

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱ
АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Զ Ե Կ Ո Ւ Յ Ց Ն Ե Ր
Д О К Л А Д Ы

L, № 2

1970

Խմբագրական կոլեգիա

Редакционная коллегия

Է. Գ. ԱՆՐԻԿՅԱՆ, կենսաբանական գիտությունների բնկեածու, Ա. Թ. ՐԱՐԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Ա. ԹԱԼԱԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Վ. Մ. ԽԱՌԱՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Վ. Հ. ՀԱՄՐԱՐՁՈՒՄՅԱՆ, ակադեմիկոս, Վ. Հ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ (պատ. խմբագրի տեղակալ), Ս. Հ. ՄԻՐՁՈՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Ս. Ս. ՄԿՐՏՃՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս, Ա. Գ. ՆԱԶԱՐՈՎ, ՀՍՍՀ ԳԱ ակադեմիկոս (պատ. խմբագիր), Օ. Մ. ՍԱԳՈՆՋՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ, Մ. Լ. ՏԵՐ-ՄԻՔԱՅԵԼՅԱՆ, ՀՍՍՀ ԳԱ քղրակից-անդամ:

В. А. АМБАРЦУМЯН, академик, Э. Г. АФРИКЯН, кандидат биологических наук, А. Т. БАБАЯН, академик АН АрмССР, В. О. КАЗАРЯН, чл.-корр. АН АрмССР (зам. отв. редактора), С. А. МИРЗОЯН, чл.-корр. АН АрмССР, С. С. МІКՐՏԿԿԿԿ, академик АН АрмССР, А. Г. НАЗАРОВ, академик АН АрмССР (отв. редактор), О. М. САПОНДЖЯН, чл.-корр. АН АрмССР, А. А. ТАЛАЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР, В. М. ТАРАЯН, чл.-корр. АН АрмССР, М. Л. ТЕР-МИКАЕЛЯН, чл.-корр. АН АрмССР.

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ ՈՒԹ Յ ՈՒՆ

ՄԱԹԵՄԱՏԻԿԱ

- Մ. Լ. Վասիլյան — Հիպերլերաթ ինվարիանտ հազարման մասին 65
- Է. Մ. Պոդոսյան — Ստուգիչների միեմալ երկարությունների եերթին զեահատական-
ների մասին 71
- Լ. Գ. Պիկուլեա — Հարթությունների լիովին ֆուալ փսեզակոեզրուեեցիայի առաջին
և երկրորդ կարգի մոման մասին 76
- Լ. Գ. Ուեֆաբյան — Կոեական բազմաեությունների մի քանի զասերի մասին 83

ԱՌԱՋԳԱԿԱՆՈՒԹՅԱՆ ՏՆՈՒՈՒՅՈՒՆ

- Ռ. Ս. Մինասյան — Բազազրալ պրիզմատիկ եզրի ումազույզով թեք մոման խեզրի
լուծման շարաք առաեզակականության քառակուսային տեսության մեղ 91

ՖԻԶԻԿԱ

- Վ. Մ. Հաբուբյունյան, Ա. Հ. Մելիքյան — Ռադիացիոն մարման էֆեկտները իեաեե-
սիվ հարթ ալթրի զաշաում 98

ԴԵՈՅԻՋԻԿԱ

- Ս. Ր. Նեմիրովսկի — Արազաքաղ աերեզմեղ աեուաթեկական կարաաաթի զեպքում զի-
լաթեկական սխալի փաքաքման Նեարաժարության մասին շափումների աղյուեթների հա-
մաեման զրաաումով 102

ԱԳՐՈԹԻՄԻԱ

- Ս. Շ. Գալստյան, Է. Գ. Սաեակյան — Հաղի եթարթաեեզուկաաալի աեաթվության
արաշման մեթաղ 109

ՌՈՒՑԱՍԵՐԻ ՖԻԶԻՈԼՈԳԻԱ

- Ն. Վ. Լուաեուվա, Ա. Գ. Գեուրզյան — Երկարալթ ուլաթադանուշակազույն հառաաալթ-
ման ազգեթությունը բարձր լեռեային բույսերի մաա պլասաթիզային պիզմեեաերի հարա-
բերության և վերափաթերկման վրա 112

ՈՒՋԱՆԱԲՈԼՆՈՒԹՅՈՒՆ

- Ս. Մ. Յաքուկով-եեեուրյան — *Nephus Muls.* սեռի եոր տեսակ ՍՍՀՄ-ից (Coleoptera,
Coccinellidae) 118

ԱԿԱՐՈԼՈԳԻԱ

- Ա. Տ. Բազդասուրյան — Էրիոֆիդ ազերի եոր տեսակեեր Հայասաաեից (Acariformes,
Eriophyoides) 123

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

МАТЕМАТИКА

- М. А. Василян — Об инвариантном оснащении гиперполосы 55
- Э. М. Погосян — О нижних оценках длин минимальных гестов 71
- Л. Г. Пикулева — О точечном изгибании первого и второго порядков вполне фокальных псевдоконгруэнций плоскостей 76
- Л. П. Сафирян — О некоторых классах многообразий конусов второго порядка в P_n 83

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

- Р. С. Минасян — К решению задачи косоуго изгиба парой сил составного призматического бруса в квадратичной теории упругости 91

ФИЗИКА

- В. М. Арутюнян, А. О. Медикян — Эффекты радиационного затухания в поле интенсивной плоской волны 95

ГЕОФИЗИКА

- А. Б. Немировский — О возможности уменьшения динамической погрешности при скоростном непрерывном акустическом каротаже с аналоговой регистрацией результатов измерения 102

АГРОХИМИЯ

- А. Ш. Галстян, Э. Г. Саакян — Метод определения активности нитритредуктазы почвы 108

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- Н. В. Бажанова, А. Г. Геворкян — О влиянии длинноволновой ультрафиолетовой радиации на соотношение и превращение пластидных пигментов у высокогорных растений 111

ЭНТОМОЛОГИЯ

- С. М. Яблоков-Хмзорян — Два новых вида из рода *Xerhus* Muls. из СССР (Coleoptera, Coccinellidae) 118

АКАРОЛОГИЯ

- А. Т. Багдасарян — Новые виды эриофинидных клещей из Армении (Acari-formes, Eriophyoidea) 122

УДК 512.972

М. А. Василян

Об инвариантном оснащении гиперполосы

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Л. Шагиняном 30/VI 1969)

1. Пусть (A, α) — плоский элемент проективного пространства P_n , состоящий из точки A и инцидентной ей гиперплоскости α . Гиперполосой H_r , $(1 \leq r \leq n-1)$ называется r — параметрическое семейство плоских элементов (A, α) , такое, что гиперплоскости α касаются поверхности V_r , описываемой точкой A . Гиперплоскости α огибают при этом гиперповерхность V_{r-1} ранга r ⁽¹⁾. $(n-r-1)$ — мерные образующие которой проходят через соответствующие точки поверхности V_r . При $r = n-1$ гиперполоса становится гиперповерхностью.

Проективная теория гиперполос изучалась ранее А. В. Чакмазяном ⁽²⁾ и Ю. Н. Поповым ⁽³⁾. В настоящей работе строится инвариантное оснащение гиперполосы ранга $r = n-2$, внутренним образом связанное с этой полосой. В работе использован метод исследования погруженных многообразий, развитый Г. Ф. Лаптевым в работе ⁽⁴⁾.

2. В проективном пространстве P_n наряду с точечным подвижным репером A_i рассмотрим тангенциальный репер a^i ($i = 0, \dots, n$), элементы которых связаны условиями инцидентности $(A_i, a^i) = 0$. Уравнения инфинитезимальных перемещений этих реперов запишутся в виде:

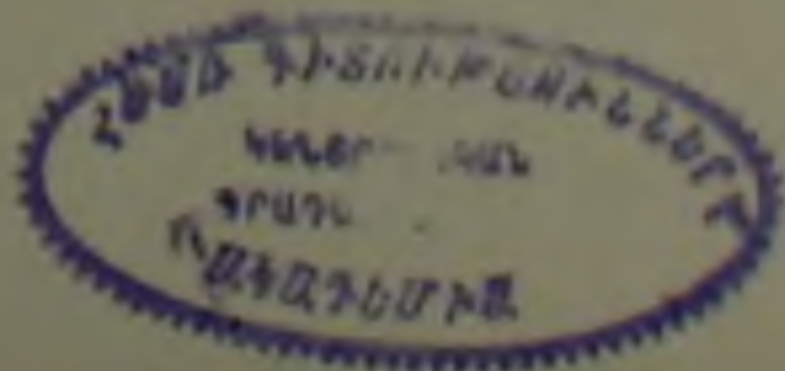
$$dA_i = \omega_i^j A_j, \quad da^i = -\omega_i^j a^j,$$

где ω_i^j — формы Пфаффа, определяющие проективную группу преобразований пространства P_n . Они удовлетворяют уравнениям структуры

$$d\omega_i^j = \omega_i^k \wedge \omega_k^j,$$

где d — символ внешнего дифференцирования, а $\wedge$ — символ внешнего умножения.

Кроме того из условий нормировки $(A_0 A_1 \dots A_n) = 1$ следует, что $\omega_i^i = 0$.



К элементу (A, x) гиперполосы H_{n-2} присоединим подвижной репер, полагая $A_0 = A$, $x^n = x$. Для гиперполосы H_{n-2} должны выполняться соотношения $(dA_0 x^n) = (A_0 d x^n) = 0$, поэтому

$$\omega_0^n = 0. \quad (1)$$

Элемент (A_0, x^n) гиперполосы H_{n-2} зависит от $n - 2$ параметров u^i ($i = 1, \dots, n - 2$), которые называются главными. При $u^i = c^i$ элемент (A_0, x^n) остается неподвижным, в силу чего

$$\omega_0^i = 0, \quad \omega_i^n = 0, \quad \omega_0^{n-1} = 0, \quad \omega_{n-1}^n = 0, \quad (i = 1, \dots, n - 2).$$

Параметры, определяющие перемещение репера при $du^i = 0$ называются вторичными. Эти параметры являются параметрами стационарной подгруппы элемента (A_0, x^n) . Компоненты инфинитезимального перемещения репера стационарной подгруппы определяются формами Пфаффа $\Pi_i^j = \omega_j^i | du^i = 0$. Дифференцирование по вторичным параметрам будем обозначать символом δ .

3. В гиперплоскости x^n гиперполосы H_{n-2} лежит $(n - 2)$ — плоскость E_{n-2} , касательная к поверхности V_{n-2} и прямолинейная образующая E_1 гиперповерхности V_{n-2}^* . Если прямая E_1 и плоскость E_{n-2} находится в общем положении, то гиперполоса H_{n-2} называется неособой. Мы будем предполагать далее, что изучаемая нами гиперполоса H_{n-2} является неособой. Тогда специализируя репер мы получим:

$$\omega_0^{n-1} = 0(a), \quad \omega_{n-1}^n = 0(b).$$

Уравнение (1) и (2a) определяют поверхность V_{n-2} , описываемую точкой A_0 . Уравнение (1) и (2b) определяют гиперповерхность V_{n-2}^* , огибаемую гиперплоскостями x^n . Формы $\omega^i = \omega_0^i$ ($i = 1, \dots, n - 2$) определяют перемещение точки A_0 по поверхности V_{n-2} . Поэтому они будут линейно независимыми линейными комбинациями дифференциалов du^i . То же самое справедливо относительно форм ω_i^n , которые определяют перемещение гиперплоскости x^n .

Дифференцируя внешним образом уравнения (1) и (2) и применяя лемму Картана, находим

$$\omega_i^n = a_{ij} \omega^j, \quad (3)$$

$$\omega_i^{n-1} = \lambda_{ij}^{n-1} \omega^j(a), \quad \omega_{n-1}^i = \lambda_{n-1}^{ij} \omega_j^n(b), \quad (4)$$

где здесь и всюду в дальнейшем латинские индексы пробегает значения от 1 до $n - 2$. Кроме того

$$a_{ij} = a_{ji}, \quad \lambda_{ij}^{n-1} = \lambda_{ji}^{n-1}, \quad \lambda_{n-1}^{ij} = \lambda_{n-1}^{ji}, \quad \det \|a_{ij}\| \neq 0.$$

Обозначим через a^{ij} элементы матрицы, обратной матрице $\|a_{ij}\|$.

Продолжение дифференциальных уравнений (3) и (4) показывает, что величины a_{ij} и a^{ij} являются относительными тензорами, а величины λ_{ij}^{n-1} , λ_{n-1}^{ij} вместе с тензорами a_{ij} , a^{ij} образуют фундаментальные объекты второго порядка гиперполосы H_{n-2} . Дальнейшее продолжение системы (3), (4) вводит геометрические объекты третьего и

более высоких порядков, определяемые гиперполосой H_{n-2} . Полученная таким образом последовательность геометрических объектов называется фундаментальной последовательностью гиперполосы H_{n-2} .

4. Фундаментальная последовательность геометрических объектов дает возможность построить объекты, определяющие инвариантное оснащение гиперполосы, внутренним образом с ней связанное.

Положим:

$$\lambda_{n-1} = \frac{1}{n-2} a_{ij} \lambda_{n-1}^{ij}, \quad \lambda^{n-1} = \frac{1}{n-2} a^{ij} \lambda_{ij}^{n-1}. \quad (5)$$

Эти величины удовлетворяют дифференциальным уравнениям

$$\left. \begin{aligned} d\lambda_{n-1} &= \lambda_{n-1} (\omega_{n-1}^{n-1} - \omega_0^0) + \omega_{n-1}^0 + \lambda_{n-1}^i \omega_i^n(a), \\ d\lambda^{n-1} &= \lambda^{n-1} (\omega_n^n - \omega_{n-1}^{n-1}) - \omega_n^{n-1} - \lambda_i^{n-1} \omega^i(b), \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

которые показывают, что они являются геометрическими объектами. Легко проверить, что величины

$$b_{ij} = \lambda_{ij}^{n-1} - \lambda^{n-1} a_{ij}, \quad c^{ij} = \lambda_{n-1}^{ij} - \lambda_{n-1} a^{ij} \quad (7)$$

будут относительными тензорами. Эти тензоры удовлетворяют условиям аполяриности

$$a^{ij} b_{ij} = 0(a), \quad a_{ij} c^{ij} = 0(b). \quad (8)$$

Тензоры a_{ij} и b_{ij} определяют сопряженную сеть на поверхности V_{n-2} , а тензоры a^{ij} и c^{ij} — фокальную сеть на гиперповерхности V_{n-1}^{n-2} .

Рассмотрим точку $M_{n-1} = A_{n-1} - \lambda_{n-1} A_0$ и гиперплоскость $\mu^{n-1} = x^{n-1} - \lambda^{n-1} x^n$. Так как $\delta M_{n-1} = \Pi_{n-1}^{n-1} M_{n-1}$ и $\delta \mu^{n-1} = -\Pi_{n-1}^{n-1} \mu^{n-1}$, то эти образы будут инвариантными. Геометрический смысл точки M_{n-1} состоит в том, что она является гармоническим полюсом ⁽³⁾ точки A_0 относительно фокусов образующей E_1 гиперповерхности V_{n-1}^{n-2} . Гиперплоскость μ^{n-1} будет гармонической полярной гиперплоскости α^n в пучке гиперплоскостей $[x^{n-1}, x^n]$ относительно фокусных гиперплоскостей ⁽¹⁾ поверхности V_{n-2} .

Если тензор c^{ij} не вырождается, то точка M_{n-1} описывает поверхность $\bar{V}_{n-2}$ размерности $n-2$, пересекающую прямую E_1 . Если $\text{rang } c^{ij} = m$ ($2 \leq m < n-2$), то $n-m-2$ фокусов образующей E_1 совпадают с точкой M_{n-1} . В силу (8) ранг m не может быть равен единице. При $m=0$ точка M_{n-1} будет неподвижной и гиперповерхность V_{n-1}^{n-2} становится гиперконусом с вершиной в точке M_{n-1} .

Аналогичное значение имеет тензор b_{ij} для гиперповерхности V_{n-1}^{n-2} , огибаемой гиперплоскостью μ^{n-1} . В частности, при $b_{ij} = 0$ гиперплоскость μ^{n-1} будет неподвижной и поверхность V_{n-2} принадлежит этой гиперплоскости.

5. Дальнейшее построение проводится в продолжении, что тен-

торы b_{ij} и c^{ij} невырождены. Обозначим через h^{ij} и c_{ij} обратные им тензоры.

Величины

$$\lambda_i = c_{ij} \lambda_j^{n-1}, \quad \lambda_i = b^{ij} \lambda_j^{n-1} \quad (9)$$

оказываются геометрическими объектами, определяемыми окрестностью третьего порядка элемента гиперполосы. Точки $M_i = A_i - \lambda_i A_0$ определяют инвариантную плоскость E_{n-2} , которая является пересечением касательных плоскостей к поверхностям $V_{n-2}^1, \bar{V}_{n-2}^1$. Гиперплоскости $\mu^1 = z^1 - \lambda^1 z^0$ пересекаются по плоскости E_{n-2} , содержащей прямолинейные образующие гиперповерхностей $V_{n-2}^{n-1}, \bar{V}_{n-2}^{n-1}$.

6. При ковариантном дифференцировании величин λ_i, λ^i вводятся величины λ_{ij}^1 и λ_{ij}^0 , симметричные по индексам i, j . Эти величины позволяют построить относительные тензоры:

$$K^i = \lambda_{ij}^1 - \lambda_{ij} b^{ij}, \quad I_{ij} = \lambda_{ij}^0 - \lambda^0 c_{ij}, \quad (10)$$

где

$$\lambda_{ij} = \frac{1}{n-2} \lambda_{ij}^1 b_{ij}, \quad \lambda^0 = \frac{1}{n-2} \lambda_{ij}^0 c^{ij}. \quad (11)$$

Эти тензоры удовлетворяют условиям аполяриности

$$K^i b_{ij} = 0, \quad I_{ij} c^{ij} = 0.$$

Тензоры c_{ij} и I_{ij} являются основными тензорами поверхности $\bar{V}_{n-1}$, определяющими ее сопряженную сеть, а тензоры h^{ij} и K^i — основными тензорами гиперповерхности $\bar{V}_{n-2}^{n-1}$, определяющим ее фокальную сеть.

Рассмотрим образующую $\bar{E}_1$ гиперповерхности $\bar{V}_{n-2}^{n-1}$. Она определяется точкой A_0 и точкой M_1 , удовлетворяющей условиям $(M \mu^{n-1}) = (M \mu^1) = 0$. Отсюда следует, что разложение этой точки по базисным точкам имеет вид

$$M(x) = A_n + \lambda^{n-1} A_{n-1} + \lambda^1 A_1 + x A_0,$$

где x — пока произвольный параметр.

Плоскость $\bar{E}_{n-2}$, касательная к поверхности $\bar{V}_{n-2}^1$, является пересечением гиперплоскостей α^0 и μ , удовлетворяющей условиям $(\mu M_{n-1}) = (\mu M_1) = 0$. Поэтому разложение гиперплоскости μ по базисным гиперплоскостям имеет вид

$$\mu(\xi) = \alpha^0 + \lambda_1 \alpha^1 + \lambda_{n-1} \alpha^{n-1} + \xi \alpha^n,$$

где ξ — также произвольный параметр.

При $x = -\lambda^0$ точка M оказывается гармоническим полюсом точки A_0 относительно фокусов образующей $\bar{E}_1$ гиперповерхности $\bar{V}_{n-2}^{n-1}$. Точно так же при $\xi = -\lambda^0$ гиперплоскость μ будет гармонической

полюсой гиперплоскости π^0 относительно фокусных гиперплоскостей поверхности $\bar{V}_{n-2}$.

Гиперплоскость $\pi(-\lambda^0)$ пересечет прямую $\bar{E}_1$ в точке $M(\lambda^0 - \lambda_1 M - \lambda_{n-1} \lambda^{n-1})$ и точка $M(-\lambda_1)$ инцидента гиперплоскости $\pi(\lambda_1 - \lambda_1 M - \lambda_{n-1} \lambda^{n-1})$. Рассмотрим теперь точку $M(\bar{x})$ и гиперплоскость $\pi(\bar{\xi})$, где

$$\bar{x} = \frac{\sigma(-\lambda_1) + \tau(\lambda^0 - \lambda_1 M - \lambda_{n-1} \lambda^{n-1})}{\sigma + \tau},$$

$$\bar{\xi} = \frac{\sigma(\lambda_1 - \lambda_1 M - \lambda_{n-1} \lambda^{n-1}) + \tau(-\lambda^0)}{\sigma + \tau},$$

а σ и τ — любые постоянные вещественные числа.

Точка $M(\bar{x})$ и гиперплоскость $\pi(\bar{\xi})$ будут инциденты и поэтому положим $M(\bar{x}) = M_n$, $\pi(\bar{\xi}) = \pi^0$.

7. Построенные точки $M_0 = A_0$, M_1 , M_{n-1} , M_n и гиперплоскости π^0 , π^1 , π^{n-1} , $\pi^n = \pi^0$ удовлетворяют условиям инцидентности $(M_i, \pi^i) = \delta_i$, ($i = 0, \dots, n$), поэтому они могут быть приняты за элементы инвариантного репера, внутренним образом присоединенного к гиперполосе H_{n-2} . При этом элементы M_{n-1} , π^{n-1} определяются окрестностью второго порядка, M_1 и π^1 — окрестностью третьего порядка, M_0 , π^0 — окрестностью четвертого порядка плоского элемента (M_0, π^0) гиперполосы H_{n-2} .

Плоскость E_{n-2} , определяемая точками M_1 будет нормалью второго рода для поверхности V_{n-2} и $\bar{V}_{n-2}$ и нормалью первого рода для гиперповерхности V_{n-2}^* . Плоскость E_1 , определяемая гиперплоскостями π^1 будет нормалью первого рода для поверхности V_{n-2} и нормалью второго рода для гиперповерхностей V_{n-2}^* и $\bar{V}_{n-2}^*$. Эти нормали внутренним образом связаны с гиперполосой H_{n-2} . Таким образом, построенные плоскости E_{n-2} и E_1 определяют двойственную нормализацию гиперполосы H_{n-2} , внутренним образом связанную с нею.

Считаю своим долгом поблагодарить М. А. Акивису, под непосредственным руководством которого выполнена настоящая работа.

Ереванский государственный
университет

В. В. ЧИМЦЯН

Հիշելով իմ ընկերների հաջողական մասին

Հաղորդվում է ընդհանուր P_n պրոյեկտիվ տարածության $2n-2$ ուղիղ H_{n-2} հիպերլոսի...

Ինվարիանտ հազեցման կառուցմանը կապակցված ենթին ձևով այդ հիպերշերտի հետ: Այդ պես հազեցումը որոշվում է հիպերշերտի էլեմենտի շորրորդ կարգի շրջակայքով:

Այդ հազեցումը որոշում է II_{n-2} հիպերշերտի երկազի նորմալացումը: Բացատրվում է կառուցված հազեցման էլեմենտների երկրաչափական իմաստը:

Ինվարիանտ հազեցման կառուցման պրոցեսում ստացված են II_n -ի հիպերշերտի հետ ենթին ձևով կապված մի քանի երկրաչափական օբյեկտներ և տեղերներ:

ЛИТЕРАТУРА — ԿՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ М. А. Акилов, Изв. высш. уч. завед., № 1, 9—19, 1957. ² А. В. Чакмакин, ИАН Арм. ССР т. 28, № 4 (1959). ³ Ю. Н. Попов, IV' всесоюзная межвузовская конференция по геометрии, Тезисы докладов, Тбилиси, 1969. ⁴ Г. Ф. Лаптев, Труды математического общества, т. 2, М., 1953. ⁵ G. Casanova, Rev. math. spès, 65, № 6, 437—440, 1955.

МАТЕМАТИКА

УДК 51.621.391

Э. М. Погосян

О нижних оценках длин минимальных тестов

(Представлено чл.-корр. АН Армянской ССР А. А. Талалянцем 11/XI 1969)

Рассматриваются нижние оценки длин тестов, предназначенных для различения n -мерных булевых векторов, принадлежащих двум заданным множествам M_0, M_1 . Строится система определенных численных характеристик заданных множеств M_0, M_1 , — так называемые характеристические последовательности, и затем дается алгоритм вычисления нижней оценки длины теста для всех пар множеств, обладающих заданной характеристической последовательностью. С этой целью дается алгоритм построения по заданной характеристической последовательности пар множеств, обладающих самым коротким тестом среди всех других пар множеств с этой же характеристической последовательностью. Для получения этих фактов потребуются предварительно некоторые комбинаторные рассуждения.

В дальнейшем изложении мощность множества M будем обозначать через $\mu(M)$. *Набором* будем называть всякое конечное множество элементов, рассматриваемых вместе с некоторым определенным на нем отношением линейной упорядоченности. *Поднабором* набора A мы будем называть всякое конечное множество, составленное из элементов A , рассматриваемое вместе с отношением упорядоченности, индуцированным упорядоченностью A . Всякий поднабор A отличный от A , будем называть *собственным поднабором* A . Число элементов набора A , будем называть *длиной* A . Через I_n обозначим набор $\{1, 2, \dots, n\}$, а через R_n — множество всех поднаборов I_n . Элементы R_n будем называть Δ_n -наборами; Δ_n -наборы длины k , $0 \leq k \leq n$, будем называть Δ_n^k -наборами. Для Δ_n -наборов мы введем действия сложения $\cup$, умножения $\cap$, вычитания $\setminus$, определяемые следующим образом: если A и B суть Δ_n -наборы, P и Q — множества их элементов, то $A \cup B$ (соответственно, $A \cap B$, $A \setminus B$) мы определяем как множество $P \cup Q$ (соответственно, $P \cap Q$, $P \setminus Q$), рассматриваемые совместно с отношением упорядоченности, индуцированным упорядоченностью в наборе I_n .

Пусть $0 \leq k \leq n$. Последовательность $\Gamma_n^k(1), \Gamma_n^k(2), \dots, \Gamma_n^k(m)$,

составленную из Δ_n^k -наборов, определим посредством следующего алгоритма:

1. При $k = 0$, $\Gamma_n^0(1)$ есть пустой набор.
2. При $k > 0$, полагаем $\Gamma_n^k(1) = \{1, 2, \dots, k\}$.
3. Если Δ_n^k -набор $\Gamma_n^k(i) = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$ уже получен, то: а) если $\Gamma_n^k(i) \neq \{n-k+1, n-k+2, \dots, n\}$ и q — наибольшее число от 1 до k такое, что $a_q \neq n-k+q$, то $\Gamma_n^k(i+1) = \{a_1, \dots, a_{q-1}, a_q+1, a_q+2, \dots, a_q+n-q+1\}$; б) если $\Gamma_n^k(i) = \{n-k+1, n-k+2, \dots, n\}$, то построение последовательности закончено.

Определим также для каждого l , $0 \leq l \leq n$, последовательность $L_n^l(1), L_n^l(2), \dots, L_n^l(m)$ таким образом, что при всяком j от 1 до m , $L_n^l(j) = I_n \setminus \Gamma_n^{n-l}(j)$ и количества членов в последовательностях L_n^l и Γ_n^{n-l} совпадают.

Теорема 1. (об экономии чисел в наборах): Каково бы ни было i , $1 \leq i \leq n-1$, в последовательности L_n^i всякий Δ_n^i -набор A , в котором не встречается ни одно из чисел $1, 2, \dots, i$ предшествует всякому набору B , в котором встречается число i .

Теорема 2. (о минимальном числе поднаборов). Число всех различных Δ_n^i -поднаборов, построенных из Δ_n^i -наборов множества $\{L_n^i(1), \dots, L_n^i(m)\}$, где $0 \leq i \leq l \leq n$, $1 \leq m \leq C_n^l$, не больше числа всех различных Δ_n^l -поднаборов, построенных из Δ_n^l -наборов произвольного множества, состоящего из m различных Δ_n^l -наборов.

Обозначим через W_n множество всех непустых непересекающихся пар множеств (M_0, M_1) n -мерных булевых векторов, через X_n — n -мерное булево пространство с булевыми переменными $x_1, \dots, x_n$. Каждому Δ_n^k — поднабору $\{a_1, \dots, a_k\}$ набора I_n , $0 \leq k \leq n$, поставим в соответствие k -мерное подпространство X_k с компонентами $x_{a_1}, \dots, x_{a_k}$. Δ_n^k -набор $A = \{a_1, \dots, a_k\}$, $0 \leq k \leq n$, назовем *тестом* для пары $(M_0, M_1) \in W_n$, если проекции множеств (M_0, M_1) на k -мерное пространство $x_{a_1}, \dots, x_{a_k}$ не пересекаются. В противном случае набор A назовем *недопустимым набором* для (M_0, M_1) . Произвольный недопустимый для (M_0, M_1) набор A назовем *максимально недопустимым набором* (м. н. н.) для (M_0, M_1) , если каждый Δ_n -набор B , для которого A является собственным поднабором, является тестом для (M_0, M_1) . Δ_n -набор A назовем *минимальным тестом* (м. т.) для $(M_0, M_1) \in W_n$, если A является тестом наименьшей длины из множества всех тестов для (M_0, M_1) .

Обозначим через U_n множество всех множеств попарно несравнимых Δ_n -наборов, а через V_n — множество всех множеств всех м. н. н. соответствующих элементам из W_n . Заметим, что для каждого элемента из $U_n \setminus \{I_n\}$ можно построить класс множеств, принадлежащих W_n .

Теорема 3. Множества V_n и $U_n \setminus \{I_n\}$ совпадают.

Пусть $S \in V_n$, $S = \{S_1, \dots, S_m\}$ и $p = \mu(\bigcup_{j=1}^m S_j)$. Разобьем множество S на непустые подмножества $P_1, \dots, P_k$, где $k \geq 1$, каждое P_i состоит из наборов некоторой фиксированной длины l_i и $l_i \neq l_j$, при $i \neq j$, $i, j \in \{1, \dots, k\}$. Не нарушая общности можно считать $l_1 > l_2 > \dots > l_k$. Числа $\mu(P_1), \dots, \mu(P_k)$ будем обозначать через $m_1, \dots, m_k$. Последовательность чисел $\chi = (n, p, l_1, \dots, l_k, m_1, \dots, m_k)$, полученных указанным способом, назовем *характеристической последовательностью* (х. п.) множества м. н. н. S . X . п. χ назовем х. п. пары множеств $(M_0, M_1) \in W_n$, если χ является х. п. множества м. н. н. S для (M_0, M_1) . Числовую последовательность $\chi = (n, p, l_1, \dots, l_k, m_1, \dots, m_k)$ будем называть х. п., если:

1. $n \geq p \geq l_1 > \dots > l_k > 0$;
2. $m_i \neq 0$, при $i = 1, \dots, k$.

Пусть $N_i(S)$, где $S \in V_n$, равно числу всех различных Δ_n^i — поднаборов, построенных из Δ_n -наборов множества S , а $\eta(i, l, s, s')$ — равно $N_i(L_n^l(s), L_n^l(s+1), \dots, L_n^l(s'))$, где $0 \leq i \leq l \leq n$, $1 \leq s \leq s' \leq C_n^l$. Для произвольной х. п. $\chi = (n, p, l_1, \dots, l_k, m_1, \dots, m_k)$ введем следующие обозначения. $t_1 = m_1$; $t_i = \eta(l_i, l_{i-1}, 1, t_{i-1}) + m_i$, где $i = 2, 3, \dots, k$.

Множество Δ_n -наборов $L_\chi = \{L_n^{l_1}(1), \dots, L_n^{l_1}(t_1), L_n^{l_2}(\eta(l_2, l_1, 1, t_1) + 1), \dots, L_n^{l_2}(t_2), \dots, L_n^{l_k}(\eta(l_k, l_{k-1}, 1, t_{k-1}) + 1), \dots, L_n^{l_k}(t_k)\}$ назовем *уплотненным множеством* для х. п. χ . Если χ является х. п. L_χ , то L_χ назовем *уплотненным множеством с х. п. χ* .

Теорема 4. Для произвольной х. п. $\chi = (n, p, l_1, \dots, l_k, m_1, \dots, m_k)$, $\chi \neq (n, n, n, 1)$, уплотненное множество L_χ с х. п. χ можно построить тогда и только тогда, когда выполняется условие $C_{p-1}^{l_k} \leq t_k \leq C_p^{l_k}$.

Через Ω_n обозначим множество всех х. п., соответствующих элементам из V_n .

Теорема 5. Для каждой х. п. $\chi = (n, p, l_1, \dots, l_k, m_1, \dots, m_k)$, $\chi \in \Omega_n$, можно построить уплотненное множество L_χ для χ . При этом х. п. L_χ есть $\chi' = (n, p', l_1, \dots, l_k, m_1, \dots, m_k)$ и $N_i(L_\chi) \leq N_i(S_\chi)$, где $p' \leq p$, $0 \leq i \leq n$, S_χ — произвольный элемент V_n с х. п. χ .

Следствие 1. Произвольная х. п. $\chi = (n, p, l_1, \dots, l_k, m_1, \dots, m_k)$ принадлежит Ω_n тогда и только тогда, когда можно указать натуральное число p' такое, что $p' \leq p$, $C_{p'-1}^{l_k} \leq t_k \leq C_{p'}^{l_k}$ и

$$p \leq \sum_{j=1}^k m_j l_j.$$

Следствие 2. Если D подмножество $U_n \setminus \{I_n\}$, элементы которого имеют х. п. $\chi = (n, p, l_1, \dots, l_k, m_1, \dots, m_k)$, отличающиеся друг от друга разве что второй компонентой, то

$$N_i(L_i) = \min_{x \in D_i} \sum_{t=1}^n (-1)^{t-1} \sum_{\substack{s_{p_1}, \dots, s_{p_i} \in \{0, 1\} \\ s_{p_1} + \dots + s_{p_i} = i}} C_n^{(s_{p_1}, \dots, s_{p_i}, 1, \dots, 1, s_{p_i})}$$

где $0 \leq i \leq n$, $m = \sum_{j=1}^k m_j$, L_i — уплотненное множество для χ .

Следствие 3 Для произвольной пары множеств (M_0, M_1) из W_n с х. п. $\chi = (n, p, l_1, \dots, l_k, m_1, \dots, m_k)$, если $N_{i_{H-1}}(L_i) < C_n^{i_{H-1}}$ и $N_{i_H}(L_i) > C_n^{i_H}$, где L_i — уплотненное множество для χ , то длина м. т. (M_0, M_1) больше или равна i_H .

Следствие 3 позволяет сформулировать сравнительно простой алгоритм получения точной нижней оценки i_H длины м. т. для произвольной пары $(M_0, M_1) \in W_n$ с х. п. χ .

1. Находим $\Gamma_n^{n-l_k}(t_1) = |a_1, \dots, a_k|$. Для этого: а) последовательно определяем $\Gamma_n^{n-l_k}(1), \dots, \Gamma_n^{n-l_k}(t_1) = |a_1^1, \dots, a_{n-l_k}^1|$; б) пусть $\Gamma_n^{n-l_j}(t_j) = |a_1^j, \dots, a_{n-l_j}^j|$, $j = 1, \dots, n - l_{k-1}$ уже получен. Можно показать, что $\Gamma_n^{n-l_j-1}(b(l_{j-1}, l_j, 1, t_j)) = |a_1^j, \dots, a_{n-l_j-1}^j, s+1+l_{j+1}, \dots, n|$, где $0 \leq s \leq n - l_j$ и $a_s \leq s + l_{j+1}$, $a_{s+1} > s + 1 + l_{j+1}$. Последовательно находим наборы $\Gamma_n^{n-l_j-1}(b(l_{j+1}, l_j, 1, t_j) + 1), \dots, \Gamma_n^{n-l_j-1}(t_{j+1}) = |a_1^{j+1}, \dots, a_{n-l_{j+1}}^{j+1}|$.

2. Можно показать, что

$$N_i(L_i) = C_n^i - \sum_{j=1}^{n-l_k} C_{n-a_j}^{n-i-l_j+1}.$$

Сравнивая C_n^i с $N_i(L_i)$, при $0 \leq i \leq l_k$, определяем i_H ; для этого потребуется не более $|\log l_k| + 1$ сравнений.

Можно предложить два уровня описания классов пар множеств (M_0, M_1) из W_n . Это уровни м. н. н. и х. п..

Каждому элементу S из V_n соответствует класс K_S элементов из W_n с х. п. χ , а множество всех классов K_S составляют разбиение W_n . При этом существуют алгоритмы существенно использующие полный перебор, которые по произвольному $S \in V_n$ доставляют множество всех тестов каждой пары $(M_0, M_1) \in K_S$. В то же время каждой х. п. $\chi \in 2_n$ соответствует класс $\{S_1, \dots, S_n\}$ — элементов из V_n и класс $K_\chi = \bigcup_{j=1}^r K_{S_j}$ — элементов из W_n с х. п. χ . Множество всех классов K_χ также составляет разбиение W_n . На основе только х. п. χ в общем случае невозможно определить даже длину м. т. для пар множеств из K_χ . Однако по х. п. χ можно сразу определить верхнюю оценку длины м. т. и сравнительно простым способом вычислить точную нижнюю оценку длины м. т. для любых пар множеств из K_χ .

Заметим, что для каждой пары (M_0, M_1) такой, что $\mu(M_0) = m'$, $\mu(M_1) = m''$, оба типа описаний (M_0, M_1) получаются посредством порядка $m' \cdot m''$ сравнений векторов, принадлежащих (M_0, M_1) .

В заключение автор приносит глубокую благодарность Н. Д. Заславскому, под руководством которого выполнена настоящая работа.

Вычислительный центр
Академии наук Армянской ССР

Է. Մ. ՊՈՂՈՍՅԱՆ

Ստուգիչների միևնույն երկառուրյունների ներքին գնահատականների մասին

Հաջվածում դիտարկվում են n -չափանի վեկտորների շատվող բազմությունների առարկաները առարկերիս համար հասկացված ստուգիչների ներքին գնահատականները:

Նշված բազմությունների համար սահմանվում են բնութագրող հարգականություններ և արվում է արդարիտ, որը հաջվում է ներքին գնահատականը բոլոր բազմությունների դուրսի համար տվյալ բնութագրող հարգականությամբ:

УДК 513.013

Л. Г. Пикалова

О точечном изгибании первого и второго порядков
 вполне фокальных псевдоконгруэнций плоскостей

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Л. Шагиняном 19/XI 1969)

1. Э. Чех изучил точечное изгибание первого (^{1,2}), а Я. Бенеш — второго порядка (³) дупараметрических семейств прямых L и $\bar{L}$ проективных пространств P_n и $\bar{P}_n$. Точечное изгибание первого порядка псевдоконгруэнций 2-плоскостей L и $\bar{L}$ в P_3 и $\bar{P}_3$ исследовал А. Швец (⁴).

В настоящей работе изучаются точечные изгибания первого и второго порядков вполне фокальных псевдоконгруэнций плоскостей пространств P_n и $\bar{P}_n$. Когда статья готовилась к печати, мы узнали о недавно опубликованной работе К. Свободы (⁵), в которой в несколько ослабленной форме содержится теорема, доказанная нами в п. 4.

2. Пусть L — вполне фокальная (⁶) псевдоконгруэнция $(m-1)$ -плоскостей P_{m-1} проективного пространства P_n . Присоединим к каждой плоскости P_{m-1} подвижный репер, образованный $n+1$ аналитическими точками $A_i (i, v, w = 1, \dots, n+1)$. Пусть точки $A_i (i = 1, \dots, m)$ совпадают с фокусами P_{m-1} , а точка A_{m+1} лежит на касательной к той из линий m -сопряженной системы (A_i) , которая не касается P_{m-1} (для этой канонизации необходимо считать $n \geq 2m-1$). Инфинитезимальные перемещения репера определяются уравнениями $dA_i = \omega_i^j A_j$, где ω_i^j — пфаффовы формы, удовлетворяющие уравнениям структуры пространства P_n : $d\omega_i^j = \omega_i^k \wedge \omega_k^j (i, v, w = 1, \dots, n+1)$.

Условимся в дальнейшем, что по малым латинским индексам $i, j, k = 1, \dots, m$ суммирование производится не будет; если же по этим индексам надо просуммировать, то мы будем или заменять их соответствующими большими латинскими буквами I, J, K или же будем ставить знак суммы. По индексам

$$u, v, w = 1, \dots, n+1; \quad \alpha, \beta, \gamma = m+1, \dots, n+1;$$

$$A, B, C = 2m+1, \dots, n+1; \quad \lambda, \mu, \nu = 3m+1, \dots, n+1$$

суммирование производится по обычным правилам.

При указанном выборе вершин репера развертывающиеся поверхности определяются уравнениями $\omega_i^{n+1} = 0$. Поскольку все фокусы предполагаются линейно независимыми, формы ω_i^{n+1} также линейно независимы. Мы примем их за базисные, вводя для них обозначения: $\omega_i^{n+1} = \omega^i$.

Указанный выбор репера дает следующие пфаффовы уравнения:

$$\omega_i^{n+1} = 0 \quad (i \neq l), \quad \omega_l^1 = 0, \quad \omega_l^i = b_l^i \omega^i, \quad \omega_{n+1}^{n+1} = c_l^1 \omega^1, \quad \omega_{n+1}^i = a_l^i \omega^i.$$

Продолжая уравнения (1), получим:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{n+1}^i &= -a_{li}^1 \omega^1 + a_{li}^i \omega^i, \\ db_l^i + b_l^i (2\omega_l^i - \omega_{n+1}^{n+1} - \omega^i) - \sum_{k=1}^n b_l^k b_k^i \omega^k &= a_{li}^1 \omega^1 + b_{li}^i \omega^i, \\ dc_l^1 + c_l^1 (\omega_l^1 - 2\omega_{n+1}^{n+1} + \omega_{n+1}^{n+1}) + a_l^1 \omega_{n+1}^{n+1} + \sum_{k=1}^n c_l^k c_k^1 \omega^k &= c_{li}^1 \omega^1 + a_{li}^1 \omega^1, \\ da_l^i + a_l^i (\omega_l^i - 2\omega_{n+1}^{n+1}) + a_l^i \omega_{n+1}^i + c_l^i a_l^1 \omega^1 &= a_{li}^i \omega^i. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

3. Рассмотрим формы

$$\varphi_{i_1 \dots i_h} = b_{li}^{i_1} b_{li}^{i_2} \dots b_{li}^{i_h} \omega^{i_1} \dots \omega^{i_h}. \quad (3)$$

С помощью (2) легко проверить, что эти формы абсолютно инвариантны. Назовем их *точечными инвариантными формами* псевдоконгруэнции L .

Выясним геометрический смысл этих форм. Для квадратичных форм φ_{ij} имеем:

$$M_{ij} = A_i + dA_j \pmod{\omega^k, k \neq j} = (1 + \omega_{li}^j) A_i + b_{li}^j \omega^j A_j,$$

и потому $(A_i, A_j, M_{ij}, M_{ji}) = \varphi_{ij}$ с точностью до бесконечно малых третьего порядка. При $h > 2$ имеем:

$$M_i M_{i_1 \dots i_{h-1}} = A_i + dA_{i_1 \dots i_{h-1}} \pmod{\omega^m, m \neq i, i_1, \dots, i_{h-1}} = (1 + \omega_{li}^{i_1 \dots i_{h-1}}) A_i + b_{li}^{i_1 \dots i_{h-1}} A_{i_1 \dots i_{h-1}}.$$

Плоскость $M_{i_1} M_{i_2} \dots M_{i_h}$ пересекает прямую $A_i A_i$ в точке

$$N_{i_1 \dots i_h} = (1 + \omega_{li}^{i_1}) \dots (1 + \omega_{li}^{i_h}) A_i + (-1)^h b_{li}^{i_1} b_{li}^{i_2} \dots b_{li}^{i_h} \omega^{i_1} \omega^{i_2} \dots \omega^{i_h} A_{i_1 \dots i_h},$$

откуда с точностью до бесконечно $(h+1)$ -го порядка

$$(A_i, A_i, M_{i_1 i_2}, N_{i_1 i_2}) = (-1)^h \varphi_{i_1 i_2}.$$

причем этот результат имеет место на любой прямой $A_i A_{i_1 \dots i_{h-1}}$.

4. Пусть $\bar{L}$ — другая псевдоконгруэнция, погруженная в пространство $\bar{P}_n$. Все выражения, относящиеся к $\bar{L}$, мы будем обозначать чертой сверху. Пусть репер, присоединенный к $\bar{L}$, специализирован так же, как и репер, связанный с L . Тогда мы имеем $(\bar{1}), (\bar{2})$.

Обозначим через $C: L \rightarrow \bar{L}$ взаимно однозначное соответствие между $(m-1)$ -плоскостями псевдоконгруэнций L и $\bar{L}$. Это соответствие задается равенствами $\bar{u}^i = \bar{u}^i(u^1, \dots, u^m)$, где u^i и $\bar{u}^i$ — параметры L и $\bar{L}$. Пусть для каждой пары соответствующих $(m-1)$ -плоскостей $P_{m-1} \subset L$ и $\bar{P}_{m-1} \subset \bar{L}$ задана коллинеация $\sigma = \sigma(u^1, \dots, u^m): P_{m-1}(u^1, \dots, u^m) \rightarrow \bar{P}_{m-1}[\bar{u}^1(u^1, \dots, u^m), \dots, \bar{u}^m(u^1, \dots, u^m)]$. В таком случае мы будем говорить, что задано расширение C^* соответствия C . Соответствие C называется *точечным изгибанием порядка h* , если существует такое его точечное расширение C^* , что для любого набора $(u^1, \dots, u^m)$ можно найти коллинеацию $K(u^1, \dots, u^m): P_{m-1} \rightarrow \bar{P}_{m-1}$ такую, что кривые $C^*\gamma$ и $K\gamma$ в точке C^*A имеют аналитическое касание порядка h : здесь A — произвольная точка P_{m-1} и γ — произвольная кривая, через нее проходящая. Будем говорить, что K реализует точечное изгибание вдоль плоскости $P_{m-1}(u^1, \dots, u^m)$.

Зададим соответствие $C: L \rightarrow \bar{L}$ уравнениями $\bar{\omega}^i = C_j^i \omega^j$, $\det C_j^i \neq 0$, а его точечное расширение C^* посредством коллинеации $\alpha A_i = \alpha_i^j \bar{A}_j$, $\det \alpha_i^j \neq 0$. Если C — точечное изгибание, то реализующая его коллинеация K имеет вид:

$$KA_i = \alpha_i^j \bar{A}_j, \det \alpha_i^j \neq 0, KA_u = \sigma_u^v \bar{A}_v, \det \sigma_u^v \neq 0. \quad (4)$$

Пусть кривая γ описывается точкой $A = x^i A_i(u^1, \dots, u^m)$, $u^i = u^i(t)$. Условие изгибания первого порядка $KdA = d(C^*A) + b_i(C^*A)$ должно удовлетворяться тождественно по x^i и ω^i . Отсюда получаем:

$$\alpha_i^j = \sigma_{m+1}^j = \sigma_{m+1}^m = \alpha_{m+1}^i = 0 \quad (i \neq j), \quad \alpha_{m+1}^{m+1} = \alpha_1^1, \quad \alpha_1^1 \cdots \alpha_m^m \neq 0, \quad (5)$$

$$\bar{\omega}^i = \omega^i, \quad (6)$$

$$\alpha_j^i b_i^l = \alpha_i^j \bar{b}_i^l \quad (i \neq j), \quad (7)$$

$$d\alpha_1^1 + \alpha_1^1 \tau_1^1 = \alpha_{m+1}^1 \omega^1 + \alpha_1^1 \theta_1 = 0. \quad (8)$$

Равенства (6) означают, что C — развертывающееся соответствие. Продолжение уравнений (6) имеет вид:

$$\tau_{m+1}^{m+1} - \tau_1^1 = t^l \omega^l \quad (\tau_u^v = \bar{\omega}_u^v - \omega_u^v). \quad (9)$$

Условия совместности (7) записываются в виде:

$$b_{i_1}^{l_1} b_{i_2}^{l_2} \cdots b_{i_h}^{l_h} = \bar{b}_{i_1}^{l_1} \bar{b}_{i_2}^{l_2} \cdots \bar{b}_{i_h}^{l_h} \quad (2 \leq h \leq m) \quad (10)$$

Можно ограничиться квадратичными и кубическими соотношениями (10) — это с помощью математической индукции легко получается из равенства

$$b_{i_1}^{l_1} b_{i_2}^{l_2} \cdots b_{i_h}^{l_h} = \frac{(b_{i_1}^{l_1} b_{i_2}^{l_2} b_{i_3}^{l_3})(b_{i_2}^{l_2} b_{i_3}^{l_3} \cdots b_{i_h}^{l_h} b_{i_1}^{l_1})}{b_{i_1}^{l_1} b_{i_2}^{l_2}}.$$

Более того, из кубических достаточно взять лишь те, для которых один индекс фиксирован, например, $l = 1$, и $j > k$, поскольку

$$b_1^l b_j^k b_k^l = \frac{(b_1^l b_j^l b_k^l)(b_1^l b_j^k b_k^l)(b_1^k b_k^l b_l^1)}{(b_1^l b_l^1)(b_1^l b_j^l)(b_1^k b_k^l)};$$

$$b_1^k b_k^l b_l^1 = \frac{(b_1^k b_k^l)(b_k^l b_l^1)(b_l^1 b_1^k)}{b_1^l b_j^k b_k^l}.$$

Легко видеть, что верно и обратное: из указанных независимых условий (10) вытекает существование α_j^l таких, что выполняется (7).

Заметим, что в работе (1), где изучен случай $m = 3$, $n = 5$, рассмотрены только квадратичные условия совместности и не учтено кубическое.

Далее из (8) вытекает, что

$$\alpha_j^l d\alpha_l^l - \alpha_l^l d\alpha_j^l + \alpha_l^l \alpha_j^l (\tau_l^l - \tau_j^l) - \alpha_l^l \alpha_{m+1}^l \omega^l + \alpha_l^l \alpha_{m+1}^l \omega^l = 0, \quad (11)$$

а условия (7) в силу (1) и (1) означают, что $\alpha_j^l \omega^l = \alpha_l^l \omega_j^l$, откуда внешним дифференцированием находим, что $\tau_l^l - \tau_j^l$ — главные формы, и из (11) мы единственным образом можем определить α_{m+1}^l .

Отметим геометрический смысл условий (10): это есть условия равенства введенных в (3) и (3) инвариантных форм $\bar{\tau}_{1,2,\dots,i}$ и $\bar{\tau}_{1,2,\dots,i}$ псевдоконгруэнций L и $\bar{L}$.

Выражение наиболее общей коллинеации, реализующей точечное изгибание первого порядка, мы получим, если запишем (4) с учетом (5):

$$KA_l = \alpha_l^l \bar{A}_l, \quad KA_{m+1} = \alpha_{m+1}^l \bar{A}_l + \alpha_l^l \bar{A}_{m+1}, \quad KA_\alpha = \alpha_\alpha^l \bar{A}_\alpha, \quad (12)$$

здесь α_l^l и α_{m+1}^l есть решения уравнений (7) и (11).

Преобразования Лапласа точек A_l , лежащие в P_{m-1} и соответствующие смещению $\omega^k (k \neq l)$, имеют вид $A_{ll}^k = b_j^k A_l - b_l^k A_j$ ($j \neq l$, $k \neq l$, j) $A_{ll}^k = A_l$. Коллинеация K переводит точки A_j в A_j , а точки

$$A_{ll}^k \text{ в } KA_{ll}^k = \frac{\alpha_l^l \alpha_j^l}{\alpha_k^k} \bar{A}_{ll}^k.$$

Преобразование Лапласа точек A_l , не лежащие в P_{m-1} получают в направлении ω^l и лежат на $A_l A_{m+1}$. То из этих преобразований, которое соответствует направлению $\omega^k (k \neq l)$, имеет вид $A_{ll}^k = b_l^k A_{m+1} - \alpha_{ll}^k A_l (k \neq l)$. С помощью (12), (7) и дифференциальных следствий (7)

$$\text{получаем } KA_{ll}^k = \frac{(\alpha_l^l)^2}{\alpha_k^k} \bar{A}_{ll}^k.$$

Плоскостным преобразованием Лапласа P_{m-1} в направлении ω^l , соответствующим направлению ω^k , будет плоскость, определяемая точками $A_{ll}^k (l \neq j, k \neq l, j)$, $A_{ll}^k = A_l$, A_{ll}^k , т. е. плоскость $(P_{m-1})_l^k =$

$= |A_1, \dots, A_{k-1}, A_{k+1}, \dots, A_m, A_{ii}^*|$. Теперь видно, что $KP(m-1)_i^k = (P_{m-1})_i^k$. Мы доказали следующую теорему.

Теорема. Соответствие $C: L \rightarrow \bar{L}$ будет точечным изгибанием первого порядка тогда и только тогда, когда оно разворачивается и дает равенство форм φ_i и $\bar{\varphi}_i$, φ_{ii} и $\bar{\varphi}_{ii}$, ($i < j$). Все коллинеации, реализующие такое точечное изгибание, сводятся к одной и той же коллинеации, определяемой (12), (7) и (11). Все вершины точечной и все плоскости плоскостной последовательностей Лапласа, порожденных L , преобразуются K в соответствующие вершины и плоскости точечной и плоскостной последовательности Лапласа, порожденных $\bar{L}$. Пара $(C, \bar{L})$ определяется с произволом $m(n-1)$ функций одного аргумента.

Последнее вытекает из того, что полагая $\sigma_i^j = 1$ и считая $m > 2$, мы получим с учетом (1), (1), (6), (7), (11) следующую замкнутую систему:

$$\left. \begin{aligned} \tau_i^{m+1} = \tau_i^{m+1} = \tau_i^j = \tau_i^j = 0 \quad (i \neq j), \quad \tau_i^j - \tau_j^i = \sigma_{m+1}^i \omega^i - \sigma_{m+1}^j \omega^j, \\ \omega^i \wedge \tau_{m+1}^{m+1} = \omega^j \wedge (\tau_{m+1}^{m+1} - \tau_i^j) = \omega^i \wedge \tau_{m+1}^j = \omega^j \wedge \tau_{m+1}^i = 0 \quad (i \neq j), \\ [d\sigma_{m+1}^i + \sigma_{m+1}^i (\omega_i^i - \omega_{m+1}^{m+1}) + \tau_{m+1}^i] \wedge \omega^i = 0. \end{aligned} \right\}$$

5. Проведем дальнейшую специализацию репера: точку A_{m+1} совместим с фокусом A_{ii}^{i+1} прямой $A_i A_{m+1}$ (числа $i+1$ рассматриваются по модулю m), а точка A_{2m+1} пусть вместе с $A_i A_{m+1}$ определяет двумерную соприкасающуюся плоскость кривой ω^i на (A_i) — последнее возможно при $n \geq 3m-1$. В результате такой канонизации получаем уравнения

$$\begin{aligned} \omega_{m+1}^{(i+1)} = \omega_{m+1}^{m+1} = \omega_{m+1}^{2m+1} = \omega_{m+1}^j = 0 \quad (j \neq i, j = 3m+1, \dots, n+1), \\ \omega_{m+1}^{2m+1} = \omega^i, \quad \omega_{m+1}^j = a_j^i \omega^i \quad (j \neq i, i+1); \end{aligned} \quad (13)$$

здесь величины a_j^i (см. (1)) приведены к 1. Одним из дифференциальных следствий (13) будет уравнение

$$b_i^{i+1} \omega_{m+1}^i = - \sum_{k=i, i+1} a_{ik}^k b_i^{k+1} \omega^k + a_{m+1, i+1}^i \omega^{i+1} - a_{2m+1, i+1}^{i+1} \omega^i \quad (14)$$

Продолжая (7), получим, в частности

$$\sigma_{m+1}^i = 0, \quad (15)$$

$$\sigma_j^i a_{ij}^i = \sigma_i^j \bar{a}_{ij}^j, \quad (16)$$

откуда $K.A_{m+1} = \bar{A}_{m+1}$. Равенство (8) теперь принимает вид

$$-\theta_1 = d l_n \sigma_i^i - \tau_i^i, \quad (17)$$

Предположим, что указанная специализация проведена для реперов как L , так и $\bar{L}$. В случае точечного изгибания второго порядка

мы должны иметь $Kd^2A = d^2(c^*A) + 2\theta_1 d(c^*A) + \theta_2(c^*A)$, где θ_1 и θ_2 — некоторые 1-форма и 2-форма. Приравнявая коэффициенты при независимых точках A_α , получим, кроме (5), (6), (7), (16), (17), равенства

$$-\theta_2\sigma_i^l = d^2\sigma_i^l + 2\theta_1 d\sigma_i^l + \sigma_i^l [d\tau_i^l - (\tau_i^l)^2 + \omega_i^l - \tau_{m+1}^l] - (\omega^l)^2\sigma_{2m+1}^l \quad (18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{2m+1}^{m+j} = \sigma_{2m+1}^{2m+j} = \sigma_{2m+1}^l = \sigma_{2m+1}^j = 0 \quad (i \neq j), \\ \sigma_{2m+1}^{2m+l} = \sigma_i^l, \quad 2d\sigma_i^l = (\sigma_i^l t^l - \sigma_{2m+1}^{m+l})\omega^l \end{array} \right. \quad (19)$$

Из (18) вытекает, что

$$\sigma_i^l \sigma_j^l (\omega^l \tau_{m+1}^l - \omega^j \tau_{m+1}^j) + \sigma_i^l \sigma_{m+j}^l (\omega^j)^2 - (\omega^l)^2 \sigma_j^l \sigma_{2m+1}^l = 0, \quad (20)$$

откуда с помощью (2) и (17) получим:

$$\omega^l \wedge \tau_{m+1}^l = 0. \quad (21)$$

Дифференциальными следствиями (21) будут уравнения, получаемые с учетом (14):

$$a_{m+1, l+1}^l \bar{b}_l^{l+1} = \bar{a}_{m+1, l+1}^l b_l^{l+1}. \quad (22)$$

Фокусами плоскости $(P_{m-1})_i^{l+1}$ служат точки $A_{i+1, l}^{l+1} = A_i$, $A_{ii}^{l+1} = A_{m+1}$, $A_{ij}^{l+1} = b_j^{l+1} A_i - b_i^{l+1} A_j$, ($j \neq i, l+1$). В силу (7), (16), (22) имеем $(\bar{\varphi}_i^{l+1})_{i, l+1} = (\bar{\varphi}_i^{l+1})_{i, l+1}$, $(\varphi_i^{l+1})_{j, l+1} = (\bar{\varphi}_i^{l+1})_{j, l+1}$, $(\varphi_i^{l+1})_{j, k} = (\bar{\varphi}_i^{l+1})_{j, k}$. При этом характеризующее изгибание второго порядка равенство (22) влечет $(\varphi_i^{l+1})_{i, l+1} = (\bar{\varphi}_i^{l+1})_{i, l+1}$ — остальные равенства выполняются и при изгибании первого порядка. Обратно, пусть имеем $\varphi_{ij} = \bar{\varphi}_{ij}$, $(\varphi_i^{l+1})_{i, l+1} = (\bar{\varphi}_i^{l+1})_{i, l+1}$ для двух псевдоконгруэнций, находящихся в развертывающемся соответствии (6), тогда выполняется (21) и существует σ_i^l и σ_{2m+1}^l , удовлетворяющие (7) и (18). Доказана теорема.

Теорема. Соответствие $C: L \rightarrow \bar{L}$ будет точечным изгибанием второго порядка тогда и только тогда, когда оно развертывающееся и $\varphi_{ij} = \bar{\varphi}_{ij}$, $(\varphi_i^{l+1})_{i, l+1} = (\bar{\varphi}_i^{l+1})_{i, l+1}$. Наиболее общая коллинеация, реализующая такое изгибание, имеет вид:

$$KA_i = \bar{A}_i, \quad KA_{m+1} = \bar{A}_{m+1}, \quad KA_{2m+1} = \bar{A}_{2m+1} + \sigma_{2m+1}^l \bar{A}_i + t^l \bar{A}_{m+1},$$

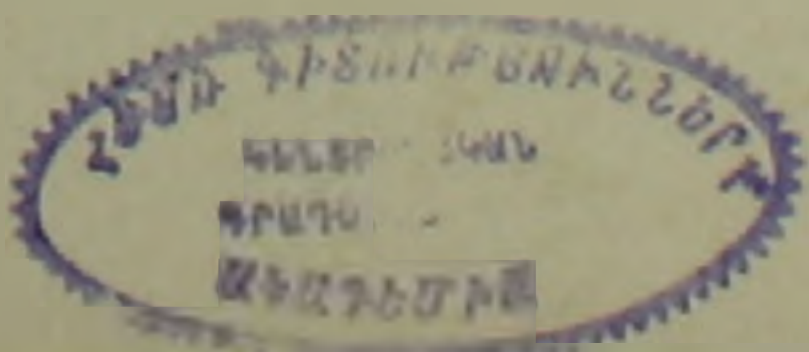
$$KA_\alpha = \sigma_\alpha^l \bar{A}_\alpha,$$

где σ_{2m+1}^l определяются из (20). Пара $(C, \bar{L})$ определяется с произволом $m(n+1)$ функций одного аргумента.

В (23) мы положили $\sigma_i^l = 1$, что в силу (19) дает $\sigma_{2m+1}^{2m+l} = t^l$.

Указанный произвол получен в результате исследования следующей замкнутой системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_i^l = \tau_i^{m+l} = \tau_i^{m+j} = \tau_i^l = \tau_{m+1}^l = \tau_{m+1}^{m+l} = \tau_{m+1}^l = 0 \quad (i \neq j), \quad \tau_i^l - \tau_j^l = 0, \\ \omega^l \wedge (\tau_{m+1}^{m+l} - \tau_i^l) = 0, \quad \omega^l \wedge (\tau_{2m+1}^{2m+l} - \tau_{m+1}^{m+l}) = 0, \end{array} \right.$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \omega^i \wedge z_{m+1}^i = \omega_j^i \wedge z_{m+1}^{m+1} = \omega^i \wedge z_{m+1}^{m+1} = \omega^i \wedge z_{m+1}^i = 0 \quad (i \neq j), \\ \omega^i \wedge [z_{m+1}^i + \frac{a_{ij}^i (b_{ij}^i - \bar{b}_{ij}^i)}{b_j^i} \omega] - \omega [b_j^i z_{m+1}^i + 2a_{ij}^i (z_{m+1}^{m+1} - z_j^i)] = 0. \end{array} \right.$$

Из теорем пп. 4,5 можно вывести следующие следствия:

1. Обозначим через $C_i^{i+1}: L_i^{i+1} \rightarrow \bar{L}_i^{i+1}$ соответствие преобразования Лапласа L и $\bar{L}$, индуцированное соответствием $C: L \rightarrow \bar{L}$. Соответствие C будет точечным изгибанием второго порядка тогда и только тогда, когда C и C_i^{i+1} — точечные изгибания первого порядка.

2. Соответствия C_i^i , индуцированные точечным изгибанием второго порядка C для всех соответствующих преобразований Лапласа L_i^i и $\bar{L}_i^i$ псевдоконгруэнций L и $\bar{L}$, будут точечными изгибаниями второго порядка.

Московский инженерно-
строительный институт
им. В. В. Куайшева

Լ. Գ. ԳՐԿՈՐԵՎԱ

Հարթությունների լիովին ֆոկալ փակագծերունցիայի առաջին և երկրորդ կարգի ծոման մասին

Ուսումնասիրված են L և $\bar{L}$ հարթությունների լիովին ֆոկալ փակագծերունցիայի առաջին և երկրորդ կարգի ծոմաները P_n և $\bar{P}_n$ պրոնկտիվ տարածություններում:

Ստացված են և երկրաչափորեն բնութագրված այդպիսի ծոմաների համար անհրաժեշտ և բավարար պայմանները: Որոշված է կամայականությամբ ալի բանի, թե երբ կամայականորեն $L \subset P_n$ կեղծացիան, որը L -ի հետ գտնվում է առաջին կամ երկրորդ կարգի կետային ծոման մեջ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

- ¹ E. Čech, Czech. Math. J. 5 (80), 546—558, (1955). ² A. Švec, Projective differential geometry of line congruences, Prague, 1965. ³ J. Beneš, Point deformation of 2nd order and projective deformation of 3rd order of congruences in projective spaces of n dimensions, Splys prirodově. fak. univ. v Brně, MO, 505 — 515, 1967. ⁴ A. Švec, Czech. Math. J. 7 (82), 57—66, (1957). ⁵ K. Šteboda Math. Nachr., m. 38, № 3—4, 197—206 (1968). ⁶ P. M. Գրիգորյան, Matem. сб., 36 (78), 209—232 (1955).

УДК 513.731

Л. П. Сафарян

О некоторых классах многообразий конусов второго порядка в P_n

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Л. Шагиняном 17/IX 1969)

1. В настоящей работе изучается геометрия l -параметрических многообразий (k) конусов второго порядка в проективном пространстве P_n . В отличие от работ ^(1,2), посвященных изучению таких многообразий в трехмерном пространстве, в этой работе изучение многообразий конусов ведется инвариантными методами ⁽¹⁻⁴⁾. При этом строится инвариантное оснащение многообразия конусов, и дается инвариантная характеристика некоторых частных классов таких многообразий.

2. В l -мерном проективном пространстве P_n рассмотрим l -параметрическое многообразие (k) невырожденных конусов второго порядка. Предположим, что вершина A конуса многообразия (k) описывает l -мерную область D пространства P_n . Поместим точку A_0 подвижного репера $(A_0, A_1, \dots, A_l)$ в вершину A конуса. Тогда уравнение этого конуса принимает вид

$$a_{ij}x^i x^j = 0, \quad (1)$$

где $\det(a_{ij}) \neq 0$.

Здесь и в дальнейшем все латинские индексы принимают значения $1, 2, \dots, l$, а греческие индексы $0, 1, \dots, n$.

Уравнения инфинитезимальных перемещений репера A записываются в виде

$$dA_i = \omega_i^j A_j, \quad (2)$$

т.е. формы Пфаффа ω_i^j удовлетворяют структурным уравнениям проективного пространства

$$d\omega_i^j = \omega_i^k \wedge \omega_k^j, \quad (3)$$

Формы $\omega_0^i = \omega^i$ являются независимыми линейными комбинациями дифференциалов главных параметров. Назовем эти формы базисными формами. Тогда если точка A_0 неподвижна, то $\omega^i = 0$ и стационарная подгруппа точки A_0 определяется уравнениями

$$\delta A_0 = \pi_0^0 A_0, \quad \delta A_i = \pi_i^0 A_0 + \pi_i^j A_j, \quad (4)$$

где через δ обозначено дифференцирование по параметрам стационарной подгруппы, а $\pi_i^0 = \omega_i^0(\delta)$. Считая кроме того, что репер нормирован условием $(A_0, A_1, \dots, A_n) = 1$, мы получим

$$\omega_i^0 = \pi_i^0 = 0. \quad (5)$$

3. Найдем условия неподвижности точки $M = x^0 A_0 + x^i A_i$ при преобразованиях подвижного репера, определяемого уравнениями (2). Если точка M неподвижна, то $dM = \theta M$. Отсюда следует, что

$$dx^i = \theta x^i - x^j \omega_j^i. \quad (6)$$

При $\omega^i = 0$ эти уравнения принимают вид

$$\delta x^i = \theta x^i - x^j \pi_j^i, \quad \delta x^0 = \theta x^0 - x^i \pi_i^0 - x^0 \pi_0^0. \quad (7)$$

Эта система является условием инвариантности точки M при преобразованиях стационарной подгруппы.

Условия инвариантности гиперплоскости, базисными точками которой являются точки

$$M_i = x_i A_0 + A_i \quad (8)$$

записываются в виде $\delta M_i = \theta_i M_i$. Отсюда находим

$$\nabla_i x_j = -x_j \pi_0^0 - \pi_j^i, \quad (9)$$

где через ∇_i обозначен оператор ковариантного дифференцирования по параметрам стационарной подгруппы, такой, что

$$\nabla_i x_j = \delta x_j - x_j \pi_i^j.$$

Условия инвариантности конуса (1) по отношению к преобразованиям стационарной подгруппы находим из соотношения $\delta(a_{ij} x^i x^j) = \theta a_{ij} x^i x^j$. Учитывая (7), получим

$$\nabla_i a_{ij} \equiv \delta a_{ij} - a_{ik} \pi_j^k - a_{kj} \pi_i^k = \theta a_{ij}.$$

Это означает, что коэффициенты a_{ij} уравнения конуса (1) образуют относительный тензор. Нормируем коэффициенты уравнения конуса условием $a = \det(a_{ij}) = 1$. Тогда $\delta a = a^{ij} \delta a_{ij} = 0$. После подстановки значений a_{ij} из условий инвариантности конуса, получим $2\pi_i^i + \pi_0^0 = 0$.

Учитывая уравнение (5), находим $\theta = \frac{2}{n} \pi_0^0$.

Таким образом условие инвариантности конуса (1) записывается в виде:

$$\nabla_i a_{ij} = \frac{2}{n} a_{ij} \pi_0^0. \quad (10)$$

4. Найдем основные геометрические объекты и тензоры многообразия конусов (k) . Из соотношений (10) следует, что

$$\nabla a_{ij} = \frac{2}{n} a_{ij} \omega_0^n + \lambda_{ijk} \omega^k, \quad (11)$$

где через ∇ обозначен оператор ковариантного дифференцирования по всем параметрам проективной группы преобразований. Из (11), мы получим $\lambda_{ijk} = \lambda_{jik}$, а из условия $\det(a_{ij}) = 1$ — соотношение

$$a^{ij} \lambda_{ijk} = 0. \quad (12)$$

Далее, дифференцируя (11) внешним образом и применяя лемму Картана, находим

$$\nabla \lambda_{ijk} = -\frac{n-2}{n} \lambda_{ijk} \omega_0^n - a_{jk} \omega_i^n - a_{ik} \omega_j^n + \frac{2}{n} a_{ij} \omega_k^n + \lambda_{ijk} \omega^n. \quad (13)$$

Таким образом, величины λ_{ijk} вместе с тензором a_{ij} образуют геометрический объект—фундаментальный объект первого порядка. Величины λ_{ijk} симметричны по двум первым и двум последним индексам.

Введем тензор a^{ij} , обратный тензору a_{ij} , такой что $a^{ik} a_{ke} = \delta^i_e$. Дифференцируя это соотношение, находим $da^{ij} = -a^{ik} a^{ej} da_{ke}$, откуда

$$\nabla a^{ij} = -\frac{2}{n} a^{ij} \omega_0^n - a^{ik} a^{ej} \lambda_{ken} \omega^n. \quad (14)$$

Обозначив

$$\lambda_i = -\frac{n}{(n-1)(n+2)} a^{jk} \lambda_{ijk}, \quad (15)$$

находим

$$\nabla \lambda_i = -\lambda_i \omega_0^n + \omega_i^n + \lambda_{ijl} \omega^l. \quad (16)$$

Эти уравнения показывают, что величины λ_i образуют геометрический объект.

Далее, обозначив

$$a_{ijk} = \lambda_{ijk} + a_{ik} \lambda_j + a_{jk} \lambda_i - \frac{2}{n} a_{ij} \lambda_k, \quad (17)$$

получим

$$\nabla a_{ijk} = -\frac{n-2}{n} a_{ijk} \omega_0^n + \lambda_{ijk} \omega^n, \quad (18)$$

откуда следует, что a_{ijk} является относительным тензором. Этот тензор, симметричный по первым двум индексам, относится к окрестности первого порядка. Он удовлетворяет условиям

$$a^{ij} a_{ijk} = 0, \quad a^{jk} a^{ijl} = 0. \quad (19)$$

первое из которых следует из соотношения (12), а второе из (15) и (17). Дифференцируя (16) внешним образом и применяя лемму Картана, получим

$$\nabla \lambda_{ij} = -2\lambda_{ij} \omega_0^n - \lambda_i \omega_j^n - \lambda_j \omega_i^n + \lambda_{ijk} \omega^k. \quad (20)$$

где $R_{ij} = R_{ji}$
Обозначив

$$b_{ij} = \lambda_{ij} + \lambda_i^2 \pi_j \quad (21)$$

находим

$$\nabla_i b_{ij} = -2b_{ij}\pi_i^j + l_{ij}\pi^j.$$

Эти уравнения означают, что b_{ij} является относительным тензором. Этот тензор определяется окрестностью второго порядка многообразия (k) .

5. Область D проективного пространства P_n называется оснащенной, если к каждой ее точке A присоединена гиперплоскость π , не проходящая через точку A (4). Многообразие конусов (k) позволяет построить инвариантное оснащение области D , описываемой вершиной конуса. В самом деле, уравнения (16) при $\omega^j = 0$ принимают вид:

$$\nabla_i \lambda_j = -\lambda_i \pi_j^i + \pi_j^i \quad (22)$$

Сравнивая эти уравнения с условием инвариантности гиперплоскости (9), заключаем, что если взять $x_i = -\pi_i$, то точки (5) будут определять инвариантную гиперплоскость. Базисными точками этой гиперплоскости будут точки

$$M_i = A_i - \lambda_i A_n \quad (8')$$

Уравнение этой гиперплоскости можно записать в виде:

$$\lambda_i x^i + x^n = 0. \quad (23)$$

Таким образом, каждому конусу многообразия (k) мы поставили в соответствие гиперплоскость (23), внутренним образом связанную с этим многообразием и следовательно определили инвариантное оснащение области D .

Теперь можно выяснить геометрический смысл тензора b_{ij} . Дифференцируя соотношения (8) и учитывая (16) и (21), получим:

$$dM_i = -b_{ij}\pi^j A_n + (\omega_i - \lambda_i \pi^j) M_j \quad (24)$$

Отсюда видно, что тензор b_{ij} определяет перемещение инвариантной гиперплоскости (23). В частности, при $b_{ij} = 0$ гиперплоскость (23) будет неподвижной.

6. Определение. Многообразие конусов второго порядка называется конквадричным, если оно огибает некоторую неподвижную гиперквадрику.

Если конус (1) описан около некоторой гиперквадрики, то ее уравнение имеет вид:

$$Q = 2a_{ij}x^i x^j + (l_i x^i + x^n)^2 = 0, \quad (25)$$

где $l_i x^i + x^n = 0$ есть полярная гиперплоскость вершины конуса относительно этой гиперквадрики. С другой стороны, уравнение (25) при переменном x , будет определять пучок гиперквадрик, касающихся

се конуса (1). Следовательно, если известно, что многообразие конусов конквадрично, то в нуле гиперквадрика (25) есть неподвижная гиперквадрика.

Теорема 1. Для того, чтобы многообразие конусов (4) было конквадричным, необходимо и достаточно, чтобы

$$a_{12} = 0. \quad (26)$$

Необходимость. Пусть гиперквадрика (25) для некоторого значения α неподвижна. Тогда $dQ = 2Q \cdot Q$. Дифференцируя (25) с учетом уравнений (6) и приравнивая соответствующие коэффициенты левой и правой части полученного соотношения, получим:

$$\gamma (a_{1j} + l_j l_j) - l_j \omega_j^2 - l_j \omega_j^2 = 2(\Omega - 4)(a_{1j} + l_j l_j), \quad (27)$$

$$\gamma l_j - l_j \omega_j^2 - \omega_j^2 - (a_{1j} + l_j l_j) \omega_j^2 = 2(\Omega - 4)l_j, \quad (28)$$

$$- 2\omega_j^2 - 2l_j \omega_j^2 = 2(\Omega - 4). \quad (29)$$

Из уравнений (28) и (29) получается, что

$$\gamma l_j = -l_j \omega_j^2 + \omega_j^2 + (a_{1j} + l_j l_j) \omega_j^2. \quad (28')$$

Из (27) с учетом уравнений (29) и (28'), получим:

$$a_{1j} da + \frac{2(n+1)}{n} a a_{1j} \omega_j^2 + 2(l_{1j} + a_{1j} l_j + a_{1j} l_j + 2a_{1j} l_j) \omega_j^2 = 0.$$

Свертывая это соотношение с a^{ij} , находим $da = -\frac{2(n+1)}{n} (a_{1j} \omega_j^2 + l_j \omega_j^2)$. Подставляя значение da , получим:

$$l_{1j} + a_{1j} l_j + a_{1j} l_j - \frac{2}{n} a_{1j} l_j = 0.$$

Свертывая это соотношение с тензором a^{ij} , находим $l_j = l_j$. Следовательно, $a_{12} = 0$. Одновременно равенство $l_j = l_j$ показывает, инвариантная гиперплоскость (23), в этом случае совпадает с полярной гиперплоскостью точки A_0 относительно неподвижной гиперквадрики.

Достаточность. Пусть $a_{12} = 0$. Тогда

$$l_{1j} = -a_{1j} l_j - a_{1j} l_j + \frac{2}{n} a_{1j} l_j. \quad (28'')$$

Подставляя эти значения l_{1j} в (13) и учитывая, что $l_{1jk} = l_{1jk}$, найдем

$$a_{1j} \beta_{jk} - a_{1j} \beta_{jk} - a_{1j} \beta_{jk} + a_{1j} \beta_{jk} + \frac{2}{n} a_{1j} (\beta_{jk} - \beta_{jk}) = 0.$$

Свертывая это соотношение с a^{ij} и обозначая $\beta = \frac{1}{n} a^{ij} \beta_{ij}$, получим:

$$n \beta_{jk} + \frac{2}{n} (\beta_{jk} - \beta_{jk}) = n \beta a_{1j}. \text{ Откуда при } n \geq 2 \text{ следует, что } \beta_{1j} = \beta a_{1j}.$$

или $\lambda_{ij} = \beta a_{ij} - \lambda_i \lambda_j$. Подставляя эти значения λ_{ij} в (16) и (20) и учитывая, что $\mu_{ijk} = \mu_{kij}$, получим:

$$-2\omega_0^0 - 2\lambda_k \omega^k = \frac{n}{n+1} d \ln \beta,$$

$$\nabla \lambda_i - \lambda_i \omega_0^0 - \omega_i^0 - (\beta a_{ij} + \lambda_i \lambda_j) \omega^j = \frac{n}{n+1} d \ln \beta \cdot \lambda_i.$$

Наконец из (26'), найдем

$$\nabla (\beta a_{ij} + \lambda_i \lambda_j) - \lambda_i \omega_j^0 - \lambda_j \omega_i^0 = \frac{n}{n+1} d \ln \beta \cdot (\beta a_{ij} + \lambda_i \lambda_j).$$

Но последние уравнения являются условием неподвижности гиперквадрики $\beta a_{ij} x^i x^j + (\lambda_i x^i + x^0) = 0$, т. е. рассматриваемое многообразие конусов конквадрично.

7. Рассмотрим невырожденную квадрику размерности $n-2$, определяемую системой уравнений

$$a_{ij} x^i x^j = 0, \quad \xi_i x^i + x^0 = 0. \quad (30)$$

Конус (1) многообразия (k) проходит через эту квадрику. Имеет место следующая теорема:

Теорема 2. Для того, чтобы все конусы многообразия (k) проходили через неподвижную, невырожденную квадрику размерности $(n-2)$, необходимо и достаточно, чтобы

$$a_{i,k} = 0, \quad b_{ij} = 0. \quad (31)$$

Необходимость. Пусть квадрика (30) неподвижна. Тогда неподвижна и гиперплоскость, определяемая вторым уравнением (30). Условие ее неподвижности имеет вид:

$$\nabla \xi_i = -\xi_i \omega_0^0 + \omega_i^0 - \xi_i \xi_j \omega^j. \quad (32)$$

Далее, условие неподвижности $(n-2)$ -квадрики (30), лежащий в этой плоскости запишется в виде

$$d(a_{ij} x^i x^j) \equiv 2\Omega a_{ij} x^i x^j \mod \xi_i x^i + x^0 = 0.$$

Отсюда, используя уравнения (6), получим:

$$\frac{2}{n} a_{ij} \omega_0^0 + (b_{ijk} + a_{ik} \xi_j + a_{jk} \xi_i) \omega^k = 2(\Omega - \Theta) a_{ij}.$$

Свертывая это соотношение сначала с a^{ij} , а потом с a^{jk} , найдем

$$\Omega - \Theta = \frac{1}{n} (\omega_0^0 + \xi_k \omega^k), \quad \xi_i = \lambda_i,$$

в силу чего $a_{i,k} = 0$, $b_{ij} = 0$. Так как $\xi_i = \lambda_i$, то неподвижная гиперплоскость $\xi_i x^i + x^0 = 0$ совпадает с плоскостью π инвариантно присоединенную к конусу многообразия (k) .

Достаточность. Пусть $a_{i,k} = 0$ и $b_{ij} = 0$. Второе из этих ус-

լովի՝ օзначает, что гиперплоскость (23) неподвижна. Рассмотрим теперь $n - 2$ -квадрику, высекаемую на этой гиперплоскости конусом (1). Из первого условия теоремы следует, что

$$d(a_{ij}x^i x^j) = 2\mathfrak{Q}a_{ij}x^i x^j \mod x^i + x^0 = 0,$$

в силу чего $n - 2$ -квадрика, по которой конус (1) пересекается с гиперплоскостью (23) будет неподвижной.

8. Свяжем с многообразием (k) многообразие интегральных кривых уравнения Монжа

$$a_{ij}\omega^i \omega^j = 0. \quad (33)$$

О п р е д е л е н и е. Асимптотической линией многообразия (k) называется интегральная кривая уравнения (33), соприкосающаяся плоскость которой касается конуса многообразия. Уравнение касательной гиперплоскости конуса для образующей, определяемой формами ω^i , имеет вид:

$$a_{ij}\omega^i x^j = 0. \quad (34)$$

Если линия асимптотическая, то точки A_0 , dA_0 и d^2A_0 должны находиться на касательной гиперплоскости (34). Отсюда, так как $d^2A_0 = (\dots)A_0 + (\nabla\omega^i + \omega_0^0\omega^i)A_i$, находим $a_{ij}\omega^i \nabla\omega^j = 0$. Следовательно уравнение асимптотических линий имеет вид $a_{ij}\omega^i \omega^j = 0$ и $a_{ij}\omega^i \nabla\omega^j = 0$. Дифференцируя (33) и учитывая последнюю систему, получим:

$$a_{ij}\omega^i \omega^j = 0, \quad a_{ijk}\omega^i \omega^j \omega^k = 0. \quad (35)$$

Таким образом, асимптотические направления на конусе многообразия (k) высекаются конусом третьего порядка, определяемым вторым уравнением (35). При $n = 3$ на каждом конусе многообразия имеется шесть асимптотических направлений. Так как тензор a_{ij} удовлетворяет соотношению (19), то нетрудно доказать справедливость следующей теоремы.

Т е о р е м а 3. Для того, чтобы все интегральные линии уравнения (33) были асимптотическими, необходимо и достаточно, чтобы

$$a_{(1)k} = 0.$$

Кироваканский педагогический
институт

Լ. Պ. ՍԱՅԱՐՅԱՆ

Կոնական բազմաձևությունների մի ճանի դասերի մասին

Հաղորդման մեջ ուսումնասիրված է երկրորդ կարգի կոնների n -պարամետրանի բազմաձևությունները պրոնկտիվ տարածության մեջ: Կառուցված է ինվարիանտ տեսությունը (оснащение) և տրված է ինվարիանտ խառակտերիստիկան նման բազմաձևությունների մի ծանր մասնավոր դասերի համար:

ЛИТЕРАТУРА — ЭРИЦЦЪПРРВОРЪ

¹ *Gucorgiev*, An. st. Univ. Jasi, n. 1, t. VIII (1962) p. 353—367. ² *D. Rimer*, An. st. Univ. Jasi, n. 1, t. XIV (1964) p. 137—147. ³ Г. Ф. Липшев, Дифференциальная геометрия погруженных многообразий. Труды матем. об-ва., т. 2, М., 1953. ⁴ А. И. Нордин, Пространства аффинной связности, М., 1950. ⁵ В. С. Малаховский, Многообразия алгебраических элементов в n -мерном проективном пространстве. Геометрический сборник, вып. 3. Изд. Томского ун-та, Томск, 1963, стр. 28—43.

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ

УДК 539.30

Р. С. Минасян

К решению задачи косого изгиба парой сил составного призматического бруса в квадратичной теории упругости

(Представлено чл. корр. АН Армянской ССР О. М. Сапонджяном 28/XI 1969)

Задача чистого косого изгиба однородного призматического бруса при квадратичных физических и геометрических зависимостях была решена А. И. Пожалостиным и П. М. Ризом (¹), а при линейных физических и квадратичных геометрических зависимостях Р. С. Минасяном и Н. Н. Мустафаяевой (²).

Та же задача при квадратичных физических и геометрических зависимостях для составного бруса решена автором (³).

Представляет интерес решение рассматриваемой задачи для составного бруса при линейных физических и квадратичных геометрических зависимостях, что однако невозможно получить из упомянутого решения (³).

В настоящей статье ставится задача — дать такое решение задачи чистого косого изгиба составного бруса в квадратичной теории упругости из которого можно было бы получить:

- а) решение при линейных физических и квадратичных геометрических зависимостях;
- б) решение при квадратичных, как физических так и геометрических зависимостях.

Заметим при этом, — из нижеизложенного решения, решение в постановке „б“ получается значительно проще опубликованного автором в упомянутой выше статье (³).

Предположим, что имеем призматический брус, состоящий из m не касающихся друг друга параллельных стержней различных материалов (с упругими постоянными $\lambda_j, \mu_j, E_j, \nu_j$), окруженных упругой средой (с упругими постоянными $\lambda_0, \mu_0, E_0, \nu_0$). Образующие боковых поверхностей составляющих стержней и упругой среды параллельны.

Поперечное сечение такого составного бруса состоит из S_j односвязных областей с границами $L_j (j = 1, 2, \dots, m)$, соответствующим

щих стержням в области S_0 , соответствующей окружающему материалу с границей $L = L_1 + L_2 + \dots + L_{n-1}$.

Следуя Н. И. Мусхелишвили⁽⁴⁾ и А. К. Рухадзе⁽⁵⁾, примем начало координат в обобщенном центре инерции закрепленного основания, оси Ox и Oy направим по его обобщенным главным осям, а ось Oz — параллельно образующим боковых поверхностей F_1 .

Положим, что объемные силы отсутствуют, боковая поверхность свободна от внешних напряжений, а заданные действующие внешние силы на свободном основании эквивалентны двум парам сил с моментами M_1 и M_2 , расположенными соответственно в плоскостях Ox и Oy .

Задачу решаем с учетом деформированного состояния бруса, используя при этом соотношения, установленные А. К. Рухадзе⁽⁵⁾.

Примем:

$$u = \frac{1}{2} \beta_1 [z^2 + z_1 (v^2 - v_1^2)] + \beta_1 u^{(2)} + \beta_2 (z_1 z + u^{(2)}) + \beta_1^2 u_1 + \beta_2^2 u_2 + \beta_1 \beta_2 u',$$

$$v = \beta_1 (z_1 z + v^{(2)}) + \frac{1}{2} \beta_2 [z^2 + z_1 (v^2 - v_1^2)] + \beta_2 v^{(2)} + \beta_1^2 v_1 + \beta_2^2 v_2 + \beta_1 \beta_2 v',$$

$$w = -(\beta_1 z + \beta_2 z_1)z + \beta_1^2 w_1 + \beta_2^2 w_2 + \beta_1 \beta_2 w'. \quad (1)$$

где

$$\beta_1 = J_{22} M_1, \quad \beta_2 = -J_{21}^{-1} M_2,$$

$$J_{22} = \sum_i \int \int \int E_i^{(2)} d\Omega d\tau, \quad J_{21} = \sum_i \int \int \int E_i^{(2)} \tau d\Omega d\tau,$$

$$E_i^{(2)} = E_i - \lambda_i p^{(2)}, \quad E_i^{(1)} = E_i \tau - \lambda_i p^{(1)}, \quad \theta^{(1)} = \frac{\partial u^{(1)}}{\partial z} + \frac{dv^{(1)}}{dz_1}; \quad (2)$$

u_1, v_1 , а также u_2, v_2 — известные функции (вторичные эффекты при чистом изгибе — первые парой M_1 , вторые — M_2), $u^{(2)}, v^{(2)}$ и $u^{(1)}, v^{(1)}$ — решение в смещениях второй и третьей вспомогательных задач о плоском деформированном состоянии^(4,5), u', v', w' — искомые функции, x, y, z — координаты точки до деформации.

В соответствии с поставленной задачей, во всех последующих вычислениях будем сохранять лишь члены с коэффициентами β_1, β_2 и $\beta_1 \beta_2$ (последние выражают взаимовлияние двух чистых изгибов).

Зависимость между компонентами напряжений и деформаций примем в квадратичной форме, предложенной Ф. Д. Мернаханом с постоянными, определенными по гипотезе Н. В. Зволинского и П. М. Риза⁽⁶⁾, то есть в виде:

$$\sigma_{11} = \lambda_1 (\epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33}) + 2\mu_1 \epsilon_{11} + \lambda \left[\frac{3}{2} (\lambda_1 + 2\mu_1) \epsilon_{11}^{(2)} + \frac{\lambda_1}{2} (\epsilon_{22}^2 + \epsilon_{33}^2) - \right.$$

$$= (\lambda_j + 2\mu_j)(\epsilon_{11} + \epsilon_{22})\epsilon_{11} - 2\mu_j\epsilon_{12}\epsilon_{12} + (3\lambda_j + 5\mu_j)(\epsilon_{12}^2 + \epsilon_{22}^2) + 3\lambda_j\epsilon_{11}^2 \quad (3)$$

Постоянная k введена автором. При $k = 0$ получаем закон Гука, а при $k = 1$ квадратичную зависимость между компонентами напряжений и деформаций.

Следуя последовательности вычислений, изложенной в работе (1), вычисляем компоненты напряжений по формулам (3):

$$\begin{aligned} \tau_{11} &= \beta_1 \tau_{11}^{(2)} + \beta_2 \tau_{11}^{(3)} + \beta_3 \beta_4 (\tau_{11}^{(20)} + \tau_{11}'), \\ \tau_{12} &= \beta_1 \tau_{12}^{(2)} + \beta_2 \tau_{12}^{(3)} + \beta_3 \beta_4 (\tau_{12}^{(20)} + \tau_{12}'), \\ \tau_{22} &= \beta_1 E_j^{(2)} + \beta_2 E_j^{(3)} + \beta_3 \beta_4 (\tau_{22}^{(20)} + \tau_{22}'), \\ \tau_{33} &= \beta_3 \beta_4 \left[-\mu_j \left(\frac{\partial u^{(2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial u^{(3)}}{\partial \eta} + \tau \right) \zeta + \tau_{33} \right], \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \tau_{11}^{(20)} &= -\lambda_j \sigma_j \zeta \eta + \mu_j (X_x^{(20)} + X_x^{(30)} + X_x^{(200)}) + 2(k-1)\lambda_j^* \zeta \eta, \\ \tau_{11}^{(30)} &= \mu_j (X_y^{(30)} + X_y^{(20)} + X_y^{(200)}), \\ \tau_{12}^{(20)} &= (4E_j - 2\lambda_j \sigma_j) \sigma_j \zeta \eta + 2(k-1)E_j^* \zeta \eta + \mu_j (Z_x^{(20)} + Z_x^{(30)} + Z_x^{(200)}), \end{aligned} \quad (5)$$

причем

$$\begin{aligned} X_x^{(20)} &\equiv X_x^{(20)} = (1 - \sigma_j) \tau_{11}^{(20)} + \lambda_j \sigma_j \zeta U^{(20)} - 2\mu_j \sigma_j \zeta \frac{\partial v^{(2)}}{\partial \xi} + (k-1) \sigma_j^* \tau_{11}^{(20)}, \\ Y_y^{(20)} &\equiv Y_y^{(20)} = (1 - \sigma_j) \tau_{12}^{(20)} + \lambda_j \sigma_j \zeta U^{(20)} + 2\mu_j \sigma_j \zeta \frac{\partial u^{(2)}}{\partial \eta} + (k-1) \sigma_j^* \tau_{12}^{(20)}, \\ Z_x^{(20)} &\equiv Z_x^{(20)} = (E_j - 2\lambda_j \sigma_j) \tau_{12}^{(20)} + \lambda_j \sigma_j \zeta U^{(20)} + (k-1)(E_j + \lambda_j \sigma_j) \tau_{12}^{(20)}, \\ X_y^{(20)} &\equiv X_y^{(20)} = (1 - \sigma_j) \tau_{12}^{(20)} - \mu_j \sigma_j \zeta V^{(20)} + (k-1) \sigma_j^* \tau_{12}^{(20)}, \\ X_x^{(200)} &\equiv X_x^{(200)} = \tau_{12}^{(20)} \frac{\partial u^{(2)}}{\partial \eta} + \tau_{12}^{(30)} \frac{\partial u^{(2)}}{\partial \eta} - \tau_{11}^{(20)} \frac{\partial v^{(2)}}{\partial \xi} - \tau_{11}^{(30)} \frac{\partial v^{(2)}}{\partial \xi} + \\ &\quad + \frac{\lambda_j + \mu_j}{2} U^{(20)} U^{(30)} + (k-1) \left[\frac{3\lambda_j + 5\mu_j}{2} \mu_j^{-2} \tau_{12}^{(20)} \tau_{12}^{(30)} + \right. \\ &\quad \left. + 3(\lambda_j + 2\mu_j) \frac{\partial u^{(2)}}{\partial \xi} \frac{\partial u^{(3)}}{\partial \eta} + 3\lambda_j \frac{\partial v^{(2)}}{\partial \eta} \frac{\partial v^{(3)}}{\partial \eta} - \frac{\partial v^{(2)}}{\partial \xi} \tau_{11}^{(30)} - \frac{\partial v^{(3)}}{\partial \xi} \tau_{11}^{(20)} \right], \quad (6) \\ Z_x^{(200)} &\equiv Z_x^{(200)} = \lambda_j \left(\frac{1}{2} U^{(20)} U^{(30)} - 2 \eta^{(20)} \eta^{(30)} \right) + (k-1) \lambda_j \left[\eta^{(20)} \eta^{(30)} - \right. \\ &\quad \left. - 3 \left(\frac{\partial u^{(2)}}{\partial \xi} \frac{\partial v^{(3)}}{\partial \eta} + \frac{\partial u^{(3)}}{\partial \xi} \frac{\partial v^{(2)}}{\partial \eta} \right) + 3\mu_j^{-2} \tau_{12}^{(20)} \tau_{12}^{(30)} \right], \\ X_y^{(200)} &\equiv X_y^{(200)} = \frac{\lambda_j + \mu_j}{2} V^{(200)} - \mu_j \left(\frac{\partial u^{(2)}}{\partial \xi} \frac{\partial u^{(3)}}{\partial \eta} + \frac{\partial u^{(3)}}{\partial \xi} \frac{\partial u^{(2)}}{\partial \eta} + \right. \end{aligned}$$

$$+ \frac{\partial v^{(l)}}{\partial \xi} \frac{\partial v^{(n)}}{\partial \eta} + \frac{\partial v^{(n)}}{\partial \xi} \frac{\partial v^{(l)}}{\partial \eta} \Big) = \frac{\lambda_j^{**}}{2} (k-1) T^{(n)},$$

$$T^{(n)} = \theta^{(l)} \tau_{12}^{(n)} + \theta^{(n)} \tau_{12}^{(l)}, \quad l=2, \quad n=3, \quad U^{(l)} = \frac{\partial u^{(l)}}{\partial \eta} - \frac{\partial v^{(l)}}{\partial \xi},$$

$$\lambda_j^* = 1,5 \lambda_j (1 - \sigma_j), \quad \sigma_j^* = 1 + 2\sigma_j, \quad E_j^* = 2\lambda_j^* \sigma_j + (1,5 + 2\sigma_j) E_j,$$

$$\lambda_j^{**} = 0,5 (\lambda_j + 3\mu_j)$$

$\Lambda_i^{(2)}, Y_i^{(2)}, X_i^{(2)}, Z_i^{(2)}, \tau_{11}, \tau_{22}$ получаются соответственно из $Y_i^{(2)}, X_i^{(2)}, \Lambda_i^{(2)}, Z_i^{(2)}, \tau_{11}, \tau_{22}$ перестановкой ξ и η , заменой $u^{(2)}$ на $v^{(2)}$, $v^{(2)}$ на $u^{(2)}$, нижнего индекса $.1^*$ на $.2^*$.

Уравнения равновесия, отнесенные к деформированному состоянию, соответствующие напряжениям (4), после ряда преобразований, представляются так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau'_{11}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tau'_{12}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tau'_{13}}{\partial \zeta} + \mu_j \frac{\partial V_\xi}{\partial \xi} &= 0, \\ \frac{\partial \tau'_{21}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tau'_{22}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tau'_{23}}{\partial \zeta} + \mu_j \frac{\partial V_\eta}{\partial \eta} &= 0, \\ \frac{\partial \tau'_{31}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tau'_{32}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tau'_{33}}{\partial \zeta} - \mu_j N\zeta &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$V_\xi = -(1 + \lambda_j \mu_j^{-1} \sigma_j) \xi \eta + 2(k-1) \left(\lambda_j^* \mu_j^{-1} \xi \eta + \frac{\mu_j + 2\lambda_j}{\mu_j} \int_0^\xi \theta^{(2)} d\xi \right) + \\ + H^{(2)} + H^{(3)} + V_\xi^{(23)},$$

$$\begin{aligned} \mu V^{(23)} \equiv \mu V^{(n)} &= \mu_j \left(2 \frac{\lambda_j^{**}}{\mu_j^{**}} U^{(l)} U^{(n)} - \mu_j^{-1} \mu_j^{**} \theta^{(l)} \theta^{(n)} \right) + \\ + (k-1) \left[\lambda_j \left(\frac{\partial u^{(l)}}{\partial \xi} \frac{\partial u^{(n)}}{\partial \xi} + \frac{\partial v^{(l)}}{\partial \eta} \frac{\partial v^{(n)}}{\partial \eta} \right) - \mu_j^{**} \left(\frac{\partial u^{(l)}}{\partial \xi} \frac{\partial v^{(n)}}{\partial \eta} + \right. \right. \\ + \left. \frac{\partial u^{(n)}}{\partial \xi} \frac{\partial v^{(l)}}{\partial \eta} \right) &+ \frac{3\lambda_j + 5\mu_j}{2\mu_j^2} \tau_{12}^{(l)} \tau_{12}^{(n)} + \lambda_j^{**} \left(2 \frac{\partial u^{(l)}}{\partial \xi} \frac{\partial u^{(n)}}{\partial \xi} + \right. \\ + \left. \left. \frac{1}{2} \int_0^\xi \frac{\partial \Gamma^{(ln)}}{\partial \eta} d\xi \right) \right], \end{aligned}$$

$$\mu_j \frac{\partial H^{(l)}}{\partial \xi} = \mu_j \frac{\partial v^{(l)}}{\partial \xi} + \frac{\lambda_j^{**}}{\mu_j^{**}} \xi \frac{\partial U^{(l)}}{\partial \xi} - (1-k) \sigma_j^* \tau_{12}^{(l)},$$

$$N = (1 + \lambda_j \mu_j^{-1}) \left(\frac{\partial \theta^{(l)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \theta^{(n)}}{\partial \eta} \right), \quad (8)$$

$$\mu_j \frac{\partial H^{(n)}}{\partial \eta} = \frac{1}{2} \tau_{22}^{(n)} + \frac{\lambda_j}{2} \frac{\lambda_j^{**}}{\mu_j^{**}} \xi \frac{\partial U^{(n)}}{\partial \eta} + (1-k) \sigma_j^* \tau_{11}^{(n)}, \quad l=2, \quad n=3.$$

$$\mu_j^* = \frac{\lambda_j + \mu_j}{2}, \quad \mu_j^{**} = \lambda_j + 2\mu_j$$

$H^{(2)}$ и $V_j^{(2)}$, получаются соответственно из $H^{(2)}$ и $V_j^{(2)}$ вышеуказанной перестановкой.

Учитывая, что зависимость между $\tau_{11}, \tau_{22}, \dots$ и соответствующими компонентами деформаций линейная, нетрудно составить условия совместности в напряжениях, соответствующие уравнениям равновесия (7).

Граничные условия, отнесенные к деформированному состоянию, представляются так:

$$\left\{ X_n^* + X_n^{**} + \left[\zeta^2 + \frac{\lambda_j}{2} (\xi \theta^{(2)} - \tau_1 \theta^{(1)}) + \mu B^{(2)} \right] \cos \widehat{n \tau_1} \right\}_I = \{\dots\}_0, \quad (9)$$

$$\left\{ Y_n^* + Y_n^{**} + \left[\zeta^2 + \frac{\lambda}{2} (\tau_1 \theta^{(1)} - \xi \theta^{(2)}) + \mu C^{(2)} \right] \cos \widehat{n \xi} \right\}_I = \{\dots\}_0, \quad (Z_n^* + Z_n^{**})_I = \{\dots\}_I$$

$$X_n^* = \frac{\lambda_j}{2} (\xi U^{(2)} - \tau_1 U^{(1)}) - \lambda_j \sigma_j \xi \tau_1 + 2(k-1)[\lambda^* \xi \tau_1 \cos \widehat{n \xi} + \sigma_j (\xi X_n^{(1)} + \tau_1 X_n^{(2)})] + \mu_j A_j^{(2)},$$

$$Z_n^* = \mu_j \left[\frac{du^{(3)}}{dn} + \frac{dv^{(2)}}{dn} + (1 + 2\sigma_j)(\tau_1 \cos \widehat{n \xi} + \xi \cos \widehat{n \tau_1}) \right],$$

$$X_n^{(1)} = \tau_{11}^{(1)} \cos \widehat{n \xi} + \tau_{12}^{(1)} \cos \widehat{n \tau_1} \dots$$

$$\mu_j A_j^{(2)} \equiv \mu_j A_j^{(12)} = \tau_{11}^{(1)} \frac{\partial v^{(2)}}{\partial \eta} + \tau_{11}^{(2)} \frac{\partial v^{(1)}}{\partial \eta} - \tau_{12}^{(1)} \frac{\partial u^{(2)}}{\partial \eta} - \tau_{12}^{(2)} \frac{\partial u^{(1)}}{\partial \tau_1} + X_n^{(12)}, \quad (10)$$

$$\mu_j B_j^{(22)} \equiv \mu_j B_j^{(12)} = \tau_{12}^{(1)} \frac{\partial u^{(2)}}{\partial \xi} + \tau_{12}^{(2)} \frac{\partial u^{(1)}}{\partial \xi} - \tau_{11}^{(1)} \frac{\partial v^{(2)}}{\partial \xi} - \tau_{11}^{(2)} \frac{\partial v^{(1)}}{\partial \xi} + X_n^{(12)},$$

$Y_n^*, C^{(2)}$, получим соответственно из X_n^* и $B^{(2)}$, вышеуказанной перестановкой.

Итак, требуется найти $\tau_{11}, \tau_{22}, \dots$, которые удовлетворяли бы уравнениям равновесия (7), условиям совместности и граничным условиям (9). Задачу решаем полуобратным методом Сен-Венана.

Зададимся видом искомых компонентов напряжений и составим некоторый произвол, за счет которого удовлетворим всем необходимым условиям. Примем:

$$\tau_{11}^i = \tau_{11}^{(0)} + \sigma_{11}^{(0)}, \quad \tau_{22}^i = \tau_{22}^{(0)} + \sigma_{22}^{(0)}, \quad \tau_{11}^i = -\mu_j \omega_j^i \zeta + \mu_j (C_j^i + \tau^* I)(\varphi_j^i - \tau_1),$$

$$\tau_{22}^i = \tau_{22}^{(0)} + \alpha^* E_j^{(1)} + \beta_1^* E_j^{(2)} + \beta_2^* E_j^{(3)}, \quad \tau_{21}^i = -\mu_j \omega_j^i \zeta + \mu_j (C_j^i + \tau^* I)(\varphi_j^i + \xi),$$

$$\tau_{12}^i = -\mu_j \left[\zeta^2 + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{c}{2} (\xi^2 - \tau_1^2) \right] + \sigma_{12}^{(0)}, \quad (11)$$

где

$$\begin{aligned}\tau_{11}^{(0)} &= \mu_j \left(\omega - V_\xi + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} - c\varphi \right), & \sigma_{jj}^{(0)} &= \alpha^* \tau_{jj}^{(1)} + \beta_1^* \tau_{jj}^{(2)} + \beta_2^* \tau_{jj}^{(3)}, \\ \tau_{22}^{(0)} &= \mu_j \left(\omega - V_\eta + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} - c\varphi \right), & \omega &= u^{(3)} + v^{(2)} + (1 + 2\alpha_j) \xi \eta\end{aligned}\quad (12)$$

$$\tau_{33}^{(0)} = \mu_j [-2\omega + \mu_j^{-1} E_j \xi \eta - \sigma_j (V_\xi + V_\eta) + \sigma_j \Delta \Phi + 2c\varphi],$$

l — длина бруса, φ — известная функция кручения (4).

Система напряжений (12) удовлетворяет уравнениям равновесия (7). Условия совместности и граничные условия (9) будут удовлетворены, если неизвестная функция Φ определена условиями:

$$\Delta \Delta \Phi = \frac{\partial^2 V_\xi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 V_\eta}{\partial \xi^2} + (1 - \alpha_j)^{-1} \left[N - \sigma_j \left(\frac{\partial^2 V_\xi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 V_\eta}{\partial \eta^2} \right) \right]$$

в областях S_j

$$\begin{aligned}\mu_j \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right)_j - \mu_0 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \xi} \right)_0 &= \int_s \left\{ \left[\mu A^* - \mu \frac{c}{2} (\xi^2 - \eta^2) + (k - 1) T^{(23)} \right] \cos \widehat{n\xi} + \right. \\ &\quad \left. + (\mu B^* + E \xi \eta) \cos \widehat{n\eta} + 2(k - 1) \sigma (\xi Y_n^{(3)} + \eta Y_n^{(2)}) - \right.\end{aligned}$$

$$\left. - (k - 1) \cos \widehat{n\eta} \int_s \left[2(\mu + 2\lambda) \theta^{(2)} + \frac{\partial T^{(23)}}{\partial \xi} \right] d\eta \right\} ds - \int_s \left[\dots \right] ds$$

$$\mu_j \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right)_j - \mu_0 \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \eta} \right)_0 = \int_s \left\{ (-E \xi \eta - \mu B^* + \mu c\varphi) \cos \widehat{n\xi} + \right.$$

$$\left. \left[\mu A^* + \mu \frac{c}{2} (\xi^2 - \eta^2) - (k - 1) T^{(23)} \right] \cos \widehat{n\eta} + (k - 1) \cos \widehat{n\xi} \int_s \left[2(\mu + 2\lambda) + \frac{\partial T^{(23)}}{\partial \eta} \right] d\xi - \right.$$

$$\left. - 2\sigma (k - 1) (\xi X_n^{(3)} + \eta X_n^{(2)}) \right\} ds - \int_s \left\{ \dots \right\}_0 ds$$

на контурах L_j ($j = 1, 2, \dots, m + 1$, $\mu_{m+1} \equiv 0$), где

$$A_j^* = \frac{\lambda_j}{2} \mu_j^{-1} (\eta \theta^{(3)} - \xi \theta^{(2)}) + K^{(23)},$$

$$B_j^* = \frac{\lambda_j}{2} \mu_j^{-1} (\xi U^{(2)} - \eta U^{(3)}) - N^{(23)} - H^{(3)} - H^{(2)} + u^{(3)} + v^{(2)}, \quad (13)$$

$$K^{(23)} \equiv K^{(ln)} = \mu_j^{-1} \mu_j^* (U^{(l)} \theta^{(n)} + U^{(n)} \theta^{(l)}), \quad N^{(23)} \equiv N^{(ln)} =$$

$$= -\mu_j^{-1} \mu_j^* \left(\mu_j^* \theta^{(l)} \theta^{(n)} + \frac{1}{\mu_j^*} U^{(l)} U^{(n)} \right), \quad l = 1, \quad n = 2 \quad (13)$$

Используя формулу Грина доказывается, что $\mu \frac{\partial \Phi}{\partial \xi}$, $\mu \frac{\partial \Phi}{\partial \eta}$, Φ однозначны при обходе контуров L , при

$$c = D^{-1} (J_{22} - J_{22} + \sum_j \int_{S_j} \int [\mu K^{(2)} + \lambda (\eta b^{(2)} - \xi \theta^{(2)})] d\xi d\eta,$$

где D жесткость бруса при кручении.

Постоянные α^* , β_1^* , β_2^* , τ^* определяются из условия равенства усилий на торце $\xi = l$ парам M_2 и M_1 .

Заменяя в формулах (4) τ_{11} , τ_{22} , ... их значениями, получим окончательные выражения напряжений взаимовлияния двух чистых изгибов, которые при $k = 0$ соответствуют решению задачи в постановке „а“, а при $k = 1$ в постановке „б“.

Нетрудно установить из полной системы напряжений, что при чистом косом изгибе нейтральная ось не проходит через центр инерции сечения; в сечениях $\xi = C$ имеют место также напряжения τ_{11} и τ_{22} (так как напряжения отнесены к деформированному состоянию).

Характерно при этом, что чистый косой изгиб сопровождается кручением, напряжения от которого пропорциональны $\tau^* = D^{-1} (J_{22} - J_{11})$.

Азербайджанский институт нефти и химии
им. М. Алишбекова

Н. И. ИСХАНСАН

Բաղադրյալ պրիզմատիկ ձողի ուժազույգով բեխ ծոման խնդրի լուծման շուրջը առաձգականության ֆառակուսային տեսության մեջ

Փոքր պարամետրի ներմուծման մեթոդով հաղվածում գիտարկվում է առաձգական միջավայրով շրջապատված մի շարք զուգահեռ առաձգական ձողերից կազմված բաղադրյալ պրիզմատիկ ձողի ուժազույգով բեխ ծոման խնդիրը:

Անթադրվում է, որ ձողի մի ծայրն ամրակցված է, իսկ մյուս ազատ ծայրում կիրառված տված բոլոր ուժերը բերվում են ձողի զիջավոր տարրեր հարթություններում գտնվող ուժազույգերի:

Խնդիրը բերվում է, ձողի լայնական կտրվածքի բաղադրյալ տիրույթում բիհարմոնիկ ֆունկցիայի որոշման:

Ստացված ընդհանուր լուծումը իր մեջ բեղգրկում է հետևյալ երկու դեպքերը.

ա) խնդիրը ֆիզիկորեն գծային է, երկրաչափորեն թառակուսային:

բ) խնդիրը ինչպես ֆիզիկորեն, այնպես էլ երկրաչափորեն թառակուսային է:

ЛИТЕРАТУРА — Գ Ր Ա Վ Ա Ն Ո Ւ Ք Յ Ո Ւ Ն

- ¹ А. И. Пожалоустин и П. М. Риз, Прикл. мат. и мех., т. VI, 1942. ² Р. С. Минасян, И. И. Мустафаева, Известия АН Азерб. ССР, № 4, 1968. ³ Р. С. Минасян, Труды Груз. Политех. института, № 2, 1955. ⁴ Н. И. Мусхелишвили, Некоторые основные задачи математической теории упругости, Изд. третье, М.—Л., 1949. ⁵ А. К. Рухадзе, Труды Груз. Политех. института, № 30, 1954. ⁶ Н. В. Зволлинский и П. М. Риз, Изв. АН СССР, отд. тех. наук, № 8—9, 1938.

УДК 537.235 + 548.567

В. М. Арутюнян, А. О. Мелikian

Эффекты радиационного затухания в поле интенсивной плоской волны

(Прислано в редакцию АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляном 10/X 1969)

Вопрос о естественной ширине возбужденного уровня атома был впервые решен Вигнером и Вайскопфом (¹). Принятая интерпретация их результата заключается в том, что возбужденному состоянию атома приписывается комплексная энергия, мнимая часть которой со знаком минус равна половине полной вероятности излучения фотона в единицу времени. Однако при наличии интенсивной электромагнитной волны, влияющей на атом, как показано ниже, добавляя к энергии атома мнимую часть, нельзя получить правильный закон распада. Для исследования этого вопроса необходимо обратиться к квантовой электродинамике.

Возьмем гамильтониан системы «атом и резонансное излучение» в следующем виде ($\hbar = c = 1$):

$$H = \sum_k \omega_k c_k^\dagger c_k + \omega_0 \sigma^+ \sigma^- + \sigma^+ \sum_k \beta_{k+} c_{k+} + \sigma^- \sum_k \beta_{k-} c_{k-} \quad (1)$$

c_k — оператор уничтожения кванта с импульсом $\vec{k}$ и поляризацией λ , ω_k — частота атомного перехода, σ^+ и σ^- — матрицы Паули, $\beta_{\pm}$ — матричный элемент, который в дипольном приближении равен

$$\beta_{\pm} = -i \sqrt{\frac{2\pi\omega_k}{V}} (\vec{e}_{\pm} \cdot \vec{d}),$$

где V — объем квантования, $\vec{e}_{\pm}$ — вектор поляризации фотона, а $\vec{d}$ — матричный элемент дипольного момента. В этом представлении состояние поля описывается, как обычно, функциями чисел заполнения, а состояние атома — спинорами χ^+ и χ^- , причем первый соответствует атому в возбужденном состоянии, второй — в основном. Пусть невозмущенное состояние системы было $\chi^- |n, \lambda, \rangle$, т. е. атом в основном состоянии и λ фотонов, причем $\lambda \gg 1$. После поглощения одного фотона система перейдет в состояние $\chi^+ |n-1, \rangle$, которое и распадается с испусканием кванта с $\vec{k} = \vec{k}_0$. Будем учитывать точно взаимодействие атома с сильным полем и учесть переизлучение только одного кван-

та с $\vec{k} \neq \vec{k}_0$. В этом приближении волновая функция системы имеет вид:

$$\Phi = A\chi^+ |n-1\rangle + B\chi^- |n\rangle + \sum_{k=k_0} B_k \chi^- |n-1, 1_k\rangle. \quad (2)$$

Выпишем уравнения для амплитуд A , B , B_k

$$\begin{aligned} i\dot{A} &= [(n-1)\omega + \omega_0] A + \sqrt{n}\beta B + \sum_{k=k_0} \beta_k B_k; \\ i\dot{B} &= n\omega B + \sqrt{n}\beta A; \\ i\dot{B}_k &= [(n-1)\omega + \omega_0] B_k + \beta_k A, \end{aligned} \quad (3)$$

где для удобства опущены индексы у величин ω_k и β_k . Здесь не учтены состояния типа $\chi^+ |n-2, 1_k\rangle$, поскольку, как можно показать, они дают вклад порядка $\frac{1}{n}$ от основных величин. Будем искать решение этой системы в виде $\sim \exp[-i(\lambda + n\omega)t]$. Для λ получим уравнение

$$\lambda + \lambda - \frac{n}{\lambda} \beta^2 = \sum_k \frac{|\beta_k|^2}{\lambda + \omega - \omega_k}, \quad (4)$$

где $\lambda = \omega - \omega_0$. Корни уравнения (4) лежат на нефизическом листе римановой поверхности функции $\sum_k \frac{|\beta_k|^2}{\lambda + \omega - \omega_k}$, причем $\text{Im } \lambda < 0$. Так

как в дипольном приближении эта функция слабо зависит от λ , и мнимая часть корня предполагается малой, можем правую часть (4) заменить значением этой функции на верхнем берегу разреза, при

$\text{Re } \lambda = 0$, т. е. величиной $-\frac{i}{2} W$, где W — радиационная ширина воз-

бужденного уровня изолированного атома. Отсутствие действительных корней говорит о том, что система (3) неустойчива, так что дальше будут иметь место процессы с переизлучением двух, трех и т. д. фотонов. Выпишем значения корней

$$\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2} \left(i + \frac{i}{2} W \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(i + \frac{i}{2} W \right)^2 + 4n\beta^2} \quad (5)$$

Пренебрегая здесь W , видим, что $\lambda_{1,2} + n\omega$ есть «энергии двух стационарных состояний системы «атом и сильное поле излучения», при переходах между которыми появляются рассеянные кванты с $\vec{k} \neq \vec{k}_0$. Волновые функции этих состояний имеют вид

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= e^{-i\lambda_1 t} (A\chi^+ |n-1\rangle + B\chi^- |n\rangle); \\ \Phi_2 &= e^{-i\lambda_2 t} (B\chi^+ |n-1\rangle - A\chi^- |n\rangle); \\ A &= \frac{\sqrt{n}\beta}{n + i} B; \quad B = \left(1 + \frac{n}{n + i} \right)^{-1/2}; \end{aligned} \quad (6)$$

$$\mu = -\frac{\epsilon}{2} + \frac{\epsilon}{2} \sqrt{1 + \frac{4n}{\epsilon^2} |\beta|^2} ; \quad E_{1,2} = \mu \pm \frac{\epsilon}{2} \left(\mu + \frac{\epsilon}{2} \right).$$

Таким образом, оба стационарных состояния затухают, и константы затухания равны:

$$\Gamma_{1,2} = -2 \operatorname{Im} \lambda_{2,1} = \frac{1}{2} W' \mp \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \left[\left(\epsilon^2 - \frac{1}{4} W'^2 + 4n|\beta|^2 \right)^2 + \epsilon^2 W'^2 \right]^{1/2} - \epsilon^2 + \frac{1}{4} W'^2 - 4n|\beta|^2 \right\}^{1/2}, \quad (7)$$

или при $W' \ll \epsilon$, $W' \ll 2\sqrt{n}\beta$

$$\Gamma_{1,2} = \frac{W'}{2} \left(1 \mp \frac{\epsilon}{\sqrt{\epsilon^2 + 4n|\beta|^2}} \right). \quad (8)$$

Знак „минус“ в формулах (7—8) относится к состоянию ψ_2 . При малых интенсивностях $2\sqrt{n}\beta \ll \epsilon$, Γ_1 обращается в нуль, т. е. невозбужденное состояние атома является стационарным, а $\Gamma_2 = W'$.

В (8) были вычислены поперечники релеевского (когерентного) и трехфотонного (некогерентного) рассеяния интенсивной монохроматической волны на невозбужденном атоме, причем оба процесса рассматривались как излучение при переходе из состояния ψ_1 (поскольку оно при адиабатическом выключении сильного поля переходит в нужное невозмущенное состояние) в состояния $\psi_2 e^{-i(\omega - \omega_0)t} |1_k >$ и

$$\begin{aligned} & \psi_2 e^{-i(\omega - \omega_0)t} |1_k > (\vec{k} = \vec{k}_0); \\ & \sigma_{\text{ког}} = \frac{1}{j} \frac{W' \cdot n |\beta|^2}{\epsilon^2 + 4n |\beta|^2}; \\ & \sigma_{\text{неког}} = \frac{1}{j} \frac{W' \cdot n |\beta|^2}{\epsilon^2 + 4n |\beta|^2} \cdot \frac{\mu}{\mu + \epsilon}. \end{aligned} \quad (9)$$

где j — поток падающих частиц. Легко видеть, что при малых W' выполнено равенство

$$\Gamma_1 = j(\sigma_{\text{ког}} + \sigma_{\text{неког}}), \quad (10)$$

что согласуется с физическим смыслом константы затухания. Таким образом, величина $\frac{1}{j} \Gamma_1$, определенная в (8), есть сумма поперечников когерентного и некогерентного рассеяний, с учетом радиационного затухания возбужденного состояния атома.

При $\epsilon \ll W'$ оба состояния затухают одинаково $\Gamma_{1,2} = \frac{1}{2} W'$, как это следует из (5). Следует отметить, что основное приближение, использованное в расчете, заключающееся в учете переизлучения только одного рассеянного кванта, по существу означает, что W'

должно быть много меньше, чем „щель“ $E_1 - E_2$ т. е. эффекты интенсивности преобладают над радиационными.

Выражаем благодарность чл.-корр. АН Армянской ССР М. Л. Тер-Микаеляну за обсуждение.

Институт физических исследований
Академии наук Армянской ССР

Վ. Մ. ՇԱՊՐՈՅԱՆՈՎ, և Ն. ՄԵԼԻՔՅԱՆ

Խաղիացիոն մաքման էֆեկտները թեռեկսիվ հաղթ ալիքի դաշտում

Խաղիացիոն մաքման պրոցեսը դիտարկված է այն դեպքում, երբ առումը լույս ազդում է թեռեկսիվ հաղթ ալիքի հոսքի է ազդած, որ թմառա ունի ոչ թե առումը ստացիոնար վիճակները, այլ առումը և թեռեկսիվ դաշտի սխառեմի ստացիոնար վիճակները: Հաշված են $-1/2$ վիճակների մաքման հաստատունները, և գտնել կապը թեռեկսիվ մոնոթրոմատիկ ալիքի ունիլան և ուղեւերին երկրորդականի սրման կարգիւնները: Փոքր թեռեկսիվությունների աւմանային դեպքում ստացված է վիզներ և վալուտայի հաշման արդյունքը:

ЛИТЕРАТУРА — ՉՐԵԿՆԱՐԵՐՆԵՐ

1 V. Weisskopf and E. Wigner, Z. Phys., 61 54 (1931), 65 18 (1930). 2 Մ. Լ. Թեր-Միկաելյան, Ա. Օ. Մելիքյան, ЖЭТФ, т. 50, 1, 28, (1970).

УДК 550.834

А. Б. Немировский

**О возможности уменьшения динамической погрешности
 при скоростном непрерывном акустическом каротаже
 с аналоговой регистрацией результатов измерения**

(Представлено академиком АН Армянской ССР А. Г. Назаровым 10/XI 1969)

При скоростном непрерывном акустическом каротаже с аналоговой регистрацией результатов измерения (СНАКАР) возникает так называемая динамическая погрешность измерения интервальной скорости⁽¹⁾. Причем существующий способ обработки получаемой информации ведет к большим значениям динамической погрешности при невысокой скорости перемещения зонда в скважине.

В настоящей работе предлагается новый способ обработки информации СНАКАР, позволяющий существенно уменьшить величину динамической погрешности в широком диапазоне изменения скорости перемещения зонда.

Предположим, что исходная последовательность импульсов, длительность которых пропорциональна измеряемому интервальному времени, модулированных, согласно ⁽¹⁾ по ширине при перемещении зонда против тонкого пласта, поступает на вход некоторой системы, осуществляющей следующие преобразования.

1. Каждый поступающий на вход импульс длительности t_n преобразуется в группу импульсов той же длительности.

2. Число импульсов в любой сформированной группе K и период повторения импульсов T_0 внутри группы связаны между собой зависимостью

$$KT_0 = T,$$

где T — период повторения импульсов исходной последовательности.

На рис. 1 показаны исходная и преобразованная последовательности импульсов, соответствующие ходу интервальной линии фазовой корреляции (ЛФК_в), получаемой при перемещении зонда с бесконечно малой скоростью против тонкого пласта.

Рассмотрим воздействие преобразованной импульсной последо-

тельности на интегрирующее $R-C$ звено, с помощью которого выделяется постоянная составляющая напряжения, пропорциональная измеряемому интервалу времени. Известно (³), что при воздействии группы M импульсов длительностью $t_{\text{ин}}$, следующих с периодом повто-

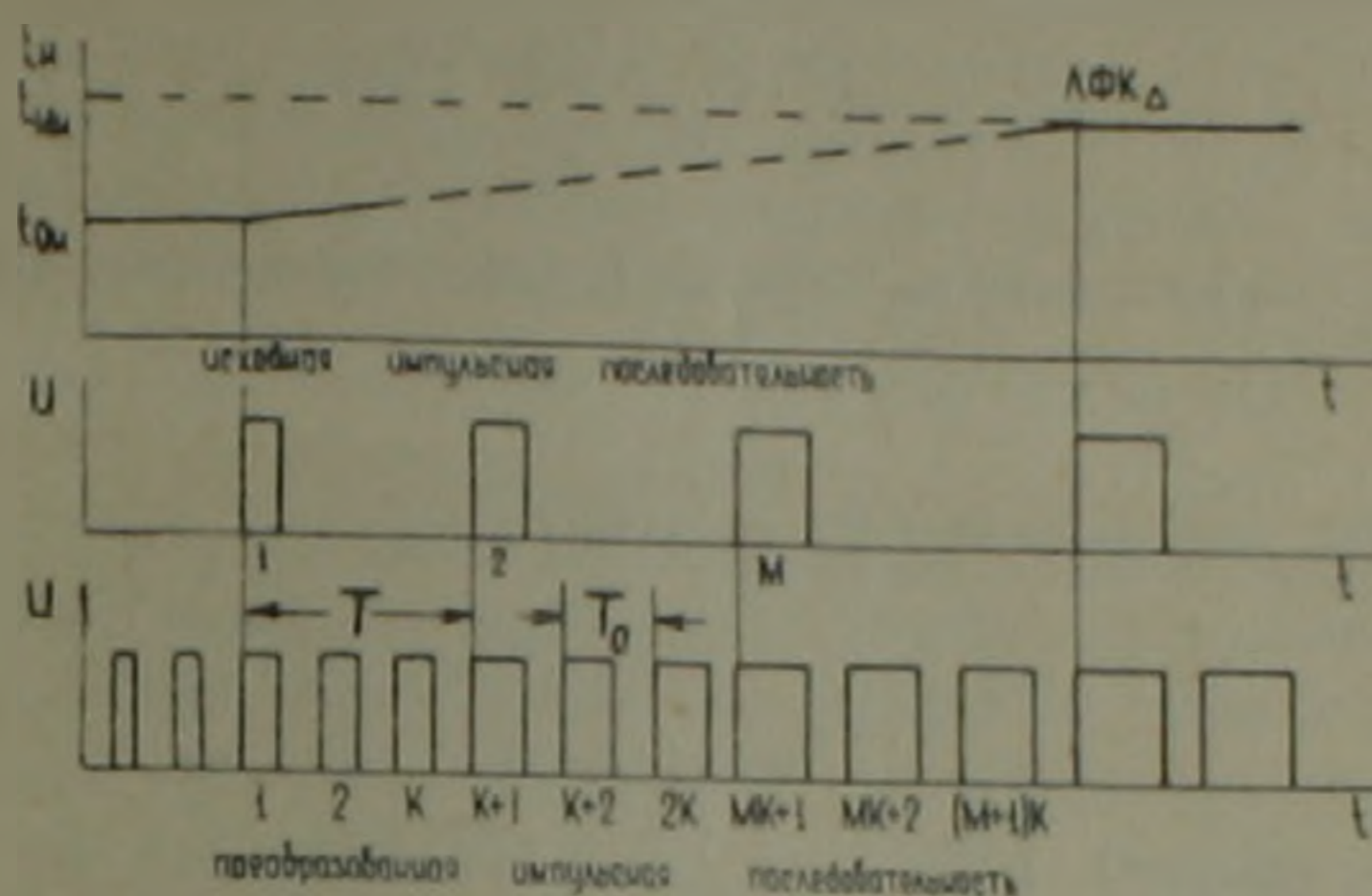


Рис. 1. Формирование многократных импульсных групп при прохождении акустического зонда против тонкого пласта

рения T_0 , на интегрирующую цепь с постоянной времени τ при ненулевых начальных условиях, напряжение на выходе цепи в момент окончания K -ого импульса равно:

$$U^{(K)} = \frac{1 - e^{-K\alpha T_0}}{1 - e^{-\alpha T_0}} (1 - e^{-\alpha t_{\text{ин}}}) + U_0 e^{-\alpha t}; \quad \alpha = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC},$$

где U_0 — начальное напряжение на конденсаторе $R-C$ цепи.

Напряжение на выходе интегрирующей цепи при воздействии импульсной последовательности, состоящей из M групп по K импульсов в каждой, находим, согласно принципу суперпозиции для линейных цепей, суммируя реакции цепи на отдельные группы:

$$U^{(MK)} = \sum_{i=1}^M \frac{1 - e^{-K\alpha T_0}}{1 - e^{-\alpha T_0}} (1 - e^{-\alpha(t_{\text{он}} + (i-1)T)}) e^{-\alpha(t - (i-1)KT_0)} + U_0 e^{-\alpha t},$$

где

$$M = \frac{\Delta l}{V T_0}; \quad \Delta t = \frac{t_{\text{ин}} - t_{\text{он}}}{M}; \quad t = (M-1)KT_0 + t_{\text{ин}};$$

$$U_0 = \frac{1 - e^{-\alpha t_{\text{он}}}}{1 - e^{-\alpha T_0}} e^{-\alpha(t_{\text{ин}} - t_{\text{он}})}.$$

Здесь V — скорость перемещения акустического зонда в скважине;

$t_{\text{он}}$ — интервальное время распространения упругих колебаний во вмещающей породе;

$t_{\text{ин}}$ — интервальное время распространения упругих колебаний в тонком пласте;

Δl — приращение длительности на один импульс при широтной модуляции.

Динамическую погрешность $\delta_{H_n - \Delta l}$ при мощности пласта H_n , равной базе измерения Δl , находим согласно (1) по формуле:

$$\delta_{H_n - \Delta l} = \left(1 - \frac{U^{(МК)}_{l-\Delta l}}{U^{(-)}_{l-\Delta l_{\text{мн}}}} \right) 100\%, \quad (1)$$

где $U^{(-)}_{l-\Delta l_{\text{мн}}}$ — напряжение на выходе интегрирующей цепи при воздействии на нее бесконечного числа импульсов длительностью $t_{\text{мн}}$.

Согласно (2), напряжение $U^{(-)}_{l-\Delta l_{\text{мн}}}$ равно:

$$U^{(-)}_{l-\Delta l_{\text{мн}}} = \frac{1 - e^{-\alpha t_{\text{мн}}}}{1 - e^{-\alpha T_0}}.$$

Подставляя значения $U^{(МК)}$ и $U^{(-)}_{l-\Delta l_{\text{мн}}}$ в уравнение (1), получим после преобразований с учетом того, что для аппаратуры СНАКАР выполняются неравенства $\Delta l \ll K T_0$, $\alpha T_0 \ll 1$:

$$\delta_{H_n - \Delta l} \approx e^{-МК \cdot T_0} (1 - a),$$

где a — соотношение скоростей распространения упругих колебаний в пласте и вмещающей породе.

Согласно (3), общая динамическая погрешность при $H_n > \Delta l$ равна:

$$\delta = \delta_{H_n - \Delta l} e^{-\frac{\alpha \Delta H_n}{v}}, \quad (4)$$

где $\Delta H_n = H_n - \Delta l$.

Известно (1), что теоретически получение сколь угодно высокой точности измерения интервального времени распространения упругих колебаний в пласте возможно в случае бесконечно малой скорости перемещения акустического зонда в скважине при условии

$$\Delta H_n = 0.$$

Влияние конечной скорости перемещения зонда на точность измерения при СНАКАР проявляется, в частности, в том, что для уменьшения возникающей динамической погрешности должно выполняться неравенство

$$\Delta H_n > 0.$$

Поэтому величину ΔH_n целесообразно рассматривать как расширение необходимой для уменьшения погрешности мощности пласта по сравнению с теоретическим пределом, вызванное влиянием скорости перемещения зонда. При этом, очевидно, различным значениям обобщенного фактора динамической погрешности ρ (1) будут соот-

выступать различные величины минимальных ΔH_0 , начиная с которых возможно обеспечение требуемой точности измерения.

Оценим возможный выигрыш i по максимально допустимой скорости перемещения зонда в скважине, не вызывающей уменьшения точности измерения, при новом способе обработки информации СНАКАР ($K > 1$) по сравнению с известным ($K = 1$).

Для этого введем следующие параметры.

1. Коэффициент улучшения точности измерения исследуемого способа по сравнению с известным ψ :

$$\psi = \frac{\delta_1}{\delta_K}.$$

где индексы K и 1 относятся, также как и в последующих уравнениях, соответственно к исследуемому и известному способам.

2. Коэффициент уменьшения расширения мощности пласта θ , необходимой для обеспечения заданной точности измерения:

$$\theta = \frac{\Delta H_{\text{ак}}}{\Delta H_{\text{пл}}}.$$

Определим i , решая уравнение:

$$\delta_1 = \psi \delta_K. \quad (3)$$

Величину δ_1 находим из уравнения (2) при $K' = 1$:

$$\delta_1 = \delta_{H_{\text{пл}} - \Delta l} e^{-\frac{\Delta H_{\text{пл}}}{V_1}}.$$

Подставляя значения δ_1 и δ_K в уравнение (3) при

$$\Delta H_{\text{пл}} \neq \Delta H_{\text{ак}}, \quad V_1 \neq V_K, \quad \tau_1 = K \tau_K,$$

получим после преобразований:

$$i = \frac{K'}{\theta} \frac{1 + \frac{\Delta l}{\Delta H_1} \theta}{1 - \frac{\Delta l}{\Delta H_1} (1 + p_1 \ln \psi)}. \quad (4)$$

где $p_1 = \frac{V_1 \tau_1}{\Delta l}$,

Условие $\tau_1 = K \tau_K$ введено в связи с тем, что при повышении частоты повторения в многократных группах импульсов в K раз становится возможным уменьшить постоянную времени интегрирующей цепи в то же число раз без изменения уровня пульсаций регистрируемого напряжения.

Из уравнения (4) следует, что $i = K'$ при $\theta = \psi = 1$.

Это свидетельствует о высокой эффективности системы при $K > 1$ в повышении точности измерения, так как та же величина динамической погрешности получается без увеличения мощности пласта при ско-

рости перемещения зонда в K раз большей по сравнению с известным способом.

Способ обработки информации СНАКАР при $K > 1$ может быть реализован путем использования двух рециркуляторов, управляемых соответственно передними и задними фронтами каждого импульса исходной последовательности сигналов. Блок-схема устройства для обработки информации СНАКАР показана на рис. 2. На вход устройства

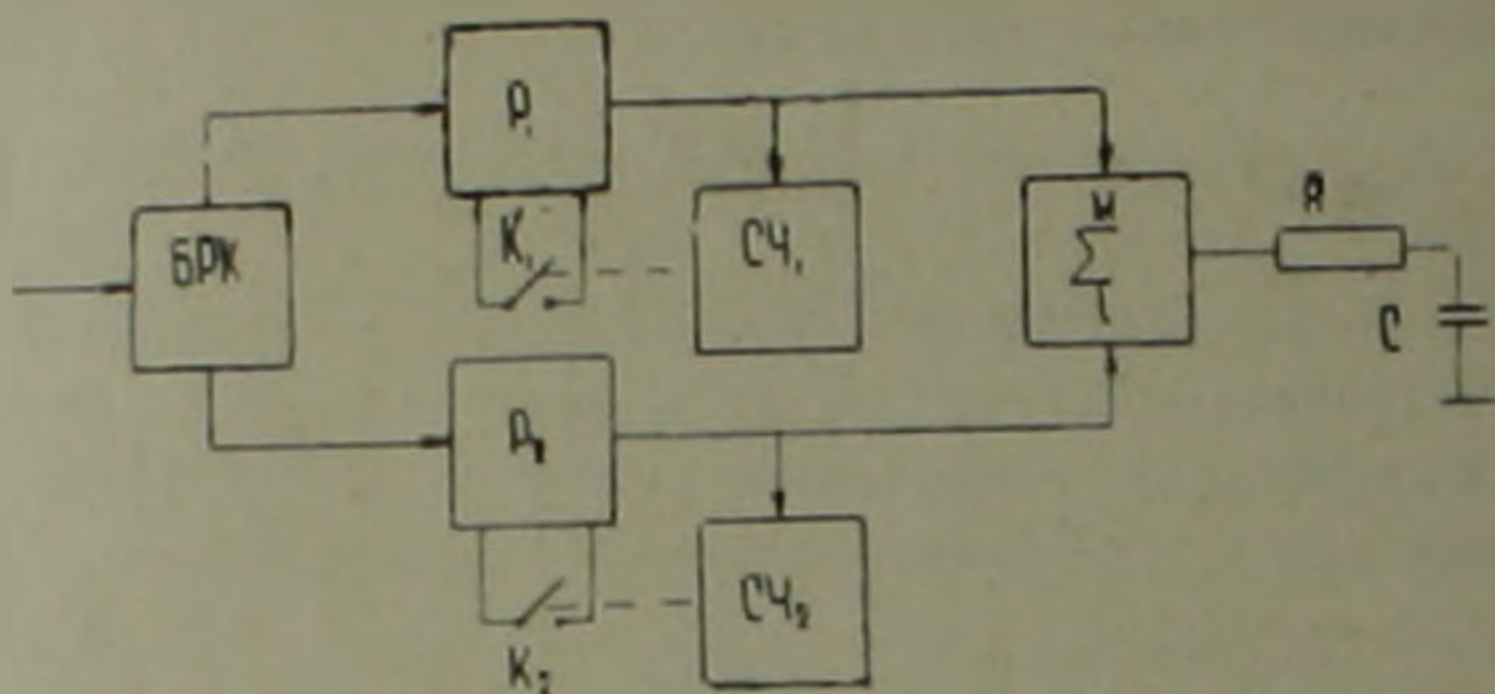


Рис. 2. Блок-схема устройства для формирования многократных импульсных групп в предлагаемом способе обработки информации СНАКАР

подаются импульсы исходной последовательности, следующие с периодом срабатывания ультразвуковых излучателей акустического зонда T . Длительность импульсов пропорциональна измеряемому интервальному времени. В блоке распределения по каналам (БРК) происходит выделение из каждого сигнала исходной последовательности импульсов, соответствующих началу и концу измеряемого интервала времени, и распределение их по двум каналам. Оба канала идентичны и состоят из рециркуляторов P_1 и P_2 с задержанной обратной связью, которая замыкается через ключи K_1 и K_2 . Ключи управляются соответственно счетчиками числа импульсов $СЧ_1$ и $СЧ_2$, входы которых соединены с выходами рециркуляторов.

Ввиду идентичности достаточно рассмотреть работу одного канала. В исходном состоянии, до подачи на вход БРК сигналов, ключ K_1 замкнут. После подачи на вход рециркулятора P_1 импульса, соответствующего, предположим для определенности, переднему фронту сигнала исходной последовательности, в кольце рециркулятора начинают циркулировать импульсы с периодом повторения T_0 , определяемым величиной задержки обратной связи. После прохождения K циркуляций счетчик $СЧ_1$ выдает сигнал, разрывающий на некоторое время с помощью ключа K_1 цепь обратной связи. Тем самым рециркулятор возвращается в исходное состояние. С приходом следующего сигнала, соответствующего переднему фронту импульса исходной последовательности, процесс формирования многократной группы импульсов повторяется. Аналогичным образом работает второй канал, на вход которого с БРК подаются сигналы, соответствующие заднему фрон-

ту каждого импульса исходной последовательности. Сигналы с выходов обоих рециркуляторов суммируются в сумматоре Σ , после чего поступают на вход преобразователя Пр, который преобразует сдвиг во времени между многократными группами в длительность импульсов. Сформированная последовательность импульсов подается затем на вход интегрирующей цепи с уменьшенной пропорционально K постоянной времени.

Таким образом, предлагаемая система обработки информации СНАКАР может быть реализована аппаратурно. При этом она позволяет:

1. Обеспечить существенный выигрыш по допустимой скорости перемещения зонда, максимальное значение которого равно K при $\psi = \theta = 1$.

2. Повысить точность измерения интервального времени без снижения скорости перемещения зонда, причем $\psi = \psi_{\max}$ при $\lambda = \theta = 1$.

3. Уменьшить требуемое расширение пласта без снижения скорости перемещения зонда, причем $\theta = \theta_{\max}$ при $\psi = \lambda = 1$.

Необходимо подчеркнуть, что практическое значение предлагаемой системы при любом способе аппаратурной реализации состоит главным образом в том, что она позволяет сократить время, необходимое для проведения каротажа методом СНАКАР. Вследствие этого, использование ее предпочтительнее, очевидно, при геофизических исследованиях глубоких скважин.

Институт геофизики и
инженерной сейсмологии
Академии наук Армянской ССР

Ա. Բ. ՆԵՄԻՐՈՎՍԿԻ

Արագագոգ անընդմեջ ակուստիկական կարոտաժի ղեկավարող դինամիկական սխալի փոփոխման հնարավորության մասին շափումների արդյունքների համանման գրառումով

Անընդմեջ ակուստիկական կարոտաժի ղեկավարող ցույց է տրված դինամիկական սխալի (սխալ) փոփոխման հնարավորությունը:
Կարոտաժի ֆուլյատրերի մաքրման արագությանը և առաջարկված մեթոդի հայտնի հզորության համեմատական շափման նշանով, տրվում է շահելու գնահատականը:
Առաջարկվում է ինտերվալային արագության շափման նոր մեթոդի սարքային իրականացման տարրերակ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. А. Б. Немировский. ДАН Арм. ССР, т. 48, № 1 (1969). 2. Я. Г. Ицхоки. Импульсные устройства, Изд. «Советское радио», М., 1959.

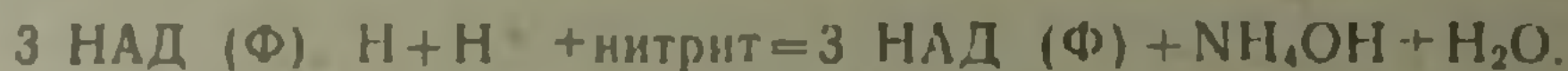
УДК 631.46:577.15

А. Ш. Галстян, Э. Г. Сякян

Метод определения активности нитритредуктазы почвы

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. С. Давтяном 15/IX 1969)

Нитритредуктаза (1.6.6.4, Восстановленный НАД (Ф): нитрит—оксидоредуктаза) действует на НАД (Ф). $H+N$ в качестве акцептора. Нитритредуктаза металлосодержащий флавопротенд, в результате ее действия нитриты превращаются в гидрат окиси аммония (¹).



Активность нитритредуктазы почвы пока не изучена, поэтому мы пытались разрабатывать методику ее определения и выяснить некоторые вопросы действия этого фермента в различных типах почв.

Метод определения активности нитритредуктазы почвы основан на реакции нитритов с сульфаниловой кислотой и α -нафтиламином (реактив Грисса). После ряда испытаний по выявлению соотношений между почвой и субстратом, а также условий оптимального действия фермента (рН, t) был разработан метод определения активности нитритредуктазы почвы.

Навески (1 г) воздушно-сухой почвы помещали в 100-миллилитровые колбы с притертыми стеклянными пробками, прибавляли 20 мг углекислого кальция и тщательно смешивали, затем добавляли 1 мл 0,5%-ного раствора азотистокислого натрия и 1 мл 1%-ного раствора глюкозы в качестве донатора водорода. Воздух из колбы эвакуировали при разряжении 10—12 мм рт. ст. Колбы осторожно встряхивали и ставили в термостат при 30°C на 24 часа. Контролем служили стерилизованная почва (180° за 3 часа), субстраты без почвы и почва с водой. После выдерживания почвы с субстратом в колбы добавляли 50 мл дистиллированной воды и 1 мл насыщенного раствора алюмокалневых квасцов и фильтровали через плотный фильтр. 1 мл фильтрата переносили в 50-миллилитровую мерную колбу, добавляли 5 мл дистиллированной воды и 4 мл смеси сульфаниловой кислоты (0,5 %) и α -нафтиламина (0,1 %), объем раствора водой доводили до метки. Колбы хорошо взбалтывали и полученный окрашенный красно-розовый раствор через 15 мин фотокolorиметрировали прибором ФЭК-М. Использовали 5 мм кюветы и светофильтр с пропусканием лучей света длиной волны 500—

600 мμ. Активность нитритредуктазы выражали в миллиграммах восстановленного NO_2 на 1 г почвы за сутки. Количественный учет нитритов был произведен с помощью калибровочной номограммы (рис. 1), полученной из стандартных растворов азотистокислого натрия (1,640 г в 1 л). Точность определения — до 6%.

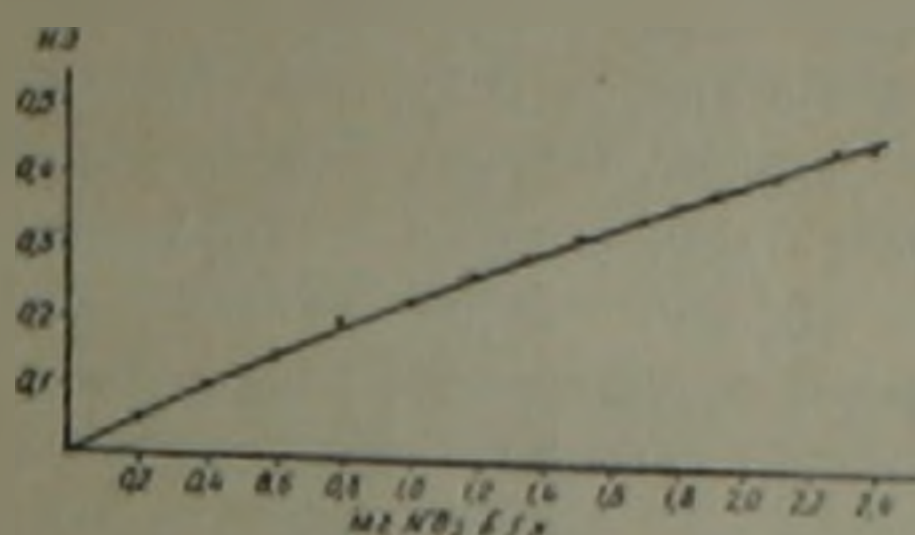


Рис. 1. Калибровочная номограмма нитритов для фотоколориметрического определения активности нитритредуктазы почв

Активность нитритредуктазы обнаружена во всех типах почв Армении. Этот фермент активно действует в черноземах, горнолуговых и лесных почвах, среднее в каштановых и бурых, слабо в содовых солончаках. При прибавлении к почве кофермента (0,5 мг) — никотинамид-аденин-динуклеотида (НАД), никотинамид-аденин-динуклеотид-фосфата (НАДФ) и флавин-аденин-динуклеотида (ФАД) наблюдалось ускорение реакции восстановления нитритов, что свидетельствует о ее ферментативном характере (табл. 1).

Таблица 1

Влияние коферментов на активность нитритредуктазы почвы (мг NO_2)

Почва	Без коферментов	НАД	НАДФ	ФАД	НАД — ФАД
Чернозем выщелоченный	3,1	15,1	20,9	8,6	37,1
Буряя карбонатная	2,4	5,5	5,2	4,1	9,7
Мелкорированный содовый солончак	0,7	2,5	1,7	1,6	3,5

Нитриты являются одним из источников азотистого питания растений. В почве нитриты появляются в процессе восстановления нитратов и при нитрификации аммонийных соединений (1). В почвах кислород нитритов служит также акцептором водорода при дыхании анаэробных микроорганизмов. Характер действия нитритредуктазы аналогичен с действием нитратредуктазы (1). Активность нитритредуктазы по профилю почвы снижается, и в глубоких горизонтах она не обнаруживается. Оптимум pH нитритредуктазы находится в щелочном интервале (pH 7,7—8,6), что установлено с помощью фосфатных буферов. Эти значения pH в почве устанавливались с помощью прибавления углекислого кальция. Нитритредуктаза почв активно действует при температуре 30—60°, затем наблюдается тепловая инактивация фермента.

Поэтому во избежание деструкции молекулы фермента ее определение проводили при 30°C. Нитритредуктаза входит в состав группы флавиновых ферментов, катализирующих восстановление нитратов до аммиака. Эта ферментная система активизируется в присутствии микроэлементов: марганца, меди, молибдена и железа. Для действия нитрат и нитритредуктаз особенно необходим молибден (¹). Природа металла, необходимого для активизации нитритредуктазы, зависит от типа почв, в которой действует этот фермент. Во всех типах почв Армении обнаружено действие нитритредуктазы, которая в ферментной системе почв, в анаэробных условиях мобилизованной дегидрогеназами водород передает кислороду нитритов, осуществляя реакцию их восстановления.

Итак, в результате проведенных исследований предлагается методика определения активности нитритредуктазы почвы, что поможет познанию азотистого обмена в почвах с целью регулирования азотного питания растений.

Институт почвоведения
и агрохимии МСХ
Армянской ССР

Ա. Շ. ԳԱՇՏՅԱՆ, Է. Գ. ՍԱՀԱԿՅԱՆ

Հողի նիտրիտոնեղուկությունի ախտիվության որոշման մեթոդը

Հողի մեջ հայտնաբերված է նիտրիտոնեղուկազատ ֆերմենտի գործունեությունը. նա անաէրոբ պայմաններում գերհորագենազների կողմից մորթիվացված ջրածինը օնգափոխում է դեպի նիտրիտների թթվածինը. Վերականգնելով այն, կոֆերմենտները և ջրածնի գոնատորները նշանակալից չափով բարձրացնում են հողի նիտրիտոնեղուկազայի ախտիվությունը. նիտրիտոնեղուկազայի ախտիվությունը հայտնաբերվում է Հայաստանի բոլոր հողատիպերում, երա ամենաբարձր ախտիվությամբ բնութան են աչկույացած և անտառային հողերը. նիտրիտոնեղուկազայի ախտիվության պարմում рН 5.7—6.6 գտնվում է հիմնային միջավայրում:

Մշակված է հողի նիտրիտոնեղուկազայի ախտիվության որոշման եղանակ. որի էությունը կազմում է սույն հաղորդման բովանդակությունը:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Номенклатура ферментов, М., 1966. ² Д. Н. Прянишников, Агрохимия, М., 1940. ³ А. Ш. Галстян и Л. В. Маркосян, ДАН Арм. ССР, т. 43, № 3 (1966) ⁴ В. Л. Кротович, Введение в энзимологию, М., 1967. ⁵ Я. В. Пейве, Микроэлементы и ферменты, Рига, 1960.

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

УДК 581.1:581.134.4

Н. В. Бажамова, А. Г. Геворкян

О влиянии длинноволновой ультрафиолетовой радиации на
 соотношение и превращение пластидных пигментов
 у высокогорных растений

(Представлено академиком АН Армянской ССР Г. С. Давтяном 16/XI 1969)

На фоне большой интенсивности видимого света радиационный климат гор характеризуется также особенно мощной ультрафиолетовой радиацией, которая с увеличением высоты над уровнем моря на каждые 100 м. возрастает на 3—4% (¹).

Со времени обнаружения реакций взаимопревращения лютеина и виолаксантина в листьях растений (²), накопился большой экспериментальный материал, раскрывающий многогранную и сложную зависимость этих реакций от внутренних особенностей растений и внешних факторов среды. О влиянии ультрафиолетовых лучей на протекание этих реакций нам известна только одна работа (³), в которой использованы бактерицидные лампы, испускающие лучи с длиной волны меньше 290 нм и обычно не присутствующие в солнечном спектре; при искусственной радиации такие лучи возможны и весьма губительны для растений.

В нашей работе мы изучали влияние ультрафиолетовых лучей (зоны А), близких по своему спектру к естественному лучевому потоку горного солнца, на взаимопревращение двух основных ксантофиллов (лютеина и виолаксантина) и на содержание зеленых пигментов, как основных агентов света в процессе фотосинтеза.

Изучение ультрафиолетовой области представляет еще особый интерес в связи с выяснением возможности использования ее в процессе фотосинтеза растений, произрастающих на больших высотах.

Начатые нами определения хода световой и темновой реакций взаимопревращения лютеина и виолаксантина в листьях растений альпийской и субальпийской зон высокогорий Армении (⁴) показали, что накопление хлорофилла и осуществление световой реакции связано с приспособлением растений к различным условиям освещения.

В качестве объектов были взяты дикорастущие травы, произрастающие на горе Арагац (3200 м над у. м.), Семеновском перевале (2200 м над у. м.) и культурные растения Араратской долины (900 м над у. м.)

Молодые развившиеся листья срывались с 20—30 растений, освобождались от центральной жилки и из общего усредненного материала взвешивались порции листьев в 1—2 г.

При определении содержания хлорофиллов «а» и «б», а также способности к осуществлению реакций взаимопревращения ксантофиллов, навески листьев, в зависимости от последовательности, принятой в вариантах опыта, освещались и подвергались ультрафиолетовому облучению.

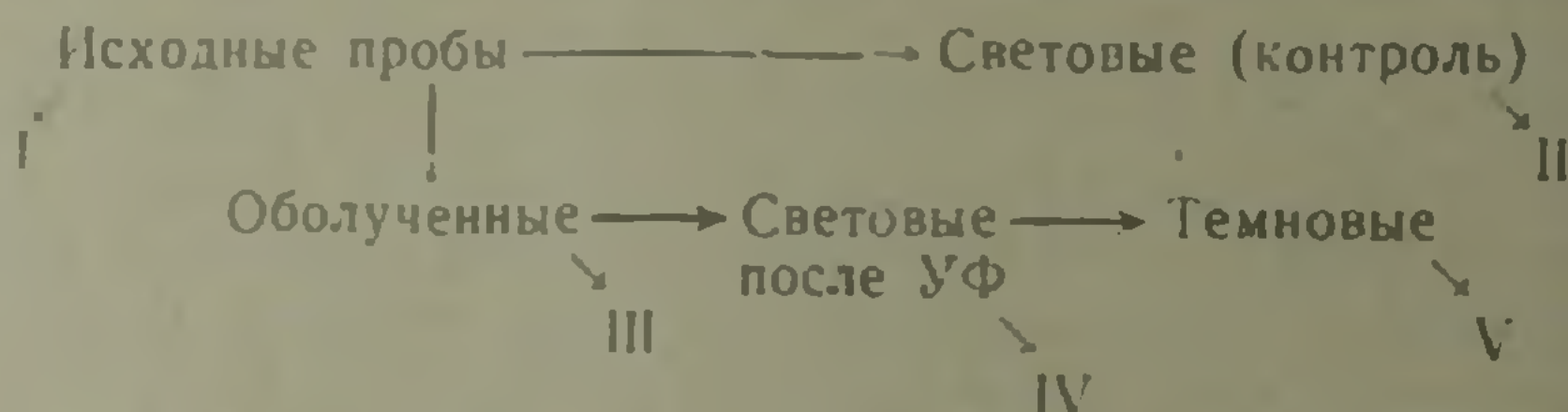
Для освещения листьев в течение 10 мин использовалась лампа ЗН-8, мощностью в 500 ватт при интенсивности в 35 тыс. лк.

На расстоянии 30 см пробы листьев облучались лампой типа УФС-4, с рабочей длиной волны 365,5 мμ и энергией освещения равной 4,7 мвт/см².

Определение количественного содержания пигментов производилось методом бумажной хроматографии, разработанным Д. И. Сапожниковым с сотрудниками (6).

Повторность опыта с каждым растением двух-трехкратная. Ошибка используемого метода определения концентрации хлорофиллов и каротиноидов не превышала $\pm 3\%$.

Опыты первой серии были поставлены по следующей схеме:



Для выравнивания исходного уровня пигментов, подготовленные навески листьев помещались во влажную темную камеру на один-два часа, после чего пробы, как указано в схеме, после соответствующих воздействий шли в анализ.

Достоверные и аналогичные результаты по содержанию лютеина и виолаксантина были получены на всех исследованных растениях. В качестве примера приводим рисунок с цифровыми данными содержания этих каротиноидов в листьях клевера (рис. 1).

Рассматривая рис. 1, можно констатировать, что длинноволновая ультрафиолетовая радиация после исходного уровня не вызывала сдвига лютеина в сторону светового насыщения (I и III). Наоборот, происходило большее накопление виолаксантина, что свойственно темновому уровню пигментов. Облучение этими лучами не вызывало торможения хода как световой, так и темновой реакций. Световая реакция дезэпоксидации виолаксантина после облучения осуществлялась почти так же активно, как и контрольная световая (II и IV). После освещения и выдерживания листьев в темноте происходило обратное превращение лютеина в виолаксантин (V).

* Расчет энергии освещенности лампы УФС-4 был любезно произведен в лаборатории световых измерений ВНИСИ, руководимой В. С. Хвзановым.

Было проведено сравнение исходного и облученного вариантов по количеству виолаксантина; оказалось, что его на 25—30% больше в листьях, подвергавшихся ультрафиолетовой радиации.

При рассмотрении степени прохождения световой реакции у контрольных и предварительно облученных растений на первый взгляд казалось, что ультрафиолетовые лучи не отражаются на осуществлении

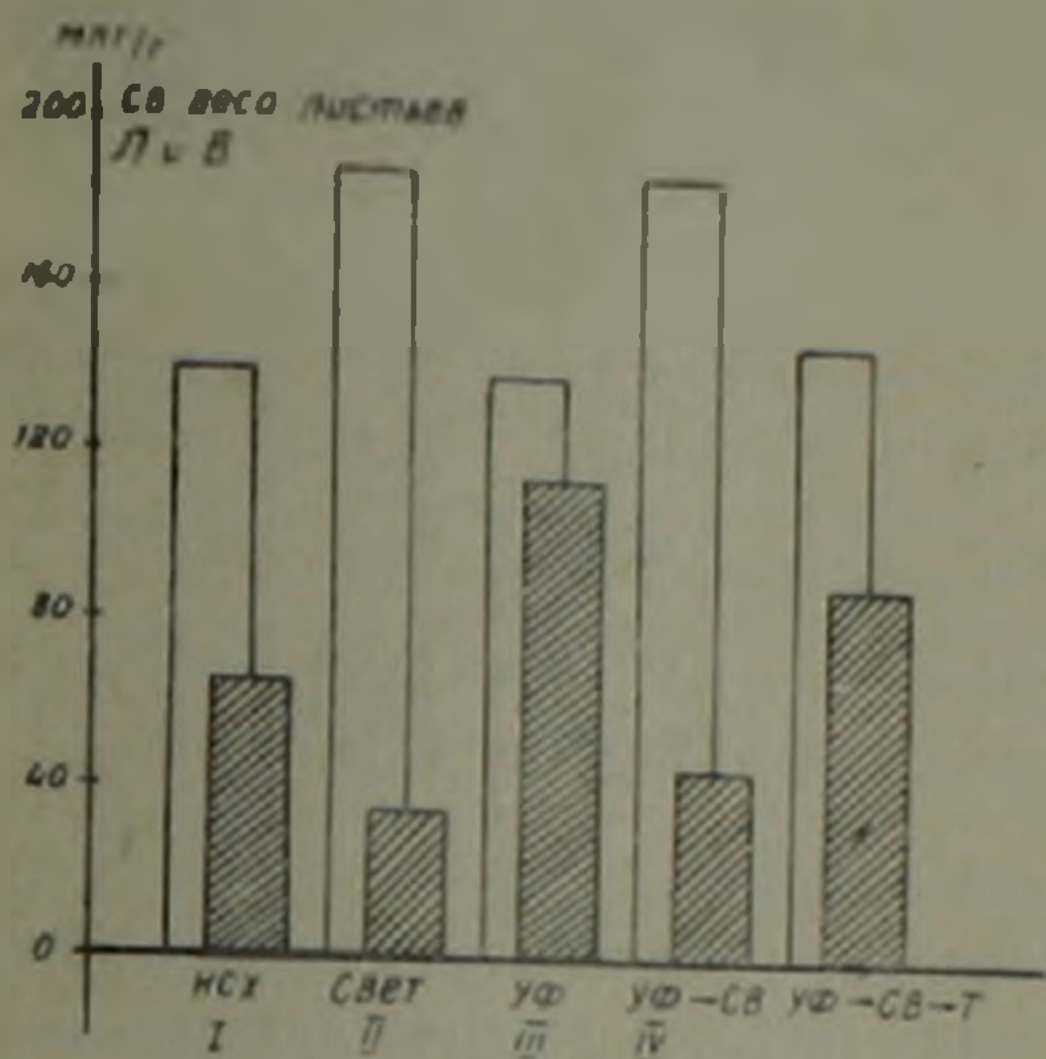


Рис. 1. Влияние ультрафиолетового облучения на прохождение световой реакции в листьях клевера. По оси ординат отложены абсолютные количества пигментов в мкг на 2 свежего веса листьев. Светлые столбики отражают количество лутеина, заштрихованные — соответствуют содержанию виолаксантина

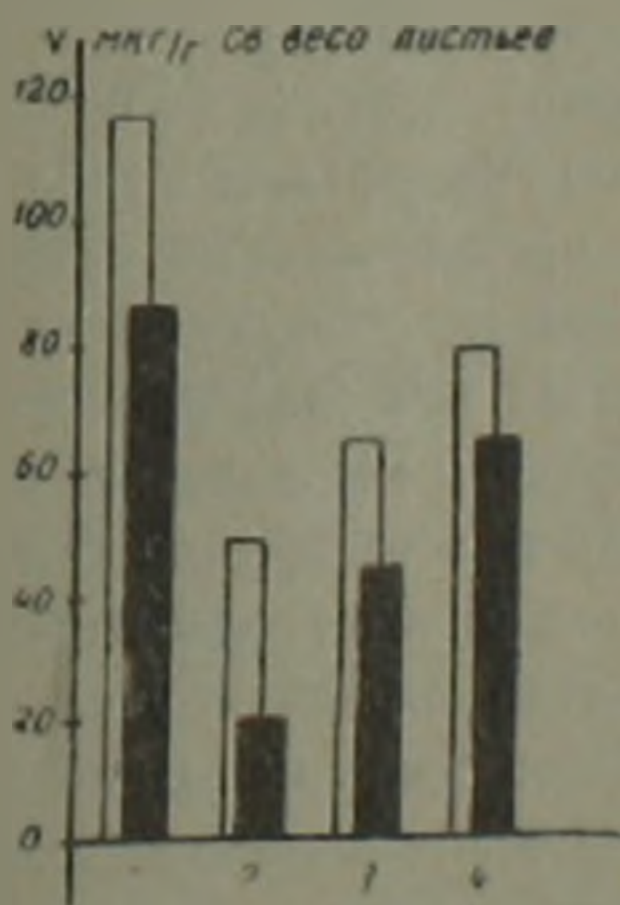


Рис. 2. Изменение в содержании виолаксантина в листьях растений, подвергавшихся различным воздействиям (средние данные по трем видам растений). Светлыми столбиками обозначено количество виолаксантина в облученных листьях. 2 — освещение после облучения (УФ + св.). Темные столбики соответствуют концентрации виолаксантина 1 — в исходном варианте; 2 — в контрольном световом варианте; 3 — у облученных листьев после облучения и освещения (УФ + св. + УФ); 4 — в темноте после облучения и освещения (УФ + св. + Т)

световой реакции, однако световой эффект после облучения был выражен более слабо, из-за большей концентрации виолаксантина (рис. 2).

При изучении влияния длительности облучения на световую реакцию взаимопревращения ксантофиллов, испытывались две экспозиции: 20 и 60 мин (табл. 1).

Таблица 1

Влияние длительности облучения на световую реакцию взаимопревращения ксантофиллов (концентрация пигментов выражена в $\mu\text{кг}$ на 1 г свежего веса листьев)

№ п/п	Варианты	Пигменты		Л+В	Л ^{>}	В ^{<}
		Л [•]	В ^{••}			
1	Облученные 20 мин	110 $\pm$ 11	70 $\pm$ 8	180		
2	УФ _{20 мин} + свет _{10 мин}	147 $\pm$ 5	32 $\pm$ 4	179	>37	<38
3	УФ _{60 мин} + свет _{10 мин}	148 $\pm$ 6	35 $\pm$ 2	183	>38	<35
4	Световые 35 т. ак.	162 $\pm$ 7	20 $\pm$ 2	182	>52	<50

Л[•]—лютеин, В^{••}—виолаксин.

Как видно из таблицы, различное время облучения не отражается на степени прохождения световой реакции превращения виолаксантина в лютеин, однако эффект этой реакции в обоих случаях ниже по сравнению с необлученным световым вариантом.

Отмеченный факт увеличения количества виолаксантина при облучении зеленых листьев, во второй серии опытов был детально изучен на луговых травах субальпийской и альпийской зон высокогорий.

Предварительно освещенные листья делились на две порции, одна из которых ставилась в темноту, другая—облучалась.

Результаты этих опытов суммированы в табл. 2.

На основании данных, представленных в таблице, можно сказать, что воздействие ультрафиолетом после освещения, как правило, у всех исследованных видов вызывает темновой уровень пигментов с увеличением количества виолаксантина и уменьшением концентрации лютеина. У отдельных видов растений при облучении сдвиг в сторону темновой реакции зафиксирован только за счет одностороннего увеличения виолаксантина, что особенно четко выражено у альпийских растений.

В последней серии опытов было испытано действие облучения на количественное соотношение хлорофиллов и ксантофиллов в листьях культурных растений, выращенных в условиях Араратской долины (табл. 3).

Данные этой серии опытов также подтверждают наблюдаемый сдвиг соотношения хлорофиллов и каротиноидов в сторону наиболее окисленных пигментов под действием ультрафиолетовых лучей.

Установив увеличение количества виолаксантина после воздействия ультрафиолетом, можно было ожидать, что облучение листьев, предварительно выдержанных в темноте, вызовет полное или почти полное превращение лютеина в виолаксантин.

Для этой цели листья подвергались облучению после освещения, а также после выдерживания их в темноте (табл. 4)

Оказалось, что облучение листьев после выдерживания их в темноте вызывает незначительное, хотя и достоверное увеличение концентрации виолаксантина; количество лютеина остается без изменения.

Таблица 2
Влияние ультрафиолетового облучения на прохождение темновой реакции взаимопревращения ксантофиллов

№ №	Виды растений	Концентрация лютеина и виолаксантина в мкг на 1 г св. веса листьев			Разность пигментов от светового варианта	
		Варианты			УФ > <	Темно- та
		Свето- вой	Облу- ченный	Темно- вой		

Субальпийская зона

1	Alchimilla caucasica Bus.	Л	160+5	120+7	130+3	<40	<30
		В	40+2	75+5	65+2	>35	>25
2	Betonica grandiflora W.	Л	180+8	125+2	130+3	<55	<50
		В	80+1	60+5	50+5	>30	>20
3	Trifolium Bordzilowskyi A. Grossh.	Л	153+3	130+5	120+4	<17	<33
		В	65+7	85+8	72+10	>20	>7
4	Betonica orientalis L.	Л	125+2	125+5	119+2	=	<6
		В	20+4	50+2	35+5	>30	>15
5	Veratrum Lobelianum Bernh.	Л	122+10	124+5	100+7	=	<24
		В	27+2	45+3	55+7	>18	>28

Альпийская зона

6	Taraxacum steveni (Spr) D. C.	Л	103+2	95+1	98+2	<8	<5
		В	40+5	55+2	50+5	>15	>10
7	Carum caucasicum (M. B.) Bolss	Л	130+5	128+5	122+2	=	<8
		В	50+5	70+2	65+4	>20	>15
8	Cirsium esculentum C. A. May	Л	120+4	115+5	112+2	=	=
		В	10+2	70+3	51+5	>30	>11

Таблица 3
Воздействие облучения на содержание пигментов в листьях сахарной свеклы (в мкг на 1 г св. веса листьев)

Условия опыта	Пигменты							
	Л	В	Л+В	Лсв—Луф	Вуф—Всв	Хл—л а	Хл—л б	а+в а/б
Освещение	108	42	150	33	27	695	304	999 2,3
Облучение	75	69	144			676	342	1018 1,9

Воздействие ультрафиолетом, после освещения листьев, сдвигает соотношение ксантофиллон в сторону темновой реакции с активным увеличением количества виолаксантина и соответственным уменьшением содержания лютеина. Здесь же отмечается большее накопление хлорофилла «б».

Таблица 4

Воздействие облучения на соотношение зеленых и желтых пигментов в листьях перца (в мкг на 1 г св. веса листьев)

В а р и а н т ы	П и г м е н т ы							
	л	в	л/в	л+в	Хл—л а	Хл—л б	а/к	а+в
Исходный—темновой	68	36	1,9	104	634	264	2,4	898
Облученный после темноты	66	45	1,5	111	651	267	2,4	918
Освещенный	112	26	4,3	138	676	304	2,2	980
Облученный после освещения	80	65	1,4	145	680	342	2,0	1022

Эти данные косвенно подтверждают предположение Д. И. Сапожникова (7) о гетерогенности виолаксантина. Можно определенно сказать, что свет является необходимым активатором физиологически «инертных» молекул виолаксантина.

Таким образом, обобщая полученные результаты, можно констатировать, что в листьях растений, подвергавшихся облучению, независимо от последующих воздействий, остается повышенное содержание виолаксантина. По-видимому, воздействие длинноволновых ультрафиолетовых лучей связано с структурной перестройкой пигментов пластид с увеличением более окисленных форм—хлорофилла «б» и виолаксантина.

Институт агрохимических
проблем и гидропоники
Академия наук Армянской ССР

Ն. Վ. ԲԱԺԱՆՈՎԱ, Ա. Գ. ԿԵՂՈՐԿՅԱՆ

Երկարալիք ուլտրամանուշակագույն ճառագայրման ազդեցությունը բարձր լեռնային բույսերի մոտ պլաստիդային պիգմենտների հաճախորդյան և վերափոխակերպման վրա

Հետազոտվել է երկարալիք ուլտրամանուշակագույն ճառագայթների ազդեցությունը ջրօրոգիների և բակտոֆիտների հաճախորդյան վրա ալպիական, սուր-ալպիական տեղանքների մոտ, ինչպես նաև Սրաբատյան դաշտավայրի ուղի բույսերում:

Յույն է տրված, որ անկախ անցման պայմաններից, ճառագայրման ժամանակից և հետագա ազդեցություններից, ուլտրամանուշակագույն ռադիացիան բույսերի տերևներում առաջացնում է կանաչ և դեղին պիգմենտների հաճախորդյան տեղաշարժ. դառնում բարձրանում է ալիլի-թթվազտված ներքին քանակը (վիոլոքսանտին և ջրօրոգի սթրո):

Ենթադրվում է, որ ուլտրամանուշակագույն ճառագայթների ազդեցությունը կապված է ոչ թե պրոմեթեոսների քայքայման, այլ նրանք կառուցվածքային վերափոխման հետ:

ЛИТЕРАТУРА — ԳՐԱԴԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

¹ Т. А. Петришин, С. П. Ландоу, Изв. АН СССР, серия биол., № 6, 79–89 (1953). ² Д. И. Сапожников, Т. А. Кривоуская, А. И. Маевская, ДАН СССР, т. 113, № 2, 465 (1957). ³ Д. Толибеков, А. Баталова, Исследование по фотосинтезу, тематический сб., № 7, 26–29, Душанбе, 1967. ⁴ Н. В. Бажанова, А. Г. Геворкян, Д. А. Оганесян, Биологический журнал Армении, т. 21, № 10, 78–82 (1968). ⁵ Н. В. Бажанова, А. Г. Геворкян, Д. А. Оганесян, Биологический журнал Армении, т. 22, № 8, годика их исследований, Изд. „Наука“, 1964. ⁶ Г. А. Левицкая, Д. И. Сапожников, тезисы докл. на 2 Всесоюзном биохимическом съезде, 19 секция, проблемы фотосинтеза, 74–75, Ташкент, 1969.

УДК 596.763.7

ЭНТОМОЛОГИЯ

С. М. Яблоков-Хинзориан

Два новых вида из рода *Nephus* Muls. из СССР (Coleoptera, Coccinellidae)

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. О. Гулякяном 18/VIII 1969)

1. *Nephus ponticus* lablokoff-Khnzorian sp. nov.

Голотип (самец): Турция Ольты, 21/VIII 1907, по сборам Э. Кеннига (колл. Зоологического института АН АрмССР) паратипы (самки): Севастополь 7/X 1907 по сборам Плигинского (колл. Зоологического института АН СССР), Ереван, Джрвеж, 16/V 1948.

Тело красно-желтое, надкрылья с более или менее заметным следом затемнения вдоль основания и шва или со следом светлого округлого широкого дискального пятна. Конечности желтые, волосистость светлая. Длина 1,6 мм (рис. 1, а).

Тело выпуклое, коротко-овальное, в 1,35 раз длиннее ширины (длина измерена, как и для следующего вида, от вершины переднеспинки до вершины надкрылий). Верх покрыт мелкой нежной плоской точечностью, едва выделяющейся на шагренированном фоне, что придает покровам жирный блеск, волосистость нежная, короткая, негустая прилегающая.

Голова в 1,5 раз уже переднеспинки, в 1,8 раз шире лба. Переднеспинка с закругленными краями, постепенно сужена кпереди, ее передние углы прямые, задние—широко закругленные, с контуром плеч ее контур вырисовывает острый угол. Надкрылья с большими, но совсем плоскими, невыступающими плечевыми бугорками. Выступ переднегруди без киля, относительно шире, чем у прочих видов рода. Заднегрудь и брюшко блестящие, с крупной и вдавленной точечностью на гладком фоне, бедренные линии брюшка (рис. 1, б) вырисовывают приблизительно четверть круга, достигают вершинной четверти их стернита, затем продолжены вдоль вершинного края не достигая бокового. 7-ой уростернит закруглен равномерно у обоих полов. Коготки с зубцом.

У ♂ вторичных половых признаков не имеется.

Сифон (рис. 1, в и г) загнут больше, чем на полкруга, в вершинной части с 2 перепончатыми отростками, направленными назад и напоминающими возвратный крючок многих видов из рода *Scytelus*, и одним таким же отростком, направленным вперед; кпереди от места прикреп-

длина этих отростков концы сифона извилистый, у самой вершины расширен и вырезан вдоль своего вершинного края. Трубка тегмена (рис 1, д) сплюснута в сильно изогнутую (смотреть в профиль), слегка асимметричную пластинку, которая достигает вершины паранер. Трехбес слегка длиннее остальной части тегмена.

Своеобразные придатки на вершинной части сифона вряд ли имеют большое таксономическое значение, так как сходные образования иногда наблюдаются у некоторых видов рода *Scutellus*, напр у *S. arctici* Muls. в порядке индивидуальной изменчивости.

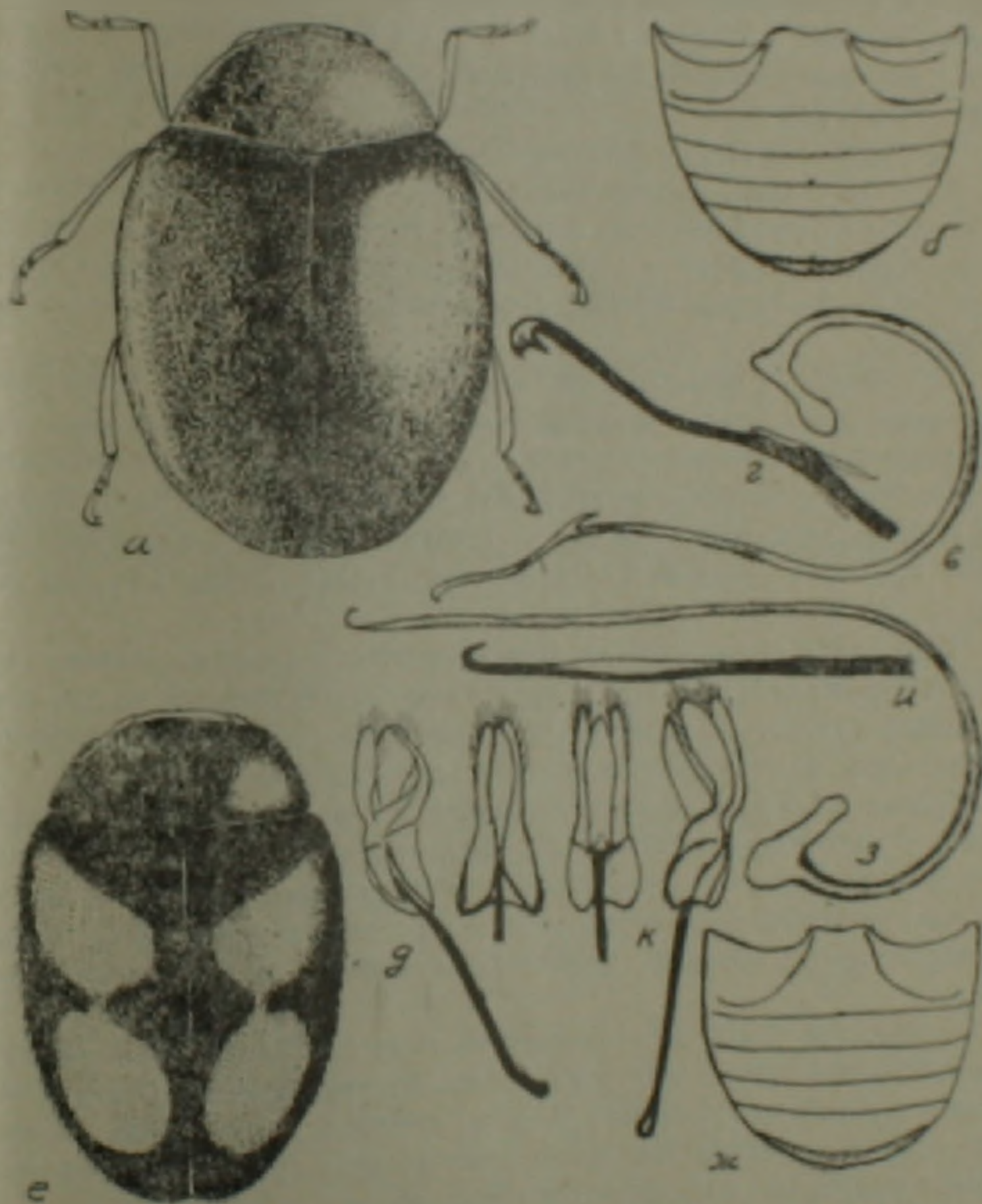


Рис. 1. а — б — *Nephus ponticus* Khnz. sp. nov. а — вид сверху $\times 30$; б — брюшко снизу $\times 30$; в — сифон $\times 70$; г — вершина сифона $\times 140$; д — тегмен сбоку и снизу $\times 30$; е — ж — *Nephus asiaticus* Khnz. sp. nov. е — вид сверху $\times 30$; ж — брюшко снизу $\times 30$; з — сифон $\times 70$; и — вершина сифона $\times 140$; к — тегмен снизу и сбоку $\times 70$

Этот вид принадлежит к хорошо обособленной группе видов рода *Nephus* Muls., характеризованной светлой окраской тела и надкрылий и очень широким выступом переднегруди. К этой группе можно отнести *N. ludyi* Wse., *crucifer* Fleischer, *tamaricis* Capra, *kiesenwetteri* Muls. и некоторых экзотов.

У этих видов, кроме *ludyi*, надкрылья могут иметь характерный рисунок, что облегчает их распознавание, но все они могут быть окрашены так же, как *ponticus*. *N. ludyi* отличается приподнятой и спутанной волосистостью надкрылий, у 3 прочих видов сифон кончается извилистой, длина которой не превышает его ширину более чем в 5 раз, трубка тегмена в профиль прямая или едва изогнутая. От этих 3 видов самка *ponticus* отличается с некоторым трудом по скульптуре надкрылий и габитуально.

2. *Nephus asiaticus* Iablokoff-Khnzorian sp. nov.

Голотип (самец): Ходжа-оби гарм, на северных склонах Гиссарского хребта, 7—20/XI 1943, по сборам А. Н. Кириченко (коллекция Зоологического института АН СССР); паратип (самка): Александровский хребет, по сборам Фишера (коллекция В. В. Баровского в том же институте).

Тело черное, надкрылья, каждое, с парой пятен, которые могут быть соединены друг с другом, основное пятно косое, отходит от плеч, его передний край косо направлен к шву, заднее—округлое, вершинный край надкрылий оторочен желтым. Лоб у ♂ желтый, у ♀ черный. Передние углы переднеспинки красные у ♂, черные у ♀. Конечности светлые, бедра темные у основания, волосистость светлая. Длина 1,4—1,45 мм (рис. 1, е.).

Тело слабо выпуклое, удлинено-овальное, в 1,4 раза длиннее ширины. Покровы верха гладкие, с царапинами между точками, на лбу точки мелкие и густые, на надкрыльях мелкие, рассеянные и поверхностные. Полосистость нежная, короткая, негустая, прилегающая.

Голова в 1,5 раза уже переднеспинки, в 2 раза шире лба. Переднеспинка с закругленным боковым краем, ее передние углы тупые, задние—довольно коротко закругленные, контур переднеспинки с контуром плеч вырисовывает острый угол. У основания переднеспинка слегка сужена, затем до середины параллельносторонняя, кпереди коротко сужена.

Надкрылья с небольшими четкими плечевыми бугорками. Выступ переднегруди типичной для рода формы. Бедренные линии брюшка загибаются дугой до вершинной 1/7-ой их стернита, затем слегка загибаются вперед, прерваны отступя от бокового края (рис. 1, ж). 7-ой уростернит закруглен равномерно у обоих полов.

У ♂ вторичные половые признаки сводятся к окраске лба и переднеспинки.

Сифон (рис. 1, з и и) закруглен больше, чем на полкруга, почти равной толщины до вершинной части, где он слегка расширен, но без крючка, затем сужен и кончается крючком. Трубка тегмена слегка ко-

роче параметр, слегка и равномерно сужена к вершине и загнута вверх. Трабес слегка длиннее остальной части тегмена.

Этот вид представляет своеобразное промежуточное звено между некоторыми особей 1-го из этих видов габитуально и по окраске, но точечность надкрылий гораздо мельче, гениталии иного типа, сифон без возвышенного крючка в вершинной части, трубка тегмена гораздо шире и длиннее, без основного вздутия. К *redtenbacheri* он близок по строению гениталий, но трубка тегмена ланцетовидная, не изогнута и не сужена к середине, тело гораздо шире, точечность надкрылий гораздо мельче и простая, рисунок надкрылий иной, бедра у основания затемнены, лоб у ♂ желтый.

Возможно, что этот вид заменяет оба прочих в горах Средней Азии.

Зоологический институт
Академии наук Армянской ССР

В. Н. ВАРДАНЯН-БЕДРОСЯН

Nephus Muls. սեռի նոր տեսակ ՍՍՀՄ-ից (Coleoptera, Coccinellidae)

Հոգաժողովի նկարագրվում է չափաբանությունները երկու նոր տեսակ՝ 1. *Nephus ponticus* Khnz. sp. nov. Քուրբթալից (Օլթի), Ղրիմից (Սևաստապոլ) և Հայկական ՍՍՀ-ից (Զրզեթ)։ Հոլոտիպը պահվում է Հայկական ՍՍՀ ԳԱ կենդանաբանական ինստիտուտի հավաքածուներում։ 2. *Nephus asiaticus* Khnz. sp. nov. Տաշիկստանից (Հիստրական և Ալեքսանդրյան լեռնաշղթաների թերակղզուներ)։ Հոլոտիպը պահվում է ՍՍՀՄ ԳԱ կենդանաբանական ինստիտուտի հավաքածուներում։

УДК 595.429.2

А. Т. Багдасарян

Новые виды эриофидных клещей из Армении (Acariformes, Eriophyoidea)

(Представлено академиком АН Армянской ССР В. О. Гулканяном 26/XI 1969)

На грецком орехе (*Juglans regia* L.) в Армении обнаружены 4 новых для науки вида эриофидных клещей, из которых 3 свободноживущие и один галлообразующий. В настоящей статье дается описание этих видов. Размеры клещей даются в микронах. Длина тела клеща дается от переднего края дорзального щитка (без лобного выступа) до заднего конца тела (хвостовые лопасти). Длина ног дается без тазиков и эмподиев, а длина щетинок тела без бугорков.

Типы новых видов хранятся в коллекциях Зоологического института АН Армянской ССР.

Aceria avanensis Bagdasarian, sp. n. (рис. 1).

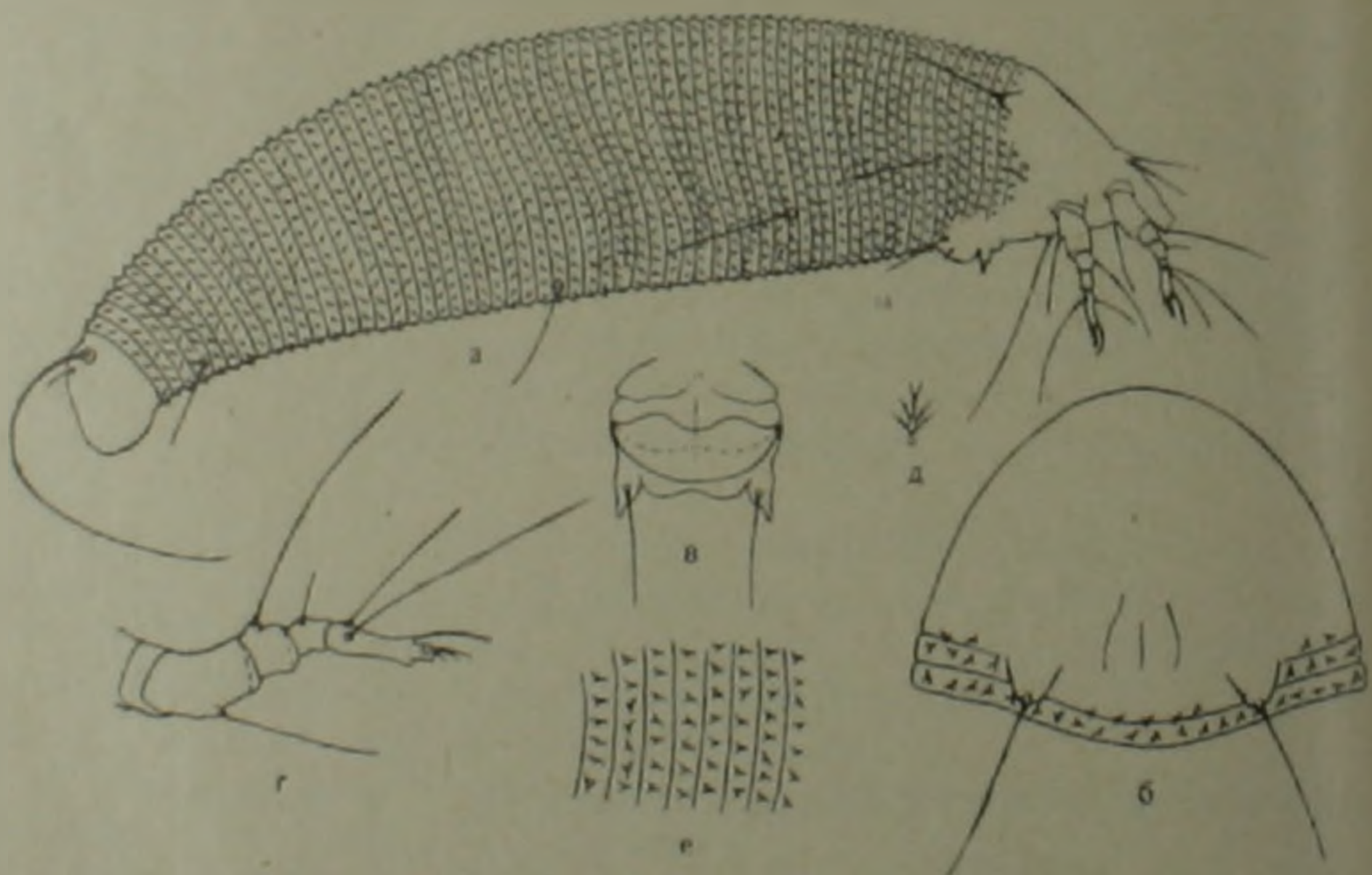


Рис. 1. *Aceria avanensis* Bagdasarian sp. n. а—форма тела ♀ сбоку; б—дорзальный щит с щетинками; в—генитальный аппарат ♀; г—нога I; д—эмподий ног; е—спинные и брюшные полукольца с микробугорками

Самка. Тело удлиненное, червеобразное, окраска беловатая или красновато-белая; длина тела 300 (290 — 320), ширина 80 (75 — 85). На дорзальном щитке проподосомы мелианная и адмелианнные линии выражены только на задней части щитка. Задние концы адмелианнных линий не отходят к боковым сторонам, а наоборот направляются во внутрь. Длина дорзальных щетинок чуть меньше длины щитка; длина щитка 37, дорзальных щетинок 30. Эмподий ног с 4 парами ясно раздвоенных лучей. Генитальный клапан без линии. На гистеросоме спинные и брюшные полукольца покрыты густо расположенными шиповидными бугорками, расстояние между ними доходит до 1 — 2. Число спинных полуколец 70 (62 — 70), брюшных 60 (58 — 63), ширина полуколец 2,5 — 3. От края дорзального щитка до s. lat. имеются 7 брюшных полуколец, между s. lat. и s. vent. I 13 брюшных полуколец. S. vent. I и II 16, s. vent. II и III 22, s. vent. III и s. caud. 4. Аксессуарные щетинки имеются, длина их 9.

Размеры. Длина хелицера 19, роострума 21. Длина ног I — 37, голени I — 5, лапки I — 12, коготка I — 10. Длина ног II — 34, голени II — 4, лапки II — 11, коготка II — 11. Длина тазиковых щетинок ног: щетника I — 45, II — 15, III — 55. Длина генитального аппарата — 14, ширина — 22. Длина щетинки гистеросомы: s. geni. — 15 (расстояние между ними 16), s. lat. — 28, s. vent. I — 34, II — 23, III — 27, s. caud. — 80.

Самец не обнаружен.

Материал собран на территории Ереванского Зоопарка (19/III 1964). Голотип в препарате № 555.

Новый вид по строению гистеросомы и дорзального щитка проподосомы близок к *Aceria amicus* (K.), описанному на *Juglans californica* Wats. из США (Калифорния). Однако по величине тела и числу полуколец, по структуре генитального аппарата и микробугорков гистеросомальных полуколец, а также по величине ног и их членников и некоторым другим признакам хорошо отличается от *A. amicus*.

Vasates arzakunensis Bagdasarian, sp. n. (рис. 2).

Самка. Тело удлиненноверетеновидное, окраска беловатая; длина тела 200 (160 — 210), ширина 60 (50 — 60). Дорзальный щит проподосомы с линиями, длина дорзального щитка 33, ширина 37. Дистальный конец лобного выступа дорзального щитка сильно заострен, длина лобного выступа 6, ширина сбоку (в середине) 1. Дорзальные щетинки щитка на вершине не острые, а округлые, туповершинные; длина дорзальных щетинок 20, а расстояние между ними 18. На лапках ног I и II, кроме двух дорзальных щетинок, на дистальном конце имеется одна маленькая подкоготковая щетинка; длина внутренних дорзальных щетинок на лапках ног I — 18, внешних дорзальных 26, подкоготковых 6; длина внутренних дорзальных щетинок на лапках ног II — 10, внешних дорзальных 25, подкоготковых 5. Эмподий ног с 6 парами лучей. Генитальный клапан с 10 линиями. Спинные и

брюшные полукольца гистеросомы покрыты микробугорками, на спинных полукольцах они редкие и чуть крупнее, чем на брюшных; длина брюшных микробугорков I, расстояние между брюшными мик-



Рис. 2. *V. arzakani* Bagdasarian sp. n. а — форма тела ♀ сверху; б — вентральный вид с щетинками; в — генитальный аппарат ♀; г — спинные и брюшные полукольца с микробугорками; д — интолий ног

робугорками I, а между спинными 2. Число спинных полуколец гистеросомы 32 (27 — 32), брюшных 63 (63 — 73). С края щитка до в. lat. 10—11 брюшных полуколец, между в. lat. и в. vent. I—13 брюшных полуколец, в. vent. I и II—15, в. vent. II и III—22, в. vent. III и в. caud. I. Аксессуарных щетинок не имеется.

Размеры. Длина хелицеры 17, длина роострума — 20. Длина ног I—24, голени I—6, лапки I—8, коготка I—11. Длина ног II—26, голени II—4,5, лапки II—6, коготка II—11. Длина щетинок тазиков ног: щетинка I—30, II—10, III—40. Длина генитального аппарата 10, ширина — 15. Длина щетинок гистеросомы: в. genit. 17 (расстояние между ними 15), в. lat.—16, в. vent. I—60, II—30, III—20, в. caud.—80.

Самец не обнаружен.

Материал собран из окрестности ст. Самани Туманянского района (20/VIII 1969, 28/XI 1968) и сел. Арзакан Разданского района (20/VI 1969). Голотип в препарате № 1077.

V. arzakani Bagd., sp. n. по форме тела похож на *V. angustatus* Hal., но одновременно хорошо отличается от последнего по количеству спинных полуколец и по строению интодиев ног.

Vasates meghriensis Bagdatian, sp. n. (рис. 3).

Самка. Тело широкояйцевидное, длина тела 170 (150—170), ширина 60 (50—60). Дорзальный щит сетчатый, длина щит-



Рис. 3. *Vasates meghriensis* Bagdatian sp. n. а — форма тела ♀ сбоку, б — дорзальный щит с сетчатой и радиальной линиями; в — генитальный клапан ♀; г — участки с бугорками на спинной и брюшной поверхности; д — анальный пор

ка 35, ширина 36. Лобный выступ щита на вершине острый, длина лобного выступа 8, ширина сбоку (в середине) 1—1,5. На лапках ног I и II, кроме двух дорзальных щетинок, на дистальном конце имеется одна подкоготковая щетинка. Длина внутренних дорзальных щетинок на лапках ног I—20, внешних дорзальных 26, подкоготковых 7; длина внутренних дорзальных щетинок на лапках II—10, внешних дорзальных 26, подкоготковых 5, выносовой ног с 5 парами лучей. Генитальный клапан с 11—12 продольными линиями. На гистерокоме спинные и брюшные полукольца покрыты микробугорками, имеющими остро треугольную форму. Эти микробугорки на брюшных полукольцах мелкие, а на спинных крупные; длина бугорков брюшных полукольцев 1—1,3, спинных 1,5—2. Число гистерокомальных полукольцев со спинной стороны 24 (22—24), с брюшной 35 (31—39); ширина спинных полукольцев 4 (4—5), брюшных 1,5 (1—2). От края дорзального щитка до а. lat. брюшных полукольцев 9, между а. lat. и а. vent. I—11, а. vent. I и II—15, а. vent. II и III—21, а. vent. III и а. sub. — 4. Аксессуарных щетинок не имеется.

Размеры. Длина хелицера 17, длина роstrума 21, длина ног I—28, голени I—4,5, лапки I—7, коготка I—10. Длина ног II—25, голени

II — 3,5, лапки II — 6, коготка II — 11. Длина тазиковых щетинок ног: щетинка I — 35, II — 10, III — 45. Длина генитального аппарата 10, ширина 20. Длина щетинок идиосомы: s. dor. — 17 (расстояние между ними — 20), s. gen. — 17 (расстояние между ними 15), s. lat. — 16, s. vent. I — 60, II — 16, III — 21, s. caud. — 65.

Самец не обнаружен.

Материал собран из пос. Мегри Мегринского района (11/VIII 1961). Голотип в препарате № 157.

Новый вид по форме тела, по количеству спинных полуколец и строению эмподиев ног очень похож на *V. unguiculatus* Nal. Однако хорошо отличается от него строением спинных полуколец и дорзального щитка проподосомы.

Rhyncaphytoptus sanahinensis Bagdasarian, sp. n. (рис. 4).

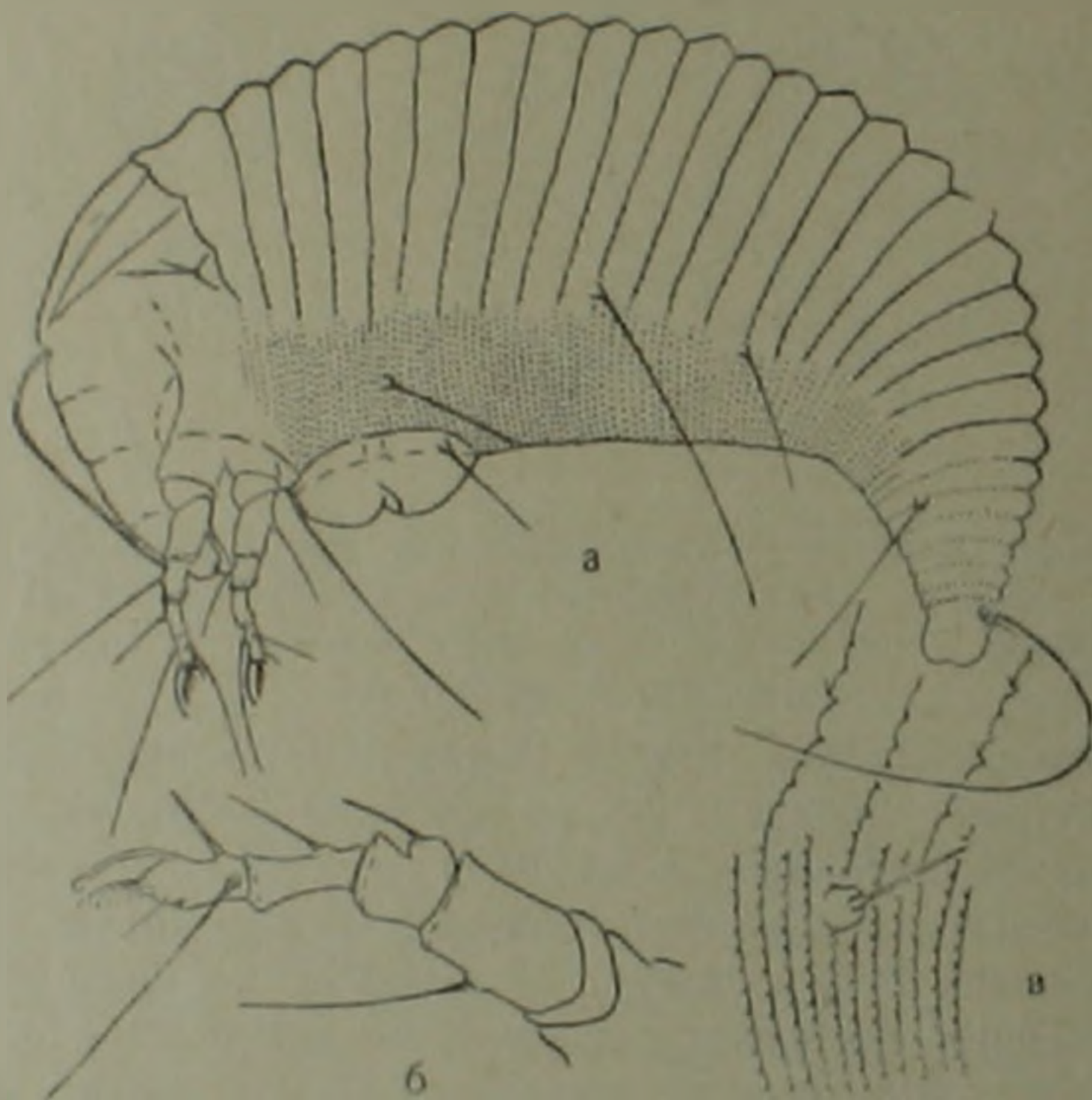


Рис. 4. *Rhyncaphytoptus sanahinensis* Bagdasarian sp. n. а — форма тела ♀ сбоку; б — нога I с эмподием; в — спинные и брюшные полукольца с микробугорками

Самка. Тело широковеретеновидное; длина тела 240, ширина 90. На дорзальном щитке медианная и адмедианные линии начинаются с заднего края щитка и доходят до переднего края, субдорзальные же не доходят до переднего края щитка. Длина дорзального щитка примерно в 2 раза короче ширины; длина щитка 32, ширина 70. Лобный выступ щитка маленький, туповершинный, длина выступа 9, ширина (в середине) 3. Дорзальные щетинки короткие, направленные вверх и вперед, длина их 8. На лапках ног I и II, кроме двух

дорзальных щетинок, имеется и подкоготковая щетинка; на лапке I внутренних дорзальных щетинок 30, внешних дорзальных 36, подкоготковых 8; на лапке II внутренних дорзальных щетинок 16, внешних дорзальных 35, подкоготковых 5. Эмподий ног с 6 парами лучей.

Брюшные полукольца гистеросомы покрыты микробугорками, спинные же полукольца по центральной части, вдоль тела гладкие, а по бокам имеются редко расположенные и более крупные бугорки. Длина спинных микробугорков 1, расстояние между ними 2—3; длина брюшных микробугорков 0,5, расстояние между ними 1—1,2. Число спинных полуколец 28, брюшных 82; ширина спинных полуколец 8—9, брюшных 1—1,5. От края дорзального щитка до s. lat. 18 брюшных полуколец, между s. lat. и s. vent. число брюшных полуколец 24, s. vent. I и II 18, s. vent. II и III — 17, s. vent. III и s. caud. 5.

Размеры. Длина хелицера 60, длина рострума 55. Длина ног I — 40, голени I — 10, лапки I — 10, коготка I — 9. Длина ног II — 37, голени II — 9, лапки II — 9, коготка II — 8. Длина гистеросомальных щетинок: s. gen. — 15, s. lat. — 25, s. vent. I — 65, II — 25, III — 38, s. caud. — 100, s. acc. — 6.

Описывается по одной самке (голотип), находившейся в зимовке, взятой на ст. Санани Гуманянского района (28/XI 1968).

Хорошо отличается от всех известных для этого рода видов, у которых нахождение зимних самок не установлено, но одновременно и от тех, у которых они известны.

Зоологический институт
Академии наук Армянской ССР

Ա. Յ. ԲԱՂՊԱՍԱՐՅԱՆ

Էրիոֆիիդ տզերի նոր տեսակներ Հայաստանից
(Acariformes, Eriophyoidea)

Հայաստանում ընկալվելու վրա հայտնաբերվել են գիտության համար չորս նոր տեսակ ծառատ տզեր, որոնք վնասում են ընկալեցուն, Այդ տեսակներից երեքը ազատ ապրող ծառատ տզերն են, իսկ մեկը՝ պայատիզ, Հոգվածում արվում է այդ տեսակների նկարագրությունը, նկարագրվող նոր տեսակների տիպերը պատկանում են Հայկական ՍՍՀ ԳԱ Կենդանաբանական թանկանիտի հավաքածուներում:

