

ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
НАЦИОНАЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ НАУК АРМЕНИИ
NATIONAL ACADEMY OF SCIENCE OF ARMENIA

ISSN 0321-1339

ՉԵԿՈՒՅՑՆԵՐ
ДОКЛАДЫ
REPORTS

Նախադրվել է 1944 թ.: Լույս է տեսնում տարին 4 անգամ

Основан в 1944 г. Выходит 4 раза в год

Founded in 1944. Published quarterly

Գլխավոր խմբագիր՝ ակադեմիկոս Վ. Ս. ԶԱԽԱՐՅԱՆ

Խմբագրական խորհուրդ՝ ակադեմիկոս Է. Գ. ԱՖՐԻԿՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ. Ե. ԲԱՂԴԱՍԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Գ. Ա. ԲՐՈՒՏՅԱՆ, ակադեմիկոս Է. Ս. ԳԱԲՐԻԵԼՅԱՆ, ակադեմիկոս Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ակադեմիկոս Ս. Ա. ՀԱՄԲԱՐՉՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս Է. Ս. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Կ. Գ. ՂԱՐԱԳՅՈՋՅԱՆ, ՀՀ ԳԱԱ թղթակից անդամ Լ. Ռ. ՄԱՆՎԵԼՅԱՆ (գլխ. խմբագրի տեղակալ), ակադեմիկոս Ռ. Մ. ՄԱՐՏԻՐՈՍՅԱՆ, ակադեմիկոս Յու. Հ. ՇՈՒԹՈՒՐՅԱՆ, ակադեմիկոս Ղ. Ս. ՍԵՂՈՒԿՅԱՆ, Գ. Ա. ԱԲՐԱՀԱՄՅԱՆ (պատ. քարտուղար)

Главный редактор академик В. С. ЗАХАРЯН

Редакционная коллегия: академик С. А. АМБАРЦУМЯН, академик Э. Г. АФРИКЯН, академик Г. Е. БАГДАСАРЯН, академик Г. А. БРУТЯН, академик Э. С. ГАБРИЕЛЯН, академик Э. М. КАЗАРЯН, академик К. Г. КАРАГЕЗЯН, чл.-кор. НАН РА Л. Р. МАНВЕЛЯН (зам. главного редактора), академик Р. М. МАРТИРОСЯН, академик Д. М. СЕДРАКЯН, академик А. А. ТАЛАЛЯН, академик Ю. Г. ШУКУРЯН, Г. А. АБРАМЯН (отв. секретарь)

Editor-in-chief academician V. S. ZAKARYAN

Editorial Board: academician S. A. AMBARTSUMIAN, academician G. E. AFRIKIAN, academician G. E. BAGDASARIAN, academician G. A. BRUTIAN, academician E. S. GABRIELIAN, academician K. G. KARAGEUZYAN, academician E. M. KAZARYAN, corresponding member of NAS RA L. R. MANVELYAN (associate editor), academician R. M. MARTIROSYAN, academician D. M. SEDRAKIAN, academician Yu. H. SHOUKOURIAN, academician A. A. TALALIAN, G. A. ABRAHAMYAN (executive secretary)

Խմբագրության հասցեն 0019 Երևան 19, Մարշալ Բաղրամյանի պող. 24գ

Адрес редакции: 0019, Ереван 19, просп. Маршала Баграмяна 24г

Communication links: address — 24g Marshal Bagramian Ave., Yerevan, 0019, Armenia

Phone: (37410) 56-80-67

URL: <http://elib.sci.am>

e-mail: mas@sci.am

© НАН РА. Президиум. 2010

© Издательство "Гитутюн"

НАН РА. 2010

ԲՈՎԱՆԴԱԿՈՒԹՅՈՒՆ

ՍԱԹԵՍԱՏԻԿԱ

- Է. Ա. Դանիելյան, Հ. Գ. Հովհաննիսյան – Չափավոր աճով բաշխումների պարամետրերի մաքսիմալ ճշմարտանմանության գնահատականների ասիմպտոտիկ հատկություններ 7
- Ա. Վ. Պողոսյան – Հերմիտի եռանկյունաչափական հավասարահեռ ինտերպոլացիայի համար Ֆուրիեի բանաձև..... 13
- Գ. Ա. Քթրյան – R^3 -ում Լագրանժի միջարկման վերաբերյալ մի վարկածի մասին 22
- Հ. Ք. Նուրիջանյան – Վերջավոր դաշտի «համարյա բոլոր» ենթաբազմությունների գծայնացվող ծածկույթի երկարության մասին 30

ՄԵԽԱՆԻԿԱ

- Մ. Ա. Բրուտյան – Բյուրգերսի մրրիկը միկրոբևեռային հեղուկում..... 35

ՖԻԶԻԿԱ

- Ա. Կ. Աթայան – Միջգոտիական մագնիսակլանումը զլանային քվանտային շերտում..... 42
- Ն. Ռ. Բալասանյան, Ս. Գ. Ստեփանյան, Ա. Ս. Դանագուլյան – Կոհերենտ ծնված ($\pi\pi$) զույգի նույնականացումը բարձր էներգիայով ֆոտոնի դեյտրոնից ցրման ժամանակ..... 49

ՕՐԳԱՆԱԿԱՆ ՔԻՄԻԱ

- Ա. Ա. Ավետիսյան, Լ. Վ. Կարապետյան – 2-Իմինո-2,5-դիհիդրոֆուրանի նոր հետերոցիկլիկ ածանցյալի սինթեզն ու որոշ քիմիական փոխարկումներ 56

ԿԵՆՍԱԶԻՄԻԱ

- Մ. Կ. Ղարազյոզյան, Հ. Ռ. Վարդապետյան, Կ. Գ. Ղարազյոզյան – Սպիտակ առնետների զեարալենոնային թունավորումների ժամանակ ճարպերի ազատադիկալային պրոցեսների խանգարումները գլխուղեղի միտոքոնդրիալ ֆրակցիայում և նատրիումի տիոսուլֆատի կարգավորիչ դերը այդ պայմաններում 61
- Ս. Ս. Հովակիմյան – Հակակոնվուսիվ ակտիվությամբ օժտված «սակրիցին» կոչվող նոր սինթետիկ նյութի կարգավորիչ ազդեցության առանձնահատկությունները գլխուղեղի իոմոգենատում տեղի ունեցող ֆոսֆոլիպիդային փոխանակության խանգարումների ժամանակ սպիտակ առնետների մոտ կորագույնով առաջացված էպիլեպտիկանման ցնցումների պայմաններում .. 68

ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

- Ք. Վ. Ղազարյան, Վ. Յ. Վանցյան, Լ. Գ. Սիմոնյան, Ի. Բ. Մելիքսեթյան – Նիֆեդիպինի ազդեցությունը առնետի միզածորանի ծայրային հատվածների դանդաղ ալիքների պեյսմեկերային ակտիվության վրա 76
- Ք. Վ. Ղազարյան, Հ. Գ. Հունանյան, Ա. Ս. Տիրայան – Ացետիլխոլինի ազդեցությունը առնետի արգանդի ինքնաբուխ ակտիվության բնութագրերի վրա 82

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- Э. А. Даниелян, А. Г. Оганесян – Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия параметров распределения умеренного роста 7
- А. В. Погосян – Формула Фурье для Эрмитовой тригонометрической равноотстоящей интерполяции 13
- Г. А. Ктрян – О гипотезе, относящейся к интерполяции Лагранжа в R^3 22
- О. К. Нуридджанян – О длине кратчайшего линеаризованного покрытия для "почти всех" подмножеств конечного поля 30

МЕХАНИКА

- М. А. Брутян – Вихрь Бюргерса в микрополярной жидкости 35

ФИЗИКА

- А. К. Атаян – Межзонное магнитопоглощение в квантовом цилиндрическом слое 42
- Н. Р. Баласанян, С. Г. Степанян, А. С. Данагулян – Идентификация когерентно рожденных ($\pi^+\pi^-$) пар при рассеянии высокоэнергетического фотона на дейтроне 49

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- А. А. Аветисян, Л. В. Карапетян – Синтез и некоторые химические превращения нового гетероциклического производного 2-имино-2,5-дигидрофурана 56

БИОХИМИЯ

- М. К. Карагезян, Г. Р. Варданетян, К. Г. Карагезян – Нарушение процессов свободнорадикального окисления липидов в митохондриальной фракции головного мозга белых крыс при зеараленоновой интоксикации и корригирующее действие тиосульфата натрия на этом фоне 61
- С. С. Овакимян – Особенности корригирующего эффекта нового синтетического препарата антиконвульсивного действия сакрицина при расстройствах метаболизма фосфолипидов в мозговой ткани белых крыс с модулированными коразолом эпилептиформными судорогами 68

ФИЗИОЛОГИЯ

- К. В. Казарян, В. Ц. Ванцян, Л. Г. Симонян, И. Б. Меликсетян – Влияние нифедипина на медленноволновую пейсмекерную активность крайних зон мочеточника крысы 76
- К. В. Казарян, Н. Г. Унанян, А. С. Тираян – Влияние ацетилхолина на характеристики спонтанной активности матки крысы 82

CONTENTS

MATHEMATICS

<i>E. A. Danielyan, H. G. Hovhannisyan</i> – Asymptotic Properties of Maximal Likelihood Estimators for Parameters of Distributions of Moderate Growth.....	7
<i>A. V. Poghosyan</i> – Fourier Formulae for Equidistant Hermite Trigonometric Interpolation.....	13
<i>G. A. Ktryan</i> – On a Conjecture on Lagrange Interpolation in R^3	22
<i>H. K. Nuriyanyan</i> – On the Length of the Shortest Linearised Covering for "Almost All" Subsets in a Finite Field.....	30

MECHANICS

<i>M. A. Brutyan</i> – Burgers Vortex in a Micropolar Fluid	35
---	----

PHYSICS

<i>A. K. Atayan</i> – Interband Magnetoabsorption in the Cylindrical Quantum Layer	42
<i>N. R. Balasanyan, S. G. Stepanyan, A. S. Danagulyan</i> – Identification of Coherent ($\pi^+\pi^-$) Pairs Production in High Energy Photon-Deuteron Scattering.....	49

ORGANIC CHEMISTRY

<i>A. A. Avelisyan, L. V. Karapetyan</i> – Synthesis and Some Chemical Transformations of New Heterocyclic Derivative of 2-Imino-2,5-Dihydrofuran.....	56
--	----

BIOCHEMISTRY

<i>M. K. Karagyozyan, H. R. Vardapetyan, K. G. Karageuzyan</i> – Peculiarities of the Free Radical Peroxidations Disorders in the Mitochondrial Fraction of Rat Brain under the Conditions of Zearalenon Intoxication and Correcting Action of Sodium Thiosulfate on this Background.....	61
<i>S. S. Hovakimyan</i> – Peculiarities of Normalizing Action of Sacricine, a New Synthetic Compound with Anticonvulsion Action on Phospholipids metabolism Disorders in Brain Tissue of Rats with Corasol-Induced Epileptic Seizures.....	68

PHYSIOLOGY

<i>K. V. Kazaryan, V. Ts. Vantsyan, L. G. Simonyan</i> – Influence of Nifedipine on Slow-Wave Pacemaker Activity of Rat Ureteral Edging Zones.....	76
<i>K. V. Kazaryan, N. G. Hunanyan, A. S. Tirayn</i> – Effect of Acetylcholine on the Characteristics of Uterine Spontaneous Activity in Rats.....	82

МАТЕМАТИКА

УДК 519.24

Э. А. Даниелян, А. Г. Оганесян

Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия
 параметров распределений умеренного роста

(Представлено академиком В.С.Захаряном 22/X 2009)

Ключевые слова: *распределения умеренного роста, оценки максимального правдоподобия, асимптотические свойства оценок*

Распределения умеренного роста получены в [1] из стационарных распределений стандартного процесса гибели и размножения. Они представляют собой двухпараметрическое распределение дискретной случайной величины (СВ) ξ вида

$$p_x(\alpha) = (g(\alpha))^{-1} \cdot \frac{\theta^x}{\psi_x} \prod_{m=0}^{x-1} \left(1 + \frac{c-1}{\psi_m}\right), \quad x = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

$$p_0(\alpha) = (g(\alpha))^{-1} = \left(1 + \sum_{k \geq 1} \frac{\theta^k}{\psi_k} \prod_{m=0}^{k-1} \left(1 + \frac{c-1}{\psi_m}\right)\right)^{-1}, \quad (2)$$

$$\alpha = (c, \theta), \quad \{0 < c \leq C_0 < +\infty, 0 < \theta_0 < \theta \leq 1\} \stackrel{\text{def}}{=} A_0,$$

где последовательность $\{\psi_k\}_0^\infty$ удовлетворяет условиям умеренного роста:

$$\begin{cases} \psi_0 = 1, \{\psi_k\}_0^\infty \text{ возрастает, } \lim_{k \rightarrow +\infty} \psi_k = +\infty, \lim_{k \rightarrow +\infty} (\psi_{k+1}/\psi_k) = 1, \\ S_\psi^0 = \sum_{k \geq 0} \frac{1}{\psi_k} < +\infty. \end{cases} \quad (3)$$

В [2] изучены оценки максимального правдоподобия (ОМП) неизвестного параметра $\alpha \in A_0$ на основе случайной выборки $X^n = (X_1, X_2, \dots, X_n)$

из распределения (1)-(2) при дополнительном предположении сходимости следующих рядов

$$S_{\psi}^j = \sum_{k \geq 0} \frac{k^j}{\psi_k} < +\infty, \quad j = 1, 2. \quad (4)$$

Именно, обозначим

$$\bar{h}_i(\mathbf{x}^n) = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^n h_i(x_m), \quad h_i(x_m) = \sum_{k=0}^{x_m-1} (\psi_k + c - 1)^i, \quad i = 1, 2,$$

где $h_i(0) = 0$, а $\mathbf{x}^n = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ — реализация выборки X^n . Тогда ОМП параметра α модели (1)-(3) (при условии ее существования) удовлетворяют системе уравнений правдоподобия

$$\{M_{\alpha}\xi = \bar{x}, \quad M_{\alpha}h_1(\xi) = \bar{h}_1(\mathbf{x}^n)\}. \quad (5)$$

Здесь M — знак математического ожидания, $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$.

В [3] установлено, что система (5) (при допустимых значениях $\bar{x}$ и $\bar{h}_1(\mathbf{x}^n)$) имеет единственное решение $\hat{\alpha}_n = (\hat{c}_n, \hat{\theta}_n)$, которое согласно [2] является ОМП параметра α .

Более того, в [3] показано, что при $0 < \theta < 1$ ряды (4) сходятся.

Цель настоящей работы заключается в изучении асимптотических при $n \rightarrow +\infty$ свойств ОМП $\hat{\alpha}_n$ неизвестного параметра $\alpha \in A_0$.

Оценку $\hat{\alpha}_n$ параметра α называют *сильно-состоятельной* для α , если $\hat{\alpha}_n \rightarrow \alpha$ P -почти наверное (P -п. н.) при $n \rightarrow +\infty$.

Теорема 1. ОМП $\hat{\alpha}_n$ параметра $\alpha \in A_0$ модели (1)-(3) является *сильно-состоятельной оценкой* для α .

Для установления теоремы 1 обозначим

$$\{m_1(\alpha) = M_{\alpha}\xi, \quad m_{h_1}(\alpha) = M_{\alpha}h_1(\xi)\}.$$

Тогда система (5) запишется в виде

$$\mathbf{m}(\alpha) = \bar{\mathbf{m}}_n, \quad (5')$$

где $\bar{m}_1(\mathbf{x}^n) = \bar{x}$, $\bar{m}_2(\mathbf{x}^n) = \bar{h}_1(\mathbf{x}^n)$. Так что ОМП параметра α , являясь единственным решением системы (5'), запишется в виде

$$\hat{\alpha}_n = \mathbf{m}^{-1}(\bar{\mathbf{m}}_n), \quad \mathbf{m}_n = (\bar{m}_1, \bar{m}_2),$$

где $\mathbf{m}^{-1}(\cdot)$ — обратное (непрерывное) отображение для $\mathbf{m}(a) : A_0 \rightarrow \mathbf{m}(A_0) \subset R^2$.

По усиленному закону больших чисел Колмогорова, при $n \rightarrow +\infty$ имеет место P -п. н. сходимость

$$\begin{cases} \bar{m}_1(\mathbf{x}^n) = \bar{x} \rightarrow m_1(\alpha) = M_\alpha \xi, \\ \bar{m}_2(\mathbf{x}^n) = \bar{h}_1(\mathbf{x}^n) \rightarrow m_{h_1}(\alpha) = M_\alpha h_1(\xi). \end{cases}$$

Отсюда в силу непрерывности отображения $\mathbf{m}^{-1}(\cdot)$ по теореме непрерывности (см., напр. [4]),

$$\hat{\alpha}_n \rightarrow \alpha \quad P\text{-п. н. при } n \rightarrow +\infty.$$

Обозначим через

$$I(\alpha) = (I_{ij}(\alpha))_{i,j=1}^2, \quad \alpha = (\alpha_1, \alpha_2), \quad \alpha_1 = c, \quad \alpha_2 = \theta$$

фишеровскую информационную матрицу одного наблюдения X_1 , т.е.

$$I_{i,j}(\alpha) = M_\alpha \left(\frac{\partial l_\alpha(X_1)}{\partial \alpha_i} \cdot \frac{\partial l_\alpha(X_1)}{\partial \alpha_j} \right) = -M_\alpha \left(\frac{\partial^2 l_\alpha(X_1)}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} \right),$$

где $l_\alpha(X_1) = \ln p_{X_1}(\alpha)$.

Пусть $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$ — двумерный случайный вектор, имеющий нормальное распределение $N(0, I(\alpha)^{-1})$ с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $I(\alpha)^{-1}$,

$$\mathbf{u}_n = (u_n^1, u_n^2) = \sqrt{n} \cdot (\hat{\alpha}_n - \alpha) = (\sqrt{n} \cdot (\hat{c}_n - c), \sqrt{n} \cdot (\hat{\theta}_n - \theta)).$$

Оценку $\hat{\alpha}_n$ называют асимптотически эффективной для параметра α , если

$$\mathbf{u}_n \xrightarrow{d} \mathbf{u}, \quad n \rightarrow +\infty,$$

где d — знак сходимости по распределению.

Теорема 2. 1. ОМП $\hat{\alpha}_n$ параметра α асимптотически эффективна.

2. Имеет место сходимость моментов

$$M_\alpha(u_n^i)^k \rightarrow M_\alpha(u^i)^k, \quad k \geq 1, \quad i = 1, 2 \quad \text{при } n \rightarrow +\infty.$$

Отсюда, в частности, следует, что при $n \rightarrow +\infty$

$$M_\alpha \cdot \hat{c}_n = c + o(n^{-1/2}) \quad \text{и} \quad M_\alpha \hat{\theta}_n = \theta + o(n^{-1/2}),$$

т.е. оценки $\hat{c}_n$ и $\hat{\theta}_n$ являются асимптотически несмещенными для параметров c и θ , соответственно.

В математической статистике известна общая теорема для ОМП с утверждением теоремы 2 (см. [4]), для справедливости которой должны быть выполнены следующие условия регулярности (RR):

- 1⁰) $p_x(\alpha') \neq p_x(\alpha'')$ при $\alpha' \neq \alpha''$ и $x = 0, 1, 2, \dots$;
 2⁰) $A_0 \subset R^2$ есть компактное подмножество R^2 ;
 3⁰) $T = \{x : p_x(\alpha) > 0\}$ не зависит от $\alpha \in A_0$;
 4⁰) функция $l_\alpha(x)$ для $x \in T$ дважды непрерывно дифференцируема по α и существует функция $K(x)$ такая, что

$$\left| \frac{\partial^2 l_\alpha(x)}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} \right| \leq K(x) \text{ при всех } \alpha \in A_0, i, j = 1, 2,$$

причем

$$M_\alpha K(\xi) < +\infty, \lim_{k \rightarrow +\infty} \sup_{\alpha \in A_0} \int_{|K(x)| > k} K(x) p_x(\alpha) dx = 0;$$

- 5⁰) $I(\alpha)$ непрерывна и $\det I(\alpha) = |I(\alpha)| \neq 0$.

Доказательство теоремы 2 заключается в проверке справедливости условий регулярности RR, которая осуществляется в приложении.

Приложение. Условия 1⁰ и 2⁰ очевидны. Условие 3⁰ выполнено, поскольку $T = \{0, 1, 2, \dots\}$.

Проверим условие 4⁰. Выражения для производных первого порядка функции $l_\alpha(x)$ имеют следующий вид (см. [2]):

$$\frac{\partial l_\alpha(x)}{\partial \theta} = -\frac{1}{\theta^2} M_\alpha \xi + \frac{x}{\theta}, \quad \frac{\partial l_\alpha(x)}{\partial c} = -M_\alpha h_1(\xi) + h_1(x).$$

Запишем представления для частных производных второго порядка

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 l_\alpha(x)}{\partial \theta^2} = \frac{1}{\theta^2} (M_\alpha \xi - D_\alpha \xi - \bar{x}), & \frac{\partial l_\alpha(x)}{\partial \theta} = -\frac{1}{\theta^2} cov_\alpha(\xi, h_1(\xi)), \\ \frac{\partial^2 l_\alpha(x)}{\partial c^2} = M_\alpha h_2(\xi) - D_\alpha h_1(\xi) - h_2(x). \end{cases} \quad (6)$$

Здесь D — знак дисперсии, cov — знак ковариации двух СВ.

Все выражения в правых частях формул (6) существуют и являются непрерывными функциями по $\alpha \in A_0$ (см. [2], лемма).

Покажем, что существует функция $K(x)$, не зависящая от α и удовлетворяющая неравенствам в условии 4⁰.

Согласно лемме из [2], для любого $\alpha \in A_0$ имеем

$$\left| \frac{\partial^2 l_\alpha(x)}{\partial \theta^2} \right| \leq \theta_0^{-2} \cdot (M_\alpha \xi + M_\alpha \xi^2 + x) \leq \theta_0^{-2} (S_\psi^1 + S_\psi^2 + x) \leq \theta_0^{-2} (2S_\psi^2 + x).$$

Далее, так как $h_1(x) \leq (x/c)$, то

$$\left| \frac{\partial l_\alpha(x)}{\partial \theta \partial c} \right| \leq \theta_0^{-1} \cdot (M_\alpha(\xi \cdot h_1(\xi)) + M_\alpha \xi \cdot M_\alpha h_1(\xi)) \leq (\theta_0 c)^{-1} (M_\alpha \xi^2 + (M_\alpha \xi)^2) \leq \frac{2}{c_0 \theta_0} \cdot S_\psi^2.$$

Наконец, из очевидного неравенства $h_2(x) \leq (x/c_0^2)$ следует

$$\left| \frac{\partial^2 l_\alpha(x)}{\partial c^2} \right| \leq c_0^{-2} \cdot (M_\alpha \xi + M_\alpha \xi^2 + x) \leq c_0^{-2} (2S_\psi^2 + x).$$

Рассмотрим функцию $K(x) = K_0 + x$, где $K_0 = S_\psi^2 \cdot \max(c_0^{-2}, \theta_0^{-2}, (c_0\theta_0)^{-1})$. Очевидно, что для данного $K(x)$ выполнено первое неравенство в условии 4⁰. Кроме того,

$$M_\alpha K(\xi) = K_0 + M_\alpha \xi \leq K_0 + S_\psi^1 < +\infty.$$

Проверим теперь предельное соотношение в условии 4⁰.

Действительно, рассмотрим события $\{K(\xi) \geq k_0\}$, где $k_0 > 0$ — целое число, и их индикаторы $I_{K(\xi) \geq k_0}$. Обозначая $k'_0 = k_0 - K_0$, имеем

$$M_\alpha(K(\xi)I_{K(\xi) \geq k_0}) = M_\alpha((K_0 + \xi)I_{\xi \geq k_0 - K_0}) \leq K_0 + M_\alpha I_{\xi \geq k'_0}.$$

С другой стороны, из неравенства

$$M_\alpha(\xi \cdot I_{\xi \geq k_0}) \leq \sum_{n \geq k'_0} \frac{1}{\psi_n}$$

выводим

$$\lim_{k'_0 \rightarrow +\infty} \sup_{\alpha \in A_0} M_\alpha(\xi \cdot I_{\xi \geq k_0}) = 0.$$

Таким образом, условие 4⁰ полностью проверено.

Перейдем к условию 5⁰. Произведем выкладки

$$I_{1,1}(\alpha) = -M_\alpha \left(\frac{\partial^2 l_\alpha(X_1)}{\partial c^2} \right) = D_\alpha h_1(X_1),$$

$$I_{1,2}(\alpha) = I_{2,1}(\alpha) = -M_\alpha \left(\frac{\partial^2 l_\alpha(X_1)}{\partial c \partial \theta} \right) = \theta^{-1} \cdot \text{cov}_\alpha(X_1, h_1(X_1)),$$

$$I_{2,2}(\alpha) = -M_\alpha \left(\frac{\partial^2 l_\alpha(X_1)}{\partial \theta^2} \right) = \theta^{-2} \cdot D_\alpha X_1.$$

Теперь подсчитаем определитель

$$|I(\alpha)| = \theta^{-2} (D_\alpha X_1 \cdot D_\alpha h_1(X_1) - \text{cov}_\alpha^2(X_1, h_1(X_1))) > 0.$$

Так как $I(\alpha)$ непрерывна по $\alpha \in A_0$ и $|I(\alpha)| \neq 0$, то выполнено условие 5⁰.

Ереванский государственный университет

Э. А. Даниелян, А. Г. Оганесян

**Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия параметров
распределений умеренного роста**

Для распределений умеренного роста изучены асимптотические свойства при неограниченном росте объема выборки оценки максимального правдоподобия неизвестного двумерного параметра. Доказаны асимптотическая несмещенность, сильная состоятельность, эффективность оценок, сходимость их моментов.

Է. Ա. Դանիելյան, Վ. Գ. Նովհաննիսյան

**Չափավոր աճով բաշխումների պարամետրերի մաքսիմալ ճշմարտանմանության
գնահատականների ասիմպտոտիկ հատկություններ**

Ընդգրկված է ծավալի անսահմանափակ աճի պայմաններում ուսումնասիրված են չափավոր աճի բաշխումների անհայտ երկչափ պարամետրի մաքսիմալ ճշմարտանմանության գնահատականների ասիմպտոտիկական հատկությունները: Ապացուցված են գնահատականների ասիմպտոտիկ անշեղելիությունը, խիստ ունակայնությունը, արդյունավետությունը, մոմենտների զուգամետությունը:

E. A. Danielyan, H. G. Hovhannisyan

**Asymptotic Properties of Maximal Likelihood Estimators for Parameters of Distributions
of Moderate Growth**

The asymptotic properties of Maximal Likelihood Estimators for unknown two-dimensional parameter of distributions of moderate growth are investigated. The asymptotic unbiasedness, strong consistency, effectivity and moments' convergence of estimators are proved under the non-limited increase of the sample size condition.

Литература

1. Astola F., Danielian E. - Facta Universitatis(Nis). 2006. V.19. P. 109-131.
2. Гаспарян К. В., Даниелян Э. А. - Вестн. РАУ, серия "физ.-мат. и естественные науки". 2006. N 2. С. 7-14.
3. Варданян Х. Л, Оганесян А. Г. - Ереван. Вестн. ГИУА. 2009. N 2. С. 60-70.
4. Боровков А. А. - Математическая статистика. М. Наука. 1984. 472 с.

УДК 517.518.85, 519.65, 519.652

A. V. Poghosyan

Fourier Formulae for Equidistant Hermite Trigonometric Interpolation

(Submitted by the academician A.B. Nersessian 22/X 2009)

Keywords: *Hermite interpolation, trigonometric interpolation, Krylov-Lanczos interpolation, Bernoulli polynomials, convergence acceleration, Hermite-Krylov-Lanczos interpolation, quadrature formula*

1. For a given smooth function $f \in C^{p-1}[-1, 1]$ we consider the sequence $T_{p,N}(f)(x)$, $p \geq 1$, $N \geq 1$, of trigonometric Hermite interpolation polynomials with prescribed values

$$T_{p,N}^{(s)}(f) \left(\frac{2k}{2N+1} \right) = f^{(s)} \left(\frac{2k}{2N+1} \right), \quad s = 0, \dots, p-1; |k| \leq N.$$

Trigonometric Hermite interpolation on equidistant nodes were discussed by different authors (see, for example, Kress [1], Nersessian [2], Sahakyan [3] and Berrut, Welscher [4] with references therein). A new idea has recently come up in Hermite trigonometric interpolation: considering the separate discrete Fourier transforms (DFTs) of the various derivatives of f and then writing the Hermite interpolant in terms of the thereby obtained coefficients. Berrut and Welcher [4] developed a formula for the Fourier coefficients in terms of those of the two classical trigonometric polynomials interpolating the values and those of the derivative separately. This formula treats the most customary case, i.e., the classical Hermite interpolant that uses only the first order derivatives at every point for an even number of equidistant points. As showed the authors this formula yields the coefficients with a single FFT. They also gave an aliasing formula for the error in the coefficients which, on its turn, yields error bounds and convergence results for differentiable as well as analytic functions.

It is well known that the resulting error of Hermite trigonometric interpolation is strongly dependent on the smoothness of the interpolated function. Interpolation of a 2-periodic and smooth function is highly effective. When the interpolated function has a point of discontinuity, the interpolation leads to the Gibbs phenomenon. The oscillations caused by this phenomenon are typically propagated into regions away from the singularity and degrade the quality of the approximations. Different ways of treating this deficiency have been suggested in the literature for the case $p = 1$. The idea of increasing the convergence rate by subtracting a polynomial that represents the discontinuities in the function and some of its first derivatives ("jumps") was suggested by Krylov [5] in 1906 and later, in 1964, by Lanczos [6]. The key problem lies in determining the singularity amplitudes that has been realized by Eckhoff [7-9] where the values of the "jumps" are solutions of the corresponding system of linear equations. The Krylov-Lanczos and the Krylov-Lanczos-Eckhoff methods were developed and generalized by a number of authors, see [10-15] with references therein.

In this paper we consider trigonometric Hermite interpolation with equidistant interpolation nodes and uniform multiplicities. Our method of construction of the trigonometric Hermite interpolants may be considered as a continuation of the method of Berrut and Welcher [4]. We derive relatively compact formula for the trigonometric Hermite interpolation that gives the interpolants as functions of the coefficients in the DFTs of the derivative values. We consider the case of an odd number of equidistant points for an arbitrary high number of derivatives of equal order at each of these nodes. Although we are discussing only the case of odd number of points our approach is valid also for even number of nodes. The accelerating convergence of interpolations were achieved by application of the Krylov-Lanczos approach. We also give formulae for the corrections that should be applied in order to soften the effect of the "jumps" at the endpoints when the interpolated function is not periodic. In this paper it will be assumed that the exact values of the "jumps" are known.

2. Let $f \in C^{p-1}[-1, 1]$, $p \geq 1$. Let $\tilde{f}_m^{(j)}$ denote the discrete Fourier coefficients of the j -th derivative of f

$$\tilde{f}_m^{(j)} := \frac{1}{2N+1} \sum_{k=-N}^N f^{(j)}(x_k) e^{-i\pi m x_k}, \quad x_k = \frac{2k}{2N+1}, \quad j = 0, \dots, p-1, \quad |m| \leq N.$$

We set $\tilde{f}_m := \tilde{f}_m^{(0)}$.

Following [4], the sequence $T_{p,N}(f)$, $p \geq 1$, $N \geq 1$, of Hermite trigonometric interpolation polynomials will be defined by the formula

$$T_{p,N}(f)(x) := \sum_{m=-N(1-\sigma)}^{N(1+\sigma)} \sum_{j=0}^{p-1} a_j(m) \tilde{f}_m^{(j)},$$

where $\sigma = 0$ for odd values of parameter p and $\sigma = 1$ for even values. The unknown functions $\{a_j\}$ will be determined from the condition that $T_{p,N}(f)$ is exact for the set of functions $\{e^{i\pi r x}\}$, $r = -N(1-\sigma) - [\frac{p}{2}] (2N+1), \dots, N(1+\sigma) + [\frac{p-1}{2}] (2N+1)$, where $[x]$ denotes the greatest integer less than or equal to x . We set $r = n + s(2N+1)$, $n = -N(1-\sigma), \dots, N(1+\sigma)$; $s = -[\frac{p}{2}], \dots, [\frac{p-1}{2}]$ and obtain the system of linear equations

$$e^{i\pi(m+s(2N+1))x} = \sum_{j=0}^{p-1} \alpha_s^j(m) a_j(m), \quad (1)$$

with Vandermonde matrix, for determining the functions $\{a_j\}$, where

$$\alpha_s(m) := i\pi(m + s(2N+1)).$$

We proceed as in [11] and construct the explicit solution of (1)

$$a_j(m) = \sum_{k=-[\frac{p}{2}]}^{[\frac{p-1}{2}]} c_{k,j}(m) e^{i\pi(m+k(2N+1))x},$$

where

$$c_{k,j}(m) = \frac{1}{\prod_{\substack{\ell=-[\frac{p}{2}] \\ \ell \neq k}}^{[\frac{p-1}{2}]} (\alpha_k(m) - \alpha_\ell(m))} \sum_{s=j+1}^p \gamma_s(m) \alpha_k^{s-j-1}(m), \quad (2)$$

and the γ_s are the coefficients of the polynomial

$$\prod_{s=-[\frac{p}{2}]}^{[\frac{p-1}{2}]} (x - \alpha_s(m)) = \sum_{s=0}^p \gamma_s(m) x^s.$$

This leads to the explicit form of the trigonometric Hermite interpolants

$$T_{p,N}(f)(x) = \sum_{m=-N(1-\sigma)}^{N(1+\sigma)} \sum_{j=0}^{p-1} \tilde{f}_m^{(j)} \sum_{k=-[\frac{p}{2}]}^{[\frac{p-1}{2}]} c_{k,j}(m) e^{i\pi(m+k(2N+1))x}. \quad (3)$$

Remark. Trigonometric Hermite interpolation $T_{p,N}(f)(x)$ realizes trigonometric Hermite interpolation for odd number of grid points. It is worth to mention that overall idea of this section with further acceleration of convergence by the Krylov-Lanczos method is valid also for even number of nodes.

Theorem 0.1 *Let $f \in C^{p-1}[-1, 1]$, $p \geq 1$. Then $T_{p,N}(f)$ is a trigonometric Hermite interpolation of f on equidistant grid $x_k = \frac{2k}{2N+1}$, $|k| \leq N$ with uniform multiplicities*

$$T_{p,N}^{(s)}(f)(x_k) = f^{(s)}(x_k), \quad s = 0, \dots, p-1.$$

Definition of the coefficients γ_s implies

$$\gamma_s(m) = (-i\pi(2N+1))^{p-s} \sum_{-\lfloor \frac{p}{2} \rfloor \leq k_1 < \dots < k_{p-s} \leq \lfloor \frac{p-1}{2} \rfloor} \prod_{\ell=k_1}^{k_{p-s}} \left(\frac{m}{2N+1} + \ell \right).$$

Inserting this into (2) we get for $k = -\lfloor \frac{p}{2} \rfloor, \dots, \lfloor \frac{p-1}{2} \rfloor$ and $j = 0, \dots, p-1$

$$c_{k,j}(m) = \frac{1}{(i\pi(2N+1))^j} \beta_{k,j} \left(\frac{m}{2N+1} \right), \quad (4)$$

where

$$\beta_{k,j}(x) := \frac{1}{\prod_{\substack{\ell=-\lfloor \frac{p}{2} \rfloor \\ \ell \neq k}} (k-\ell)} \sum_{s=j+1}^p (-1)^{p-s} \rho_s(x) (x+k)^{s-j-1}, \quad (5)$$

and the $\rho_j(x)$ are the coefficients of the polynomial

$$\prod_{s=-\lfloor \frac{p}{2} \rfloor}^{\lfloor \frac{p-1}{2} \rfloor} (y + (x+s)) = \sum_{s=0}^p \rho_s(x) y^s. \quad (6)$$

Integration of the interpolation $T_{p,N}(f)(x)$ over the interval $(-1, 1)$ leads to the quadrature formula

$$Q_{p,N}(f) := \int_{-1}^1 T_{p,N}(f)(x) dx = \frac{2}{\prod_{\substack{\ell=-\lfloor p/2 \rfloor \\ \ell \neq 0}} \ell} \sum_{j=0}^{p-1} \frac{(-1)^j \rho_{j+1}(0)}{(i\pi)^j (2N+1)^{j+1}} \sum_{k=-N}^N f^{(j)}(x_k).$$

3. For $f \in C^q[-1, 1]$ denote by $A_k(f)$ the "jump" of the k -th derivative of f

$$A_k(f) := f^{(k)}(1) - f^{(k)}(-1), \quad k = 0, \dots, q.$$

Throughout the paper it will be assumed that the exact values of the "jumps" are known.

By $f_n^{(j)}$ define the Fourier coefficients of the j -th derivative of f

$$f_n^{(j)} := \frac{1}{2} \int_{-1}^1 f^{(j)}(x) e^{-i\pi n x} dx, \quad j \geq 0.$$

We set $f_n := f_n^{(0)}$.

The following lemma is crucial for the Krylov-Lanczos method.

Lemma 0.2 Suppose $f \in C^q[-1, 1]$ for some $q \geq 1$. Then the following formula holds for $n \neq 0$

$$f_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2} \sum_{k=0}^{q-1} \frac{A_k(f)}{(i\pi n)^{k+1}} + \frac{1}{2(i\pi n)^q} \int_{-1}^1 f^{(q)}(x) e^{-i\pi n x} dx. \quad (7)$$

Equation (7) implies the basic expansion

$$f(x) = F(x) + \sum_{k=0}^{q-1} A_k(f) B_k(x) \quad (8)$$

of the approximated function where the B_k are 2-periodic extensions of the Bernoulli polynomials with the Fourier coefficients

$$B_{k,n} := \begin{cases} 0, & n = 0, \\ \frac{(-1)^{n+1}}{2(i\pi n)^{k+1}}, & n \neq 0, \end{cases}$$

and F is a 2-periodic and smooth function ($F \in C^{q-1}(R)$) on the real line with the discrete Fourier coefficients

$$\tilde{F}_n = \tilde{f}_n - \sum_{k=0}^{q-1} A_k(f) \tilde{B}_{k,n}. \quad (9)$$

It is well known that [6]

$$B_0(x) = \frac{x}{2}, \quad B_k(x) = \int B_{k-1}(x) dx, \quad \int_{-1}^1 B_k(x) dx = 0.$$

Equation (8) yields ($p \leq q$)

$$F^{(j)}(x) = f^{(j)}(x) - \frac{A_{j-1}(f)}{2} - \sum_{k=j}^{q-1} A_k(f) B_{k-j}(x), \quad j = 1, \dots, p-1. \quad (10)$$

Therefore

$$\tilde{F}_n^{(j)} = \tilde{f}_n^{(j)} - \sum_{k=j}^{q-1} A_k(f) \tilde{B}_{k-j,n}, \quad n \neq 0, \quad j = 1, \dots, p-1, \quad (11)$$

and

$$\tilde{F}_0^{(j)} = \tilde{f}_0^{(j)} - \frac{A_{j-1}(f)}{2} - \sum_{k=j}^{q-1} A_k(f) \tilde{B}_{k-j,0}, \quad j = 1, \dots, p-1. \quad (12)$$

Approximation of F in (8) by $T_{p,N}(f)$, for $q \geq p$, leads to the following Hermite interpolation that we will call *Hermite-Krylov-Lanczos interpolation*

$$\begin{aligned}
T_{q,p,N}(f)(x) &:= \sum_{m=-N(1-\sigma)}^{N(1+\sigma)} \sum_{j=0}^{p-1} \tilde{F}_m^{(j)} \sum_{k=-[\frac{p}{2}]}^{[\frac{p-1}{2}]} c_{k,j}(m) e^{i\pi(m+k(2N+1))x} \\
&+ \sum_{k=0}^{q-1} A_k(f) B_k(x), \quad q \geq p,
\end{aligned} \tag{13}$$

where the coefficients $\tilde{F}_m^{(j)}$ are defined by (9), (11), and (12).

Integration of the interpolation (13) over the interval $(-1, 1)$ leads to the following quadrature formula that we will call *Hermite-Krylov-Lanczos quadrature*

$$Q_{q,p,N}(f) := \int_{-1}^1 T_{q,p,N}(f)(x) dx = \frac{2}{\prod_{\substack{\ell=-[p/2] \\ \ell \neq 0}}^{[\frac{p-1}{2}]} \ell} \sum_{j=0}^{p-1} \frac{(-1)^j \rho_{j+1}(0)}{(i\pi)^j (2N+1)^{j+1}} \sum_{k=-N}^N F^{(j)}(x_k), \quad q \geq p, \tag{14}$$

where for $F^{(j)}(x)$ we have representation (10).

We put

$$R_{q,p,N}(f)(x) := f(x) - T_{q,p,N}(f)(x), \quad r_{q,p,N}(f) := \int_{-1}^1 f(x) dx - Q_{q,p,N}(f),$$

and by $\|f\|$ we denote the standard norm in the space $L_2(-1, 1)$

$$\|f\| := \left(\int_{-1}^1 |f(x)|^2 dx \right)^{1/2}.$$

The next theorem reveals the asymptotic behavior of the trigonometric Hermite interpolation.

Theorem 0.3 *Let $f \in C^q[-1, 1]$, $q \geq 1$ be such that $f^{(q)}$ is absolutely continuous on $[-1, 1]$. Then the following estimate holds ($q \geq p$)*

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (2N+1)^{q+\frac{1}{2}} \|R_{q,p,N}(f)\| = |A_q(f)| t(q, p),$$

$$t(q, p) := \frac{1}{\sqrt{2} \pi^{q+1}} \left(\int_{-\frac{1-\sigma}{2}}^{\frac{1+\sigma}{2}} \sum_{k=-[\frac{p}{2}]}^{[\frac{p-1}{2}]} \left| \sum_{j=0}^{p-1} \beta_{k,j}(x) \sum_s^* \frac{(-1)^s}{(x+s)^{q-j+1}} \right|^2 dx + \frac{2^{2q+2}}{(2q+1)p^{2q+1}} \right)^{\frac{1}{2}},$$

where

$$\sum_s^* := \sum_{s=-\infty}^{-[\frac{p}{2}]-1} + \sum_{s=[\frac{p-1}{2}]+1}^{\infty},$$

and the $\beta_{k,j}$ are defined by (5).

In the next theorem we reveal the asymptotic behavior of the Hermite-Krylov-Lanczos quadrature.

Theorem 0.4 *Let $f \in C^q[-1, 1]$, $q \geq 1$ be such that $f^{(q)}$ is absolutely continuous on $[-1, 1]$. Then the following estimate holds ($q \geq p$)*

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (2N + 1)^{q+1} r_{q,p,N}(f) = \frac{A_q(f)}{(i\pi)^{q+1} \prod_{\substack{\ell = -[\frac{p-1}{2}] \\ \ell \neq 0}}^{\lfloor \frac{p-1}{2} \rfloor}} \ell} \sum_{j=0}^{p-1} (-1)^j \rho_{j+1}(0) \sum_s^* \frac{(-1)^s}{s^{q-j+1}},$$

where

$$\sum_s^* := \sum_{s=-\infty}^{-[\frac{p}{2}]-1} + \sum_{s=[\frac{p-1}{2}]+1}^{\infty},$$

and the $\rho_s(x)$ are defined by (6).

4. Consider the following simple function

$$f(x) = \sin(x - 1). \quad (15)$$

In Table the uniform errors $\max_{|x| \leq 1} |R_{q,p,N}(f)(x)|$ are presented for various values of p , q and $N = 1$ while interpolating the function (15) by the Hermite-Krylov-Lanczos interpolation. We see that the errors vary from the value 0.15 ($p = q = 1$) to the value $3 \cdot 10^{-15}$ ($q = 10$ and $p = 6$). Hence, using the same number of nodes ($2N + 1 = 3$) we increase the precision of the quadrature by increasing the values of parameters p and q .

The uniform errors while approximating the function (15) by the Hermite-Krylov-Lanczos interpolation for various values of the parameters p and q . Here, $N = 1$.

$q \setminus p$	1	2	3	4	5	6
1	0.15	—	—	—	—	—
2	$6.4 \cdot 10^{-3}$	$2.4 \cdot 10^{-3}$	—	—	—	—
3	$2.4 \cdot 10^{-3}$	$6.7 \cdot 10^{-4}$	$2.6 \cdot 10^{-4}$	—	—	—
4	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$2.5 \cdot 10^{-5}$	$4.9 \cdot 10^{-6}$	$2.3 \cdot 10^{-6}$	—	—
5	$5.2 \cdot 10^{-5}$	$5.9 \cdot 10^{-6}$	$9.9 \cdot 10^{-7}$	$4.4 \cdot 10^{-7}$	$1.9 \cdot 10^{-7}$	—
6	$4.7 \cdot 10^{-6}$	$2.9 \cdot 10^{-7}$	$2.4 \cdot 10^{-8}$	$7.7 \cdot 10^{-9}$	$2.4 \cdot 10^{-9}$	$1.2 \cdot 10^{-9}$
7	$1.2 \cdot 10^{-6}$	$5.7 \cdot 10^{-8}$	$3.8 \cdot 10^{-9}$	$1.1 \cdot 10^{-9}$	$3.3 \cdot 10^{-10}$	$1.6 \cdot 10^{-10}$
8	$1.2 \cdot 10^{-7}$	$3.2 \cdot 10^{-9}$	$1.1 \cdot 10^{-10}$	$2.4 \cdot 10^{-11}$	$4.7 \cdot 10^{-12}$	$1.9 \cdot 10^{-12}$
9	$3.1 \cdot 10^{-8}$	$5.8 \cdot 10^{-10}$	$1.5 \cdot 10^{-11}$	$2.9 \cdot 10^{-12}$	$5.4 \cdot 10^{-13}$	$2.1 \cdot 10^{-13}$
10	$3.1 \cdot 10^{-9}$	$3.6 \cdot 10^{-11}$	$4.5 \cdot 10^{-13}$	$6.9 \cdot 10^{-14}$	$8.5 \cdot 10^{-15}$	$2.7 \cdot 10^{-15}$

This work was supported in part by the ANSEF grant PS 1867.

Institute of Mathematics NAS RA

A. V. Poghosyan

Fourier Formulae for Equidistant Hermite Trigonometric Interpolation

A sequence of Hermite trigonometric interpolation polynomials with equidistant interpolation nodes and uniform multiplicities is investigated. We derive relatively compact formula that gives the interpolants as functions of the coefficients in the DFTs of the derivative values. The coefficients can be calculated by the FFT algorithm. Corresponding quadrature formulae are derived and explored. Convergence acceleration based on the Krylov-Lanczos approach for accelerating both the convergence of interpolation and quadrature is considered. Exact constants of the asymptotic errors are obtained and some numerical illustrations are presented.

Ա. Վ. Պողոսյան

Ներմիտի եռանկյունաչափական հավասարահեռ ինտերպոլյացիայի համար Ֆուրիեի բանաձև

Ուսումնասիրվում է Ներմիտի եռանկյունաչափական ինտերպոլյացիան հավասարահեռ ցանցի վրա եւ վերջինիս համար ներկայացվում է բացահայտ բանաձև ֆունկցիայի եւ նրա ածանցյալների Ֆուրիեի դիսկրետ ձեւափոխությունների փերմիններով: Ուսումնասիրվում է ինտերպոլյացիայի զուգամիտության արագացման խնդիրը Կոիլով-Լանցոշի հայտնի մոտեցման կիրառմամբ: Չուգահեռաբար ուսումնասիրվում են համապատասխան բառակուսելիության բանաձևերը: Դիտարկվում են զուգամիտության հարցեր, ստացվում են սխալանքի ասիմպտոտորեն ճշգրիտ գնահատականներ: Թվային արդյունքները ներկայացնում են մեթոդի հնարավորությունները:

A. B. Погосян

Формула Фурье для Эрмитовой тригонометрической равноотстоящей интерполяции

Изучена Эрмитова тригонометрическая интерполяция на равномерной сети и представлена явная формула, которая реализуется посредством дискретного преобразования Фурье значений функции и ее производных. Рассматривается задача

ускорения сходимости интерполяции применением подхода Крылова—Ланцоша. Параллельно исследованы соответствующие квадратурные формулы. Получены асимптотически точные оценки ошибок интерполяций и квадратур. Результаты численных экспериментов подтверждают точность теоретических оценок.

References

1. *Kress R.* - Numer. Math. 1972. V. 20. P. 125-138.
2. *Nersessian A.* - Numer. Functional Anal. and Optimization. 2000. V. 21(1). P. 227-240.
3. *Sahakyan K.* - East J. on Approximations. 2006. V. 12(4). P. 441 – 449.
4. *Berrut J.-P., Welscher A.* - Applied and Computational Harmonic Analysis. 2007. V. 23(3). P. 307-320.
5. *Krylov A.* On approximate calculations. Lectures delivered in 1906, Tipolitography of Birkenfeld, Petersburg. 1907.
6. *Lanczos C.* Discourse on Fourier Series, Oliver and Boyd, Edinburgh, 1966.
7. *Eckhoff K.S.* - Math. Comp. 1993. V. 61(204). P. 745-763.
8. *Eckhoff K.S.* - Math. Comp. 1995. V. 64(210). P. 671-690.
9. *Eckhoff K.S.* - Math. Comp. 1998. V. 67(223). P. 1063-1087.
10. *Adcock B.* Technical report NA2008/11, DAMTP, University of Cambridge. 2008.
11. *Barkhudaryan A., Barkhudaryan R., Poghosyan A.* - Analysis in Theory and Applications. 2007. V. 23(3). P. 228-242.
12. *Nersessian A., Poghosyan A.* - Central European Journal of Mathematics. 2006. V. 4(3). P. 435-448.
13. *Nersessian A., Poghosyan A.* - Journal of Scientific Computing. 2006. V. 26(1). P. 111-125.
14. *Nersessian A., Poghosyan A.* - Armenian Journal of Mathematics. 2008. V. 1(1). P. 50-63.
15. *Poghosyan A.* - Analysis and Applications. 2009. V. 7(2). P. 199-211.

УДК 517

G. A. Ktryan

On a Conjecture on Lagrange Interpolation in R^3

(Submitted by the corresponding member of NAS A. A. Sahakian 28/XII 2009)

Keywords: *Lagrange interpolation problem, fundamental polynomial, geometric characterization, maximal hyperplane, Gasca-Maeztu conjecture*

Introduction. The geometric characterization (GC_n) for multivariate interpolation is equivalent to the existence of a Lagrange formula with fundamental polynomials that are products of n linear factors. The Gasca-Maeztu conjecture for R^k is: for any GC_n set in R^k there is a hyperplane (called maximal hyperplane) passing through $\dim \Pi_n^{k-1}$ points of that set. The conjecture for $k = 2$ has only been proved for degrees $n \leq 4$ (see e.g. [1], [2], [3]) and for $k = 3$ only for degrees $n \leq 2$ [4]. The maximal hyperplanes play important role in the study of GC_n sets. In this paper we give a precise lower estimate for the number of maximal planes for GC_2 sets in R^3 .

1. Auxiliary Results. Let $\Pi_n^k := \Pi_n(R^k)$ be the space of all polynomials in k variables of total degree not exceeding n , whose dimension is $\binom{n+k}{k}$. Let us fix any finite set $X = \{\bar{x}^{(1)}, \bar{x}^{(2)}, \dots, \bar{x}^{(d)}\} \subset R^k$ as the set of knots of interpolation and pose the

Lagrange interpolation problem. Given $X = \{\bar{x}^{(1)}, \bar{x}^{(2)}, \dots, \bar{x}^{(d)}\} \subset R^k$ and any values $c_1, c_2, \dots, c_d$, find $p \in \Pi_n^k$ such that $p(\bar{x}^{(j)}) = c_j$, $j = 1, 2, \dots, d$.

Every polynomial p of degree not exceeding n can be written in the form $p(\bar{x}) = \sum_{|\alpha| \leq n} a_\alpha \bar{x}^\alpha$, and the interpolation conditions give rise to the following system

of d equations and $\binom{n+k}{k}$ unknowns:

$$p(\bar{x}^{(j)}) = \sum_{|\alpha| \leq n} a_\alpha (\bar{x}^{(j)})^\alpha = c_j, \quad j = 1, 2, \dots, d, \quad (1.1)$$

where a_α are the unknowns.

An interesting problem in multivariate interpolation is to infer the existence and uniqueness of the solution of the Lagrange interpolation problem from the distributions of the points in X . This leads to the following

Definition 1.1. We say that a set $X \subset R^k$ is Π_n^k -correct, if the Lagrange interpolation problem for X and Π_n^k has a unique solution for any values $c_1, c_2, \dots, c_d$.

From (1.1) we get that a necessary condition for a set X to be Π_n^k -correct is that $d = \binom{n+k}{k}$. In that case the linear system (1.1) has the same number of equations and unknowns. Hereon we assume that this condition holds. Then the set X is Π_n^k -correct, if and only if there exists no $p \in \Pi_n^k$ vanishing at all the points of X . This condition means geometrically that no algebraic hypersurface of degree not exceeding n passes through all the points of X .

We say that $p \in \Pi_n^k$ is a fundamental polynomial or Lagrange polynomial associated to the knot $A = \bar{x}^{(i)} \in X$, if $p(\bar{x}^{(j)}) = \delta_{ij}$, $1 \leq j \leq d$, where δ_{ij} is the symbol of Kronecker. From now on we will denote the above fundamental polynomial by $p_A^* := p_i^*$.

Note that the set X is Π_n^k -correct if and only if all interpolation knots have fundamental polynomials. Furthermore, in the case of correctness the solution p of the Lagrange interpolation problem can be expressed by the Lagrange formula $p = \sum_{j=1}^d p(\bar{x}^{(j)}) \cdot p_j^*$.

Remark 1.1. Any fundamental polynomial is of exact degree n .

Indeed, let h be an arbitrary hyperplane ($\deg h = 1$) vanishing at A . If $\deg(p_A^*) < n$, then $hp_A^* \in \Pi_n^k$ vanishes at X , contradicting the correctness of X .

Now let us consider the construction of correct sets provided by Chung and Yao.

Definition 1.2. (See [5]) A set of knots $X \subset R^k$, $\#X = d = \binom{n+k}{k}$ is said to satisfy the geometric characterization GC_n , or is a GC_n set for short, if for all $A \in X$ there exist (at most) n affine functions h_i^A , $i = 1, 2, \dots, n$, such that the union of all hyperplanes $h_i^A = 0$ contains all knots of $X \setminus \{A\}$, but not the knot A . We say that $\{h_i^A = 0 | i = 1, 2, \dots, n\}$ is the set of hyperplanes used by the knot A .

Henceforth let us denote by h both the hyperplane and the affine function which takes part in the equation of the hyperplane.

The GC_n condition is equivalent to the existence of all fundamental polynomials in form of products of linear factors: $p_A^* = \gamma \prod_{i=1}^n h_i^A$, where γ is a constant. Therefore, if X satisfies the GC_n condition, then it is Π_n^k -correct. So the set of hyperplanes used by a knot must be unique, and by Remark 1.1, it contains exactly n elements.

2. Conjectures concerning GC sets. In 1982 Gasca and Maeztu made the following conjecture.

GM-conjecture. (See [6]) For every GC_n set $X \subset R^2$ there is a line passing through $n + 1$ nodes of X .

A line containing $n + 1$ nodes of X is called a maximal line. So far the GM-conjecture has been verified only for $n \leq 4$ (see [1], [2], [3]). Actually, the GM-conjecture states that every Chung-Yao set (GC set) is a particular case of another well-known construction, called Berzolari-Radon: there exist lines $l_0, l_1, \dots, l_n$, such that $l_i \setminus (l_0 \cup \dots \cup l_{i-1})$ contains exactly $n + 1 - i$ nodes (see e.g. [3]). Carl de Boer generalized the GM-conjecture for R^k :

GM_k -conjecture. (See [7]) For every GC_n set $X \subset R^k$ there is a hyperplane passing through $\dim \Pi_n^{k-1}$ knots of X .

A hyperplane containing $\dim \Pi_n^{k-1}$ knots of X is called a maximal hyperplane.

We will use the following:

Proposition 2.1. ([7]) A hyperplane is maximal if and only if it is used by all the knots not contained in it.

Note that the case of $k = 2$ was proved in [8].

In the plane, Carnicer and Gasca have strengthened the GM-conjecture by proving the following:

Theorem 2.1. ([8]) If GM-conjecture is true, then there are at least three maximal planes.

On the basis of this result C. de Boer made the following conjecture:

CG_k -conjecture. ([7]) For every GC set in R^k there are at least $k + 1$ maximal hyperplanes.

He also brought a counterexample, which shows that this conjecture is not true (see [7]).

In [4] it was proved that GM_k -conjecture is true for Π_2^3 . Which also shows that the following natural generalization of Theorem 2.1 for $k = 3$ is not true:

- If GM_k -conjecture is true, then there are at least $k + 1$ maximal hyperplanes.

In the next section we prove that there exist at least 3 maximal planes for any GC_2 set in R^3 . The counterexample of C. de Boer (see also the example at the end of the paper) shows that this result can not be improved.

3. The maximal planes of GC_2 set in R^3 . From now on let us consider the GC_2 set $X \subset R^3$, $\#X = \binom{2+3}{3} = 10$. In [4] it was proved that in this case (i.e., for $k = 3$, $n = 2$) the GM_k -conjecture is true. In other words there is a plane (maximal plane) passing through $\dim \Pi_2^2 = 6$ knots of X . Denote this maximal plane by h_{max} . In [4] also it was mentioned that the 6 knots of the maximal plane satisfy the GC_2 condition in R^2 . We will use the following result (see [4], Lemma 3.1 and Lemma

3.2):

Lemma 3.1. *Let a set of knots $X \subset R^3$ satisfy GC_n . Then the following hold:*

(i) *If a line l passes through $n + 1$ knots of X , then any knot not lying on l uses a plane passing through the line l .*

(ii) *There is no line passing through $n + 2$ knots of X .*

Definition 3.1. *We say that the distinct lines $l_1, l_2, \dots, l_q$ in the plane are in general position, if no two of them are parallel and no three are concurrent.*

Definition 3.2. *We say that six nodes in the plane have Δ -structure with three lines in general position if three nodes are the vertices of the triangle, formed by the lines, and the remaining three lie one by one on the lines (see Fig. 1).*

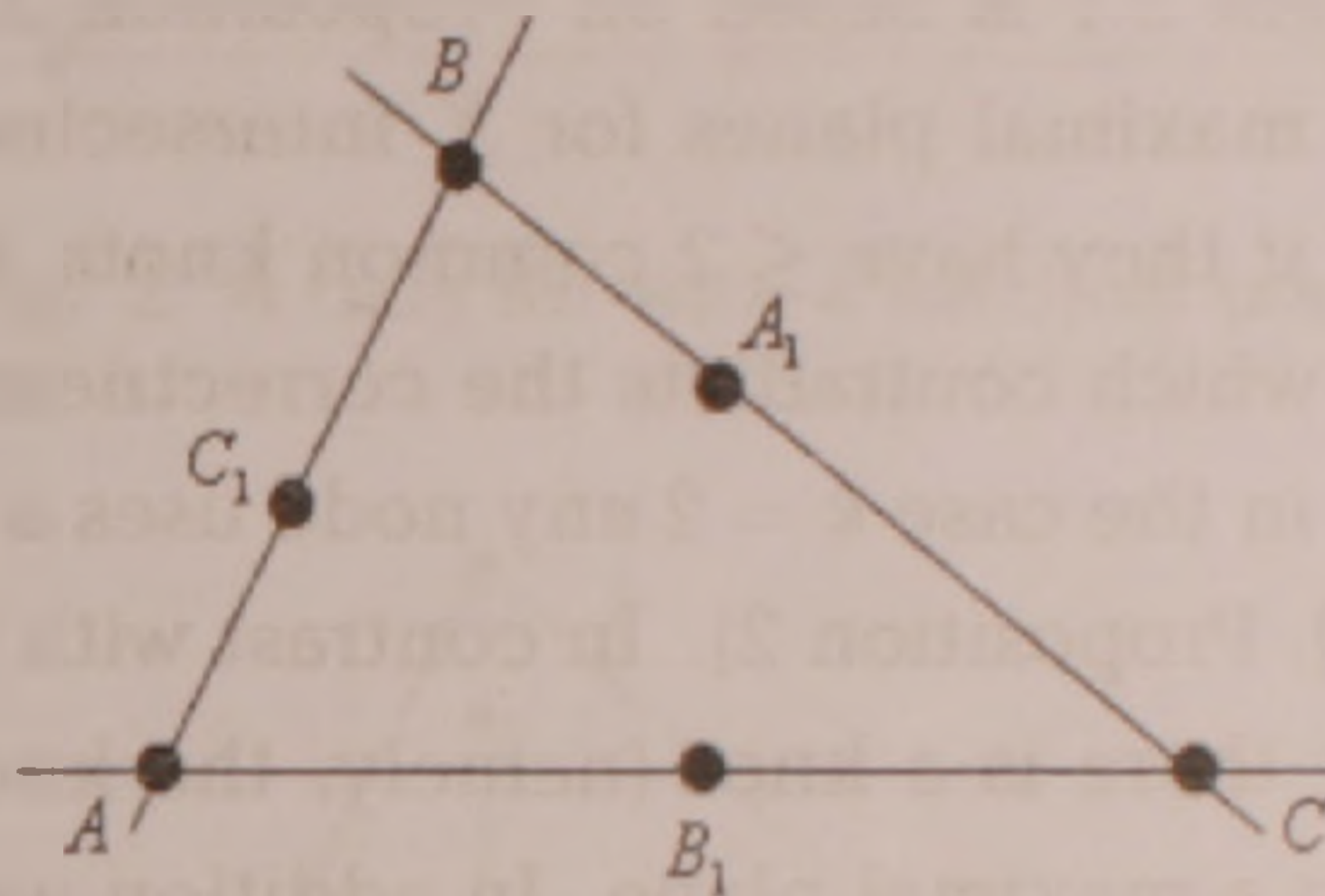


Fig. 1. Δ -structure.

We will use the following:

Proposition 3.1. *The nodes of any GC_2 set in R^2 have Δ -structure.*

Proof. Since the set of six points satisfies GC_2 in R^2 then any five of them lie on two lines. Hence there are three nodes, for example A, C_1, B , lying on a line. The remaining nodes: A_1, B_1, C are non-collinear (see Fig. 1). Consider the 2 lines used by A . It is evident that one of these lines should pass through exactly 1 node from C_1, B and 2 nodes from A_1, B_1, C . Without loss of generality assume that the line passes through the nodes B, A_1, C . Finally consider the node B . By the same way we get the third line passing through 3 nodes. $\diamond$

Now we have the following distribution of 10 knots of X : 6 knots are on the plane h_{max} and have Δ -structure (by Proposition 3.1), and the remaining 4 called free knots not contained in h_{max} .

Remark 3.1. *The 4 free knots are not coplanar. In particular no three of them are collinear.*

Indeed, since otherwise the product of h_{max} and the plane, which passes through the 4 free knots, will be a non-trivial polynomial from Π_2^3 vanishing at all knots of X .

Let us fix one of three lines passing through three knots of h_{max} and denote by l^* . We have

Lemma 3.2. *Assume that there is no other maximal plane except $h_{\max}$. Then there exists a line passing through two free knots and one of three knots of $h_{\max} \setminus l^*$.*

Next, we have the following:

Proposition 3.2. *There are at least two maximal planes for any GC_2 set X in R^3 .*

The proof of Proposition 3.2 is based on Lemma 3.1 and Lemma 3.2.

Now let us formulate the basic result of the paper concerning the number of maximal planes.

Theorem 3.1. *There exist at least three maximal planes for any GC_2 set X in R^3 .*

The proof of Theorem 3.1 is based on Proposition 3.2 and Lemma 3.1. Also we use the fact that two maximal planes for X intersected by a line containing 3 knots. Indeed, otherwise if they have ≤ 2 common knots, then we will have all the knots on these 2 planes, which contradicts the correctness of X .

Let us mention that in the case $k = 2$ any node uses a maximal line if the GM -conjecture is true (see [9], Proposition 2). In contrast with this the counterexample of C. de Boer shows that there is a knot (namely, the knot K in the forthcoming Fig. 3) which is not using a maximal plane. In addition we have

Corollary 3.1. *For any GC_2 set in R^3 at most one knot is not using a maximal plane in it's fundamental polynomial.*

Proof: By Theorem 3.1 there are at least 3 maximal planes for any GC_2 set in R^3 . Consider first the case of 4 maximal planes. Then for each knot there is a maximal plane not passing through it, since according to [7], Fact 14(v), the intersection of 4 maximal planes is empty. So by Proposition 2.1 each knot uses a maximal plane. If there are 3 maximal planes then they intersect at exactly one knot (see [7], Fact 14(iv)), which consequently is not using a maximal plane. For any other knot there is a maximal plane not passing through it. This in view of Proposition 2.1 completes the proof. $\diamond$

4. Examples. For the sake of completeness let us bring two examples, which show that the result of Theorem 3.1 can not be improved. Note that these examples essentially were introduced by Carl de Boer [7] for seemingly more specific construction.

Example 1. Let us consider the following generalization of the Δ -structure for 10 knots in R^3 . Suppose we have four planes in general position, i.e., any three planes intersect at exactly one point, and the four are not concurrent. Choose four knots that are the vertices of the pyramid, formed by the planes, and the remaining six knots, so called non-vertex, are lying one by one point on the lines containing the edges of the pyramid (see Fig. 2).

This set of knots is a GC_2 set in R^3 . Indeed, it is easily noticed that for any non-

vertex knot there are two maximal planes not passing through it and containing all other knots. Then for each fixed vertex of the pyramid there is a maximal plane not passing through it. The second plane it uses is the one passing through the remaining three knots.

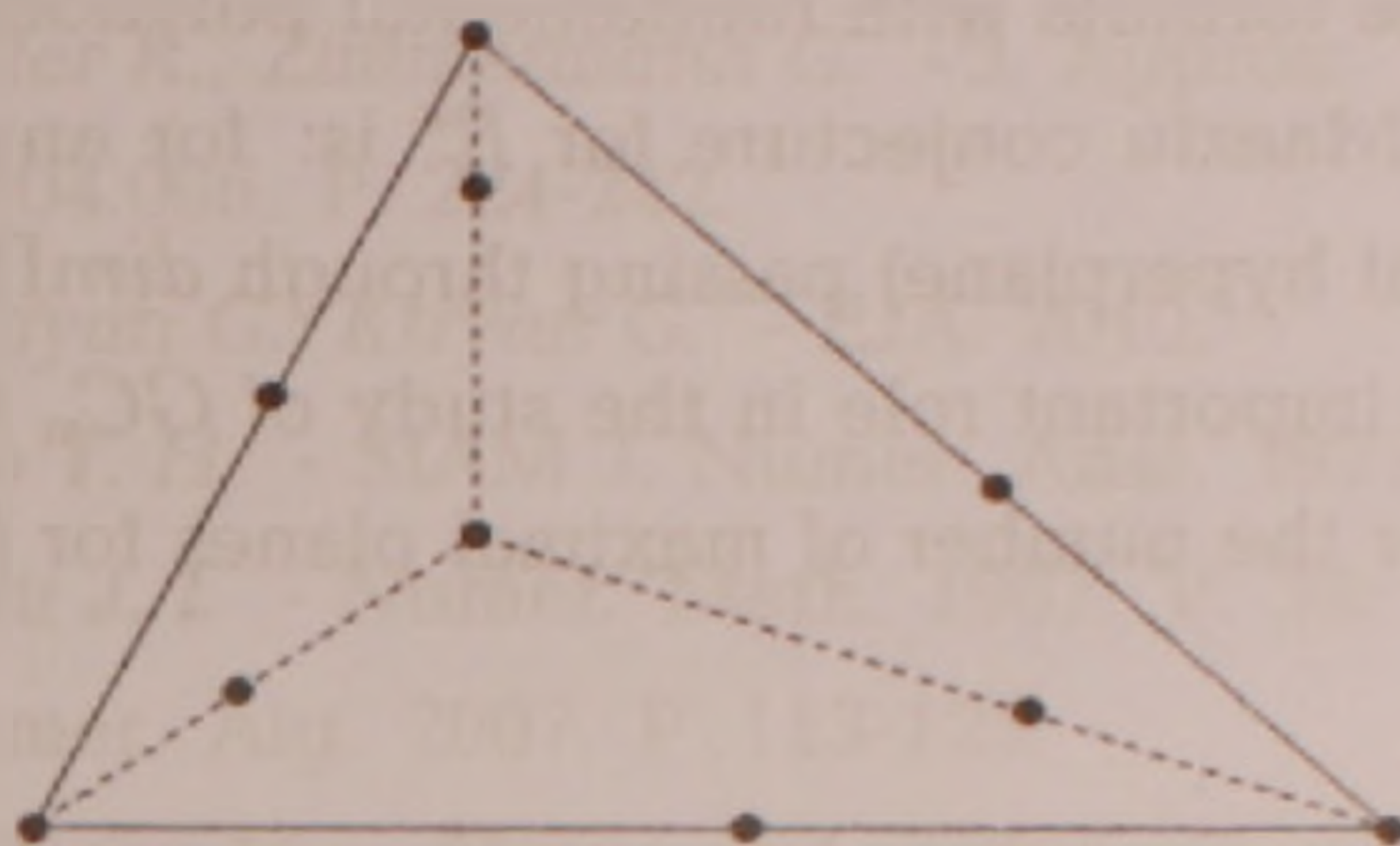


Fig. 2. A GC_2 set with 4 maximal planes.

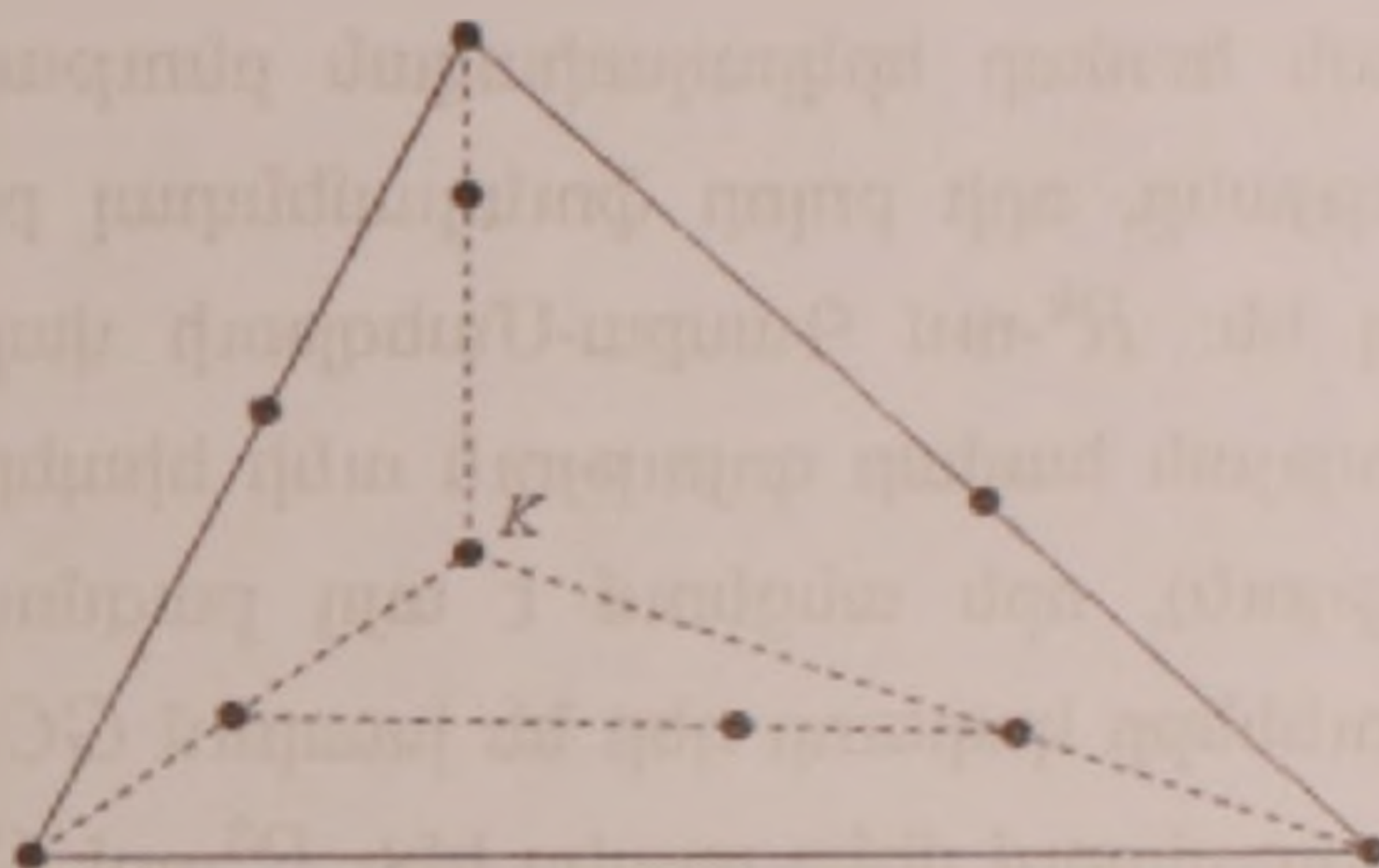


Fig. 3. A GC_2 set with 3 maximal planes.

Notice that in this example we have four maximal planes, which are the faces of the pyramid.

Example 2. Let us fix any face of the pyramid, for example the base, and move one of the non-vertex knots to the line passing through the remaining two non-vertex knots in the same face (see Fig. 3). In this case we have only three maximal planes. Besides the set of knots is also a GC_2 set in R^3 . Indeed, for all knots except K there is a maximal plane not passing through it. The second plane they use is the plane passing through the remaining three knots. Finally, K uses the same planes as in the first example but containing now 4 and 5 knots, respectively.

So we get a GC_2 set in R^3 , which has exactly three maximal planes. This proves that the result of Theorem 3.1 can not be improved.

G. A. Ktryan

On a Conjecture on Lagrange Interpolation in R^3

The geometric characterization (GC_n) for multivariate interpolation is equivalent to the existence of a Lagrange formula with fundamental polynomials that are products of n linear factors. The Gasca-Maeztu conjecture for R^k is: for any GC_n set in R^k there is a hyperplane (called maximal hyperplane) passing through $\dim \Pi_n^{k-1}$ points of that set. The maximal hyperplanes play important role in the study of GC_n sets. In this paper we give a precise lower estimate for the number of maximal planes for GC_2 sets in R^3 .

Գ. Ա. Թրյան

R^3 -ում Լագրանժի միջարկման վերաբերյալ մի վարկածի մասին

Բազմաչափ միջարկման համար երկրաչափական բնութագիրը (GC_n) համարժեք է Լագրանժի բանաձևի գոյությանը, որի բոլոր ֆունդամենտալ բազմանդամները n գծային արտադրիչների արտադրյալ են: R^k -ում Գասքա-Մաեզտուի վարկածը հետևյալն է. R^k -ում ցանկացած GC_n բազմության համար գոյություն ունի հիպերհարթություն (այն կոչվում է մաքսիմալ հիպերհարթություն), որն անցնում է այդ բազմության $\dim \Pi_n^{k-1}$ կետերով: Մաքսիմալ հիպերհարթությունները կարևոր դեր են խաղում GC_n բազմությունների ուսումնասիրության մեջ: Այս աշխատանքում մենք փալիս ենք R^3 -ում GC_2 բազմության մաքսիմալ հարթությունների քանակի ճշգրիտ ստորին գնահատականը:

Г. А. Ктрян

О гипотезе, относящейся к интерполяции Лагранжа в R^3

Геометрическая характеристика (GC_n) для многомерной интерполяции эквивалентна существованию формулы Лагранжа, фундаментальные полиномы которой являются произведением n множителей. Гипотеза Гаска-Маезту в R^k следующая: для любого множества GC_n в R^k существует гиперплоскость (называется максимальной гиперплоскостью), которая проходит через $\dim \Pi_n^{k-1}$ точек этого множества. Максимальные гиперплоскости играют важную роль в изучении множеств GC_n . Приведена точная нижняя оценка количества максимальных плоскостей для множества GC_2 в R^3 .

References

1. *Busch J. R.* - Un. Mat., Argentina. 1990. V. 36. P. 33-38.
2. *Carnicer J. M., Gasca M.* - Rev. R. Acad. Cienc. Exactas Fis. Nat. (Esp.) Ser. A Mat. 2001. V. 95. P. 145-153.
3. *Hakopian H., Jetter K., Zimmermann G.* - J. Approx. Theory. 2009. V. 159. N 2. doi: 10.1016./j.jat. 2009.04.006. P. 224-242.
4. *Apozyan A., Avagyan G., Ktryan G.* - EJA. 2010.
5. *Chung K. C., Yao T. H.* - SIAM J. Numer. Anal. 1977. V. 14. P. 735-753.
6. *Gasca M., Maeztu J. I.* - Numer. Math. 1982. V. 39. P. 1-14.
7. *de Boor C.* - Numer. Alg. 2007. P. 113-125.
8. *Carnicer J. M., Gasca M.* - Curve and Surface Design: Saint-Malo. 2002. (Tom Lyche, Marie-Laurence Mazure, and Larry L. Schumaker Eds.). 2003. P. 11-30.
9. *Carnicer J. M., Gasca M.* - Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands. 2002.a

УДК 512.624

H. K. Nurijanyan

On the Length of the Shortest Linearised Covering for "Almost All" Subsets in a Finite Field

(Submitted by the academician Yu. H. Shoukourian 8/II 2010)

Keywords: *Finite fields, system of linear equations over finite fields, linearised coverings*

1. Introduction. Throughout this paper F_q stands for a finite field with q elements, and F_q^n for an n -dimensional linear space over F_q . If L is a linear subspace in F_q^n , then the set $\bar{\alpha} + L \equiv \{\bar{\alpha} + \bar{x} | \bar{x} \in L\}$, $\bar{\alpha} \in F_q^n$ is a coset (or translate) of the subspace L and $\dim(\bar{\alpha} + L)$ coincides with $\dim L$. An equivalent definition: a subset $N \subseteq F_q^n$ is a coset if whenever $\bar{x}^1, \bar{x}^2, \dots, \bar{x}^m$ are in N , so is any affine combination of them, i.e., so is $\sum_{i=1}^m \lambda_i \bar{x}^i$ for any $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$ in F_q such that $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$. It can be readily verified that any k -dimensional coset in F_q^n can be represented as a set of solutions of a certain system of linear equations over F_q of rank $n - k$ and vice versa.

Let N is a subset in F_q^n .

Definition 1. A set of cosets $\{H_1, H_2, \dots, H_m\}$ in F_q^n forms a linearised covering of N if $N = \bigcup_{i=1}^m H_i$. The length (or complexity) of the covering is equal to the number of cosets, i.e. m .

Definition 2. A linearised covering is the shortest for the given N if it has the smallest possible length.

Definition 3. Let π_n be the number of subsets in F_q^n , that satisfy a certain property Π . If $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\pi_n}{2^{q^n}} = 1$ then we say that "almost all" subsets of F_q^n satisfy the property Π .

The general problem of covering with cosets is stated as follows: for a given subset in F_q^n (which is usually given as a set of solutions of a polynomial equation

with n unknowns over F_q) estimate the length of the shortest linearised covering and find an effective algorithm that constructs the shortest or "close" to the shortest linearised covering for N . This problem was originally considered in [1,2] for $q = 2$ in connection with minimization of Boolean functions. It was shown in [3] that the length of the shortest covering $L_q(N)$ for almost all subsets satisfies the following inequalities:

$$(1 - \varepsilon_n) \frac{q^n}{2qn \log_q n} \leq L_q(N) \leq (1 - \delta_n) \frac{3q^3 q^n \log_q n}{2n \log_q e}, \quad (1)$$

where $\lim_{n \rightarrow \infty} \varepsilon_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \delta_n = 0$.

The aim of the present paper is to improve the upper bound in (1) proving that $L_q(N) \leq \text{const} \frac{q^n}{n}$. For that reason we use the techniques developed in [4].

2. Main Result. Theorem. *For almost all subsets in F_q^n*

$$L_q(N) \leq c \frac{q^n}{n}, \quad (2)$$

where $c = \frac{q^{3-\ln 2} e^{2(\ln 2+1)}}{2 \ln 2} \approx 18q^{3-\ln 2}$.

This theorem is a result of the following set of affirmations.

Let $T = (t_{i,j})$ be a Boolean matrix ($t_{i,j} \in \{0, 1\}$).

Definition 4. We say a column of T covers a row, if at the row's and column's intersection stands 1.

Definition 5. The sequence of columns $a_1, a_2, \dots, a_k$ is called gradient, if for every $i = 1, 2, \dots, k$ column a_i covers maximal number of rows, which are still not covered by the columns $a_1, a_2, \dots, a_{i-1}$. Number k is called the length of gradient sequence.

Denote the number of rows and columns of T by $p(T)$ and $q(T)$ respectively. Let $L_\delta(T)$, ($\delta \geq 0$) be the minimal number k , so that for every gradient sequence with length k takes place the following inequality

$$\frac{\bar{p}(T)}{p(T)} \leq \frac{1}{e^\delta},$$

where $\bar{p}(T)$ stands for the number of uncovered rows in T . $\frac{\bar{p}(T)}{p(T)}$ is called "the fraction of uncovered rows".

Lemma 1. Let $\tilde{T}$ be such a submatrix of T , that every row in $\tilde{T}$ is covered by not less than $\chi q(\tilde{T})$ columns ($\chi > 0$) and

$$P(\tilde{T}) \geq (1 - \varepsilon)p(T), \quad \varepsilon \in (0, 1),$$

then

$$L_\delta(T) \leq \frac{\delta}{\chi} + 1 + \varepsilon p(T).$$

Denote by $F(n)$ the set of all subsets of F_q^n .

Definition 6. Let us consider a probability distribution on $F(n)$, such that random variables

$$\xi_{\bar{x}}(N) = \begin{cases} 1; & \bar{x} \in N, \\ 0; & \bar{x} \notin N \end{cases}$$

are independent and equally distributed, and also $P(\xi_{\bar{x}} = 1) = 2^{-\lambda}$.

We denote by $\psi_k(N)$ the number of k -dimensional cosets ($0 \leq k \leq n$) in random subset N , and by $\eta_{\bar{x}}^k(N)$ the number of such cosets H , which satisfy $\bar{x} \in H$ and $H \setminus \bar{x} \subseteq N$.

Lemma 2. 1) $M\psi_k = 2^{-\lambda q^k} q^{n-k} \begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix}_q$

2) $M\psi_k^2 = 2^{-2\lambda q^k} \cdot \sum_{r=0}^k q^{(k-r)^2} \begin{bmatrix} n-k \\ k-r \end{bmatrix}_q \begin{bmatrix} n-r \\ k-r \end{bmatrix}_q q^{n-r} \begin{bmatrix} n \\ r \end{bmatrix}_q (2^{\lambda q^r} - 1) + (M\psi_k)^2$, where

$M\psi_k$ is the expectation value of ψ_k , and $\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix}_q = \frac{(q^n-1)(q^{n-1}-1) \cdots (q^{n-k+1}-1)}{(q^k-1)(q^{k-1}-1) \cdots (q-1)}$, is the number

of k -dimensional linear subspaces in F_q^n ($\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix}_q$ is called Gauss coefficient).

Lemma 3. 1) $M\eta_{\bar{x}}^k = \begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix}_q \cdot 2^{-\lambda(q^k-1)}$

2) $M(\eta_{\bar{x}}^k)^2 = 2^{-\lambda(2q^k-1)} \begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix}_q \cdot \sum_{r=0}^k q^{(k-r)^2} \begin{bmatrix} n-k \\ k-r \end{bmatrix}_q \begin{bmatrix} k \\ r \end{bmatrix}_q 2^{\lambda q^r}$, where $M\eta_{\bar{x}}^k$ is the expectation value of $\eta_{\bar{x}}^k$.

Lemma 4. For every k ($0 \leq k \leq n$)

$$\frac{D\psi_k}{(M\psi_k)^2} \leq \frac{2^{\lambda q^k}}{q^{n-k}}.$$

Lemma 5. If $k = \lfloor \log_q n - \log_q \lambda - \delta - 1 \rfloor$, $\delta \in (0, 1)$ then

$$\frac{D\eta_{\bar{x}}^k}{(M\eta_{\bar{x}}^k)^2} \leq \frac{k \cdot 2^{\lambda(q-1)} \cdot q^{3k}}{q^n}.$$

Definition 7. For every subset N let us define Boolean matrix T_N , which columns are all cosets in N , and rows are all vectors in N . If a vector belongs to a coset then at the intersection of the corresponding row and column stands 1, otherwise 0.

Assume that $L_\delta(T_N) = L_\delta(N)$ and $\varphi_+(x) = \frac{x+|x|}{2}$.

Lemma 6. If $\lambda \geq 1$ and $\delta \in (0, 1)$, then

$$M\varphi_+ \left(L_\delta(N) - q^{2+\delta} \lambda \delta \frac{q^n 2^{-\lambda}}{n} \right) \leq \frac{q^n}{n \log_q^2 n}.$$

As in [4], we divide the set of variables $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ to not intersecting subsets $X = X^1 \cup X^2 \cup \dots \cup X^k \cup Y$.

$$|X^i| = m; i = 1, \dots, k; k = \lceil \log_q n \rceil; m = \left\lceil \frac{n}{\log_q n} \right\rceil.$$

Suppose ν_δ is an operator associating every $N \subseteq F_q^n$ with a set of cosets which form such gradient sequence that the fraction of uncovered rows does not exceed $e^{-\delta}$ and removing the last member of the gradient sequence breaks the relation.

Let us associate every subset $N \subseteq F_q^n$ with a sequence of subsets $N_0, N_1, \dots, N_k$ in the following way:

- 1) $N_0 = N$.
- 2) Suppose that $N_{i-1}, i \leq k$ are already constructed. $N_{i-1}^j, j = 1, \dots, q^{n-m}$ are subsets of N_{i-1} dependent only from variables of X^j . Let $\nu_\delta^i(N) = \nu_\delta(N_{i-1}^1) \cup \dots \cup \nu_\delta(N_{i-1}^{q^{n-m}})$, then N_i is constructed as follows: $\bar{x} \in N_i \Leftrightarrow \bar{x} \notin \nu_\delta^i(N)$ and $\bar{x} \in N_{i-1}$.

Denote by $\nu^k(N)$ the largest gradient sequence of N_k , and by $L_{\nu,\delta}(N)$

$$L_{\nu,\delta}(N) = \bigcup_{i=1}^k \nu_\delta^i(N) \cup \nu^k(N)$$

Lemma 7. If $\lambda \geq 1$ and $\delta \geq 1 - \ln 2$ then

$$M\varphi_+ \left(L_{\nu,\delta} - \frac{q^3 e^2}{2q^{\ln 2}} \frac{q^n}{n} 2^{-\lambda} \frac{\lambda \ln 2 + 1}{\ln 2} \right) \leq \frac{q^n}{n \log_q n} \quad (3)$$

Finally, putting $\lambda = 1$ in (3) proves the assertion of the theorem.

Yerevan State University

E-mail address: hovikn@gmail.com (H.Nurijanyan)

H. K. Nurijanyan

On the Length of the Shortest Linearised Covering for "Almost All" Subsets in a Finite Field

Given an n -dimensional linear space over a finite field for an arbitrary number n . For a given subset in the linear space. It is necessary to determine the minimal number of systems of linear equations over the same field such that the union of all vectors representing the solutions of the systems covers that subset. The problem is solved for "almost all" subsets of the linear space.

Ն. Զ. Նուրիջանյան

**Վերջավոր դաշտի "համարյա բոլոր" ենթաբազմությունների գծայնացվող ծածկույթի
երկարության մասին**

Կամայական n բնական թվի համար տրված է վերջավոր դաշտի վրա կառուցված n -չափանի գծային տարածություն: Պահանջվում է որոշել նույն վերջավոր դաշտի վրա տրված գծային հավասարումների համակարգերի նվազագույն քանակը, որոնց լուծումների բազմությունը ծածկում է գծային տարածությունում տրված ենթաբազմությանը: Խնդիրը լուծված է գծային տարածության "համարյա բոլոր" ենթաբազմությունների համար:

О. К. Нуридзян

**О длине кратчайшего линеаризированного покрытия для "почти всех"
подмножеств конечного поля**

Для произвольного натурального числа задано n -мерное линейное над конечным полем пространство. Требуется определить минимальное количество систем линейных уравнений, заданных над тем же полем, таких, что множество всех решений этих систем покрывает данное подмножество из линейного пространства. Задача решена для "почти всех" подмножеств линейного пространства.

References

1. *Алексанян А.* Дизъюнктивные нормальные формы над линейными функциями (Теория и приложения). Изд. ЕГУ. 1990. 201 с.
2. *Aleksanyan A.* Soviet Math. Dokl. 1989. V.39. N1. P. 131-135.
3. *Габриелян В.* О метрических характеристиках, связанных с покрытиями подмножеств конечных полей смежными классами линейных подпространств. Институт проблем информатики и автоматизации. Ереван. 2004. 50 с.
4. *Андреев А.* Вестник МГУ. 1985. N3. С. 29-35.

МЕХАНИКА

УДК 532.5.032

М. А. Брутян

Вихрь Бюргерса в микрополярной жидкости

(Представлено иностранным чл. НАН РА А. П. Сейраняном 6/VII 2009)

Ключевые слова: микрополярная жидкость, вихревые течения, смазочный слой, точные решения

1. **Введение.** В классической гидродинамике ньютоновской жидкости хорошо известно решение Бюргерса [1], описывающее стационарное вихревое течение, в котором эффект вязкой диффузии компенсируется нелинейным эффектом усиления завихренности при растяжении вихревых нитей. Любопытно, что такого рода течения имеют не только очевидное отношение к проблеме турбулентности или атмосферным явлениям типа торнадо, но и довольно неожиданное отношение к теории смазки. При наблюдении за полимерной пленкой, нанесенной на поверхности до их взаимного трения, обнаружено, что в результате трения поверхностей со смазкой между ними образуются места износа с рельефом пленки, явно соответствующим действию на пленку сосредоточенных отрывающих усилий. По мнению ряда авторов (см., например, [2]) этот механизм связан с формированием над поверхностью трения вихреобразной динамической структуры, которая и вырывает частицы полимера непосредственно из поверхности трения. Таким образом, изучение пространственных вихревых структур представляет не только значительный научный, но и практический интерес.

2. **Определяющие уравнения микрополярной жидкости в задаче Бюргерса.** Одним из подходов к исследованию вихревых структур в реологически сложных течениях может стать изучение неньютоновских жидкостей, для описания которых требуются дополнительные переменные гидродинамического типа. Наиболее известной моделью такого сорта, которая используется в частности и для изучения течений в смазочном слое, является

так называемая микрополярная жидкость [3-5]. При макроскопическом описании этой среды учитывается асимметричность тензора напряжений и наряду с классическими гидродинамическими переменными вводятся три дополнительные, интерпретируемые как компоненты угловой скорости микровращения Ω .

Уравнения движения микрополярной жидкости, часто называемые уравнениями асимметрической гидромеханики, в стационарном случае имеют вид (см., например, [5])

$$\rho(v \cdot \nabla)V = (\mu + k)\Delta V + k \operatorname{rot} \Omega - \nabla p, \operatorname{div} V = 0 \quad (1)$$

$$\rho J[(V \cdot \nabla)\Omega - (\Omega \cdot \nabla)V] = (\alpha + \beta) \operatorname{grad}(\operatorname{div} \Omega) + \gamma \Delta \Omega - 2k\Omega + k \operatorname{rot} V, \quad (2)$$

где p — давление, V — скорость, μ — коэффициент динамической вязкости, ρ — плотность массы, ρJ — плотность микромомента инерции; α, β, γ — коэффициенты вращательной вязкости, k — коэффициент вихревой вязкости, характеризующий меру "сцепления" частицы со своим окружением. При $k = 0$ уравнения (1) и (2) "расщепляются" и (1) переходит в классическое уравнение Навье-Стокса. Отметим, что уравнение (2) с точностью до вязких членов формально совпадает с уравнением Гельмгольца для эволюции вектора завихренности $\omega = \operatorname{rot} V$ в классической гидродинамике. Это естественно, так как оба вектора ω и Ω являются аксиальными.

Одним из точных решений трехмерных уравнений Навье-Стокса, описывающих стационарное вихревое течение с тремя ненулевыми компонентами скорости, является так называемый вихрь Бюргерса. В цилиндрической системе координат (r, θ, z) с соответствующими компонентами скорости $u_B(r)$, $v_B(r)$ и $w_B(z)$ это решение имеет вид [1]

$$u_B = -\frac{1}{2}ar, \quad v_B = \frac{\Gamma_B}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{ar^2}{4\nu}\right) \right], \quad w_B = az, \quad (3)$$

$$p_B = p_B(r, z) = -\frac{\rho a^2}{8}(r^2 + 4z^2) - \rho \int_r^\infty \frac{v_B^2(\zeta)}{\zeta} d\zeta, \quad (4)$$

$$\omega = \operatorname{rot} V = (0, 0, \omega_B), \quad \omega_B = \frac{\Gamma_B a}{4\pi\nu} \exp\left(-\frac{ar^2}{4\nu}\right), \quad \Gamma_B = 2\pi \int_0^\infty \omega_B(r) r dr, \quad (5)$$

где a — постоянный положительный параметр задачи, $\nu = \mu/\rho$ — коэффициент кинематической вязкости, Γ_B — суммарная завихренность.

Перейдем к поиску обобщения решения Бюргерса на случай микрополярной жидкости. Вид (3)-(5), а также общая аксиальная природа векторов завихренности и угловой скорости микровращения Ω подсказывают поиск решения уравнений (1) и (2) в следующем виде:

$$u = -\frac{1}{2}ar, \quad v = v(r), \quad w = az, \quad p = p(r, z), \quad \Omega = [0, 0, \Omega(r)]. \quad (6)$$

Из (6) следует, что $\text{div } \Omega = 0$, а $\text{rot } \Omega = (0, -d\Omega/dr, 0)$. Кроме того

$$(V \cdot \nabla)\Omega - (\Omega \cdot \nabla)V = -\text{rot}[V \times \Omega] - V\nabla \cdot \Omega + \Omega\nabla \cdot V = \left[0, 0, \frac{a}{2r} \frac{d(\Omega r^2)}{dr}\right]. \quad (7)$$

С учетом (7) исходные уравнения (1) и (2) принимают вид

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \left(\frac{v^2}{r} - \frac{1}{4}a^2 r \right), \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho a^2 z, \quad (8)$$

$$\frac{\rho a}{2} \frac{d}{dr}(rv) + (\mu + k) \left(\frac{d^2 v}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dv}{dr} - \frac{v}{r} \right) = k \frac{d\Omega}{dr}, \quad (9)$$

$$\frac{\rho a J}{2} \frac{1}{r} \frac{d}{dr}(r^2 \Omega) - \frac{\gamma}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\Omega}{dr} \right) + 2k\Omega = \frac{k}{r} \frac{d}{dr}(rv). \quad (10)$$

Как и в случае классического вихря Бюргерса, давление находится из (8) с помощью простой квадратуры (4). Таким образом, задача сводится к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений (9) и (10), которые удобно переписать в терминах ω и Ω

$$(\mu + k) \frac{d\omega}{dr} + \frac{\rho a}{2} r \omega = k \frac{d\Omega}{dr}, \quad (11)$$

$$\frac{\rho J a}{2r} \frac{d}{dr}(r^2 \Omega) - \frac{\gamma}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\Omega}{dr} \right) = k(\omega - 2\Omega). \quad (12)$$

Проведем обезразмеривание уравнений (11) и (12). В качестве характерного размера, по аналогии со случаем $k = 0$, выберем "вязкую длину" $l = \sqrt{(\mu + k)/\rho a}$. Введем безразмерную независимую переменную $x = r/l$ и безразмерные параметры $A = J/2l^2$ и $B = \gamma/(\mu + k)l^2$. Тогда определяющие уравнения (11) и (12) микрополярной жидкости в задаче Бюргерса примут окончательный вид

$$\frac{d\omega}{dx} + \frac{1}{2}x\omega = \lambda \frac{d\Omega}{dx}, \quad (13)$$

$$A \frac{d}{dx}(x^2 \Omega) - B \frac{d}{dx} \left(x \frac{d\Omega}{dx} \right) = \lambda x(\omega - 2\Omega), \quad (14)$$

где $\lambda = k/(\mu + k)$. В заключение раздела заметим, что сведение рассматриваемой задачи с частными производными к решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений стало возможным из-за того, что в классической задаче Бюргерса ($k = 0$) изначально уже имеется размерная длина $\sqrt{\mu/\rho a}$ и появление дополнительной "внутренней длины" не нарушает вид решения (6).

3. Интегральный инвариант и численное решение задачи. Рассмотрим некоторые свойства определяющих уравнений (13) и (14). Выполняя дифференцирование в уравнении (14) и считая, что $\Omega(x)$ и ее производные остаются конечными при $x = 0$, находим, что на оси вихря должно выполняться условие

$$\frac{d\Omega}{dx} = 0 \text{ при } x = 0. \quad (15)$$

Тогда из (13) немедленно получаем, что

$$\frac{d\omega}{dx} = 0 \text{ при } x = 0. \quad (16)$$

Проинтегрируем теперь уравнение (14) по области течения. При конечных значениях $\Omega(x)$ на оси и достаточной скорости убывания на бесконечности $\Omega(x) = O(1/x^{2+\epsilon})$, $\epsilon > 0$) после несложных вычислений приходим к следующему интегральному инварианту:

$$\Gamma_\omega - 2\Gamma_\Omega = 0, \quad (17)$$

где

$$\Gamma_\omega = 2\pi l^2 \int_0^\infty \omega(x) x dx, \quad \Gamma_\Omega = 2\pi l^2 \int_0^\infty \Omega(x) x dx. \quad (18)$$

Таким образом, установлено, что при эволюции вихря Бюргерса в микрополярной жидкости суммарная угловая скорость микровращения всегда равна половине суммарной завихренности.

Затухающие на бесконечности решения обыкновенных дифференциальных уравнений (13) и (14) находились численно конечно-разностным методом Келлера второго порядка точности [6]. Для этого (13) и (14), после введения дополнительных зависимых переменных, сначала приводятся к системе уравнений первого порядка, а затем, после конечно-разностной аппроксимации, сводятся к системе алгебраических уравнений, которая в свою очередь решается методом блочной прогонки с граничными условиями (15) и (16). Расчеты проводились на равномерной сетке с числом узлов $N = 501$ при заданных параметрах $C = 0.0001$, $D = 0.01$ и различных значениях λ . Сравнение результатов расчета с точным решением Бюргерса

(3)-(5) показывает, что при одинаковом значении циркуляции $\Gamma_\omega = \Gamma_B$ величина завихренности на оси в микрополярной жидкости больше, а кривая ее распределения является более крутой. Это говорит о том, что учет микрополярных свойств среды усиливает так называемый эффект торнадо. В работе [2] на основе классического решения Бюргерса сделана оценка силы Δp_B , которая действовала бы на сферическую частицу полимера со стороны вихреобразной структуры, возникающей в смазочном слое между трущимися поверхностями. Сравнение с силой, необходимой для вырывания частицы полимера, показало, что они одного порядка, но оценка Δp на основе классического "ньютоновского" вихря Бюргерса дает заниженное значение. На рис.1 показан результат численного расчета зависимости $\Delta p / \Delta p_B$ от λ .

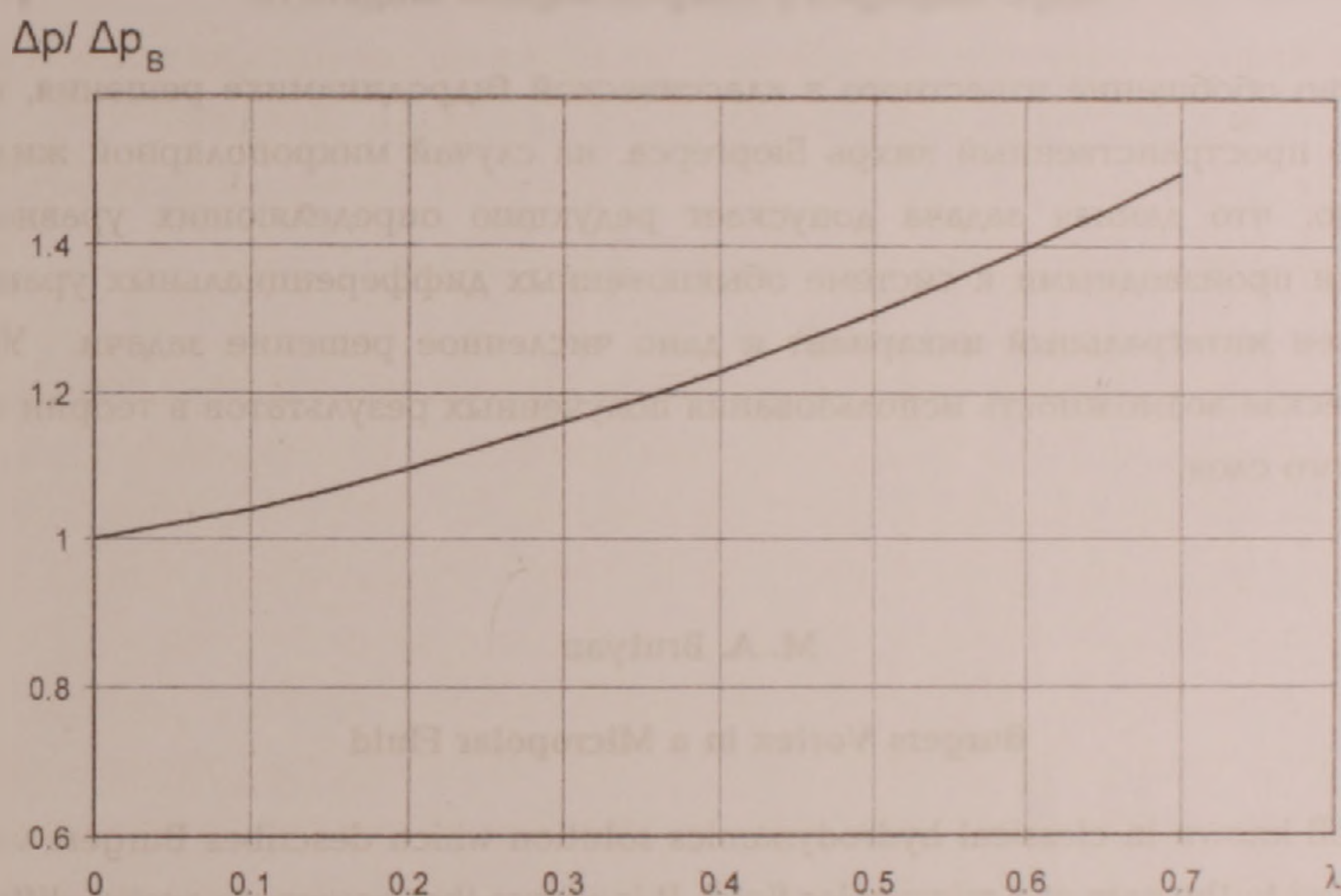


Рис. 1. Зависимость изменения относительного перепада давления $\Delta p / \Delta p_B$ от величины коэффициента "сцепления" λ микрополярной жидкости; Δp — перепад давления в микрополярной жидкости, Δp_B — перепад давления из решения Бюргерса в ньютоновской жидкости.

Видно, что увеличение λ приводит к возрастанию отрывающих усилий и тем самым приближает сделанную в [2] оценку к нужному значению. Заметим, что во всех проведенных расчетах интегральный инвариант (17) оказывался выполненным с точностью до 10^{-5} .

4. Заключение. Получено точное обобщение известной в классической гидродинамике задачи Бюргерса на случай пространственного стационарного вихревого течения микрополярной жидкости. Показано, что эта задача сводится к решению системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Найдена интегральная связь

между завихренностью и угловой скоростью микровращения. Результаты работы имеют приложение к теории течения в смазочном слое, а также к другим вихревым течениям реологически сложных жидкостей.

ФГУП "Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н. Е. Жуковского"

М. А. Брутян

Вихрь Бюргерса в микрополярной жидкости

Дано обобщение известного в классической гидродинамике решения, описывающего пространственный вихрь Бюргерса, на случай микрополярной жидкости. Показано, что данная задача допускает редукцию определяющих уравнений с частными производными к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Определен интегральный инвариант и дано численное решение задачи. Указана практическая возможность использования полученных результатов в теории трения смазочного слоя.

M. A. Brutyan

Burgers Vortex in a Micropolar Fluid

Well-known in classical hydrodynamics solution which describes Burgers vortex is generalized to the case of a micropolar fluid. It is shown that governing partial differential equations of this problem may be reduced to the system of the ordinary differential equations. Integral invariant and numerical solution of the problem are provided. It is shown that the obtained results occur to be applicable to the friction theory of lubrication layer.

Մ.Ա.Բրուտյան

Բյուրգերսի մրրիկը միկրոբեւեռային հեղուկում

Տրված է դասական հիդրոդինամիկայի հայտնի լուծման ընդհանրացումը, որը նկարագրում է Բյուրգերսի փարածական մրրիկը, երբ հեղուկը միկրոբեւեռային է: Ցույց է տրված, որ փվյալ խնդիրը թույլ է տալիս որոշիչ մասնակի ածանցյալներով հավասարումների ուղղակի սովորական դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգին: Որոշված է ինտեգրալ ինվարիանտը, եւ բերված է թվային լուծումը: Ցույց է տրված ստացված արդյունքները քսուքային շերտի շփման տեսությունում օգտագործելու պրակտիկ հնարավորությունը:

Литература

1. *Burgers J.M.* - Advances in Applied Mechanics. Academic Press. 1948. V. 1. P. 171-199.
2. *Краснов Ю.К.* В сб.: Нелинейные волны. Структуры и бифуркации. М. Наука. 1987.
3. *Eringen A.C.* - J. Math. Mech. 1966. V. 16. N1.
4. *Петросян Л.Г.* Некоторые вопросы механики жидкостей с несимметричным тензором напряжений. Изд-во. ЕГУ. 1986.
5. *Брутян М.А., Крапивский П.Л.* - Инж.-физ. ж. 1989. Т. 57. N2.
6. *Keller H.B.* - Ann. Rev. Fluid Mech. 1978. V. 10. P. 417-433.

УДК 537.311

А. К. Атаян

Межзонное магнитопоглощение в квантовом цилиндрическом слое

(Представлено академиком Э. М. Казаряном 18/X 2009)

Ключевые слова: магнитопоглощение, цилиндрический слой

После экспериментальной реализации полупроводниковых кольцеобразных наноструктур [1] актуальной стала проблема всестороннего изучения физических свойств этих систем. Примечательно, что первые теоретические работы, посвященные кольцеобразным наноструктурам, где изучалась баллистическая проводимость, были связаны с металлическими системами. Одной из пионерских работ, в которой исследовались одночастичные и двухчастичные состояния в квантовых кольцах, была статья Чакраборти и Пиетилаинена [2]. В ней авторы на примере потенциала смещенного осциллятора рассматривали одно- и двухэлектронный спектры двумерной кольцеобразной системы при наличии внешнего магнитного поля. Задача решалась на основе численного метода, так как двумерный смещенный осцилляторный потенциал не является точно решаемым.

В дальнейшем авторами [3] был предложен потенциал, являющийся радиальным аналогом суперинтегрируемого потенциала Винтерница – Смодинского [4], который уже являлся точно решаемым. На основе этой модели в работе [5] рассмотрены межзонные переходы в цилиндрическом нанослое при наличии электрического поля.

Ясно, что в первом приближении слоистую структуру можно представить в виде цилиндрической слоистой квантовой точки (КТ) конечной высоты L . При этом потенциал КТ для сравнительно нижних уровней вполне можно считать непроницаемым.

В предлагаемой работе исследованы электронные состояния и межзонные переходы в КТ формы цилиндрического слоя при наличии однородного магнитного поля, направленного вдоль оси цилиндра (рис. 1).

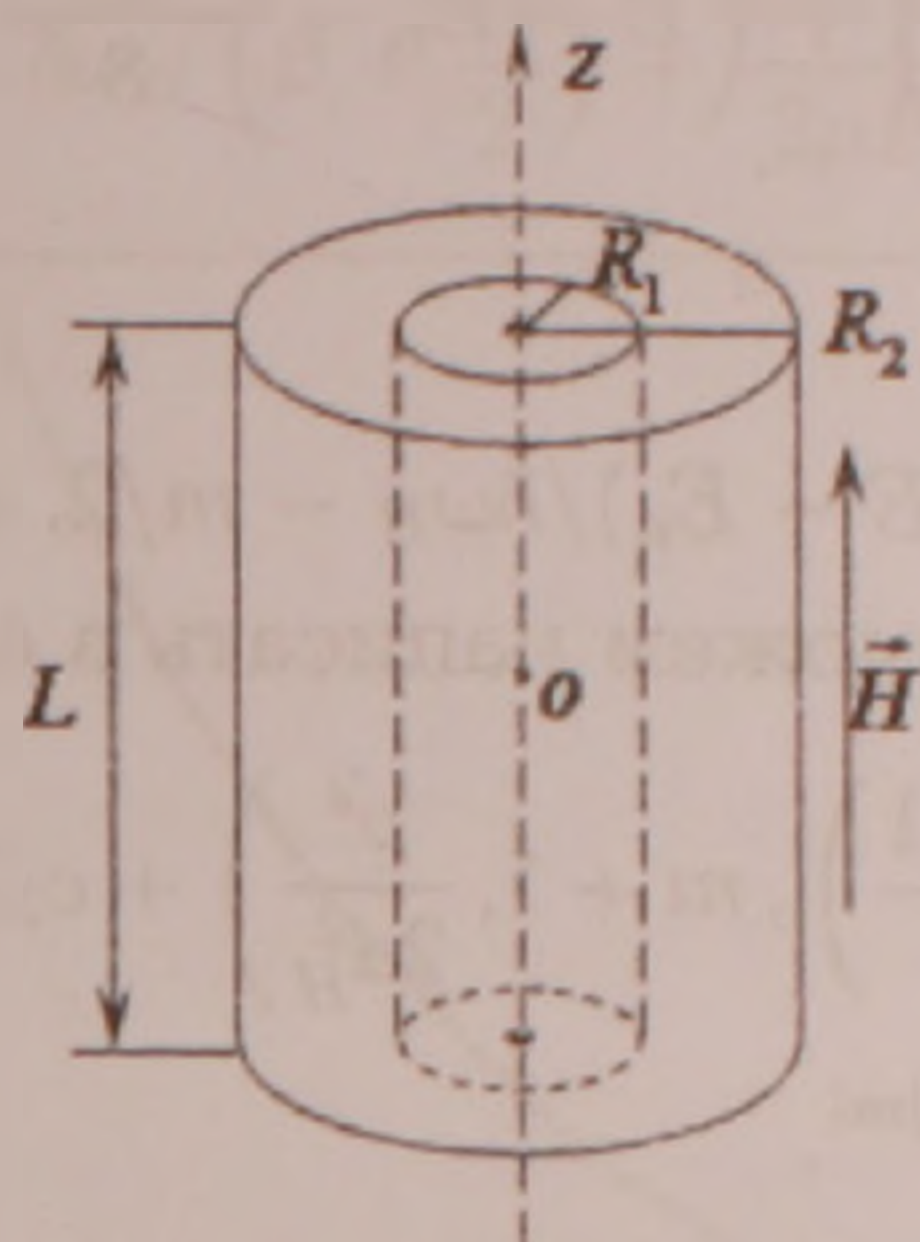


Рис. 1.

Рассмотрим слоистую цилиндрическую КТ с ограничивающим потенциалом

$$V_{conf}(\rho, z) = \begin{cases} 0, & R_1 \leq \rho \leq R_2, & -\frac{L}{2} \leq z \leq \frac{L}{2}, \\ \infty, & \rho < R_1, \rho > R_2, & |z| > \frac{L}{2}. \end{cases} \quad (1)$$

Одночастичное уравнение Шредингера для данной системы при наличии однородного магнитного поля, направленного вдоль оси слоя, будет иметь вид

$$\frac{1}{2\mu} \left(\hat{\vec{P}} - \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 \psi + V_{conf}(\vec{r})\psi = E\psi. \quad (2)$$

Выбирая калибровку

$$\vec{A} = \left\{ A_\rho = A_z = 0, A_\varphi = \frac{H\rho}{2} \right\}, \quad (3)$$

придем к уравнению

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) \psi - \frac{i\hbar e H}{2\mu c} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} + \frac{\mu \omega_H^2 \rho^2}{8} \psi + V(\rho, z)\psi = E\psi, \quad (4)$$

где $\omega_H = \frac{eH}{\mu c}$ — циклотронная частота с граничными условиями

$$\psi \left(\pm \frac{L}{2} \right) = \psi(R_1) = \psi(R_2) = 0. \quad (5)$$

Представив волновую функцию системы в виде произведения

$$\psi(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\varphi} \sqrt{\frac{2}{L}} \left\{ \begin{array}{l} \sin \left(\frac{\pi n}{L} \right) z \\ \cos \left(\frac{\pi n}{L} \right) z \end{array} \right\} f(\rho), \quad (6)$$

где $m = 0; \pm 1; \pm 2 \dots$ — магнитное квантовое число, и подставляя (6) в (4), для функции $f(\rho)$ приходим к уравнению

$$\frac{\hbar^2}{2\mu} \left(f'' + \frac{1}{\rho} f' - \frac{m^2}{\rho^2} f \right) + \left(E - E_n - \frac{\mu\omega_H^2 \rho^2}{8} - \frac{\hbar\omega_H m}{2} \right) f = 0, \quad (7)$$

где $E_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2\mu L^2}$.

Вводя обозначения $\beta = (E - E_n)/\hbar\omega_H - m/2$, $a_H = \sqrt{\hbar/\mu\omega_H}$ — магнитная длина, решение уравнения (5) можем написать в следующей форме:

$$f(\rho) = \left\{ c_1 F \left(- \left(\beta - \frac{|m|+1}{2} \right), m+1, \frac{\rho^2}{2a_H^2} \right) + c_2 U \left(- \left(\beta - \frac{|m|+1}{2} \right), m+1, \frac{\rho^2}{2a_H^2} \right) \right\} e^{-\frac{\rho^2}{2a_H^2}} \rho^{|m|}, \quad (8)$$

где $F(\alpha, \beta, x)$ и $U(\alpha, \beta, x)$ — вырожденные гипергеометрические функции соответственно первого и второго родов.

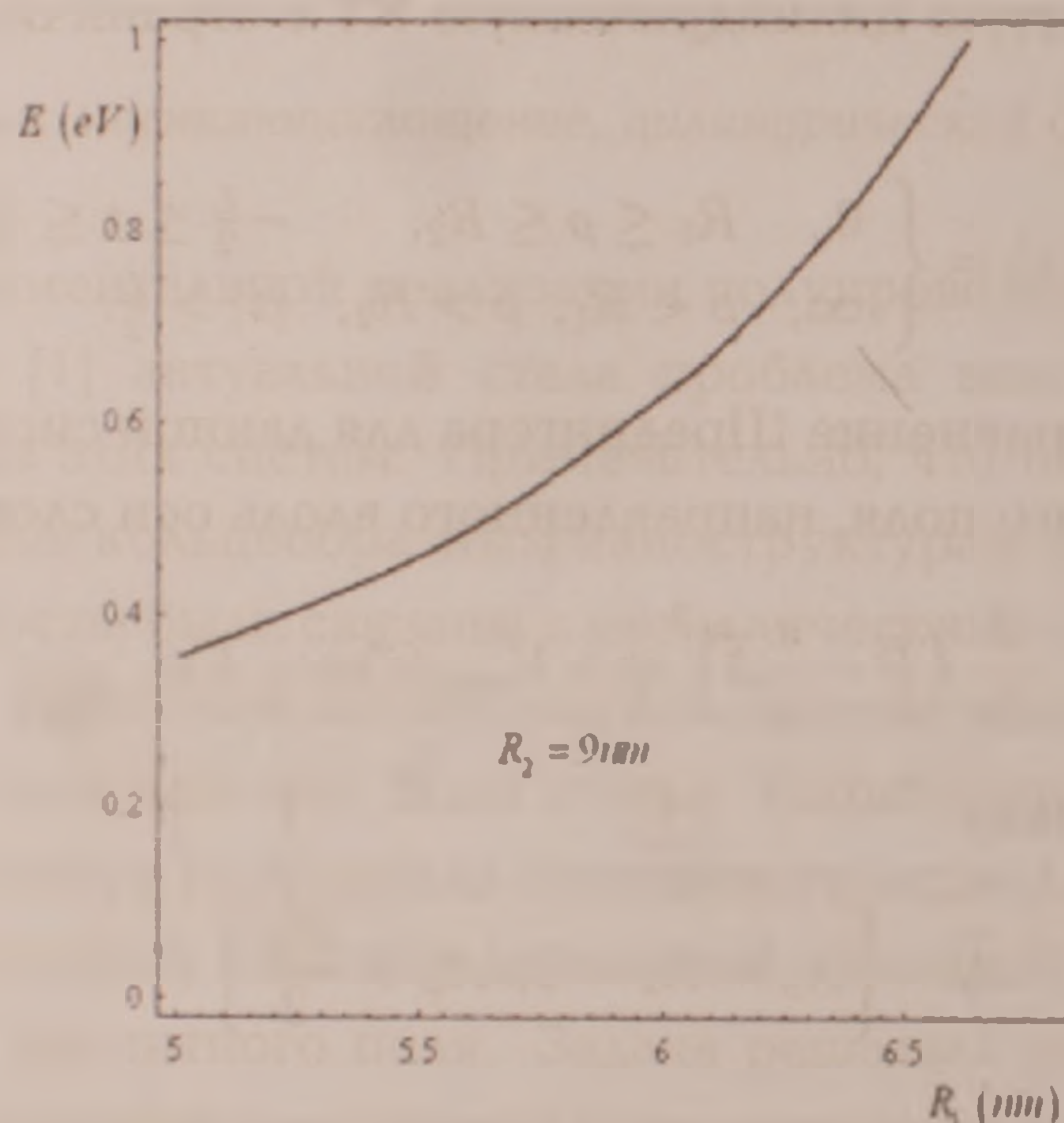


Рис. 2. Зависимость энергии электрона от внутреннего радиуса R_1 при фиксированном значении внешнего радиуса $R_2 = 9 \text{ nm}$.

С учетом граничных условий

$$f(R_1) = f(R_2) = 0$$

для определения энергетического спектра системы в конечном счете приходим к трансцендентному уравнению

$$\begin{vmatrix} F \left(- \left(\beta - \frac{|m|+1}{2} \right), m+1, \frac{R_1^2}{2a_H^2} \right) & U \left(- \left(\beta - \frac{|m|+1}{2} \right), m+1, \frac{R_1^2}{2a_H^2} \right) \\ F \left(- \left(\beta - \frac{|m|+1}{2} \right), m+1, \frac{R_2^2}{2a_H^2} \right) & U \left(- \left(\beta - \frac{|m|+1}{2} \right), m+1, \frac{R_2^2}{2a_H^2} \right) \end{vmatrix} = 0. \quad (9)$$

Решая данное уравнение численно и определив β для энергетического спектра, получим

$$E = \hbar\omega_H \left(\beta + \frac{m}{2} \right) + \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2\mu L^2}. \quad (10)$$

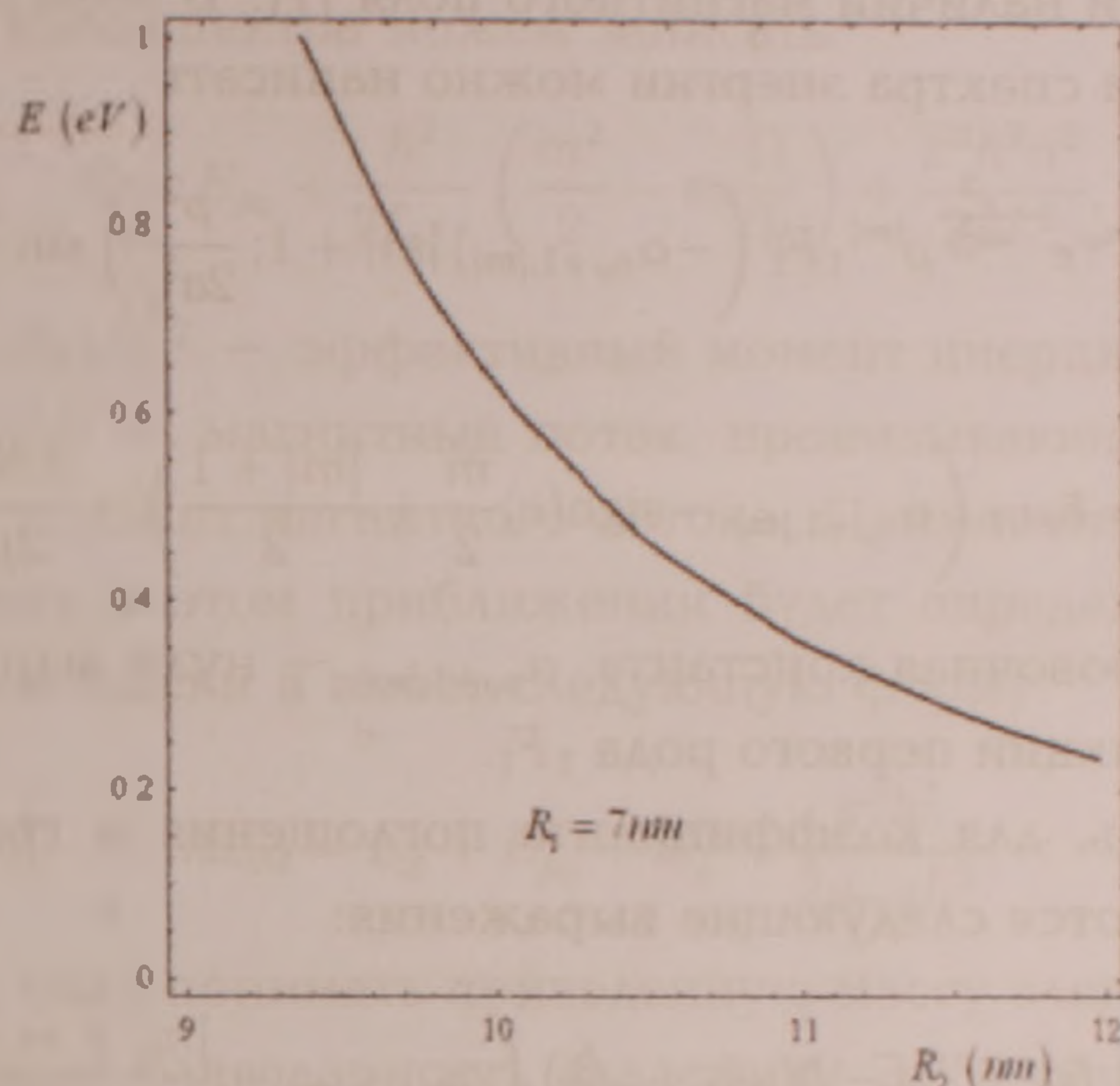


Рис. 3. Зависимость энергии электрона от внешнего радиуса R_2 при фиксированном значении внутреннего радиуса $R_1 = 7nm$.

На основе полученных результатов можно вычислить коэффициент межзонного поглощения в рассматриваемой системе. В рамках дипольного приближения данная формула имеет вид [6]

$$K(\omega) = A \sum_{v,v'} \left| \int \psi_v^e \psi_{v'}^e dV \right|^2 \delta(\hbar\omega - E_g - E_v^e - E_{v'}^h), \quad (11)$$

где A — коэффициент, пропорциональный матричному элементу, построенному на блоховских амплитудах, E_g — ширина запрещенной зоны полупроводника, ω — частота падающего света, v и v' — наборы квантовых чисел электрона и дырки.

Подставив (6) и (10) в (11) и произведя интегрирование, для граничных частот поглощения и правил отбора по квантовым числам, получим

$$\left. \begin{aligned} \hbar\omega_{00} &= E_g + E_0^e + E_0^h \\ m^e &= -m^h, \quad n^e = n^h \end{aligned} \right\}, \quad (12)$$

где E_0^e и E_0^h — нижние электронные и дырочные уровни энергий соответственно.

Таким образом, в системе имеют место переходы между уровнями с одинаковыми по модулю и обратными по знаку магнитными квантовыми

числами, а также между электронными и дырочными уровнями с одинаковыми квантовыми числами вертикального (вдоль оси OZ) квантования.

Отметим важную деталь. Когда значение внутреннего радиуса стремится к нулю ($R_1 \rightarrow 0$), данная задача переходит к случаю цилиндрической КТ с радиусом $R = R_2$ при наличии магнитного поля [7]. В этом приближении для волновой функции и спектра энергии можно написать

$$\psi(\rho, \varphi, z) = \frac{C_{n_\rho, |m|}}{\sqrt{\pi L}} e^{im\varphi} e^{-\frac{\rho^2}{4a_H^2}} \rho^{|m|} {}_1F_1 \left(-\alpha_{n_\rho+1, |m|}, |m| + 1; \frac{\rho^2}{2a_H^2} \right) \sin \frac{\pi n}{2} \left(\frac{z}{L/2} - 1 \right) \quad (13)$$

$$E_{n_\rho, m, n} = \hbar\omega_H \left(\alpha_{n_\rho+1, |m|} - \text{sign}(e) \frac{m}{2} + \frac{|m| + 1}{2} \right) + \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2\mu L^2}, \quad (14)$$

где $C_{n_\rho, |m|}$ — нормировочная константа, $\alpha_{n_\rho+1, |m|}$ — нули вырожденной гипергеометрической функции первого рода ${}_1F_1$.

В свою очередь, для коэффициента поглощения и граничной частоты поглощения получаются следующие выражения:

$$K(\omega, \rho_0) = \frac{A_0}{V} \sum_{n_\rho, m, n} \delta \left(\hbar\omega - E_g - \hbar(\omega_H^e + \omega_H^h) \left(\alpha_{n_\rho+1, |m|} + \frac{|m| + m + 1}{2} \right) - \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2L^2 \mu^{\text{red}}} \right), \quad (15)$$

$$\hbar\omega_{00} = E_g + \hbar(\omega_H^e + \omega_H^h) \left(\alpha_{10} + \frac{1}{2} \right) + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2L^2 \mu^{\text{red}}} = E_g + \frac{\hbar|e|H}{\mu^{\text{red}} c} \left(\alpha_{10} + \frac{1}{2} \right) + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2L^2 \mu^{\text{red}}}, \quad (16)$$

где $\mu^{\text{red}} = \frac{\mu^e \mu^h}{\mu^e + \mu^h}$ — приведенная масса электрона и дырки.

Так как симметрия не претерпевает каких-либо изменений, правила отбора те же, что и в (12).

Зависимости граничных частот поглощения от внешнего и внутреннего радиусов цилиндрического слоя даны на рис. 2 и 3. Вычисления проведены для GaAs с параметрами $m_e = 0.067m_0$, $m_{hh} = 0.50m_0$. Из них следует, что при фиксировании внешнего радиуса R_2 и увеличении внутреннего радиуса R_1 граничная частота поглощения увеличивается, так как растет вклад размерного квантования. В обратном случае, когда фиксируется R_1 и увеличивается R_2 , толщина слоя увеличивается и размерное квантование ослабевает. Вследствие этого граничная частота поглощения начинает уменьшаться.

Наконец обратимся к случаю цилиндрического слоя малой толщины. В этом случае радиальное квантование можно считать значительно более сильным по сравнению с остальными и воспользоваться адиабатическим приближением, рассматривая систему в рамках модели жесткого ротатора в

магнитном поле [5]. Для данной модели угловые волновые функции останутся прежними

$$\Phi(\varphi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{im\varphi}, \quad (17)$$

а для энергетического спектра можем записать

$$E = E_{\rho_0} + \frac{\hbar^2}{2I_{eff}} \left(\frac{m^2}{2} - m \frac{\Omega}{\Omega_0} \right) + \frac{\pi^2 \hbar^2 n^2}{2\mu L^2}, \quad (18)$$

где $I_{eff} = \mu((R_1 + R_2)/2)^2$ — эффективный момент инерции электрона в слое, $\Omega = \pi((R_1 + R_2)/2)^2 H$ — магнитный поток, пронизывающий цилиндрический слой, $\Omega_0 = 2\pi\hbar c/e$ — квант магнитного потока. Примечательно, что граничная частота поглощения в этом приближении будет определяться приведенной массой электрона и дырки и имеет следующую форму:

$$\hbar\omega_{00} = E_g + E_{\rho_0}^e + E_{\rho}^h + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu_{red} L^2}, \quad (19)$$

где опять под μ_{red} надо понимать приведенную массу электрона и дырки.

Автор выражает благодарность академику Э. М. Казаряну, профессору А. А. Саркисяну и А. В. Меликсетяну за полезные дискуссии.

Институт радиофизики и электроники НАН РА

А. К. Атаян

Межзонное магнитопоглощение в квантовом цилиндрическом слое

Теоретически исследованы электронные состояния и межзонное поглощение в квантовой точке, имеющей форму цилиндрического слоя, при наличии магнитного поля. В случае дипольных переходов определены правила отбора и пороговые частоты поглощения. Показано, что в случае квантового слоя малой толщины можно воспользоваться моделью двумерного ротатора.

Ա. Կ. Աթայան

Միջգոտրիական մագնիսականումը գլանային քվանտային շերտում

Տեսականորեն հետազոտված են էլեկտրոնային վիճակները եւ միջգոտրիական կլանումը գլանային շերտի տեսք ունեցող քվանտային կետում՝ մագնիսական դաշտի առկայությամբ: Որոշված են միջգոտրիական դիպոլային անցումների դեպքում ջոկման կանոնները եւ կլանման

УДК 539.126

N.R. Balasanyan, S.G. Stepanyan, A.S. Danagulyan

Identification of Coherent ($\pi^+\pi^-$) Pairs Production in High Energy Photon-Deuteron Scattering

(Submitted by the academician R.O.Avakian 18/I 2010)

Keywords: *id. cuts, rho production of deuterium*

Introduction. Coherent scattering reactions on nuclei often is used to study dynamics of production and rescattering of meson resonances off the nucleons inside nuclei. A particular case of such process is the coherent photoproduction of vector mesons on deuterium. Because of the large photon-vector meson coupling the cross section of such process is large, and at high energies and low momentum transfer is well understood in the framework of the vector meson dominance (VMD) model [1]. The deuteron is the best understood nucleus, and the distance scales (coherence length and formation length) reachable at JLAB are comparable to the inter-nucleon distance in the deuteron. Coherent production of vector mesons of deuterium at momentum transfer $-t \leq 1.5 (GeV/c)^2$ can be described by single and double scattering mechanisms. Single scattering, where only one nucleon participates in the interaction, dominates in transferred momentum range $-t \leq 0.4 (GeV/c)^2$. The t — dependence in this case will follow the deuteron form factor. In transferred momentum range $-t > 0.4 (GeV/c)^2$, the rescattering mechanism dominates, where photon interacts with one of the nucleons inside the target, produces an intermediate hadronic state which subsequently rescatters from the second nucleon before forming the final state vector meson.

Mechanism of coherent production of ϕ meson on deuterium was studied using CLAS photoproduction data on deuterium for incoming photon energies up to 3.6 GeV [2]. In this analysis coherent photoproduction of $\pi^+\pi^-$ pairs is studied in order to obtain information on coherent ρ^0 production in the reaction $\gamma+d \rightarrow d+\rho^0$ with $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$. In the analysis of coherent ρ^0 production, t -dependence of the

cross section will be studied for different photon energy bins ranging from 1.1 GeV to 5.75 GeV. Number of ρ^0 events will be extracted from fits to the invariant mass distributions of $\pi^+\pi^-$ pairs in each kinematic bin. Here we present method of identification of coherent $\pi^+\pi^-$ production of deuterium. Analysis uses data from CLAS "eg3" experiment [3]. Experiment run with tagged bremsstrahlung photon beam of up to 5.75 GeV and 40 cm long liquid deuterium target.

Data analysis. In the analysis only final states with two positive and one negative particles were considered. It was assumed that the heaviest positive particle (as defined by the CLAS time-of-flight system [4]) is a deuteron. Other two tracks were considered as π^+ and π^- mesons. The first simple requirement to identify the reaction is to have all detected particles originated from the same region of the target and have close relative distance between their vertexes. Fig. 1a presents Z-vertex (along the beam line) distribution of π^+ mesons. The nominal length of the eg3 liquid deuterium target is 40 cm. Target cell was aligned along the beam to have liquid deuterium between $Z = -70$ cm and $Z = -30$ cm. CLAS tracking resolution for Z-vertex determination for π^+ is ~ 0.5 cm. This was determined from the fit to a thin, 15 μm , Al foil position at $Z = -16$ cm. In order to avoid events that are produced in the target cell windows, it was required to have π^+ Z-vertex in the range from -68.5 cm to -31.5 cm (3σ into the liquid target from positions of the target cell windows). These cuts are shown with bold lines in Fig. 1a. Distribution of the difference between Z-vertexes of π^+ and π^- is shown in Fig. 1b. Distribution is fitted with Gaussian function. The bold lines at ± 2.4 cm correspond to $\pm 3\sigma$ cut on this difference for selection of $\pi^+\pi^-$ pairs produced from the same vertex position.

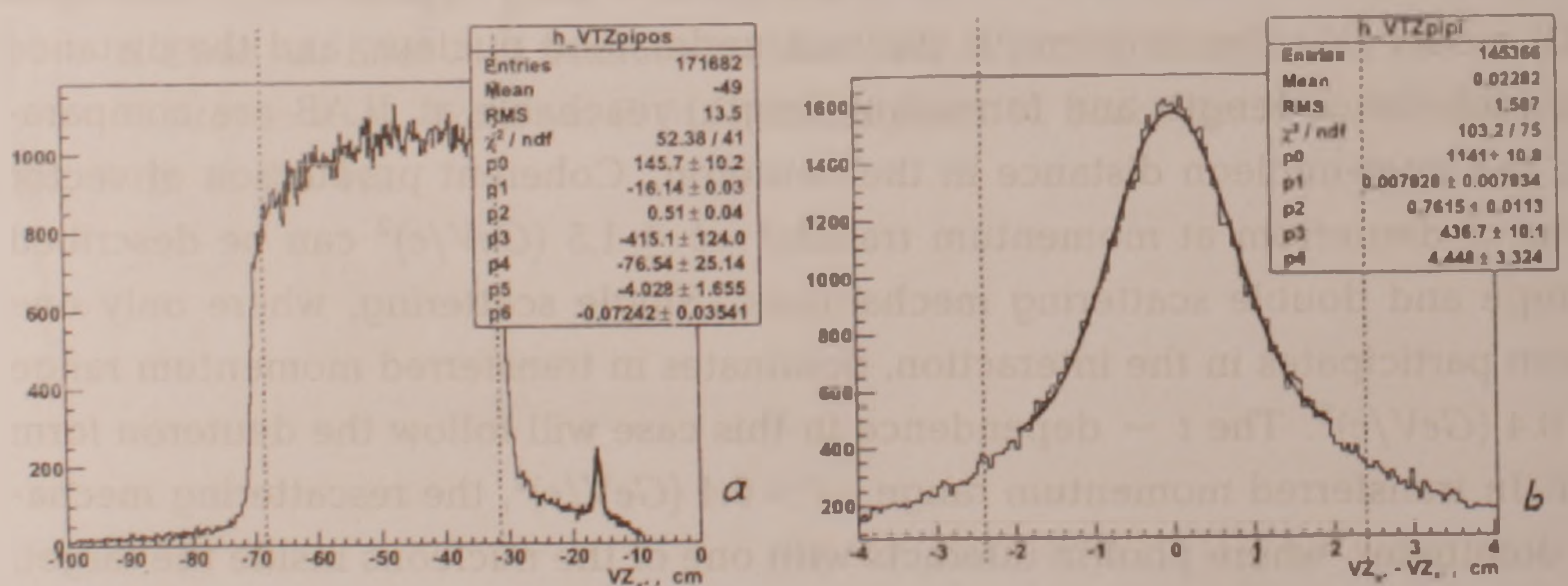


Figure. 1. a - The vertex Z — distribution of the positive pions. Red lines show the region of target selected for data analysis. b - Distribution of Z-vertex difference for positive and negative pion pairs, $\pm 3\sigma$ cut for event selection is shown by bold lines.

According to simulations, in the kinematic region of interest in the reaction $\gamma + d \rightarrow d + \rho^0$ the recoil deuteron will have momentum less than 1.5 GeV. In Fig. 2a momentum distribution of heaviest positive particle, which is assumed to be a

deuteron, is presented. A cut on momentum < 1.5 GeV have been applied to select deuterons that are most relevant for this analysis. Note that at high momenta the separation of deuterons and protons is more difficult.

If the detected particles originate from the same reaction they should have the same time of origination or as often it is called, the same vertex time. The vertex time, t_V , of a particle with measured momentum p and nominal mass m is calculated in the following way:

$$t_V = t - \frac{R}{\beta c}, \quad (1)$$

where t is the time measured in the time-of-flight counter where particle is detected, R is the path length of the particle from the production vertex to the time-of-flight counter, c is the speed of light, and $\beta = p/\sqrt{p^2 + m^2}$ is the particle velocity. Vertex times for all final state particles were calculated using measured momenta and assumed nominal masses. If the hypothesis on the particle type (mass) is right then the difference of vertex times of final state particles should be zero. The main background to the hypothesis made above for type of three final state particles, $\pi^+\pi^-d$, is the final state $\pi^+\pi^-p$, where proton can be miss identified as a deuteron.

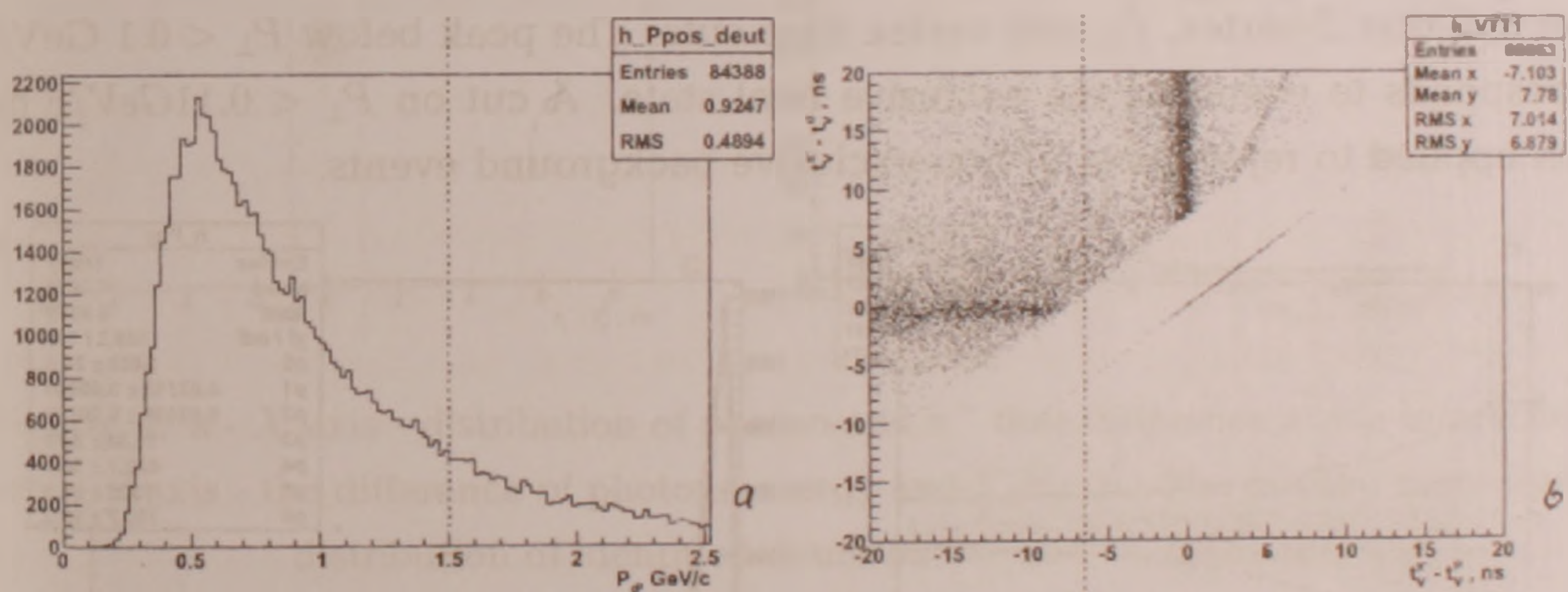


Figure. 2. a - The distribution of momenta of potential deuterons. b - The vertex time differences between π^- and the positively charged heaviest particle assuming it is a deuteron on Y axis, and with assumption that it is a proton on X axis. On both graphs selection cuts are indicated with bold lines.

In Fig. 2b the vertex time differences of π^- and the heaviest positively charged particle are plotted with two assumptions. On Y-axis is the difference when a positively charged particle is assumed to be a deuteron, on X-axis positively charged particle is assumed to be a proton. Events distributed around zero on X axis correspond to cases when heaviest positive particle is a proton. Events with vertex time difference at zero on Y-axis are final states with deuteron. In order to select events for coherent $\pi^+\pi^-$ pairs production, analysis cut $t_\pi - t_p < -6.5$ ns was applied (cut

difference at zero on Y-axis are final states with deuteron. In order to select events for coherent $\pi^+\pi^-$ pairs production, analysis cut $t_\pi - t_p < -6.5$ ns was applied (cut shown with bold line in Fig. 2b). While the main part of the background due to deuteron misidentification is above the cut, due to accidentals and time resolution tails, misidentified deuterons can occur below the cut as well. For further reduction of the background due to misidentification of deuterons, cut on the vertex time difference between π^- and d is applied. The time difference is momentum – depended and at low momentum range effected by energy loss in the target. In Fig.3a π -d vertex time difference is plotted versus deuteron momentum. Two red dashed curves indicates applied $\text{mean} \pm 3\sigma$ cut, where the mean and σ were determined after fitting the vertex time difference in a small momentum bins with Gaussian function.

Since we are considering fully exclusive reaction, where all outgoing particles are detected, the total four momentum of detected final state particles should be equal to the total momentum of incident particles. Therefore, the total perpendicular momentum in the final state should be zero, $P_\perp = 0$, where $P_\perp = \sqrt{P_x^2 + P_y^2}$ is constructed from the perpendicular components of momenta of final state particles $P_x = \sum_i P_x^i$ and $P_y = \sum_i P_y^i$, $i = d, \pi^+, \pi^-$. In Fig. 3b the distribution of $P_\perp$ for events selected after Z-vertex, P_d , and vertex time cuts. The peak below $P_\perp < 0.1$ GeV/c corresponds to events in the exclusive final state. A cut on $P_\perp < 0.11$ GeV/c has been applied to reject most of non-exclusive background events.

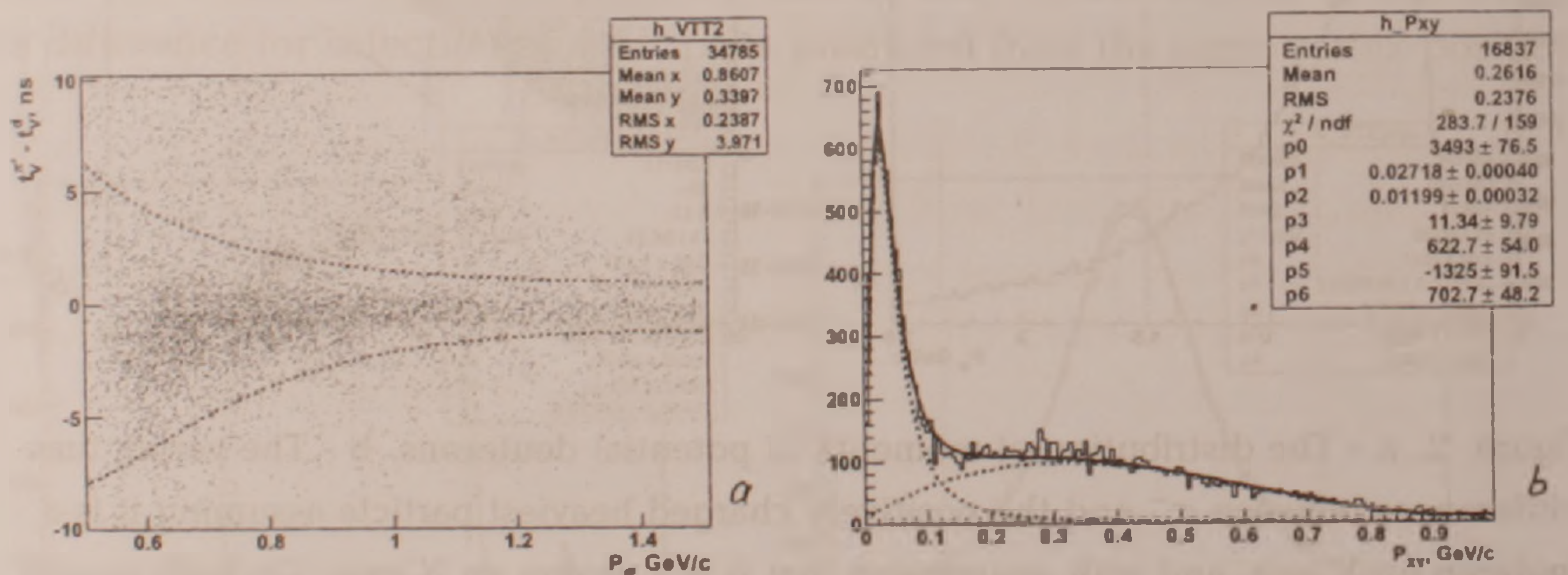


Figure. 3. a - Vertex time difference between π^- and d depends on deuteron momenta, bold dashed curves indicate the cut region. b - The distribution of the perpendicular momenta of final state particles after vertex time cut between π^- and d .

In high intensity photoproduction experiments within the coincidence time window between CLAS and the photon tagger [5] (~ 15 ns), more than one photon can be detected. The standard way to identify the photon that produced triggered event in CLAS is shrinking the coincidence time window down to less than 2 ns.

This time window is defined by the accelerator RF frequency that is 1497 MHz. Every third bunch is sent to each of the experimental Halls, making frequency of the beam on the target 499 MHz, or every 2.004 ns. Probability of having more than one tagged photon from the same beam bunch is very low. Therefore timing cut < 2 ns between vertex time of a particle detected in CLAS and the time of photon interaction with the target is a powerful cut to select right photon in the tagger.

For a fully exclusive final state there is another constraint for selecting the right photon in the tagger. The sum of Z-components of momenta of detected particles should be equal to the energy of incoming photon. In Fig. 4a $E_\gamma - \sum P_z$ is plotted versus the vertex time difference between π^- and the photon in the tagger. One can clearly see vertical bends in 2 ns intervals. The bend at zero has large concentration at $E_\gamma - \sum P_z = 0$, that corresponds to events for fully exclusive $(\pi^+\pi^-d)$ final state with correct photon selected. Events within ± 1 ns interval were selected for further analysis.

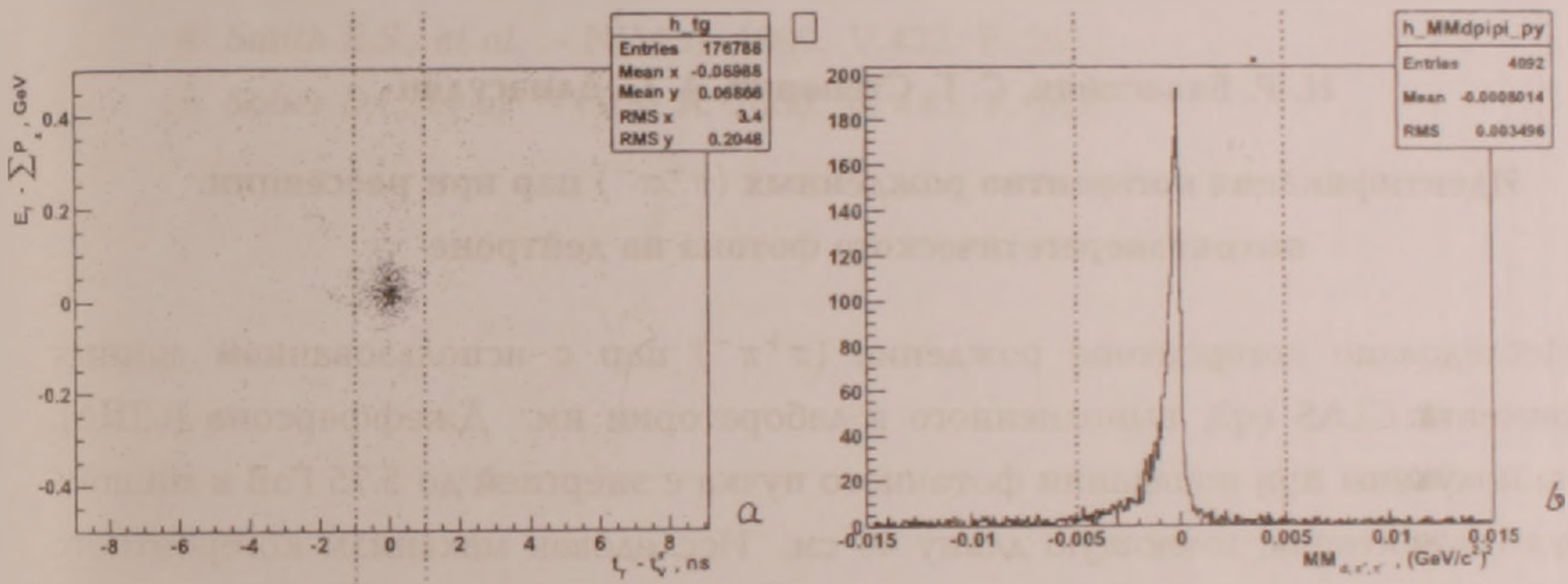


Figure. 4. a - X axis - distribution of photon and π^- time difference at the interaction vertex, Y axis - the difference of photons energy and $\sum P_z$. b - The missing mass square distribution of identified deuteron, π^+ and π^- system.

After selecting the right photon in the tagger, the missing mass of the detected final state is studied, see Fig. 4b. The final cut for selection of the fully exclusive final state $\pi^+\pi^-d$ was performed on the missing mass and was ± 0.005 GeV².

Summary. In this work criteria for selection of events in coherent photoproduction of $\pi^+\pi^-$ pair on deuterium are developed. For analysis, data from eg3 experiment at Jefferson Lab are used. It is shown that cuts on the vertex time, on the perpendicular momentum, and on the total energy sum are crucial for selecting $\pi^+\pi^-d$ final state events. This final state will be used to investigate dynamics of coherent ρ^0 photoproduction reaction on deuterium.

N. R. Balasanyan, S. G. Stepanyan, A. S. Danagulyan

Identification of Coherent ($\pi^+\pi^-$) Pairs Production in High Energy Photon-Deuteron Scattering

Coherent production of ($\pi^+\pi^-$) pairs is studied using data from CLAS eg3 experiment at Jefferson Lab (USA). Data were acquired with up to 5.75 GeV tagged photons incident on 40 cm long liquid deuterium target. Physical motivation for this study is the investigation of the mechanism of coherent photoproduction of vector mesons, in particular ρ^0 -mesons, off the deuteron. In this paper we discuss the data sample and the selection criteria of coherent scattering events in fully exclusive reaction $\gamma d \rightarrow \pi^+\pi^-d$. It is shown that exclusivity cuts, using energy and momentum conservation, and production vertex timing cuts are crucial for clean separation of coherent ($\pi^+\pi^-$) pair production from physical background arising mostly from scattering off the proton in deuterium.

Н. Р. Баласанян, С. Г. Степанян, А. С. Данагулян

Идентификация когерентно рожденных ($\pi^+\pi^-$) пар при рассеянии высокоэнергетического фотона на дейтроне

Исследовано когерентное рождение ($\pi^+\pi^-$) пар с использованием данных эксперимента CLAS eg3, выполненного в лаборатории им. Джефферсона (США). Данные получены при попадании фотонного пучка с энергией до 5.75 ГэВ в мишень из жидкого дейтерия, имеющую длину 40 см. Исследован механизм когерентного рождения векторных мезонов, в частности, ρ^0 мезонов, на дейтроне. Обсуждены критерии выделения когерентно рассеянных событий в эксклюзивной реакции $\gamma d \rightarrow \pi^+\pi^-d$. Показано, что эксклюзивные отрезки с учетом закона сохранения энергии и импульса, а также отрезки времени рождения частиц имеют решающее значение при выделении когерентного рождения ($\pi^+\pi^-$) пар из физического фона, обусловленного, в основном, рассеянием на протоне, находящемся в составе дейтрона.

Ն. Ռ. Բալասանյան, Ս. Գ. Ստեփանյան, Ա. Ս. Դանագուլյան

Կոհերենտ ծնված ($\pi^+\pi^-$) զույգի նույնականացումը բարձր էներգիայով ֆոտոնի դեյտրոնից ցրման ժամանակ

Ջեֆֆերսոնի անվան լաբորատորիայում (ԱՄՆ) իրականացված CLAS eg3 գիտափորձի արվյալների հիման վրա հետազոտվել է ($\pi^+\pi^-$) զույգի կոհերենտ ֆոտոծնումը: Տվյալների հավաքագրումը կատարվել է մինչև 5.75 ԳԷՎ էներգիայով ֆոտոնների փոխազդեցությունը

հեղուկ դեյտերիումի 40 սմ-նոց թիրախի հեղ դիտարկելիս: Ֆիզիկայի տեսանկյունից աշխարանքի հիմնավորումը դեյտերոնի վրա վեկտոր մեզոնների՝ մասնավորապես ρ^0 մեզոնների, կոհերենս ֆուոնման մեխանիզմի ուսումասիրությունն է: Քննարկված են $\gamma d \rightarrow \pi^+ \pi^- d$ ռեակցիայում կոհերենս մասնիկների ընդունան չափանիշները: Ցույց է տրված, որ էքսկյուզիվ ռեակցիայի պայմաններում էներգիայի եւ իմպուլսի պահպանման օրենքի օգտագործումը, ինչպես նաեւ մասնիկների ծնման ժամանակի համար տրված սահմանափակումը կարելու նշանակություն ունեն կոհերենս ծնված ($\pi^+ \pi^-$) զույգի տարանջատման համար՝ դեյտերոնի կազմի մեջ մտնող պրոտոնի վրա ցրումից առաջացող ֆիզիկական ֆոնից:

References

1. Sakurai J. J. - Phys.Rev.Lett. 1969. V.22. P. 981.
2. Mibe T., et al. - Phys.Rev.C. 2007. V.76. P. 052202-1.
3. [http : //www.jlab.org/exp_prog/generated/apphallb.html](http://www.jlab.org/exp_prog/generated/apphallb.html), E04-010.
4. Smith E.S., et al. - NIM A. 1999. V.432. P. 265.
5. Sober D.I., et al. - NIM A. 2000. V. 440. P. 263.

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

УДК 547.724

Академик А. А. Аветисян, Л. В. Карапетян

Синтез и некоторые химические превращения нового
гетероциклического производного 2-имино-2,5-дигидрофурана

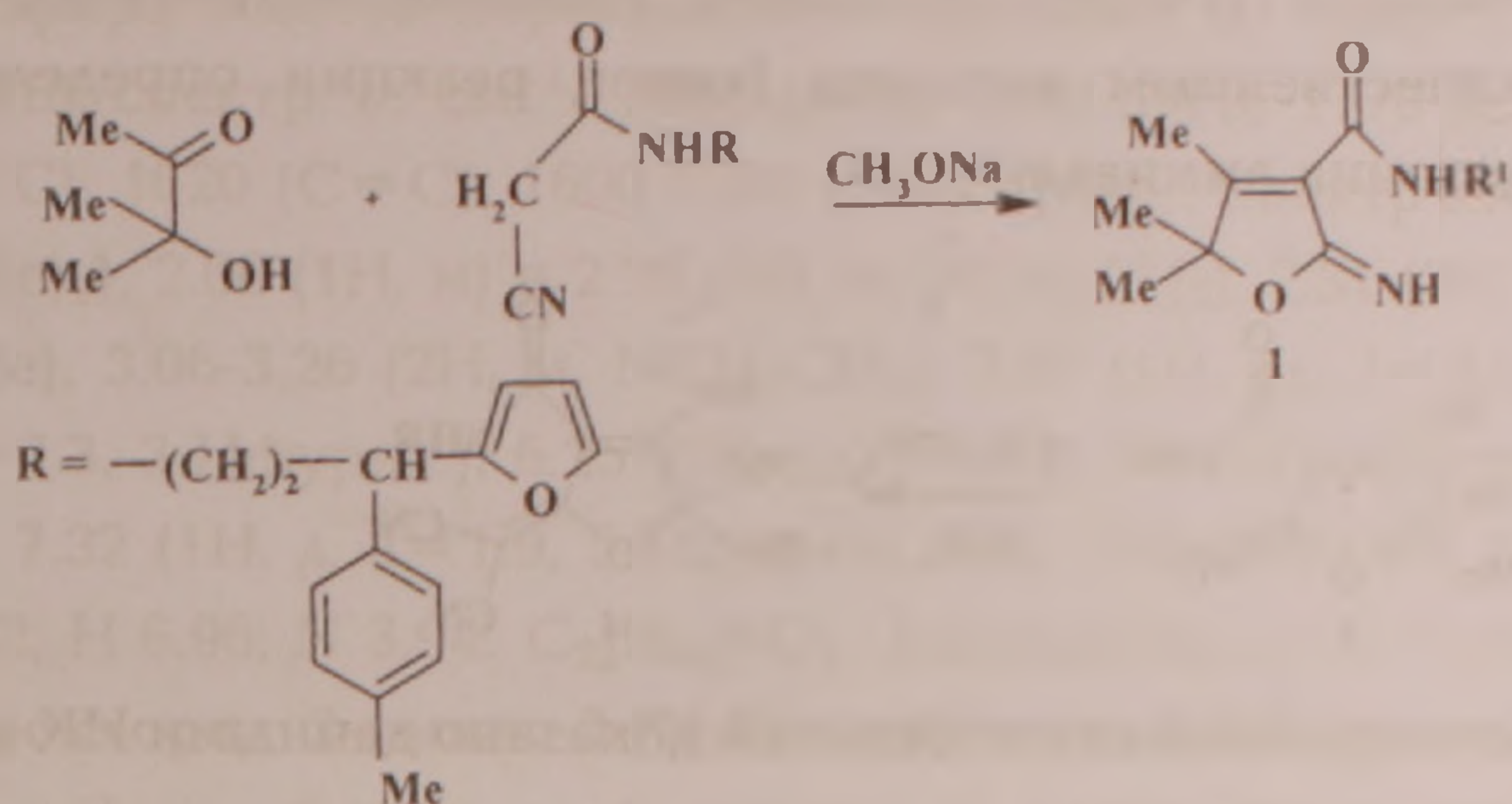
(Представлено 1/Х 2009)

Ключевые слова: третичный α -кетоспирт, замещенный амид циануксусной кислоты, конденсация, 2-имино-2,5-дигидрофуран, 2,5-дигидрофуран-2-он, дицианометиленпроизводное, малононитрил

Функционально замещенные 2-имино-2,5-дигидрофураны [1] и 2,5-дигидрофуран-2-оны [2-5] представляют теоретический и практический интерес и являются перспективными классами гетероциклических соединений. Их синтез — весьма актуальная задача.

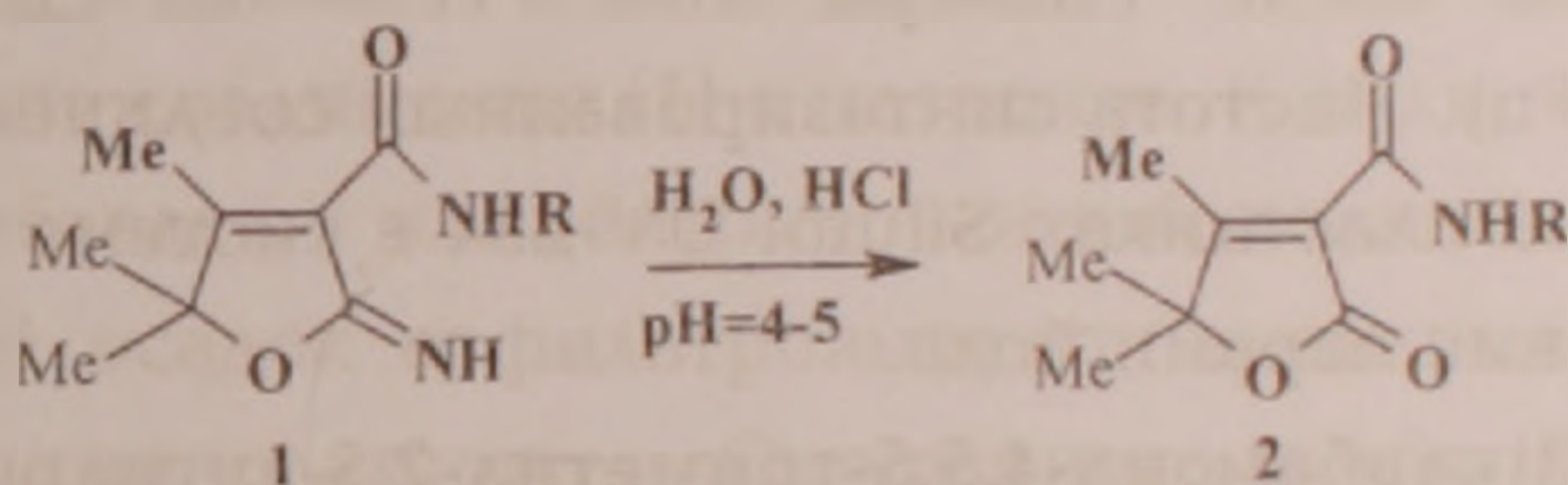
С целью синтеза биологически активных новых функционально замещенных 2-имино-2,5-дигидрофуранов и их производных, в продолжение исследования реакций конденсации третичных α -кетоспиртов с соединениями, содержащими активную метиленовую группу [1], нами изучено взаимодействие 3-гидрокси-3-метилбутан-2-она с замещенным амидом циануксусной кислоты.

Установлено, что взаимодействие эквимольных количеств 3-гидрокси-3-метилбутан-2-она и замещенного амида циануксусной кислоты удачно осуществляется в присутствии метилата натрия в среде абсолютного метанола при 40⁰С в течение 5 ч, приводя к получению 2-имино-3-(N-R)карбамоил-4,5,5-триметил-2,5-дигидрофурана (1) с высоким выходом:



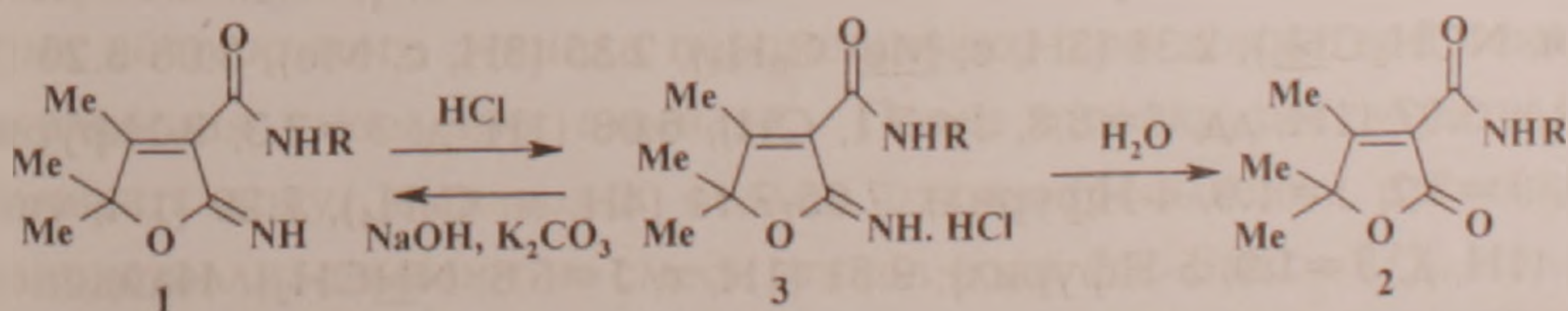
Доказательством того, что полученное соединение является именно 2-имино-2,5-дигидрофураном, а не пирролином [6], могут служить приведенные ниже химические превращения.

Синтезированный 2-имино-2,5-дигидрофуран (1) легко гидролизуется в слабой кислой среде (pH 4-5) нагреванием при 85-90°C в течение 3 ч, приводя к соответствующему 2,5-дигидрофуран-2-ону (2), что можно считать способом получения функционально замещенных 2,5-дигидрофуран-2-онов:



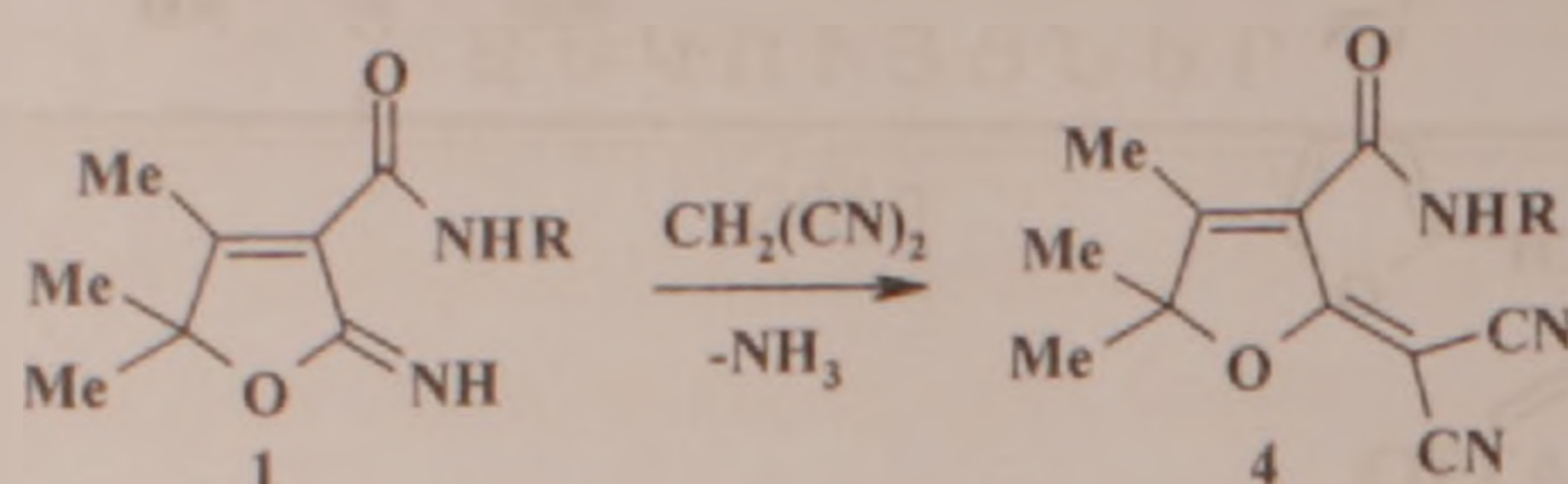
2-Имино-2,5-дигидрофуран (1) легко и с количественным выходом превращается в соответствующий гидрохлорид (3) при пропускании газообразного HCl через бензольный раствор. Полученная соль титруется 0.1 н. раствором NaOH, а при обработке раствором поташа легко превращается в исходный 2-иминопроизводный (1).

Гидролиз гидрохлорида (3) при 85-90°C в течение 2 ч также приводит к 2,5-дигидрофуран-2-ону (2):



С целью получения дицианометиленпроизводного, содержащего хромофорные группы, изучено взаимодействие 2-иминопроизводного (1) с малононитрилом. Реакция протекает при комнатной температуре при смешивании эквимольных количеств исходных реагентов в среде абсолютного

этанола с образованием соответствующего 2-дицианометилена-2,5-дигидрофурана (4) с количественным выходом (конец реакции определяется по прекращению выделения аммиака):



Строение синтезированных соединений доказано данными ИК и ЯМР ^1H спектров и элементного анализа.

Полученные соединения (1-4) были подвергнуты испытанию на обнаружение антибактериальной активности. Как показали исследования, проведенные в лаборатории химиотерапии ИТОХ им А.Л. Мнджояна НАН РА, у них была обнаружена *in vitro* умеренно выраженная антибактериальная активность, что обуславливает целесообразность дальнейших исследований в этой области.

Экспериментальная часть. ИК спектры сняты на спектрометре Specord 751R" в вазелиновом масле, спектры ЯМР ^1H — на спектрометре Varian Mercury 300 (300 МГц). Чистота синтезированных соединений контролировалась методом ТСХ на пластинках Silufol UV-254 в системе элюентов: ацетон-бензол, 1:2, проявление парами йода.

2-Имино-3-(N-R)карбамоил-4,5,5-триметил-2,5-дигидрофуран (1). К раствору метилата натрия в абсолютном метаноле (0.001 моль натрия в 20 мл метанола) добавляют 0.01 моль 3-гидрокси-3-метилбутан-2-она и 0.01 моль замещенного амида циануксусной кислоты. Реакционную смесь нагревают 5 ч при 40°C . При пониженном давлении удаляют метанол. К остатку приливают воду, выпавший осадок отфильтровывают, промывают водой, перекристаллизовывают из гептана. Выход 95%, т.пл. $73-75^\circ\text{C}$. ИК спектр, ν , cm^{-1} : 3360 (NH), 3180 (NH), 1680 (C=O), 1665 (C=N), 1625 (C=C), 1620 (C=C), 1600-1500 (C=Carom). Спектр ЯМР ^1H , δ , м.д.: 1.42 (6H, с, $(\text{Me})_2$), 2.06 (1H, м) и 2.28 (1H, м, NCH_2CH_2), 2.31 (3H, с, $\text{Me}-\text{C}_6\text{H}_4$), 2.35 (3H, с, Me), 3.06-3.26 (2H, м, NCH_2CH_2), 3.97 (1H, дд, $J=8.8$, $J=7.1$, CH), 6.08 (1H, д, $J=3.3$, 3-Нфурил.), 6.25 (1H, дд, $J=3.2$, $J=1.9$, 4-Нфурил), 7.05-7.11 (4H, м, C_6H_4), 7.29 (1H, уш. с, =NH), 7.31 (1H, д, $J=1.9$, 5-Нфурил), 9.51 (1H, т, $J=5.6$, NHCH_2). Найдено, %: C 72.23; H 7.34; N 7.79. $\text{C}_{22}\text{H}_{26}\text{N}_2\text{O}_3$. Вычислено, %: C 72.11; H 7.15; N 9.64.

3-(N-R)-карбамоил-4,5,5-триметил-2,5-дигидрофуран-2-он (2). Смесь 1.5 ммоль 2-имино-2,5-дигидрофурана 1 и 5 мл воды в присутствии соляной кислоты (рН среды 4-5) нагревают 3 ч при $85-90^\circ\text{C}$. Реакционную смесь охлаждают, экстрагируют эфиром (3 x 5мл) и сушат сульфатом магния. После

отгонки эфира остаток перекристаллизовывают из спирта. Выход 81%, т.пл. 91-93°C. ИК спектр, ν , см^{-1} : 3360 (NH), 3180 (NH), 1770 (C=O), 1680 (C=O), 1625 (C=C), 1620 (C=C), 1600-1500 (C=Carom). Спектр ЯМР ^1H , δ , м.д.: 1.42 (6H, с, (Me)₂), 2.06 (1H, м) и 2.28 (1H, м, NCH₂CH₂), 2.31 (3H, с, Me-C₆H₄), 2.35 (3H, с, Me), 3.06-3.26 (2H, м, NCH₂CH₂), 3.97 (1H, дд, J=8.8, J=7.1, CH), 6.08 (1H, д J=3.3, 3-Нфурил.), 6.25 (1H, дд, J=3.2, J=1.9, 4-Нфурил), 7.05-7.11 (4H, м, C₆H₄), 7.32 (1H, д, J=1.9, 5-Нфурил), 9.52 (1H, т, J=5.6, NHCH₂). Найдено, %: С 72.02; Н 6.96; N 3.94. C₂₂H₂₆NO₄. Вычислено, %: С 71.91; Н 6.86; N 3.81.

Гидрохлорид 2-имино-3-(N-R)-карбамоил-4,5,5-триметил-2,5-дигидрофурана (3). Через бензольный раствор 2 ммоль 2-имино-2,5-дигидрофурана 1 пропускают газообразный HCl. Образовавшийся осадок фильтруют, промывают эфиром и сушат. Выход 81%, т.пл. 145-150°C. Спектр ЯМР ^1H , δ , м.д.: 1.42 (6H, с, (Me)₂), 2.06 (1H, м) и 2.28 (1H, м, NCH₂CH₂), 2.31 (3H, с, Me-C₆H₄), 2.35 (3H, с, Me), 3.06-3.26 (2H, м, NCH₂CH₂), 3.97 (1H, дд, J=8.8, J=7.1, CH), 6.08 (1H, д, J=3.3, 3-Нфурил.), 6.25 (1H, дд, J=3.2, J=1.9, 4-Нфурил), 7.04-7.12 (4H, м, C₆H₄), 7.31 (1H, д, J=1.9, 5-Нфурил), 9.50 (1H, т, J=5.6, NHCH₂), 10.34 (2H, уш. с., =NH.HCl). Найдено, %: С 65.88; Н 6.84; N 7.09. C₂₂H₂₆N₂O₃·HCl. Вычислено, %: С 65.58; Н 6.75; N 6.95.

Взаимодействие соединения (1) с поташом. К водному раствору 1 ммоль гидрохлорида 3 добавляют концентрированный водный раствор поташа до pH 7-8. Выпавший осадок отфильтровывают, промывают водой, получают соответствующий иминолактон. Смешанная проба с соответствующим иминолактоном (1) не дает депрессии температуры плавления.

Гидролиз соединения (3). Смесь 0.5 ммоль гидрохлорида 3 и 5 мл воды нагревают 2 ч при 85-90°C. Реакционную смесь охлаждают, экстрагируют эфиром (3 x 5 мл) и сушат сульфатом магния. После отгонки эфира остаток перекристаллизовывают из петролейного эфира. Получено соединение 2, которое по температуре плавления не отличается от полученного ранее.

2-Дицианометилиден-3-(N-R)-карбамоил-4,5,5-триметил-2,5-дигидрофуран (4). Смесь 2.5 ммоль соединения 1, 0.17 г (2.5 ммоль) малонитрила и 5 мл абсолютного этанола перемешивают при комнатной температуре до прекращения выделения аммиака. После отгонки растворителя к остатку приливают воду, выпавший осадок отфильтровывают, промывают водой, перекристаллизовывают из смеси этанол-вода, 2:1. Выход 97%, т.пл. 116-118°C. ИК спектр, ν , см^{-1} : 3280 (NH), 2225 (C≡N), 1680 (C=O), 1635 (C=C), 1625 (C=C), 1620 (C=C), 1600-1500 (C=Carom). Спектр ЯМР ^1H , δ , м.д.: 1.42 (6H, с, (Me)₂), 2.06 (1H, м) и 2.28 (1H, м, NCH₂CH₂), 2.31 (3H, с, Me-C₆H₄), 2.35 (3H, с, Me), 3.06-3.26 (2H, м, NCH₂CH₂), 3.97 (1H, дд, J=8.8, J=7.1, CH), 6.08 (1H, д, J=3.3, 3-Нфурил.), 6.25 (1H, дд, J=3.2, J=1.9, 4-Нфурил), 7.05-7.11 (4H, м,

C_6H_4), 7.31 (1H, d, $J=1.9$, 5-Hфурил), 9.52(1H, т, $J=5.6$, $NHCH_2$). Найдено, %: С 72.49; Н 6.34; N 10.49. $C_{25}H_{25}N_3O_3$. Вычислено, %: С 72.27; Н 6.06; N 10.11.

Ереванский государственный университет

Академик А. А. Аветисян, Л. В. Карапетян

Синтез и некоторые химические превращения нового гетероциклического производного 2-имино-2,5-дигидрофурана

Взаимодействием 3-гидрокси-3-метилбутан-2-она с замещенным амидом циануксусной кислоты синтезировано новое гидроциклическое производное — 2-имино-2,5-дигидрана. Осуществлены его некоторые химические превращения.

Ակադեմիկոս Ա. Ա. Ավետիսյան, Լ. Վ. Կարապետյան

2-Իմինո-2,5-դիհիդրոֆուրանի նոր հեպերոցիկլիկ ածանցյալի սինթեզն ու որոշ քիմիական փոխարկումներ

3-Հիդրօքսի-3-մեթիլբութան-2-ոնի եւ ցիանքացախաթթվի փեղակալված ամիդի փոխազդեցությամբ սինթեզվել է 2-իմինո-2,5-դիհիդրոֆուրանի նոր հեպերոցիկլիկ ածանցյալ եւ իրականացվել են որոշ քիմիական փոխարկումներ:

Academician A. A. Avetisyan, L. V. Karapetyan

Synthesis and Some Chemical Transformations of New Heterocyclic Derivative of 2-imino-2,5-dihydrofuran

The new heterocyclic derivative of 2-imino-2,5-dihydrofuran has been synthesized by the interaction of 3-hydroxy-3-methylbutane-2-one with substituted amide of cyanoacetic acid. It was carried out some chemical transformations.

Литература

1. Avetisyan A., Karapetyan L. - Synth. Commun. 2009. V. 39. P. 7-19.
2. Rao J.S. - Chem. Rew. 1976. V. 76. N5. P. 625-694.
3. Аветисян А. А., Дангян М.Т. - Усп. Химии. 1977. Т. 7. С. 1250-1278.
4. Аветисян А.А., Токмаджян Г.Г. - ХГС. 1987. Т. 6. С.723-739.
5. Аветисян А.А., Токмаджян Г.Г. - Арм. хим. ж. 1993. Т. 46. N 4. С. 219-236.
6. Melikian G., Rouessac F., Alexandre C. - Synth. Commun. 1993. V. 23. N 19. P. 2631-2638.

БИОХИМИЯ

УДК 576.8.097-29 + 612.42 + 547.582.3 + 661.247

М. К. Карагезян, Г. Р. Вардапетян, академик К. Г. Карагезян

**Нарушения процессов свободнорадикального окисления липидов в
митохондриальной фракции головного мозга белых крыс при
зеараленоновой интоксикации и корригирующее действие
тиосульфата натрия на этом фоне**

(Представлено 13/Х 2009)

Ключевые слова: *зеараленоновая интоксикация, свободнорадикальное окисление, митохондриальная фракция, тиосульфат натрия, перекиси липидов*

Зеараленоновая интоксикация (ЗИ) у беспородных белых крыс сопровождается ярко выраженными деструктивными преобразованиями митохондриальной фракции головного мозга и параллельно развивающимися расстройствами метаболических процессов. Последние касаются, в частности, активирования процессов свободнорадикального окисления (СРО) липидов в неферментативной (аскорбатзависимой) и особенно ферментативной системе перекисеобразования с выходом значительных количеств продуктов переокисления — гидроперекисей (ГП) и малонового диальдегида (МДА).

В научной информации последних лет [1-8] отмечено вредоносное действие ЗИ на клеточном, субклеточном и молекулярном уровнях. Большой интерес представляет изучение особенностей действия ЗИ на процессы СРО полиеновых жирных кислот, высвобождающихся в значительных количествах при деацилировании фосфолипидов-глицеридов и интенсивно вовлекающихся в реакции перекисеобразования с выходом высоких концентраций ГП и МДА в различных биологических структурах, в том числе и в поверхностях раздела клеток и субклеточных образованиях [9]. В подобной постановке вопроса специального внимания заслуживает изучение особенностей токсического действия ЗИ на системы, катализирующие реакции митохондриального окисления и обеспечивающие дыхательную функцию клетки в целом через аккумулялирование и трансформацию в ней энергии [10,11].

При изучении специфики токсических эффектов ЗИ чрезвычайно важно использование наиболее эффективных детоксицирующих средств, среди которых особого внимания заслуживает тиосульфат натрия (ТСН). Исследование корригирующего действия ТСН как мощного синергиста эндогенного α -токоферола — одного из основных составляющих системы антирадикальной защиты клетки в условиях СРО липидов [12] является целью настоящей статьи.

Исследования проводились на 20 беспородных белых крысах-самцах массой 180-200 г, содержащихся в обычных условиях вивария. Животные обезглавливались под легким эфирным наркозом. Изоляцию головного мозга, его декапсулирование, очистку от кровеносных сосудов и получение митохондриальной фракции (МХФ) проводили методом дифференциального центрифугирования [13] на холоду в максимально ограниченные промежутки времени. О содержании липидных перекисей судили по интенсивности окрашивания образуемых ими комплексов [14]. Для ГП основанием служило их окисляющее действие на Fe^{2+} , переходящий в Fe^{3+} и образующий с тиоцианатом аммония комплексное соединение, окрашивающееся в малиновый цвет. Измерение оптической плотности интенсивности окрашивания этого соединения при максимуме поглощения E_{480} и являлось показателем среднего количественного содержания ГП в данном биологическом материале. Количественное определение МДА основывалось на его взаимодействии с тиобарбитуровой кислотой с образованием триметинового комплекса в виде розового хромогена с максимальным поглощением при E_{532} . Молярный коэффициент экстинкции этого комплекса $\epsilon = 1.56 \times 10^5$, см^{-1} , M^{-1} . Количественное содержание продуктов переоисления липидов в обоих случаях рассчитывалось на 1 мг предварительно определенного количества белка [15] в виде $E_{480}/\text{мг}$ белка и $E_{532}/\text{мг}$ белка для ГП и МДА соответственно.

Как вытекает из полученного фактического материала, основной механизм вредоносного действия ЗИ скрывается в чрезмерной интенсификации процессов СРО липидов в МХФ мозговой ткани экспериментальных животных (табл. 1). Прямым подтверждением имеющего при этом место деацилирования фосфолипидов-глицеридов под действием максимально активировавшейся фосфолипазы A_2 с образованием значительных концентраций незэтерифицированных жирных кислот полиенового ряда является их интенсивное вовлечение в качестве субстратов окисления в реакции СРО с образованием высоких концентраций промежуточных и конечных продуктов переоисления в виде ГП и МДА.

Из приведенных данных становится очевидным, что токсические эффекты ЗИ характеризуются ярко выраженным активированием реакций

перекисеобразования, особенно в ферментативной (NADPH-зависимой) и в меньшей степени неферментативной (аскорбатзависимой) системе переокисления липидов.

Примечательно, что интенсивность образования ГП наиболее отчетливо проявляется через 72 ч после ЗИ, несколько доминируя над динамикой формирования МДА в неферментативной системе окисления.

Таблица 1

Сдвиги содержания ГП (E₄₈₀/мг белка) и МДА (нМ/мг белка) в митохондриальной фракции головного мозга белых крыс в ферментативной и неферментативной системах переокисления липидов в контроле (К) и через 30-40 мин (1), 24 ч (2), 48 ч (3) и 72 ч (4) после выработки ЗИ

Показатели	Ферментативная система окисления								
	К	1	% разницы от К	2	% разницы от К	3	% разницы от К	4	% разницы от К
ГП	0.51±0.03	0.99±0.05 ^a	+94.0	1.12±0.07 ^a	+120.0	1.27±0.10 ^a	+149.0	1.33±0.09 ^a	+161.0
МДА	2.02±0.07	4.67±0.06 ^a	+131.0	4.81±0.09 ^a	+138.1	4.99±1.03 ^a	+147.0	5.27±1.09 ^a	+161.0
	Неферментативная система окисления								
	К	1	% разницы от К	2	% разницы от К	3	% разницы от К	4	% разницы от К
ГП	0.75±0.03	1.25±0.05 ^a	+67.0	1.36±0.05 ^a	+81.0	1.43±0.07 ^a	+91.0	1.51±0.07 ^a	+101.0
МДА	4.21±0.09	6.42±0.11 ^a	+52.0	6.55±0.17 ^a	+56.0	6.69±0.19 ^a	+59.0	7.07±0.21 ^a	+68.0

Примечание: n = 12; a – P < 0.001.

Прогрессирование отмеченных нарушений, наблюдающееся по истечении даже 72 ч после ЗИ, прерывается начиная уже с 30-40 мин после однократного внутримышечного введения 1 мл 10% р-ра ТСН на фоне ЗИ (табл. 2).

В наибольшей степени детоксицирующее действие этого физиологически активного соединения проявляется в виде нормализации интенсивности течения процессов СРО липидов в МХФ мозговой ткани, когда на фоне 30-40 мин ЗИ применение ТСН сопровождалось ярко выраженным нивелированием явлений интоксикации.

Антиоксидантное действие ТСН проявлялось в еще более выраженной форме в последующие 24, 48 и 72 ч после его однократной внутримышечной инъекции в примененной дозировке как в неферментативной, так и особенно ферментативной системах окисления.

Следует заметить, что в первой из них абсолютные уровни ГП и МДА как в контроле, так и на всем протяжении эксперимента оказывались доминирующими. Примечательно, что при одном только изолированном введении ТСН интактным животным его стабилизирующий эффект оказывался наиболее демонстративным и отчетливо проявлялся в отношении изучаемых продуктов СРО липидов. Более того, когда ЗИ вырабатывалась на фоне предварительно введенного ТСН, наблюдалось полное отсутствие характерных для ее токсического действия негативных проявлений в уровне продуктов перекисления липидов в обеих системах СРО липидов (табл. 3).

Таблица 2

Сдвиги содержания ГП (E₄₈₀/мг белка) и МДА (нМ/мг белка) в митохондриальной фракции головного мозга белых крыс в ферментативной и неферментативной системах перекисления липидов в контроле (К) и через 30-40 мин после выработки ЗИ (1) и спустя 30-40 мин (2), 24 ч (3), 48 ч (4) и 72 ч (5) после инъекции ТСН на этом фоне

По- ка- за- те- ли	Ферментативная система окисления										
	К	1	% раз- ницы от К	2	% раз- ницы от К	3	% раз- ницы от К	4	% раз- ницы от К	5	% раз- ни- цы от К
ГП	0.60±0.03	1.12±0.05 ^a	+87.0	0.93±0.04 ^a	+55.0	0.81±0.03 ^b	+35.0	0.68±0.03 ^c	+13.0	0.68±0.03 ^c	+5.0
МДА	2.12±0.07	4.79±0.05 ^a	+126.0	3.93±0.05 ^a	+85.0	3.00±0.04 ^b	+42.0	2.41±0.07 ^c	+14.0	2.41±0.07 ^c	+8.0
	Неферментативная система окисления										
	К	1	% раз- ницы от К	2	% раз- ницы от К	3	% раз- ницы от К	4	% раз- ницы от К	5	% раз- ни- цы от К
ГП	0.81±0.03	1.39±0.06 ^a	+72.0	1.11±0.05 ^a	+37.0	1.00±0.04 ^b	+23.0	0.83±0.03 ^c	+2.0	0.83±0.03 ^c	-1.0
МДА	4.33±0.09	6.59±0.08 ^a	+52.0	5.51±0.07 ^a	+27.0	5.00±0.07 ^b	+15.0	4.60±0.08 ^c	+6.0	4.60±0.08 ^c	+4.0

Примечание: n = 12; a – P < 0.001, b – P < 0.01, c – P < 0.5.

Таким образом, установленные нами закономерности в процессах перекисеобразования при ЗИ выявили их патогенетическую роль в формировании характерных для действия пищевых ядов грибкового происхождения нарушений процессов метаболизма соединений липидной природы, ответственных за регуляцию клеточной активности в норме и патологии.

Однократное внутримышечное введение 1 мл 10% р-ра ТСН является надежным гарантом нивелирования токсического воздействия ЗИ на изучаемые процессы перекисеобразования, особенно при предварительном его введении перед ЗИ.

Таблица 3

Сдвиги содержания ГП (E_{480} /мг белка) и МДА (нМ/мг белка) в митохондриальной фракции головного мозга белых крыс в ферментативной и неферментативной системах перекисления липидов в контроле (К) через 30-40 мин после однократного внутримышечного введения 1 мл 10% раствора ТСН (1) и выработки на этом фоне ЗИ в течение 30-40 мин (2), 24 ч (3), 48 ч (4) и 72 ч (5)

По- ка- за- те- ли	Ферментативная система окисления										
	К	1	% раз- ницы от К	2	% раз- ницы от К	3	% раз- ницы от К	4	% раз- ницы от К	5	% раз- ни- цы от К
ГП	0.55 ± 0.03	0.58 ± 0.04^c	+5.0	0.55 ± 0.04^c	0	0.57 ± 0.03^c	+4.0	0.56 ± 0.03^c	+2.0	0.56 ± 0.03^c	+2.0
МДА	2.19 ± 0.06	2.21 ± 0.07^c	+1.0	2.20 ± 0.06^c	0	2.17 ± 0.06^c	-1.0	2.20 ± 0.06^c	+0.1	2.21 ± 0.06^c	+1.0
	Неферментативная система окисления										
	К	1	% раз- ницы от К	2	% раз- ницы от К	3	% раз- ницы от К	4	% раз- ницы от К	5	% раз- ни- цы от К
ГП	0.77 ± 0.03	0.72 ± 0.03^c	-6.0	0.74 ± 0.03^c	-4.0	0.79 ± 0.04^c	+3.0	0.73 ± 0.04^c	-5.0	0.76 ± 0.04^c	-1.0
МДА	4.09 ± 0.08	4.11 ± 0.08^c	0	4.14 ± 0.07^c	+1.0	4.14 ± 0.07^c	+1.0	4.14 ± 0.07^c	+1.0	4.10 ± 0.07^c	0

Примечание: $n = 12$; $c - P > 0.5$.

Это объясняется, с одной стороны, участием ТСН в поддержании гидроксипроизводной α -токоферола, являющейся единственно активной в осуществлении антиоксидантного эффекта, а с другой — его ролью в качестве поставщика свободной серы, необходимой для биосинтеза ферментных систем антирадикальной защиты клетки и восстановленного глутатиона.

Научно-технологический центр органической
и фармацевтической химии НАН РА
Российско-Армянский (Славянский) университет

Нарушения процессов свободнорадикального окисления липидов в митохондриальной фракции головного мозга белых крыс при зеараленоновой интоксикации и корригирующее действие тиосульфата натрия на этом фоне

Согласно полученным результатам зеараленоновая интоксикация у беспородных белых крыс сопровождается ярко выраженными деструктивными преобразованиями митохондриальной фракции головного мозга и параллельно развивающимися расстройствами метаболических процессов. Последние касаются, в частности, активирования в ней процессов свободнорадикального окисления липидов в неферментативной (аскорбатзависимой) и особенно в ферментативной системе перекисеобразования с выходом значительных количеств продуктов перекисления — гидроперекисей и малонового диальдегида. Применение тиосульфата натрия на фоне зеараленоновой интоксикации характеризуется проявлением свойств нормализующего агента антиоксидантного действия, выступающего в качестве мощного нейтрализующего активного начала, нивелирующего токсические эффекты изучаемого яда, однократно введенного внутривентриально на фоне предварительно инъецированного 1 мл 10% раствора тиосульфата натрия.

Մ. Կ. Ղարագյոգյան, Դ. Ք. Վարդապետյան, ակադեմիկոս Կ. Դ. Ղարագյոգյան

Սպիտակ առնետների զեարալենոնային թունավորումների ժամանակ ճարպերի ազատառադիկալային պրոցեսների խանգարումները գլխուղեղի միտոքոնդրիալ ֆրակցիայում եւ նաբրիումի թիոսուլֆատի կարգավորիչ դերը այդ պայմաններում

Համաձայն ստացված արդյունքների՝ զեարալենոնային թունավորումները սպիտակ առնետների մոտ պայմանավորված են գլխուղեղի միտոքոնդրիալ ֆրակցիայի վառ արտահայտված դեսպրուկտիվ խանգարումներով: Վերջիններս զուգորդվում են մեմբրոլիկ գործընթացների խախտումներով, մասնավորապես ազատառադիկալային գործընթացների ակտիվացմամբ ինչպես ոչ ֆերմենտատիվ (ասկորբատ կախյալ) եւ առավելապես ֆերմենտատիվ համակարգում: Նշվածի հետեւանքով տեղի է ունենում հիդրոպերօքսիդների եւ մալոնային դիալդեհիդի քանակների զգալի աճ: Նաբրիումի թիոսուլֆատի 1մլ 10% լուծույթի միանվագ ներմկանային ներարկումը զեարալենոնային թունավորումների պայմաններում ցուցաբերում է վառ արտահայտված հակաօքսիդանտային ակտիվություն, դրսևորելով թունավորման հետեւանքների կանխարգելող գործոն՝ առավել եւս եթե այն ներ է մուծվում օրգանիզմի թունավորումից առաջ:

M. K. Karagyozyan, H. R. Vardapetyan, academician K. G. Karageuzyan

Peculiarities of the Free Radical Peroxidations Disorders in the Mitochondrial Fraction of Rat Brain under the Conditions of Zearalenon Intoxication and Correcting Action of Sodium Thiosulfate on this Background

According to the data obtained zearalenon intoxication of experimental rats is accompanied by the significant destruction of mitochondrial fraction of the brain with the simultaneous metabolic disorders. These abnormalities are characterized by the significant intensification of the free radical peroxidation processes both in the nonenzymatic (acerbate-depended) and especially in enzymatic systems of peroxide formation. These processes are accompanied with the formation of high quantities of hydroperoxides and malonil dialdehyde. Only one intramuscular administration of 1 ml of 10% solution of sodium tyosulphate as a factor with pronounced antitoxic antioxidant properties is characterized by neutralization of zearalenon-conditioned toxic effects. The prevention of lathers is more demonstrative on the background of sodium tyosulphate administrated previously.

Литература

1. *Каргезян М.К.* - Intern. Journal on Immunorehabilitation. 1999. N 12. P. 134.
2. *Каргезян М.К.* - Укр. биохим. ж. 2000. Т. 72. N 3. С. 77-81.
3. *Karagyozyan M.K.* - Third Conf. of the Armenian Intern. Brain Research Organization (IBRO) Assoc. Yerevan. 2000. P. 41-42.
4. *Каргезян М.К.* - 6-ой съезд Арм. физиол. о-ва. Ереван. 2001. С. 120-122.
5. *Karagyozyan M.K.* - J. of Neurochem. Perugia. Italy. 2001. V. 77. S. 1. P. 34-36.
6. *Каргезян М.К.* - Современные аспекты реабилитации в медицине, Материалы I Межд. конф. Ереван. 2003. С. 173.
7. *Karagyozyan M.K., Karageuzyan K.G., Simonyan M.A., Boyajyan A.S.* In: Molecular Mechanism of Neurodegeneration. Milan. 2003. P. 47.
8. *Каргезян М.К.* В кн.: Биоантиоксидант. М. Изд. РАН. 2006. С. 148-149.
9. *Крепс Е.М.* Липиды клеточных мембран. 1981. Л. Наука. 340 с.
10. *Скулачев В.П.* Аккумуляция энергии в клетке. 1969. М. Наука. 440 с.
11. *Скулачев В.П.* Трансформация энергии в биомембранах. 1972. М. Наука. 203 с.
12. *Ерин А.Н., Спирин А.Ф., Набигзе Л.В., Каган В.Е.* - Биохимия. 1983. Т. 48. С. 1855-1861.
13. *Ерин А.Н., Скрыпин В.И., Каган В.Е.* - ДАН СССР. 1983. Т. 273. С. 489-493.
14. *Владимиров Ю.А., Азизова О.А., Деев А.И., Козлов А.В.* - Свободные радикалы в живых системах. Итоги науки и техн. ВИНТИ. 1991. Т. 29. С. 126-130.
15. *Lowry D.H., Rozenbough N.J., Farr A.L., Rahdall R.J.* - J. Biol. Chem. 1951. V. 193. P. 265-269.

БИОХИМИЯ

УДК 541.427.7 + 678.046.7 + 547.953 + 612.432 + 616.853 + 616.8-009.12

С. С. Овакимян

**Особенности корригирующего эффекта нового синтетического
препарата антиконвульсивного действия сакрицина при
расстройствах метаболизма фосфолипидов в мозговой ткани белых
крыс с модулированными коразолом эпилептиформными судорогами**

(Представлено академиком К.Г. Карагезяном 6/XI 2009)

Ключевые слова: сакрицин, коразоловые припадки, метаболизм фосфолипидов, малоновый диальдегид, α -токоферол, глутатионпероксидаза, глутатионредуктаза

Эпилептический разряд, формирующийся в клетках ЦНС, сопровождается их неминуемыми расстройствами. Это касается главным образом функциональной активности клеточных мембран, обусловленной многообразием нарушений качественно-количественного состава локализованных здесь фосфолипидов (ФЛ) различных категорий, сочетание которых с мембраносвязанными белками и углеводами является основой формирования единой системы, ответственной за обеспечение физиологического статуса нейронального аппарата [1,2].

В настоящей статье рассмотрены особенности метаболических расстройств ФЛ в различные периоды развития судорожной реакции организма. Из существующих средств антисудорожного действия как одно из наиболее эффективных отобран сакрицин, являющийся производным полициклической карбоновой кислоты.

Изучены особенности метаболических нарушений ФЛ и ФЛ – ФЛ соотношений в общемозговом гомогенате белых крыс в различные периоды развития у них коразол-индуцированных эпилептиформных судорог и их корригирования под действием сакрицина на этом фоне.

Объектом исследования служила модель коразол-индуцированных судорог, выработанная на 20 белых крысах-самцах массой 180-200 г путем

однократного внутрибрюшинного введения коразола в дозе 45 мг/кг массы тела. Аналогично производилась и дача сакрицина в дозе 600 мг/кг массы тела.

Симптомокомплекс патогенетических проявлений изучаемого болезненного состояния характеризовался глубиной функциональных расстройств активности мембраносвязанных ферментов [3], числом рецепторов [4], действием нейротрансмиттеров с вероятным гидролизом фосфатидилинозитов (ФИ) основных транспортеров нервных импульсов, выступающих в роли поставщиков ФИ, и диглицеридов как вторичных мессенджеров [5,6], ответственных за обеспечение функциональной активности клетки.

Животных декапитировали под легким эфирным наркозом через 2 мин после введения коразола (предсудорожный период), через 6-10 мин (стадия генерализованной судороги) и через 60 мин после введения сакрицина. Об интенсивности течения свободнорадикального окисления (СРО) липидов судили по выходу образовавшегося конечного продукта — малонового диальдегида (МДА) в общемозговом гомогенате как в ферментативной — NADPH-, так и неферментативной — аскорбатзависимой системах перекисления. Адекватность интенсивности развития цветного окрашивания комплексного соединения МДА с тиобарбитуровой кислотой регистрировали спектрофотометрически при длине волны 535 нМ [7] и выражали в нМ/мг белка.

Количественное содержание свободного α -токоферола (α -Т) в исследуемой ткани определяли в мг% на флюоресцентном спектрофотометре (Hitachi, модель MRGAA) при максимумах возбуждения (295 нМ) и флюоресценции (330 нМ).

Активность глутатионпероксидазы и глутатионредуктазы определяли в % по методике Бартлея [8].

Экстракцию нейтральных и кислых ФЛ (НФЛ и КФЛ соответственно) из общемозгового гомогената производили по Фолчу [9] в модификации Карагезяна [10]. Фракционирование индивидуальных представителей НФЛ: фосфатидилхолинов (ФХ), лизофосфатидилхолинов (ЛФХ), сфингомиелинов (СФМ) и фосфатидилэтаноламинов (ФЭ), и КФЛ: монофосфоинозитидов (МФИ), фосфатидилсеринов (ФС), кардиолипинов (КЛ) и фосфатидных кислот (ФК) проводили методом одномерной восходящей хроматографии в тонком слое силикагеля (пластинки "МЕРК", Германия) с использованием системы растворителей — хлороформ : метанол : аммиак (в объемных соотношениях 65:35:5). Пятна ФЛ, окрашивающиеся в желтый цвет при выдерживании пластинок в среде, насыщенной парами йода, идентифицировали с помощью соответствующих свидетелей (фирма "СИГМА", США).

Минерализацию липидного фосфора осуществляли в среде концентрированных азотной и серной кислот, а его количество выражали в мкг/мг ацетонового порошка общемозгового гомогената [10].

Как явствует из таблицы, закономерности, отмеченные во взаимотрансформации между отдельными представителями НФЛ и КФЛ, их суммы (СНФЛ и СКФЛ соответственно), суммы всех ФЛ (СФЛ), а также коэффициент (К) отношения СНФЛ к СКФЛ ($K = \text{СНФЛ} / \text{СКФЛ}$) обусловлены качественно-количественными сдвигами в филогенетически стабилизированном постоянстве ФЛ-ФЛ соотношений [1] как основного условия в обеспечении физиологической активности ЦНС. Согласно результатам проведенных исследований это главным образом проявилось со стороны холинсодержащих ФЛ – ФХ и ЛФХ.

Выявленные изменения фракционного состава ФЛ на относительно стабильном фоне суммы изучаемых соединений подтверждают важность филогенетически стабилизированного постоянства качественного и количественного спектров ФЛ в ЦНС как одного из основных условий обеспечения физиологического статуса ее функциональной активности. Увеличение содержания ФС в общемозговом гомогенате на фоне коразоловых приступов мы склонны объяснить активированием обратимо функционирующей ФС-декарбоксилазы, катализирующей реакции взаимопревращений ФЭ и ФС [11]. Особого внимания заслуживает перманентность взаимосвязи и взаимобусловленности на фоне коразоловых припадков между процессами образования как ФС из ФХ через промежуточный этап формирования ФЭ, так и образования высоких концентраций ЛФХ как продукта деацилирования ФХ. Освобождающиеся при этом большие количества жирных кислот (ЖК) полиенового ряда активно вовлекаются в реакции СРО, сопровождающиеся выходом чувствительных концентраций продуктов переоисления, обладающих мощным мембранотоксическим, мембранолитическим действием. Наряду с этим известно также об относительно низком, но вполне определенном строго лимитированном стационарном уровне интенсивности течения процессов переоисления в нормально метаболизирующих тканях [7], нарушающемся при перенапряжениях функциональной активности организма и в большей степени при его экстремальных и патологических состояниях [12]. Значительный интерес при этом представляет образование конечного продукта СРО липидов – МДА.

В предсудорожном периоде содержание МДА в ферментативной системе окисления в общемозговом гомогенате претерпевает статистически достоверное увеличение, еще более обостряющееся во время приступа (рис. 1). В аскорбатзависимой системе переоисления колебания активности переки-

сеобразовательного процесса не являются статистически достоверными по сравнению с контролем. На фоне сакрицинового действия отмечается ярко проявляющаяся нормализация выхода МДА в обеих системах перекисления ЖК, что постоянно контролируется со стороны соответствующих регуляторных механизмов клеточного аппарата возбужденного организма и устанавливается в пределах допустимых норм физиологически функционирующих звеньев ЦНС.

Результаты как ранее проведенных [13,14], так и настоящих исследований специфики перекисеобразовательного процесса на разных этапах развития изучаемого болезненного состояния оказываются максимально адекватными и свидетельствуют о качественных и количественных нарушениях в содержании тотальных, кислых и нейтральных ФЛ, выступающих в роли основных поставщиков неэстерифицированных ЖК как субстратов, активно вовлекающихся в реакции СРО липидов.

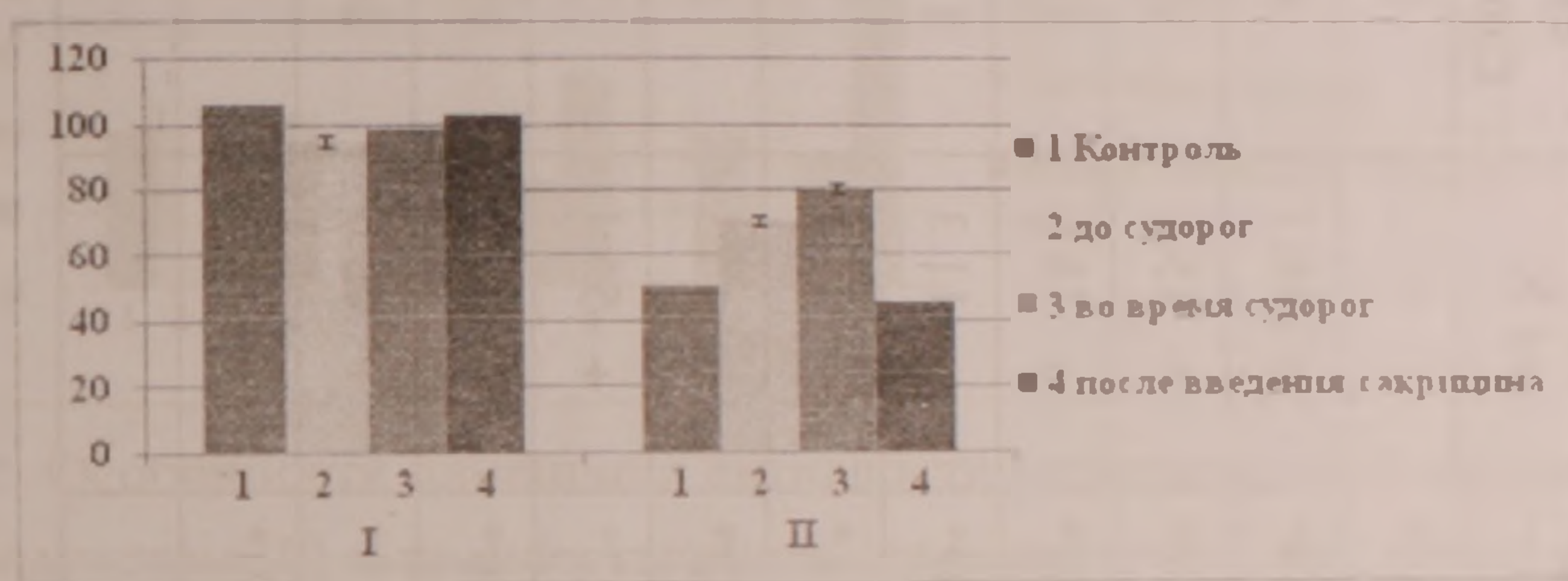


Рис. 1. Особенности изменения аскорбатзависимого (I) и NADPH-зависимого (II) процессов перекисеобразования (по выходу МДА в нМ/мг белка) в общемозговом гомогенате белых крыс в различные периоды развития коразоловых судорог и после введения сакрицина на этом фоне.

Как известно, многие экстремальные и патологические состояния организма, а также чрезмерное перенапряжение его физиологической активности сопровождаются существенными срывами в системе регуляции и ферментативных систем антирадикальной защиты клетки, ответственных, в частности, за обеспечение перманентного статуса балансирования между окисленной и восстановленной формами глутатиона. Нами прослежена динамика изменений глутатионпероксидазы и глутатионредуктазы, а также количественного содержания α -Т в общемозговом гомогенате белых крыс при коразол-индуцированных припадках и действии сакрицина на этом фоне.

Период развития коразоловых припадков характеризуется незначительным повышением активности глутатионпероксидазы, сменяющимся ее резким падением во время судорог (рис. 2). Спустя 60 мин после введения сакрицина отмечается отчетливо проявляющаяся нормализация активности фермента.

Количественные сдвиги индивидуальных ФЛ, СФЛ, СНФЛ, СКФЛ и К СНФЛ/СКФЛ в общем мозговом гомогенате в острый период эпилептиформного припадка под действием сакрицина на этом фоне

Показатели	Контроль (К)	% от СФЛ	Припадок	% разницы от К	% от СФЛ	Сакрицин	% разницы от К	% от СФЛ
Монофосфоинозитиды	8.19±0.23	4.2	12.39±0.29*	+ 51.3	6.1	8.71±0.49	+ 6.3	4.4
Лизофосфатидилхолины	6.20±0.29	3.2	13.41±0.33*	+ 116.3	6.5	7.33±0.31*	+ 18.2	3.7
Сфингомиелины	28.37±0.35	14.6	32.64±0.37*	+ 15.1	16.0	29.11±0.39**	+ 1.0	14.9
Фосфатидилхолины	88.20±0.49	45.6	71.83±0.43*	- 18.6	35.1	88.17±0.57	- 0.8	45.0
Фосфатидилэтаноламины	41.16±0.28	21.1	36.49±0.39*	- 11.3	17.8	40.94±0.36	- 0.5	20.9
Фосфатидилсерины	10.80±0.27	5.5	21.19±0.31*	+ 96.2	3.6	10.29±0.39**	- 4.7	5.3
Кардиолипиды	6.98±0.27	3.9	10.21±0.33*	+ 46.3	5.0	7.09±0.35	+ 1.6	3.6
Фосфатидные кислоты	4.19±0.21	2.2	6.47±0.27*	+ 54.4	3.2	4.27±0.25	+ 2.0	2.2
Сумма нейтральных ФЛ (СНФЛ)	164.63±0.51	85.0	154.37±0.69*	- 6.2	75.4	165.55±0.69	+ 0.6	84.5
Сумма кислых ФЛ (СКФЛ)	130.16±0.29	15.0	50.26±0.33*	+ 66.6	24.6	30.36±0.35	+ 0.7	15.5
Сумма всех ФЛ (СФЛ)	194.79±0.93		204.63±0.99*	+ 5.1		195.91±0.94	+ 0.6	
К СНФЛ/СКФЛ	5.5		3.1			5.5		

Примечание: n=20; * - P < 0.001; ** - P < 0.01; без обозначений - отклонения от контроля статистически недостоверны

Таким образом, несколько повышенный фон активности глутатионпероксидазы в предприступный период быстро сменяется на значительное его понижение во время приступа и полнейшее корригирование на фоне действия сакрицина.

Несколько иные сдвиги были зарегистрированы в динамике активности глутатионредуктазы, катализирующей процесс образования восстановленной формы глутатиона. Как явствует из рис. 2, в период назревания судорожного приступа активность глутатионредуктазы в общемозговом гомогенате почти вдвое превышает таковую у практически интактных животных. С развитием судорожных припадков активность фермента резко падает, отчетливо восстанавливаясь под влиянием сакрицина.

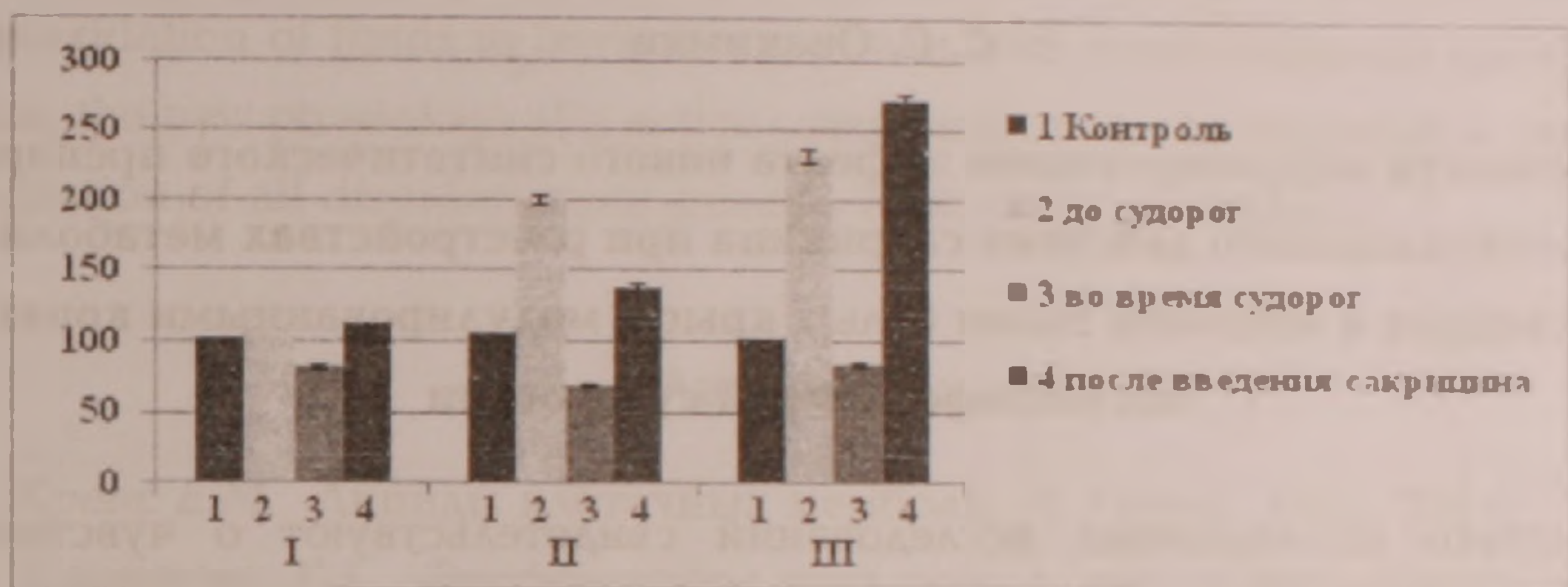


Рис. 2. Особенности изменения активности глутатионпероксидазы (I), глутатионредуктазы (II) и количественного содержания α -Т (III) в общемозговом гомогенате белых крыс в различные периоды развития коразоловых судорог (в %) и после введения сакрицина на этом фоне.

Как видно из рис. 2, дефицит содержания α -Т в общемозговом гомогенате в период коразоловых судорог колеблется в пределах 25% от исходного уровня, превышая его в предсудорожной стадии почти вдвое и оставаясь в условиях действия сакрицина на том же уровне.

Результаты проведенных исследований свидетельствуют об активировании при эпилептическом припадке процессов антирадикальной защиты клетки. При этом чрезмерная генерация активных форм кислорода, выступающих в роли контрмеханизмов, препятствует максимальному проявлению антиоксидантных возможностей организма в экстремальных условиях.

Полученный нами фактический материал свидетельствует об исключительно высокой терапевтической эффективности сакрицина как мощного противосудорожного препарата. Молекулярный механизм нормализующего действия этого физиологически активного соединения в чувствительной степени реализуется через системы, регулирующие реакции тканевых превращений ФЛ различных категорий, главным образом мембраносвязанных,

и процессы СРО. Лимитирующее влияние сакрицина на процессы перекисеобразования, сопровождающиеся образованием различных токсических продуктов, обладающих мембранотоксическим и мембранолитическим действием, характеризует его как эффективное средство протекторного действия, принимающего активное участие в стабилизации эндогенной системы антирадикальной защиты клетки.

Научно-технологический центр органической
и фармацевтической химии НАН РА

С. С. Овакимян

Особенности корректирующего эффекта нового синтетического препарата
антиконвульсивного действия сакрицина при расстройствах метаболизма
фосфолипидов в мозговой ткани белых крыс с модулированными коразолом
эпилептиформными судорогами

Результаты проведенных исследований свидетельствуют о чувствительном нарушении процессов метаболизма фосфолипидов различных категорий, фосфолипид-фосфолипидных соотношений и интенсивности течения процессов свободнорадикального окисления липидов в мозговой ткани белых крыс с модулированными коразолом эпилептиформными припадками. Применение на этом фоне вновь синтезированного физиологически активного соединения сакрицина корректирует вышеназванные расстройства липидного обмена в мозговой ткани, способствуя восстановлению функциональной активности ЦНС.

Ս. Ս. Նովակիմյան

Նակակոնվուսիվ ակտիվությամբ օժտված "սակրիցին" կոչվող նոր սինթետիկ
նյութի կարգավորիչ ազդեցության առանձնահատկությունները գլխուղեղի
հոմոգենատում տեղի ունեցող ֆոսֆոլիպիդային փոխանակության խանգարումների
ժամանակ սպիտակ առնետների մոտ կորագույն առաջացված էպիլեպտիկանման
ցնցումների պայմաններում

Շույց է տրված, որ առնետների մոտ կորագույն առաջացված էպիլեպտիկանման
նախացնցումային եւ ցնցումային փուլերում գլխուղեղում զարգացող ֆունկցիոնալ վիճակները
զուգորդվում են այնպեղ ֆոսֆոլիպիդների որակաքանակական, ֆոսֆոլիպիդ-ֆոսֆոլիպի-
դային փոխհարաբերակցության, ինչպես նաեւ ազատռադիկալային գործընթացների խիստ
արտահայտված խանգարումներով: Սակրիցինի ազդեցության ներքո արձանագրվում է

վերոնշյալ խանգարումների կանոնավորման փաստ, որը վկայում է նշված ֆիզիոլոգիապես ակտիվ միացության բարձր թերապևտիկ արդյունավետության մասին:

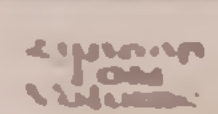
S. S. Hovakimyan

Peculiarities of Normalizing Action of Sacricine, a New Synthetic Compound with Anticonvulsion Action on Phospholipids Metabolism Disorders in Brain Tissue of Rats with Corasol-Induced Epileptic Seazors

The data obtained have shown that disease mentioned is accompanied by significant disorders of phospholipids metabolism, phospholipid-phospholipid interrelations and free radical peroxidation of lipids in brain tissue of rats with corasol-induced epilepsy. Using of sacricine, the new physiologically active compound on this background is characterized by normalization of all disorders mentioned in brain tissue of animals.

Литература

1. Крепс Е.М. Липиды клеточных мембран. Л. Наука. 1981. 330 с.
2. Карагезян К.Г. Фосфолипиды и их роль в жизнедеятельности организма. Ереван. Айастан. 1972. 267 с.
3. Глебов Р.Н., Крижановский Т.Н. - Успехи физиол. наук. 1983. Т. 14. N 1. С. 102-119.
4. Ханбабян М.В. Норадренергические механизмы мозга. Л. Наука. 1981. 124 с.
5. Тадевосян Ю.В., Карагезян К.Г., Батикян Т.Б. - ДАН СССР. 1997. Т. 295. N 5. С. 1254-1257.
6. Agranoff B.W. Inositol lipids Cell. Sig. Banburg meet. New York. 1987. P. 169.
7. Владимиров Ю.А., Арчаков А.И. Перекисное окисление липидов в биологических мембранах. М. Наука. 1972. 252 с.
8. Pinto R.E., Barley W. - Biochem. J. 1969. V. 112. P. 100115.
9. Folch J., Lees M., Sloane-Stane G. - J. Biol. Chem. 1957. V. 226. P. 497-509.
10. Зубер В.А. В сб.: Методы биохимических исследований. Изд. ЛГУ. 1982. С.19-22.
11. Gurr M.J., Janes A.T. - An Introduction. 1975. N 7. P. 244.
12. Rehncrona S. - Med. Boil. 1984. V. 62. N 2. P. 122-124.
13. Карагезян К.Г., Симонян Л.А., Овсепян Л.М., Симонян А.А. - ДНАН Армении. 2004. Т. 104. N 4. С. 349-354.
14. Симонян Л.А. Молекулярные механизмы нарушений тканевого метаболизма при коразол-индуцированных эпилептиформных припадках у больных крыс, пути их нивелирования и коррекции. Автореф. канд. дис. Ереван. 2005. 25 с.
15. Grossmann A., Wendel A. - Eur. J. Biochem. 1983. V. 135. N 3. P. 549 - 552.



УДК 612.73+612.468

К. В. Казарян, В. Ц. Вандян, Л. Г. Симонян, И. Б. Меликсетян

**Влияние нифедипина на медленноволновую пейсмекерную
активность крайних зон мочеточника крысы**

(Представлено чл.-кор. НАН РА Л. Р. Манвеляном 28/IX 2009)

Ключевые слова: мочеточник, пиелоуретеральное соустье, медленные волны, спайки, пейсмекерная активность, околопузырная область

Известно, что в области пиелоуретерального соустья мочеточника регистрируются медленноволновые пейсмекерные колебания мембранного потенциала, на основе которых в дальнейшем возникают потенциалы действия, распространяющиеся до самого мочевого пузыря [1-3]. Изучение электрофизиологических свойств изолированного мочеточника с пиелоуретеральным комплексом, а также применение нервных блокаторов показали миогенную природу данного ритмогенеза [3,4]. Последующие исследования позволили выявить автономную пейсмекерную зону и в области соединения мочеточника с мочевым пузырем наряду с основным околопочечным ритмоводителем, обеспечивающим главную функцию этого органа — перистальтическую деятельность [4].

Ранее было показано строгое соответствие между актом сокращения гладкомышечной ткани мочеточника и генерацией потенциалов действия. Именно наличие нифедипинчувствительных, потенциалзависимых кальциевых каналов обеспечивает возникновение спайковой активности [5,6]. Более того, ионы кальция необходимы также для генеза медленноволновой активности околопочечной области мочеточника [7,8].

В настоящей работе изучено влияние нифедипина на показатели медленной пейсмекерной активности ритмоводителей, расположенных не только в почечной области, но и в дистальной (околопузырной) зоне органа.

Работа выполнена в условиях *in situ* на крысах массой 300 - 350 г, наркотизированных нембуталом (50-55 мг/кг). Мочеточник денервировали путем перерезки корешков чревного и тазового нервов. Медленноволновые биопотенциалы околопочечной области мочеточника отводили серебряными шариковыми монополярными электродами, помещенными в область пиелоуретерального соустья через паренхиму почки. Распространяющиеся спайковые разряды отводили биполярными электродами. Медленноволновую активность околопузырной зоны регистрировали введением шарикового серебряного электрода через мочевой пузырь в область соединения мочеточника с мочевым пузырем.

Биоэлектрическую активность мочеточника регистрировали на 8-канальном электроэнцефалографе (EEG-8 S, Венгрия). Приведенные записи отдельных экспериментов представляют собой данные регистрации на 8-9 животных.

Использовался нифедипин (Sigma — Aldrich Chem. GmbH), который растворяли в 96 % этаноле. Препарат вводился внутривенно в концентрациях 4, 8, 10, 12 мкМ.

Все концентрации определялись из расчета на объем крови для каждого экспериментального животного исходя из его веса.

ПОЧЕЧНАЯ ЛОХАНКА

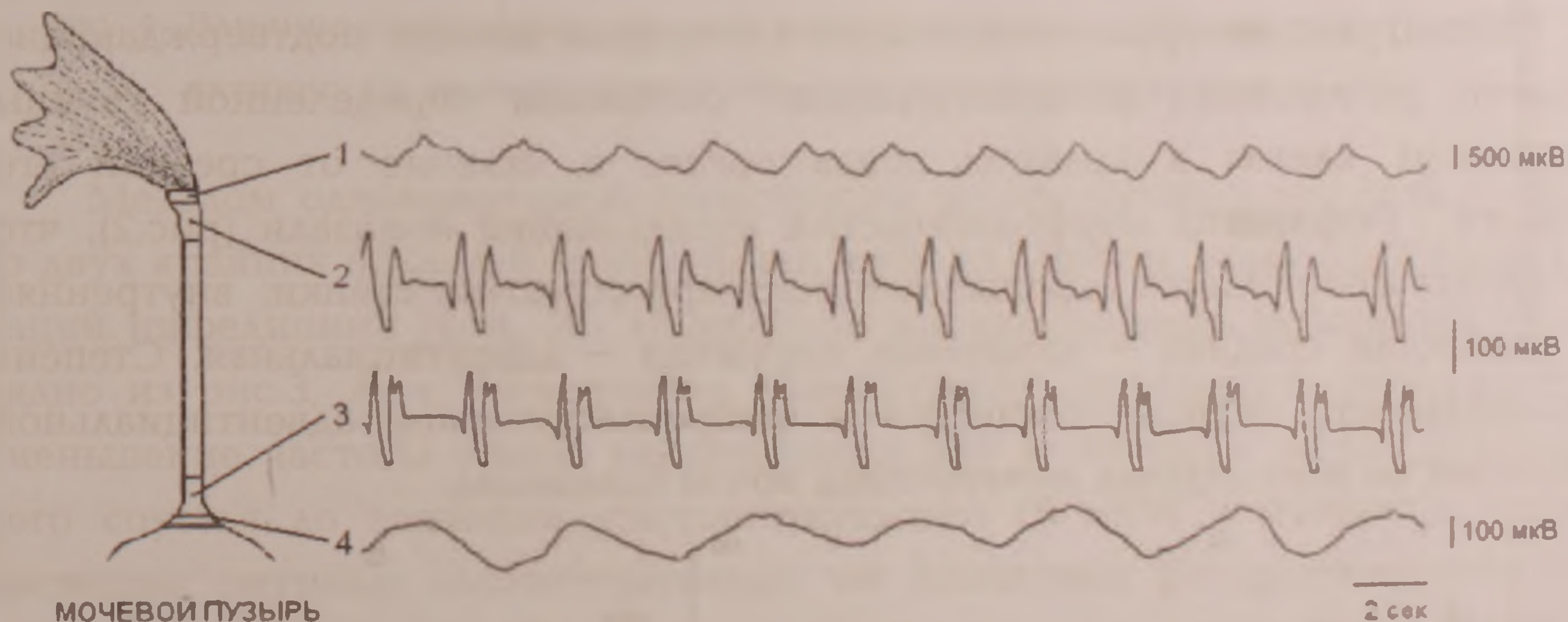


Рис. 1. Схематическое изображение мочеточника с указанием областей, из которых регистрировалась соответствующая активность в норме: 1 — область пиелоуретерального соустья; 2 — область, непосредственно прилегающая к пиелоуретеральному соустью; 3 — область, непосредственно прилегающая к соустью соединения мочеточника с мочевым пузырем; 4 — зона соединения мочеточника с мочевым пузырем.

Исследование спонтанной активности мочеточника кошек, крыс и морских свинок показало координированную деятельность медленных ритмичных колебательных процессов околопочечного отдела и спайков, распро-

страняющихся до мочевого пузыря [3,9]. На рис.1 представлена типичная картина спонтанного ритмогенеза мочеточника крысы при одновременной регистрации активности из четырех областей. Ритм медленных волн пиелоуретерального соустья (рис.1, обл.1) строго соответствует спайкам, распространяющимся из области, непосредственно прилегающей к пиелоуретеральному соустью (обл.2), к дистальному отделу мочеточника (обл.3). Из области соединения мочеточника с мочевым пузырем (обл.4), подобно околопочечной зоне, регистрируются медленноволновые пейсмекерные колебания мембранного потенциала, однако с несколько иными показателями: частота и амплитуда значительно уступают таковым активности обл.1.



Рис. 2. Гистохимическое выявление ортофосфата в структурах стенки мочеточника крысы. А — срезы околопочечной зоны; Б — срезы средней области мочеточника; В — срезы околопузырной зоны.

В следующей серии экспериментов получены данные, подтверждающие наличие различных "физиологических" состояний определенной группы мышечных клеток в крайних зонах органа в отличие от средней его области. Результаты морфологических исследований показали (рис.2), что на срезах мочеточника окрашиваются все три оболочки стенки: внутренняя — слизистая, средняя — мышечная, наружная — адвентициальная. Степень интенсивности окраски слизистой и фиброэластической адвентициальной оболочек во всех отделах мочеточника почти одинакова.

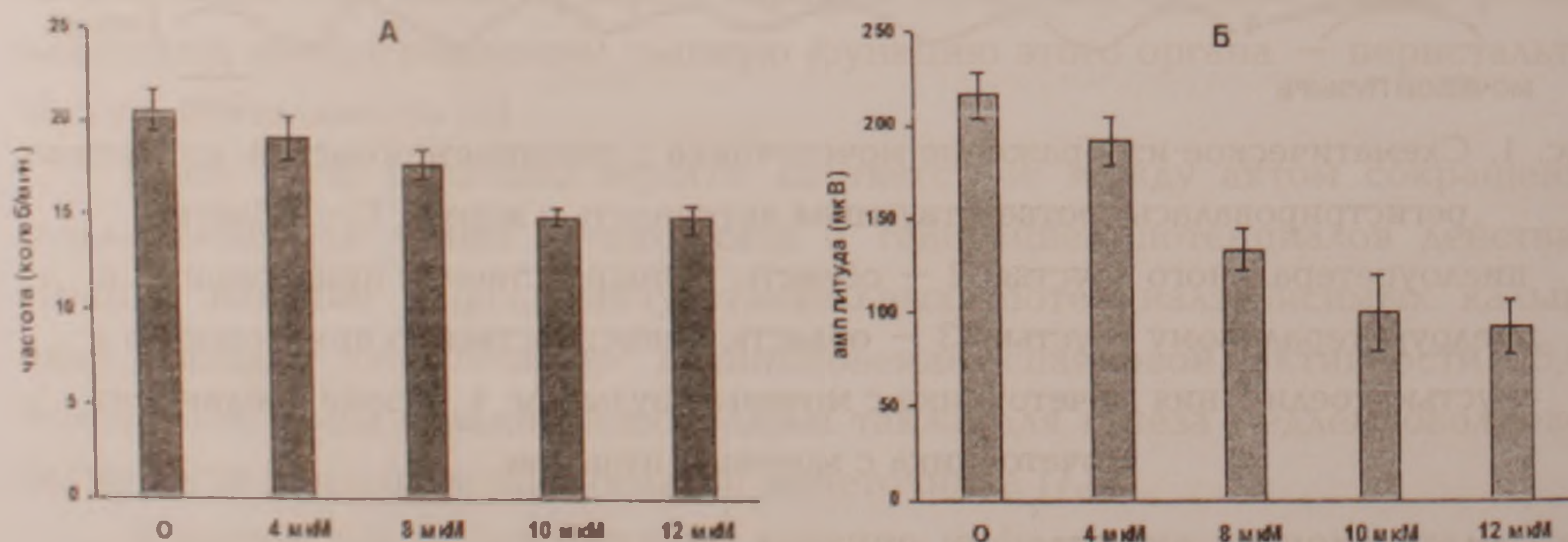


Рис. 3. Влияние нифедипина на частоту (А) и амплитуду (Б) медленноволновой активности околопочечной области мочеточника крысы, $n = 9$.

В мышечной оболочке мы обнаружили значительные различия, подобно таковым, полученным на мочеточнике кошки [10]. Наиболее интенсивно окрашиваются миогенные структуры в области почечной лоханки (рис. 2, А). В данном участке мочеточника, как отмечено выше, локализованы основные ритмоводители органа. Следующей областью по степени интенсивности окраски является околопузырная зона, где наиболее слабо окрашены срезы среднего участка мочеточника, которому присущи в основном латентные пейсмекеры (рис. 2, Б и В, соответственно) [11]. Таким образом, данные результаты согласуются с представленной на рис. 1 картиной спонтанной активности различных областей мочеточника.

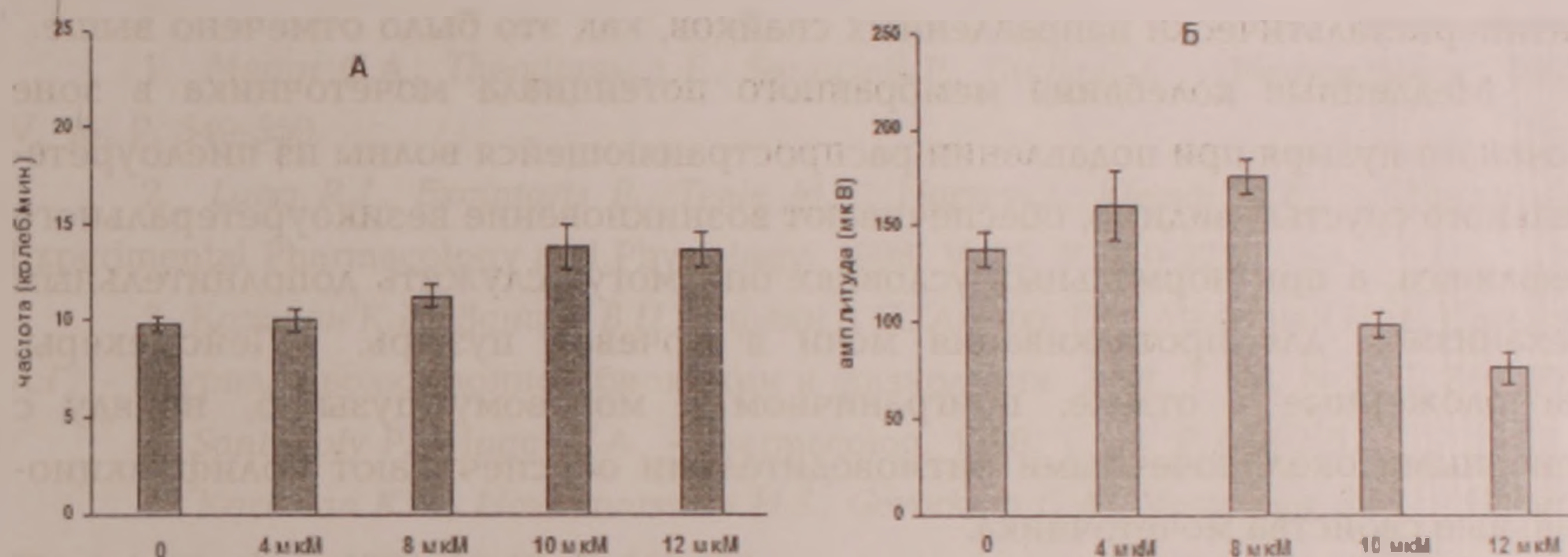


Рис. 4. Влияние нифедипина на частоту(А) и амплитуду (Б) медленноволновой активности околопузырной области мочеточника крысы, $n = 9$.

Методом одновременной регистрации медленноволнового ритмогенеза из двух крайних областей мочеточника изучено влияние различных концентраций нифедипина (4, 8, 10, 12 мкМ) на показатели этой активности. Как видно из рис.3, А, с увеличением концентрации нифедипина наблюдается уменьшение частоты генеза медленноволновой активности пиелоуретерального соустья до значения, соответствующего 10 мкМ. Отмечается также урежение ритмики соответствующих им спайковых распространяющихся волн (не показано). Дальнейшее увеличение содержания нифедипина в крови до 12 мкМ в 60-65% случаев ($n = 9$) не изменяет частоты ритмики, наблюдаемой при 10 мкМ. Во всех остальных случаях отмечается полное исчезновение волн. Наряду с частотными, колебательные процессы околопочечной области сопровождались также определенными изменениями амплитудных характеристик (рис.3, Б). Согласно представленной гистограмме, при возрастании концентрации нифедипина наблюдается уменьшение амплитуды ритмогенеза обл. 4 почти вдвое (рис.1).

Вместе с тем на медленный колебательный процесс околопузырной области мочеточника (рис.1, обл.4) нифедипин оказывает иное влияние.

Увеличение концентрации данного препарата в крови приводит к заметному возрастанию частоты этих колебаний (рис.4 А). Однако при больших концентрациях нифедипина (при 10 мкМ в 40-45% случаев, при 12 мкМ – в 60 % случаев, $n = 9$) может наблюдаться полное ингибирование медленных волн и появление антиперистальтически направленных спайков. Амплитуды медленных пейсмекерных волн околопузырной области мочеточника возрастают в пределах изменения концентраций нифедипина до 8 мкМ. Дальнейшее увеличение содержания в крови нифедипина приводит к резкому уменьшению этого показателя: в 1.75 раза при 10 мкМ и в 2.3 раза при 12 мкМ (рис.4, Б), либо подавлению колебательных процессов и появлению антиперистальтически направленных спайков, как это было отмечено выше.

Медленные колебания мембранного потенциала мочеточника в зоне мочевого пузыря при подавлении распространяющейся волны из пиелоуретерального соустья, видимо, обеспечивают возникновение везикоуретерального рефлюкса, а при нормальных условиях они могут служить дополнительным механизмом для проталкивания мочи в мочевой пузырь. Пейсмекеры, расположенные в отделе, приграничном к мочевому пузырю, наряду с основными околопочечными ритмоводителями обеспечивают полифункциональные свойства мочеточника.

Институт физиологии им. Л.А.Орбели НАН РА

К. В. Казарян, В. Ц. Ванцян, Л. Г. Симонян, И. Б. Меликсетян

Влияние нифедипина на медленноволновую пейсмекерную активность крайних зон мочеточника крысы

Исследовано воздействие различных концентраций нифедипина на медленноволновую пейсмекерную активность околопочечной и околопузырной областей мочеточника крысы. Получены различные зависимости указанных характеристик активности для проксимального и дистального отделов мочеточника.

Ք. Վ. Ղազարյան, Վ. Ց. Վանցյան, Լ. Գ. Սիմոնյան, Ի. Բ. Մելիքսեթյան

Նիֆեդիպինի ազդեցությունը առնետի միզաձորանի ծայրային հափվածների դանդաղ ալիքների պեյսմեկերային ակտիվության վրա

Կադարվել են հեփազոփություններ նիֆեդիպինի փարբեր կոնցենտրացիաների ազդեցությամբ՝ առնետի միզաձորանի հարերիկամային եւ հարմիզապարկային շրջանների դանդաղ ալիքային պեյսմեկերային ակտիվության որոշման համար:

K. V. Kazaryan, V. Ts. Vantsyan, L. G. Simonyan, I. B. Meliksetyan

Influence of Nifedipine on Slow-Wave Pacemaker Activity of Rat Ureteral Edging Zones

Researches have been carried out on the influence of different concentrations of nifedipine on slow-wave pacemaker activity of rat's ureteral perirenal and peribladder areas. Different dependences of noticed activity characteristics for proximal and distal ureteral areas have been recorded.

Литература

1. Maggi C.A., Theodorsson E., Santicioli P., Giuliani S. - Neuroscience. 1992. V. 46. P. 549-559.
2. Lang R.J., Excintaris B., Teele M.E., Harvey J., Klemm M.F. - Clinical and Experimental Pharmacology and Physiology. 1998. V. 25. P. 310-321.
3. Казарян К.В., Ванцян В.Ц., Тираян А.С., Акопян Р.Р., Мелконян Н.Н., Симонян Л.Г. - Журнал эволюционной биохимии и физиологии. 2008. Т. 44. N 3. С. 274-277.
4. Santicioli P., Maggi C.A. - Pharmacolog. 1998. V. 59. P. 683-721.
5. Kazarian K.V., Hovhannissian H.S., Gevorkian G.A., Martirosov S.M. - General Physiol. Biophys. 1991. V. 10. P. 163-174.
6. Weiss R.M., Frank J. Tamarkin, Wheeler M.A. - J. Smooth Muscle Res. 2006. V. 42. N 4. P. 103-115.
7. Lang R.J., Hashitani H., Tonta M.A., Parkington H.C., Suzuki H. - J. Physiol. 2007. V. 583. N 3. P. 1049-1068.
8. Казарян К.В., Ванцян В.Ц., Мартirosов С.М. - Физиол. журн. СССР. 1989. Т. 75. N 3. С. 391-396.
9. Бакунц С.А. Вопросы физиологии мочеточников. Л. Наука. 1970.
10. Казарян К.В., Ванцян В.Ц., Меликсетян И.Б., Тираян А.С., Акопян Р.Р. - Росс. физиол. журн. им. И.М.Сеченова. 2005. Т. 91. N 3. С. 321-328.
11. Казарян К.В., Ванцян В.Ц., Тираян А.С., Акопян Р.Р. - Росс. физиол. журн. им. И.М.Сеченова. 2001. Т. 87. N 37. С. 953-959.

ФИЗИОЛОГИЯ

УДК 612.73+612.468

К. В. Казарян, Н. Г. Унанян, А. С. Тираян

Влияние ацетилхолина на характеристики спонтанной активности
матки крысы

(Представлено чл.-кор. НАН РА Л. Р. Манвеляном 28/IX 2009)

Ключевые слова: *матка, маточная труба, шейка матки, спонтанная активность, спайки, медленноволновые колебания, ацетилхолин*

Характерной особенностью электрической активности гладкомышечной ткани миометрия являются спонтанные разряды потенциалов действия [1,2]. Установлена комплексная природа электрической активности миометрия: потенциалы действия возникают на нерегулярных осцилляторных изменениях мембранного потенциала, представляющих собой медленные волны [3]. Пейсмекерные разряды электрической активности регистрируются как из самого тела матки, так и из определенных областей маточных труб. Вместе с тем в отношении шейки матки показан полностью автономный ритмогенез, отличный по своим показателям от других областей миометрия [4]. Основная функция гладкомышечной ткани миометрия — контрактура осуществляется благодаря регуляции и синхронизации спонтанного ритмогенеза различных областей органа [5].

К числу регуляторных факторов, стимулирующих матку, относится ацетилхолин [6]. Воздействие ацетилхолина сопровождается деполяризацией клеток мембраны миометрия и повышением их возбудимости.

В настоящей работе рассмотрены изменения характеристик спонтанной электрической активности разных областей матки крысы под влиянием ацетилхолина.

Опыты проводились на небеременных самках крыс (200 - 250 г), наркотизированных нембуталом (50 - 55 мл/кг) внутрибрюшинно в условиях

in situ. Эксперименты были острыми и после завершения регистраций животные забивались.



Рис.1. Схематическое представление трех зон матки, из которых регистрировалась спонтанная активность: Области регистрации активности: 1 — зона соединения матки с маточной трубой, 2 — тело матки, 3 — шейка матки.

Вскрывалась брюшная полость и обнажался корпус матки с расположенными с двух сторон рогами. Матка денервировалась перерезкой корешков нервов plexus hypogastricus, uterinus, uterovaginalis. Регистрация активности проводилась одновременно с поверхности трех отделов органа: область левого рога, близлежащая к зоне соединения с телом матки, средняя часть тела матки и шейка матки.

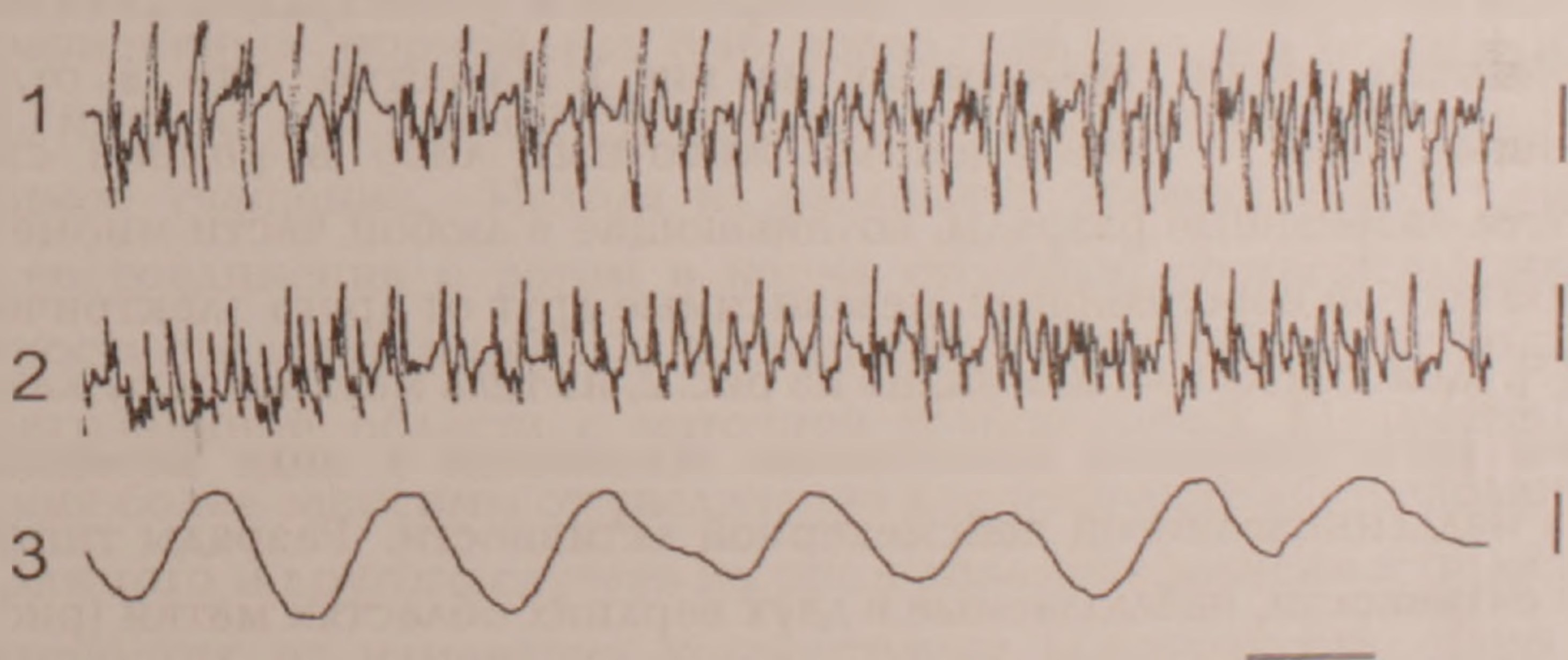


Рис.2. Одновременная регистрация электрической активности из трех исследуемых областей матки, $n = 11$. Цифры слева указывают области, представленные на рис.1.

Калибровка: 2 с, 100 мкВ.

На рис.1 схематически представлены все три зоны, из которых регистрировалась активность. Спонтанная биоэлектрическая активность из описанных верхних отделов органа отводилась биполярными электродами (межэлектродное расстояние соответствовало 2 мм). Активность шейки матки регистрировали введением монополярного серебряного электрода в

указанную область. Все типы электрической активности регистрировали на энцефалографе (EEG - 8 S, Hungary).

Ацетилхолин (из Sigma-Aldrich. Chem. GmbH) вводился внутривенно (по 0.2 мл в виде раствора) в различных концентрациях. Исследуемые концентрации (10^{-5} , 10^{-4} , 10^{-3} , 10^{-2} М) определялись из расчета на объем крови для каждого экспериментального животного исходя из его веса. В каждом эксперименте исследовалась одна концентрация.

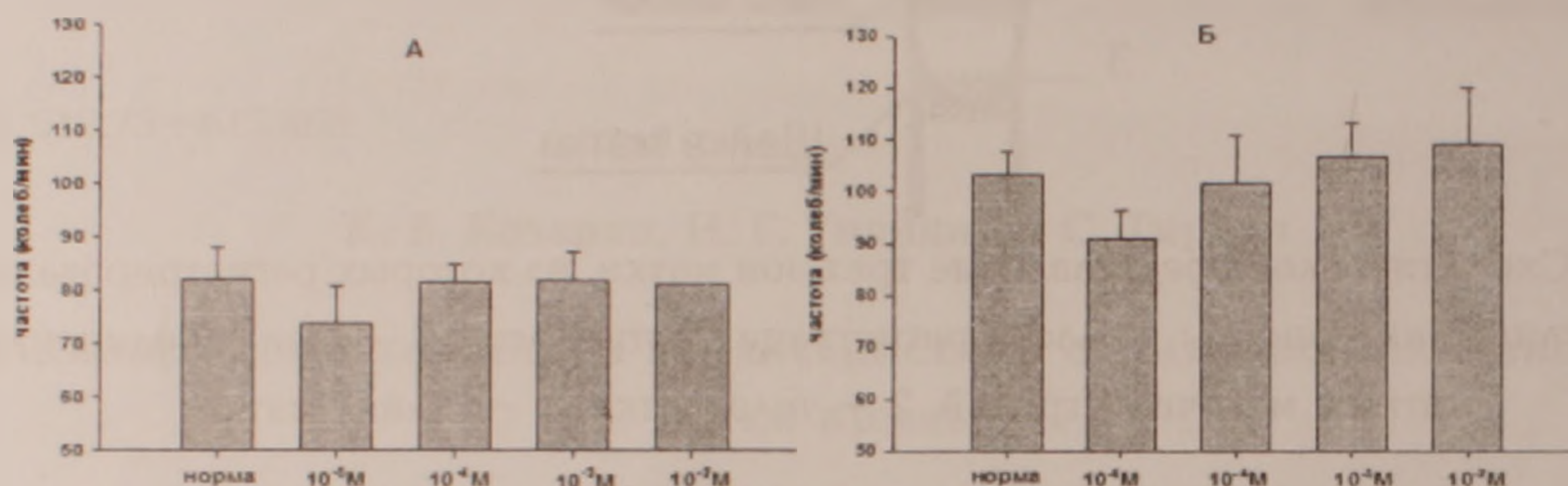


Рис.3. Влияние различных концентраций ацетилхолина на частоту спайковой активности областей 1 и 2 (рис.1), $n = 9$: А — частота активности обл. 1; Б — частота активности обл.2.

Приведенная запись отдельного эксперимента представляет собой данные регистрации на 9 животных.

На рис. 2 представлена картина одновременной регистрации активности из трех областей матки, показанных на рис. 1. Известно, что в отличие от беременных крыс у небеременных животных либо в ранней стадии беременности спонтанные разряды, возникающие в любой части миометрия, представляют собой нерегулярные, независимые друг от друга электрические вспышки [7]. Действительно, как видно из рис. 2, из тела матки и окружающих ее областей регистрируются автономные активности в виде потенциалов действия и медленноволновой пейсмекерной активности. Разряды типичной спайковой активности, наблюдаемые в двух верхних областях матки (рис. 1, 1, 2) возникают на относительно нестабильном уровне мембранного потенциала и длятся 45 ± 2.1 с ($n = 7$) и 47 ± 1.5 с ($n = 10$) и потом исчезают (рис. 2, 1, 2). Активность же шейки матки наблюдалась на протяжении всего времени регистрации и представляла собой медленноволновые ритмичные колебания мембранного потенциала с частотой 17.4 ± 0.7 колеб./мин, $n = 10$ (рис. 2, 3).

Хотя вспышки активности из тела матки и приграничной с маточной трубой зоны возникают не одновременно, в ряде экспериментов отмечается также их совместная работа в определенном промежутке времени (8.2 ± 0.21 мин, $n = 5$).

Ранее было показано [6], что ацетилхолин оказывает определенное влияние на показатели спонтанного ритмогенеза всех областей матки. Внутривенное введение различных концентраций ацетилхолина позволило проанализировать изменения как частотных, так и амплитудных характеристик потенциалов действия в этих условиях.

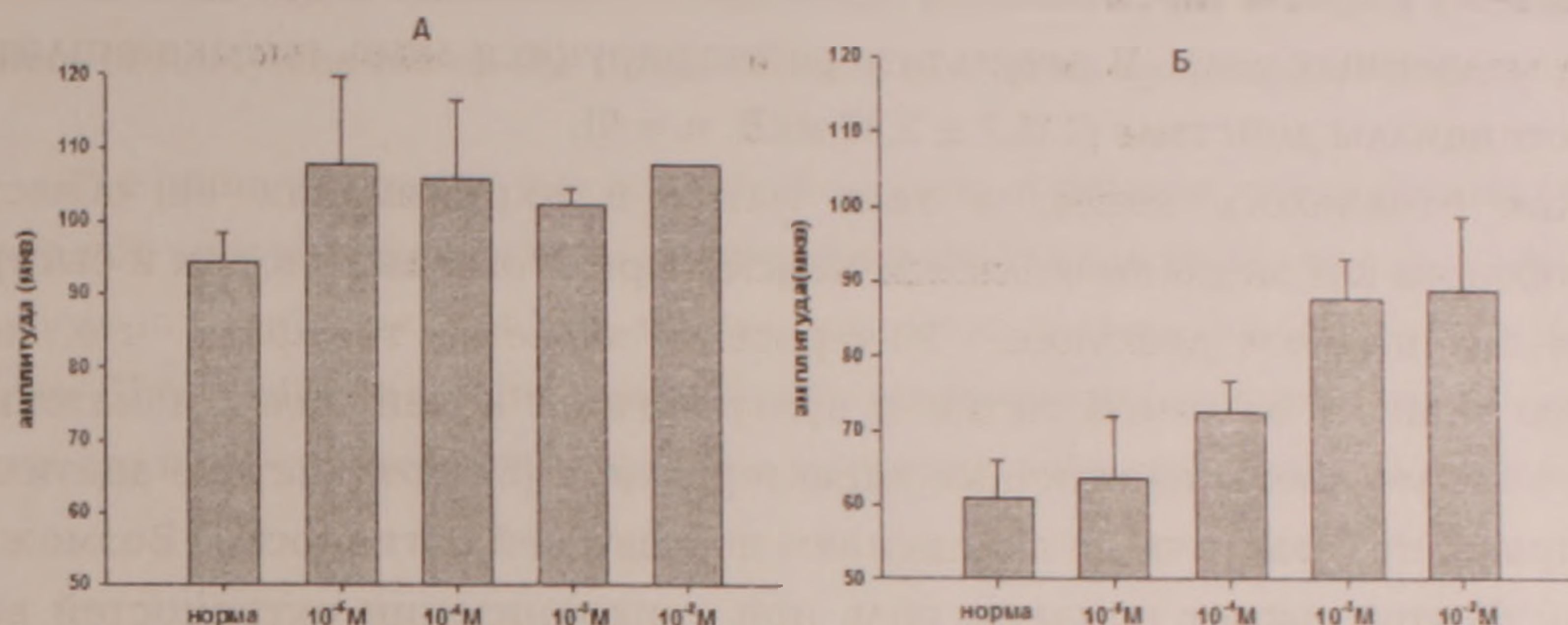


Рис.4. Влияние различных концентраций ацетилхолина на амплитуду спайковой активности областей 1 и 2 (рис.1), $n = 9$: А — амплитуда активности обл. 1; Б — амплитуда активности обл. 2.

Как видно из рис.3. А, Б, зависимости частот ритмогенеза для тела матки и области, приграничной к маточной трубе, почти идентичны. Для того и другого случаев отмечается уменьшение значений частот сразу же после введения ацетилхолина, соответствующего $10^{-5} M$ концентрации в крови по сравнению с нормой (на 8.46 колеб./мин для обл.1, рис.1 и на 12.22 колеб./мин для обл.2, рис.1), и лишь потом наблюдается их концентрационно зависимое учащение. Исходя из различных величин частот тела матки и зоны ее соединения с рогом в норме столбики, соответствующие частоте активности тела матки (рис. 3, А), несколько выше по сравнению с таковыми ее приграничной области с маточной трубой (рис.3, Б). Вместе с тем их значения более зависимы от увеличения концентрации ацетилхолина в крови.

Для того и другого случаев на рис.4 показаны зависимости амплитудных характеристик от изменения концентрации ацетилхолина. Если для ритмогенеза тела матки характерны большие значения частот по сравнению с таковыми зоны, приграничной с маточной трубой (рис.3), то обратная картина наблюдается для амплитудных показателей (рис. 4). Амплитуды потенциалов действия тела матки с увеличением концентрации ацетилхолина возрастают. Для области же ее соединения с маточной трубой наблюдается несколько иная картина: увеличение амплитуды при концентрации $10^{-5} M$ и дальнейшее небольшое уменьшение их величин. При концентрации $10^{-2} M$, как следует из рис. 2 и 3, изменения параметров активности носят неадекватный характер, что, как правило, согласуется с ухудшением состояния крысы в этих условиях.

Согласно вышеприведенным данным (рис. 2) активность шейки матки представляет собой медленноволновые колебания. Изучение зависимости характеристик этой активности от концентрации ацетилхолина в крови показало, что при $10^{-5}M$ ни амплитуда, ни частота не претерпевают определенных изменений по сравнению с нормой. Дальнейшее увеличение содержания в крови ацетилхолина приводит к появлению спайков и исчезновению медленных волн. В результате регистрируются лишь высокоамплитудные потенциалы действия (135.7 ± 2.37 мкВ, $n = 9$).

Как отмечалось выше, в теле матки и окружающих ее областях представлены как медленноволновая пейсмекерная активность, так и быстрая в виде потенциалов действия. Интересным является тот факт, что, хотя разряды спайков из самой матки и приграничной к ней области маточной трубы в норме имеют идентичные характеристики [8], воздействие ацетилхолина приводит к различным изменениям показателей активности. Возможно, данный фактор играет немалую роль при синхронизации активностей всех областей матки для обеспечения возникновения его перистальтической деятельности.

Институт физиологии им. Л.А.Орбели НАН РА

К. В. Казарян, Н. Г. Унанян, А. С. Тираян

Влияние ацетилхолина на характеристики спонтанной активности матки крысы

Исследовалось влияние различных концентраций ацетилхолина на спонтанную электрическую активность миометрия трех различных областей матки крысы. Показаны изменения характеристик активности в этих условиях. Амплитуда и частота спайкового электрогенеза тела матки и шейки матки более подвержены воздействию ацетилхолина по сравнению с зоной соединения матки с маточной трубой.

Ք. Վ. Ղազարյան, Ն. Գ. Նունանյան, Ա. Ս. Տիրայան

Ացեթիլխոլինի ազդեցությունը առնեփի արգանդի ինքնաբուխ ակտիվության բնութագրերի վրա

Ուսումնասիրվել է ացեթիլխոլինի փարբեր կոնցենտրացիաների ազդեցությունը առնեփի արգանդի երեք փարբեր շրջանների ինքնաբուխ էլեկտրական ակտիվությունների վրա: Ցույց են փրված ակտիվության բնութագրերի փոփոխություններն այդ պայմաններում:

Հերազոտվող երեք շրջաններից ացեթիլխոլինի ազդեցության նկատմամբ ավելի զգայուն են արգանդի մարմինը եւ վզիկը :

K. V. Kazaryan, N. G. Hunanyan, A. S. Tirayan

Effect of Acetylcholine on the Characteristics of Uterine Spontaneous Activity in Rats

The primary objective was to study the effects of different concentrations of acetylcholine on spontaneous electrical activity of myometrium in three areas of the rat uterus. Changes in spontaneous activity and it's parameters in these conditions have also been shown. The amplitude and frequency of spike electrogenesis of uterine corpus and uterine cervix are more exposed to acetylcholine compared to the periuterine part of horn.

Литература

1. *Garfield R.E., Maner W.L.* - Semin. Cell. Dev. Biol. 2007. V.18. N3. P. 289-295.
2. *Kao C.Y.* - In: Electrical properties of uterine smooth muscle. Wynn R.M., editor. Plenum Press; New York. 1977. P. 423-496.
3. *Kao C.Y.* - Am. J. Physiol. 1959. V.196. N 2. P. 343-350.
4. *Mancinelli R., Guariglia L., Racanicchi C., Bertuzzi A., Salinari S., Vitelli R.* - Quarterly Journal of Experimental Physiology. 1988. V. 73. P. 459-469.
5. *Buhimschi C.S., Saade G.R., Buhimschi I.A., Gokdeniz R., Boyle M.B., Garfield R.E.* - Am. J. Obstet Gynecol. 2000. V.183. N1. P. 68-75.
6. *Орлов Р.С., Изаков В.Я., Кеткин А. Т., Плеханов И.Г.* - Регуляторные механизмы клеток гладкой мускулатуры и миокарда. Наука, Л. 1971.
7. *Rabotti C., Mischi M., van Laar I., Ou G., Bergmans J.* - Conf. Proc. IEEE Eng. Med. Biol Soc. 2007. P. 4315-4318.
8. *Унанян Н.Г., Казарян К.В., Тираян А.С.* В сб.: Актуальные проблемы интегративной деятельности и пластичности нервной системы. Матер. междунар. научн. конф. Ереван 2009. С. 306-311.