам удалось обнаружить (правда, в относительно низком

Таблица 1

Общая активность ЛДГ в тканях кур линии «С» кросса 284 породы леггорн,  
линии 3996 ереванской породы и их гибридов (мкмоль пиридиннуклеотида/мг белка/мин)

Ткань	Источник фермента	Л е г г о р н				Ереванская порода				Г и б р и д			
		НАД	НАДН	Д-НАД	Д-НАДН	НАД	НАДН	Д-НАД	Д-НАДН	НАД	НАДН	Д-НАД	Д-НАДН
Сердце	Гиадоплазма	3.59	42.28	0.84	100.34	0.94	26.69	0.70	49.52	1.53	17.25	0.95	51.59
Почки	Гиадоплазма	0.67	13.77	0.36	11.91	1.12	17.02	0.71	21.67	0.64	8.16	0.40	13.84
Печень	Гиадоплазма	0.37	10.30	0.33	13.28	0.36	9.37	0.28	11.86	0.31	14.76	0.29	14.90
	Митохондрии	0.33	3.81	0.31	8.88	0.58	10.91	0.39	12.59	0.50	6.20	0.38	11.84
Мозг	Гиадоплазма	0.63	8.26	0.48	9.75	0.86	9.15	0.59	15.61	0.44	4.63	0.42	14.06
	Митохондрии	1.04	10.79	0.79	13.33	1.04	9.21	0.81	14.52	1.00	8.38	0.86	14.63
Легкие	Гиадоплазма	0.22	1.81	0.15	2.50	0.37	2.72	0.21	3.06	0.31	2.22	0.15	2.93
	Гиадоплазма	0.43	4.96	0.28	6.70	0.80	11.34	0.54	14.19	0.65	7.84	0.46	13.54

Средние данные 1 опыта.

процентном содержании) наряду с ЛДГ<sub>1</sub>, ЛДГ<sub>2</sub> и ЛДГ<sub>3</sub>, а в другом случае— вместе с ЛДГ<sub>3</sub>, ЛДГ<sub>4</sub> и ЛДГ<sub>5</sub>. Однако трудно представить образование тетрамерной структуры гибридного изофермента при отсутствии полного набора мономеров изоферментов ЛДГ (Н- и М-субъединиц) или при незначительном их содержании.

Результаты, касающиеся условной удельной активности отдельных изоферментов ЛДГ в различных тканях, приведены в табл. 2. Как

Таблица 2

Условная удельная активность изоферментов ЛДГ в тканях кур линий «С» кросса 288 породы леггорн, ереванской породы и их гибридов

Ткань	Источник фермента	Изофермент	Леггорн		Ереванская порода		Гибрид	
			НАД	Д-НАД	НАД	Д-НАД	НАД	Д-НАД
Сердце	Гиалоплазма	ЛДГ <sub>3</sub>	1.88	1.84	1.25	1.19	2.15	1.52
Почки	Гиалоплазма	ЛДГ <sub>3</sub>	1.93	1.64	0.80	0.59	1.71	1.44
Печень	Гиалоплазма	ЛДГ <sub>3</sub>	1.27	1.02	1.65	1.00	1.75	1.23
	Митохондрии	ЛДГ <sub>3</sub>	1.19	1.06	1.16	0.53	1.32	0.91
Мозг	Гиалоплазма	ЛДГ <sub>3</sub>	0.89	0.92	1.13	1.03	1.24	0.96
	Митохондрии	ЛДГ <sub>3</sub>	1.19	0.65	1.03	0.52	1.06	0.51
Легкие	Гиалоплазма	ЛДГ <sub>3</sub>	1.02	0.70	0.84	0.53	1.27	1.29
Скелетная мышца	Гиалоплазма	ЛДГ <sub>3</sub>	1.09	0.74	1.21	1.02	1.51	1.07

Средние данные 4 опытов.

показывают эти данные, условная удельная активность изоферментов во всех тканях кур при использовании НАД выше, чем при применении Д-НАД.

Таким образом, полученные нами результаты экспериментов показали, что в отдельных органах родительских форм кур (линии 3996 ереванской породы—материнская форма и линий «С» кросса 288 породы леггорн—отцовская форма) активность ЛДГ как в прямой, так и обратной реакции неодинакова и варьирует. В отдельных тканях гибридов, полученных после скрещивания вышеотмеченных форм, каталитическая активность фермента занимает как бы среднее положение по отношению к активности энзима в тканях родительских форм. В некоторых тканях активность фермента относительно низкая. При этом по сравнению с НАД Д-НАД менее эффективен при образовании пирувата из лактата. В обратной реакции фермент активнее в присутствии Д-НАД. Полученные данные показывают, что ЛДГ во всех органах подопытных птиц (кроме миокарда) состоит только из М-субъединиц и проявляется в виде ЛДГ<sub>3</sub>. В миокарде фермент состоит из изофермента ЛДГ<sub>1</sub> (Н-форма).

Институт биохимии Академии наук Армянской ССР

Институт физиологии им. акад. Л. А. Орбели

Академии наук Армянской ССР

Институт животноводства и ветеринарии МСХ Армянской ССР

Լակտատիդեհիդրոգենազայի ակտիվության կանոնավորման մի բանի  
առանձնահատկությունները երևանյան հավերի, լեզհորն ցեղի 288  
կրոսի աֆադադների և դրանց հիրրիդների հյուսվածքներում

Նույց է տրվել, որ հավերի երևանյան ցեղի սև տարատեսակի 3996 գծի  
(մայրական ձև), լեզհորն ցեղի 288 կրոսի «C» գծի (հայրական ձև) ու դրանցից  
ստացված հիրրիդների տարրեր հյուսվածքներում լակտատիդեհիդրոգենազայի  
(ԼԴՀ) ակտիվությունը ինչպես ուղղակի, այնպես էլ հակադարձ-ոնակցիայում  
միանման չէ և փոփոխվում է Սնողական ձևերի համեմատությամբ ֆերմենտի  
ակտիվությունը հիրրիդ հավերի առանձին հյուսվածքներում միջին տեղն է  
զրավում: Նույն առանձնյակների այլ հյուսվածքներում ֆերմենտի ակտիվու-  
թյունը համեմատաբար ցածր է: Այդ փորձերում ՆԱԴ-ի համեմատությամբ  
Դ-ՆԱԴ-ը քիչ արդյունավետ է կաթնաթթվից պիրուվատի առաջացման ոնակ-  
ցիայում: Հակադարձ ոնակցիայում ֆերմենտի ակտիվությունը ավելի բարձր է  
Դ-ՆԱԴ/Ի-ի ներկայությամբ: Փորձի համար վերցված բոլոր հավերի օրգան-  
ներում (բացի սրտամկանից) ԼԴՀ-ն կազմված է եղել միայն Մ-ենթամիավոր-  
ներից և հանդես է եկել ԼԴՀ<sub>5</sub>-ի ձևով: Սրտամկանում ԼԴՀ-ն կազմված է եղել  
միայն Ի-ենթամիավորներից և հանդես է եկել ԼԴՀ<sub>5</sub>-ի ձևով: Բերված տվյալ-  
ները հաստատում են ոռուսական սուխտակ ցեղի հավերի տարրեր հյուսվածք-  
ներում ԼԴՀ-ի ակտիվության, իզոֆերմենտային կազմի և կոֆերմենտային  
խնամակցության վերաբերյալ նախկինում մեր կողմից ստացված արդյունք-  
ները:

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- С. К. Карапетян, М. Н. Гукисян, С. А. Аралелян и др., Материалы науч. конф.  
по генетике и селекции с.-х. животных, 25–26 ноября, вып. 30 (1968).<sup>2</sup> С. К. Карапе-  
тян, М. Н. Гукисян, Ереванская порода кур, М., 1976. <sup>3</sup> С. К. Карапетян, М. Н. Гука-  
сян, А. А. Петросян, Биологический журн. Армении, т. 30, № 2 (1977). <sup>4</sup> С. Г. Саа-  
кян, С. К. Карапетян, Сб. работ молодых ученых, вып. 5 (1962). <sup>5</sup> С. К. Карапетян,  
А. А. Петросян, З. А. Габриелян, Изв. с.-х. наук МСХ АрмССР, № 6 (1980). <sup>6</sup> З. А.  
Габриелян, Биологический журн. Армении, т. 33, № 2 (1980). <sup>7</sup> T. M. Brody, J. A.  
Vain, J. Biol. Chem., vol. 195, 585 (1952). <sup>8</sup> А. В. Палладин, О. В. Курсенко, Биохимия,  
т. 26 (1961). <sup>9</sup> Г. Г. Батикян, А. А. Симонян, Биологический журнал  
Армении, т. 31, № 6 (1980). <sup>10</sup> Н. О. Мовсисян, М. А. Хумарян, С. Г. Мовсисян,  
Лабораторное дело, № 7, 1976. <sup>11</sup> Г. А. Коштов, Практическое руководство по  
физиологии, М., 1971. <sup>12</sup> F. Wroblewski, J. S. La Duc, Proc. Soc. Exp. Biol. Med.,  
vol. 91, 210 (1955). <sup>13</sup> C. H. Lowry, N. J. Rosebrough, A. L. Farr, R. J. Randall,  
J. Biol. Chem., vol. 19, 265 (1951). <sup>14</sup> J. B. Nelland, J. Biol. Chem., vol. 199, 373  
(1952). <sup>15</sup> R. D. Cohn, N. O. Kaplan, L. Levin a. o., Science, vol. 136, 962 (1962).  
<sup>16</sup> T. Wieland, G. Pfelderer, Biochem. Z., vol. 329, 112 (1957). <sup>17</sup> C. L. Mirkert, S.  
Appella, Ann. N. Y. Acad. Sci., vol. 103, 915 (1963). <sup>18</sup> A. C. Wilson, N. O. Kaplan,  
L. Levin a. o., Federation Proc., vol. 23, 1258 (1964). <sup>19</sup> J. H. Fine, N. O. Kaplan, D.  
Kufnes, Biochemistry, vol. 2, 1, 116 (1963). <sup>20</sup> D. M. Dawson, T. L. Goodfriend,  
N. O. Kaplan, J. Biol. Chem., vol. 239, 130 (1964). <sup>21</sup> J. Everse, R. L. Berger, N.  
O. Kaplan, Structure and function of oxidation of regulation enzymes (New York),  
691, 1972. <sup>22</sup> T. P. Fondu, N. O. Kaplan, Ann. N. Y. Acad. Sci., vol. 110, 888 (1965).  
<sup>23</sup> А. М. Карапетян, Канд. дис., Ереван, 1971.

УДК 581.193

## ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Академик АН Армянской ССР В. О. Казарян, В. А. Давтян, А. А. Чилингарян,  
Р. Г. АрутюнянО разнокачественности ксилемного сока поперечных слоев ствола  
бука восточного

(Представлено 10/VII 1980)

В ходе онтогенеза древесных в радиальном направлении ствола ежегодно откладываются новые годичные слои древесины и луба, обеспечивающие обмен веществ между корнями и листьями (<sup>1</sup>). С возрастом деревьев постепенно ухудшаются условия существования внутренних слоев древесины (снабжение кислородом и ассимилятами, водный режим и др.), что приводит к подавлению их жизнедеятельности и активности перемещения пасоки к надземным органам. Вследствие этого со временем древесина ствола дифференцируется на различные по физиологической активности части: заболонь, спелая древесина и ядро (<sup>2</sup>). Подобная дифференциация разновозрастных поперечных слоев древесины приводит к значительному затруднению поступления воды и корневых метаболитов в крону, что является одним из основных внутренних факторов старения древесных (<sup>3,4</sup>). Одновременно известно, что при передвижении пасоки по ксилеме происходит и радиальный транспорт веществ через лучевую паренхиму (<sup>4</sup>). Эти данные дают основание полагать, что подавление жизнедеятельности внутренних слоев древесины с возрастом должно привести к ослаблению обмена веществ между отдельными частями ствола, а также к качественным и количественным изменениям передвигающейся черешковой пасоки. Для экспериментальной проверки этого предположения проводились исследования некоторых качественных показателей ксилемного сока молодых, интенсивно растущих (45—50 лет) и суховершинных (200—225 лет) деревьев бука восточного (*Fagus orientalis* Lipsky), имеющих ложное ядро (<sup>5</sup>).

Ксилемный сок (пасока) получали из торцов, спиленных на разных высотах ствола (у молодых деревьев на 1,3; 3,4 и 3,0 м, у суховершинных—4,8 и 14,3 м). С помощью ручного насоса выкачивали пасоку отдельно из заболони, спелой древесины и ложного ядра (у суховершинных деревьев из-за полного разрушения ядра ксилемный сок

от последнего не выделен). В полученной пасоке определяли содержание сухих веществ и золы, различных форм азота—по Кьельдалю (5), фосфора—по Лоури и Лопесу (6), активность пероксидазы—бензидиновым методом (7), полифенолоксидазы—по Самнеру и Гессингу (8). Повторность определений 4—6-кратная. Данные были подвергнуты статистической обработке.

Результаты исследований показали, что содержание сухих веществ и золы в ксилемном соке различных слоев ствола резко меняется (рис. 1).

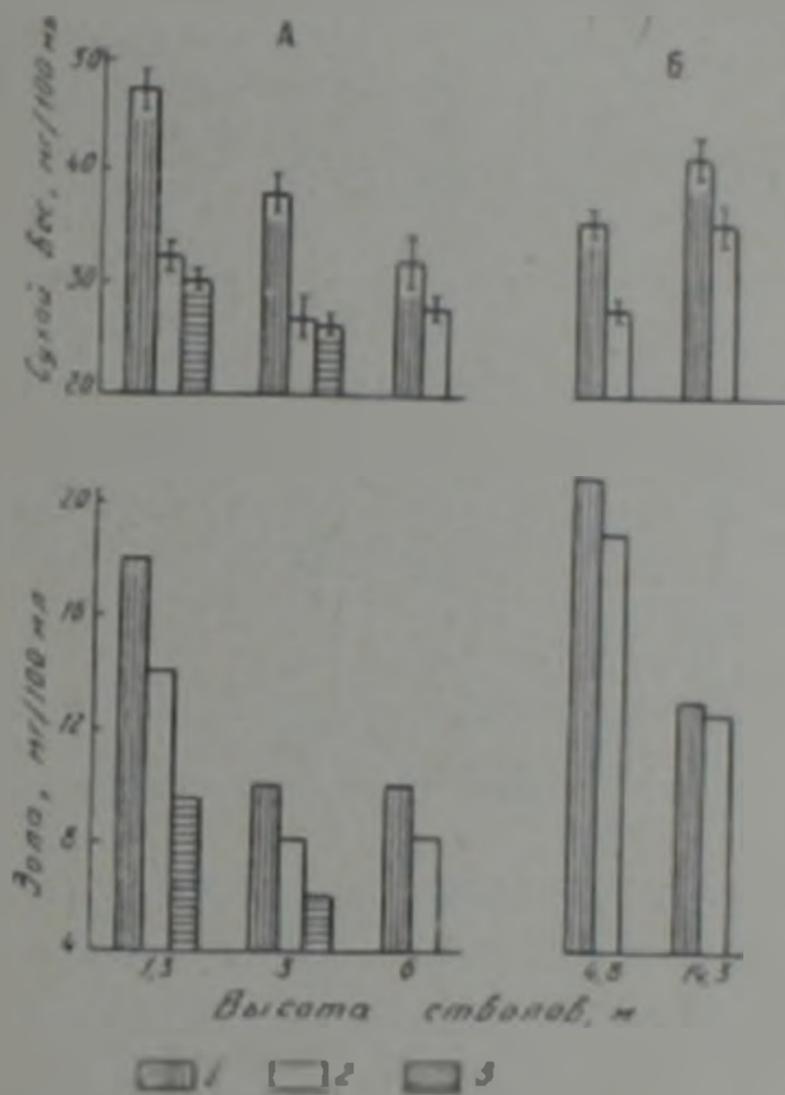


Рис. 1. Содержание сухих веществ и золы в ксилемном соке поперечных слоев древесины бука восточного: А—молодые деревья, Б—суховершинные деревья; 1—заболонь; 2—спелая древесина; 3—ложное ядро

Как видно из приведенных данных, независимо от возраста деревьев количество сухих веществ и золы в ксилемном соке уменьшается от заболони к ложному ядру. При этом примечательно, что с повышением высоты ствола разница в содержании сухих веществ в пасоке заболони и спелой древесины уменьшается. Так, у молодых деревьев на высоте ствола 1,3, 3,0 и 6,0 м ксилемный сок заболони по сравнению с таковым спелой древесины и ложного ядра содержал сухих веществ соответственно в 1,37; 1,21; 1,41 и 1,49, 1,42 раза больше. Аналогичные различия выявились в отношении сухих веществ и у суховершинных деревьев, а также в содержании золы. Подобная разница в содержании сухих веществ пасоки отдельных частей древесины в ярусном аспекте, по всей вероятности, объясняется тем, что в нижнем ярусе ствола по сравнению с верхним ложное ядро полностью отмирает.

в то время как ткани верхнего яруса, формируясь позже, сохраняют повышенную проводящую и обменную способность.

Обращает внимание то обстоятельство, что у молодых деревьев концентрация ксилемного сока в тканях верхнего яруса уменьшается, а у суховершинных, наоборот, повышается.

Количественные сдвиги состава пасоки подопытных слоев древесины выражаются и в отношении азотсодержащих веществ (табл. 1).

Таблица 1

Содержание различных форм азота в ксилемном соке отдельных поперечных слоев ствола бука восточного (мг/100 мл)

Возраст-ное состо-яние деревьев	Высота ствола, м	Заболонь			Спелая древесина			Ложное ядро		
		общий	белко-вый	небел-ковый	общий	белко-вый	небел-ковый	общий	белко-вый	небел-ковый
Молодые	1.3	12.86 ±0.48	7.19 ±0.39	5.67 ±0.31	11.43 ±0.48	6.76 ±0.24	4.67 ±0.25	6.30 ±0.40	3.83 ±0.19	2.47 ±0.19
	3.0	11.40 ±0.00	6.28 ±0.12	5.12 ±0.12	10.00 ±0.18	4.56 ±0.26	5.44 ±0.26	7.70 ±0.09	4.40 ±0.08	3.30 ±0.08
	6.0	10.71 ±0.41	6.02 ±0.23	4.69 ±0.26	10.71 ±0.24	5.49 ±0.10	5.22 ±0.14	—	—	—
Суховер-шинные	4.8	10.00 ±0.43	4.03 ±0.02	5.97 ±0.27	4.20 ±0.23	1.80 ±0.13	2.40 ±0.08	—	—	—
	14.3	10.71 ±0.24	4.51 ±0.02	6.20 ±0.26	4.57 ±0.47	2.83 ±0.13	5.74 ±0.08	—	—	—

Как показывают представленные в таблице данные, наибольшим содержанием общего и белкового азота отличается ксилемный сок, полученный из заболони, наименьшим — из ложного ядра. Кроме указанных форм азота существенным изменениям подвергается также его небелковая фракция.

Аналогичные данные были получены и в отношении содержания форм фосфора (табл. 2). Причем неорганическая его форма в лож-

Таблица 2

Содержание различных форм фосфора в ксилемном соке отдельных поперечных слоев ствола бука восточного (мг/100 мл)

Возраст-ное состо-яние деревьев	Высота ствола, м	Заболонь			Спелая древесина			Ложное ядро		
		общий	орга-ничес-кий	неор-гани-ческий	общий	орга-ничес-кий	неор-гани-ческий	общий	орга-ничес-кий	неор-гани-ческий
Молодые	1.3	3.24 ±0.16	2.80 ±0.15	0.44 ±0.017	1.97 ±0.07	1.70 ±0.10	0.27 ±0.004	1.41 ±0.06	0.61 ±0.03	0.83 ±0.12
	3.0	2.72 ±0.06	2.32 ±0.05	0.40 ±0.011	2.44 ±0.05	2.23 ±0.02	0.21 ±0.007	0.73 ±0.04	0.28 ±0.02	0.45 ±0.009
	6.0	2.31 ±0.05	2.09 ±0.06	0.22 ±0.004	1.98 ±0.09	1.88 ±0.06	0.10 ±0.004	—	—	—
Старые	4.8	3.44 ±0.03	3.10 ±0.02	0.34 ±0.015	1.30 ±0.06	1.01 ±0.05	0.29 ±0.004	—	—	—
	14.3	2.22 ±0.05	1.95 ±0.05	0.27 ±0.001	1.71 ±0.05	1.46 ±0.04	0.25 ±0.012	—	—	—

ном ядре (молодые деревья) заметно возрастает, что, видимо, связано со слабой ее жизнедеятельностью с одной стороны и большей удаленностью от флоэмной ткани—с другой. Дело в том, что при радиальном перемещении веществ из ксилемы во флоэму (9) возможно и перемещение фосфора, участвующего в транспорте сахаров во флоэмной ткани (10, 11). Следовательно, можно полагать, что в этом процессе участвует фосфор ксилемного сока заболони и, частично, спелой древесины.

Наглядные различия обнаружены в активности окислительных ферментов в ксилемном соке исследуемых слоев древесины (рис 2).

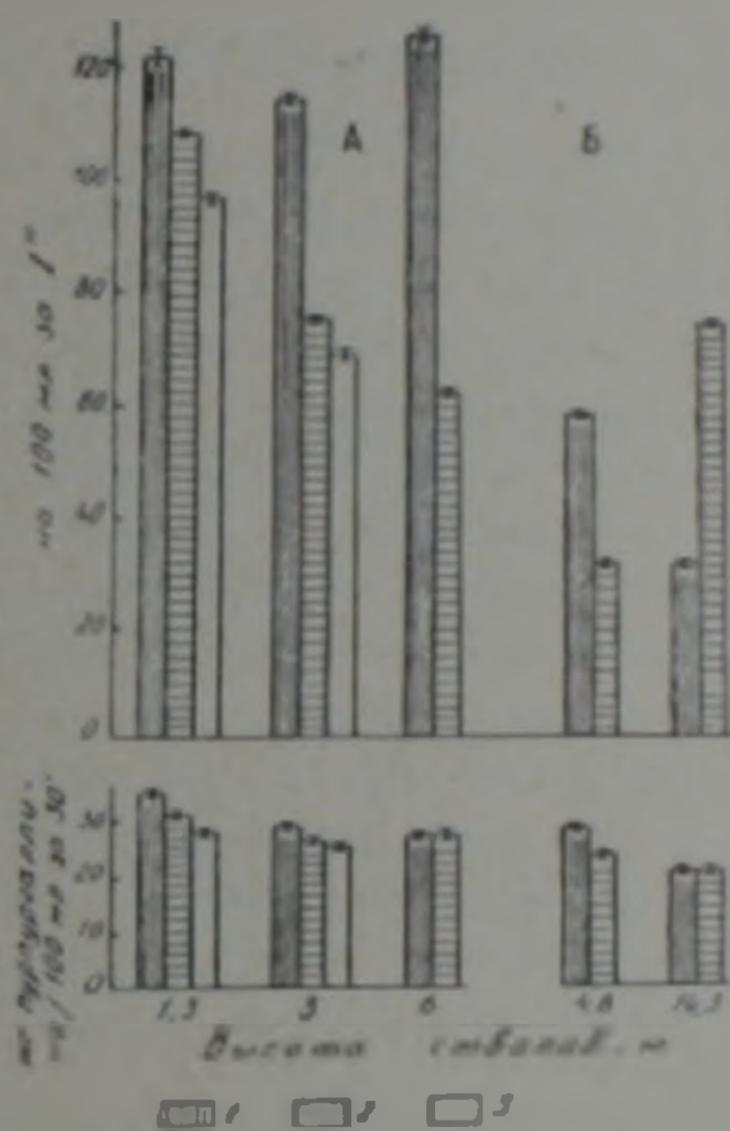


Рис 2 Активность пероксидазы (верхний снимок) и полифенолоксидазы в ксилемном соке поперечных слоев древесины бука восточного. Обозначения те же, что на рис 1

Активность пероксидазы и полифенолоксидазы оказалась выше в периферийных слоях древесины (в заболони) и ниже—в ложном ядре (за исключением суховершинных деревьев, у которых пасока получена из торцов, спиленных на высоте ствола 14,3 м). Что касается обнаружения некоторой ферментативной активности ксилемного сока, полученного из ложного ядра, то, видимо, это связано с окислением органических соединений мертвых клеток паренхимы при поступлении воды в них, о чем свидетельствуют и данные, полученные по определению интенсивности дыхания указанных слоев древесины (12, 13).

Таким образом, на основании изложенных данных мы вправе прийти к заключению о том, что ксилемный сок отдельных слоев древесины характеризуется неодинаковой физиологической активностью.

связанной с возрастными изменениями клеток ксилемы этих слоев и уровнем обмена веществ в них. Дело в том, что после определенного возраста формируются сосуды с более узкими просветами (13), которые сравнительно активны в отношении транспорта пасоки.

Институт ботаники  
Академии наук Армянской ССР

Հայկական ՍՍՀ Դա ակադեմիկոս Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Վ. Ա. ԳԱՎԹՅԱՆ, Ա. Լ. ԶԻՎԵՆԻՍԻԱՆ,  
Ի. Հ. ՀԱՐՈՒԹՅՈՒՆՅԱՆ

Հանաբենու բնի բնոյանական լեւուերի Բսիլեմային ճյուրի տաբուակութիւն  
մասին

Պատային ձևերի բնափայտի հասակային փոփոխութիւնները բնորոշ առանձնահատկութիւններից մեկը դա բնի դիֆերենցումն է արտա, հասուն և միջուկային բնափայտի, որոնք հալասարարժեք չեն արմատահյութի տեղափոխման գործում և հավանաբար որակապես տարբեր պետք է լինի նաև երբանցով շարժվող քսիլեմային հյութը։ Այս ենթադրութիւնը ստուգման նպատակով ուսումնասիրվել է արեւելյան հաճարենու երիտասարդ (45—50 տարեկան) և չորագագաթ (220—225 տարեկան) ծառերի բնափայտի տարբեր շերտերի-արտարնափայտի, հասուն բնափայտի և կեղծ միջուկի քսիլեմային հյութը։

Պարզվել է, որ ինչպես ծեր, այնպես էլ երիտասարդ ծառերի չոր նյութի և մոխրի պարունակութիւնը քսիլեմային հյութում պակասում է արտարնափայտից դեպի կեղծ միջուկը։ Հետ որում, բնի ստորին հատվածներում այդ տարբերութիւնը ավելի մեծ է, քան վերին հարկերում։ Համանման օրինաչափութիւն է նկատվել նաև ապտի ու ֆոսֆորի ձևերի քանակների, ինչպես և օքսիդավերականգնող ֆերմենտների ակտիվութիւնը վերաբերյալ։

#### ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- 1 В. О. Казарян, Старение высших растений, Наука, М., 1969. 2 А. А. Яценко-Хмельковский, Основы и методы анатомического исследования древесины, Изд-во АН СССР, М.-Л., 1954. 3 Trippi Vittorio S., Fyton, vol. 22, № 1, 35 (1965). 4 А. Л. Курсанов, Транспорт ассимилятов в растениях, Наука, М., 1951. 5 А. И. Белозерский, Н. И. Прокураков, Практическое руководство по биохимии растений, Советская наука, М., 1951. 6 O. H. Lowry, J. H. Lopez, Biol. Chem., vol. 162, № 3 (1946). 7 В. Ф. Гавриленко, М. Е. Ладыгина, И. Л. Хандобина, Большой практикум по физиологии растений, Высшая школа, М., 1975. 8 J. V. Sumner, E. S. Gjessing, Arch. of Biochem., vol. 2, 291 (1943). 9 П. Крамер, Т. Козловский, Физиология древесных растений, Гослесбумиздат, М., 1963. 10 В. О. Казарян, Э. С. Арутюнян, Г. Г. Гавриленко, ДАН АрмССР, т. 20, № 5 (1955). 11 А. Л. Курсанов, Взаимосвязь физиологических процессов в растениях, Тимирязевские чтения, вып. 20 (1960). 12 С. М. Möller, Det kongelige Forsögsvaesen i Danmark, 17, 1—287 (1946). 13 В. А. Палачджян, Б. М. Тер-Абумян, Известия АН АрмССР, сер. биол., т. 14, № 2 (1951).

УДК 595.765.43

ЭНТОМОЛОГИЯ

А. П. Карапетян

Два новых вида жуков-точильщиков из СССР  
(Coleoptera, Anobiidae)

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. О. Казаряном 1/IX 1980)

1. *Anobium* (*Hemicoelum*) *khzoriani* Karapetian sp. nov.

Голотип, ♂, Горис, на склонах 23/VII 1950 г.

Паратип, ♂, Цав (Кафанский р-н) 29/VII 1950 г., оба по сборам С. М. Яблокова-Хизоряна. Голотип хранится в коллекциях Института зоологии АН АрмССР.

Тело и конечности красновато-бурые. Голова мелкоточечная, в коротких негустых волосках, наличник с прямолинейным передним краем, с боков с 1-й длинной черной щетинкой. Булава усиков почти вдвое длиннее их остальной части (рис. 1, 2).

Переднеспинка негусто опушенная, приподнятая, с бугрообразным выступом, без четких вдавлений вдоль него, ее бока гладкие, с цельным кантом, ее скат густо вдавленно мелкоточечный, на шагренированном фоне, ее задние углы закругленные.

Щиток четырехугольный, с закругленной вершиной. Надкрылья на вершине обрубленные, с четко выраженными плечевыми бугорками и с 10 точечными бороздками, не считая прищитковой, 6 первых бороздок у основания и у вершины попарно соединены и не доходят до вершины, оставляя на скате выпуклое треугольное пространство, в середине которого расположено точечное кольцо. 7-я точечная бороздка за уровнем 8-й бороздки продолжается косо внутрь. В бороздках точки овальные, слабо вдавлены, на промежутках они неясные, волосистость рассеянная, малозаметная. Среднегрудь и передняя часть заднегрудки совместно значительно вдавлены.

1-й видимый стернит брюшка более чем в 1,5 раза длиннее 3-го. Его верхний край у середины плавно закругленный, по бокам прямолинейный (рис. 1, 3). У ♂ 8-й уротергит на вершине широко равномерно закругленный. 9-й урит типичный для рода (рис. 1, 4). Длина 3,3—3,9 мм.

Тегмен с парамерами почти в 2 раза длиннее пенисной трубки, эта последняя прямолинейная, ее вершина загнута мелким зубцом на

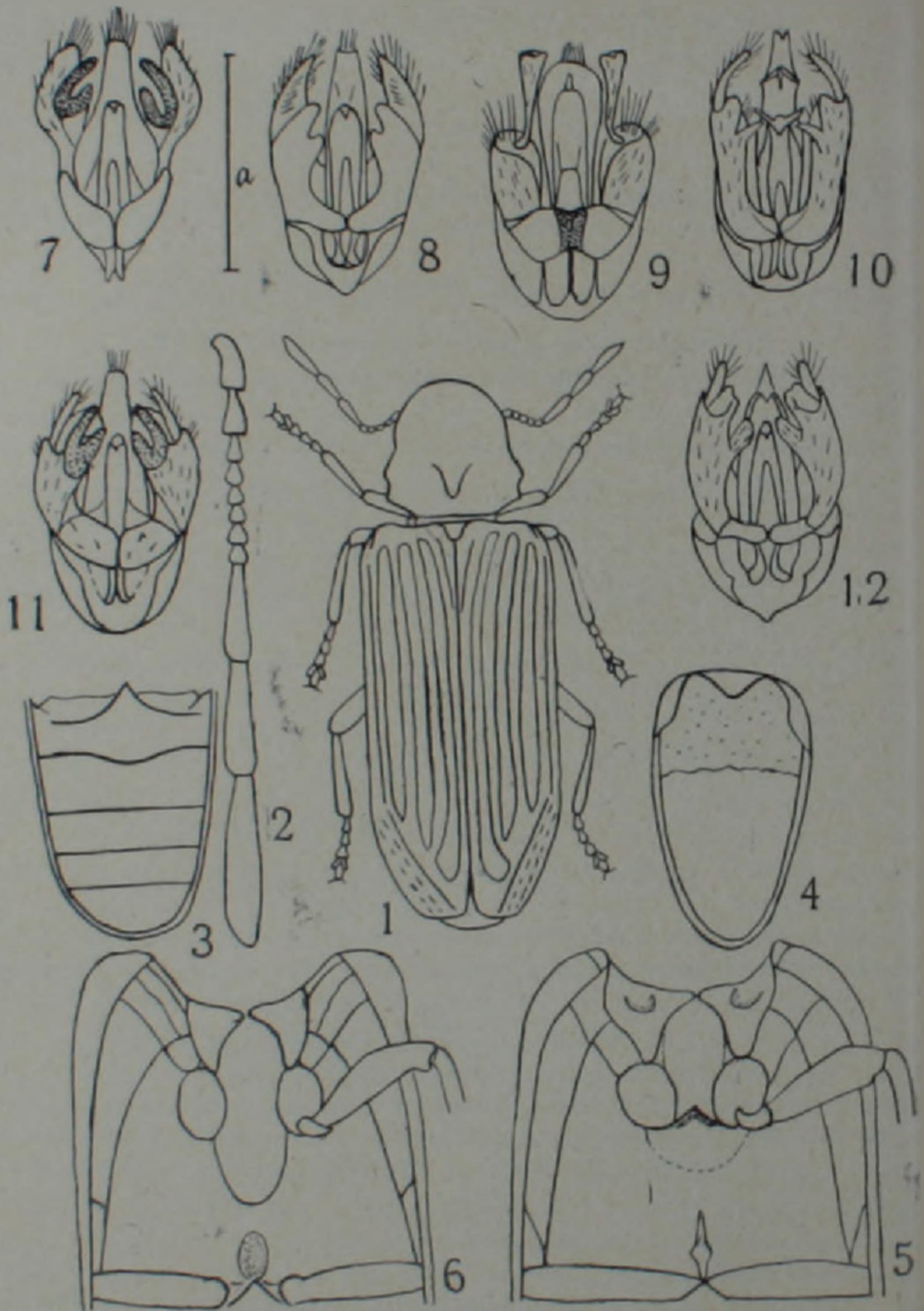


Рис. 1 1—5. *Alobium khizoriani* Кагаретян голотип: 1—общий вид, 2—усик, 3—брюшко; 4—9-й урит, 5—среднегрудь и заднегрудь, 6—среднегрудь и заднегрудь *A. punctatum* Deg из Кафана. 7—12. Пенис центральное 7—*A. khizoriani* Кагар. " Гориса, 8—*A. costatum* At. из Алаверди, 9—*A. punctatum* Deg из Кафана, 10—*A. nitidum* Herbst из Гориса, 11—*A. fulvicorne* Sturm из Франции, 12—*A. rufipenne* Duft. (по Эспальоу). Масштаб для пенисов: а—0,5 мм

вентральную сторону. Тегмен сужено грушевидно, с пучком вершинных щетинок, его основание загибается на вентральную сторону, несет пару изогнутых волосистых парамер, внутренний край которых снабжен подковообразной лопастью (рис. 1, 7).

Вид назван именем С. М. Яблокова-Хизоряна, который помог установить самостоятельность этого вида.

Этот вид типичный представитель рода *Anobium* F. подрода *Hemicoelum* LeConte, о его положении в роде сказано ниже.

2. *Anobium* (*Hemicoelum*) *ussuriensis* Karapetian sp. nov.

Голотип, ♂, Уссурийск, Комарово-заловедное, 7/VIII 1971 г.

Паратип, ♀, отсюда же, оба по сборам С. М. Яблокова-Хизоряна.

Голотип хранится в коллекциях Института зоологии АН АрмССР.

Тело и конечности темно-бурые. Голова мелкоточечная, с короткими негустыми сероватыми волосками. Наличник со слабо закругленным передним краем, выступающим в виде канта. Булава усиков вдвое длиннее их остальной части (рис. 2, 2).

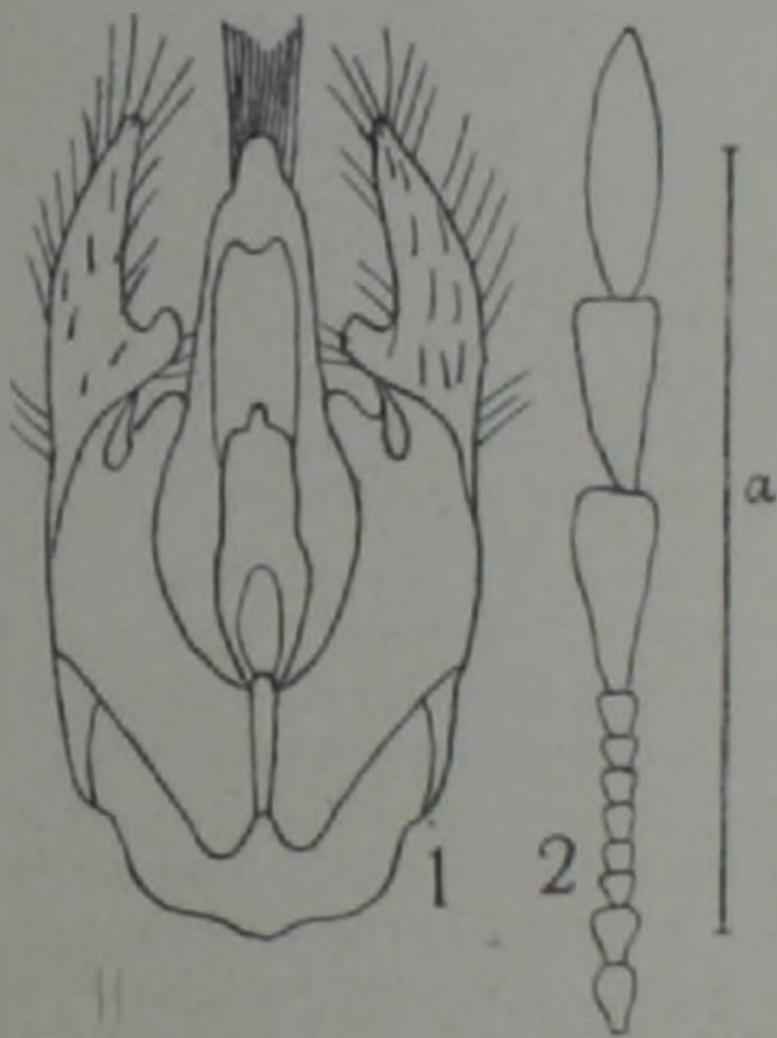


Рис. 2. *Anobium ussuriensis* Karapetian sp. nov. голотип. 1—пенис вентрально; 2—усик. Масштаб для пениса  $a=0,5$  мм

Переднеспинка негусто опушенная, с мелко зазубренными боками и с двумя косыми вдавлениями вдоль угловатого срединного выступа. Ее диск и скат густо мелкоточечные на шагренированном фоне, с закругленными задними углами.

Щиток четырехугольный, с закругленной вершиной. Надкрылья на вершине коротко, нерезко обрубленные, с четко выраженными плечевыми бугорками и с 10 точечными бороздками, которые не доходят до вершины, скат спутанноточечный.

Промежутки между бороздками выпуклые, шагренированные,

вдавленно мелкоточечные, с рассеянной, малозаметной волосистостью. Среднегрудь едва вдавлена, заднегрудь плоская, без вдавлений.

1-й видимый стернит брюшка значительно длиннее 3-го. Его верхний край у середины плавно закругленный, по бокам прямолинейный. Длина 2,8—3,4 мм.

Пенисная трубка короткая, более чем вдвое короче парамер, с маленьким притупленным верхним зубцом. Парамеры крупные, у середины внутреннего края с двумя толстыми зубцевидными отростками, у вершины вытянуты в зубец, с длинными торчащими волосками (рис. 2, 1).

Эти виды можно отличить от родственных следующим образом (в таблицу включены все палеарктические подроды рода *Anobium* F. и все известные виды подрода *Hemicoelum* LeConte (по Эспаньолу (12) с дополнением).

#### ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНАЯ ТАБЛИЦА ПОДРОДОВ РОДА *ANOBIMUM* F. И ВИДОВ ПОДРОДА *HEMICOELUM* LeConte

- 1(2) Средне- и заднегрудь с глубоким вдавлением, захватывающим всю среднегрудь и переднюю часть заднегруди (*A. punctatum* Deg., *A. hederæ* Ihss., *A. Inexpectatum* Lohse., *A. cymoreki* Esp.)...  
подрод *Anobium* s. str.
- 2(1) Вдавление среднегруди слабое и маленькое, на заднегруди отсутствует или имеется.
- 3(4) Переднеспинка слабо приподнята, вздутие ее заднего края не или слабо выражено. Надкрылья с закругленной вершиной. Парамеры вырезаны лишь у основания (*A. thomsoni* Kr., *A. rufipes* F.)  
подрод *Cacotemnum* LeConte
- 4(3) Переднеспинка резко приподнята, сзади с угловатым выступом. Надкрылья у вершины срезаны. Парамеры вырезаны к вершине, зазубрены или с лопастями у внутреннего края . . . . .  
подрод *Hemicoelum* LeConte
- 5(8) Среднегрудь едва вдавлена, заднегрудь плоская. Бока переднеспинки мелко зазубрены. Переднеспинка с 2 косыми вдавлениями вдоль угловатого срединного выступа.
- 6(7) На надкрыльях промежутки между бороздками плоские, мелкоточечные, надкрылья на вершине резко обрублены. Тело красно-бурое. Пенисная трубка слабо расширена у основания, со своеобразной крючковидной вершиной. Парамеры едва выступают за ее уровень, с зубчатым выступом, с длинным волосистым придатком (рис. 1, 10). Длина 2,5—3,5 мм . . . . .  
*A. nitidum* Herbst
- 7(6) На надкрыльях промежутки между бороздками выпуклые, шагренированные, точки глубокие. Надкрылья на вершине коротко обрубленные. Тело темно-бурое. Пенисная трубка маленькая, с верхним притупленным зубцом. Парамеры крупные, у середины внутреннего края с 2 зубцевидными отростками, у вер-

шины вытянуты в зубец, с длинными торчащими волосками (рис. 2, 1). Длина 2,8—3,4 мм . . . . .

*A. ussurlensis* Karapetian sp. nov.

8(5) Среднегрудь и передняя часть заднегруды совместно заметно вдавлены. Бока переднеспинки гладкие. Переднеспинка вдоль выступа без четких вдавлений.

9(10) Волосистость промежутков бороздок надкрылий гуще, серая и прилегающая. 2-й промежуток к вершине расширен. У передней 1/3 надкрылий поперечное вдавление. На заднем скате точки бороздок густые и неравномерные. Пенисная трубка на вершине широко закругленная, с маленьким зубцом, отогнутым на вентральную сторону. Парамеры с 3 внутренними лопастями, вершинная лопасть крупная, густо волосистая, с закругленной вершиной (рис. 1, 8). Длина 3—4 мм . . . . .

*A. costatum* Ar.

10(9) Волосистость промежутков надкрылий мало заметная, рассеянная, 2-й промежуток сходен с соседними. Надкрылья в передней трети без вдавления. Точки бороздок на заднем скате расположены равномерно.

11(14) Боковой кант переднеспинки цельный, его задние углы слабо выражены. У ♂ 8-й уротергит выпуклый. Вершина тегмена волосистая. Переднеспинка и надкрылья одноцветные.

12(13) На диске надкрылий точки сильно вдавлены. Пенисная трубка на вершине с отогнутым узким зубцом. Парамеры с 2 узкими внутренними лопастями и с волосистым вершинным придатком такой же длины (рис. 1, 11). Тело одноцветно черное, надкрылья изредка у вершины красные. Длина 2—3,9 мм . . . . .

*A. fulvicorne* Sturm

13(12) На диске надкрылий точки вдавлены слабее. Пенисная трубка на вершине с более широким треугольным зубцом. Парамеры с 3 широкими внутренними лопастями. Вершинная лопасть широкая и снабжена длинными негустыми полосками (рис. 1, 7). Тело одноцветно красно-бурое. Длина 3,3—3,9 мм . . . . .

*A. khnzoriani* Karapetian sp. nov.

11(11) Боковой кант переднеспинки прерван у середины, с резкими задними углами. 1-й промежуток надкрылий выпуклый и овально или ромбовидно расширенный. Задний край 8-го уротергита ♂ слегка угловатый. Пенисная трубка ланцетовидная, с маленьким вершинным зубцом. Парамеры с 2 широкими внутренними лопастями и густо волосистым вершинным придатком. Средниная лопасть тегмена голая, с острой вершиной (рис. 1, 12). Переднеспинка черная, надкрылья рыжие. Длина 2—3,9 мм . . . . .

*A. rufipenne* Dutt.

В Армении до сих пор обнаружено 6 видов рода *Anobium* F. (*A. punctatum* Deg., *A. nitidum* Herbst, *A. costatum* Ar., *A. fulvicorne* Sturm, *A. rufipes* F. et *A. khnzorlani* Karapetian).

Институт зоологии  
Академии наук Армянской ССР

Ա. Պ. ԿԱՐԱՊԵՏՅԱՆ

Փայտփորիկ բզեզների երկու նոր տեսակ III ՀԻԲ-ից  
(Coleoptera, Anobiidae)

Նկարագրված է փայտփորիկ բզեզների 2 նոր տեսակ. 1. *Anobium khnzorlani* Karapetian sp. nov. Հայկական III Հ-ից, որի հոլոտիպը գտնված է Կորիսից, իսկ պարատիպը՝ Ղափանի շրջանի Մալ գյուղից: 2. *Anobium ussuriensis* Karapetian sp. nov. գտնված է Սիսուրիլսկի Կոմարովո արգելափնոցից: 2 տեսակն էլ պատկանում են *Anobium* F. սեռի *Hemicoelum* LeConte ենթասեռին: Բերվում է որոշիչ ազդուսակ *Anobium* F. սեռի ենթասեռերի և *Hemicoelum* LeConte ենթասեռի բոլոր հայտնի տեսակների համար:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

<sup>1</sup> F. Español. P. Inst. Biol. Apl., t. XXXII, 165-203 (1960). <sup>2</sup> F. Español. P. Inst. Biol. Apl., t. L, 17-40 (1971).

УДК 615.217.1.015.621.32.015.347.547.781.5

ФАРМАКОЛОГИЯ

А. Т. Татевосян, Ж. С. Геворкян,  
член-корреспондент АН Армянской ССР С. А. Мирзоян,  
А. С. Оганесян, Г. А. Геворкян

Противоязвенные эффекты некоторых физиологически активных  
веществ и механизм их действия

(Представлено 12/VI 1980)

Исследованиями (1,2) обнаружено, что снижение энергетического баланса, в частности, уменьшение содержания АТФ в почечной ткани сопровождается усилением дефосфорилирования почечных белков и угнетением активности ферментов, осуществляющих деаминирование ряда L-аминокислот. При этом отмечается заметное активирование протеолитических процессов, ведущее к необратимым структурным изменениям в тканях. Наоборот, при наличии высокого уровня АТФ в почечной ткани наблюдается обратное. Допустимо было предположить, что снижение каталитической активности ферментов, принимающих участие в процессах деаминирования L-аминокислот в почечной ткани, находится в зависимости от интенсивности протекающих протеолитических процессов. Полученные результаты (3,4) позволили обнаружить, что тканевые белки, в том числе и ферменты, менее устойчивы к действию протеолитических ферментов в дефосфорилированном состоянии и, наоборот, при их фосфорилировании они проявляют заметно высокую устойчивость по отношению к действию протеаз.

В связи с этим чрезвычайно важным представляется вопрос изучения этих звеньев в цепи биохимических процессов, лежащих в основе возникновения и развития экспериментальной язвы желудка.

Опыты проведены на белых крысах весом 150—200 г. Экспериментальные язвы желудка вызывали с помощью зажатия пилородуоденальной области в течение 10 мин с соблюдением стерильных условий.

В первой серии опытов у животных с экспериментальной рефлехторной язвой с целью повышения защитных сил животных (усиление фосфорилирования белков и др) изучали влияние АТФ на развитие экспериментальной язвы желудка. Одновременно в этой серии опытов изучали количественные сдвиги АТФ в слизистой желудка под влия-

нием гаммааминомасляной (ГАМК), гаммаоксимасляной (ГОМК) кислот, АТФ и ганглерона. Животных разделили на 6 групп. Первую группу составляли интактные животные, вторую—контрольные (с экспериментальной язвой), подопытным животным третьей группы с экспериментальной язвой вводили ГАМК по 40 мг на 1 кг веса, четвертой группе—ГОМК по 100 мг, пятой группе АТФ по 50 мг, а шестой группе для сравнения вводили ганглерон по 10 мг на 1 кг веса. Вышеуказанные препараты применяли внутримышечно, за 30 мин до нанесения травмы и 2 раза после травмы через каждые 3 ч.

Животных декапитировали через 24 ч, вскрывали их желудки и подсчитывали количество деструктивных изменений в слизистой оболочке и в навесках, взятых из желудочной ткани, определяли содержание АТФ по UV тесту, с использованием набора реактивов для определения АТФ (Boehringer).

Во второй серии опытов изучали влияние АТФ на интенсивность синтеза белка. Животных разделили на 3 группы. Первую группу составляли интактные животные, вторую—контрольные с экспериментальной язвой, подопытные животные третьей группы, с экспериментальной язвой, получили АТФ по 50 мг на 1 кг веса 3-кратно, за 30 мин до нанесения травмы и после травмы 2 раза, через каждые 3 ч. На вторые сутки животным всех групп вводили по 50 мк кюри  $C^{14}$  (U) лейцина с удельной радиоактивностью 240 мк кюри мкМ и спустя 3 ч декапитировали их; затем вскрывали брюшную полость, брали навески из слизистой желудка, гомогенизировали, белки осаждали 10%-ной трихлоруксусной кислотой и центрифугировали, осадок промывали 5%-ной трихлоруксусной кислотой 2 раза. После центрифугирования полученный белок растворяли в 0,5 мл протозола (New England Nuclear Corp. USA) добавляли 10 мл сцинтиляционной жидкости и определяли количество радиоактивного лейцина, включенного в белки стенки желудка.

В третьей серии опытов изучали сравнительное распределение введенного меченого фосфора из  $\gamma$ - $P^{32}$ -АТФ, связанного с белками тканей желудка, печени и гипоталамуса. Животных разделили на 2 группы: интактные и подопытные с экспериментальной язвой. Через 3 ч после введения меченой  $\gamma$ - $P^{32}$ -АТФ (внутрибрюшинно 30 мк кюри) крысы были декапитированы. Содержание меченого фосфора в белках различных тканей определяли по вышеописанному методу. Данные выражали в *имп/мин/г* ткани.

Результаты исследований первой серии опытов показали, что в условиях экспериментальной язвы желудка изучаемые препараты обнаруживают способность в значительной мере предотвращать возникновение и развитие экспериментальных язв желудка. ГАМК на 60% случаев предупреждает поражаемость животных и на 74,6% уменьшает количество язв и эрозий в слизистой оболочке желудка. ГОМК—соответственно на 50 и 70%, АТФ—на 60 и 75%, ганглерон на 60 и 78%. Интересно отметить, что сочетанное введение ГАМК и АТФ в указанных дозах дает более эффективный результат—на 80%

предупреждает поражаемость животных и на 90% уменьшает количество деструктивных изменений слизистой желудка.

Наряду с этим следует отметить, что под влиянием упомянутых препаратов отмечается значительное повышение содержания АТФ в стенке желудка по сравнению с контролем (экспериментальная язва). Как видно из таблицы, в условиях экспериментальной язвы в стенке желудка на 74,5% снижается содержание АТФ. Под влиянием

Количественные сдвиги АТФ в желудочной ткани.

Средние данные из 4-х опытов

Состояние экспериментальных животных	Количество деструктивных изменений на одно животное	Количество АТФ в $\mu\text{M}^2$ ткани
Интактные	—	0.33 ± 0.27
С экспериментальной язвой	4.5	0.08 ± 0.02
С экспериментальной язвой, получившие ГАМК	1.15	0.17 ± 0.02
С экспериментальной язвой, получившие ГОМК	1.35	0.29 ± 0.07
С экспериментальной язвой, получившие АТФ	1.1	0.43 ± 0.015
С экспериментальной язвой, получившие ганглерон	1.0	0.29 ± 0.12

ГАМК содержание АТФ возрастает на 50%. ГОМК, ганглерон и АТФ также способствуют повышению содержания АТФ в стенке желудка соответственно на 247, 248 и 400%.

Таким образом, полученные результаты показывают, что существует определенная связь между энергетическим состоянием стенки желудка и образованием язвы в ней. Эти данные согласуются с результатами исследований (5, 6), по данным которых дистрофия стенки желудка сопровождается нарушениями энергетического обмена в ней.

Результаты опытов по изучению действия АТФ на синтез белков показали, что при парентеральном введении АТФ животным с экспериментальной язвой наблюдается значительное усиление включения  $\text{C}^{14}$ -лейцина в белки слизистой желудка. У интактных крыс степень включения  $\text{C}^{14}$ -лейцина составляет  $1,707 \times 10^6$ , у контрольной группы (с экспериментальной язвой)  $1,407 \times 10^6$  (наблюдается понижение на 18%), а у животных с экспериментальной язвой, получивших АТФ, она достигает  $2,220 \times 10^6$  имп./мин (т. е. возрастает на 57,7%)

В опытах с изучением распределения меченого  $\text{P}^{32}$  фосфора в белках тканей различных органов обнаружены ясно выраженные различия в степени их фосфорилирования. У интактных животных наибольшее количество меченого фосфора обнаруживается в белках печени и гипоталамуса ( $5,4 \cdot 10^6$  и  $2,14 \cdot 10^5$  имп./мин, соответственно), в белках слизистой оболочки желудка его сравнительно меньше ( $7,2 \cdot 10^4$

имп./мин). В условиях экспериментальной язвы фосфорилирование белков слизистой оболочки желудка возрастает более чем в два раза и составляет  $15,3 \cdot 10^4$  имп./мин, в то время как в печени и гипоталамусе оно снижается и составляет соответственно  $2,46 \cdot 10^5$  и  $9,96 \cdot 10^4$  имп./мин.

Обобщая данные, можно допустить, что одним из возможных механизмов противовоспалительного действия вышеупомянутых препаратов является улучшение энергетического состояния стенки желудка (повышение содержания АТФ) и усиление фосфорилирования белков стенки желудка, которые в фосфорилированном состоянии проявляют довольно высокую устойчивость по отношению к действию протеолитических ферментов. Становится очевидным, что физиологическая роль ГАМК и продукта ее превращения—ГОМК, а также АТФ не исчерпывается хорошо установленными их свойствами и намечаются новые подходы для их дальнейших исследований. Не исключена возможность, что их сочетанное применение окажет благотворное действие при лечении язвенной болезни желудка и двенадцатиперстной кишки.

Ереванский медицинский институт  
Институт биохимии мозга  
Академия наук Армянской ССР

Ա. Բ. ԽԱԳԵՎՈՍՅԱՆ, Ժ. Ս. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ, ՀՈՍԷ ԳԱ ՐԱՐԱԿԻԳ-ՎԵՂՈՎ Ս. Հ. ՄԻՐԶՈՅԱՆ, Ա. Ա. ՀՈՎՀԱՆՆԻՍՅԱՆ, Գ. Ա. ԳԵՎՈՐԳՅԱՆ

Այս շարք ֆիզիոլոգիական ակտիվ նյութերի հակախոցային էֆեկտներն ու նրանց ազդեցության մեխանիզմը

Ներկա հաղորդումը նվիրված է մի շարք ֆիզիոլոգիական ակտիվ նյութերի հակախոցային էֆեկտներին և նրանց ազդեցության մեխանիզմների որոշ կողմերի ուսումնասիրությանը: Փորձերը կատարվել են սպիտակ առնետների վրա: Էքսպերիմենտալ ռեֆլեկտոր խոցի պայմաններում:

Փորձերի արդյունքները ցույց են տվել, որ գամմաամին-ակարագաթթվի (ԳԱԿԹ), գամմաօքսիկարագաթթվի (ԳՕԿԹ), ադենոզինտրիֆոսֆատի (ԱՏՖ) և գանգլիերոնի հակախոցային ազդեցությունը որոշակիորեն պայմանավորված է ստամոքսի պատում ԱՏՖ-ի քանակի բարձրացմամբ: Միաժամանակ ցույց է տրված, որ ԱՏՖ-ի ներարկման ղեկավարում էքսպերիմենտալ խոցի պայմաններում սպիտակուցի սինթեզը ստամոքսի լորձաթաղանթում արագանում է: Նշված ֆոսֆորի (Գ — Բ<sup>15</sup> - ԱՏՖ) ներարկման ղեկավարում պարզվել է, որ տարբեր օրգանների սպիտակուցները անհավասարաչափ են ենթարկվում ֆոսֆորացման, որն ավելի արտահայտված կերպով նկատվում է առողջ կենդանիների մոտ լյարդի և հիպոթալամուսի սպիտակուցների նկատմամբ, մինչդեռ ստամոքսի լորձաթաղանթի սպիտակուցների հետ նշված ֆոսֆորը համեմատաբար փոքր չափով է կապվում: Էքսպերիմենտալ խոցի ժամանակ նկատվում է ճիշտ հակառակ պատկեր, ստամոքսի լորձաթաղանթի սպիտակուցների ֆոսֆորացումը 2,5 անգամ ուժեղանում է, իսկ լյարդում և հիպոթալամուսում, ընդհակառակը նվազում:

ЛИТЕРАТУРА — ՉՐԱՇՆԱԿՆԵՐՅՈՒՆ

1 А. Лайла и др., ДАН АрмССР, т. 68, № 1 (1979). 2 Ж. С. Геворкян, ДАН Армянской ССР, т. 69, № 5 (1979). 3 Ж. С. Геворкян, А. С. Оганесян, Г. А. Геворкян и др., ДАН Армянской ССР, т. 69, № 5 (1979). 4 J. T. Casper, R. J. Weupel, P. Kay, et al., Biochem J, vol 175, № 1 (1978). 5 С. В. Амичков, И. С. Заводская, О. Н. Забродин и др., Клиническая медицина, т. 52 (9), (1974). 6 И. С. Заводская, Е. В. Моденова, В. В. Коржова, Достижения современной фармакологии, Л., 1976

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

II. Ա. Կրիզոստոմ — Ընդհանրացված ածանցյալի ֆունկցիաների եզակիությունների մասին	61
II. Բ. Հարությունյան — $C^{\alpha}$ — կոնֆորմ տարածության կետերի զույգերի սիմետրիկ տարածության երկրաչափության մասին	69
II. Ար. Ավետիսյան — Բյուրեղի տիպի առաջին արտադրյալների տեսքով շրջանում ածանցյալ ֆունկցիաների ներկայացման մասին	74
Վ. Ն. Սարտիրոսյան — Տրված բազմությունից գործակիցներ ունեցող բազմանդամներով հավասարաչափ մոտարկման մասին	82
II. Վ. Համբարձումյան, Բ. Ա. Նախապետյան — Պարմի բաշխումը և սահմանային թեորեմներ կետային պատահական պրոցեսների համար	97
Ի. Կ. Խաչատրյան — Սպինորային-մատրից ֆունկցիայով ածանցյալ գործակիցներով դիֆերենցիալ սպինորների վերականգնման միակիության մասին	91
Է. Ա. Իսախանյան — Սահմանային թեորեմներ սպասման ժամանակի համար միայն եռապատկանության համակարգերում	102
Ն. Ս. Ասատրյան — Պարմի լիմիտայինությունների մասին	109
Ա. Գ. Փունիսով — Բացառման և լրիվ բացառման մեթոդների ընդհանրացում	141
Ա. Ա. Ղազարյան — Լոգարիթմական եզակիություններ ունեցող Ֆուրյեի որոշ ինտեգրալների ածանցյալական վարքի մասին	147
II. Ա. Բաղդյան — Միտոսո-լեֆֆերի տիպի ֆունկցիաների հետ սուսցիանցված ֆունկցիաների ներքին համակարգերի համընկնելիության մասին	152
Վ. Լ. Երզնկյան — Բառերի հավասարության պրոյեկտիվ ուղղությամբ բազմություններում $A^{\alpha}$ — տեսքի առկայություններով տրվող խմբերում	159
Ա. Գ. Փունիսով — Սիմպլիքս մեթոդի ընդհանրացում	168
Ա. Ա. Վազարյան — Արոշ կշռային դասերի եզրային ածանցյալներ	204
Ա. Ա. Մաշուրյան — Վերջավոր հանգույնների վրա որոշելի թվաբանական ֆունկցիաների դասի մասին	209
Ա. Ն. Անանյան — Տիտոնովի թեորեմը ձևափոխությունների ապոլուզիական խմբերի կատեգորիայում	211
Ն. Ն. Լուզարյան — Բուլյան ֆունկցիաների բազմությունների բարդության որոշ ընդհանրացումների հարաբերությունների մասին	217
Վ. II. Ղազարյան — $L^p(\sigma)$ , $1 < p < \infty$ տարածություններում եռանկյունաչափական սխեմաների գոյությունը Արևի մեթոդով	227
Վ. Ա. Բարեց — Նեանիտայի ածանցյալներ փակ բազմություններում հոլոմորֆ կորերի համար	242
II. Գ. Թուրանովիչ — Գույրերի կշռով տարածություններ և պսևդոդիֆերենցիալ սպինորներ	267
Յու. Գ. Գալայան, Լ. Ն. Հովհաննիսյան — Անկյունային կետեր ունեցող տիրույթներում ըստ կոորդինատների ցանցի խտացումը դիֆերենցիալի խնդրի լուծման ժամանակ	273

ԿՈՒՐՍԻՎԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Ա. Բաբայանյան — Իտերատիվ ագրեգացման ընդհանուր պրոցեսների զույգ-միասնական մասին	282
-----------------------------------------------------------------------------------	-----

ՄԵԼԱՆԻՎԱ

- Ո. Մ. Սապուհյան, Պ. Կ. Մեխիսյան — Կյուր լույսակառ ճատույթով ուլուններին կոչու  
միացած և եզրագծով ամրակցված բարակ կյուր սալի մոուժը 3.
- Կ. Լ. Պետրոսյան — Իզոտոպ ամրակցմամբ օրթոտրոպ մակուսկեն կյուրի պլաստի-  
կոթյան տեսութուն 158

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

- Լ. Ա. Հաբուսյուհյան — Բազազրիչ կյուրերի միջև երկայնական ճաթով, բազազրյալ  
պրիզմատիկ ձողի ուրուժը 14
- Վ. Հ. Եզոյան — Անիզոտրոպ մարմնի առաձգականության տեսության հարթ խնդրում  
մասնակիորեն կոչու մարմնի ամրակցված եզրի անկյունային կետի շրջակայքի լար-  
վածային վիճակի մասին 22
- Ղ. Ա. Մարտիրոսյան — Որկու առաձգական վերջավոր գլանների համար մի կոնտրակ-  
տային խնդրի մասին 221

ՍՈՒՎԻ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

- Մ. Ա. Զաղոյան, Յ. Մ. Փայուզյան — Կուր ձողի ուղղության սողի խնդիրը ուրման  
գեպում 165

ՅԻՋԻԿԱ

- Յ. Պ. Սախարյան — Բյուրեղներում խառնուրդային իոնների միջև էլեկտրոնային  
զրգոման էներգիայի ուղևառագայթային փոխանցման էլեկտրոն-ֆոնոնային մեխանիզմը 28
- Մ. Ս. Մոզսեսյան — Կալիումի գոյորչիներին մագնիսացման մասին 174
- Մ. Մ. Իրիզուրյան, Ա. Ս. Նիկոզոսյան, Պ. Ս. Պոզոսյան — Լույսային իմպուլսների ու-  
լիան ցրումը թափանցիկ միջավայրերի ներդիրների վրա 229
- Կ. Յու. Կոչուչկով, Յու. Պ. Մալախյան — Ատոմի թվազի(ներգետիկ մակարդակների  
ադիացիոն շնչումը 286

ՈՒՆԻՎԵՐՍԻՏԵՏԻԱԿԱՆ

- Ակ. Մ. Զերաչյան, Ս. Ս. Լիուվինով — Ուղղվածության գիազրամների մի գառի մասին  
անտեսաների տեսությունում 35

ԷԼԵԿՏՐՈՒԿԻՆԱՄԻԿԱ

- Ա. Ղ. Իոսիֆյան — Էլեկտրոմագնիսական գաշտի գործողության խտության և վեկ-  
տոր պոտենցիալների մասին 178

ՍԵՏՄԻՆԱԿՈՒԹՅԱՆ

- Կ. Պ. Խամբուզյան — Օրկրի սեյսմատեկտոնիկ ակտիվությունը լուսնային թերության  
և լուսնային մամանակի կոորդինատներում 98
- Ա. Մ. Ավեսիսյան, Ի. Պ. Իորոզովսկի — Հայվի մեթենայի սղեությամբ երկրա-  
չաթմի կոորդինատների որոշման մի ալգորիթմի մասին 165

ԻՆՏԵՆՍԻՎԱՅԻՆ ՍԵՏՄԻՆԱԿՈՒԹՅԱՆ

- Ա. Վ. Միեաոյան — Կառույցների և կոնտրակցիաների կոմպլեքս սեյսմապաշտպանու-  
թյունը բարձր սեյսմիկ շրջաններում 104

ՀԱՆՎԱՐՍԵՆՈՒԹՅՈՒՆ

- Ս. Ս. Ավագյան, Է. Կ. Մալխասյան — Ոսկի — արծաթ — պիրիտ պարագենեզիոի մասին  
Հայկական ՍՍՀ հանրավայրերից մեկում 43

ՄԻՈՑԻՄԻԱ

Հ. Խ. Բունյարյան, Գ. Հ. Քուրչյան, Գ. Ս. Հակոբյան, Ս. Ս. Սախրազյան — Դ — գյուտամիտրանոզիկոզիզացայի, գյուտամիտրանոզիկոզացայի, Դ — գյուտամիտրանոզիկոզացայի ախտիվոթյան տեղաբաշխումը սուրճեկուլյար ֆրակցիաներում . . . . . 46

Ա. Ն. Հալազյան, Մ. Ա. Սուլեյմանյան, Հ. Մ. Փետրյան, Գ. Մ. Առաքելյան — Բջջի սուշիլը որպես պաշտպանողական ունեցիկ . . . . . 111

Փ. Ի. Հակոբյան, Ռ. Ս. Աբրամով — Եսկիլայի և սուրսարտաթի ածանցյալների ֆերմենտատրատային կոմպլեքսի առաջացման ուսումնասիրությունը . . . . . 117

Վ. Վ. Սրբյան, Լ. Լ. Դանիլովա, Գ. Հ. Բազալյան, Կ. Գ. Ղաբազյան, Ս. Ա. Հովակիմյան — Ցուֆուրիզիզների, լիպիդ-լիպիդային հարաբերությունները առյան մեջ և լիպոցիտոմասսայում մանր օջախային ինֆարկտի ժամանակ . . . . . 127

Գ. Ա. Սարգսյան, Ա. Ա. Կիրակոսովա, Ա. Ա. Խալոյան — Տիրեոլիթերի և սյուլիթերի ազդեցությունը Յ.Տ. ցիկլիկ ԱՄՅ-կախյալ պրոտեինիկինազիայի վրա . . . . . 233

Գ. Ա. Սարգսյան — Հիպոթալամուսի սպինգոլիպիդային պրոտեոլիպիդների և որոշ պեպտիդների ֆոսֆորիլացման ուսումնասիրությունը ցիկլիկ ԱՄՅ-կախյալ պրոտեինիկինազայով . . . . . 238

Ս. Կ. Կարապետյան, Գ. Հ. Բատիկյան, Ա. Ա. Սիմոնյան, Զ. Ա. Փարսիկյան — Հակասագենիզացիայի ախտիվոթյան կանոնավորման մի քանի առանձնահատկությունները երևանյան հավերթի լեզուի ցեղի ՇԱԱ կրոսի աջազազների և դրանց հիրթիզների հյուսվածքներում . . . . . 290

ԱՄԻՈՑԻՄԻԱ

Ա. Շ. Դալստյան, Ս. Ա. Աբրահամյան — Հողերը 3 — ֆուկոսոլուրանոզիզացային ձեռքի մասին . . . . . 189

ԲՈՒՅՍԵՐԻ ՆԻՉԻՈՒՄԻԱ

Վ. Հ. Ղազարյան, Հ. Մ. Մովսիսյան, Տ. Ս. Դանիլյան — Արեածազկի տերևներում և բողբոջներում աուքսինների և ինհիբիտորների ախտիվոթյան վրա արմատների հզորության ազդեցության հարցի շուրջը . . . . . 54

Վ. Հ. Ղազարյան, Վ. Ա. Խավրյան, Ա. Ա. Ձիլինգարյան, Ռ. Հ. Հաբուրյանյան — Հաճարենու բնի ընդլայնական շերտերի քսիլեմային հյուսվածքային տարրակոթյան մասին . . . . . 296

ՄԻՅԱՆՍԱՄԱՆՈՒՄՅՈՒՆ

Հ. Ս. Տերտերյան — Նոր տրիբա և նոր սես Tabanidae (Diptera) ընտանիքում . . . . . 243

Ա. Գ. Կարապետյան — Փայտփորիկ թզեղների ևրկու նոր տեսակ ՍՍՀՄ-ից (Coleoptera, Anobiidae) . . . . . 301

ԿՆՂԱՎՈՐՇՈՒՄՅՈՒՆ

Ա. Ք. Քաղևսյան, Փ. Ա. Փետրյան, Ս. Հ. Միրզոյան, Ա. Ս. Հովհաննիսյան, Գ. Ա. Փետրյան — Մի շարք ֆիզիոլոգիական ախտիվ հյուսվածքի շահախոցային էֆեկտներն ու նրանց ազդեցության մեխանիզմը . . . . . 307

ՆԻՉԻՈՒՄԻԱ

Գ. Ս. Մելիսյան, Հ. Հ. Մկրտչյան — Ուղեղիկում ուսուցման սինապսային պրոցեսների մոզեյավորման մասին . . . . . 58

Լ. Ա. Մատիկյան, Գ. Կ. Մարկոսյան, Լ. Ս. Մարկոսյան — Նատիվ և իմորթիզացված արիպսիների էնկերաֆորեոլիկ շարժունակության համեմատական գնահատումը . . . . . 248

Ս. Ա. Բակունց, Ք. Վ. Ղազարյան, Ա. Ա. Տիրայան — Միզածորանի պեյսմեկների մեկուսացված պրեպարատի ինքնարուխ բիոլոգիական ախտիվոթյան մասին . . . . . 253

## СОДЕРЖАНИЕ LXXI ТОМА

### МАТЕМАТИКА

С. А. Григорян—Об особенностях обобщенных аналитических функций	65
С. Х. Арутюнян—О геометрии симметрического пространства пар точек $n$ -мерного конформного пространства	69
Р. Аб. Аветисян—О представлении аналитических функций в круге в виде бесконечных произведений типа Бляшке	76
В. А. Мартиросян—О равномерном приближении многочленами с коэффициентами из заданного множества	82
Р. В. Амбарцумян, Б. С. Нахпетян—Распределение Пальма и предельные теоремы для точечных случайных процессов	87
И. Г. Хачатрян—О единственности восстановления дифференциального оператора с аналитическими коэффициентами по его спектральной матрице-функции	91
Э. А. Даниелян—Предельные теоремы для времени ожидания в одноканальных приоритетных системах	129
О. С. Асигрян—О позитивных эквивалентностях	136
А. Д. Тунисян—Обобщение методов исключения и полного исключения	141
С. С. Каларян—Об асимптотическом поведении некоторых интегралов Фурье с логарифмическими особенностями	147
Р. А. Багиян—О совпадении двух систем функций, ассоциированных с функциями типа Миттаг-Леффлера	152
В. Л. Ширпанян—Проблема равенства слов для групп с рекурсивным множеством определяющих соотношений вида $A^n = I$	193
А. Д. Тунисян—Обобщение симплекс-метода	198
А. А. Вагаршакян—Граничные свойства некоторых весовых классов	204
А. С. Мишуриян—О классе примитивно рекурсивных функций, определяемых на конечных моделях	209
С. А. Антонян—Теорема Тихонова в категории топологических групп преобразований	212
Г. А. Назарян—О соотношениях некоторых сложностных характеристик множеств булевых функций	217
К. С. Каларян—Суммирование по Абелю подсистем тригонометрической системы в пространствах $L^p(\delta_x)$ , $1 < p < \infty$	257
В. А. Бабец—Соотношение дефектов Неванлинны для голоморфных отображений в замкнутые множества	263
С. Г. Рубинович—Пространства Гельдера с весом и псевдодифференциальные операторы	267
Ю. Г. Дадиян, Л. А. Оганесян—Покоординатное сгущение сетки при решении задачи дифракции в областях с углами	275

### ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

А. А. Бабаджанян—О сходимости общих процессов итеративного агрегирования	282
--------------------------------------------------------------------------	-----

## МЕХАНИКА

*О. М. Саломджян, П. Г. Ксимишян*—Изгиб равномерно нагруженной тонкой круглой плиты, заделанной по контуру и жестко соединенной с колоннами круглого поперечного сечения

*Г. Л. Петросян*—Теория пластичности пористого ортотропного материала изотропным упрочнением

## ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

*Л. А. Арутюнян*—Кручение составного призматического стержня с продольной трещиной между составляющими материалами

*В. А. Едоян*—О напряженном состоянии окрестности угловой точки контура с частично соединенным жестким телом в плоской задаче теории упругости для анизотропного тела

*З. А. Мартирчян*—Об одной контактной задаче для двух упругих конечных цилиндров

## ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

*И. А. Задоян, Ф. М. Поладян*—Задача нелинейной ползучести кривого стержня при кручении

## ФИЗИКА

*Ф. П. Сафарян*—Электрон-фононный механизм безызлучательной передачи энергии электронного возбуждения между примесными центрами в кристаллах

*М. Е. Мовсисян*—О намагничивании паров калия

*М. М. Григорян, А. С. Никогосян, П. С. Погосян*—Релеевское рассеяние коротких световых импульсов на включениях прозрачных сред

*Г. Ю. Крючков, Ю. П. Милакян*—Радиационный сдвиг атомных квазиэнергетических уровней

## РАДИОФИЗИКА

*Ик. М. Джрбашиян, О. С. Литвилов*—Об одном классе диаграмм направленности в теории антенн

## ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

*А. Г. Носифьян*—О плотности действия и некоторых потенциалах электромагнитного поля

## СЕЙСМОЛОГИЯ

*Г. П. Тамразян*—Сейсмотектоническая активность Земли в координатах лунного склонения и лунного времени

*А. М. Аветисян, И. П. Добровольский*—Об одном алгоритме определения координат гипоцентра землетрясения с помощью ЭВМ

## ИНЖЕНЕРНАЯ СЕЙСМОЛОГИЯ

*А. В. Минасян*—Комплексная сейсмозащита сооружений и конструкций в районах высокой сейсмичности

## МИНЕРАЛОГИЯ

*Г. С. Авакян, Э. Г. Милхасян*—О парагенезисе золота—серебра—пирит на одном из рудопроводов Армянской ССР

## БИОХИМИЯ

- Г. А. Буянтян, Г. А. Туршиян, Г. Е. Аюбян, С. С. Сафриян — Распределение активности  $\gamma$ -глутамилтранспептидазы, глутаминсукцината,  $\gamma$ -глутамилтрансферазы и субцеллюлярных фракций мозга крыс 118
- С. Н. Айриямян, М. А. Сулейманян, А. М. Геворкян, Г. М. Аракелян — Искоординин как защитная реакция клетки 111
- Ж. Н. Аюбян, Р. Е. Абрамян — Исследование образования фермент-субстратного комплекса нуклеаты с производными субстрата 117
- В. В. Ордин, Л. Л. Данилова, Г. О. Бабалян, К. Г. Карагелян, С. С. Овакян — Липид-липидные соотношения фосфолипидов цельной крови и эритроцитов морской акулы при метастатическом инфаркте миокарда 122
- Г. А. Сарибекян, А. С. Кирикостян, А. А. Галоян — О действии тиреолиберина и люлиберина на цАМФ-зависимую протеникиназу мозга 233
- Г. А. Сарибекян — Изучение фосфорилирования специфических белков гипоталамуса и некоторых пептидов цАМФ-зависимой протеникиназой из мозга крупного рогатого скота 238
- С. К. Кириямян, Г. Г. Батикян, А. А. Симонян, З. А. Габриелян — Некоторые особенности регуляции активности лактатдегидрогеназы в тканях крупнороговой породы, мелкого и породы лоттори в возрасте 285 в их гибридах 290

## БИОХИМИЯ

- А. Ш. Галстян, С. А. Айриямян — О формах  $\beta$ -фруктофуранозидазы печени 189

## ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- В. О. Казарян, Г. М. Мовсисян, Т. С. Дамцелян — К вопросу о влиянии мощности корней на активность ауксинов и ингибиторов в листьях и почках подсолнечника 14
- В. О. Казарян, В. А. Давтян, А. А. Чилимарян, Р. Г. Арутюнян — О разном количестве киселемного сока поперечных слоев ствола бука восточного 286

## ЭНТОМОЛОГИЯ

- А. Е. Тертерян — Новая триба и новый род в семействе Tabanidae (Diptera) 213

## ЭНТОМОЛОГИЯ

- А. П. Карапетян — Два новых вида жуков точильщиков из СССР (Coleoptera, Anobiidae) 301

## ФАРМАКОЛОГИЯ

- А. Т. Татеносян, Ж. С. Геворкян, С. А. Мирзоян, А. С. Оганесян, Г. А. Геворкян — Противоязвенные эффекты некоторых физиологически активных веществ и механизмы их действия 317

## ФИЗИОЛОГИЯ

- Л. С. Мелконян, О. А. Мкртчян — К моделированию синантических процессов в мозжечке 39
- Л. А. Матинян, Г. К. Маркосян, Л. С. Маркосян — Сравнительная оценка электрофоретической подвижности нативного и иммобилизованного трипсиона 248
- С. А. Бакучи, К. В. Казарян, А. С. Тираян — О спонтанной биоэлектрической активности изолированных препаратов мочеточниковых пейсмекеров 253

## CONTENTS OF VOLUM LXXI

### MATHEMATICS

	P
<i>S. A. Grigorian</i> —On the singularities of the generalized analytic functions. . . . .	65
<i>S. Ch. Harutyunian</i> —On geometry of symmetric space of pairs of points of conform space $C^n$ . . . . .	69
<i>R. Ab Avetisian</i> —On representation of the analytic functions in the form of Blaschke type infinite products. . . . .	76
<i>V. A. Martirosian</i> —About uniform approximations by polynomials with coefficients from the given set. . . . .	82
<i>R. V. Ambartzumian, B. . Nahapetian</i> —Palm distribution and limit theorems for random point processes. . . . .	87
<i>I. G. Khachatryan</i> —On the uniqueness of the reconstruction of a differential operator with analytic coefficients by its spectral matrix function. . . . .	91
<i>E. A. Danilelian</i> —Limit theorems for the waiting time in single server priority queues . . . . .	129
<i>H. S. Asatryan</i> —On positive equivalences . . . . .	166
<i>A. D. Tuniev</i> —Generalization of exclusive and completely exclusive methods . . . . .	141
<i>S. S. Kazarian</i> —On the asymptotical behaviour of some fourier integrals with logarithmical singularities . . . . .	147
<i>R. A. Baghlan</i> —On the Coincidence of two systems of functions associated with the functions of Mittag-Leffler's Type. . . . .	152
<i>V. L. Shirvanian</i> —The word problem for free periodic groups with recursive set of defining relations of the form $A^n = 1$ . . . . .	193
<i>A. D. Tuniev</i> —Generalization of the simplex method . . . . .	198
<i>A. A. Yagarshakian</i> —Boundary properties of some weighted classes. . . . .	204
<i>A. S. Mashurian</i> —On the class of arithmetical functions definable on the finite models. . . . .	204
<i>S. A. Antonian</i> —The Tikhonov theorem in the category of topological transformation groups. . . . .	212
<i>G. A. Nazarian</i> —On relations between some complexity characteristics of Boolean function sets . . . . .	217
<i>K. S. Kazarian</i> —Summability of subsystems of trigonometric system in the $L_p(d\mu)$ , $1 < p < \infty$ spaces . . . . .	257
<i>V. A. Balets</i> —Relations of Nevanlinna's defects for holomorphic maps in the closed sets. . . . .	263
<i>S. G. Rubanovitch</i> —On the weighted holder spaces and pseudo-differential operators . . . . .	267
<i>YU. G. Dadayan, L. H. Oganessian</i> —Solving diffractive problems in corner point having domains according to coordinational net-thickening . . . . .	275

### APPLIED MATHEMATICS

<i>A. A. Babadjanian</i> —About the convergence of the common process of iterative aggregation . . . . .	282
----------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

## MECHANICS

- O. M. Saponjian, P. O. Keshishian*—Bending of uniformly loaded thin circular plate clamped on the contour and rigidly connected with columns having circular cross-sections. . . . . 3
- G. L. Ptrosian*—Plasticity theory of the porous orthotropic metal with isotropic strengthening. . . . . 185

## THEORY OF ELASTICITY

- L. A. Harullunian*—The torsion of composite prismatic rod with a longitudinal crack between composed materials. . . . . 14
- V. A. Edoyan*—On tensional state within the angular point of an edge connected partially to a hard body in the plane elasticity problem theory for anisotropic bodies. . . . . 22
- Z. A. Martirosian*—On the contact problem for two elastic, finite cylinders. . . . . 221

## THEORY OF CREEP

- M. A. Zadoyan, F. M. Poladian*—The problem of non-linear creep of the curved bar under torsion. . . . . 165

## PHYSICS

- F. P. Safarian*—Electron-phonon mechanism of radiationless transmission of electronic energy between impurity centers in crystals. . . . . 28
- M. E. Mousessian*—On the magnetization of potassium vapour. . . . . 174
- M. M. Girtorian, A. S. Nkoghosian, S. Foghosian*—Rayleigh scattering of short light pulses on inclusions of transparent media. . . . . 229
- G. Yu. Krjuchkov, Yu. P. Malakun*—Radiative shift of atomic steady states. . . . . 266

## RADIOPHYSICS

- Mk. M. Jerbashian, O. S. Litvinov*—On a new class of radiation patterns in the theory of antennas. . . . . 35

## ELECTRODYNAMICS

- A. G. Iosifian*—On the action density and vector-potentials of the electromagnetic field. . . . . 178

## SEISMOLOGY

- G. P. Tamrazian*—Seismotectonic activity of the Earth in the coordinates of Lunar inclination and Lunar time. . . . . 98
- A. M. Avetisyan, I. P. Dobrovolski*—On an algorithm for determination of the earthquake hypocentre coordinates with the help of computers. . . . . 185

## ENGINEERING SEISMOLOGY

- A. V. Minasian*—Complex earthquake protection of constructions in the regions of high seismicity. . . . . 104

## MINERALOGY

- H. S. Avakian, E. G. Malkhasian*—On the gold-silver-pirite paragenesis in one of the ore manifestations of the Armentian SSR. . . . . 63

BIOCHEMISTRY

*N. Ch. Buntatian, G. H. Turshian, G. V. Hakopian, S. S. Safrasian*—Subcellular distribution of  $\gamma$ -glutamyltranspeptidase, glutaminase and  $\gamma$ -glutamyltransferase in rat brain . . . . . 48

*S. N. Hayrapetian, M. A. Suleymanian, A. M. Gevorgian, G. M. Arakelov*—The cell swelling as its protective reaction . . . . . 111

*Zh. I. Mkopian, R. E. Abramov*—The study of formation of enzyme-substrate complex of nucleus with the substrate derivatives. . . . . 117

*V. V. Orsian, L. L. Danilova, G. H. Budatian, G. C. Karagensian, S. S. Hovakimian*—Lipid-lipid interrelations of phospholipids in total blood and erythrocytes under the conditions of myocardial infarction. . . . . 122

*G. A. Saribekian, A. S. Kirakosova, A. A. Guloyan*—The effect of thyroiberin and luthiberin on 3,5-cyclic-AMP-dependent protein kinase. . . . . 213

*G. A. Saribekian*—Studies on the phosphorylation of hypothalamic specific proteins and some peptides by 3,5-cyclic-AMP-dependent protein kinase from bovine brain . . . . . 238

*S. K. Karapetian, G. H. Budikian, A. A. Simonian, Z. A. Gabrielian*—Some peculiarities of lactate dehydrogenase activity regulation in Yerevan bred cross 225 cocks and their hybrids . . . . . 250

AGROCHEMISTRY

*I. Sh. Gustian, S. A. Abramian*— $\beta$ -Fructofuranosidase forms of soils . . . . . 189

PLANT PHYSIOLOGY

*V. O. Kasarian, G. M. Movsisian, T. S. Daniellian*—On the question of the influence of the power of roots on the activity of the auxins and inhibitors in the leaves and buds of the sunflower plant . . . . . 51

*V. H. Kazarian, V. A. Davtian, A. A. Chilungarian, H. H. Harutunian*—On the difference of quality of the xylem sap of the diametrical layers of the trunk of *Fagus orientalis*. . . . . 296

ENTOMOLOGY

*A. E. Terterian*—A new tribe and a new genus in the family Tabanidae (Diptera) . . . . . 243

*A. P. Karapetian*—Two new anobium species of deathwatch beetles from the U. S. S. R. (coleoptera, anobiidae) . . . . . 301

PHARMACOLOGY

*A. T. Tatevosian, G. S. Gevorgian, S. H. Mirzoyan, A. S. Oganessian, G. A. Gerorgian*—Antilucerative effects of physiological active compounds and mechanisms of their action . . . . . 307

PHYSIOLOGY

*D. S. Melkonian, H. H. Mkrtchian*—On the stimulation of synaptic learning processes of cerebellum . . . . . 59

*L. A. Matisian, G. K. Markosian, L. S. Markosian*—Comparative evaluation of the electrophoretic mobility of native and immobilized trypsin . . . . . 248

*S. A. Bakuntz, K. W. Kasarian, A. S. Tirayan*—The spontaneous bioelectrical activity of the isolated preparations of the ureter pace-makers. . . . . 255

