

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCE OF ARMENIA

ISSN 0321-1339

ՉԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ
REPORTS

Նվաճողովել է 1944 թ.: Լույս է տեսնում տարին 4 անգամ

Основан в 1944 г. Выходит 4 раза в год

Founded in 1944. Published quarterly

Գլխավոր խմբագիր՝ ակադեմիկոս Վ. Ս. ԶԱԽԱՐՅԱՆ

Խմբագրական խորհուրդ՝ ակադեմիկոս Է. Գ. ԱՖՐԻԿՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ. Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ. Ա. ԲՐՈՒՏՅԱՆ, ակադեմիկոս Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ակադեմիկոս Ս. Ա. ՀԱՄԲԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս Է. Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Կ. Գ. ՂԱՐԱԳՅՈՋՅԱՆ, ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Լ. Ռ. ՄԱՆՎԵԼՅԱՆ (գլխ. խմբագրի տեղակալ), ակադեմիկոս Ռ. Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, ակադեմիկոս Յու. Հ. ՇՈՒԹՈՒՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Դ. Մ. ՄԵՂԱԿՅԱՆ, Գ.Ա.ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ (պատ. քարտուղար)

Главный редактор академик В. С. ЗАХАРЯН

Редакционная коллегия: академик С. А. АМБАРЦУМЯН, академик Э. Г. АФРИКЯН, академик Г. Е. БАГДАСАРЯН, академик Г. А. БРУТЯН, академик Э. М. КАЗАРЯН, академик К. Г. КАРАГЕЗЯН, чл. – кор. НАН РА Л. Р. МАНВЕЛЯН (зам. главного редактора), академик Р. М. МАРТИРОСЯН, академик Д. М. СЕДРАКЯН, академик А. А. ТАЛАЛЯН, академик Ю. Г. ШУКУРЯН, Г. А. АБРАМЯН (отв. секретарь)

Editor-in-chief academician V. S. ZAKARYAN

Editorial Board: academician S. A. AMBARTSUMIAN, academician E. G. AFRIKIAN, academician G. E. BAGDASARIAN, academician G. A. BRUTIAN, academician K. G. KARAGEUZYAN, academician E. M. KAZARYAN, corresponding member of NAS RA L. R. MANVELYAN (associate editor), academician R. M. MARTIROSYAN, academician D. M. SEDRAKIAN, academician Yu. H. SHOUKOURIAN, academician A. A. TALALIAN, G. A. ABRAHAMYAN (executive secretary)

Խմբագրության հասցեն՝ 0019, Երևան 19, Մարշալ Բաղրամյան պող. 24գ

Адрес редакции: 0019, Ереван 19, просп. Маршала Баграмяна 24г

Communication links: address – 24g Marshal Bagramian Ave., Yerevan, 0019, Armenia

Phone: (37410) 56 – 80 – 67 URL: <http://elib.sci.am> e – mail: rnas@sci.am

© НАН РА. Президиум. 2010

© Издательство "Гитутюн"
НАН РА. 2010

ԲՈԿԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Ա. Վ. Պողոսյան – Հերմիտ – Էկհոֆի ինտերպոլյացիայի ասիմպտոտական վարքը.....	325
Վ. Կ. Լեոնտև, Ղ. Լ. Մովսիսյան, Ժ. Գ. Մարգարյան – Կոդերն ադդիտիվ կապուդդիներում	334
Վ. Ա. Միրզոյան – Նորմալ հարթ կիսաէնշտեյնյան ենթաբազմաձևություններ Էվկլիդեսյան տարածություններում.....	340
Լ. Վ. Հակոբյան, Վ. Ս. Հակոբյան – Շրջանի բաժանման հավասարման լուծումը առանց Գաուսի պարբերությունների.....	348

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

Ռ. Մ. Կիրակոսյան, Ս. Ժ. Ստեփանյան – Օրթոտրոպ սալ-շերտի կայունության խնդիրը՝ կշռի և ընդլայնական սահքի հաշվառմամբ	359
Գ. Ե. Բաղդասարյան, Զ. Ն. Դանոյան, Է. Հ. Դանոյան – Մագնիսաստրիկցիայի հաստատությունների թվային արժեքների որոշումը	367

ԿԵՆՍԱՖԻԶԻԿԱ

Ա. Թ. Կարապետյան, Գ. Ա. Ավետիսյան, Վ. Բ. Սռաքելյան – Լանժենյան աղմուկի ազդեցությունը ՂՆԹ-կենսասենսորների վրա	376
--	-----

ԿԵՆՍԱԶԻՄԻԱ

Ա. Ա. Դուրգարյան, Օ. Ա. Դմիտրենկո, Մ. Մ. Մաթևոսյան, Ա. Ա. Գալոյան – Պրոլինոլ հարուստ պոլիպեպտիդների պաշտպանողական ակտիվությունը ընդհանրացված ստաֆիլոկոկային ինֆեկցիայի ժամանակ, առաջացած մետիցիլին-կայուն <i>Stafilococcus aureus</i> -ի միջոցով	384
Զ. Է. Դանիելյան, Ս. Գ. Չախյան, Մ. Ս. Նազարյան, Ա. Ա. Գալոյան – Սրտամկանի ինֆարկտի արգելակումը կենդանիների մոտ հիպոթալամուսից ստացված պրոլինոլ հազեցած պեպտիդ-1-ի (գալարմինի) միջոցով	390

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Զ. Վ. Դազարյան, Հ. Գ. Հունանյան, Ի. Բ. Մելիքսեթյան, Ա. Ա. Սափոյան – Օքսիտոցինի ազդեցությունը առնետների մոտ արգանդի փողի ինքնաբուխ ակտիվության վրա.....	397
Բովանդակություն 110–րդ հատորի.....	407

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

<i>А. В. Погосян</i> – Асимптотика интерполяции Эрмита – Экгофа.....	325
<i>В. К. Леонтьев, Г. А. Мовсисян, Ж. Г. Маргарян</i> – Коды в аддитивных каналах.....	334
<i>В. А. Мирзоян</i> – Нормально плоские полуэйнштейновы подмногообразия в евклидовых пространствах	340
<i>Л. В. Акопян, В. С. Акопян</i> – Решения уравнения деления круга без периодов Гаусса.....	348

МЕХАНИКА

<i>Р. М. Киракосян, С. П. Степанян</i> – Задача устойчивости ортотропной пластинки-полосы при учете собственного веса и поперечного сдвига.....	359
<i>Г. Е. Багдасарян, З. Н. Даноян, Э. А. Даноян</i> – Об определении численных значений констант магнитострикции.....	367

БИОФИЗИКА

<i>А. Т. Карапетян, Г. А. Аветисян, В. Б. Аракелян</i> – Влияние ланжевенковского шума на ДНК-биосенсоры.....	376
---	-----

БИОХИМИЯ

<i>А. А. Дургарян, О. А. Дмитренко, М. М. Матевосян, А. А. Галоян</i> – Протекторная активность богатых пролином полипептидов при генерализованной стафилококковой инфекции, вызванной мецитиллин-резистентным <i>Stafilococcus aureus</i>	384
<i>К. Э. Даниелян, С. Г. Чаплян, М. С. Назарян, А. А. Галоян</i> – Предотвращение инфаркта миокарда у животных с помощью богатого пролином пептида-1 (галармина). выделенного из гипоталамуса.....	390

ФИЗИОЛОГИЯ

<i>К. В. Казарян, Н. Г. Унанян, И. Б. Меликсетян, А. А. Саваян</i> – Влияние окситоцина на спонтанную активность маточных труб у небеременных крыс	397
Содержание 110-го тома.....	410

CONTENTS

MATHEMATICS

- A. V. Poghosyan* – Asymptotic Behavior of Hermite – Eckhoff Interpolation..... 325
- V. K. Leont'ev, G. L. Movsisyan, Zh. G. Margaryan* – On Codes in Additive Channels..... 334
- V. A. Mirzoyan* – Normally Flat Semi-Einstein Submanifolds in Euclidean Spaces..... 340
- L. V. Hakobyan, V. S. Hakobyan* – Solution of Cyclotomic Equations without Gauss Periods 348

MECHANICS

- R. M. Kirakosyan, S. P. Stepanyan* – The Problem of Stability Orthotropic Plate-Layer, Taking into Account its Own Weight and Transverse Shear 359
- G. E. Bagdasaryan, Z. N. Danoyan, E. H. Danoyan* – On Determination of Numerical Values of Magnetostrictive Constants..... 367

BIOPHYSICS

- A. T. Karapetian, G. A. Avelisyan, V. B. Arakelyan* – The Influence of Lanzhevin's Noise on DNA-Biosensors..... 376

BIOCHEMISTRY

- A. A. Durgaryan, O. A. Dmitrenko, M. M. Matevosyan, A. A. Galoyan* – Protective Activity of Proline-Rich Polypeptides at Generalized Staphylococcus Infections Induced by Methicillin-Resistant Staphylococcus Aureus..... 384
- K. E. Danielyan, S. G. Chailian, M. S. Nazaryan, A. A. Galoyan* – Hypothalamic Proline Rich Peptide I (Galarmin) Protects Animals from Cardiac Infarction..... 390

PHYSIOLOGY

- K. V. Kazaryan, N. G. Hunanyan, I. B. Melikseryan, A. A. Savayan* – The Effect of Oxytocin on Spontaneous Activity of Uterine Horn in Rats 397
- Contents of 110th Volume..... 413

MATHEMATICS

УДК 517.518.85, 519.65, 519.652

A. V. Poghosyan

Asymptotic Behavior of Hermite-Eckhoff Interpolation

(Submitted by academician A.B. Nersessian 24/II 2010)

Keywords: *Hermite interpolation, trigonometric interpolation, Krylov-Lanczos interpolation, Bernoulli polynomials, convergence acceleration, Hermite-Krylov-Lanczos interpolation*

1. A sequence of trigonometric Hermite interpolation polynomials with equidistant interpolation nodes and uniform multiplicities is investigated. Convergence acceleration based on the Eckhoff approach is considered. Corresponding asymptotic error is derived.

2. In this paper we continue investigations started in [1], where the sequence $T_{p,N}(f)(x)$, $p \geq 1$, $N \geq 1$ of trigonometric Hermite interpolation polynomials is considered. This method of construction of the trigonometric Hermite interpolants may be considered as a continuation of the method of Berrut and Welcher [2]. Convergence acceleration is achieved by application of the Krylov-Lanczos approach ([3], [4]) that uses the idea of subtracting a polynomial which represents the discontinuities in the function and some of its first derivatives (jumps). In [1] we assume that the exact values of the jumps are known. Here we consider the problem of jumps approximation based on the Eckhoff approach ([5]).

Let $f \in C^{p-1}[-1, 1]$, $p \geq 1$. Let $\tilde{f}_m^{(j)}$ denote the discrete Fourier coefficients of $f^{(j)}$

$$\tilde{f}_m^{(j)} := \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N f^{(j)}(x_k) e^{-i\pi m x_k}, \quad x_k = \frac{2k}{2N+1}, \quad j = 0, \dots, p-1, \quad |m| \leq N.$$

We set $\tilde{f}_n := \tilde{f}_n^{(0)}$.

In [1] we derive relatively compact formula for the trigonometric Hermite interpolation that gives the interpolants as functions of the coefficients in the discrete Fourier coefficients of the derivative values

$$T_{p,N}(f)(x) := \sum_{m=-N(1+\sigma)}^{N(1+\sigma)} \sum_{j=0}^{p-1} \tilde{f}_m^{(j)} \sum_{k=-[\frac{p}{2}]}^{[\frac{p-1}{2}]} c_{k,j}(m) e^{i\pi(m+k(2N+1))x}.$$

Here $\sigma = 0$ for odd values of parameter p , $\sigma = 1$ for even values and $[x]$ denotes the greatest integer less than or equal to x . Numbers $c_{k,j}(m)$ are defined by the formula

$$c_{k,j}(m) := \frac{1}{(i\pi(2N+1))^j} \beta_{k,j} \left(\frac{m}{2N+1} \right),$$

where

$$\beta_{k,j}(x) := \frac{1}{\prod_{\substack{\ell=-[\frac{p}{2}] \\ \ell \neq k}}^{[\frac{p-1}{2}]} (k-\ell)} \sum_{s=j+1}^p (-1)^{p-s} \rho_s(x) (x+k)^{s-j-1} \quad (1)$$

and the $\rho_j(x)$ are coefficients of the polynomial

$$\prod_{s=-[\frac{p}{2}]}^{[\frac{p-1}{2}]} (y + (x+s)) = \sum_{s=0}^p \rho_s(x) y^s. \quad (2)$$

The accelerating convergence of $T_{p,N}(f)$ is achieved ([1]) by the Krylov-Lanczos approach. Let $A_k(f)$ be the jump of the k -th derivative of function f

$$A_k(f) := f^{(k)}(1) - f^{(k)}(-1), \quad k = 0, \dots, q.$$

The following expansion is crucial for the Krylov-Lanczos approach

$$f(x) = F(x) + \sum_{k=0}^{q-1} A_k(f) B_k(x), \quad (3)$$

where the B_k are 2-periodic extensions of the Bernoulli polynomials with the Fourier coefficients

$$B_{k,n} := \begin{cases} 0, & n = 0, \\ \frac{(-1)^{n+1}}{2(i\pi n)^{k+1}}, & n \neq 0, \end{cases}$$

and F is a 2-periodic and smooth function ($F \in C^{q-1}(\mathbb{R})$) on the real line.

Approximation of F in (3) by $T_{p,N}(f)$, for $q \geq p$, leads to the *Hermite-Krylov-Lanczos interpolation* ([1])

$$T_{q,p,N}(f)(x) := \sum_{m=-N(1-\sigma)}^{N(1+\sigma)} \sum_{j=0}^{p-1} \tilde{F}_m^{(j)} \sum_{k=-[\frac{p}{2}]}^{[\frac{p-1}{2}]} c_{k,j}(m) e^{i\pi(m+k(2N+1))x} + \sum_{k=0}^{q-1} A_k(f) B_k(x),$$

where the coefficients $\tilde{F}_m^{(j)}$ can be calculated from (3).

We put

$$R_{q,p,N}(f)(x) := f(x) - T_{q,p,N}(f)(x)$$

and by $\|f\|$ we denote the standard norm in the space $L_2(-1, 1)$

$$\|f\| := \left(\int_{-1}^1 |f(x)|^2 dx \right)^{1/2}.$$

The next theorem reveals the asymptotic behavior of the Hermite-Krylov-Lanczos interpolation.

Theorem 1. [1] Let $f \in C^q[-1, 1]$, $q \geq 1$ be such that $f^{(q)}$ is absolutely continuous on $[-1, 1]$. Then the following estimate holds for $q \geq p$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (2N+1)^{q+\frac{1}{2}} \|R_{q,p,N}(f)\| = |A_q(f)| t(q, p),$$

$$t(q, p) := \frac{1}{\sqrt{2} \pi^{q+1}} \left(\int_{-\frac{1-\sigma}{2}}^{\frac{1+\sigma}{2}} \sum_{k=-[\frac{p}{2}]}^{[\frac{p-1}{2}]} \left| \sum_{j=0}^{p-1} \beta_{k,j}(x) \sum_s^* \frac{(-1)^s}{(x+s)^{q-j+1}} \right|^2 dx + \frac{2^{2q+2}}{(2q+1)p^{2q+1}} \right)^{\frac{1}{2}},$$

where

$$\sum_s^* := \sum_{s=-\infty}^{-[\frac{p}{2}]-1} + \sum_{s=[\frac{p-1}{2}]+1}^{\infty}$$

and the $\beta_{k,j}$ are defined by (1).

Numerical values of $t(q, p)$ are presented in Table 1.

Table 1: Numerical values of $t(q, p)$.

$q \setminus p$	1	2	3	4	5
1	0.24	—	—	—	—
2	0.11	0.025	—	—	—
3	0.063	$9.4 \cdot 10^{-3}$	$3.6 \cdot 10^{-3}$	—	—
4	0.034	$2.4 \cdot 10^{-3}$	$5.8 \cdot 10^{-4}$	$2.2 \cdot 10^{-4}$	—
5	0.020	$7.7 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$5.0 \cdot 10^{-5}$	$2.3 \cdot 10^{-5}$

3. First we consider the problem of the jumps approximation by the Fourier coefficients $f_n^{(j)}$. In view of (3) we write

$$\tilde{F}_n^{(j)} = \tilde{f}_n^{(j)} - \sum_{k=j}^{q-1} A_k(f) \tilde{B}_{k-j,n}, \quad n \neq 0, \quad j = 0, \dots, p-1. \quad (4)$$

Taking into account that $\tilde{F}_n^{(j)}$ asymptotically ($n \rightarrow \infty$) decay faster than the coefficients $\tilde{f}_n^{(j)}$ we get the following system of equations with unknowns $\tilde{A}_k(f, N)$

$$\tilde{f}_n^{(j)} = \sum_{k=j}^{q-1} \tilde{A}_k(f, N) \tilde{B}_{k-j, n}, \quad n = n_1, n_2, \dots, n_q, \quad j = 0, \dots, p-1. \quad (5)$$

In the remainder of this paper we will assume for simplicity that q is even. Odd values of q can be handled similarly. We are interested in the case when $p = q$.

For $n = \pm N$ from (5) we derive

$$\begin{aligned} \tilde{f}_N^{(2j)} &= \sum_{k=j}^{\frac{q}{2}-1} \tilde{A}_{2k} \tilde{B}_{2k-2j, N} + \sum_{k=j}^{\frac{q}{2}-1} \tilde{A}_{2k+1} \tilde{B}_{2k-2j+1, N}, \quad 0 \leq j \leq \frac{q}{2} - 1, \\ \tilde{f}_{-N}^{(2j)} &= \sum_{k=j}^{\frac{q}{2}-1} \tilde{A}_{2k} \tilde{B}_{2k-2j, -N} + \sum_{k=j}^{\frac{q}{2}-1} \tilde{A}_{2k+1} \tilde{B}_{2k-2j+1, -N}, \quad 0 \leq j \leq \frac{q}{2} - 1. \end{aligned}$$

Taking into account the obvious relations

$$\tilde{B}_{2k, -n} = -\tilde{B}_{2k, n}, \quad \tilde{B}_{2k+1, -n} = \tilde{B}_{2k+1, n} \quad (6)$$

we get

$$\frac{\tilde{f}_N^{(2j)} - \tilde{f}_{-N}^{(2j)}}{2} = \sum_{k=j}^{\frac{q}{2}-1} \tilde{A}_{2k} \tilde{B}_{2k-2j, N}, \quad 0 \leq j \leq \frac{q}{2} - 1. \quad (7)$$

Similarly, we obtain

$$\frac{\tilde{f}_N^{(2j+1)} - \tilde{f}_{-N}^{(2j+1)}}{2} = \sum_{k=j}^{\frac{q}{2}-1} \tilde{A}_{2k+1} \tilde{B}_{2k-2j, N}, \quad 0 \leq j \leq \frac{q}{2} - 1. \quad (8)$$

First we need the following lemma.

Lemma 1. *The following estimate is true*

$$\tilde{B}_{k, N} = \frac{(-1)^{N+1} \varphi_k}{2(i\pi(2N+1))^{k+1}} + O(N^{-k-2}), \quad N \rightarrow \infty,$$

where

$$\varphi_k := \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^s}{(s + \frac{1}{2})^{k+1}}.$$

Proof. We have

$$\begin{aligned} \tilde{B}_{k, N} &= \sum_{s=-\infty}^{\infty} B_{k, N+s(2N+1)} = \frac{(-1)^{N+1}}{2(i\pi)^{k+1}} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^s}{(N(2s+1) + s)^{k+1}} \\ &= \frac{(-1)^{N+1}}{2(i\pi)^{k+1}} \sum_{m=0}^{\infty} \binom{m+k}{k} \frac{(-1)^m}{N^{m+k+1}} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^s s^m}{(2s+1)^{m+k+1}}. \end{aligned}$$

This ends the proof.

The next theorem reveals the accuracy of the jumps approximation by systems (7) and (8).

Theorem 2. Let $q \geq 2$ be an even number and $f \in C^q[-1, 1]$ with absolutely continuous $f^{(q)}$ on $[-1, 1]$. Then the following estimates hold for the solutions of systems (7) and (8) as $N \rightarrow \infty$ and $k = 0, \dots, \frac{q}{2} - 1$

$$\tilde{A}_{2k}(f, N) - A_{2k}(f) = A_q(f) \frac{\nu_k}{(i\pi(2N+1))^{q-2k}} + o(N^{-q+2k}), \quad (9)$$

$$\tilde{A}_{2k+1}(f, N) - A_{2k+1}(f) = A_{q+1}(f) \frac{\nu_k}{(i\pi(2N+1))^{q-2k}} + o(N^{-q+2k}), \quad (10)$$

where the ν_k are defined by the recurrent relation

$$\sum_{k=j}^{\frac{q}{2}-1} \nu_k \varphi_{2k-2j} = \varphi_{q-2j}, \quad j = 0, \dots, \frac{q}{2} - 1. \quad (11)$$

Proof. We start with the proof of estimate (9). Lemma 1, Equations (4) and (5) imply as $N \rightarrow \infty$ for $j = 0, \dots, \frac{q}{2} - 1$

$$\tilde{f}_{\pm N}^{(2j)} = \sum_{k=2j}^{q-1} A_k(f) \tilde{B}_{k-2j, \pm N} + A_q(f) \frac{(-1)^{N+1} \varphi_{q-2j}}{2(i\pi(2N+1))^{q-2j+1}} + o(N^{-q+2j-1}). \quad (12)$$

In view of relations (6) we get from (7) and (12) as $N \rightarrow \infty$

$$\sum_{k=j}^{\frac{q}{2}-1} (\tilde{A}_{2k} - A_{2k}) \tilde{B}_{2k-2j, N} = A_q(f) \frac{(-1)^{N+1} \varphi_{q-2j}}{2(i\pi(2N+1))^{q-2j+1}} + o(N^{-q+2j-1}). \quad (13)$$

We proceed by the help of mathematical induction. For $j = (q-2)/2$ Equation (13) implies

$$(\tilde{A}_{q-2} - A_{q-2}) \tilde{B}_{0, N} = A_q \frac{(-1)^{N+1}}{2(i\pi(2N+1))^3} \varphi_2 + o(N^{-3})$$

which coincides with (9) when $k = (q-2)/2$. Suppose that (9) is valid for $k = j_0, \dots, (q-2)/2$. For $j = j_0 - 1$ we have from (13)

$$\begin{aligned} (\tilde{A}_{2j_0-2} - A_{2j_0-2}) \tilde{B}_{0, N} + \sum_{k=j_0}^{\frac{q}{2}-1} (\tilde{A}_{2k} - A_{2k}) \tilde{B}_{2k-2j_0+2, N} \\ = A_q(f) \frac{(-1)^{N+1} \varphi_{q-2j_0+2}}{2(i\pi(2N+1))^{q-2j_0+3}} + o(N^{-q+2j_0-3}). \end{aligned}$$

Taking into account that (9) is valid for $k = j_0, \dots, (q-2)/2$ we get (in view of (11))

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{2j_0-2} - A_{2j_0-2} &= \frac{A_q}{2(i\pi(2N+1))^{q-2j_0+2}} \frac{1}{\varphi_0} \left(\sum_{k=j_0}^{\frac{q}{2}-1} \nu_k \varphi_{2k-2j_0+2} - \varphi_{q-2j_0+2} \right) \\ &+ o(N^{-q+2j_0-2}) = \frac{A_q}{2(i\pi(2N+1))^{q-2j_0+2}} \nu_{j_0-1} + o(N^{-q+2j_0-2}). \end{aligned}$$

This ends the proof of the first estimate. The second can be proved similarly.

Suppose that $\tilde{A}_k$ are determined from system (5). We expand the interpolated function in the form

$$f(x) = G(x) + \sum_{k=0}^{q-1} \tilde{A}_k(f, N) B_k(x). \quad (14)$$

Approximation of G , for $q \geq p$, by the trigonometric Hermite interpolation $T_{p,N}(f)$ leads to the *Hermite-Eckhoff* interpolation

$$\tilde{T}_{q,p,N}(f)(x) := \sum_{m=-N(1+\sigma)}^{N(1+\sigma)} \sum_{k=-[\frac{p-1}{2}]}^{[\frac{p-1}{2}]} \sum_{j=0}^{p-1} \tilde{G}_m^{(j)} c_{k,j}(m) e^{i\pi(m+k(2N+1))x} + \sum_{k=0}^{q-1} \tilde{A}_k(f, N) B_k(x),$$

where the $\tilde{G}_m^{(j)}$ can be calculated from (14).

Denote

$$\tilde{R}_{q,p,N}(f)(x) := f(x) - \tilde{T}_{q,p,N}(f)(x). \quad (15)$$

We are interested in asymptotic behavior of $\tilde{R}_{q,p,N}$. First we will proof some auxiliary lemmas.

Let $f_n^{(j)}$ be the Fourier coefficients of the j -th derivative of f

$$f_n^{(j)} := \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f^{(j)}(x) e^{-i\pi n x} dx, \quad j \geq 0.$$

We set $f_n := f_n^{(0)}$.

Lemma 2. Let $f \in C^q[-1, 1]$ for some $q \geq 1$ and $f^{(q)}$ be absolutely continuous on $[-1, 1]$. Then for $0 \leq j \leq q-1$ the following is true

$$G_m^{(j)} = (i\pi m)^j G_m - \sum_{k=0}^{j-1} (A_k(f) - \tilde{A}_k(f, N)) \frac{(-1)^{m+1}}{2(i\pi m)^{k-j+1}}.$$

Proof. Due to integration by parts we get

$$G_m^{(j)} = (i\pi m)^j G_m - \sum_{k=0}^{j-1} A_k(G) \frac{(-1)^{m+1}}{2(i\pi m)^{k-j+1}}.$$

This completes the proof as $A_k(G) = A_k(f) - \tilde{A}_k(f)$, $k = 0, \dots, q-1$.

Lemma 3. Let $q \geq 2$ be an even number and $f \in C^q[-1, 1]$ with absolutely continuous $f^{(q)}$ on $[-1, 1]$. Suppose that approximate values of the jumps are calculated from systems (7) and (8). Then the following estimate holds for $0 \leq j \leq q-1$ as $N \rightarrow \infty$

$$G_m^{(j)} = \frac{(-1)^m A_q(f)}{2(i\pi(2N+1))^{q-j+1}} \sum_{k=[\frac{q+1}{2}]}^{\frac{q}{2}} \frac{\nu_k}{(\frac{m}{2N+1})^{2k-j+1}} + o(N^{-q+j-1}) \frac{(-1)^m}{\frac{m}{2N+1}}, \quad m \neq 0,$$

where $\nu_q := -1$.

Proof. Expansion (14) implies for $m \neq 0$

$$G_m^{(j)} = \sum_{k=j}^{q-1} (A_k - \tilde{A}_k) B_{k-j,m} + A_q B_{q-j,m} + o(m^{-q+j-1}), \quad m \rightarrow \infty.$$

Application of Theorem 2 leads to the required estimate.

The next investigates the Hermite-Eckhoff interpolation for even values of q when the approximate values of the jumps are calculated from systems (7) and (8).

Theorem 3. Let $q \geq 2$ be an even number and $f \in C^q[-1, 1]$ with absolutely continuous $f^{(q)}$ on $[-1, 1]$. Suppose that approximate values of the jumps are calculated from systems (7) and (8). Then the following estimate holds

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (2N+1)^{q+\frac{1}{2}} \|\tilde{R}_{q,q,N}\| = \frac{|A_q(f)|}{\sqrt{2}\pi^{q+1}} \tilde{t}(q)$$

$$\tilde{t}(q) := \left(\sum_{k=-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}-1} \int_0^1 \left| \sum_{\ell=0}^{\frac{q}{2}-1} \nu_\ell \sum_{j=2\ell+1}^{q-1} \beta_{k,j}(x) \sum_{s=-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}-1} \frac{(-1)^s}{(x+s)^{2\ell-j+1}} \right. \right.$$

$$\left. - \sum_{j=0}^{q-1} \beta_{k,j}(x) \sum_{\ell=\lceil \frac{j+1}{2} \rceil}^{\frac{q}{2}} \nu_\ell \sum_s^* \frac{(-1)^s}{(x+s)^{2\ell-j+1}} \right|^2 dx + \sum_k^* \int_0^1 \left| \sum_{\ell=0}^{\frac{q}{2}} \frac{\nu_\ell}{(x+k)^{2\ell+1}} \right|^2 dx \Big)^{\frac{1}{2}},$$

where

$$\sum_k^* = \sum_{k=\frac{q}{2}}^{\infty} + \sum_{k=-\infty}^{-\frac{q}{2}-1},$$

$\nu_q := -1$ and the $\beta_{k,j}$ and the ν_ℓ are defined by (1) and (11), respectively.

Proof. Taking into account that

$$\check{G}_m^{(j)} = \sum_{s=-\infty}^{\infty} G_{m+s(2n+1)}^{(j)} \quad (16)$$

it is easy to verify that

$$\begin{aligned} \|\tilde{R}_{q,q,N}(f)\|^2 &= 2 \sum_{m=0}^{2N} \sum_{k=-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}-1} \left| G_{m+k(2N+1)} - \sum_{j=0}^{q-1} c_{k,j}(m) \check{G}_m^{(j)} \right|^2 \\ &+ 2 \sum_{m=0}^{2N} \sum_k^* |G_{m+k(2N+1)}|^2, \end{aligned} \quad (17)$$

Application of Lemmas' 2, 3 and Theorem 2 yields

$$G_{m+k(2N+1)} - \sum_{j=0}^{q-1} c_{k,j}(m) \check{G}_m^{(j)} = \frac{(-1)^{m+1} A_q(f)}{2(i\pi(2N+1))^{q+1}} \\ \times \left(- \sum_{\ell=0}^{\frac{q}{2}-1} \nu_\ell \sum_{j=2\ell+1}^{q-1} \beta_{k,j} \left(\frac{m}{2N+1} \right) \sum_{s=-\frac{q}{2}}^{\frac{q}{2}-1} \frac{(-1)^s}{\left(\frac{m}{2N+1} + s \right)^{2\ell-j+1}} \right. \\ \left. + \sum_{j=0}^{q-1} \beta_{k,j}(l_m) \sum_{\ell=\lfloor \frac{2+j}{2} \rfloor}^{\frac{q}{2}-1} \nu_\ell \sum_s \frac{(-1)^s}{\left(\frac{m}{2N+1} + s \right)^{2\ell-j+1}} \right) + o(N^{-q-1}).$$

Replacing the last into (17), taking into account Lemma 3, and then, tending N to infinity by replacing the Riemann's sums with the corresponding integrals we get the required estimate.

In Table 2 we present the numerical values of $\tilde{t}(q)$ for different values of q (also for odd values).

Table 2: Numerical values of $\tilde{t}(q)$.

$q = 1$	$q = 2$	$q = 3$	$q = 4$	$q = 5$
0.24	0.2	0.04	0.01	$2 \cdot 10^{-3}$

Comparison of Theorems 1 and 3 shows that approximation of the jumps by systems (7) and (8) doesn't degrade the rate of convergence, it influences only on the constant $t(p, q)$ (see Theorem 1).

This work was supported in part by the ANSEF grant PS 1867.

Institute of Mathematics of NAS RA

A. V. Poghosyan

Asymptotic Behavior of Hermite-Eckhoff Interpolation

A sequence of Hermite trigonometric interpolation polynomials with equidistant interpolation nodes and uniform multiplicities is investigated. We derive relatively compact formula that gives the interpolants as functions of the coefficients in the DFTs of the derivative values. The coefficients can be calculated by the FFT algorithm. Convergence acceleration based on the Eckhoff method is considered. Approximation of jumps is explored and the corresponding exact constant of the asymptotic error is obtained.

А. В. Погосян

Асимптотика интерполяции Эрмита-Экгофа

Изучена эрмитова тригонометрическая равноотстоящая интерполяция и представлена явная формула, которая реализуется посредством дискретного преобразования Фурье значений функции и ее производных. Рассматриваются задача ускорения сходимости с применением метода Экгофа и проблема аппроксимации скачков. Получена асимптотически точная оценка ошибки.

Ա. Վ. Պողոսյան

Հերմիտ-Էկհոֆի ինտերպոլյացիայի ասիմպտոտական վարքը

Ուսումնասիրվում է Հերմիտի եռանկյունաչափական հավասարահեռ հանգույցներով ինտերպոլյացիան, եւ վերջինիս համար ներկայացվում է բացահայտ բանաձեւ՝ ֆունկցիայի եւ նրա ածանցյալների Ֆուրիեի դիսկրետ ձեւափոխությունների շերտիներով: Ուսումնասիրվում է ինտերպոլյացիայի գույճամիտության արագացման խնդիրը, Էկհոֆի հայտնի մեթոդի կիրառմամբ: Դիտարկվում է թռիչքների մոտարկման խնդիրը եւ ստացվում են ինտերպոլյացիայի սխալանքի ասիմպտոտորեն ճշգրիտ գնահատականները:

References

1. Poghosyan A. - Reports of NAS RA. 2010. V. 110. N1. P. 13-21.
2. Berrut J.-P., Welscher A. - Applied and Computational Harmonic Analysis. 2007. V. 23. N3. P. 307-320.
3. Krylov A. On approximate calculations. Lectures delivered in 1906. Tipolitography of Birkenfeld, St. Petersburg. 1907.
4. Lanczos C. Discourse on Fourier Series. Oliver and Boyd. Edinburgh. 1966.
5. Eckhoff K. S. - Math. Comp. 1998. V. 67. N223. P. 1063-1087.

УДК 621.391.15

В. К. Леонтьев¹, Г. А. Мовсисян², Ж. Г. Маргарян³

Коды в аддитивных каналах

(Представлено академиком Г. Г. Хачатрянном 18/III 2010)

Ключевые слова: аддитивный канал, коды, исправление ошибок, расстояние, совершенные коды, базис, ранг, мощность

Введение. Канал связи, или канал для передачи информации, изучался во многих математических работах. Стандартная точка зрения на канал связи включает в себя вероятностный язык, на котором описываются процессы, происходящие в этом канале. Мы придерживаемся более детерминистского взгляда и рассматриваем канал как преобразователь информации или, точнее, как некоторую словарную функцию, осуществляющую отображение одних слов в другие.

Аддитивный канал связи представляет достаточно простой пример такого преобразования, включающий, однако, в себя многие хорошо известные частные случаи.

Пусть $B = [0, 1]$ — поле Галуа и B^n — n -мерное векторное пространство над этим полем. Рассмотрим следующие преобразования B^n в себя:

$$T(x) = x + \lambda y, \quad \text{где } x, y \in B^n \text{ и } \lambda \in B.$$

Если $A = \{y_1, \dots, y_m\}$ — произвольное подмножество B^n , то множество преобразований вида

$$T_p(x) = x + \lambda y_p$$

определяет аддитивный канал A в том смысле, что исходный вектор x преобразуется каналом A в один из векторов вида $T_p(x)$, где $p = \overline{1, m}$.

Определение кода, исправляющего ошибки аддитивного канала, копирует стандартное определение кода, исправляющего ошибки вида $0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0$.

Определение. Код $V = \{v_1, \dots, v_N\} \subseteq B^n$ исправляет ошибки аддитивного канала $A = \{y_1, \dots, y_m\}$, если выполняются условия

$$v_i + \lambda_1 y_p \neq v_j + \lambda_2 y_q, \quad (1)$$

где $v_i, v_j \in V$, $y_p, y_q \in A$; $\lambda_1, \lambda_2 \in B$, $i \neq j$, $p \neq q$.

При передаче по каналу A вектор $v \in V$ может перейти в один из векторов вида $\{v + \lambda y_p\}$, которые образуют окрестность вектора v . Условие (1) гарантирует, что эти окрестности не пересекаются и, тем самым, любой вектор $v \in V$ может быть однозначным образом восстановлен на выходе канала.

Приведем эквивалентное описание кодов, корректирующих ошибки аддитивного канала A , в терминах окрестностей [2].

Окрестность k -го порядка определим следующим образом:

$$A^k = \{v + \lambda y, v \in A^{k-1}, y \in A, \lambda \in B\}, \quad A^0 = \{(0, \dots, 0)\}.$$

Утверждение. Код V исправляет ошибки аддитивного канала A тогда и только тогда, когда выполняется условие $V^2 \cap A^2 = A^0$.

Понятно, что

$$A^1 = A \cup A^0. \quad (2)$$

В терминах окрестностей классические оценки Хэмминга и Варшамова — Гильберта для мощности кода V , исправляющего ошибки аддитивного канала A , выглядят следующим образом:

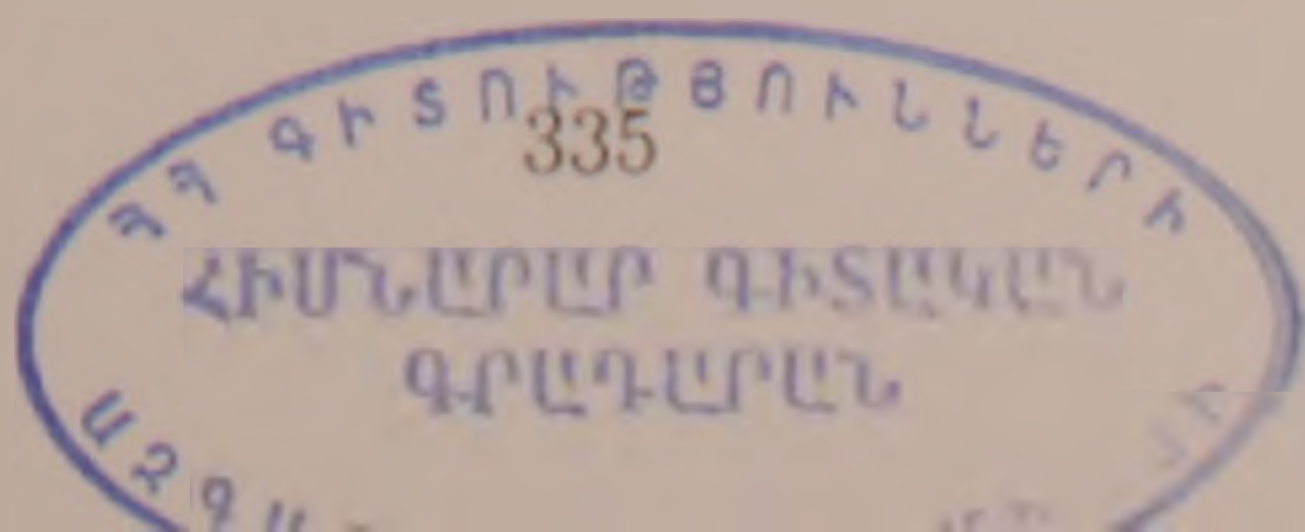
$$\frac{2^n}{|A^2|} \leq |V| \leq \frac{2^n}{|A^1|}. \quad (3)$$

Таким образом, каждому аддитивному каналу A можно поставить в соответствие число $D_A(n)$ [3], равное максимальной мощности кода, исправляющего ошибки каналов A . Ясно, что $D_A(n)$ удовлетворяет неравенствам (3). Если фиксировать число $m = |A|$, то существует $\binom{2^n}{m}$ аддитивных каналов мощности m . При этом алгоритмы исправления ошибок в различных аддитивных каналах имеют разную сложность, зависящую от свойств аддитивного канала A . Это обстоятельство можно охарактеризовать следующим образом, введя на семействе подмножеств $\{A\} \subseteq B^n$ линейный порядок

$$A \leq C \iff D_A(n) \geq D_C(n). \quad (4)$$

Например, если $|A^1| = 2$, то $D_A(n) = 2^{n-1}$ и все аддитивные каналы являются эквивалентными в смысле (4).

Определенные результаты, относящиеся к порядку (4), содержатся в [1].



Совершенные коды в аддитивных каналах. Пусть $M = \{z_1, \dots, z_n\}$ — произвольный базис пространства B^n и $T = \|\tau_{ij}\|$ — матрица перехода от базиса $H = \{e_1 = (1, \dots, 0), \dots, e_n = (0, \dots, 1)\}$ к базису $\{z_1, \dots, z_n\}$

$$z_i = \sum_{j=1}^n \tau_{ij} e_j, \quad i = \overline{1, n}.$$

Обратный переход осуществляется с помощью матрицы T^{-1} , т. е. при $x \in B^n$

$$x = \sum_{j=1}^n \lambda_j z_j,$$

где $(\lambda_1, \dots, \lambda_n) = xT^{-1}$.

В случае, когда $z_i = 1^p 0^{n-p}$, получаем

$$T = \left\| \begin{array}{ccc} 10 & \dots & 00 \\ 11 & \dots & 00 \\ \dots & \dots & \dots \\ 11 & \dots & 11 \end{array} \right\|, \quad T^{-1} = \left\| \begin{array}{ccc} 10 & \dots & 00 \\ 11 & \dots & 00 \\ \dots & \dots & \dots \\ 00 & \dots & 11 \end{array} \right\|.$$

Ясно, что T реализует преобразование

$$\begin{aligned} xT &= (x_1 \oplus x_2 \dots \oplus x_n, x_2 \oplus x_3 \dots \oplus x_n, \dots, x_n), \\ xT^{-1} &= (x_1 \oplus x_2, \dots, x_2 \oplus x_3, \dots, x_{n-1} \oplus x_n, x_n). \end{aligned}$$

Представление вектора $x = (x_1, \dots, x_n)$ в базисе $\{z_1, \dots, z_n\}$ имеет вид

$$x = \sum_{i=1}^{n-1} (x_i \oplus x_{i-1}) z_i + x_n z_n.$$

Каждое подмножество $M = \{z_1, \dots, z_m\} \subseteq B^n$, ранг которого равен n , порождает норму МЛМ, которая определяется следующим образом.

Если $u \in B^n$, то

$$\|u\|_M = \min \left\{ \sum_{i=1}^m \lambda_i \right\}, \quad \text{где } u = \sum_{i=1}^m \lambda_i z_i.$$

Очевидно, что когда $M = \{z_1, \dots, z_n\}$ базис, то норма МЛМ

$$\|u\|_M = \sum_{i=1}^n \lambda_i, \tag{5}$$

где суммирование в (5) ведется в поле действительных чисел.

Лемма 1. Если $M = \{z_1, \dots, z_n\} \subseteq B^n$ и $\text{rang} M = n$, то $\rho_M(u, v) = \|u + v\|_M$ и $uv \in B^n$ является метрикой в B^n .

Когда M базис в B^n , то метрика Хэмминга $\rho_H(u, v)$ и метрика МЛМ $\rho_M(u, v)$ связаны следующими соотношениями.

Лемма 2. Справедливы формулы

$$\rho_M(u, v) = \rho_H(uT^{-1}, vT^{-1}), \quad \rho_H(u, v) = \rho_M(uT, vT). \quad (6)$$

Определим отображение $B^n \rightarrow B^n$ следующим образом:

$$f(u) = uC, \quad (7)$$

где C — произвольная невырожденная матрица порядка n .

Обозначим через $f(V)$ образ множества $V \subseteq B^n$ при отображении (7), т.е.

$$f(V) = \{f(u) : u \in V\}. \quad (8)$$

Теорема 1. Если $V \subseteq B^n$ совершенный код в метрике Хэмминга, то $f(V)$ — совершенный код в МЛМ метрике ρ_M , где M множество строк матрицы C .

Доказательство. Если $S_t(v)$ — шар радиуса t с центром в $v \in V$, то

$$f(S_t(v)) = \{f(u); u \in S_t(v)\}.$$

Если $a \in f(S_t(v))$, то с учетом (6) получаем

$$\rho_M(a, f(v)) = \rho_M(f(u), f(v)) = \rho_H(v, u) \leq t. \quad (9)$$

Из (9) следует, что образом шара радиуса t с центром в v по метрике Хэмминга является шар радиуса t с центром в $f(v)$ по метрике МЛМ. Далее, если u лежит в шаре радиуса t с центром $v \in V$, то по (9) $f(u)$ лежит в шаре радиуса t с центром $f(v)$. Таким образом, шары радиуса t с центрами $u \in f(V)$ покрывают множество B^n . Аналогичным образом показывается, что шары радиуса t с центрами $u \in f(V)$ не пересекаются. Лемма доказана.

Способность кода $V = \{v_1, \dots, v_N\} \subseteq B^n$ исправлять ошибки аддитивного канала A в терминах метрики МЛМ может быть сформулирована следующим образом.

Лемма 3. Если $\text{rang} M = n$, то код $V = \{v_1, \dots, v_N\}$ исправляет ошибки аддитивного канала $A = M$ тогда и только тогда, когда выполняется условие

$$\rho_M(v_i, v_j) \geq 3, \quad i \neq j.$$

Предыдущие утверждения позволяют построить совершенные коды для аддитивных каналов вида $A = M$, где M — базис пространства B^n .

Теорема 2. Если $n = 2^m - 1$ и A является базисом пространства B^n , то существует совершенный код, исправляющий ошибки аддитивного канала A .

Доказательство. Для $n = 2^m - 1$ можно построить совершенный код Хэмминга V с минимальным кодовым расстоянием, равным трем. Рассмотрим матрицу перехода $T = \|\tau_{ij}\|$ от базиса $H = \{e_1, \dots, e_n\}$ к базису $A = \{y_1, \dots, y_n\}$. Пусть $f(u) = uT$, где $u \in B^n$. По теореме образ совершенного кода V при преобразовании (7) является совершенным кодом $f(V)$ в метрике МЛМ и минимальное расстояние в коде $f(V)$ равно трем; по лемме код $f(V)$ исправляет ошибки аддитивного канала A^1 и имеет ту же мощность, что и код Хэмминга, т. е.

$$|f(V)| = \frac{2^n}{n+1}.$$

Отсюда с учетом (2) и (3) следует, что $f(V)$ является совершенным кодом, исправляющим ошибки аддитивного канала A^1 , что и требовалось доказать.

Следствие. Если $n = 23$ и A — базис пространства B^n , то существует совершенный код, исправляющий ошибки аддитивного канала A^3 .

В доказательстве этого следствия используется факт существования совершенного кода Голея с радиусом три в метрике Хэмминга.

Полученные результаты являются естественным развитием исследований, представленных в работах [1-4]. Однако многие вопросы, относящиеся к указанной проблематике, в настоящей статье затронуты лишь косвенно или не затронуты вовсе. Например, в теореме 1 фактически установлено, что все аддитивные каналы A , являющиеся базисом линейного пространства B^n , являются эквивалентными в смысле возможности исправления ошибок. Как далеко можно продвинуться в этом направлении и будут ли эквивалентными каналы A и $\bar{A}$ с $|A| = |\bar{A}|$ и $\text{rang}(A) = \text{rang}(\bar{A})$, уже не совсем ясно. Еще более сложной является проблема классификации всех аддитивных каналов.

¹ Computing Center, Russian Academy of Sciences

² BIT GROUP, Moscow

³ Yerevan State University

В. К. Леонтьев, Г. Л. Мовсисян, Ж. Г. Маргарян

Коды в аддитивных каналах

Для аддитивных каналов, с множеством ошибок $A \subseteq B^n$ (B^n — n -мерное векторное пространство над полем $\text{GF}(2)$), в пространстве B^n определено новое расстояние МЛМ, которое является обобщением расстояния Хэмминга. Описаны семейства совершенных кодов, которые по новому расстоянию МЛМ аналогичны совершенным кодам Хэмминга и Голея.

Վ. Կ. Լեոնտև, Դ. Լ. Մովսիսյան, Ժ. Գ. Մարգարյան

Կոդերն ադդիտիվ կապուղիներում

Միավորների $A \subseteq B^n$ (B^n — n -չափանի վեկտորական տարածություն է $GF(2)$ վրա) բազմությունով ադդիտիվ կապուղիների համար B^n -ում սահմանված է նոր MLM հեռավորություն, որը Հեմինգի հեռավորության բնական ընդհանրացումն է: Նկարագրված են կապարյալ կոդերի դասեր A սխալներով ադդիտիվ կապուղիների համար, որոնք Հեմինգի և Գոլեյի կապարյալ կոդերի նմանատիպն են ըստ նոր MLM հեռավորության:

V. K. Leont'ev, G. L. Movsisyan, Zh. G. Margaryan

On Codes in Additive Channels

A new MLM distance has been defined for additive channels, with the set of errors $A \subseteq B^n$ (B^n — n is vectorial space on $GF(2)$) in B^n space. The new MLM distance is the natural generalization of Hamming's distance. Classes of perfect codes have been described which are analogues of Golay's and Hamming's perfect codes according to the MLM distance.

Литература

1. Деза М.Е. Проблемы передачи информации. 1965. Т. 1. N3. С. 29-39.
2. Леонтьев В.К., Мовсисян Г.Л. - Доклады НАН Армении. 2004. Т. 104. N1. С. 23-27.
3. Леонтьев В.К., Мовсисян Г.Л., Маргарян Ж.Г. - Доклады РАН. 2006. Т. 411. N3. С. 306-309.
4. Леонтьев В.К., Мовсисян Г.Л., Маргарян Ж.Г. - Проблемы передачи информации. 2008. Т. 44. N 4. С. 12-19.

УДК 514.752.44

В. А. Мирзоян

Нормально плоские полуэйнштейновы подмногообразия в
евклидовых пространствах

(Представлено академиком В.С. Захаряном 24/V 2010)

Ключевые слова: *Ric-полусимметрические многообразия, эйнштейновы подмногообразия, полуэйнштейновы подмногообразия*

Римановы *Ric*-полусимметрические многообразия являются естественными обобщениями полусимметрических, эйнштейновых и симметрических многообразий. В этой связи эти многообразия и их изометрические погружения были предметом исследований многих авторов [1,2]. К классу *Ric*-полусимметрических многообразий относятся эйнштейновы и полуэйнштейновы многообразия. В [3-6] автором даны геометрическое описание и классификация некоторых классов нормально плоских минимальных полуэйнштейновых подмногообразий в евклидовых пространствах. Настоящая работа является продолжением этих исследований. Основная цель – геометрическое описание полуэйнштейновых подмногообразий с равными модулями главных векторов кривизны. Дается также общее геометрическое описание локальной структуры нормально плоских подмногообразий, изучаются свойства их главных векторов кривизны, а также соответствующих им собственных распределений в касательном расслоении подмногообразия.

Пусть M – риманово многообразие с тензором кривизны R , а x – его произвольная точка. Подпространство $T_x^{(0)} = \{X \in T_x(M); R(X, Y) = 0 \forall Y \in T_x(M)\}$ касательного пространства $T_x(M)$ называется *пространством дефектности* многообразия M в точке x . Размерность $\mu_x = \dim T_x^{(0)}$ называется *индексом дефектности* многообразия M в этой точке. Предполагая, что

локально μ_x является постоянным, через $T^{(0)}$ будем обозначать соответствующее распределение, которое называется распределением дефектности. Распределение $T^{(0)}$ является интегрируемым, а его интегральное многообразие $M^{(0)}$ является локально евклидовым в индуцированной метрике и вполне геодезическим в M [7] (последнее утверждение следует из формулы (45) в [7]). Ортогональное дополнение $T_x^{(1)}$ пространства $T_x^{(0)}$ в касательном пространстве $T_x(M)$ относительно римановой метрики на M называется пространством кодефектности в точке x , а его размерность — индексом кодефектности (или просто кодефектностью) многообразия M в этой точке. Отметим, что $\dim T_x^{(1)} \geq 2$. Пространство $T_x^{(1)}$ инвариантно относительно операторов кривизны $R(X, Y)$, а также относительно тензора Риччи R_1 . Поскольку пространство $T_x^{(0)}$ всегда содержится в подпространстве собственных векторов тензора Риччи R_1 , отвечающих нулевому собственному значению, то в каждой точке $x \in M$ тензор R_1 имеет два инвариантных подпространства — $T_x^{(0)}$ и $T_x^{(1)}$ и справедливо следующее разложение в прямую сумму: $T_x(M) = T_x^{(0)} + T_x^{(1)}$. Риманово многообразие M с ненулевым индексом дефектности называется полуэйнштейновым, если тензор Риччи R_1 на каждом инвариантном подпространстве $T_x^{(1)}$ имеет только одно ненулевое собственное значение [8]. Выясним геометрический смысл условия полуэйнштейновости. Если n -мерное риманово многообразие M является полуэйнштейновым и ортонормированный репер $\{x, e_1, \dots, e_n\}$ выбран так, что $e_i \in T_x^{(0)}$, $e_\alpha \in T_x^{(1)}$ ($i = 1, \dots, \mu$, $\alpha = \mu + 1, \dots, n$), то в этом репере матрица $\|R_{CB}\|$ тензора Риччи имеет диагональный вид с диагональными элементами 0 и ρ , а среди компонент тензора кривизны R отличными от нуля могут быть только компоненты вида $R_{\alpha\beta\gamma}^\delta$. Тогда секционная кривизна $k(e_\alpha \wedge e_\beta)$ равна $R_{\alpha\beta\alpha}^\beta$ (нет суммирования) и, следовательно,

$$\sum_{\beta \neq \alpha} k(e_\alpha \wedge e_\beta) = R_{\alpha\beta\alpha}^\beta = R_{\alpha\alpha} = \rho.$$

Итак, если многообразие M является полуэйнштейновым, то в каждой точке при каждом фиксированном значении индекса α сумма всех секционных кривизн $k(e_\alpha \wedge e_\beta)$ принимает одно и то же ненулевое значение (зависящее, вообще говоря, от точки на M). Верно и обратное утверждение. Если $\dim T_x^{(1)} = 3$, то условие полуэйнштейновости равносильно равенству всех секционных кривизн $k(e_\alpha \wedge e_\beta)$ между собой. Если $\dim T_x^{(1)} = 2$, то M является полуэйнштейновым. За всеми остальными сведениями отсылаем к [9, 10].

Пусть $O(E_n)$ — главное расслоение ортонормированных реперов $\{x, e_1, \dots, e_n\}$ в евклидовом пространстве E_n . Отождествляя точку x с её радиус-вектором, будем иметь

$$dx = \omega^A e_A, de_A = \omega_B^A e_B, \omega_B^A + \omega_A^B = 0, A, B, C = 1, \dots, n, d\omega^A = \omega^B \wedge \omega_B^A, d\omega_A^B = \omega_A^C \wedge \omega_C^B.$$

Пусть M является m -мерным подмногообразием в E_n . Тогда расслоение $O(E_n)$ может быть приведено к главному расслоению $O(M, E_n)$ адаптированных ортонормированных реперов $\{x, e_1, \dots, e_m, e_{m+1}, \dots, e_n\}$, характеризуемых тем, что $e_i \in T_x(M)$, $i, j, k = 1, \dots, m$, $e_\alpha \in T_x^\perp(M)$, $\alpha, \beta = m+1, \dots, n$, где $T_x^\perp(M)$ — нормальное пространство в точке x . В силу этого будем иметь

$$\omega^\alpha = 0, \quad \omega_i^\alpha = h_{ij}^\alpha \omega^j, \quad h_{ij}^\alpha = h_{ji}^\alpha, \quad \bar{\nabla} h_{ij}^\alpha = h_{ijk}^\alpha \omega^k, \quad h_{ijk}^\alpha = h_{ikj}^\alpha (= \bar{\nabla}_k h_{ij}^\alpha),$$

$$\bar{\nabla} h_{ijk}^\alpha \wedge \omega^k = h_{ij\beta}^\beta \Omega_\beta^\alpha - h_{kj}^\alpha \Omega_i^\beta - h_{ik}^\alpha \Omega_j^\beta, \quad \bar{\nabla} h_{ij}^\alpha = dh_{ij}^\alpha + h_{ij\beta}^\beta \omega^\beta - h_{kj}^\alpha \omega_i^k - h_{ik}^\alpha \omega_j^k.$$

Здесь h_{ij}^α являются компонентами второй фундаментальной формы α_2 . Индексом относительной дефектности v_x подмногообразия M в точке $x \in M$ называется размерность подпространства T'_x касательного пространства $T_x(M)$, определяемого равенством $T'_x = \{X \in T_x(M); \alpha_2(X, Y) = 0 \forall Y \in T_x(M)\}$. Имеет место включение $T'_x \subset T_x^{(0)}$. Формулы

$$\Omega_i^j = d\omega_i^j - \omega_i^k \wedge \omega_k^j = - \sum_\alpha h_{i[k}^\alpha h_{l]j}^\alpha \omega^\alpha \wedge \omega^l, \quad \Omega_\alpha^\beta = d\omega_\alpha^\beta - \omega_\alpha^\gamma \wedge \omega_\gamma^\beta = - \sum_i h_{i[k}^\alpha h_{l]i}^\beta \omega^k \wedge \omega^l$$

$$R_{ikl}^j = - \sum_\alpha h_{i[k}^\alpha h_{l]j}^\alpha, \quad R_{\alpha kl}^\beta = - \sum_i h_{i[k}^\alpha h_{l]i}^\beta$$

определяют формы кривизны и компоненты тензоров кривизны R и R^j римановой связности на M и нормальной связности. Компоненты R_{ik} тензора Риччи R_1 определяются по формуле $R_{ik} = R_{ikl}^l = \sum_\alpha (h_{il}^\alpha h_k^{\alpha l} - H^\alpha h_{ik}^\alpha)$, где $h_k^{\alpha l} = h_{kl}^{\alpha l}$, а $H^\alpha = h_{ij}^\alpha \delta^{ij}$ — компоненты вектора средней кривизны $H = H^\alpha e_\alpha$.

Пусть подмногообразие M является нормально плоским, т.е. $R_{\alpha ij}^\beta = 0$. Тогда все матрицы $\|h_{ij}^\alpha\|$ коммутируют и в силу этого в некотором ортонормированном репере они могут быть приведены к диагональному виду $\|\lambda_i^\alpha \delta_{ij}\|$. Тогда

$$R_{ik} = \rho_i \delta_{ik}, \quad \rho_i = \sum_\alpha [(\lambda_i^\alpha)^2 - H^\alpha \lambda_i^\alpha].$$

Нормальные векторы $n_i = \lambda_i^\alpha e_\alpha$ называются главными векторами кривизны нормально плоского подмногообразия в E_n . Легко видеть, что $H = n_1 + \dots + n_m$.

Пусть в каждой точке x нормально плоское m -мерное подмногообразие M в E_n имеет q различных главных векторов кривизны $n_1, \dots, n_q$ с кратностями $p_1, \dots, p_q$ соответственно, $p_1 + \dots + p_q = m$. Через $F_x^{(\varphi)}$ ($\varphi = 1, \dots, q$) обозначим p_φ -мерное подпространство касательного пространства $T_x(M)$, на котором каждая матрица $\|\lambda_i^\alpha \delta_{ij}\|$ имеет только одно собственное значение кратности p_φ . Это собственное значение мы будем обозначать через $\lambda_{(\varphi)}^\alpha$. Именно в указанном выше смысле будем говорить, что $F_x^{(\varphi)}$ является собственным подпространством, соответствующим главному вектору кривизны n_φ . Через

$F^{(\varphi)}$ будем обозначать соответствующее распределение. Справедливо следующее разложение в прямую сумму: $T_x(M) = F_x^{(1)} + \dots + F_x^{(q)}$. В дальнейшем будем предполагать, что в некоторой области на подмногообразии M подпространства $F_x^{(\varphi)}$ имеют постоянные размерности.

Справедливы следующие утверждения.

Теорема 1. Если $\dim F_x^{(\varphi)} = p_\varphi \geq 2$, то распределение $F^{(\varphi)}$ интегрируемо, а его интегральное многообразие представляет собой либо p_φ -мерную плоскость, либо p_φ -мерную сферу.

Теорема 2. В евклидовом пространстве E_n нормально плоское подмногообразие M локально несет ортогональную сопряженную систему, состоящую из плоскости (или прямой), сфер и линий кривизны (отличных от прямых).

Теорема 3. Если $F_x^{(\varphi)}$ содержится в $T_x^{(0)}$ и отлично от T_x' , то $\dim F_x^{(\varphi)} = p_\varphi = 1$.

Теорема 4. Пространство дефектности $T_x^{(0)}$ нормально плоского подмногообразия M в евклидовом пространстве E_n является прямой суммой пространства относительной дефектности T_x' и некоторых одномерных подпространств $F_x^{(\varphi)}$.

Следствие 1. Если $\dim F_x^{(\varphi)} \geq 2$ для всех $F_x^{(\varphi)}$, отличных от T_x' , то T_x' совпадает с $T_x^{(0)}$ и, следовательно, $\mu = \nu$.

Теорема 5. Пространство кодефектности $T_x^{(1)}$ нормально плоского подмногообразия M в евклидовом пространстве E_n является прямой суммой одномерных и многомерных подпространств $F_x^{(\varphi)}$, отличных от T_x' .

Эти теоремы описывают структуру пространств $T_x^{(0)}$ и $T_x^{(1)}$ в самом общем случае.

Следствие 2. Для любого нормального вектора $\xi = \xi^\alpha e_\alpha$ нормально плоского подмногообразия M в E_n пространства $T_x^{(0)}$ и $T_x^{(1)}$ являются инвариантными подпространствами матрицы $\|\xi_\alpha h_{ij}^\alpha\|$, где $\xi_\alpha = \xi^\alpha$.

Поскольку распределение $T^{(0)}$ является геодезическим, то справедливо следующее общее утверждение.

Теорема 6. Интегральное многообразие распределения дефектности $T^{(0)}$ нормально плоского подмногообразия M является локально евклидовым нормально плоским подмногообразием в E_n и несет ортогональную сопряженную систему, состоящую из плоскости (или прямой) и линий кривизны (отличных от прямых). Эта система является проекцией естественной ортогональной сопряженной системы, которую несет M .

Эти теоремы дают основание для следующего определения: главный вектор кривизны π_φ будем называть регулярным, если $F_x^{(\varphi)} \subset T_x^{(1)}$ и сингулярным, если $F_x^{(\varphi)} \subset T_x^{(0)}$. Размерность линейной оболочки регулярных векторов π_φ будем называть индексом регулярности и обозначать через i_R .

а число ненулевых сингулярных векторов n_φ — индексом сингулярности подмногообразия M и обозначать через i_S . Справедлива следующая

Теорема 7. Сингулярные главные векторы кривизны нормально плоского подмногообразия являются однократными. Они ортогональны друг другу, а также регулярным главным векторам кривизны.

Справедливо следующее неравенство: $0 \leq \mu - \nu + i_K \leq n - m$, где фактически $\mu - \nu = i_S$. На основании этого неравенства можем доказать следующее утверждение.

Теорема 8. Если гиперповерхность в E_n не является локально евклидовой, то ее индекс дефектности равен индексу относительной дефектности (равенство $\mu = \nu = 0$ не исключается). Если гиперповерхность в E_n является локально евклидовой, то $\mu = m$ и, следовательно, $m - \nu \leq 1$ или $m - 1 \leq \nu \leq m$; из этого неравенства следует, что локально евклидова гиперповерхность представляет собой гиперплоскость (при $\nu = m$) или является гиперповерхностью ранга 1 (при $\nu = m - 1$); в частности, если $\nu = 0$, т.е. гиперповерхность не содержит прямых, то $m = 1$ и гиперповерхность представляет собой кривую на плоскости.

Пусть $\dim T_x^{(0)} = \mu$, $\dim T_x^{(1)} = m - \mu$ и пусть адаптированный к M ортонормированный репер $\{x, e_1, \dots, e_m, e_{m+1}, \dots, e_n\}$ выбран так, что $e_\alpha \in T_x^{(1)}$, $e_\tau \in T_x^{(0)}$, $e_\alpha \in T_x^\perp(M)$, где $a, b, c = 1, \dots, p = m - \mu$, $\tau, s, t = p + 1, \dots, m$, $\alpha = m + 1, \dots, n$.

Лемма 1. Ненулевые главные векторы кривизны n_τ нормально плоского неминимального подмногообразия M в E_n образуют с вектором средней кривизны H острые углы и имеют равные модули тогда и только тогда, когда все эти углы равны между собой.

Лемма 2. Пусть главные векторы кривизны n_α и n_τ нормально плоского неминимального подмногообразия M в E_n удовлетворяют следующим условиям: (а) $|n_\tau|^2 - |H||n_\tau| \cos \varphi_\tau = 0$, где φ_τ — угол между H и n_τ , (б) n_α имеют равные модули, образуют с H угол φ и $\tau^2 - |H|\tau \cos \varphi \neq 0$, где $\tau = |n_\alpha|$. Тогда M является полуэйнштейновым подмногообразием.

Лемма 3. Если главные векторы кривизны n_α нормально плоского неминимального полуэйнштейнова подмногообразия M в E_n имеют равные модули, то они образуют равные углы с вектором средней кривизны H . Обратно, если векторы n_α образуют с H один и тот же угол φ , то или все они имеют равные модули, или разбиваются на две группы, которые обладают следующими свойствами:

- (а) векторы, принадлежащие одной и той же группе, имеют равные модули,
- (б) для всяких двух векторов n_α и n_β из разных групп выполняются следующие

условия:

$$|n_a| \neq |n_b|, \quad |n_a| + |n_b| = |H| \cos \varphi, \quad |n_a| \cdot |n_b| = -\rho,$$

где ρ — ненулевое собственное значение тензора Риччи.

Теорема 9. Пусть нормально плоское подмногообразие M в E_n является полуэйнштейновым и имеет q ($q \geq 2$) регулярных главных векторов кривизны $n_1, \dots, n_q$ с кратностями $p_1, \dots, p_q$ и равными модулями, т.е. $|n_\varphi| = \sqrt{\tau}$ ($\varphi = 1, \dots, q$). Если θ_φ^ψ — угол между векторами n_φ и n_ψ , то $p_\psi \cos \theta_\varphi^\psi = \sigma \tau^{-1}$, где $\sigma = \langle H, n_\varphi \rangle$ и не зависит от φ . Если углы между векторами n_φ попарно равны, т.е. $\theta_\varphi^\psi = \theta$, то $p_1 = \dots = p_q$ и справедлива следующая формула:

$$\cos \theta = \frac{q\sigma}{\tau(q-1)(n-\mu)} - \frac{1}{q-1}.$$

Известно, что если в E_n нормально плоское подмногообразие M имеет только один ненулевой главный вектор кривизны, то оно локально является или сферой, или локально евклидовым подмногообразием (но не плоскостью), или цилиндром над сферой, или конусом над сферой, или прямым произведением плоскости и конуса над сферой. Можно доказать, что если нормально плоское полуэйнштейново подмногообразие M в E_n имеет только два ненулевых главных вектора кривизны n_1, n_2 кратностей $p_1 \geq 2, p_2 \geq 2$, то локально оно является или полусимметрическим, или представляет собой прямое произведение некоторой плоскости и конуса над прямым произведением двух сфер.

Следующая теорема обобщает результаты автора, полученные в [5] и [6].

Теорема 10. Пусть в евклидовом пространстве E_n m -мерное нормально плоское неминимальное полуэйнштейново подмногообразие M индекса дефектности $\mu \geq 1$ имеет в каждой точке $x \in M$ только $q \geq 2$ различных ненулевых главных векторов кривизны $n_1, \dots, n_q$, которые имеют равные модули и кратности $p_1 \geq 1, \dots, p_q \geq 2$ соответственно. Если распределение кодефектности $T^{(1)}$ подмногообразия M является интегрируемым с интегральным многообразием $M^{(1)}$, то M локально представляет собой или цилиндр над $M^{(1)}$, т.е. $M = E_\mu \times M^{(1)}$, где E_μ — плоскость размерности μ , или имеет вид прямого произведения $E_{\mu-1} \times \bar{M}$, где $E_{\mu-1}$ — плоскость размерности $\mu-1$, а $\bar{M}$ — $(p_1 + \dots + p_q + 1)$ -мерное полуэйнштейново подмногообразие, которое является конусом над $M^{(1)}$, причем в последнем случае $M^{(1)}$ принадлежит некоторой гиперсфере пространства E_n . В обоих случаях $M^{(1)}$ является или прямым произведением q сфер $S^{p_1}(R), \dots, S^{p_q}(R)$, или скрученным произведением этих сфер, или имеет вид прямого произведения $N_0 \times N_1 \times \dots \times N_u$, где N_0 есть прямое произведение некоторых из этих сфер, а $N_1, \dots, N_u$ представляют собой скрученные произведения различных групп остальных сфер (при $q = 2$

$M^{(1)}$ всегда является прямым произведением сфер $S^{p_1}(R)$ и $S^{p_2}(R)$). Более того $M^{(1)}$, как подмногообразие в E_n , во всех случаях имеет плоскую нормальную связность и является эйнштейновым.

В теореме 10 под скрученным произведением сфер имеется в виду такое неприводимое подмногообразие в E_n , которое локально несет ортогональную сопряженную систему из $q \geq 3$ сфер, вращающихся друг относительно друга при движении вдоль этого подмногообразия.

Государственный инженерный университет Армении

В. А. Мирзоян

Нормально плоские полуэйнштейновы подмногообразия в евклидовых пространствах

Дано геометрическое описание нормально плоских полуэйнштейновых подмногообразий с равными модулями главных векторов кривизны в евклидовых пространствах. Исследованы свойства этих векторов и соответствующих им собственных распределений.

Վ. Ա. Միրզոյան

Նորմալ հարթ կիսաէյնշտեյնյան ենթաբազմաձևություններ էվկլիդեսյան փարածություններում

Տրված է նորմալ հարթ կիսաէյնշտեյնյան ենթաբազմաձևությունների երկրաչափական նկարագրությունը էվկլիդեսյան փարածություններում գլխավոր կորության վեկտորների մոդուլների հավասարության դեպքում: Հետազոտված են այդ վեկտորների եւ նրանց համասլաքասխանող սեփական բաշխումների հատկությունները:

V. A. Mirzoyan

Normally Flat Semi-Einstein Submanifolds in Euclidean Spaces

A geometric description of normally flat semi-Einstein submanifolds with equal moduli of principal curvature vectors in Euclidean spaces is given. The properties of these vectors and the corresponding eigen distributions are investigated.

Литература

1. Мирзоян В. А. - Итоги науки и техники. ВИНТИ. Проблемы геометрии. 1991. Т. 23. С. 29-66.
2. Lumiste U. Semiparallel submanifolds in space forms. New York: Springer. 2009.
3. Мирзоян В. А. - Матем. сб. 2000. Т. 191. N 9. С. 65-80.
4. Мирзоян В. А. - Изв. РАН. Сер. матем. 2003. Т. 67. N5. С. 107-124.
5. Мирзоян В. А. - Матем. сб. 2006. Т. 197. N7. С. 47-76.
6. Мирзоян В. А. - Матем. сб. 2008. Т. 199. N3. С. 69-94.
7. Chern S. S., Kuiper N. - Ann. of Math. 1952. V. 56. N3. P. 422-430.
8. Мирзоян В. А. - Изв. вузов. Сер. матем. 1992. N6. С. 80-89.
9. Chen B. - Y. Geometry of submanifolds. New York: Marcel Dekker. 1973.
10. Chern S. S., Chen W. H., Lam K. S. Lectures on differential geometry. Singapore. World Scientific. 2000.

УДК 512.57

Л. В. Акопян, В. С. Акопян

Решение уравнения деления круга без периодов Гаусса

(Представлено академиком В.С. Захаряном 14/VI 2010)

Ключевые слова: *лианитовые корни, переходной многочлен, периоды Гаусса, условные индексы, побочные корни*

Со времен Гаусса теория уравнения деления круга и общая концепция непосредственного вычисления первообразных корней остаются неизменными и единственными. В статье предлагается иной подход к решению уравнения деления круга при любых простых показателях n . Детально будут вычислены первообразные корни в трех важнейших случаях: $n = 11, 13, 17$.

Пусть задано множество двухэлементных лианитов, существующих в пределах алгебры:

$$\begin{cases} \sigma_1 + \sigma_2 = (x_1, x_2) + (y_1, y_2) = (x_1 + y_1, x_2 + y_2) = \sigma_2 + \sigma_1, \\ \sigma_1 \sigma_2 = (x_1, x_2)(y_1, y_2) = [x_1(y_1 + y_2); x_2 y_1] \quad e = (1, 0); 0 = (0, 0). \end{cases} \quad (1.1)$$

Алгебра (1.1) некоммутативная и неассоциативная по умножению, однако дистрибутивная слева направо, т.е. $\sigma_1(\sigma_2 + \sigma_3) = (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_1 \sigma_3)$. Правило составления степени определяется как $\sigma^n = \sigma[\sigma \cdot (\sigma \sigma)]$. $e = (1, 0)$ правая единица.

Теорема. Пусть у многочленов $f^n(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_{n-1} x + a_n$ и $f^2(x) = x^2 + px + q$ есть хотя бы один общий числовой корень x_{02} , причем лианит $\sigma(x_1, x_2)$ является основным нечисловым корнем $f^2(x)$ в пределах алгебры (1.1). Тогда существует многочлен $\varphi^{n-1}(p, q)$ такой, что

$$f^n(\sigma) = [x_{01} \cdot \varphi^{n-1}(p, q); \frac{q}{p} \varphi^{n-1}(p, q)]. \quad (1.2)$$

В формуле (1.2) x_{01} несовпадающий числовой корень между многочленами $f^n(x)$ и $f^2(x)$.

Элементы лианитов, а также многочлены заданы над множеством комплексных чисел, причем любое число имеет лианитовый аналог: $k \cdot e = (k, 0)$.

Пусть задано $f^{11}(x) = x^{11} - 1 = 0$ и $\sigma(x_1, x_2)$ — искомый лианит в пределах алгебры (1.1). Возведя в степень $n = 11$, получим

$$\sigma^{11} = (x_1, x_2)^{11} = [x_1^{11} + 10x_1^{10}x_2 + 36x_1^9x_2^2 + 56x_1^8x_2^3 + 35x_1^7x_2^4 + 6x_1^6x_2^5; \\ x_1^{10}x_2 + 9x_1^9x_2^2 + 28x_1^8x_2^3 + 35x_1^7x_2^4 + 15x_1^6x_2^5 + x_1^5x_2^6]. \quad (1.3)$$

Подставляя (1.3) в $f^{11}(\sigma) = \sigma^{11} - (1, 0)$ и учитывая, что $x_1 = -p$; $x_2 = \frac{g}{p}$, после тождественного сопоставления с формулой (1.2) получим

$$\varphi^{10}(p, g) = p^{10} - 9p^8g + 28p^6g^2 - 35p^4g^3 + 15p^2g^4 - g^5. \quad (1.4)$$

А из сопоставления первых элементов $f^n(\sigma) = f^{11}(\sigma) = \sigma^{11} - (1, 0) = (x_1, x_2)^{11} - (1, 0)$ с (1.2), с учетом того, что $x_{02} = -p - x_{01}$, получим

$$x_{02} = \frac{-p^9g + 8p^7g^2 - 21p^5g^3 + 20p^3g^4 - 5pg^5 + 1}{p^{10} - 9p^8g + 28p^6g^2 - 35p^4g^3 + 15p^2g^4 - g^5}, \quad (1.5)$$

Подставляя x_{02} в $f^2(x) = x^2 + px + g = 0$, получаем общее параметрическое уравнение

$$p^{11} - 11p^9g + 44p^7g^2 - 77p^5g^3 + 55p^3g^4 - 11pg^5 + g^{11} + 1 = 0. \quad (1.6)$$

Для любого n формулы типа (1.4), (1.5), (1.6) получаются стандартно по этой же схеме действий. Параметрическое условие (1.6) означает, что любой паре (p, g) , удовлетворяющей (1.6), соответствует квадратное уравнение $f^2(x) = x^2 + px + g = 0$, имеющее хотя бы один общий числовой корень с уравнением $x^{11} - 1 = 0$. Однако существует особый случай: $g = 1$, при котором для любого нечетного n выражения типа (1.4), (1.6), а также числители формул типа (1.5) обладают общим множителем в виде многочлена степени $\frac{n-1}{2}$.

В этом частном случае $g = 1$ искомый лианит $\sigma(x_1, x_2) = (-p, \frac{g}{p}) = -(p, \frac{1}{p})$ превращается в побочный корень уравнения $x^n - 1 = 0$, т.е. $\sigma^n - 1 = (0, 0)$ [1, 2]. Следовательно, два числовых корня $x^2 + px + 1 = 0$ совпадают с двумя первообразными корнями уравнения $x^n - 1 = 0$. Действительно, для случая Вандермонда ($n = 11$), подобрав $g = 1$, для одного значения параметра p получим $p = -2$, ибо $x^{11} - 1 = 0$ имеет единичный корень. Из параметрического уравнения (1.6) при условии, что $g = 1$, следует

$$p^{11} - 11p^9 + 44p^7 - 77p^5 + 55p^3 - 11p + 2 = (p+2)(p^5 - p^4 - 4p^3 + 3p^2 + 3p - 1)^2 = 0. \quad (1.7)$$

При $g = 1$, $\varphi(p, g)$ из (1.4), а также числитель из (1.5) соответственно разлагаются по многочленам

$$\begin{aligned}\varphi(p, 1) &= p^{10} - 9p^8 + 28p^6 - 35p^4 + 15p^2 - 1 = \\ &= (p^5 - p^4 - 4p^3 + 3p^2 + 3p - 1)(p^5 + p^4 - 4p^3 - 3p^2 + 3p + 1); \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned}-p^9 + 8p^7 - 21p^5 + 20p^3 - 5p + 1 &= \\ &= (p^5 - p^4 - 4p^3 + 3p^2 + 3p - 1)(-p^4 - p^3 + 3p^2 + 2p - 1). \end{aligned} \quad (1.9)$$

Таким образом, для вычисления 10 первообразных корней уравнения $x^{11} - 1 = 0$ ($x \neq 1$) необходимо найти числовые корни уравнения вида

$$p^5 - p^4 - 4p^3 + 3p^2 + 3p - 1 = 0. \quad (1.10)$$

Тогда 10 корней квадратных уравнений $x^2 + px + 1 = 0$ заведомо являются первообразными корнями уравнения $x^{11} - 1 = 0$, ибо $\sigma(-p, \frac{1}{p})$ есть побочный лианитовый корень для $f^{11}(x) = x^{11} - 1 = 0$.

Для любого нечетного n по этой же схеме можно найти переходное уравнение степени $\frac{n-1}{2}$. Тогда первообразные корни $x^n - 1 = 0$ вычисляются как корни $x^2 + px + 1 = 0$, где p множество корней переходного уравнения. Для случаев $n = 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19$ имеем

$$\begin{cases} f(p) = p^2 - p - 1; & n = 5, \\ f(p) = p^3 - p^2 - 2p + 1; & n = 7, \\ f(p) = p^4 - p^3 - 3p^2 + 2p + 1; & n = 9, \quad (p_1 = 1), \\ f(p) = p^5 - p^4 - 4p^3 + 3p^2 + 3p - 1; & n = 11, \\ f(p) = p^6 - p^5 - 5p^4 + 4p^3 + 6p^2 - 3p - 1; & n = 13, \\ f(p) = p^8 - p^7 - 7p^6 + 6p^5 + 15p^4 - 10p^3 - 10p^2 + 4p + 1; & n = 17, \\ f(p) = p^9 - p^8 - 8p^7 + 7p^6 + 21p^5 - 15p^4 - 20p^3 + 10p^2 + 5p - 1; & n = 19. \end{cases} \quad (1.11)$$

В наборе (1.11) только случай $n = 11$ требует серьезных усилий для нахождения корней переходного уравнения. Все они принадлежат классу уравнений, у которых множество значений всевозможных сумм по двум различным числовым корням со знаком минус $-(p_i + p_j)$ и всевозможных произведений $p_i p_k$ ($i \neq k$) совпадают, причем за исключением случая $n = 5$, для которого $p_1 p_2 = -(p_1 + p_2) = -1$, во всех остальных случаях имеем $-(p_i + p_j) \neq p_i p_j$. Из сказанного вытекает, что если разложить данное переходное уравнение степени $\frac{n-1}{2}$ по неопределенным коэффициентам, где один из множителей является квадратным трехчленом

$$f^{\frac{n-1}{2}}(p) = (p^2 + a_1 p + a_2)(p^{\frac{n-1}{2}-2} + b_1 p^{\frac{n-1}{2}-3} + \dots + b_{\frac{n-1}{2}-3} p + b_{\frac{n-1}{2}-2}) = 0, \quad (1.12)$$

то множества значений $a_1 = -(p_i + p_j)$; $a_2 = p_i p_k$ должны быть числовыми

корнями одного и того же алгебраического уравнения степени $\frac{\left(\frac{n-1}{2}\right)!}{2! \left(\frac{n-1}{2} - 2\right)!}$.

Это свойство корней обеспечивает возможность решения любых переходных уравнений в радикалах.

Рассмотрим случаи $n = 11, 13, 17$, которые вместе с $n = 19$ считаются классическими.

1. Уравнению $x^{11} - 1 = 0$ соответствует переходное уравнение вида

$$f^5(p) = p^5 - p^4 - 4p^3 + 3p^2 + 3p - 1 = 0.$$

Разложим $f^5(p)$ по неопределенным коэффициентам:

$$f^5(p) = (p^2 + a_1 p + a_2)(p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3). \quad (1.13)$$

После выполнения стандартных действий получаем заранее ожидаемый результат: коэффициенты a_1, a_2 суть корни одного и того же уравнения 10-й степени

$$a_{1,2}^{10} + 4a_{1,2}^9 - 6a_{1,2}^8 - 35a_{1,2}^7 - 8a_{1,2}^6 + 67a_{1,2}^5 + 37a_{1,2}^4 - 28a_{1,2}^3 - 13a_{1,2}^2 + 3a_{1,2} + 1 = 0. \quad (1.14)$$

В (1.14) имеем $a_1 = -(p_i + p_j)$, а множество значений $a_2 = p_i p_k$ ($i \neq k$). Следовательно, (1.14) не может иметь делителей в виде многочленов с целыми коэффициентами ниже пятой степени. Действительно, только из пяти выражений $-(p_i + p_j)$ можно получить сумму с целым значением. В качестве примера возьмем один из возможных наборов как подмножество корней (1.14): $-(p_1 + p_5), -(p_2 + p_3), -(p_2 + p_4), -(p_1 + p_4), -(p_3 + p_5)$. Их сумма дает $-2(p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5) = -2$. Следовательно, для возможного делителя $a_1^5 + k_1 a_1^4 + \dots + k_5$ имеем $k_1 = 2$. Очевидно, что $k_5 = -1$, ибо точно такой же многочлен пятой степени в качестве делителя должно иметь уравнение относительно a_2 , у которого корни суть $p_1 p_5, p_2 p_3, p_2 p_4, p_1 p_4, p_3 p_5$, а ведь их произведения есть свободный член k_5 со знаком $(-)$, следовательно, $k_5 = -p_1^2 \dots p_5^2 = -1$. Второй член многочлена $f^5(a_1)$ есть сумма всевозможных попарных произведений вышеуказанных пар. Из сорока слагаемых пять образуют сумму $p_1^2 + \dots + p_5^2 = 9$. Остальные 35 членов как произведения вида $p_i p_k$ дают 70 слагаемых в виде свободных p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 со знаком $(-)$, следовательно, их сумма даст $-14(p_1 + p_2 + \dots + p_5) = -14$, из чего следует $k_2 = 9 - 14 = -5$.

Итак, (1.14) разлагается как произведение двух многочленов пятой степени:

$$(a_1^5 + 2a_1^4 - 5a_1^3 - 2a_1^2 + 4a_1 - 1)(a_1^5 + 2a_1^4 - 5a_1^3 - 13a_1^2 - 7a_1 - 1). \quad (1.15)$$

Именно этим обусловлена трудность случая $n = 11$, но ниже будет показано, что условие (1.15) достаточно для достижения цели. Для переходного уравнения $p^5 - p^4 - 4p^3 + 3p^2 + 3p - 1 = 0$ система резольвент Лагранжа дает

$$\begin{cases} 5p_1 - 1 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4, \\ 5p_2 - 1 = A\alpha_1 + D\alpha_2 + C\alpha_3 + B\alpha_4, \\ 5p_3 - 1 = B\alpha_1 + C\alpha_2 + D\alpha_3 + A\alpha_4, \\ 5p_4 - 1 = C\alpha_1 + A\alpha_2 + B\alpha_3 + D\alpha_4, \\ 5p_5 - 1 = D\alpha_1 + B\alpha_2 + A\alpha_3 + C\alpha_4. \end{cases} \quad (1.16)$$

В (1.16) A, B, C, D — первообразные корни уравнения $x^5 - 1 = 0$, которые можно найти как корни уравнения $x^2 + px + 1 = 0$, где p суть корни уравнения $p^2 - p - 1 = 0$ из (1.11):

$$\begin{aligned} A &= \frac{-1 - \sqrt{5} - \sqrt{-10 + 2\sqrt{5}}}{4}, & B &= \frac{-1 - \sqrt{5} + \sqrt{-10 + 2\sqrt{5}}}{4}, \\ C &= \frac{-1 + \sqrt{5} - \sqrt{-10 - 2\sqrt{5}}}{4}, & D &= \frac{-1 + \sqrt{5} + \sqrt{-10 - 2\sqrt{5}}}{4}, \end{aligned} \quad (1.17)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ — резольвенты Лагранжа, а именно:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= p_1 + Dp_4 + Cp_5 + Bp_2 + Ap_3; & \alpha_2 &= p_1 + Dp_3 + Cp_2 + Bp_4 + Ap_5; \\ \alpha_3 &= p_1 + Dp_2 + Cp_3 + Bp_5 + Ap_4; & \alpha_4 &= p_1 + Dp_5 + Cp_4 + Bp_3 + Ap_2. \end{aligned} \quad (1.18)$$

Возведя уравнения системы (1.16) в степень 2, 3, 4, 5 и учитывая теорему Виета, получим систему

$$\begin{cases} \alpha_1\alpha_4 + \alpha_2\alpha_3 = 22, & (\alpha_1\alpha_4 = \alpha_2\alpha_3) \\ \alpha_1^2\alpha_3 + \alpha_2^2\alpha_1 + \alpha_3^2\alpha_4 + \alpha_4^2\alpha_2 + 11 = 0, \\ \alpha_1^3\alpha_2 + \alpha_2^3\alpha_4 + \alpha_3^3\alpha_1 + \alpha_4^3\alpha_3 + 31 \cdot 11 = 0, \\ \alpha_1^5 + \alpha_2^5 + \alpha_3^5 + \alpha_4^5 - 11 \cdot 89 = 0. \end{cases} \quad (1.19)$$

Действительно, из (1.18) получим

$$\begin{aligned} \alpha_1\alpha_4 &= p_1^2 + \dots + p_5^2 + (C + D)(p_1p_5 + p_2p_3 + p_2p_4 + p_1p_4 + p_3p_5) + \\ &\quad + (A + B)(p_1p_2 + p_1p_3 + p_4p_5 + p_3p_4 + p_2p_5), \\ \alpha_2\alpha_3 &= p_1^2 + \dots + p_5^2 + (C + D)(p_1p_2 + p_1p_3 + p_4p_5 + p_3p_4 + p_2p_5) + \\ &\quad + (A + B)(p_1p_5 + p_2p_3 + p_2p_4 + p_1p_4 + p_3p_5). \end{aligned}$$

Имеем $C + D = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$, $A + B = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2}$, $p_1^2 + \dots + p_5^2 = 9$. Из (1.15) немедленно следует, что

$$p_1p_5 + p_2p_3 + p_2p_4 + p_1p_4 + p_3p_5 = p_1p_2 + p_1p_3 + p_4p_5 + p_3p_4 + p_2p_5 = -2 \quad (1.20)$$

[a_1 и a_2 подчиняются одинаковым уравнениям типа (1.15)]. Следовательно,

$$\alpha_1\alpha_4 = \alpha_2\alpha_3 = 11. \quad (1.21)$$

Введем новые обозначения: $y = \alpha_1^3 \alpha_2$, $z = \alpha_1^2 \alpha_3$. Так как $\alpha_2 \alpha_3 = 11$, имеем $yz = 11\alpha_1^5$. Тогда второе и третье уравнения при новых обозначениях образуют систему

$$\begin{cases} y^2 + y \left(\frac{z^2 + 11z + 11^3}{11} \right) + 11z^2 = 0, \\ y^2 + y \left(\frac{31 \cdot 11z^2}{z^2 + 11^3} \right) + 11z^2 = 0. \end{cases} \quad (1.22)$$

Уравнения системы (1.22) тождественно совпадают при условии $\frac{z^2 + 11z + 11^3}{11} = \frac{31 \cdot 11z^2}{z^2 + 11^3}$, или же

$$z^4 + 11z^3 - 9 \cdot 11^2 z^2 + 11^4 z + 11^6 = 0. \quad (1.23)$$

Многочлен (1.23) разлагается на два многочлена второй степени:

$$\left[z^2 + \frac{11}{2}(1 + 5\sqrt{5})z + 11^3 \right] \left[z^2 + \frac{11}{2}(1 - 5\sqrt{5})z + 11^3 \right] = 0. \quad (1.24)$$

Взяв, например, один из корней трехчлена первой скобки

$$z = \frac{11}{4} \left[(-1 - 5\sqrt{5}) + i \frac{5(1 + \sqrt{5})}{\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}} \right], \quad (1.25)$$

получим значение y , а именно:

$$y = \frac{11}{4} \left[(-31 - 5\sqrt{5}) - i \frac{5(1 + 3\sqrt{5})}{\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}} \right].$$

Учитывая, что $yz = 11\alpha_1^5$, очевидно получим значение α_1 :

$$\alpha_1 = \left[\frac{11}{4}(89 + 25\sqrt{5}) + i \frac{5(5 - 7\sqrt{5})}{\sqrt{5 + 2\sqrt{5}}} \right]^{\frac{1}{5}}. \quad (1.26)$$

Окончательно

$$5p_1 - 1 = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = \alpha_1 + \frac{y}{\alpha_1^2} + \frac{z}{\alpha_1^2} + \frac{11}{\alpha_1}. \quad (1.27)$$

2. Для уравнения $x^{13} - 1 = 0$, переходное уравнение имеет вид

$$f^6(p) = p^6 - p^5 - 5p^4 + 4p^3 + 6p^2 - 3p - 1 = 0.$$

Его разложение по неопределенным коэффициентам:

$$f^6(p) = (p^2 + a_1 p + a_2)(p^4 + b_1 p^3 + b_2 p^2 + b_3 p + b_4). \quad (1.28)$$

Относительно a_1, a_2 (1.28) даст совершенно идентичные уравнения 15-й степени (число возможных сочетаний вида $a_1 = -(p_i + p_j)$; $a_2 = p_i p_k$ равно $\frac{6!}{2! \cdot 4!} = 15$).

В отличие от случая $n = 11$ этот случай допускает возможность существования делителя 3-й степени с целыми коэффициентами для уравнений $f^{15}(a_1) = 0$, $f^{15}(a_2) = 0$.

Вычислим многочлен $f^3(a_1)$ исходя из уже известных нам свойств переходных уравнений и лишь после этого из (1.28) стандартным способом вычислим $f^{15}(a_1) = 0$ и соответственно $f^3(a_1) = 0$ как подтверждение теоретических соображений. Из 15 сочетаний $-(p_i + p_j)$ для множества значений a_1 или же из 15 значений возможных произведений $p_i p_k$ можно выделить нижеследующие системы троек:

$$\left\{ \begin{array}{l} -(p_1 + p_2), \quad -(p_3 + p_4), \quad -(p_5 + p_6) \\ -(p_1 + p_3), \quad -(p_2 + p_5), \quad -(p_4 + p_6) \\ -(p_1 + p_4), \quad -(p_3 + p_5), \quad -(p_2 + p_6) \\ -(p_1 + p_5), \quad -(p_2 + p_4), \quad -(p_3 + p_6) \\ -(p_1 + p_6), \quad -(p_4 + p_5), \quad -(p_2 + p_3) \end{array} \right\} ; \left\{ \begin{array}{l} p_1 p_2, \quad p_5 p_6, \quad p_3 p_4 \\ p_1 p_3, \quad p_2 p_5, \quad p_4 p_6 \\ p_1 p_4, \quad p_3 p_5, \quad p_2 p_6 \\ p_1 p_5, \quad p_2 p_4, \quad p_3 p_6 \\ p_1 p_6, \quad p_4 p_5, \quad p_2 p_3 \end{array} \right. \quad (1.29)$$

Пусть искомый кубический многочлен имеет вид

$$f^3(a_1) = a_1^3 + k_1 a_1^2 + k_2 a_1 + k_3. \quad (1.30)$$

Из 15 возможных сочетаний одна из представленных троек должна обеспечивать (1.30) с целыми коэффициентами k_1, k_2, k_3 . Но сумма элементов любой тройки удовлетворяет условию $-(p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6) = -1 = -k_1$. Следовательно, $k_1 = 1$. Так как a_1, a_2 должны удовлетворять одинаковым уравнениям 15-й степени, их делители также должны совпадать. Но из второй колонки (1.29) следует, что с одной стороны $(p_1 p_2) \cdot (p_3 p_4) (p_5 p_6) = -k_3$, а с другой [из (1.39)] $p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 p_6 = -1$. Следовательно, свободные члены и для $f^3(a_1)$ и $f^3(a_2)$ равны $k_3 = 1$. Значение k_2 также можно легко найти. Имеем

$$k_2 = (p_1 + p_2)(p_5 + p_6) + (p_1 + p_2)(p_3 + p_4) + (p_5 + p_6)(p_3 + p_4). \quad (1.31)$$

У нас 12 слагаемых $p_i p_k$, причем среди них не могут быть p_i^2 , следовательно, согласно тождествам $p_i p_k = -(p_i + p_j)$ у нас 24 свободных различных значений корней $p_1, p_2, \dots, p_6$. Иначе $k_2 = -4(p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6) = -4 \cdot 1 = -4$. Итак, явный вид многочленов $f^3(a_1), f^3(a_2)$ известен:

$$f^3(a_1) = a_1^3 + a_1^2 - 4a_1 + 1 = 0; \quad f^3(a_2) = a_2^3 + a_2^2 - 4a_1 + 1 = 0. \quad (1.32)$$

Пусть a_1 один из корней $f^3(a_1)$. Тогда a_2 выбирается из двух других корней: $a_1 \neq a_2$. Два корня уравнения $p^2 + a_1 p + a_2 = 0$ дадут искомые корни переходного уравнения.

По методу неопределенных коэффициентов из (1.28) относительно a_1 получим

$$f^{15}(a_1) = a_1^{15} + 5a_1^{14} - 10a_1^{13} - 78a_1^{12} - 13a_1^{11} + 377a_1^{10} + 299a_1^9 - 676a_1^8 - 741a_1^7 + \\ + 390a_1^6 + 585a_1^5 + 13a_1^4 - 117a_1^3 - 17a_1^2 + 6a_1 + 1 = 0. \quad (1.33)$$

(1.33) действительно нацело делится на $f^3(a_1) = a_1^3 + a_1^2 - 4a_1 + 1$.

3. Уравнение $x^{17} - 1 = 0$ решается также тривиально, однако так как $n = 17$ число Ферма, вычисление первообразных корней стоит довести до конца. Если переходное уравнение $p^8 - p^7 - 7p^6 + 6p^5 + 15p^4 - 10p^3 - 10p^2 + 4p + 1 = 0$ представить в виде

$$f^8(p) = (p^4 + a_1p^3 + a_2p^2 + a_3p + a_4)(p^4 + b_1p^3 + b_2p^2 + b_3p + b_4), \quad (1.34)$$

то a_1 может принимать 70 значений, ибо a_1 представляет множество возможных сумм $-(p_i + p_j + p_l + p_k)$ [2]. Следовательно, из (1.34) относительно a_1 следует уравнение степени 70. Однако этот многочлен должен обладать делителем 2-й степени с целыми коэффициентами. Действительно, из восьмью корнями $p_1, p_2, \dots, p_8$ можно составить две группы корней с условными индексами $\eta_1 = -(p_1 + p_2 + p_3 + p_4)$; $\eta_2 = -(p_5 + p_6 + p_7 + p_8)$.

Пусть искомый трехчлен имеет вид $a_1^2 + k_1a_1 + k_2$. Тогда очевидно, что $k_1 = (p_1 + \dots + p_4) + (p_5 + \dots + p_8) = 1$. Так как $p_l p_k = -(p_i + p_j)$, то $\eta_1 \eta_2 = k_2$ содержит 16 значений $p_l p_k$ или же 32 свободных значения p , ($i = 1, 2, \dots, 8$) со знаком $(-)$. Это означает, что $k_2 = -(4p_1 + 4p_2 + \dots + 4p_8) = -4(p_1 + \dots + p_8) = -4$. Получено первое звено цепи разрешающих уравнений Гаусса: $f^2(a_1) = a_1^2 + a_1 - 4 = 0$. В (1.34) очевидно, что коэффициенты a_1, a_2 подчиняются различным уравнениям. Если же разложение переходного уравнения осуществить стандартным подходом этой статьи, а именно:

$$f^8(p) = (p^2 + a_1p + a_2)(p^6 + b_1p^5 + b_2p^4 + b_3p^3 + b_4p^2 + b_5p + b_6), \quad (1.35)$$

то коэффициенты a_1, a_2 будут корнями одного и того же уравнения 28-й степени, ибо $\frac{8!}{2! \cdot 6!} = 28$, причем a_1 уже представляет все множество возможных сумм вида $a_1 = -(p_i + p_j)$, a_2 представляет множество значений всевозможных произведений $a_2 = p_l p_k$. Многочлен 28-й степени относительно a_1 и a_2 допускает возможность существования делителя 4-й степени с целыми коэффициентами. Пусть искомый многочлен имеет вид $f^4(a_1) = a_1^4 + k_1a_1^3 + k_2a_1^2 + k_3a_1 + k_4$. Рассмотрим нижеследующие сочетания по условным индексам

$$\eta_1 = -(p_1 + p_2); \quad \eta_2 = -(p_3 + p_4); \quad \eta_3 = -(p_5 + p_6); \quad \eta_4 = -(p_7 + p_8); \quad (1.36)$$

$$\delta_1 = p_1 p_2; \quad \delta_2 = p_3 p_4; \quad \delta_3 = p_5 p_6; \quad \delta_4 = p_7 p_8.$$

Для k_1 и k_4 возможные результаты очевидны:

$$k_1 = -(\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4) = p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8 = 1.$$

Так как $f^4(a_1) \equiv f^4(a_2)$, то и соответствующие коэффициенты должны быть одинаковые. Следовательно, $k_4 = p_1 p_2 \cdot p_3 p_4 \cdot p_5 p_6 \cdot p_7 p_8 = 1$. В состав $k_2 = \eta_1 \eta_2 + \eta_1 \eta_3 + \eta_1 \eta_4 + \eta_2 \eta_3 + \eta_2 \eta_4 + \eta_3 \eta_4$ входят 24 слагаемых $p_i p_k$ ($i \neq k$), и, учитывая тождество $p_i p_k = -(p_i + p_j)$, можем утверждать, что выражение для k_2 содержит 48 слагаемых отдельных p_i в симметрической форме. Следовательно, $k_2 = -6(p_1 + p_2 + p_3 + p_4 + p_5 + p_6 + p_7 + p_8) = -6$. Коэффициент же k_3 образуется как $-k_3 = \eta_1 \eta_2 \eta_3 + \eta_1 \eta_2 \eta_4 + \eta_1 \eta_3 \eta_4 + \eta_2 \eta_3 \eta_4$. Каждое слагаемое должно нести одинаковую информацию. Например, $\eta_1 \eta_2 \eta_3$ очевидно образуется как результат произведения $\eta_1 \eta_3 \cdot \eta_2$ или же $\eta_1 \eta_2 : \eta_3$, следовательно, результат от произведения любых двух пар из трех дает 8 значений p_i и умножение на третий элемент (скажем η_2) дает 16 произведений типа $p_i p_k$. Очевидно, что тогда должны быть и совпадающие индексы. Так как k_3 содержит ровно 4 слагаемых, то вклад по совпадающим индексам у каждого слагаемого по два элемента. Из этого немедленно следует, что 14 значений $(16 - 2)$ $p_i p_k$ согласно тождеству $p_i p_k = -(p_i + p_j)$ дают 28 значений свободных p_i , общее число которых для k_3 будет $28 \cdot 4 = 112$. Окончательно

$$-k_3 = \left[(p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + \dots + p_8^2) - \frac{112}{8}(p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_8) \right] = 15 - 14 = 1$$

[ведь свободные p_i входят со знаком $(-)$]. Таким образом, разложение (1.35) обеспечивает существование делителей 4-й степени вида

$$a_1^4 + a_1^3 - 6a_1^2 - a_1 + 1 = \left[a_1^2 + \frac{1 + \sqrt{17}}{2} a_1 - 1 \right] \left[a_1^2 + \frac{1 - \sqrt{17}}{2} a_1 - 1 \right] \quad (1.37)$$

Разложение переходного уравнения через квадратные трехчлены имеет вид

$$\begin{aligned} f^8(p) &= p^8 - p^7 - 7p^6 + 6p^5 + 15p^4 - 10p^3 - 10p^2 + 4p + 1 = \\ &= \left[p^2 + \frac{-1 - \sqrt{17} - \sqrt{2(17 + \sqrt{17})}}{4} p + \frac{-1 + \sqrt{17} + \sqrt{2(17 - \sqrt{17})}}{4} \right] \times \\ &\times \left[p^2 + \frac{-1 - \sqrt{17} + \sqrt{2(17 + \sqrt{17})}}{4} p + \frac{-1 + \sqrt{17} - \sqrt{2(17 - \sqrt{17})}}{4} \right] \times \\ &\times \left[p^2 + \frac{-1 + \sqrt{17} - \sqrt{2(17 - \sqrt{17})}}{4} p + \frac{-1 - \sqrt{17} - \sqrt{2(17 + \sqrt{17})}}{4} \right] \times \\ &\times \left[p^2 + \frac{-1 + \sqrt{17} + \sqrt{2(17 - \sqrt{17})}}{4} p + \frac{-1 - \sqrt{17} + \sqrt{2(17 + \sqrt{17})}}{4} \right]. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Если корни квадратных уравнений подобрать как $(p_1, p_2); (p_3, p_4); (p_5, p_6); (p_7, p_8)$ соответственно, то путем непосредственного вычисления легко можно убедиться, что действительно

$$p_1 p_2 = -(p_7 + p_8); \quad p_3 p_4 = -(p_5 + p_6); \quad p_5 p_6 = -(p_1 + p_2); \quad p_7 p_8 = -(p_3 + p_4).$$

Алгоритм нахождения переходного многочлена для уравнения $x^n - 1 = 0$, где n любое нечетное число, такой:

а) абсолютные значения коэффициентов $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_l$ переходного многочлена $f^{\frac{n-1}{2}}(p) = f^l(p) = p^l + \eta_1 p^{l-1} + \eta_2 p^{l-2} + \dots + \eta_l$ определяются по правилу: если

k четное число, то $\eta_k = \frac{\left(l - \frac{k}{2}\right)!}{(l-k)! \left(\frac{k}{2}\right)!}$, если же k нечетное число, то $\eta_k =$

$$\frac{\left(l - \frac{k+1}{2}\right)!}{(l-k)! \left(\frac{k-1}{2}\right)!};$$

б) знаки коэффициентов η_k ($k = 1, 2, \dots, l$) определяются по последовательности $(-, -, +, +, -, -, +, +, \dots)$.

Московский физико-технический университет

Л. В. Акопян, В. С. Акопян

Решение уравнения деления круга без периодов Гаусса

Предложен и теоретически обоснован иной подход для нахождения первообразных числовых корней уравнения деления круга в радикалах при любой степени n . Оправданной точкой в предлагаемой теории является теорема об основных лианитовых корнях алгебраических уравнений. Приводятся подробный анализ и конкретное вычисление первообразных корней уравнения $x^n - 1 = 0$, для случаев $n = 11, 13, 17$, без использования методов теории групп.

Լ. Վ. Նակոբյան, Վ. Ս. Նակոբյան

Շրջանի բաժանման հավասարման լուծումը առանց Գաուսի պարբերությունների

Առաջարկված էլ Կրեսականորեն հիմնավորված է նոր մոտեցում՝ շրջանի հավասարման բաժանման հավասարման նախակերպային արմատները արմատանշաններով գտնելու համար: Առաջարկվող Կրեսության համար ելակերպային է հանրահաշվական հավասարումների հիմնական լիանիքային արմատների մասին թեորեմը: Մանրամասն վերլուծություն էլ

կոնկրետ հաշվարկ է ներկայացված $x^n - 1 = 0$, հավասարման համար $n = 11, 13, 17$ դեպքերում՝ առանց խմբերի տեսության մեթոդների օգտագործման:

L. V. Hakobyan, V. S. Hakobyan

Sollution of Cyclotomic Equations without Gauss Periouds

A new approach for seeking the numeric roots to the cyclotomic equations in radicals at arbitrary degrees n is suggested. The starting point in the suggested approach was the theorem of principal lianit roots of algebraic equations published in our earlier works. An in-depth and complete analysis and analytic calculation of the roots of the unity for cases of $n = 11, 13, 17$ is provided.

Литература

1. Акопян Л.В. - Ученые записки ЕГУ. 2007. N2. С. 23-34; 2007. N3. С. 33-43.
2. Акопян Л.В. - ДНАН РА. 2008 Т. 108. N2. С. 133-141.
3. Постников М.М. Теория Галуа. Физматгиз. М. 1963.
4. Ван Дер Варден Б.Л. Алгебра. М. Наука. 1979.

МЕХАНИКА

УДК 539.3

Р. М. Киракосян, С. П. Степанян

Задача устойчивости ортотропной пластинки-полосы при учете
собственного веса и поперечного сдвига

(Представлено академиком Г.Е. Багдасаряном 9/IV 2010)

Ключевые слова: *пластинка-полоса, собственный вес, поперечный сдвиг, устойчивость, колонна*

В рамках уточненной теории С.А. Амбарцумяна, учитывающей влияние деформаций поперечных сдвигов [1], рассматривается задача устойчивости ортотропной пластинки-полосы при учете собственного веса постоянной интенсивности. Задача решается методом коллокаций, для двух вариантов краевых условий — шарнирного опирания и защемления обоих краев пластинки-полосы. Приводятся безразмерные критические значения нагрузок, на основе которых строятся графики их зависимости. Делаются количественные и качественные заключения. Из-за безразмерности полученные результаты применимы и к колоннам.

В классической постановке (без учета поперечного сдвига) решение рассматриваемых задач можно найти в [2].

1. Рассмотрим пластинку-полосу постоянной толщины h и ширины l . Начало координат поместим на одной кромке. Ось Ox направим по ширине пластинки-полосы, а ось Oz — перпендикулярно ей. Материал ортотропен и главные направления анизотропии параллельны координатным осям.

Пусть вдоль края $x = 0$ приложены равномерно распределенные силы P , а вдоль оси Ox действует собственный вес постоянной интенсивности q .

Для простоты положим

$$P = kql, \quad (1.1)$$

где параметр k может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Представление (1.1) позволяет в качестве искомой величины

считать критическое значение одного из параметров k или q , между которыми существует определенная зависимость. Очевидно, при $k = 0$ внешние силы P отсутствуют и потеря устойчивости происходит лишь из-за собственного веса. При $k \rightarrow \infty$ критическое значение $q_{kp} \rightarrow 0$, а их произведение стремится к конечной величине P_{kp} . В этом случае влиянием собственного веса пренебрегается.

В рамках уточненной теории [1] имеем

$$\begin{aligned} T_x &= -q(kl + x), \quad N_x = \frac{h^3}{12}\varphi, \quad \tilde{Z} = -q(kl + x)\frac{d^2w}{dx^2}, \\ M_x &= -\frac{B_{11}h^3}{12}\frac{d^2w}{dx^2} + \frac{h^5}{120}\chi\frac{d\varphi}{dx}, \\ \chi &= \frac{B_{11}}{B_{55}}, \quad u_x = -z\frac{dw}{dx} + \frac{zh^2}{24B_{55}}\left(3 - 4\frac{z^2}{h^2}\right)\varphi. \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь T_x — продольное усилие, N_x и M_x — перерезывающая сила и изгибающий момент, $\tilde{Z}$ — нормальная составляющая фиктивной нагрузки, φ — функция, характеризующая распределение касательного напряжения τ_{xz} , u_x — перемещение по оси x , вызванное вследствие потери устойчивости, B_{ij} — параметры материала пластинки-полосы, w — прогиб.

После вышучивания состояние пластинки-полосы описывается уравнениями [1]

$$\frac{dN_x}{dx} = -\tilde{Z}, \quad \frac{dM_x}{dx} = N_x. \quad (1.3)$$

С учетом (1.2) уравнения (1.3) приводятся к системе относительно w и φ

$$\frac{d\varphi}{dx} - \frac{12q}{h^3}(kl + x)\frac{d^2w}{dx^2} = 0, \quad \varphi - \frac{\chi h^2}{10}\frac{d^2\varphi}{dx^2} + B_{11}\frac{d^3w}{dx^3} = 0. \quad (1.4)$$

Примем безразмеривающие обозначения:

$$\begin{aligned} u_x &= h\bar{u}_x, \quad w = h\bar{w}, \quad x = l\bar{x}, \quad \frac{h}{l} = S, \quad \frac{\chi S^2}{10} = \alpha, \quad q = \frac{B_{11}\bar{q}S^3}{12} \\ T_x &= B_{11}h\bar{T}_x, \quad N_x = B_{11}h\bar{N}_x, \quad M_x = B_{11}h^2\bar{M}_x, \quad P = \frac{B_{11}\bar{P}S^3l}{12}, \quad \bar{P} = k\bar{q}. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Дифференцируя второе уравнение системы (1.4) и имея в виду первое уравнение этой системы, приходим к следующему разрешающему дифференциальному уравнению четвертого порядка относительно безразмерного прогиба $\bar{w}$:

$$[1 - \alpha\bar{q}(k + \bar{x})]\frac{d^4\bar{w}}{d\bar{x}^4} - 2\alpha\bar{q}\frac{d^3\bar{w}}{d\bar{x}^3} + \bar{q}(k + \bar{x})\frac{d^2\bar{w}}{d\bar{x}^2} = 0. \quad (1.6)$$

К этому уравнению следует присоединить соответствующие краевые условия.

2. Рассмотрим случай, когда оба края пластинки-полосы шарнирно оперты. Имея в виду первое уравнение системы (1.4), с учетом обозначений (1.5) для безразмерного изгибающего момента получим выражение

$$\overline{M}_x = -\frac{S^2}{12}[1 - \alpha\bar{q}(k + \bar{x})]\frac{d^2\bar{w}}{d\bar{x}^2}. \quad (2.1)$$

Следовательно, условия шарнирного опирания краев $\bar{x} = 0$ и $\bar{x} = 1$ будут:

$$\bar{w} = 0, \quad \frac{d^2\bar{w}}{d\bar{x}^2} = 0 \quad \left(M_x \left| \begin{array}{l} x = 0 \\ x = l \end{array} \right. = 0 \right). \quad (2.2)$$

Безразмерный прогиб представим в виде

$$\bar{w} = a_1\bar{x} + \sum_{i=3}^n a_i\bar{x}^i, \quad (2.3)$$

при котором краевые условия края $\bar{x} = 0$ удовлетворяются автоматически.

Здесь a_1 и a_i — неизвестные коэффициенты. Необходимо составить систему $n-1$ однородных уравнений и определить критическую интенсивность $\bar{q}_{kp}$ из условия существования нетривиального решения этой системы. При этом два уравнения получатся из условий края $\bar{x} = 1$, а остальные — из разрешающего уравнения (1.6), записанного в $n-3$ внутренних точках интервала $0-1$. Для этого необходимо пластинку-полосу разделить на $n-2$ части.

Вычисления удобно проводить для конкретных значений χ и k . Очевидно, для разных чисел n получатся различные значения $\bar{q}_{kp}$. Вычисления следует повторять до наступления практической сходимости по n .

3. Пусть оба края пластинки-полосы защемлены. При потере устойчивости для безразмерного продольного перемещения с учетом (1.5) имеем

$$\frac{1}{l}u_x = -\frac{z}{l}\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} + \frac{zh}{24B_{55}}\left(3 - 4\frac{z^2}{h^2}\right)\varphi. \quad (3.1)$$

Интегрировав первое уравнение системы (1.4), получим

$$\varphi = C + \frac{B_{11}h}{l^3}\bar{q}\left[(k + \bar{x})\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} - \bar{w}\right]. \quad (3.2)$$

Здесь C — постоянная интегрирования. Ее значение можно определить из условий начального состояния пластинки-полосы, когда она еще не потеряла устойчивость. Тогда

$$\frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} \equiv \bar{w} \equiv 0. \quad (3.3)$$

И поскольку в плоском состоянии перерезывающая сила отсутствует, то

$$N_x^0 = \frac{Ch^3}{12} = 0 \Rightarrow C = 0. \quad (3.4)$$

Имея в виду это обстоятельство, из (3.1) получим

$$\bar{u}_x = -\frac{z}{l} \left\{ \left[1 - \frac{5\alpha\bar{q}}{12} \left(3 - 4\frac{z^2}{h^2} \right) (k + \bar{x}) \right] \frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} + \frac{5\alpha\bar{q}}{12} \left(3 - 4\frac{z^2}{h^2} \right) \bar{w} \right\}. \quad (3.5)$$

В сечении защемления $\bar{w} = 0$, в силу чего при $\bar{x} = 0$ и $\bar{x} = 1$ условия защемления будут

$$\bar{w} = 0, \quad \frac{d\bar{w}}{d\bar{x}} = 0. \quad (3.6)$$

Таким образом, по теории [1] в отличие от обычной задачи изгиба в задаче устойчивости пластинки-полосы условиям защемления удастся удовлетворить во всех точках сечения (для всех z).

Безразмерный прогиб удобно представить в виде

$$\bar{w} = \sum_{i=2}^n a_i \bar{x}^i, \quad (3.7)$$

где условия защемления края $\bar{x} = 0$ удовлетворяются автоматически. Вычисления следует проводить подобно случаю, когда оба края пластинки-полосы были шарнирно оперты.

Не вдаваясь в подробности, отметим, что как разрешающее уравнение (1.6), так и краевые условия совпадают с разрешающим уравнением и краевыми условиями, соответствующими сдвиговой теории первого порядка Рейснера [3], с поправочным коэффициентом 5/6.

Аналогичным способом рассмотренную задачу можно решить и в случае переменной интенсивности собственного веса (или объемной силы другого характера).

В табл. 1 представлены критические значения интенсивности собственного веса $\bar{q}$ при некоторых значениях k , χ и n . Сходимость процесса вычислений практически достигается при $n = 12$. Наибольшая разница между значениями $\bar{q}$, а следовательно и $\bar{P} = k\bar{q}$, соответствующими числам $n = 11$ и $n = 12$, составляет примерно 1,27%. Как и следовало ожидать, с возрастанием параметра χ (с уменьшением относительного модуля поперечного сдвига материала) критическое значение $\bar{q}$ убывает.

В табл. 2 приведены значения относительной поправки

$$\Delta = \frac{\bar{q}_{кл.} - \bar{q}}{\bar{q}_{кл.}} 100\%, \quad (3.8)$$

вносимой учетом поперечного сдвига. При одинаковых условиях поправка к классическому значению $\bar{q}_{кл.}$ в случае защемления обоих краев пластинки-полосы примерно в три раза больше, чем в случае их шарнирного опирания.

Причем с возрастанием доли сосредоточенной силы (с возрастанием параметра k) влияние поперечного сдвига для двух случаев краевых условий немного уменьшается.

Таблица 1

		χ n	Шарнир-шарнир				Защемление-защемление			
			0	2	3	5	0	2	3	5
k	0	10	18.95	17.14	16.65	15.38	79.99	56.21	48.59	37.77
		11	18.95	17.36	16.65	15.38	80.20	56.19	48.53	37.70
		12	18.96	17.36	16.65	15.38	80.27	56.23	48.51	37.67
	0.5	10	9.765	9.020	8.688	8.089	39.60	29.47	26.05	21.06
		11	9.765	9.021	8.688	8.089	39.62	29.48	26.06	21.06
		12	9.765	9.021	8.688	8.089	39.62	29.49	26.06	21.05
	1	10	6.548	6.060	5.842	5.448	26.36	19.84	17.63	14.39
		11	6.548	6.060	5.842	5.448	26.36	19.84	17.64	14.39
		12	6.548	6.060	5.842	5.448	26.36	19.85	17.64	14.40
	3	10	2.817	2.610	2.518	2.351	11.28	8.560	7.636	6.277
		11	2.817	2.610	2.518	2.351	11.28	8.560	7.636	6.277
		12	2.817	2.610	2.518	2.351	11.28	8.560	7.637	6.276
	5	10	1.794	1.662	1.604	1.498	7.179	5.452	4.866	4.004
		11	1.794	1.662	1.604	1.498	7.179	5.452	4.866	4.004
		12	1.794	1.662	1.604	1.498	7.179	5.452	4.866	4.004
	10	10	0.9398	0.8710	0.8403	0.7850	3.761	2.857	2.551	2.100
		11	0.9399	0.8711	0.8403	0.7849	3.760	2.857	2.551	2.100
		12	0.9399	0.8711	0.8403	0.7849	3.760	2.857	2.551	2.101
	100	10	0.0982	0.0910	0.0880	0.0820	0.3930	0.2985	0.2665	0.2195
		11	0.0982	0.0910	0.0878	0.0820	0.3929	0.2986	0.2666	0.2195
		12	0.0982	0.0910	0.0878	0.0820	0.3928	0.2986	0.2666	0.2195

Таблица 2

	χ k	0	0.5	1	3	5	10	100
Ш-Ш	2	8.44	7.62	7.45	7.35	7.35	7.32	7.32
	3	12.2	11.03	10.8	10.6	10.6	10.6	10.6
	5	18.9	17.2	16.8	16.5	16.5	16.5	16.5
З-З	2	29.9	25.6	24.7	24.1	24.1	24.0	24.0
	3	39.6	34.2	33.1	32.3	32.2	32.1	32.1
	5	53.1	46.9	45.4	44.4	44.2	44.1	44.1

Таблица 3

			χ			
			0	2	3	5
$\bar{q}_3/\bar{q}_m = \bar{P}_3/\bar{P}_m$	k	0	4.23	3.24	2.91	2.45
		0.5	4.06	3.27	3.00	2.60
		1	4.03	3.27	3.02	2.64
		3	4.00	3.28	3.03	2.67
		5	4.00	3.28	3.03	2.67
		10	4.00	3.28	3.03	2.68
		100	4.00	3.28	3.04	2.68

На рис. 1 и 2 приведены графики зависимости $\bar{P} \sim \bar{q}$ для случаев шарнирного опирания и защемления обоих краев пластинки-полосы при двух значениях параметра χ .

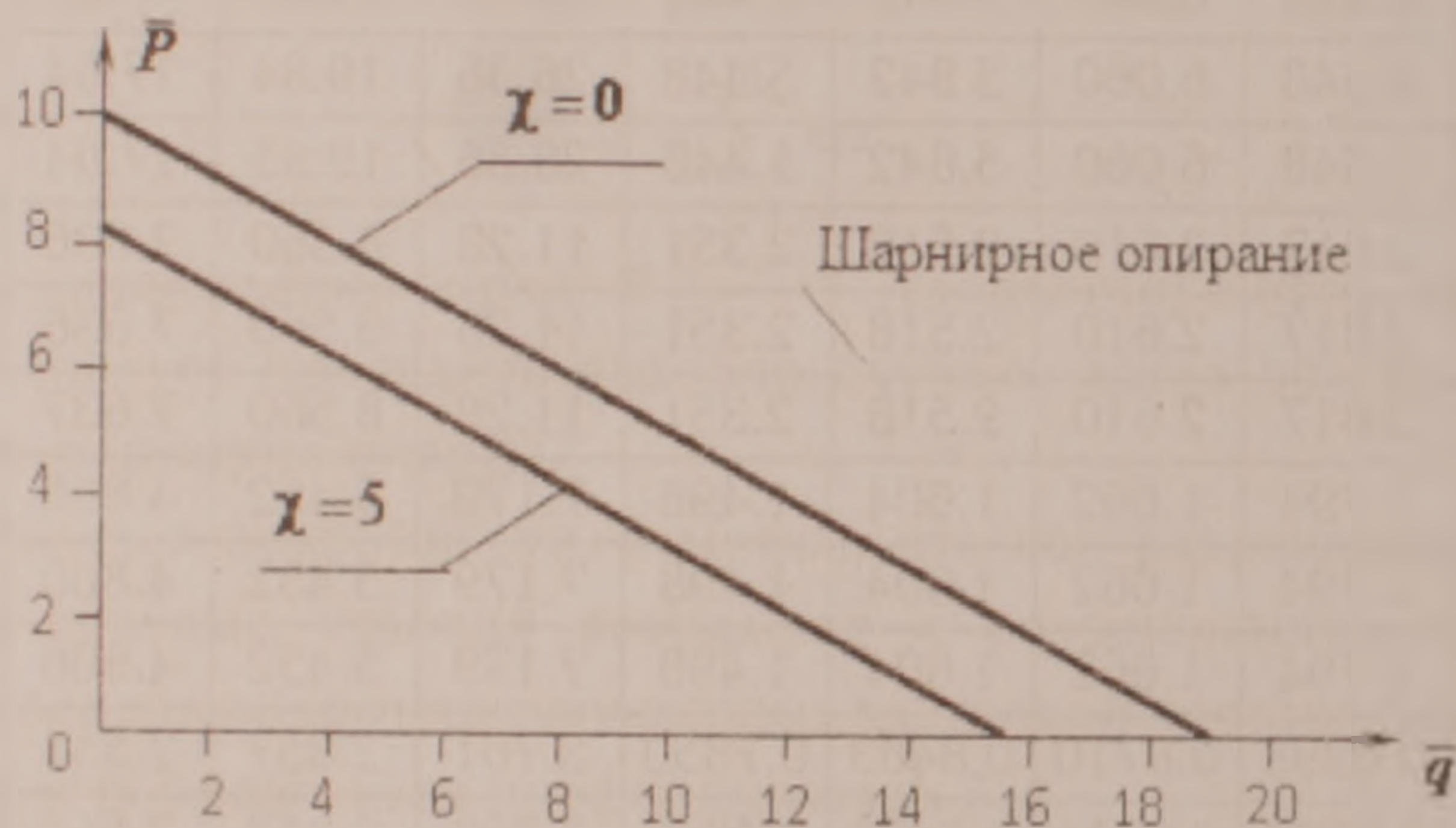


Рис. 1. $\bar{P} = 9,87 - 0,52\bar{q}$, ($\chi = 0$); $\bar{P} = 8,21 - 0,53\bar{q}$, ($\chi = 5$)

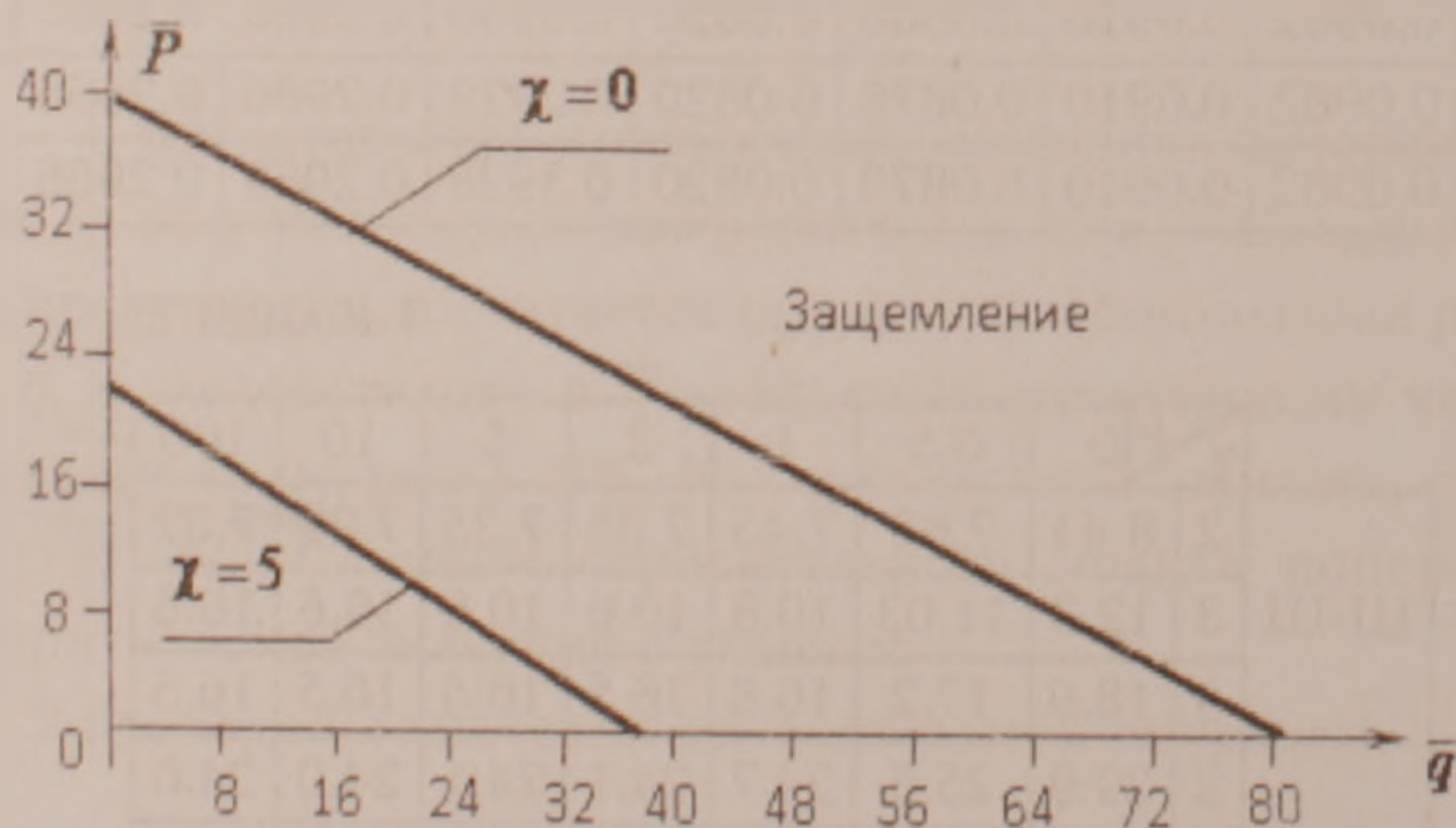


Рис. 2. $\bar{P} = 39,28 - 0,49\bar{q}$, ($\chi = 0$); $\bar{P} = 21,95 - 0,58\bar{q}$, ($\chi = 5$)

На основе табл. 1 составлена табл. 3, данные которой приводят к следующим заключениям:

1. В классической постановке ($\chi = 0$), при действии только собственного веса ($k = 0$), критическое значение $\bar{q}$ при защемлении обоих краев пластинки-полосы по сравнению со случаем шарнирного опирания больше не в 4, а в 4,23 раза ($\bar{q}_3/\bar{q}_{ш} = 4.23$). С увеличением доли сосредоточенной силы (с возрастанием k) это отношение убывает и при $k \rightarrow \infty$, когда влиянием собственного веса пренебрегается, оно, как и следовало ожидать, стремится к 4.

2. С возрастанием χ отношение $\bar{q}_3/\bar{q}_{ш}$ для всех k убывает. Следовательно, с уменьшением относительного модуля поперечного сдвига материала влияние защемления краев пластинки-полосы ослабевает. Это и естественно.

3. При отличном от нуля значении χ с возрастанием k (с увеличением доли сосредоточенной силы) это отношение немного возрастает.

В заключение отметим, что полученные результаты при $\chi = 0$ и $k = 0$, т.е. в классическом случае, когда влияние поперечного сдвига не учитывается и действует только собственный вес, практически совпадают с соответствующими результатами [2].

Рассмотренные задачи можно приближенно решать по методу Бубнова – Галеркина [2]. В случае шарнирного опирания краев пластинки-полосы кинематически возможные прогибы $w = \sin \pi x$ для критических значений $\bar{q}$ приводят к формуле

$$\bar{q} = \frac{2\pi^2}{(1+2k)(1+\alpha\pi^2)}. \quad (3.9)$$

В случае же защемления при $w = \sin^2 \pi x$

$$\bar{q} = \frac{8\pi^2}{(1+2k)(1+4\alpha\pi^2)}. \quad (3.10)$$

При пренебрежении собственным весом и влиянием поперечного сдвига имеем $\chi = 0$, $k \rightarrow \infty$, $\bar{q} \rightarrow 0$ и $\bar{P} = k\bar{q}$ стремится к точному значению – в случае шарнирного опирания к π^2 , в случае защемления – к $4\pi^2$.

В случае действия только собственного веса, когда учитывается влияние поперечного сдвига, эти формулы приводят к ощутимым погрешностям. Например, при $k = 0$, $\chi = 5$ погрешности формул (3.9) и (3.10) составляют 7.2% и 17.1% соответственно. Для улучшения результатов метода Бубнова – Галеркина следует использовать многочленные выражения кинематически возможных прогибов, что связано с серьезными осложнениями.

Р. М. Киракосян, С. П. Степанян

**Задача устойчивости ортотропной пластинки-полосы при учете собственного веса
и поперечного сдвига**

В рамках теории С.А. Амбарцумяна рассматривается задача устойчивости ортотропной пластинки-полосы при учете собственного веса постоянной интенсивности и деформации поперечного сдвига. Задача решается для двух вариантов краевых условий — шарнирного опирания и защемления обоих краев пластинки-полосы. Приводятся безразмерные критические значения нагрузок, на основе которых строятся графики их зависимости. Из-за безразмерности полученные результаты применимы и к колоннам.

Ռ. Մ. Կիրակոսյան, Ս. Պ. Ստեփանյան

**Օրթոտրոպ սալ-շերտի կայունության խնդիրը՝ սեփական կշռի եւ ընդլայնական սահքի
հաշվառմամբ**

Ս.Ա. Համբարձումյանի տեսության շրջանակներում դիտարկվում է օրթոտրոպ սալ-շերտի կայունության խնդիրը՝ սեփական կշռի եւ ընդլայնական սահքի հաշվառմամբ: Խնդիրը լուծվում է եզրային պայմանների երկու տարբերակների դեպքում, երբ սալ-շերտի երկու եզրերը հողակապորեն հենված են, եւ երբ դրանք կոշտ ամրակցված են: Բերվում են բեռների կրիտիկական անցափ արժեքները, եւ կառուցվում են նրանց միջեւ եղած կախվածության գրաֆիկները:

R. M. Kirakosyan, S. P. Stepanyan

**The Problem of Stability Orthotropic Plate-Layer, Taking into Account its Own Weight
and Transverse Shear**

On the basis of the theory of S.A. Ambarzumyan it is considered the problem of stability of orthotropic plate-layer, taking into account its own weight of constant intensity and shear deformations. The problem is solved for two variants of boundary conditions, for hinged support and clamping both edges of the plate-layer. The critical values of dimensionless loads are brought on the basis of which the graphs of their dependence are built. Because of the dimensionality, the results are applicable to the columns, too.

Литература

1. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. М. Наука. 1987. 360 с.
2. Вольмир А.С. Устойчивость упругих систем. М. Гос. изд. ф.-м. лит. 1963. 879 с.
3. Reissner E. - Trans ASME. 1945. V. 67. P. A69-A77.

МЕХАНИКА

УДК 531.8

Академик Г. Е. Багдасарян, З. Н. Даноян, Э. А. Даноян

Об определении численных значений констант магнитострикции

(Представлено 28/VI 2010)

Ключевые слова: *пьезомагнитная постоянная, магнитострикционная константа*

В литературе в основном приводятся значения динамических пьезомагнитных постоянных для магнитострикционных ферромагнитных материалов и ферритов. Однако часто бывает необходимо знать значения магнитострикционных констант для вышеуказанных материалов. В работе исходя из уравнений состояния магнитострикционной среды выводится эмпирическая формула для вычисления значений магнитострикционных констант.

1. Рассмотрим выражение для плотности свободной энергии F упругой макроскопически изотропной магнитострикционной среды. Это выражение имеет вид

$$F = U(S, \epsilon_{ik}, B_j) - TS = F(T, \epsilon_{ik}, B_j).$$

Все термодинамические величины относятся к единице объема среды до начала действия обобщенных сил, U — внутренняя энергия, T — абсолютная температура, S — энтропия, ϵ_{ik} — тензор деформации, $B_j = \mu_0(H_j + I_j)$ — магнитная индукция, H — напряженность магнитного поля, I — намагниченность, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная постоянная. Бесконечно малые обратимые изменения состояния системы можно характеризовать следующим изменением термодинамической функции:

$$dF = \sigma_{ik} d\epsilon_{ik} + H_j dB_j - SdT. \quad (1.1)$$

Суммирование в (1.1) ведется по повторяющимся индексам. В качестве независимых переменных выбраны T , ϵ_{ik} , B_j . Более подробный анализ

физических процессов, сопровождающих пьезомагнитные колебания, приводит к выводу о целесообразности использования в ряде случаев других независимых магнитных переменных. Действительно, именно изменение намагниченности является непосредственной причиной пьезомагнитной деформации в намагниченных ферромагнетиках и ферритах. Так как для рассматриваемых сред различие между B_j и $\mu_0 I_j$ несущественно (за исключением очень сильных полей, а также температур, лежащих выше точки Кюри), то получаем следующие дифференциальные соотношения, непосредственно вытекающие из (1.1):

$$\sigma_{ik} = \left(\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ik}} \right)_I, \quad H_j = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial F}{\partial I_j} \right)_\varepsilon, \quad (1.2)$$

$$\left(\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial I_j} \right)_\varepsilon = \mu_0 \left(\frac{\partial H_j}{\partial \varepsilon_{ik}} \right)_I = \frac{\partial^2 F}{\partial \varepsilon_{ik} \partial I_j} = h_{ijk}.$$

Индексы ε , I в (1.2) и (1.3), а также σ , H в последующих выражениях означают постоянство соответствующей термодинамической величины при дифференцировании. Кроме того, во всех случаях предполагается, что процесс протекает изотермически ($T = \text{const}$) и термомагнитные эффекты не играют существенной роли [2].

Для количественного описания такой среды в рамках обратимой термодинамики необходимо иметь в явном виде зависимость F от ε_{ik} и I_j . Ее можно получить путем разложения F в степенной ряд по переменным ε_{ik} и I_j . Рассматриваемый ряд должен содержать упругую, магнитную и взаимную (магнитоупругую) части (соответственно F_y, F_M, F_{My}). Полагая $\sigma_{ik} = 0$, если $\varepsilon_{ik} = 0$ и $I_j = 0$, из формулы (1.2) можно сделать вывод, что F не содержит линейных относительно ε_{ik} членов.

С учетом магнитной симметрии можно показать, что F_M также не содержит линейных относительно I_j членов. Очевидно, что первые не исчезающие члены в F_{My} квадратичны по I_j , линейны по ε_{ik} . Таким образом, получаем [1,2]

$$F = F_0 + F_y + F_M + F_{My} = F(T, 0, 0) + \frac{1}{2} c_{ikfg}^I \varepsilon_{ik} \varepsilon_{fg} + \dots + \frac{1}{2} \mu_0 \gamma_{ij}^\varepsilon (1 + \gamma_{ij}^\varepsilon) I_i I_j + \frac{1}{2} Q_{ikjl} \varepsilon_{ik} I_j I_l + \dots \quad (1.4)$$

В формуле (1.4) через c_{ikfg}^I , γ_{ij}^ε , Q_{ijkl} обозначены соответственно тензоры квазистатических модулей упругости, относительной магнитной невосприимчивости и магнитострикции, причем $\gamma_{ij}^\varepsilon \ll 1$.

Подстановка (1.4) в (1.2) дает изотермические уравнения состояния

среды, обладающей магнитоупругими свойствами [1]:

$$\begin{cases} \sigma_{ik} = c_{ikfg}^I \varepsilon_{fg} + \frac{1}{2} Q_{ikjl} I_j I_l, \\ H_j = \gamma_{jl}^I + I_l + \frac{1}{\mu_0} Q_{ikjl} \varepsilon_{ik} I_l. \end{cases} \quad (1.5)$$

Если физические величины, фигурирующие в системе (1.5), можно представить в виде суммы постоянного и флуктуационного слагаемых, причем абсолютные значения флуктуационных слагаемых пренебрежительно малы по сравнению с абсолютными значениями соответствующих постоянных слагаемых, то можно получить систему уравнений состояния, описывающих поведение флуктуационных слагаемых

$$\begin{cases} \sigma'_{ik} = c_{ikfg}^I \varepsilon'_{fg} + h_{ikj} I'_j, \\ H'_j = (\gamma_{jl}^\varepsilon + \frac{1}{\mu_0} Q_{ikjl} \varepsilon_{ik}^0) I'_l + \frac{1}{\mu_0} h_{ikj} \varepsilon'_{ik}. \end{cases} \quad (1.6)$$

Здесь верхним индексом "'" помечены флуктуационные члены, а верхним индексом "0" — постоянные слагаемые, $h_{ikj} = Q_{ikjl} I^0$, $\mu_0^{-1} Q_{ikjl} \varepsilon_{ik}^0$ — поправка к величине γ_{jl}^ε , определяющая изменения магнитных свойств под действием постоянной деформации ε_{ik}^0 . При анализе одномерного случая, который реализуется при продольных колебаниях тонких стержней, величины в системе (1.6) можно рассматривать как скалярные. В рамках принятых ограничений в одномерном случае вместе системы (1.6) получим

$$\begin{cases} \sigma' = E' \varepsilon' + h I', \\ H' = \mu_0^{-1} h \varepsilon' + (\aleph^\varepsilon)^{-1} I'. \end{cases}$$

Здесь E' — динамический модуль Юнга, $\aleph^\varepsilon$ — динамическая обратимая магнитная восприимчивость.

Другому выбору исходного термодинамического потенциала и независимых термодинамических переменных соответствует система

$$\begin{cases} \varepsilon' = (E^H)^{-1} \sigma' + d H', \\ I' = \mu_0^{-1} d \sigma' + \aleph^H H'. \end{cases}$$

В дальнейшем наряду с переменными I и H мы будем использовать также переменные B и N . В последнем случае вместо пьезомагнитных постоянных h и d обычно вводятся пьезомагнитная постоянная a и постоянная чувствительности Λ :

$$\begin{aligned} a &= \left(\frac{\sigma'}{B'} \right)^\varepsilon = \left(\frac{H'}{\varepsilon'} \right) \approx \frac{h}{\mu_0}, \\ \Lambda &= \left(\frac{\varepsilon'}{H'} \right) = \left(\frac{B'}{\sigma'} \right) \approx d. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Имеет место полезная формула [2], связывающая пьезомагнитные постоянные a и d :

$$ad = \frac{k^2}{1 - k^2}. \quad (1.8)$$

Здесь k — коэффициент магнитомеханической связи. В случае упруго возбуждаемого тороидального образца короткозамкнутой обмоткой ($I' = 0$) квадрат коэффициента магнитомеханической связи k^2 определяется как отношение плотности выходной магнитной энергии к плотности входной магнитной энергии. Из формулы (1.7) вытекает, что пьезомагнитные постоянные a и d , а также a и Λ имеют одинаковый знак.

Согласно формуле (1.4) магнитоупругая энергия определяется по формуле

$$F_{\text{мг}} = \frac{1}{2} Q_{ijkl} \varepsilon_{ij} I_k I_l. \quad (1.9)$$

В случае гексагональной симметрии, когда координатная ось X_3 выбрана ориентированной вдоль оси шестого порядка, тензор магнитострикции Q_{ijkl} имеет следующие отличные от нуля независимые компоненты [3,4]:

$$\begin{aligned} Q_{1111} &= Q_{2222}, Q_{3333}, Q_{1122} = Q_{2211}, Q_{1133} = Q_{2233}, \\ Q_{3311} &= Q_{3322}, Q_{2323} = Q_{2332} = Q_{3232} = Q_{1313} = Q_{1331} = Q_{3131}, \\ Q_{1212} &= Q_{1221} = Q_{2112} = Q_{2121} = \frac{(Q_{1111} - Q_{1122})}{2} \end{aligned}$$

Для изотропной магнитострикционной среды согласно [4] число независимых компонентов тензора магнитострикции равняется двум:

$$\begin{aligned} Q_{1111} - Q_{2222} &= Q_{3333}, \\ Q_{1122} &= Q_{2211} = \dots = Q_{3311} = Q_{1133}, \\ Q_{1212} &= Q_{1221} = \dots = Q_{1313} = Q_{1331} = \frac{1}{2}(Q_{1111} - Q_{1122}). \end{aligned} \quad (1.10)$$

В работе [5] магнитоупругая энергия единицы объема определяется по формуле

$$F_{\text{мг}} = \frac{1}{2} \mu_0 B_{ijkl} \varepsilon_{ij} I_k I_l. \quad (1.11)$$

Сравнивая формулы (1.9) и (1.11), легко получим

$$Q_{ijkl} = \mu_0 B_{ijkl}. \quad (1.12)$$

Из формул (1.10) и (1.12) вытекает, что

$$B_{ijkl} = e_2 \delta_{ij} + \frac{e_1 - e_2}{2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}),$$

где введены следующие обозначения:

$$e_1 = B_{1111}, \quad e_2 = B_{1122}, \quad (1.13)$$

а δ_{ij} — символ Кронекера.

2. В статье [1] для компонент тензора изотермических магнитострикционных постоянных приведены следующие выражения:

$$\begin{cases} h_{333} = Q_{1111}^* I_0 + \frac{1}{6} R_1^* I_0^3 + \frac{1}{120} L_1^{0*} I_0^5, \\ h_{311} = Q_{1122}^* I_0 + \frac{1}{6} R_2^* I_0^3 + \frac{1}{840} L_1^{0*} I_0^5 \end{cases} \quad (2.1)$$

и показано, что

$$h_{311} = -\frac{1}{2} h_{333}, \quad (2.2)$$

причем разница между значениями величин Q_{ijkl} и Q_{ijkl}^* может составлять менее процента [1]. Приближенно можно считать также, что

$$h_{311} \approx Q_{1122} I_0^0, \quad h_{333} \approx Q_{1111} I_0^0.$$

Используя (2.2), получаем

$$Q_{1122} = -\frac{Q_{1111}}{2}.$$

Отсюда с учетом (1.12) и (1.13) легко заметить, что имеет место следующее важное соотношение [6].

$$e_2 \approx -\frac{e_1}{2}.$$

Из формул (1.6) и (1.7) вытекает, что

$$a = \frac{h}{\mu_0} = \frac{Q_{1111} I^0}{\mu_0}.$$

В работе [2] приводится выражение пьезомагнитной постоянной для поликристаллического феррита

$$\mu_0 a(I^0, I') = 2Q_1 I^0 + 4R_1 (I^0)^3 + 3R_1 I^0 (I')^2, \quad \text{sgn}\left(\frac{Q_1}{R_1}\right) < 0, \quad (2.4)$$

где $Q_1 = Q_{1111}$, а R_1 с большой точностью совпадает с величиной R_1^* , фигурирующей в формуле (2.1). Представляет интерес рассмотрение зависимости пьезомагнитной постоянной a при небольших значениях B' от величины B^0 . Из формулы (2.4) следует, что максимальное значение этой постоянной при $B' = \mu_0 I' \rightarrow 0$ определяется оптимальной индукцией поляризации B_*^0 и равно $a_{\max}^0$:

$$B_*^0 = \mu_0 \sqrt{\frac{(-Q_1)}{6R_1}}, \quad a_{\max}^0 = \frac{4}{3\mu_0} Q_1 \sqrt{\frac{(-Q_1)}{6R_1}}.$$

Отсюда легко получается, что

$$Q_1 = \frac{3}{4} \mu_0^2 \frac{a_{\max}^0}{B_s^0}. \quad (2.5)$$

С другой стороны, для изотропных магнитострикционных материалов имеет место приближенная формула [2]

$$|a| \approx \frac{6}{5} |\lambda_s| \frac{B^0 E^B}{B_s^2},$$

где λ_s и B_s соответственно магнитострикция и индукция насыщения. Магнитострикция насыщения определяется формулой [8]

$$\lambda_s \approx \frac{2\lambda_{100} + 3\lambda_{111}}{5},$$

где λ_{100} и λ_{111} магнитострикции соответственно вдоль осей [100] и [111]. При слабой анизотропной магнитострикции можно считать $\lambda_s \approx \lambda_{111}$. Так как значение $a_{\max}^0$ соответствует значению B_s^0 ,

$$|a_{\max}^0| \approx \frac{6}{5} |\lambda_s| \frac{B_s^0 E^B}{B_s^2}. \quad (2.6)$$

Подставляя значение (2.6) в формулу (2.5), окончательно получим

$$|Q_1| \approx \frac{9}{10} \mu_0^2 |\lambda_s| \frac{E^B}{B_s^2}. \quad (2.7)$$

Вышеизложенная теория скорее всего качественно, чем количественно объясняет поведение пьезомагнитных постоянных. Значения, полученные согласно формуле (2.7) приблизительно фиксированным числовым множителем, отличаются от соответствующих значений, полученных экспериментальным путём, и приведены в [2] для некоторых ферромагнитных материалов.

Используем формулу, предложенную Бозортом [7]:

$$\Lambda = \frac{3\lambda_{111}}{2K_1} B_s \left(\frac{B^0}{B_s} \right) \left(1 - \left(\frac{B^0}{B_s} \right)^2 \right) f, \quad (2.8)$$

где f — коэффициент, приблизительно равный 1.5, K_1 — константа магнитной анизотропии.

Из формулы (2.8) вытекает, что

$$\operatorname{sgn}(\Lambda) = \operatorname{sgn} \left(\frac{\lambda_{111}}{K_1} \right),$$

т.е. знак Λ определяется знаком отношения $\frac{\lambda_{111}}{K_1}$.

Уже было отмечено, что константы a и Λ имеют одинаковый знак. В силу этого из (2.7) с учетом (1.12) и (1.13) легко получаются приближенные формулы

$$e_1 \approx 0.9c\mu_0|\lambda_S|\frac{E^B}{B_S^2}sgn(\frac{\lambda_{111}}{K_1}), \quad Q_1^{мп} = \mu_0 \cdot e_1, \tag{2.9}$$

где c — числовой коэффициент, приблизительно равный отношению экспериментального и теоретического значений магнитострикционной константы (сравнительный анализ с данными, приведенными в [2], показывает, что $c \approx 1.8$). Статический модуль Юнга для ферритов Ф-86, Ф-107 и, по-видимому, других аналогичных материалов на 15-18% меньше, чем динамический [2], в связи с чем нами принято приближенно $E^B \approx 1.115E$.

Значения магнитострикционных констант e_1 и e_2 , которые для некоторых ферромагнитных материалов и ферритов приведены в табл. 1, получаются с помощью формул (2.9) и (2.3).

Таблица 1

Наименование или марка материала	B_S, T	$\lambda_S \cdot 10^6$	Модуль Юнга $E \cdot 10^{-11} Н/м^2$	$sgn(\frac{\lambda_{111}}{K_1})$	e_1	e_2
Никель НП-2Т	0.61[2]	-32[2]	2.1[6]	+	42	-21
Ферроскуб 7А1	0.33[6]	-28[2]	1.7[6]	+	102	-51
Ферроникель $NiFe_2O_4$	0.34[2]	-26[2]	1.5[6]	+	79	-39.5
Феррит Ф-107	0.38[6]	-27[2]	1.7[6]	+	75	-37.5
Феррит Ф-86	0.35[2]	-24[2]	1.7[6]	+	78	-39
Кобальт	1.79[2]	-60[2]	2.1	-	-9	4.5
13AlFe(алфер)	1.3[2]	40[2]	1.5[6]	+	7	-3.5
Пермендюр	2.45[2]	-70[2]	-	-	-5	2.5
Железо	2[2]	-7[2]	2.1	-	-1	0.5
Феррогранат $Y_3Fe_5O_4$	0.175[9]	-3[9]	2.08[9]	+	48	-24

При расчете для пермендюра, модуль Юнга которого нам неизвестен, приближенно принято $E = 2 \cdot 10^{11}$.

Таблица 2

Наименование или марка материала	$Q_1^{экс} \cdot 10^7$	$Q_1^{эмп} \cdot 10^7$	Относительная погрешность, %
Феррит Ф-86	930[2]	985	5.97
Ферроникель $NiFe_2O_4$	900[2]	992	10
Никель НП-2Т	490[2]	530	8.42

В табл. 2 для сравнения одновременно с экспериментальными значениями магнитострикционной константы Q_1 для некоторых материалов [2] приведены также значения той же константы, вычисленные согласно формуле (2.9).

Из этой таблицы видно, что относительная погрешность не превосходит 10 процентов.

Институт механики НАН РА

Академик Г. Е. Багдасарян, З. Н. Даноян, Э. А. Даноян

Об определении численных значений констант магнитострикции

В литературе в основном приводятся значения динамических пьезомагнитных постоянных для магнитострикционных ферромагнитных материалов и ферритов. Однако часто бывает необходимо знать значения магнитострикционных констант для вышеуказанных материалов. Исходя из уравнений состояния магнитострикционной среды выводится эмпирическая формула для вычисления значений магнитострикционных констант.

Ակադեմիկոս Գ. Է. Բաղդասարյան, Զ. Ն. Դանոյան, Է. Վ. Դանոյան

Մագնիսաստրիկցիայի հաստատությունների թվային արժեքների որոշումը

Գրականության մեջ հիմնականում բերված են դինամիկ պյեզոմագնիսական հաստատությունների արժեքները ֆերոմագնիսական մագնիսաստրիկցիոն նյութերի և ֆերիտների համար: Սակայն հաճախ անհրաժեշտ է լինում իմանալ վերոհիշյալ նյութերի համար մագնիսաստրիկցիոն հաստատությունների արժեքները: Մագնիսաստրիկցիոն միջավայրի վիճակի հավասարումների հիման վրա ստացվել է էմպիրիկ բանաձև մագնիսաստրիկցիայի հաստատությունների արժեքը հաշվելու համար:

Academician G. E. Bagdasaryan, Z. N. Danoyan, E. H. Danoyan

On Determination of Numerical Values of Magnetostrictive Constants

In the literature, the values of dynamic piezomagnetic constants mainly brought for magnetostrictive ferromagnetic materials and ferrits. However, in some cases it is necessary to know the values of magnetostrictive constants for above-mentioned materials.

In the presented work the empiric formula is obtained to calculate the magnetostrictive constants based on the state equations of magnetostrictive media.

Литература

1. Власов К.Б. - Изв. АН СССР. Сер. физ. 1957. Т. 21. С. 1140-1148.
2. Сыркин Л.Н. Пьезомагнитная керамика. Изд. 2-е, переработанное и дополненное. Л. Энергия. 1980. 205 с.
3. Власов К.Б. - Журн. экспериментальной и теоретической физики. 1960. Т. 38. Вып. 3. С. 889-894.
4. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. Изд. 2-е, переработанное. М. Наука. 1979. 639 с.
5. Pao Y-H., Yen C.-S. - Int. J. Eng. Sci. 1973. V. 11. N4. P. 415-436.
6. Багдасарян Г.Е. Колебания и устойчивость магнитоупругих систем. Ереван. Тигран Мец. 1999. 437 с.
7. Бозорт Р. Ферромагнетизм. М. ИЛ. 1956.
8. Белов К.П. Магнитострикционные явления и их технические приложения. М. Наука. 1987. 160 с.
9. Яковлев Ю.М., Генделев С.Ш. Монокристаллы ферритов в радиоэлектронике. М. Советское радио. 1975. 360 с.

УДК 577.3

А. Т. Карапетян¹, Г. А. Аветисян², В. Б. Аракелян²

Влияние ланжевенковского шума на ДНК-биосенсоры

(Представлено чл.-кор. НАН РА А. А. Трчуняном 21/IV 2010)

Ключевые слова: ДНК-биосенсоры, ланжевенковский шум, адсорбция лигандов на ДНК

Введение. В основе всех молекулярных ДНК-биосенсоров лежит регистрация высокоспецифического распознавания последовательностей распределения нуклеиновых кислот [1-3]. Специфичность и достаточная прочность взаимодействия между двумя комплементарными цепями ДНК служат основой для того, чтобы признать молекулу последней наиболее подходящей для использования в биосенсорах. В типичной конфигурации одноцепочная ДНК-мишень иммобилизована на подложке, образуя слой для распознавания. Если в растворе есть одноцепочные ДНК, комплементарные ДНК-мишеням, то образуются дуплексы ДНК. Образование дуплекса активизирует сигнал, который, преобразовываясь в электрические импульсы, передается регистрирующему устройству. Как правило, дуплексы и иммобилизованные на подложке одиночные цепи ДНК окружены большим количеством лигандов разного типа. Адсорбция лигандов на одиночные цепи ДНК может влиять на взаимодействие между двумя комплементарными цепями и образование дуплексов ДНК, что неизбежно повлечет за собой процесс формирования выходного сигнала биосенсора. Адсорбция лигандов на дуплексах ДНК может влиять также на процесс формирования выходного сигнала биосенсора. Несмотря на значительные достижения в использовании ДНК-биосенсоров в научных и прикладных исследованиях [4], некоторые задачи, связанные с усовершенствованием методов определения и идентификации параметров ДНК-биосенсора, остаются нерешенными. В первую очередь это задача усиления выходного сигнала ДНК-биосенсора, тесно

связанная с проблемой шумов выходного сигнала. ДНК-биосенсор обычно "работает" в среде, где всегда существует случайно флуктуирующий тепловой шум, от которого практически невозможно избавиться. Поэтому исследование влияния внешних шумов на выходной сигнал ДНК-биосенсора весьма актуально.

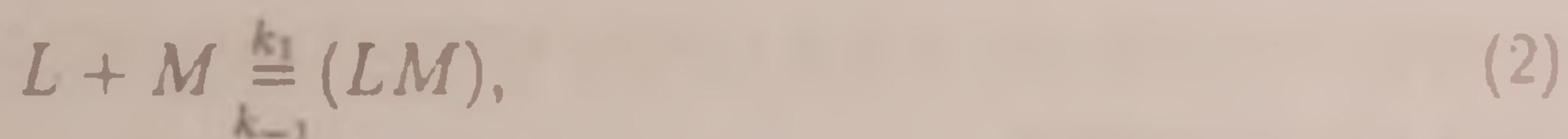
В настоящей работе рассмотрена теоретическая модель формирования выходного сигнала ДНК — биосенсора в пространственно-однородной среде, где влиянием на выходной сигнал внутренних флуктуаций можно пренебречь.

Теоретическая часть. Влияние внешнего шума на величину выходного сигнала ДНК-биосенсора исследовано в рамках следующей модели формирования выходного сигнала. Примем, что величина выходного сигнала ДНК-биосенсора пропорциональна числу ДНК дуплексов и равна I_0 ; при связывании лиганда с ДНК дуплексами она изменяется на величину, пропорциональную числу связанных с одним дуплексом ДНК лигандов $x(t)$. Таким образом, величину выходного сигнала системы ДНК-биосенсора в зависимости от времени $I(t)$ можно представить в виде

$$I(t) = I_0 + \alpha \cdot x(t), \quad (1)$$

где α — коэффициент пропорциональности. Заметим, что перед α может быть знак "минус", если при адсорбции лиганда на ДНК дуплексе величина выходного сигнала уменьшается.

Рассмотрим задачу влияния внешнего шума на величину выходного сигнала ДНК-биосенсора в такой флуктуирующей среде, где исключено воздействие осложняющих факторов. Допустим, что: 1) ДНК-биосенсор работает в пространственно-однородной среде, т. е. нет диффузионных ограничений в кинетике связывания субстрата с ДНК; 2) ДНК-биосенсор работает в такой макроскопической среде, где можно пренебречь внутренними флуктуациями. Тогда квазихимическая реакция, описывающая взаимодействие лиганда с адсорбционным участком на ДНК, будет иметь вид



где (LM) — комплекс лиганда (L) с адсорбционным центром на ДНК (M), k_1 и k_{-1} — константы скоростей образования и распада комплекса соответственно. ДНК дуплекс представим в виде одномерного кристалла с N числом адсорбционных центров связывания. Лиганд, имеющий намного меньшие линейные размеры, при адсорбции занимает n адсорбционных центров на ДНК дуплексе. Ранее нами было показано, что для случая малого заполнения уравнение, описывающее изменение во времени числа

адсорбированных на ДНК лигандов в единичном объеме, имеет вид [5]

$$\frac{dx}{dt} = k_1 c_f (N - (2n - 1)x) - k_{-1} x, \quad (3)$$

где c_f — число свободных лигандов в растворе. Из полученного соотношения следует, что флуктуации параметров переводят уравнение (3) в класс стохастических дифференциальных уравнений (СДУ), причем в зависимости от того, какой параметр флуктуирует, СДУ будет ланжевеновским, когда случайная функция прибавляется к правой части уравнения, или же мультипликативным, когда случайная функция умножается на переменную x . Рассмотрим случай, когда флуктуирует число адсорбционных центров N , что может происходить в результате изменения сродства адсорбционного центра под воздействием случайно изменяющихся факторов внешней среды. Флуктуации в среде могут возникнуть вследствие действия множества независимых факторов, и если вклад каждого из них мал, то их суммарное воздействие согласно центральной предельной теореме имеет гауссовское распределение. Следовательно, $N(t)$ можно представить в виде суммы среднего $\bar{N}$ и гауссовского шума $\xi(t)$, среднее значение которого равно нулю, т. е. $\overline{\xi(t)} = 0$ [6]. Имеем следующее выражение для $N(t)$:

$$N(t) = \bar{N} + \sigma_N \cdot \xi(t), \quad (4)$$

где $\xi(t)$ — гауссовский шум, среднее значение которого $\overline{\xi(t)} = 0$ [6]; σ_N^2 — интенсивность шума, а индекс N указывает, какой из параметров адсорбции подвержен действию внешнего шума. σ_N не зависит от времени, так как рассматривается случай стационарного внешнего шума. Учитывая, что в подавляющем большинстве случаев время корреляции флуктуаций внешней среды много меньше характерного времени изменения переменной в системе, "быстрые" флуктуации среды можно заменить шумом без "памяти", т. е. переходить к пределу белого шума. Такая замена позволяет рассмотреть гауссовский белый шум с характеристиками: $\overline{\xi(t)} = 0$, $\overline{\xi(0) \cdot \xi(t)} = \delta(t)$, где $\delta(t)$ — дельта-функция и все коммулянты выше второго равны нулю [6]. Подставив (4) в (3), получим

$$\frac{dx}{dt} = -(k_{-1} + (2n - 1)k_1 c_f)x + k_1 c_f \bar{N} + k_1 c_f \sigma_n \xi(t). \quad (5)$$

Из (5) видно, что внешний шум является аддитивным и СДУ имеет классический ланжевеновский вид. Решив уравнение (5), можно определить среднее число адсорбированных на ДНК дуплексе лигандов и его дисперсию. Для этого сначала определяется точное решение уравнения (5) при начальном

условии $x(0) = 0$, которое имеет вид

$$x(t) = \exp(-(k_{-1} + (2n - 1)k_1c_f)t) \times \times \int_0^t \{k_1c_f\bar{N} + k_1c_f\sigma_N\xi(t')\} \exp((k_{-1} + (2n - 1)k_1c_f)t')dt'. \quad (6)$$

Усредняя решение (6) и учитывая, что $\overline{\xi(t)} = 0$, для среднего числа адсорбированных на ДНК дуплексе лигандов $\overline{x(t)}$ получим

$$\overline{x(t)} = \frac{k_1c_f\bar{N}}{k_{-1} + (2n - 1)k_1c_f} (1 - \exp(-(k_{-1} + (2n - 1)k_1c_f)t)). \quad (7)$$

Для стационарного значения среднего числа связанных с ДНК дуплексом лигандов $(\bar{x})_{st}$ в случае, когда под воздействием внешнего шума флуктуирует число адсорбционных центров на ДНК дуплексе, уравнение (7) дает

$$(\bar{x})_{st} = \frac{Kc_f\bar{N}}{1 + (2n - 1)Kc_f}, \quad (8)$$

где $K = k_1/k_{-1}$ — константа равновесия квазихимической реакции (2).

Вычислим дисперсию числа адсорбированных на ДНК дуплексе лигандов при наличии ланжевеновского внешнего шума. Решение (6) представим в виде

$$x(t) = \overline{x(t)} + \gamma(t), \quad (9)$$

где

$$\gamma(t) = \exp(-(k_{-1} + (2n - 1)k_1c_f)t) \int_0^t k_1c_f\sigma_N\xi(t') \exp((k_{-1} + (2n - 1)k_1c_f)t')dt'. \quad (10)$$

Дисперсия связанных с ДНК дуплексом лигандов определяется из соотношения

$$\overline{\Delta x^2(t)} = \overline{(x(t) - \overline{x(t)})^2}. \quad (11)$$

Учитывая (10) и (9), из (11) получим выражение для нестационарной дисперсии связанных с ДНК дуплексом лигандов

$$\overline{\Delta x^2(t)} = \frac{(k_1c_f\sigma_N)^2}{2(k_{-1} + (2n - 1)k_1c_f)} \{1 - \exp(-2(k_{-1} + (2n - 1)k_1c_f)t)\}. \quad (12)$$

Из (12) можно получить выражение для стационарной дисперсии числа адсорбированных на ДНК дуплексе лигандов

$$(\overline{\Delta x^2})_{st} = \frac{k_{-1}(Kc_f\sigma_N)^2}{2(1 + (2n - 1)Kc_f)}. \quad (13)$$

Время релаксации дисперсии τ_d , в течение которого дисперсия выходит на стационарный уровень, как видно из (12), равно обратной величине коэффициента при t в экспоненциальном множителе

$$\tau_d = (2(k_{-1} + (2n - 1)k_1c_f))^{-1}. \quad (14)$$

Аналогичным образом из (7) получим выражение для оценки времени релаксации среднего числа адсорбированных на ДНК дуплексе лигандов $\tau_{\bar{x}}$

$$\tau_{\bar{x}} = (k_{-1} + (2n - 1)k_1c_f)^{-1}. \quad (15)$$

Из (14) и (15) следует, что время релаксации дисперсии τ_d в два раза меньше, чем время релаксации для среднего числа адсорбированных на ДНК дуплексе лигандов $\tau_{\bar{x}}$.

Результаты и их обсуждение. Стационарное значение среднего выходного сигнала ДНК-биосенсора при наличии ланжевеновского внешнего шума равно

$$\overline{I(t)} = I_0 + \alpha \cdot \frac{Kc_f\bar{N}}{1 + (2n - 1)Kc_f}. \quad (16)$$

Из (16) следует, что стационарное значение среднего выходного сигнала $\overline{I(t)}$ не зависит от интенсивности шума. Это обстоятельство является прямым следствием ланжевеновского шума. Из (16) следует также, что с увеличением концентрации лигандов в растворе (c_f) стационарное значение среднего выходного сигнала увеличивается, достигая величины

$$\overline{I(t)} = I_0 + \alpha \cdot \bar{N}/(2n - 1). \quad (17)$$

Анализ выражения (14) показывает, что время релаксации дисперсии τ_d зависит от числа мест, с которыми связывается одна молекула лиганда, концентрации лигандов в растворе, констант скоростей образования и распада комплекса лиганда с ДНК. Зависимость τ_d от безразмерной концентрации лигандов в растворе представлена на рис.1.

Как видно из рис.1, с увеличением концентрации время релаксации τ_d уменьшается. Из (1) и (13) можно показать, что стационарное значение дисперсии выходного сигнала ДНК-биосенсора при наличии ланжевеновского внешнего шума равно

$$(\overline{\Delta I^2})_{st} = \alpha^2 \cdot \frac{k_{-1}(Kc_f\sigma_N)^2}{2(1 + (2n - 1)Kc_f)}. \quad (18)$$

Из (17) следует, что дисперсия выходного сигнала ДНК-биосенсора пропорциональна интенсивности внешнего шума σ_N^2 . Зависимость дисперсии

выходного сигнала ДНК-биосенсора от концентрации лигандов в растворе представлена на рис.2.

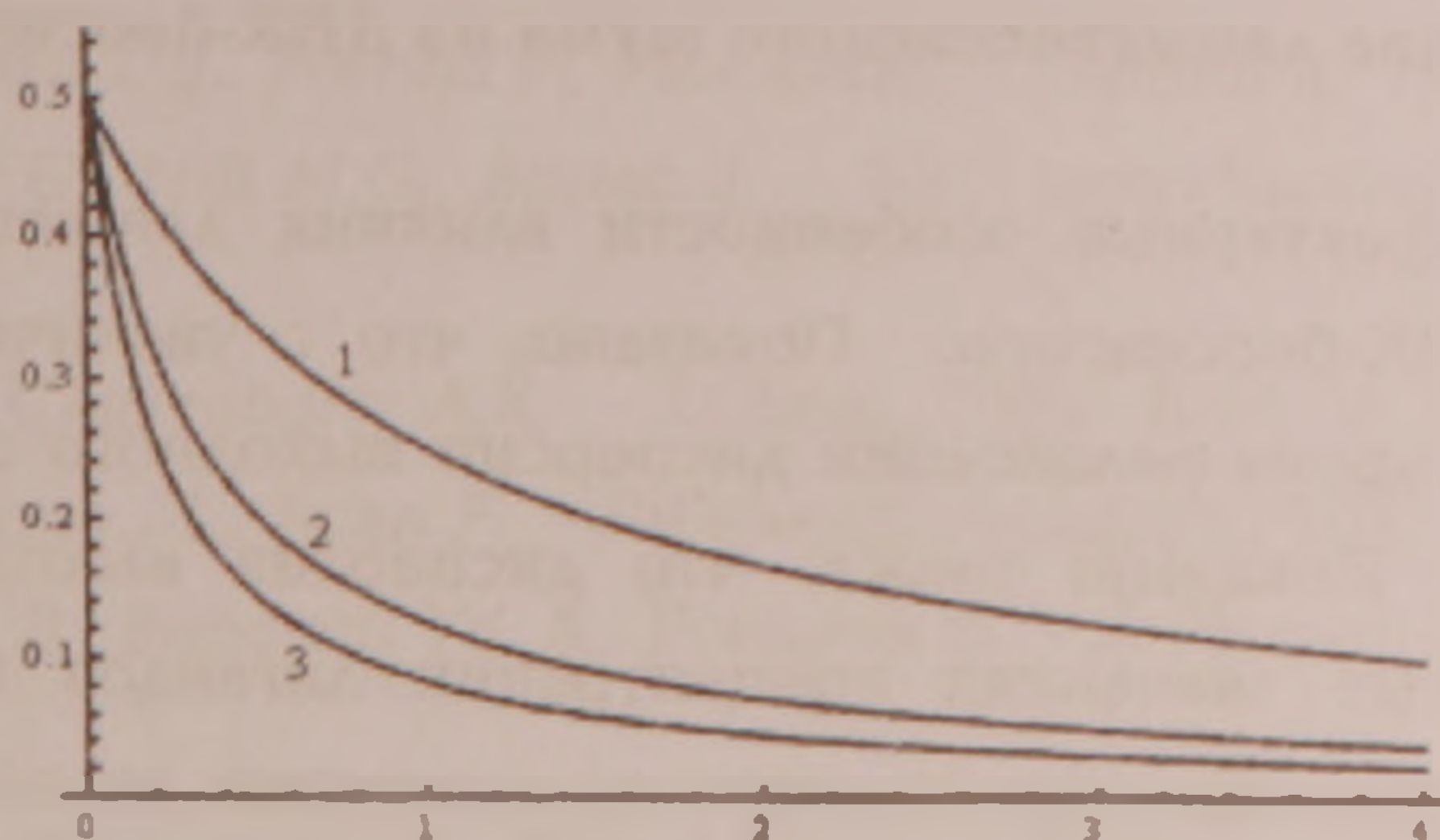


Рис.1. Зависимость времени релаксации дисперсии τ_d (в единицах k_{-1}) от концентрации свободных лигандов c_f , выраженной в единицах константы связывания K при различных значениях n . На кривой 1 $n = 1$, на кривой 2 $n = 2$, на кривой 3 $n = 3$.

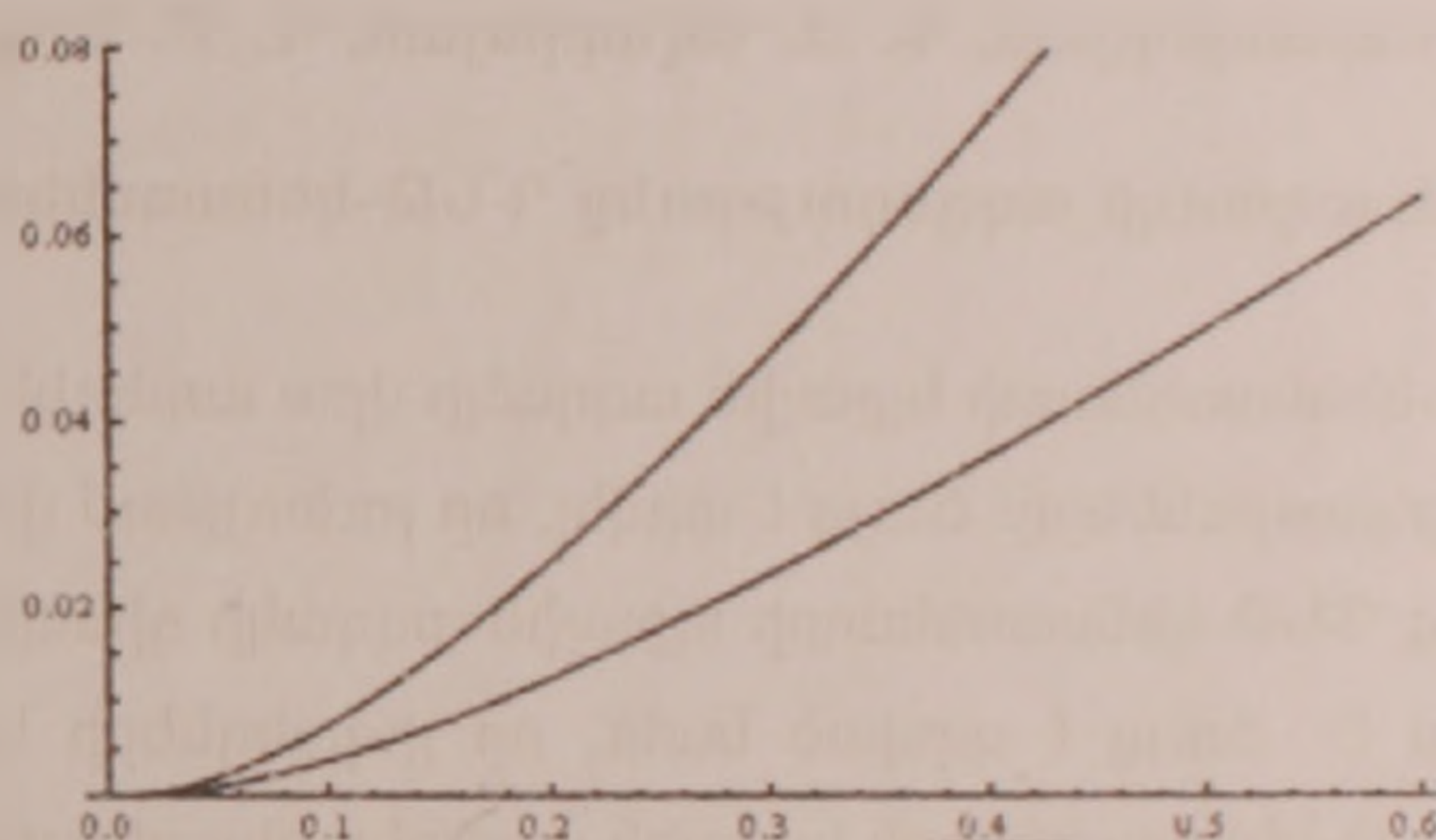


Рис.2. Зависимости безразмерной дисперсии $(\Delta I^2)_{st}$ от концентрации свободных лигандов c_f , выраженной в единицах константы связывания K . По оси Y отложены значения $(\Delta I^2)_{st}/(\alpha^2 k_{-1} \sigma_N^2)$, по оси X — значения Kc_f . Кривые построены при $n = 2$. На верхней кривой интенсивность шума в два раза выше, чем на нижней.

Полученные на рис.2 зависимости безразмерной дисперсии от концентрации свободных лигандов свидетельствуют, что дисперсия выходного сигнала ДНК-биосенсора при малых значениях Kc_f пропорциональна $(Kc_f)^2$, а при больших значениях Kc_f линейно растет с увеличением Kc_f . Дисперсия выходного сигнала ДНК-биосенсора пропорционально растет с ростом интенсивности шума. Поскольку наряду с ланжевенковским шумом на ДНК-биосенсоры могут действовать и другие шумы (мультипликативный шум, внутренний шум и др.), то выявленные особенности ланжевенковского шума могут служить основой для идентификации шума, действующего на выходной сигнал ДНК-биосенсора.

¹Ереванский государственный университет архитектуры и строительства

²Ереванский государственный университет

Ա. Դ. Կարապետյան, Դ. Ա. Ավետիսյան, Վ. Բ. Արակելյան

Влияние ланжевенского шума на ДНК-биосенсоры

Определены характерные особенности влияния ланжевенского шума на выходной сигнал ДНК-биосенсора. Показано, что с увеличением концентрации лигандов в растворе время релаксации дисперсии выходного сигнала ДНК-биосенсора уменьшается. Показано также, что дисперсия выходного сигнала ДНК-биосенсора при малых значениях концентрации лигандов имеет квадратичную зависимость от концентрации, при больших же значениях эта зависимость линейная. Дисперсия выходного сигнала ДНК-биосенсора пропорционально растет с ростом интенсивности шума.

Ա. Թ. Կարապետյան, Դ. Ա. Ավետիսյան, Վ. Բ. Արակելյան

Լանժեւենյան աղմուկի ազդեցությունը ԴՆԹ-կենսասենսորների վրա

Որոշվել են ԴՆԹ-կենսասենսորի ելքային ազդակի վրա աղմուկի ազդեցության բնութագրական առանձնահատկությունները: Ցույց է տրվել, որ լուծույթում լիգանդների կոնցենտրացիայի աճին զուգընթաց ԴՆԹ-կենսասենսորի ելքային ազդակի դիսպերսիայի ռելաքսացիայի ժամանակը փոքրանում է: Ցույց է տրված նաեւ, որ լիգանդների կոնցենտրացիայի փոքր արժեքների դեպքում ԴՆԹ-կենսասենսորի ելքային ազդակի դիսպերսիան ունի քառակուսային կախվածություն կոնցենտրացիայից, մեծ արժեքների դեպքում, սակայն, այդ կախվածությունը գծային է: ԴՆԹ-կենսասենսորի ելքային ազդակի դիսպերսիան համեմատականորեն աճում է աղմուկի ինտենսիվության աճին զուգընթաց:

A. T. Karapetian, G. A. Avetisyan, V. B. Arakelyan

The Influence of Lanzhevin's Noise on DNA-Biosensors

It has been determined the characteristic peculiarities of noise effect on output signal of DNA-biosensor in this work. It has been shown, that with increasing of ligand concentration in solution, the relaxation time of dispersion of output signal of DNA-biosensor decreases. It has been also shown that the dispersion of output signal of DNA-biosensor has a quadratic dependence on concentration at low values of ligand concentration, on the other hand at high values, this dependence is linear. Dispersion of output signal of DNA-biosensor increases proportionally with increasing of noise intensity.

Литература

1. Chan V., Graves D.J., Fortina P., McKenzie. - Langmuir. 1997. V. 13. P. 320-329.
2. Drummond T.G., Hill M.G., Barton J. - Nat. biotechnology. 2003. V. 21. N 10. P. 1192-1199.
3. Hagan M.F., Chakraborty A.K. - J.Chem. Phys. 2004. V. 120. P. 4958-4968.
4. Palecek E., Fojta M., Jelen F. - Bioelectrochemistry. 2002. V. 56. P. 85-90.
5. Arakelyan V. B., Babayan Yu. S., Potikyan G. - J. Biomol. Str. Dyn. 2000. V. 18. N2. P. 231-235.
6. Hoesthemke W., Lefever R. Noise-Induced Transitions. Berlin, Heidelberg, N. Y. 1984.

УДК 577.15.27 277:612.8.015

А. А. Дургарян¹, О. А. Дмитренко², М. М. Матевосян¹,
академик А. А. Галоян¹

**Протекторная активность богатых пролином полипептидов при
генерализованной стафилококковой инфекции, вызванной
метициллин-резистентным *Staphylococcus aureus***

(Представлено 7/IV 2010)

Ключевые слова: MRSA, богатые пролином полипептиды, галармин, $Gx-NH_2$, протекция

Введение. Золотистый стафилококк (*Staphylococcus aureus*) за последние десять лет превратился в одну из основных угроз здравоохранению во многих странах мира. Способность микроорганизма приобретать устойчивость практически ко всем вновь вводимым в лечебную практику антибиотикам существенно ограничивает возможности антимикробной терапии и затрудняет эффективное лечение стафилококковых заболеваний. Последние эпидемиологические данные показывают, что *S. aureus* и в особенности его метициллин-резистентные варианты (MRSA) ответственны за большинство тяжелых случаев внутри- и внебольничных стафилококковых инфекций [1-4]. В сложившихся условиях необходимость нового подхода к терапии инфекций, вызванных золотистым стафилококком, становится все более актуальной. Несомненно, что одним из таких подходов может явиться поиск препаратов для лечения стафилококковых инфекций среди соединений, стимулирующих факторы естественной резистентности макроорганизма.

Открытые академиком А. Галояном богатые пролином пептиды (PRPs), выделенные из нейросекреторных ядер гипоталамуса, представляют новую семью гипоталамических нейропептидов. Эти пептиды синтезируются в форме общего белка-предшественника (нейрофизин-вазопрессин ассоциированного гликопротеина) и генетически детерминированно разделяются

протеолизом во время аксонального транспорта. Обнаружено, что PRPs обладают широким спектром биологической активности, включая иммуномодулирующие и нейропротективные свойства, и могут являться регуляторами гуморального и клеточного иммунитета, миелопоэза, дифференциации тимоцитов [5-8]. Показано, что один из этих пептидов — галармин (PRP-1), обладает свойствами цитокина и стимулирует антиген-представляющую функцию макрофагов, продукцию этими клетками фактора некроза опухолей (TNF- α) и секрецию интерлейкинов (IL-1 и IL-6) астроцитами [9-12].

В условиях *in vivo* выявлена высокая биологическая активность PRP-1 против ряда инфекций, вызванных грамотрицательными микроорганизмами, в том числе *Salmonella typhimurium*, *Salmonella cholerae suis*, *Salmonella typhi*, *Escherichia coli*, *Pseudomonas aeruginosa*, *Shigella flexneri*, *Shigella sonnei* [8]. Однако их действие на инфекционный процесс, вызванный грамположительными микроорганизмами, изучено еще недостаточно. Установлено, что при заражении экспериментальных животных эпизоотическим штаммом сибирской язвы одновременное введение PRP-1 способствует быстрой элиминации *Bacillus anthracis* из всех пораженных органов [13]. Показана элиминирующая активность PRP-1 к некоторым штаммам *S. aureus* и *Streptococcus pneumoniae*. Полученные результаты позволили предположить, что новые выделенные цитокины мозга могут оказаться эффективными при заражении бактериями, резистентными к антибиотикам, и, в частности, метициллин-резистентными штаммами *S. aureus*.

Целью проведенных исследований было изучение антистафилококковой активности PRP-1 и производного аналога Gx-NH₂ на модели септической инфекции, вызванной MRSA, в организме экспериментальных животных.

Материалы и методы. *Бактериальный штамм.* Для заражения мышей линии C57Black использован клинический изолят MRSA, выделенный при bacteriemии от пациента травматологического стационара. Изолят принадлежал к российскому эпидемическому штамму EMRSA-2, имел следующие молекулярно-генетические характеристики: *coa* тип 5, *spa* тип t008 и нес композитную стафилококковую хромосомную кассету *SCCmec* (*ccr1*⁺, *ccr2*⁺, комплекс *mec* тип B), гены энтеротоксинов SEA (*sea*) и SEC (*sec*). Помимо бета-лактамов антибиотиков штамм проявлял устойчивость к макролидам и хлорамфениколу и являлся продуцентом альфа-токсина.

Препараты. Использованы богатые пролином пептиды: PRP-1 и его амидированный аналог Gx-NH₂ [14]. PRP-1, состоящий из 15 аминокислотных остатков, имеет следующую первичную структуру: Ala-Gly-Ala-Pro-Glu-Pro-Ala-Glu-Pro-Ala-Gln-Pro-Gly-Val-Tyr (AGAPEPAEPAPGVY). Открытый проф. А. Галояном Gx-NH₂ состоит из 10 аминокислотных остатков — APEPAEPAPQ,

последний пролин амидирован (см.: А. А. Галоян, патент N1951 A2, N AM 20060142 (Армения)).

Заражение мышей и введение препаратов. Для заражения мышей использовали смыв 18-часовой агаровой культуры стафилококка в физиологическом растворе. Микробную взвесь в объеме 0.2 мл вводили внутрибрюшинно. PRP-1 и Gx-NH₂ вводились внутримышечно в объеме 0.2 мл в различные сроки до и после заражения. Мыши находились под наблюдением в течение недели. Гибель животных учитывали через 24, 48, 120, 144 ч после заражения.

Результаты. В первой серии экспериментов изучали активность различных доз препаратов. Опыты проводились на 42 мышах, которые были разделены на три группы: 1) мыши, получавшие инъекции Gx-NH₂ перед заражением, 10 шт.; 2) мыши, получавшие инъекции PRP-1 перед заражением, 22 шт.; 3) контрольные животные, которым вводился физ.раствор, 10 шт.

PRP-1 и Gx-NH₂ были введены в концентрации 1 мкг/мышь за 24 ч до заражения и повторно непосредственно после заражения в той же концентрации. Заражающая доза составила 8×10^8 микробных клеток/ мышь. Результаты опыта представлены в табл. 1.

Таблица 1

Выявление протективного действия препаратов PRP-1 и Gx-NH₂ на выживаемость лабораторных животных

Группа	Доза/ мышь	Число зараженных животных	Число погибших животных через				Число выживших животных, %
			24ч	48ч	120ч	144ч	
Gx-NH ₂	8×10^8	10	4	0	0	1	5 (50)
PRP-1	8×10^8	22	15	2	0	0	17 (23)
Контроль	8×10^8	10	3	4	1	0	2 (20)

Как видно из представленных в таблице данных, препарат Gx-NH₂ оказывал существенный протективный эффект, снижая смертность животных более чем в 2 раза по сравнению с контролем. Доза препарата PRP-1 1 мкг/мышь, введенная за сутки и непосредственно перед заражением, оказалась завышенной и не показала защитного действия.

Следующая серия экспериментов была поставлена с использованием PRP-1 в значительно меньших дозах и с иной схемой введения препарата. PRP-1 вводили в концентрации 10 и 100 нг/мышь. Препарат в концентрации 100 нг вводился внутримышечно (в/м) за 5 дней до заражения однократно. Для изучения действия PRP-1 в концентрации 10 нг использовали две подопытные

группы мышей, одной из которых препарат вводился однократно за 5 суток до заражения, второй – непосредственно после заражения. Контрольной группе вводился физ. раствор за 5 суток до заражения. Были сформированы три экспериментальные группы по пять мышей и контрольная группа, в которую включили 9 животных. Доза заражения составила 1.2×10^9 микробов/мышь. Результаты опыта предствалены в табл. 2.

Из таблицы видно, что PRP-1 в дозах 10 и 100 нг, введенный за 5 суток до заражения, не обладал протективным действием, а введенный за 24 ч до заражения в дозе 10 нг/мышь оказывал выраженный протективный эффект, обеспечив 100% -ную выживаемость животных.

Таблица 2

Выявление протективного действия PRP-1 в зависимости от дозы и срока введения препарата

Группа и дозировка	Доза/мышь	Число зара- женных жи- вотных	Число погиб- ших живот- ных через				Число выжив- ших живот- ных, %
			24ч	48ч	120ч	144ч	
1. PRP-1 100 нг за 5 дней	1.2×10^9	5	0	1	0	1	3 (60)
2. PRP-1 10 нг за 5 дней	1.2×10^9	5	1	1	1	-	2 (40)
3. PRP-1 10 нг за 24 ч	1.2×10^9	5	0	0	0	0	5(100)
4. Контроль	1.2×10^9	9	0	2	0	1	6 (66)

Выводы. Полученные результаты указывают на протективные возможности препаратов PRP-1 и его аналога Gx-NH₂ в отношении генерализованного инфекционного процесса, вызванного эпидемическим метициллин-резистентным штаммом *S.aureus*.

¹Институт биохимии им. Г.Х. Бунятына НАН РА
²ГУ НИИ эпидемиологии и микробиологии им. Н.Ф. Гамалеи РАМН

А. А. Дургарян, О. А. Дмитренко, М. М. Матевосян, академик А. А. Галоян

Протекторная активность богатых пролином полипептидов при генерализованной стафилококковой инфекции, вызванной метициллин-резистентным *Staphylococcus aureus*

Золотистый стафилококк (*Staphylococcus aureus*), и в частности метициллин-резистентный штамм *S.aureus*, несут ответственность за большинство случаев

осложнений стафилококковой этиологии. Богатые пролином полипептиды, в особенности PRP-1 (галармин) и его аналог Gx-NH₂, открытые академиком А.А. Галояном, являются эффективными средствами в случаях заражения бактериями, нечувствительными к антибиотикам, а именно, метициллин-резистентным штаммом S.aureus. Исследованы эффекты галармина и аналога Gx-NH₂ против инфекции, вызванной S.aureus.

Ա. Ա. Դուրգարյան, Օ. Ա. Դմիտրենկո, Մ. Մ. Մաթևոսյան,
ակադեմիկոս Ա. Ա. Գալոյան

Պրոլինով հարուստ պոլիպեպտիդների պաշտպանողական ակտիվությունը
ընդհանրացված ստաֆիլոկոկային ինֆեկցիայի ժամանակ, առաջացած
մեթիցիլին-կայուն Staphylococcus aureus-ի միջոցով

Staphylococcus aureus բակտերիան, հապկապես S.aureus-ի մեթիցիլին-կայուն (MSRA) տարբերակները պապասխանաբար են մեծ մասամբ ներքին և արտաքին ստաֆիլոկոկային ծանր դեպքերի ժամանակ: Ակադեմիկոս Ա.Գալոյանի կողմից հայտնաբերված պրոլինով հարուստ պոլիպեպտիդները, հապկապես ՊՀՊ-1 (գալարմինը) եւ նրա անալոգ Gx-NH₂, արդյունավետ դեղամիջոց են հակաբիոտիկների դեմ կայունություն ցուցաբերած բակտերիաներով վարակման դեպքում, մասնավորապես մեթիցիլին-կայուն S.aureus-ի չբամի ժամանակ: Ուսումնասիրվել է գալարմինի եւ Gx-NH₂ անալոգի ազդեցությունը Staphylococcus aureus-ի կողմից առաջացված ինֆեկցիայի ժամանակ:

A. A. Durgaryan, O. A. Dmitrenko, M. M. Matevosyan, academician A. A. Galoyan

Protectory Activity of Proline Rich Polypeptides at Generalized Staphylococcus
Infections Induced by Methicillin-Resistant Staphylococcus Aureus

S.aureus and particularly strains of methicillin-resistant S.aureus are responsible for the majority of complicated cases of intra- and extra diseased Staphylococcus infections. Proline rich polypeptides, namely PRP-1 (Galarmin) and its analogue Gx-NH₂ discovered by Academician A.A. Galoyan, are efficient at cases of being infected with bacteria resistant to antibiotics, namely to methicillin-resistant strains of S.aureus. The effects of Galarmin and its analogue Gx-NH₂ on Staphylococcus aureus infections have been studied.

Литература

1. Lowy F.D. - J. Clin. Invest. 2003. V. 111. N 9. P. 1265-1273.
2. Cauda R., Garau J. - Clin. Microbiol. Infect. 2009. V. 15. N 2. P. 109-111.

3. *Furuya E.Y., Lowy F.D.* - Nat Rev Microbiol. 2006. V. 4. N 1. P. 36-45.
4. *Lode H.M.* - Clin. Microbiol. Infect. 2009. V. 15. N 3. P. 212-217.
5. *Galoyan A.A.* In: Handbook of Neurochemistry and Molecular Neurobiology, v. Neuroimmunology 3rd Edition (Lajtha, A., Galoyan, A. and Besedovsky, H. eds), 2008, Springer Science+Business Media. P. 155-195.
6. *Galoyan A.A., Sarkissian J.S., Kipriyan T.K., Sarkissian E.J., Grigorian Y.Kh., Sulkhanyan R.M., Khachatrian T.S.* - Neurochem. Res. 2000. V. 25. P. 1567-1578.
7. *Aprikyan V.S., Galoyan K.A., Galoyan A.A.* - Neurokhimiya. 1998. V. 15. P. 189-195.
8. *Aprikyan V.S., Galoyan K.A., Galoyan A.A.* - J. Neurochemistry. 1999. V. 77. Suppl. S68D.
9. *Galoyan A.A.* - Neurochem. Res. 2000. V. 25. P. 1343-1355.
10. *Galoyan A.A.* - Biochemistry of Novel Cardioactive Hormones and Immunomodulators of the Functional System Neurosecretory Hypothalamus. Endocrine Heart. Nauka Publ. 1997. 240 p.
11. *Markossian K.A., Gurvits B.Ya., Galoyan A.A.* - Neurochemistry (RAS & NAS RA) 1999. V. 16. N 1. P. 22-25.
12. *Galoyan A.A.* - Brain Neurosecretory Cytokines: Immune Response and Neuronal Survival. Kluwer Academic/Plenum Publishers. 2004. 188 p.
13. *Galoyan A.A., Grigoryan S.L., Badalyan K.V.* - Neurochem Res. 2006. V. 31. P. 795-803.
14. *Galoyan A.A.* - Proceedings of the International Scientific Conference dedicated to the 75th anniversary of YSMU. Yerevan. 2005. P. 135-136.

BIOCHEMISTRY

УДК 576.8.097-29 + 612.42 + 547.582.3 + 661

K. E. Danielyan¹, S. G. Chailian¹, M. S. Nazaryan², academician A. A. Galoyan¹

Hypothalamic Proline Rich Peptide 1 (Galarmin) Protects Animals from
Cardiac Infarction

(Submitted 2/IX 2010)

Keywords: *cardiac infarction, proline rich peptide, heart, TnI, isoproterenol, epinephrine*

Introduction. Discovery of hypothalamic neurosecretory nuclei (NSO and NPV) [1], the elucidation of vasopressine and oxytocin primary structures in fifties, as well as research related to the releasing hormones discovery [2] might be considered as a foundation for modern molecular neuroendocrinology. During the past few years, A.A. Galoyan with his collaborators added a new dimension into this area. Isolation and study of cardioactive neurohormones, as well as immunomodulators, such as new cytokines generating in the neurosecretory cells of the hypothalamus by A.A. Galoyan and co-workers [3] was a fundamental for the development of A.A. Galoyan's concept "Neuroendocrine cardiology and neuroendocrine immunology" [4]. "The most important A.A. Galoyan's concept is that the secreted peptides and cytokines act not only as a component of Endocrine System, but also as modulators of Immune System" (Abel Lajtha [4]).

In 1962-1964 A.A. Galoyan discovered neurosecretion of the cardioactive compounds of hypothalamus, which served as regulators of vessels' tonus of cardiovascular system [3, 5].

Isolation, identification of coronary dilatory active neurohormones - K, C, G, produced in hypothalamic neurosecretory nuclei NSO and NPV and their multiple forms as well as protein-hormonal complexes of the hypothalamus, released from brain into blood in physiological as well as in pathological conditions, especially during the infarction of the myocardium, points to the neurohormonal regulation

of cardiac circulation [6]. Moreover, neurohormone "C" appeared as a powerful medicinal compound for the treatment of experimental [7], clinical [8] acute as well as chronic types of the cardiac infarction.

In 1997 A.Galoyan and his co-workers discovered new hormonal system of the neurosecretory hypothalamic family of the proline rich polypeptidic (PRPs) hormones, isolated from the hypothalamic neurosecretory nuclei - NSO and NPV, which possessed wide range of biological activities [6]. PRP-1 possesses an anti-neurodegenerative properties in number of diseases including Alzheimer [9]. Powerful anti-neurodegenerative properties of Galarmin in aluminum dependant intoxication with the amyloidal polypeptides [9], spinal cord hemisection [10] as well as hemisection of the N. Ischiadicus [11] prompted us to assume that Galarmin might possess with the cardioprotective abilities also.

Experimental techniques. The models of myocardial ischemia. 1. Isoproterenol induced cardiac impairment. We have utilized in our experiments 150-160 grams rats, which were restricted from food for 24 hours prior to the experiments. Isoproterenol was injected twice intraperitoneally (I/P) 7mg/100 g with 24 hours time window in accordance with the method described by Genovese, A. et all [12].

The experiments were proceeded in accordance with the Animals Use Regulations of RA.

1. PRP-1 was injected I/P 2 hours before isoproterenol. Before terminal surgery and organ harvesting, animals were deeply anesthetized with 50 mg/kg of pentobarbital. Blood was withdrawn from the V. Jugularis by vacutiner with absorbed on the vial wall's heparin.

2. Epinephrine induced cardiac impairment. The model of cardiac impairment was established by single I/P injection of 0.4 mg/100 g in accordance to the protocol introduced by Cellarius, YG [13] and other authors [14].

3. Quantive evaluation of Tnl in blood. The fluorimetric ELISA measurement of Tnl (STRATUS CS analyzer; Dade Behring) excludes any experimental false, which might be caused by the presence of the serum hemoglobin (till 5g/l), cholesterin (till 10 g/l), bounded (till 0.4 g/l) and free bilirubin (till 0.2 g/l). Using lithium heparinate as an anticoagulant, blood samples were analyzed automatically. In accordance with techniques, after the first antibody was added to a glass fiber paper linked to the dendrimer, the sample and the second antibody were added. Finally, enzyme activity measurement was started by the substrate wash solution with the simultaneous washing of the unbound, labeled antibody. The antibodies, glass fiber paper, and substrate-wash solution are assembled into test packs, each containing all of the reagents for one test, which is ready and easy to use [15].

4. The statistical significance was determined by ANOVA-one way and the values were considered statistically significant if $p < 0.05$.

Results and discussion. The efficiency of PRP in the model of ephynephrine/isoproterenol induced impairment of myocardium. We have chosen isoproterenol/epinephrine induced cardiac impairment models for evaluation of PRP's effect. These models very well mimic the situation, when activity of the sympatric nervous system is elevated (during emotional stress, when there is an elevation of catecholamine in the blood stream, which induces damage of stomach, heart). The effect of epinephrine occurs through its influence on alpha as well as beta receptors. Isoproterenol is a synthetic derivative of catecholamine, which exclusively binds with beta-one and beta-two receptors [16].

Thus, by the comparison of double systems' results, we could propose the possible mechanism of direct or non-direct PRP-1 influence. The authors described the histological early stage heart destructions in these models. Microscopy investigations revealed myocardial cell lesions, which, according to the authors, could be distinguished as segmental and subsegmental contractures, intracellular myocytolysis, and primary granular disintegration and might remain in animal myocardium for many hours [13].

The level of the cardiac ischemia was determined by evaluation of the TnI level in blood. Cardiac TnI is a part of the Tn system and there are three tissue specific isoforms: cardiac, quick contractive and slow contractive muscle specific. It has molecular weight equal to 23 000 D [17]. The amino acid heteromorphism doesn't exceed more than 41 percentiles. Cardiac TnI has additional (from 26-32 dependant on the species) aminoacids that determines its high specificity as a marker for diagnosis of cardiac impairment [17]. Also, it is necessary to take into account, that TnI cannot be released during any skeletal muscles or renal pathologies [17]. The TnI is released into the blood stream during 4-6 hours after infarction. The TnI's detectable amount reaches its maximum after 18-24 hours and remains in the blood stream till seventh day [17]. The selective leakage of the TnI might occur due to apoptosis and necrosis in situation of acute severe ischemia in the acute coronary syndrome during less severe ischemia or even after exposure of myocardium to cytokines, such as a tumor necrosis factor alpha during unstable coronary heart disease (CHD) [17].

First, it was examined effect of PRP in Epinephrine-induced cardiac ischemia model (Fig. 1). The high efficiency of protection was notable after very low dose of PRP injection: 5-10 ug/100g prevented 90% of leakage of TnI in comparison with the positive control (single injection of Epinephrine) into the blood stream, whereas 12-18 ug/100 g of the animal had a vivid opposite effect, which was stimulation of cardiac markers outflux for 12-20%.

In isoproterenol model (Fig.2) of cardiac impairment, the trend of the protection/exacerbation was almost similar with the 18 ug/100 g turning point concen-

tration the injected PRP. The trend type was very similar in both models, however, the degrees of Tnl leakage was higher in the Epinephrine model for 3 times. It might be explained by the fact that Epinephrine acts through alpha as well as beta-receptors, whereas isoproterenol acts only via the beta receptors. In addition, PRP clearly has a protective effect in both systems, which precludes the suggestion of its alpha or beta-receptor binding.

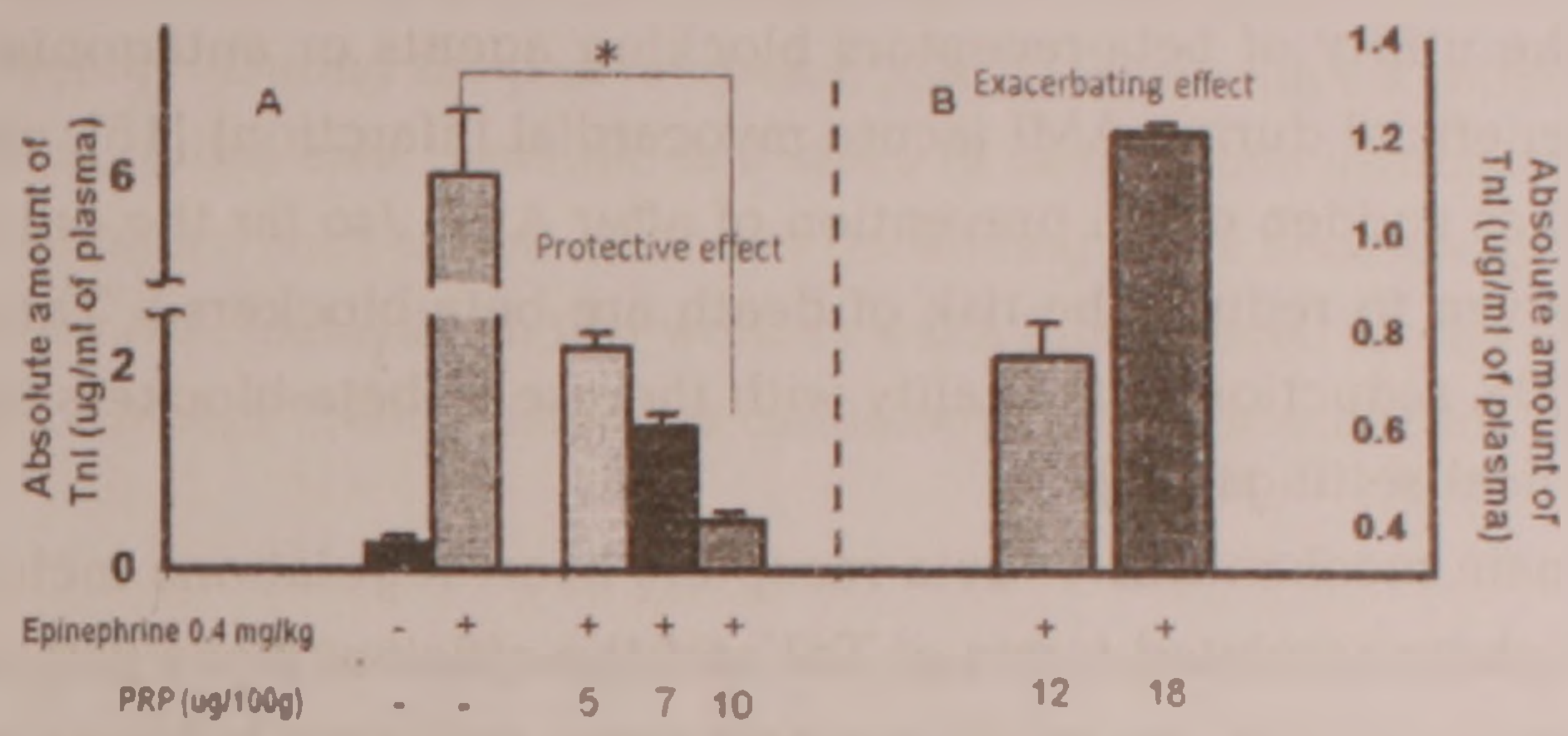


Fig.1. Cardio protective/deleterious effect of PRP, reflected by decrease of cTnl leakage into the blood stream in the model Epinephrine-induced cardiac impairment. A. In a dose dependant manner PRP was administered I/P 2 hours before the injection of isoproterenol and decreased the amount of cTnl in the blood stream. B. Increased dosage of PRP displayed reversed, deleterious effect and increased the amount of cTnl in blood ($n = 3$ rats per group; $p < 0.05$ between control and groups of the animals received PRP).

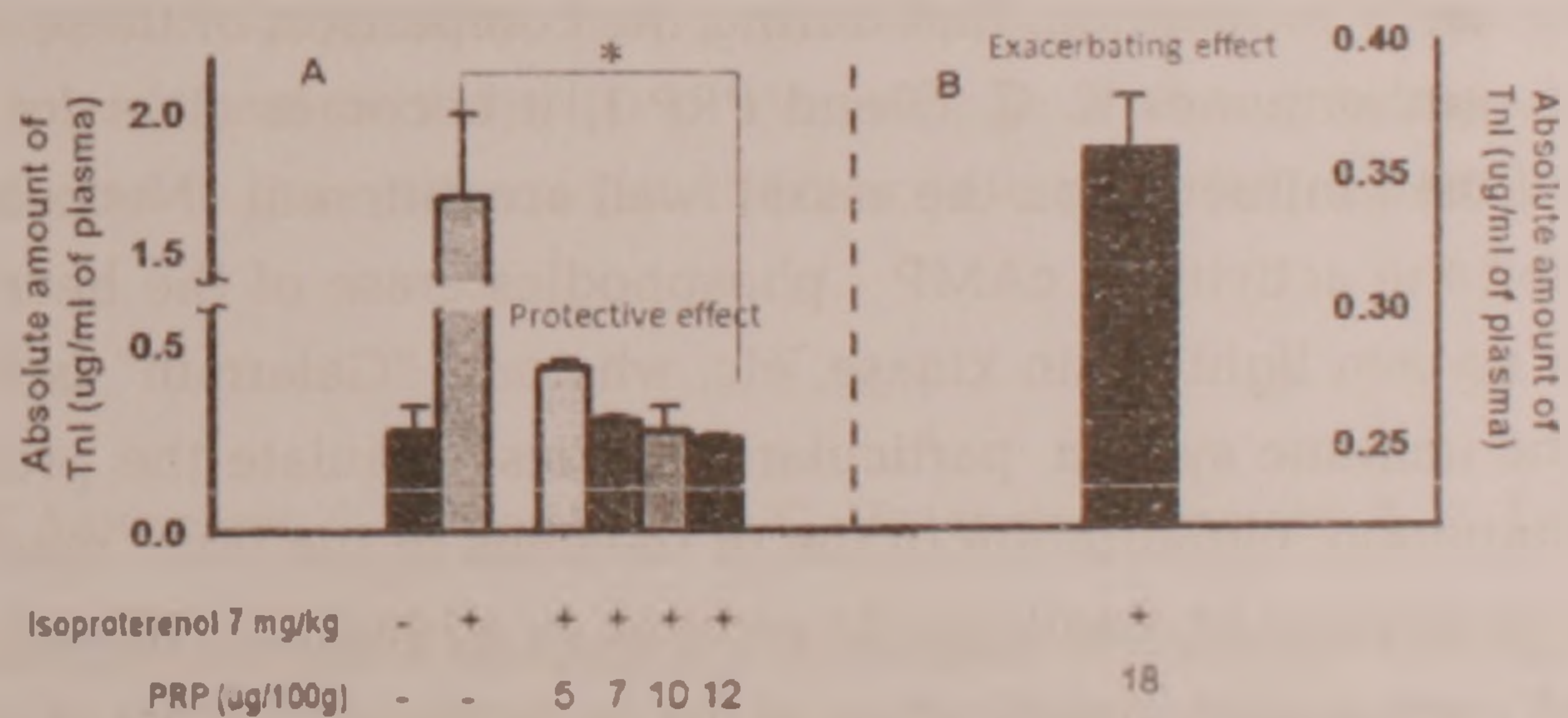


Fig.2. Cardio protective/deleterious effect of PRP, reflected by decrease of cTnl leakage into blood stream in the model Isoproterenol-induced cardiac impairment. A. In a dose dependant manner PRP I/P, which was administrated 2 hours before injection of Iso, decreased the amount of cTnl in blood stream. B. Increased dosage of PRP had a reversed, deleterious effect and increased the amount of cTnl in blood. Unless specified otherwise, the data are shown as a mean S.E.M. $n = 3$ rats per group; $p < 0.05$ between control and groups of the animals received PRP.

As a second negative control, we have injected PRP without administration of isoproterenol or epinephrine into the naive animals in a dose equal to 25 or

100 mg/kg of the animal's weight and monitored the leakage of TnI. The results of second negative control group were similar with the absolutely intact animals control groups (results are not shown).

Chronically increased effect of sympathetic nervous system on the diseased heart is mediated through beta-receptors in patients. This is manifested by elevated plasma level of Norepinephrine often before appreciable symptoms occur [18]. Thus, the utility of beta-receptors blocking agents or antagonist in clinical situation is beneficial during AMI (acute myocardial infarction) [18], chronic heart failure as well as sudden death prevention of after AMI, (so far the only drugs that have been proven to reduce the risk of death are beta-blockers.) There is an approximately 20% reduction in mortality with the use of beta-blockers after MI [18] and other clinical settings [18].

As the main mechanisms of beta-receptors heart regulations include involvement of (non)phosphorylated forms of TnI and the efficiency of PRP1 influence in this system occur via ARs, we might suggest some similarity between our peptide and clinically proved beta-blockers.

Taking into consideration the obtained data described above, it is possible to state that the neurosecretive hypothalamic nuclei produce not only cardiodilatory neurohormones (neurohormones K, C, G), but also cytokines- immunomodulators (proline rich polypeptides), which are able to regulate cardiac vessels, preventing vessels' spasm or be protective against cardiac infarction.

It is necessarily to mention, that during the comparison of these two types of compounds, neurohormones K, C, G and PRP-1, it becomes clear for us that the mechanisms of their influence on the vessel' wall are different. Neurohormones C, K and G inhibit the activity of cAMP - phosphodiesterase of the heart and brain, as well as the myosin light-chain kinase, etc, whereas, "Galarmin" is the powerful activator of the immune system, particularly it does stimulate the proliferation as well as differentiation, mobilization of the of the cells of the bone marrow.

The above mentioned results might serve as an addition for already performed and published comparative investigation of the immunomodulators of the neuroendocrine immune system of the brain in the light of the cardio-vascular system [4].

Acknowledgment. We are thankful to Dr Karine Galoian for her support, scientific advices and notes related with the construction and experimental design of the study.

¹H. Buniatian Institute of Biochemistry NAS RA

²Human Genetics Center, Yerevan

K. E. Danlelyan, S. G. Chailian, M. S. Nazaryan, academician A. A. Galoyan

Hypothalamic Proline Rich Peptide 1 (Galarmin) Protects Animals from Cardiac Infarction

Discovery of hypothalamic neurosecretory nuclei (NSO and NPV), the elucidation of vasopressine and oxytocin primary structures in fifties, as well as research related to the releasing hormones discovery might be considered as a foundation for modern molecular neuroendocrinology. During the past few years, A.A. Galoyan with his collaborators added a new dimension in this area. Isolation and study of cardioactive neurohormones, as well as immunomodulators, such as new cytokines generating in the neurosecretory cells of the hypothalamus by A.A. Galoyan and co-workers was a fundamental for the development of A.A. Galoyan's concept "Neuroendocrine cardiology and neuroendocrine immunology".

Ք.Է. Դանիելյան, Ս.Գ. Չաիլյան, Մ.Ս. Նազարյան, ակադեմիկոս Ա.Ա. Գալոյան

Սրտամկանի ինֆարկտի արգելակումը կենդանիների մոտ հիփոթալամուսից ստացված պրոլինով հագեցած պեպտիդ-1-ի (գալարմինի) միջոցով

Հաշվի առնելով արտադրվող հիփոթալամուսի N. Supraopticus (NSO), N. Paraventricularis (NPV) կորիզներում Գալարմինի (ՊՀՊ-1) պաշարայանիչ հարկությունները նեյռոդեգեներատիվ ԿՆՀ պաթոլոգիաների ժամանակ, ուսումնասիրվեց վերջինիս հարկությունները իզոպրոտերենոլային եւ էպինեֆրինային սրտային ինֆարկտի մոդելների վրա կենդանիների մոտ:

Արտահայտված պաշարայանիչ հարկություններ նկատվեցին ՊՀՊ-ի ցածր դոզաների կիրառման պայմաններում (5-10 մկգ/100 գ. Կենդանիի քաշ). Հեփաբրեյի եր. որ 18 մկգ/100 գ. դոզան ցուցաբերում էր վառ բացասական էֆֆեկտ, խթանելով TnI-ի արտազատումը 12-20%-ով.

К. Э. Даниелян, С. Г. Чаилян, М. С. Назарян, академик А. А. Галоян

Предотвращение инфаркта миокарда у животных с помощью богатого пролином пептида-1 (галармина), выделенного из гипоталамуса

С учетом протекторного влияния галармина, продуцируемого в N. Supraopticus, N. Paraventricularis гипоталамуса при нейродегенеративной патологии ЦНС, изучено действие богатого пролином пептида-1 на изопротереноловой и эпинефриновых моделях повреждения миокарда у животных. Высокая степень протекции отмечена при инъекции низких доз препарата (5-10 мкг/100 г массы животного). Интересно, что доза, равная 18 мкг/100 г пептида, имела ярко выраженное отрицательное влияние, стимулируя дополнительный выброс TnI на 12-20%.

References

1. *Scharrer E., Scharrer, B.* - Science. 1953. V. 118. 3072. P. 579-580.
2. *Schally A. V., Coy D. H. Meyers C. A.* - Annu Rev Biochem. 1978. V. 47. P. 89-128.
3. *Galoyan A. A.* - DAN Arm SSR. 1964. V. 38. N5. P. 305-308.
4. *Galoyan A. A.* The brain immune system: chemistry and biology of the signal molecules. In: Handbook of Neurochemistry and Molecular Neurobiology, v. Neuroimmunology (eds. A. Galoyan, and H. Besedovsky). Chapter 7. 2008. P. 155-195.
5. *Galoyan A. A.* - DAN Arm SSR. 1963. V. 34. N3. P. 109-112.
6. *Galoyan A. A.* Biochemistry of Novel Cardioactive Hormones and Immunomodulators of the Functional System Neurosecretory Hypothalamus-Endocrine Heart. Moscow. Nauka Publishers. 1997. 1-240.
7. *Mikaelian A. L., Galoyan A. A., Sherdukalo L. F., et al.* - DAN Arm SSR. 1973. V. 57. N1. P. 58-63.
8. *Dolabchian Z. L., Galoyan A. A. Grigorian A. A.* - DAN Arm SSR. 1973. V. 52. N2. P. 124-128.
9. *Galoyan A. A., Sarkissian J. S., Chavushyan V. A., et al.* - Alzheimers Dement. 2008. V. 4(5). P. 332-344.
10. *Galoyan A. A., Sarkissian J. S. Chavushyan V. A.* - Neurochemical Journal (RAS and NAS RA). 2007. V. 1. N2. P. 160-172.
11. *Galoyan A. A., Sarkissian J. S., Sulkhanyan R. M., et al.* - Neurochem Res. 2005. V. 30(4). P. 487-505.
12. *Genovese A., Chiariello M., de Alfieri W., et al.* - Jpn Heart J. 1982. V. 23. N6. P. 997-1006.
13. *Cellarius Y.G. Semenova L. A.* - Cor Vasa. 1977. V. 19. 1. P. 28-34.
14. *Muders F., Friedrich E., Luchner A., et al.* - J Card Failure. 1999. V. 5. P. 109-116.
15. *Altinier S., Monica M., Cappelletti A., et al.* - Clinical Chemistry. 2000. V. 46. P. 991-993.
16. *Chi O.Z., Wang G., Chang Q., et al.* - Neurol Res. 1998. V. 20. 3. P. 259.
17. *Zethelius B., Johnston, N.* - Circulation. 2006. V. 113. P. 1071-1078.
18. *Marso S. P., Griffin B. P. Topol E. J.* Manual of cardiovascular medicine. Lippincott Williams & Wilkins. 2000.

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 612.73+612.468

К. В. Казарян, Н. Г. Унанян, И. Б. Меликсетян, А. А. Саваян

Влияние окситоцина на спонтанную активность маточных труб у
небеременных крыс

(Представлено чл.-кор. НАН РА Л. Р. Манвеляном 25/II 2010)

Ключевые слова: матка, маточная труба, спайковая активность, окситоцин, *ovarian отгел, cervical отгел, пейсмекерные клетки*

Известно, что сократительная деятельность гладкомышечной ткани матки, подобно другим висцеральным органам, обеспечивается спонтанной электрической активностью [1,2]. Последняя у небеременных крыс представляет собой разряды периодически возникающих всплеск потенциалов действия, которые являются результатом циклических деполяризаций мембран клеток [3,4]. Если каждая клетка матки в определенных условиях может становиться источником спонтанной активности, то в маточных трубах (рогах) пейсмекерные области располагаются в *ovarian* и *cervical* их концах [5,6].

Вместе с тем в литературе не представлены данные о наличии ритмогенных зон в средних областях маточных труб. Известно, что важным регуляторным агентом гладкомышечной ткани миометрия является окситоцин, который подобно ацетилхолину обладает стимулирующим действием. Влияние окситоцина обусловлено его деполяризующим фактором, приводящим к учащению спайковой активности [7].

В литературе имеются данные морфологических исследований о наличии клеток, подобных интерстициальным клеткам Кахаля, обеспечивающих пейсмекерную активность в гладкомышечных тканях мочевого пузыря, мочеиспускательного канала, а также пиелоуретерального соустья [8,9]. В матке небеременной крысы также были выявлены атипичные клетки, полностью отличающиеся от гладкомышечных [10]. В настоящей работе мы попытались

подтвердить локализацию пейсмекерной активности в крайних зонах маточных труб, а также возможность ее наличия и в средней области рога не только в норме, но и под воздействием окситоцина.

Опыты проводили на небеременных самках крыс (200-250 г), наркотизированных нембуталом (50-55 мг/кг) внутрибрюшинно в условиях *in situ*. Эксперименты были острыми и после завершения регистраций животные забивались.

Вскрывалась брюшная полость и обнажался корпус матки с расположенными с двух сторон маточными трубами (рогами). Матка денервировалась перерезкой корешков нервов *plexus hypogastricus*, *uterinus*, *uterovaginalis*. Регистрация активности проводилась одновременно с поверхности трех разных отделов маточной трубы. Спонтанная электрическая активность исследуемых зон отводилась биполярными электродами (межэлектродное расстояние соответствовало 2 мм). Электрическую активность регистрировали на энцефалографе (EEG-8S, Hungary).

Окситоцин вводился внутривенно по 0,3-0,2 мл (в зависимости от веса животного) в концентрациях 10^{-1} и 10 мкг/кг. В каждом эксперименте исследовалась одна концентрация. Приведенная запись отдельного эксперимента представляет собой данные регистрации на 12 животных.

Результаты экспериментов статистически обрабатывались программой Sigma Plot 8.02 с применением *t* критерия Стьюдента.

Морфо-гистохимические исследования проводились методом выявления Ca^{2+} -зависимой кислой фосфатазы [11] и гистохимическим методом выявления ортофосфатов [12]. Полученные этими методами микрофотографии адекватны, обладают большой информативностью и дают возможность судить об определенных звеньях метаболизма исследуемых структур.

Электрическая активность может регистрироваться как в беременной, так и небеременной матке [13], при этом разряды спайков возникают и затухают не одновременно и могут длиться различные промежутки времени [14].

В первой серии экспериментов исследованы некоторые характеристики электрофизиологических свойств всех трех отделов маточной трубы небеременных крыс, схематически представленных на рис. 1. Действительно, из трех отделов маточной трубы в норме были зарегистрированы периодически возникающие разряды активности (рис. 1, обл. 1, 2, 3). Как видно из рисунка, в средней части рога, как правило, наблюдались вспышки активности с более редкой частотой генеза спайков.

Известно, что к числу основных параметров спайкового ритмогенеза, определяющих контрактурную деятельность органов, можно отнести дли-

тельность электрических разрядов и частоту спайков в пределе вспышек [15]. В следующей серии экспериментов проанализированы именно эти характеристики.

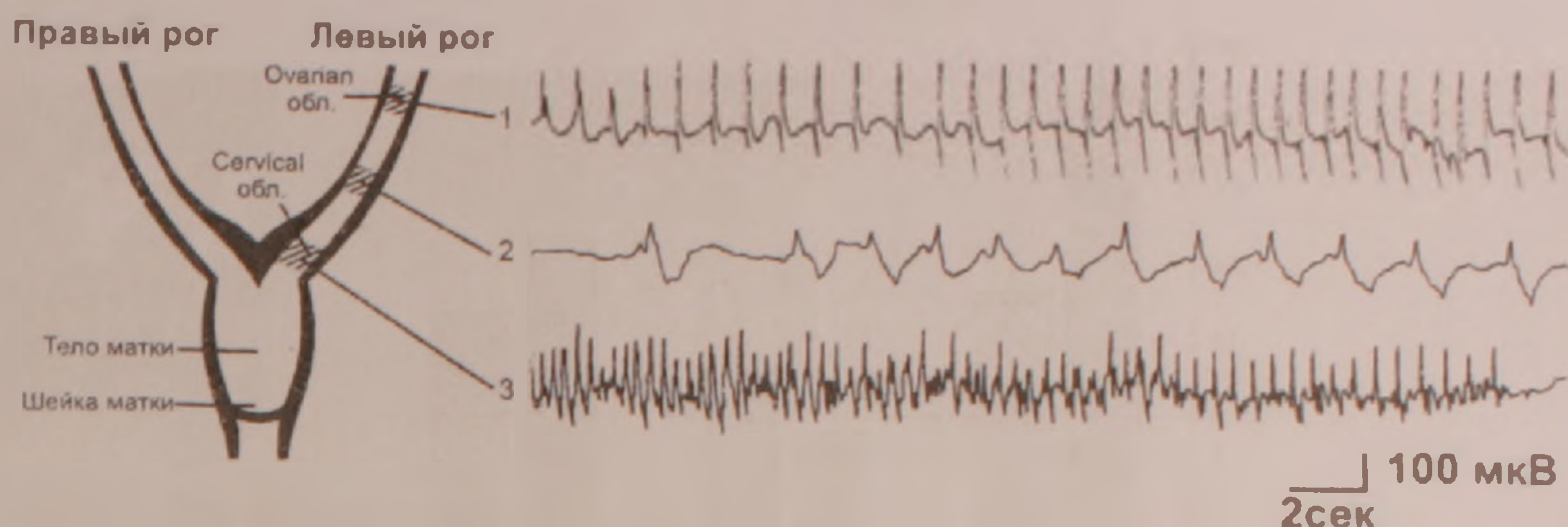


Рис. 1. Схематическое изображение тела матки и маточных труб (рогов) с представленными типами спонтанных активностей, зарегистрированных из указанных трех областей: 1 — ovarian отдел; 2 — cervical отдел; 3 — центральная часть рога. $n = 12$.

В таблице приведены полученные нами данные для вышеуказанных отделов (рис. 1). Показатели как длительности регистрации активности, так и частоты генеза спайков для cervical отдела несколько превосходят таковые для ovarian областей. Что же касается среднего отдела рога, то измеренные показатели значительно ниже параметров не только для ovarian области, но также и cervical отдела. Таким образом, из исследуемых трех областей маточной трубы центральная ее часть характеризуется наиболее слабовыраженной спонтанной активностью.

Параметры активности различных отделов маточных труб (норма)

Области регистрации	Продолжительность разряда активности, сек.	Частота спайков, колеб/мин.
1	50.8 ± 2.74	73.7 ± 3.78
2	34.1 ± 0.84	46.1 ± 3.66
3	55.2 ± 4.88	84 ± 4.11

Влияние окситоцина как на продолжительность электрического разряда, так и частоту ритмогенеза спайков изучалась для двух концентраций: 10^{-4} и 10 мкг/кг. Как видно из рис. 2, для обоих крайних отделов маточной трубы наблюдается значительное увеличение продолжительности генеза электрических разрядов при рассматриваемых концентрациях, в отличие от центральной части рога (рис. 1, обл. 2). Вместе с тем если 10 мкг/кг окситоцина

несколько уменьшает этот показатель активности, то в области 2 отмечается, наоборот, увеличение продолжительности разрядов.

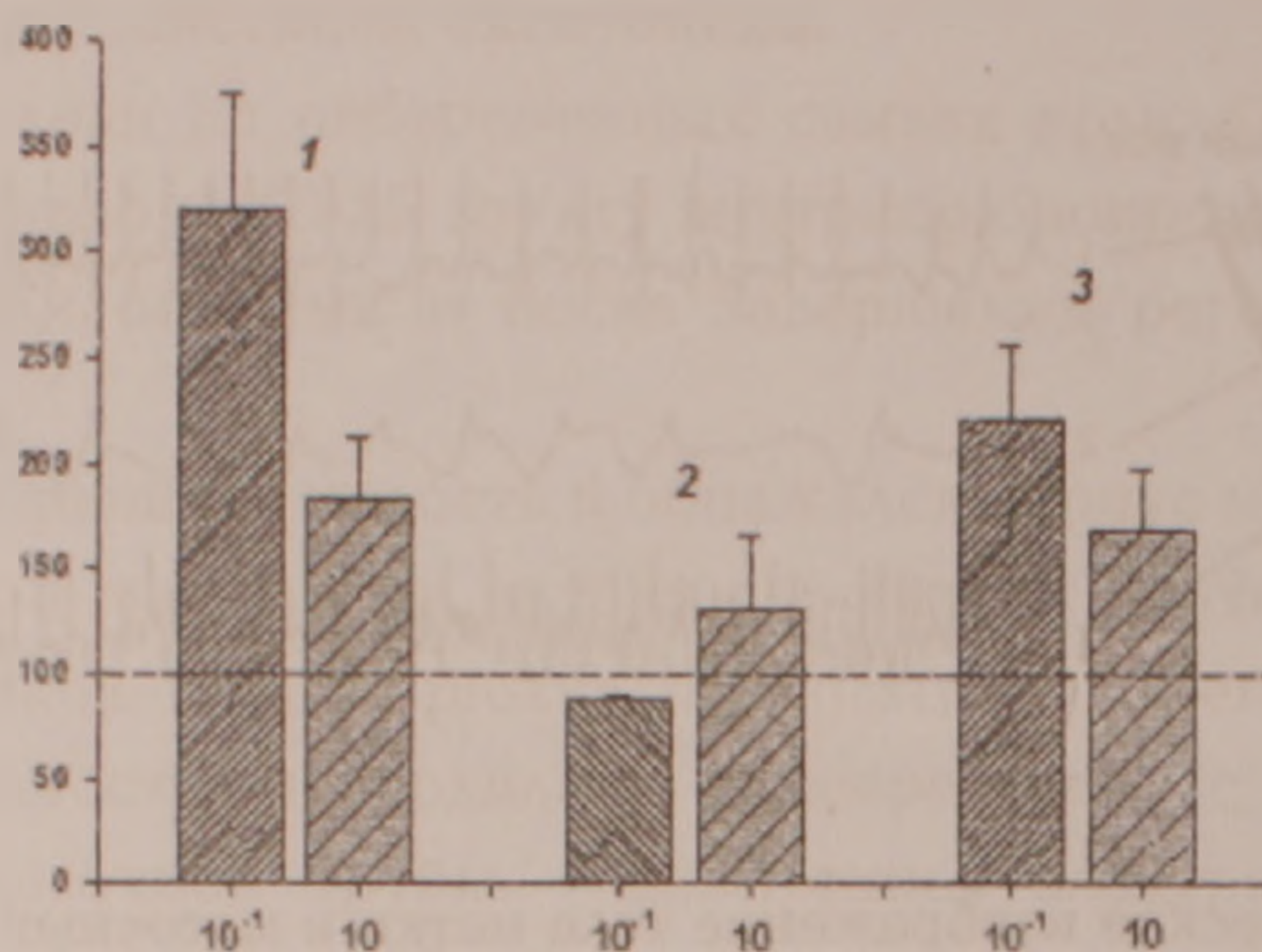


Рис. 2. Влияние окситоцина на продолжительность генеза разрядов спайковой активности для трех отделов маточной трубы. Над каждой группой столбиков сверху указаны области регистрации, представленные на рис. 1. Пунктирной линией показана норма, $n = 19$. На оси ординат — продолжительность разряда активности в %; на оси абсцисс — концентрация окситоцина в мкг/кг.

Для показателей частотных характеристик влияние концентрации окситоцина носит несколько иной характер (рис. 3). Наблюдаются небольшие изменения ритмики активности и при 10^{-1} , и при 10 мкг/кг.

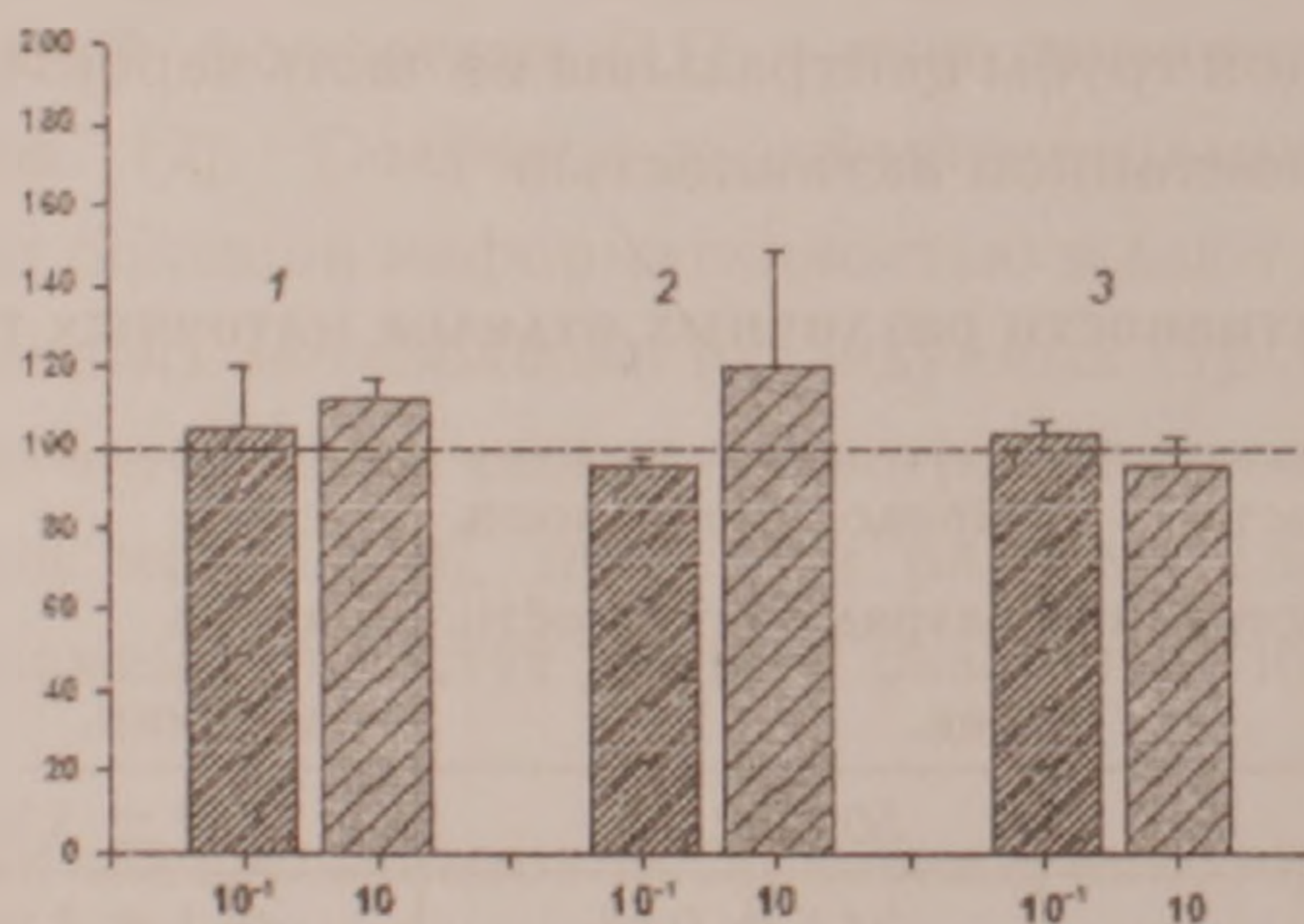


Рис. 3. Влияние окситоцина на частоту спайковой активности для трех отделов маточной трубы. На оси ординат — частота спайков в %. Остальные обозначения те же, что на рис. 2.

Исходя из рис. 2 и 3 можно заключить, что при воздействии окситоцина крайние отделы маточной трубы имеют аналогичную характеристику изменений для продолжительности разрядов активности и для частоты ритмогенеза.

Рис. 4.

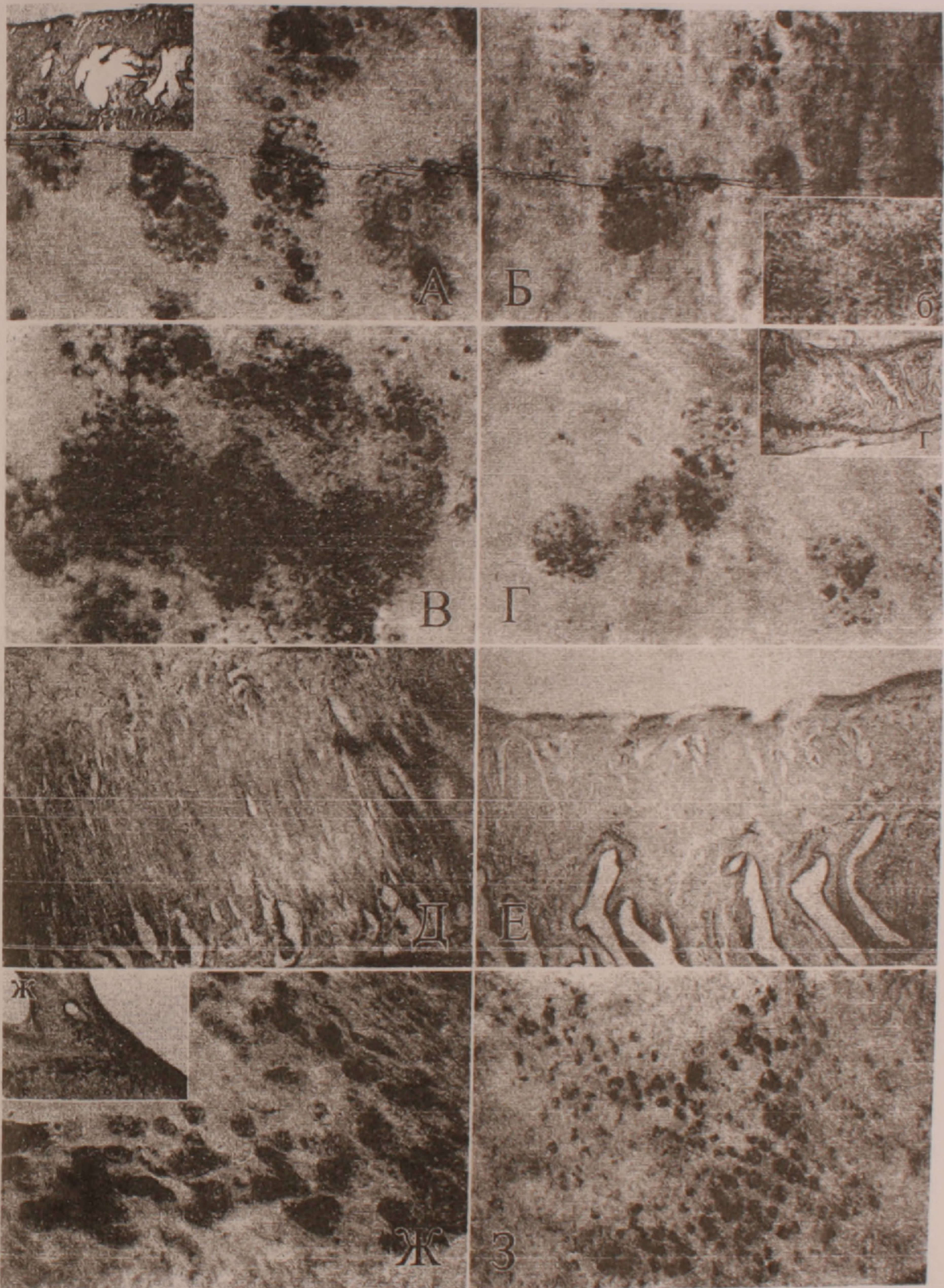


Рис. 5.

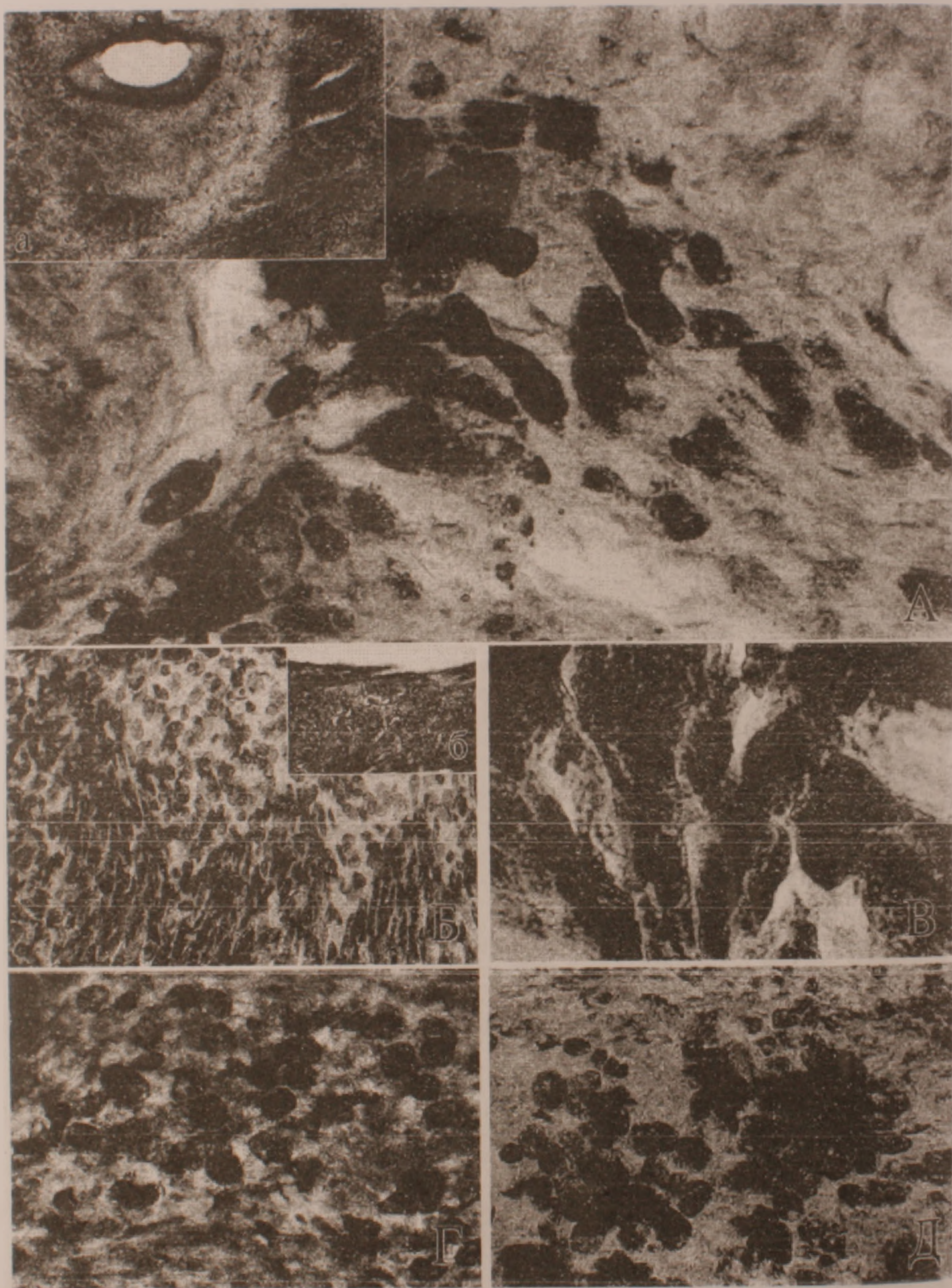


Рис. 4. Микрофотография продольных срезов различных отделов рога интактных крыс. А, Б, В, Г — ovarian отдел (1), Д, Е — срединный отдел (2), Ж, З — cervical отдел (3). В скобках указаны отделы органа, представленные на рис. 1. Увеличение: 25 (а, г, Е ж); 63 (Д); 100 (б); 400 (З); 1000 (А, Б, В, Ж).

Рис. 5. Микрофотография продольных срезов различных отделов рога при воздействии окситоцина. А, а, В — ovarian отдел (1); Б, б — срединный отдел (2); Г, Д — cervical отдел (3). В скобках указаны отделы органа, представленные на рис. 1. Увеличение: 25 (б); 63 (а); 160 (Б); 400 (Г, Д); 1000 (А, В).

Показатели же центральной области рога мало подвержены изменениям как при 10^{-1} , так и 10 мкг/кг. С этой точки зрения вызывает определенный интерес сравнение морфологических картин всех трех исследуемых областей как в норме, так и при воздействии окситоцина.

Анализ морфо-гистохимических исследований показал, что на продольных срезах ovarian отдела рога интактных крыс выявляются круглые или овальные атипичные клетки с высоким уровнем активности Ca^{2+} -зависимой кислой фосфатазы (рис. 4, Аа, Бб, В, Г). Наиболее интенсивно выявляются ядра клеток. На фоне светлой цитоплазмы обнаруживаются Ногі положительные, круглые, овоидные, кокобациллярные, в виде запятой, грануляции. Довольно часто эти клетки сливаются, поэтому на препаратах обнаруживается множество ядер в большой массе цитоплазмы. Такие же клетки обнаружены в cervical отделе рога (рис. 4, Ж, З). В срединном отделе маточной трубы этих клеток нет (рис. 4, Д) и лишь в глубоких слоях, вблизи просвета, выявляется небольшое их скопление (рис. 4, Е). В отличие от атипичных клеток типичные миогенные элементы стенки почти не выявляются и ферментная активность значительно снижена. Данные, полученные методом выявления ортофосфатов, показали, что на срезах всех отделов матки окрашиваются лишь ядра гладкомышечных клеток (рис. 4, г).

Под воздействием окситоцина резко усиливается ферментная активность атипичных клеток. Местами эти клетки сходятся в глыбки и их форма становится изменчивой, усиливается интенсивность окрашивания, придавая месту расположения затемненный вид (рис. 5, В). В ovarian отделе рога эти клетки темноокрашены и невозможно определить границы ядра с цитоплазмой (рис. 5, А). Интенсивно окрашиваются также атипичные клетки cervical отдела рога (рис. 5, Г, Д). Окситоцин усиливает также метаболизм типичных гладкомышечных клеток (рис. 5, Б). Исходя из этого срединный отдел рога выглядит интенсивно окрашенным за счет высокой ферментной активности типичных миогенных элементов. Атипичные клетки в срединном отделе рога под воздействием окситоцина не обнаруживаются.

Согласно исследованиям [16] в верхних мочевыводящих путях, в частности, в пиелоуретеральном соустье, были обнаружены элементы, подобные интерстициальным клеткам Кахаля. Они были неправильной формы с овальным ядром и множеством контактирующих отростков. Однако описанные клетки не иммунореактивны с α -актином гладкомышечных клеток или С-Kit позитивных пейсмекерных клеток. Согласно приведенным результатам, гладкомышечные клетки отличаются от обнаруженных нами атипичных клеток ферментной активностью. Последние обладают высокой активностью Ca^{2+} -зависимой кислой фосфатазы, хотя для установления достоверной природы необходимы дополнительные иммуногистохимические маркеры. Таким образом, эти клетки в основном обнаруживаются в ovarian и cervical отделах рога. В срединном отделе рога матки около просвета обнаруживаются их скопления. Наибольшей же ферментной активностью обладает ovarian отдел рога.

Вышеописанные гистохимические результаты полностью подтверждают наличие различных "физиологических" состояний в исследуемых областях маточных труб. Таким образом, наблюдается полное соответствие электрофизиологических и морфологических результатов.

Институт физиологии им. Л.А.Орбели НАН РА

К. В. Казарян, Н. Г. Унанян, И. Б. Меликсетян, А. А. Саваян

Влияние окситоцина на спонтанную активность маточных труб у небеременных крыс

Исследовалась спонтанная электрическая активность трех областей рога матки у крыс: яичниковая зона, средний отдел и приграничная к телу матки.

Показано, что средняя область рога характеризуется наименьшей продолжительностью активности, в то время как максимальная величина этого показателя отмечена в яичниковом отделе органа. Морфологическими исследованиями выявлено наибольшее количество пейсмекерных атипичных клеток в отмеченной зоне.

Ք. Վ. Ղազարյան, Ն. Գ. Նունանյան, Ի. Բ. Մելիքսեթյան, Ա. Ա. Սավայան

Օքսիտոցինի ազդեցությունը առնետների մոտ արգանդի փողի ինքնաբերական ակտիվության վրա

Ուսումնասիրվել է առնետի արգանդի փողի երեք գոտիների՝ ձվարանային, վզիկային եւ միջին շրջանների, պեյսմեկերային ակտիվությունները: Ինչպես նորմայում, այնպես էլ օքսիտոցինի ազդեցությամբ ցույց է տրվել փողի միջին շրջանի սպայկային ակտիվության տեղողության ամենացածր ցուցանիշը: Միաժամանակ, ձվարանային շրջանը բնութագրվում է այդ ցուցանիշի բարձր արժեքով: Մորֆոլոգիական հետազոտություններով բացահայտվել է, որ հենց արգանդի փողի ձվարանային շրջանում է գտնվում պեյսմեկերային ափսիս բջիջների ամենամեծ քանակությունը:

K. V. Kazaryan, N. G. Hunanyan, I. B. Meliksetyan, A. A. Savayan

The Effect of Oxytocin on Spontaneous Activity of Uterine Horn in Rats

Pacemaker activities in the ovarian, cervical and middle parts of the rat uterine horn have been studied. The lowest rates of spike activity durations were shown in the middle part of uterine horn in norm and under the effect of oxytocin. At the same time the ovarian part is characterized by a significant value of this parameter. Morphological experiments showed that the highest quantity of pacemaker atypical cells was localized in the ovarian part of uterine horn.

Литература

1. Garfield R.E, Bytautiene E., Vedernikov Y.P., Marshall J.S., Romero R. - Am. J. Obstet Gynecol. 2000. V. 183. N1. P. 118-125.
2. Garfield R. E., Maner W. L. - Semin. Cell. Dev. Biol. 2007. V. 18. N3. P. 289-295.
3. Kanda S., Kuriyama H. - J. Physiol. London. 1980. V. 299. P. 127-44.
4. Holger Maul, William L. Maner, George R. Saade, Robert E. Garfield - Clin. Perinatol. 2003. V. 30. P. 665-676.
5. Mancinelli R., Guariglia L., Racanicchi C., Bertuzzi A., Salinari S., Vitelli R. - Quarterly Journal of Experimental Physiology. 1988. V. 73. P. 459-469.
6. Linda H., Crane and Len Martin - Reprod. Fertil. Dev. 1991. V. 3. P. 519-27.
7. Buhimschi C. S., Saade G. R., Buhimschi I. A., Gokdeniz R., Boyle M. B., Garfield R. E. - Am. J. Obstet Gynecol. 2000 Jul. V. 183. N 1. P. 68-75.
8. Sergeant G.P., Hollywood M.A., Mc Closkey K.D., Thornbury K.D., Mc Hale N.G. - J. Physiol. 2000. V. 526. N 2. P. 359-366.

9. Klemm M.F., Exintaris B., Lang R.J. - J. Physiol. 1999. V. 519. P. 867-884.
10. Duquette R.A., Shmygol A., Vaillant C., Mobasheri A., Pope M., Burdyga T., Wray S. - Biology of Reproduction. 2005. V. 72. P. 276-283.
11. Меликсетян И.Б. - Морфология. СПб. 2007. Т. 131. N 2. С. 77-80.
12. Меликсетян И.Б., Мартиросян Дж.А. - Биол. Журн. Армении. 1990. Т. 43. N 10-11, С. 883 - 889.
13. Cavaco-Goncalves S., Marques C. C., Horta A. E., Figueroa J. P. - Anim Reprod Sci. 2006. V. 93. N3-4. P. 360-365.
14. Унанян Н.Г., Казарян К.В., Тураян А.С. В: Матер. междунар. научн.конф. "Актуальные проблемы интегративной деятельности и пластичности нервной системы". Ереван. 2009. С. 306-311.
15. Edwards Diane , Good Diana M., Granger Susan E., Hollingsworth M., Robson Alison, Small R.C., Weston A.H. - Br. J. Pharmac. 1986. V. 88. P. 899-908.
16. Klemm M.F., Exintaris B., Lang R.J. - J. Physiol. 1999. V. 519. P. 867-884.

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ 110-րդ ՀԱՏՈՐԻ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Է. Ա. Դանիելյան, Հ. Գ. Հովհաննիսյան – Չափավոր աճով բաշխումների պարամետրերի մաքսիմալ ճշմարտանմանության գնահատականների ասիմպտոտիկ հատկություններ.....	7
Ա. Վ. Պողոսյան – Հերմիտի եռանկյունաչափական հավասարահեռ ինտերպոլյացիայի համար Ֆուրիեի բանաձև.....	13
Գ. Ա. Քթրյան – R^3 -ում Լագրանժի միջարկման վերաբերյալ մի վարկածի մասին.....	22
Հ. Բ. Նուրիջանյան – Վերջավոր դաշտի համարյա բոլոր ենթաբազմությունների գծայնացվող ծածկույթի երկարության մասին	30
Լ. Զ. Դևորգյան – Օպերատորային գծային փնջի նվազագույն նորմի մասին	97
Վ. Ս. Զաքարյան, Պ. Ա. Մաթևոսյան – A_{∞}^* դասը որպես լոկալ սահմանափակ F տարածություն	105
Ռ. Վ. Դալլաթյան – X_{λ}^{∞} -դասի զրոների մասին.....	113
Վ. Ժ. Դումանյան – Երկրորդ կարգի էլիպսական հավասարմուն համար Դիրիխլեի խնդրի լուծելիության մասին.....	120
Ս. Լ. Իերբերյան – Սուբհարմոնիկ ֆունկցիաների որոշ միակության թեորեմների մասին.....	128
Ս. Ա. Վաղարշապետյան – Կանխատեսման խնդրի մասին.....	137
Ա. Ս. Զորբաշյան – Ֆունկցիաների բիօրթոգոնալ համակարգեր կիսահարթության A^2_{∞} տարածություններում	203
Գ. Ա. Բարսեղյան – Որոշ արդյունքներ ինտեգրալ երկրաչափությունում, հանրահաշվական երկրաչափությունում և իրական անալիզում	210
Ա. Վ. Պողոսյան – Հերմիտ – Էկհոֆի ինտերպոլյացիայի ասիմպտոտական վարքը	325
Վ. Կ. Լեոնտև, Ղ.Լ. Մովսիսյան, Ժ.Գ. Մարգարյան – Կոդերն ադդիտիվ կապուդոլիներում.....	334
Վ. Ա. Միրզոյան – Նորմալ հարթ կիսաէլնշտեյնյան ենթաբազմաձևություններ էվկլիդեսյան տարածություններում	340
Լ. Վ. Հակոբյան, Վ. Ս. Հակոբյան – Շրջանի բաժանման հավասարման լուծումը առանց Գաուսի պարբերությունների	348

ԿԻՐԱՌԱԿԱՆ ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

Վ. Պ. Գաբրիելյան – Խորանարդային անկյունագծային հավասարումը 2 բնութագրիչի վերջավոր դաշտում	220
---	-----

ԻՆՖՈՐՄԱՏԻԿԱ

Հ. Ս. Ավետիսյան, Գ. Է. Հարությունյան, Վ. Ա. Վարդանյան – Միեխմալ մարշ թեստային ալգորիթմ երկբջիջ, երկու զործողությամբ դիսամիկ անսարքությունների $S_{\sim}$ և S_{∞} ենթադասերի բոլոր անսարքությունների հայտնաբերման համար.....	143
--	-----

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

<i>Մ. Ա. Բրուտյան</i> – Բյուրգերսի մրրիկը միկրոբենեոային հեղուկում.....	35
<i>Ա. Գ. Բազյան, Ա. Ն. Մարտիրոսյան, Ա. Ս. Դինունց, Ա. Վ. Դավթյան</i> – Ջերմաառաձգական միջավայրում ճեղքի բուժման խնդրի հետազոտումը.....	151
<i>Լ. Ա. Աղալովյան, Մ. Զ. Սարգսյան</i> – Ներքին մածուցիկ շփման հաշվառմամբ օրթոտրոպ սալի ստիպողական տատանումների եռաչափ խառը դինամիկական խնդրի լուծման մասին.....	163
<i>Լ. Ա. Մովսիսյան</i> – Սեյսմապաշտպանության համակցված մի եղանակի մասին (II մաս)	228
<i>Ս. Ա. Համբարձումյան, Ս. Վ. Սարգսյան</i> – Սալում մագնիսաառաձգական ալիքների տարածման խնդիրներում Կիրխոֆի վարկածի կիրառելիությունը	235
<i>Ռ. Մ. Կիրակոսյան</i> – Օրթոտրոպ սալ-շերտի խնդիրներ՝ մակերեւութային շոշափող բեռների ազդեցության տակ	241
<i>Վ. Ռ. Բարսեղյան</i> – Գծային դինամիկ համակարգերի դեկավարումը ժամանակի միջանկյալ պահերին ֆազային վեկտորի կոորդինատների մասերի վրա դրված սահմանափակումներով.....	251
<i>Ռ. Մ. Կիրակոսյան, Ս. Ժ. Ստեփանյան</i> – Օրթոտրոպ սալ-շերտի կայունության խնդիրը՝ կշռի և ընդլայնական սահքի հաշվառմամբ	359
<i>Գ. Ե. Բաղդասարյան, Զ. Ն. Դանոյան, Է. Հ. Դանոյան</i> – Մագնիսաստրիկցիայի հաստատունների թվային արժեքների որոշումը.....	367

ԱՌԱՋԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅՈՒՆ

<i>Է. Խ. Գրիգորյան, Կ.Լ. Աղայան</i> – Ալիքների դիֆրակցիայի խնդիրներում ասիմպտոտիկ բանաձևերի ստացման նոր մեթոդի մասին.....	261
---	-----

ՖԻԶԻԿԱ

<i>Ա. Կ. Աթայան</i> – Միջգոսիական մագնիսակլանումը գլանային քվանտային շերտում.....	42
<i>Ն. Ռ. Բալասանյան, Ս. Գ. Ստեփանյան, Ա. Ս. Դաւազուլյան</i> – Դեյտերիումի վրա կոհերենս ծնված ($\pi^+\pi^-$) զույգի նույնականացումը բարձր էներգիայով ֆոտոնի դեյտրոնից ցրման ժամանակ.....	49
<i>Դ. Մ. Սեդրակյան, Լ. Ռ. Սեդրակյան</i> – Ալիքային ֆունկցիաները երկուդի ցրման դեպքում	171

ԿԵՆՍԱՖԻԶԻԿԱ

<i>Ա. Թ. Կարապետյան, Գ. Ա. Ավետիսյան, Վ. Բ. Առաքելյան</i> – Լանժմենյան աղմուկի ազդեցությունը ԴՆԹ-կենսասեսսորների վրա	376
--	-----

ՕՐԳԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

<i>Ա. Ա. Ավետիսյան, Լ. Վ. Կարապետյան</i> – 2-Իմինո-2,5-դիմիդրոֆուրանի նոր հետերոցիկլիկ ածանցյալի սինթեզն ու որոշ քիմիական փոխարկումներ.....	56
---	----

ԿԵՆՍԱՔԻՄԻԱ

<i>Մ. Կ. Ղարազյոզյան, Հ. Ռ. Վարդապետյան, Կ. Գ. Ղարազյոզյան</i> – Սպիտակ առնետների զեարալենոնային թունավորումների ժամանակ ճարպերի ազատադիկալային պրոցեսների խանգարումները զլխուղեղի միտոքոնդրիալ ֆրակցիայում և նատրիումի տիոսուլֆատի կարգավորիչ դերը այդ պայմաններում	61
--	----

<i>Ս. Ս. Հովակիմյան</i> – Հակակոնվուսիվ ակտիվությամբ օժտված «սսկրիցին» կոչվող նոր սինթետիկ նյութի կարգավորիչ ազդեցության առանձնահատկությունները զլխուղեղի հոմոգենատում տեղի ունեցող ֆոսֆոլիպիդային փոխանակության խանգարումների ժամանակ սպիտակ առնետների մոտ կորսուղղով առաջացված էպիլեպտիկանման ցնցումների պայմաններում.....	68
--	----

Ս. Ս. Հովակիմյան, Գ. Ա. Գևորգյան, Հ. Մ. Ամիրխանյան, Կ. Գ. Ղարազյոզյան – Ֆտորմորֆոկաինի ազդեցության առանձնահատկությունները արյան մակարդակային առանձին կողմերի վրա 178

Կ. Գ. Ղարազյոզյան, Գ. Ա. Հովեյան, Գ. Ա. Գևորգյան, Ա. Գ. Հովեյան – Սպիտակ առնետների հեպատոցիտների քրոմատինի ֆոսֆոլիպիդների բաղադրության փոփոխության մասին վազոտոմիայի, սոլարեկտոմիայի եւ դրանց զուգակցման պայմաններում 285

Ա. Ա. Դուրգարյան, Օ. Ա. Դմիտրենկո, Մ. Մ. Մաթևոսյան, Ա. Ա. Գալոյան – Պրոլինոլ հարուստ պոլիպեպտիդների պաշտպանողական ակտիվությունը ընդհանրացված ստաֆիլոկոկային ինֆեկցիայի ժամանակ, առաջացած մետիցիլին-կայուն *Stafilococcus aureus*-ի միջոցով 384

Ք. Է. Դանիելյան, Ս. Գ. Զաիլյան, Մ. Ս. Նազարյան, Ա. Ա. Գալոյան – Սրտամկանի ինֆարկտի արգելակումը կենդանիների մոտ հիպոթալամուսից ստացված պրոլինոլ հագեցած պեպտիդ-1-ի (գալարմինի) միջոցով 390

ՄԱՆՌԷԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Կ. Օ. Հովնանյան, Հ. Հ. Դավթյան, Ք. Ա. Սարգսյան, Ա. Հ. Թոշունյան – Որոշ վիրուսների, մանրէների և նախակենդանիների բջիջների նանոկառուցվածքները՝ էլեկտրոնային մանրադիտարկում և ձևաչափական վերլուծություն 277

ԵՐԿՐԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Մ. Ա. Սաթյան – Հայաստանի օֆիոլիթային գոտաների միներալգենիան 272

ԲԺՇԿԱԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆ

Ռ. Ա. Պետրոսյան – β-լիպոպրոտեինների մակարդակների համեմատական վերլուծությունը պարբերական հիվանդությամբ և ստամոքսաղիքային տրակտի նմանատիպ հիվանդությունների ժամանակ 184

Ռ. Վ. Ֆանարջյան – Գլխուղեղի կողատերալ արյան շրջանառության կոմպենսատոր հնարավորությունների դերը 189

ՎԻՐՈՒՍԱԲԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

Ժ. Ի. Հակոբյան, Մ. Գ. Գազարյան, Տ. Հ. Մարկոսյան – Հավերի նյութապայան հիվանդության կանխարգելման մեթոդ 291

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

Ք. Վ. Ղազարյան, Վ. Յ. Վանցյան, Լ. Գ. Սիմոնյան, Ի. Բ. Մելիքսեթյան – Նիֆեդիպինի ազդեցությունը առնետի միզածորանի ծայրային հատվածների դանդաղ ակիքների պեյսմեկերային ակտիվության վրա 76

Ք. Վ. Ղազարյան, Հ. Գ. Հունսնյան, Ա. Ս. Տիրայան – Ացետիլիոլինի սզդեցությունը առնետի արգանդի ինքնաբուխ ակտիվության բնութագրերի վրա 82

Լ. Գ. Սիմոնյան, Վ. Յ. Վանցյան, Ք. Վ. Ղազարյան – Ջերմային գործոնի ազդեցությունը միզածորանի տարբեր հատվածների ինքնաբուխ էլեկտրական ակտիվության վրա առնետի մոտ 295

Լ. Ռ. Մանվելյան, Տ. Ռ. Պետրոսյան, Օ. Վ. Գևորգյան – Կեղև-ողնուղեղային ուղու վնասումից հետո նյարդային հյուսվածքի պլաստիկության վրա ազդող որոշ գործոնների մասին 302

Ք. Վ. Ղազարյան, Հ. Գ. Հունսնյան, Ի. Բ. Մելիքսեթյան, Ա. Ա. Սավոյան – Օքսիտոցինի ազդեցությունը առնետների մոտ արգանդի փողի ինքնաբուխ ակտիվության վրա 397

ՏՐԱՍԱԲՈՒԹՅՈՒՆ

Հ. Ժ. Թոշոյան – «Տրամաբանական քառակուսուց» «սրբամաբանական շրջանագիծ» 308

СОДЕРЖАНИЕ 110-го ТОМА

МАТЕМАТИКА

Э. А. Даниелян, А. Г. Оганесян – Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия параметров распределения умеренного роста.....	7
А. В. Погосян – Формула Фурье для эрмитовой тригонометрической равноотстоящей интерполяции.....	13
Г. А. Ктрян – О гипотезе, относящейся к интерполяции Лагранжа в $\mathbb{R}^3$	22
О. К. Нуриджанян – О длине кратчайшего линеаризованного покрытия для "почти всех" подмножеств конечного поля.....	30
Л. З. Геворгян – О минимальной норме линейного операторного пучка.....	97
В. С. Захарян, П. А. Матевосян – Класс A_{ω}^* как локально ограниченное F -пространство.....	105
Р. В. Даллакян – О нулях функций классов X_{λ}^{∞}	113
В. Ж. Думанян – О разрешимости задачи Дирихле для эллиптического уравнения второго порядка.....	120
С. Л. Берберян – О некоторых теоремах единственности для субгармонических функций.....	128
С. А. Вагаршакян – О задаче предсказания.....	137
А. М. Джрбашян – Биортогональные системы функций в пространствах A^2_{ω} в полуплоскости.....	203
Г. А. Барсегян – Некоторые результаты в интегральной геометрии, алгебраической геометрии и вещественном анализе.....	210
А. В. Погосян – Асимптотика интерполяции Эрмита – Экгофа.....	325
В. К. Леонтьев, Г. А. Мовсисян, Ж. Г. Миргарян – Коды в аддитивных каналах.....	334
В. А. Мирзоян – Нормально плоские полуэйнштейновы подмногообразия в евклидовых пространствах.....	340
Л. В. Акопян, В. С. Акопян – Решения уравнения деления круга без периодов Гаусса.....	348

ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

В. П. Габриелян – Кубическое диагональное уравнение над конечным полем характеристики 2..	220
---	-----

ИНФОРМАТИКА

А. С. Аветисян, Г. Э. Арутюнян, В. А. Варданян – Минимальные марш тестовые алгоритмы, выявляющие все «реалистические» неисправности из подклассов двухклеточных, двухоперационных динамических неисправностей S_m и S_n	143
---	-----

МЕХАНИКА

М. А. Брутян – Вихрь Бюргерса в микрополярной жидкости.....	35
---	----

<i>А. Г. Багдоев, А. Н. Мартиросян, А. С. Диянц, А. В. Давтян</i> – Исследование задачи о залечивании трещины в термоупругой среде.....	151
<i>Л. А. Агаловян, М. З. Саргсян</i> – К решению трехмерной смешанной динамической задачи о вынужденных колебаниях ортотропной пластины с учетом внутреннего вязкого трения.....	163
<i>Л. А. Мовсисян</i> – Об одном комбинированном способе сейсмозащиты (часть II).....	228
<i>Амбарцумян С. А., Саркисян С. В.</i> – О применимости гипотезы Кирхгофа при исследовании задач распространения магнитоупругих волн в пластинке.....	235
<i>Р. М. Киракосян</i> – Задачи ортотропных пластинок-полос при действии касательных поверхностных нагрузок.....	241
<i>В. Р. Барсегян</i> – Управление линейными динамическими системами с ограничениями на значения частей координат фазового вектора в промежуточные моменты времени.....	251
<i>Р. М. Киракосян, С. П. Степанян</i> – Задача устойчивости ортотропной пластинки-полосы при учете собственного веса и поперечного сдвига.....	359
<i>Г. Е. Багдасарян, З. Н. Даноян, Э. А. Даноян</i> – Об определении численных значений констант магнитострикции.....	367
ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ	
<i>Э. Х. Григорян, К. Л. Агаян</i> – О новом методе определения асимптотических формул в задачах дифракции волн.....	261
ФИЗИКА	
<i>А. К. Атаян</i> – Межзонное магнитопоглощение в квантовом цилиндрическом слое.....	42
<i>Н. Р. Баласанян, С. Г. Степанян, А. С. Данагулян</i> – Идентификация когерентно рожденных ($\pi^+\pi^-$) пар при рассеянии высокоэнергетического фотона на дейтроне.....	49
<i>Д. М. Седракян, Л. Р. Седракян</i> – О волновых функциях при двухканальном рассеянии.....	171
БИОФИЗИКА	
<i>А. Т. Карапетян, Г. А. Аветисян, В. Б. Аракелян</i> – Влияние ланжевенковского шума на ДНК-биосенсоры.....	376
ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ	
<i>А. А. Аветисян, Л. В. Карапетян</i> – Синтез и некоторые химические превращения нового гетероциклического производного 2-имино-2,5-дигидрофурана.....	56
БИОХИМИЯ	
<i>М. К. Карагезян, Г. Р. Вардапетян, К. Г. Карагезян</i> – Нарушение процессов свободнорадикального окисления липидов в митохондриальной фракции головного мозга белых крыс при зеараленоновой интоксикации и корректирующее действие тиосульфата натрия на этом фоне.....	61
<i>С. С. Овакимян</i> – Особенности корректирующего эффекта нового синтетического препарата антиконвульсивного действия сакрицина при расстройствах метаболизма фосфолипидов в мозговой ткани белых крыс с модулированными коразолом эпилептиформными судорогами.....	68
<i>С. С. Овакимян, Г. А. Геворгян, О. М. Амирханян, К. Г. Карагезян</i> – Особенности действия фгорморфокаина на отдельные стороны процесса гемокоагуляции.....	178
<i>К. Г. Карагезян, Г. А. Овеян, Г. А. Геворкян, А. Г. Овеян</i> – Изменения состава фосфолипидов.....	285

хроматина гепатоцитов белых крыс в условиях ваготомии, солэрэктомии и их сочетания 384

А. А. Дургарян, О. А. Дмитренко, М. М. Матевосян, А. А. Галоян – Протекторная активность богатых пролином полипептидов при генерализованной стафилококковой инфекции, вызванной мецитиллин-резистентным *Stafilococcus aureus*..... 384

К. Э. Даниелян, С. Г. Чаилян, М. С. Назарян, А. А. Галоян – Предотвращение инфаркта миокарда у животных с помощью богатого пролином пептида-1 (галармина), выделенного из гипоталамуса..... 390

МИКРОБИОЛОГИЯ

К. О. Овнанян, А. Г. Давтян, К. А. Саргсян, А. А. Трчунян – Наноструктуры некоторых вирусов, клеток бактерий и простейших: электронная микроскопия и морфометрический анализ..... 277

ГЕОЛОГИЯ

М. А. Сатян – К минерагении офиолитовых зон Армении 272

МЕДИЦИНА

Р. А. Петросян – Сравнительная характеристика уровней β -липопротеинов при периодической болезни и клинически сходной с ней патологией желудочно-кишечного тракта..... 184

Р. В. Фанарджян – Роль компенсаторных возможностей коллатерального кровообращения головного мозга..... 189

ВИРУСОЛОГИЯ

Ж. И. Акопян, М. Г. Газарянц, Т. А. Маркосян – Новый подход к профилактике болезни Ньюкасла кур..... 291

ФИЗИОЛОГИЯ

К. В. Казарян, В. Ц. Ванцян, Л. Г. Симонян, И. Б. Меликсетян – Влияние нифедипина на медленноволновую пейсмекерную активность крайних зон мочеточника крысы..... 76

К. В. Казарян, Н. Г. Унанян, А. С. Тириян – Влияние ацетилхолина на характеристики спонтанной активности матки крысы..... 82

Л. Г. Симонян, В. Ц. Ванцян, К. В. Казарян – Влияние температурного фактора на спонтанную электрическую активность разных областей мочеточника крысы 295

Л. Р. Манвелян, Т. Р. Петросян, О. В. Геворкян – О некоторых факторах, влияющих на пластичность нервной ткани после травмы кортико-спинального тракта..... 302

К. В. Казарян, Н. Г. Унанян, И. Б. Меликсетян, А. А. Саваян – Влияние окситоцина на спонтанную активность маточных труб у небеременных крыс 397

ЛОГИКА

Г. И. Кочарян – От «логического квадрата» к «логической окружности»..... 308

CONTENTS of 110th VOLUME

MATHEMATICS

<i>E. A. Danielyan, H. G. Hovhannisyan</i> – Asymptotic Properties of Maximal Likelihood Estimators for Parameters of Distributions of Moderate Growth	7
<i>A. V. Poghosyan</i> – Fourier Formulae for Equidistant Hermite Trigonometric Interpolation	13
<i>G. A. Kiryan</i> – On a Conjecture on Lagrange Interpolation in $\mathbb{R}^2$	22
<i>H. K. Nurijanyan</i> – On the Length of the Shortest Linearised Covering for "Almost All" Subsets in a Finite Field	30
<i>L. Z. Gevorgyan</i> – On the Minimal Norm of a Linear Operator Pencil	97
<i>V. S. Zakharyan, P. A. Matevosyan</i> – A_∞^* Class as Local Limited F Space	105
<i>R. V. Dallakyan</i> – About the Zeros of X_n^* Classes	113
<i>V. Zh. Dumanyan</i> – On Solvability of Dirichlet Problem for the Second Order Elliptic Equation	120
<i>S. L. Berberyan</i> – Some Uniqueness Theorems for Subharmonic Functions	128
<i>S. A. Vagharshakyan</i> – On Prediction Problem	137
<i>A. M. Jerhashian</i> – Biorthogonal Systems of Functions in A^2_μ Spaces over the Half-Plane	203
<i>G. A. Barsegian</i> – Miscellanea in integral geometry, algebraic geometry and real analysis	210
<i>A. V. Poghosyan</i> – Asymptotic Behavior of Hermite – Eckhoff Interpolation	325
<i>V. K. Leont'ev, G. L. Movsisyan, Zh. G. Margaryan</i> – On Codes in Additive Channels	334
<i>V. A. Mirzoyan</i> – Normally Flat Semi-Einstein Submanifolds in Euclidean Spaces	340
<i>L. V. Hakobyan, V. S. Hakobyan</i> – Solution of Cyclotomic Equations without Gauss Periods	348

APPLIED MATHEMATICS

<i>V. P. Gabrielyan</i> – Cubical Diagonal Equation over Finite Fields of Characteristic 2	220
--	-----

INFORMATICS

<i>H. S. Avelisyan, G. E. Harutyunyan, V. A. Vardanian</i> – Minimal March Test Algorithms for Delection of All Realistic Two-Operation, Two-Cell Dynamic Faults from Subclasses S_{av} and S_{wv}	143
--	-----

MECHANICS

<i>M. A. Brutyan</i> – Burgers Vortex in a Micropolar Fluid	35
<i>A. G. Bagdoev, A. N. Martirosyan, A. S. Dinunts, A. V. Davtyan</i> – Investigation of the Problem of Closing of Crack in the Thermoelastic Media	151
<i>L. A. Aghalovyan, M. Z. Sargsyan</i> – About Solution of the Three-Dimensional Mixed Dynamic Problem on Vibrations of the Orthotropic Plate, into Account the Internal Viscous Friction	163
<i>L. A. Movsisyan</i> – On One Combined Method of Seismoprotection (Part II)	228

<i>S. A. Ambartsumian, S. V. Sarkasyan</i> – On the Application of Kirchhoff's Hypothesis at the Consideration of Problems for Magneto-elastic Waves Propagation in the Plates	235
<i>R. M. Kirakosyan</i> – The Problems of Orthotropic Plate-Layer under the Action of Tangential Surface Loading	241
<i>V. R. Barseghyan</i> – Controlling of Linear Dynamic Systems with Restrictions on Values of Parts of Coordinates of a Phase Vector in the Intermediate Moments of Time	251
<i>R. M. Kirakosyan, S. P. Stepanyan</i> – The Problem of Stability Orthotropic Plate-Layer, Taking into Account its Own Weight and Transverse Shear	359
<i>G. E. Bagdasaryan, Z. N. Danoyan, E. H. Danoyan</i> – On Determination of Numerical Values of Magnetostrictive Constants.....	367
ELASTICITY THEORY	
<i>E. Kh. Grigoryan, K. L. Aghayan</i> – On New Methods of Asymptotic Formulas Determination in Waves Diffraction Problems.....	261
PHYSICS	
<i>A. K. Atayan</i> – Interband Magnetoabsorption in the Cylindrical Quantum Layer	42
<i>N. R. Balasanyan, S. G. Stepanyan, A. S. Danagulyan</i> – Identification of Coherent ($\pi^+\pi^-$) Pairs Production in High Energy Photon-Deuteron Scattering.....	49
<i>D. M. Sedrakian, L. R. Sedrakian</i> – Wave Function in the Case of Two-Channel Scattering	171
BIOPHYSICS	
<i>A. T. Karapetian, G. A. Avetsyan, V. B. Arakelyan</i> – The Influence of Lanzhevin's Noise on DNA-Biosensors.....	376
ORGANIC CHEMISTRY	
<i>A. A. Avetisyan, L. V. Karapetyan</i> – Synthesis and Some Chemical Transformations of New Heterocyclic Derivative of 2-Imino-2,5-Dihydrofuran.....	56
BIOCHEMISTRY	
<i>M. K. Karagyozyan, H. R. Vardapetyan, K. G. Karageuzyan</i> – Peculiarities of the Free Radical Peroxidations Disorders in the Mitochondrial Fraction of Rat Brain under the Conditions of Zearalenon Intoxication and Correcting Action of Sodium Thiosulfate on this Background.....	61
<i>S. S. Hovakimyan</i> – Peculiarities of Normalizing Action of Sacricine, a New Synthetic Compound with Anticonvulsion Action on Phospholipids metabolism Disorders in Brain Tissue of Rats with Corasol-Induced Epileptic Seazors.....	68
<i>S. S. Hovakimyan, G. A. Gevorgyan, H. M. Amirkhanyan, K. G. Karageuzyan</i> – Peculiarities of the Action of Ftormorphocain Preparation on the Different Sides of the Hemocoagulation Process.....	178
<i>K. G. Karageuzyan, G. A. Hoveyan, G. A. Kevorkian, A. G. Hoveyan</i> – The Phospholipid Composition Changes in White Rats Hepatocyte Chromatin under Conditions of Vagotomy, Solarectomy and Their Combination	285
<i>A. A. Durgaryan, O. A. Dmitrenko, M. M. Matevosyan, A. A. Galoyan</i> – Protectory Activity of Proline Rich Polypeptides at Generalized Staphylococcus Infections Induced by Methicillin-Resistant Staphylococcus Aureus.....	384
<i>K. E. Danielyan, S. G. Chailian, M. S. Nazaryan, A. A. Galoyan</i> – Hypothalamic Proline Rich Peptide 1 (Galarnun) Protects Animals from Cardiac Infarction.....	390
MICROBIOLOGY	
<i>K. O. Hovnanyan, H. H. Davtyan, Ch. A. Sargsyan, A. A. Trchounian</i> – Nanostructures of Some Viruses, Bacterial and Protozoa Cells: Electronic Microscopy and Morphometric Analysis	277

GEOLOGY	
<i>M. A. Satian – On Minerageny of Armenian Ofiolites Zones.....</i>	272
MEDICINE	
<i>R. A. Petrosyan – The Comparative Analyses of β-lipoprotein Levels in Patients with Familial Mediterranean Fever and Isolated Diseases of Gastrointestinal Tract.....</i>	184
<i>R. V. Fanarjyan – The Role of Compensatory Capabilities Corratel Blood Flow of Brain.....</i>	189
VIRUSOLOGY	
<i>J. I. Akopian, M. G. Gazaryants, T. H. Markosyan – The New Approach to the Prevention of the Newcastle Disease of Poultry</i>	291
PHYSIOLOGY	
<i>K. V. Kazaryan, V. Ts. Vantsyan, L. G. Simonyan – Influence of Nifedipine on Slow-Wave Pacemaker Activity of Rat Ureteral Edging Zones.....</i>	76
<i>K. V. Kazaryan, N. G. Hunanyan, A. S. Tirayn – Effect of Acetylcholine on the Characteristics of Uterine Spontaneous Activity in Rats.....</i>	82
<i>L. G. Simonyan, V. Ts. Vantsyan, K. V. Kazaryan – Effect of Temperature on Spontaneous Electrical Activity of Different Areas of the Rat Ureter</i>	295
<i>L. R. Manvelyan, T. R. Petrosyan, O. V. Gevorkyan – About Certain Factors that Influence to the Plasticity of Nervous Tissue after the Trauma of Corticospinal Tract.....</i>	302
<i>K. V. Kazaryan, N. G. Hunanyan, I. B. Melikseryan, A. A. Savayan – The Effect of Oxytocin on Spontaneous Activity of Uterine Horn in Rats</i>	397
LOGICA	
<i>H. J. Kocharyan – From “the Logical Square” to “the Logical Circle”.....</i>	308