

1.

ԲԱՑԿԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆԵՐ
NATURAL SCIENCES
ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ОБ ИЗГИБЕ БАЛОК НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ
ПОПЕРЕЧНЫМИ И ПРОДОЛЬНЫМИ СИЛАМИ.
ЧАСТЬ 1. ИЗГИБ БАЛКИ НА УПРУГОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ

КУТУЗЯН НЕЛЛИ

кандидат физико-математических наук, доцент
проректор Гаварского государственного университета
e-mail: n.kutuzyan@gsu.am

ШЕКЯН ЛАВРЕНТИЙ

член корреспондент инженерной Академии Армении,
доктор физико-математических наук, профессор
преподаватель Гаварского государственного университета
e-mail: lshekyan@mail.ru

В рамках теории С. П. Тимошенко [1] об обобщенной модели изгиба балок, где помимо поперечных сил, продольные сжимающие или растягивающие осевые силы также влияют на прогибы балок, проведено теоретическое исследование одного класса контактных задач изгиба одной, двух или периодической системы балок на упругом основании в условиях плоской деформации.

Задачи формулируются относительно действующих в контактной области нормальных контактных напряжений к соответствующему сингулярному интегральному уравнению (СИУ). Эффективное решение этих СИУ получается непосредственным применением к ним известного численно-аналитического метода [2,3], основанного на формулах Гаусса для интегралов типа Коши и обычных интегралов с привлечением математического аппарата многочленов Чебышева.

Проблемы, связанные с исследованием конструкций, лежащих на упругом основании, представляют собой одно из актуальных, сложных и наиболее интересных задач теории упругости. Обширные классы задач об изгибе тонкостенных элементов в виде балок, плит, оболочек на деформируемых основаниях различных форм и в рамках различных

физических допущений, тесно примыкающие к классическим контактным задачам теории упругости, ввиду их актуальности и практической значимости стали предметом исследования многих авторов [4,5].

В данной части работы приведено решение соответствующей задачи изгиба одной балки на упругой полуплоскости.

Ключевые слова: изгиб, балка, упругая полуплоскость, контакт, поперечные и продольные силы.

1. Постановка задач. В условиях плоской деформации с базовой плоскостью Oxz рассматриваются задачи об изгибе одной балки, двух балок, а также периодической системы горизонтальных балок с модулями упругости E , коэффициентами Пуассона ν , длин $2a$ и высот h , под действием заданных вертикальных распределенных сил интенсивностью $q(x)$ и приложенных на концевых точках срединной линии балок осевые сжимающие или растягивающие сил T , изгибаются на нижней упругой полуплоскости с соответствующими упругими постоянными E_1 и ν_1 .

Ставится задача: в рамках теории С.П. Тимошенко [1] о сложном изгибе балок, где помимо поперечных сил, продольные сжимающие или растягивающие осевые силы также влияют на прогибы балок, определить влияние осевых сил T на прогибы балок $w(x)$, законы распределения изгибающих моментов $M(x)$ и перерезающих сил $Q(x)$ во всех поперечных сечениях балок, а также на закон распределения контактных давлений $p(x)$, действующих между балками и полуплоскостью.

2. Дифференциальное уравнение сложного изгиба балки и его интегрирование. Рассмотрим дифференциальное уравнение сложного изгиба горизонтальной одинарной балки поперечными силами $q(x)$ и $p(x)$, учитывая при этом по теории С.П. Тимошенко [1] сжимающих сил T , приложенных на концах срединной линии балки (фиг. 1). Это уравнение получается из общего дифференциального уравнения изгиба прямоугольной пластинки при совместном воздействии поперечных сил и сил в срединной плоскости пластиинки, находящейся в условиях плоской деформации с базовой плоскостью Oxz . Оно имеет вид

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + T \frac{d^2 w}{dx^2} = p(x) - q(x), \quad (x \in [-a, a]). \quad (1)$$

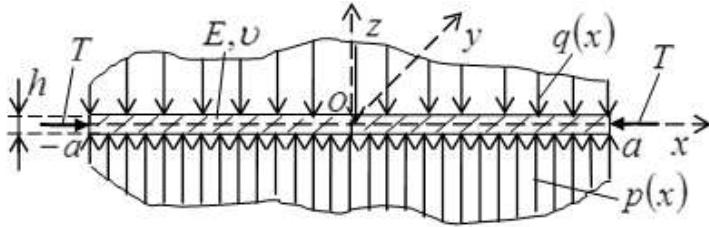
Здесь $D = Eh^3/12(1-\nu^2)$ - изгибная жесткость пластины, гнувшейся по цилиндрической поверхности, представляет собой жесткость балки-полоски прямоугольного поперечного сечения единичной ширины при плоской деформации ($\varepsilon_y = 0$). В случае плоского напряженного состояния, жесткость на изгиб балки прямоугольного поперечного сечения единичной ширины выражается формулой $D = Eh^3/12$.

Дифференциальное уравнение (1) рассматривается при следующих граничных условиях:

$$M(x)\Big|_{x=\pm a} = D \frac{d^2 w}{dx^2}\Big|_{x=\pm a} = 0 \Rightarrow \frac{d^2 w}{dx^2}\Big|_{x=\pm a} = 0, \quad (2)$$

указывающих на то, что в концевых точках балки $x = \pm a$ изгибающие моменты $M(x)$ отсутствуют. При этом условия равновесия балки имеют вид

$$(3) \quad \int_{-a}^a p(x)dx = P \quad \left(P = \int_{-a}^a q(x)dx \right), \quad \int_{-a}^a xp(x)dx = M \quad \left(M = \int_{-a}^a xq(x)dx \right).$$



Фиг. 1 Схема нагружения одинарной балки

Приступая к решению дифференциального уравнения (1) при условиях (2), сначала уравнение (1) представим в виде

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 y = g(x), \quad (-a \leq x \leq a) \quad (4)$$

где

$$y = d^2 w / dx^2, \quad k = \sqrt{T/D}, \quad g(x) = [p(x) - q(x)]/D. \quad (5)$$

Общее решение дифференциального уравнения (4) представляется формулой

$$y = C_1 \cos kx + C_2 \sin kx + \frac{1}{2k} \int_{-a}^a \sin(k|x-s|)g(s)ds, \quad (-a \leq x \leq a), \quad (6)$$

где C_1 и C_2 - постоянные интегрирования. Их определим из граничных условий (2) с учетом (5) и (6). В итоге придём относительно C_1 и C_2 к системе линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} C_1 \cos ka - C_2 \sin ka = -\frac{1}{2k} \int_{-a}^a \sin[k(a+s)]g(s)ds, \\ C_1 \cos ka + C_2 \sin ka = -\frac{1}{2k} \int_{-a}^a \sin[k(a-s)]g(s)ds. \end{cases} \quad (7)$$

При $0 < k < \pi/2a$ главный определитель этой системы $\Delta = \sin(2ka) \neq 0$, т.е. система (7) имеет единственное решение

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{\operatorname{tg}(ka)}{2kD} \int_{-a}^a \cos(ks)[p(s)-q(s)]ds, \\ C_2 &= \frac{\operatorname{ctg}(ka)}{2kD} \int_{-a}^a \sin(ks)[p(s)-q(s)]ds. \end{aligned} \quad (8)$$

Тогда формула (6) с учётом обозначений (5) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2w}{dx^2} &= \frac{1}{2kD} \int_{-a}^a \sin(k|x-s|)[p(s)-q(s)]ds + \\ &+ \frac{1}{kD \sin(2ka)} \int_{-a}^a (\cos^2(ka)\sin(kx)\sin(ks) - \sin^2(ka)\cos(kx)\cos(ks))[p(s)-q(s)]ds. \end{aligned} \quad (9)$$

Проводя в формуле (9) предельный переход $k \rightarrow 0$, с учётом (3) и (4) получим

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{1}{2D} \int_{-a}^a |x-s| \cdot [p(s)-q(s)]ds, \quad (10)$$

что совпадает и классическим случаем, когда осевые сжимающие силы T отсутствуют [1].

При $k = \pi/2a$ главный определитель системы (7) $\Delta = 0$. Тогда на основании (5), получим $T = (\pi/2a)^2 D$. Это, согласно формулы Эйлера [1], первое критическое значение осевых сжимающих сил T для шарнирно-опертой балки (изгибающие моменты в концевых точках балки отсутствуют), при которой балка потеряет устойчивость. Случай $k \geq \pi/2a$, где $T \geq (\pi/2a)^2 D$, в данной работе не рассматриваем.

В случае осевых растягивающих сил в уравнении (1) следует T заменить на $-T$. При этом в формуле (9) следует параметр k формально

заменить на ik , где i – мнимая единица, и от тригонометрических функций перейти к соответствующим гиперболическим функциям:

$$\begin{aligned} \frac{d^2w}{dx^2} &= \frac{1}{2kD} \int_{-a}^a sh(k|x-s|)[p(s)-q(s)]ds + \\ &+ \frac{1}{kDsh(2ka)} \int_{-a}^a (ch^2(ka)sh(kx)sh(ks) - sh^2(ka)ch(kx)ch(ks)) [p(s)-q(s)]ds. \end{aligned} \quad (11)$$

Далее интегрируя уравнения (9) и (11), получим

$$\frac{dw}{dx} = \frac{1}{2k^2 D} \int_{-a}^a H(x,s)[p(s)-q(s)]ds + C, \quad (-a \leq x \leq a) \quad (12)$$

где C – константа интегрирования, $H(x,s)$ – регулярная функция, которая в случае осевых сжимающих сил выражается формулой

$$H(x,s) = \{1 - \cos[k(x-s)]\}sign(x-s) + ctg(ka)[1 - \cos(kx)]\sin(ks) - tg(ka)\sin(kx)\cos(ks), \quad (13)$$

а в случае осевых растягивающих сил – формулой

$$H(x,s) = \{ch[k(x-s)-1]\}sign(x-s) + cth(ka)[ch(kx)-1]sh(ks) - th(ka)sh(kx)ch(ks). \quad (14)$$

3. Изгиб балки на упругой полуплоскости. Пусть упругая балка, отнесенная к отрезке $(-a \leq x \leq a)$ горизонтальной оси Ox правой прямоугольной системы координат Oxz , под действием распределенных вертикальных сил интенсивности $q(x)$ и действующие в концах срединной линии балки осевых сжимающих сил T ($0 \leq T < (\pi/2a)^2 D$) изгибаясь вдавливает в нижнюю упругую полуплоскость ($z \leq 0$) (фиг.2). Предполагается, что балка (пластина) и полуплоскость находятся в условиях плоской деформации с базовой вертикальной плоскостью Oxz . Относительно балки также предполагается, что она изгибается по обобщенной модели, предложенной С.П. Тимошенко, в которой, помимо вертикальной нагрузки $q(x)$, на прогибы балки также влияют осевые сжимающие силы T . При таких физических допущениях определим закон распределения нормальных контактных напряжений $\sigma_y|_{y=0} = -p(x)$ на отрезке $(-a \leq x \leq a)$ контакта балки с упругой полуплоскостью, прогибы балки $w(x)$, а также изгибающие моменты $M(x)$ и перерезающие силы $Q(x)$ в поперечных сечениях балки.

Для вывода определяющих уравнений описанной контактной задачи запишем выражение вертикальных перемещений $w_1(x)$ граничных точек

нижней упругой полуплоскости, когда на её граничных точках $\{x \in [-a, a]; z = 0\}$ действует контактное давление $p(x)$ [6]

$$w_1(x) = -\frac{2(1-\nu_1^2)}{\pi E_1} \int_{-a}^a \ln \frac{1}{|x-s|} p(s) ds + C_*, \quad (-\infty < x < \infty),$$

(15)

где C_* – константа Фламана. Далее запишем условие контакта балки и упругого основания $w(x) = w_1(x)$ ($-a \leq x \leq a$), которое после дифференцирования принимает вид

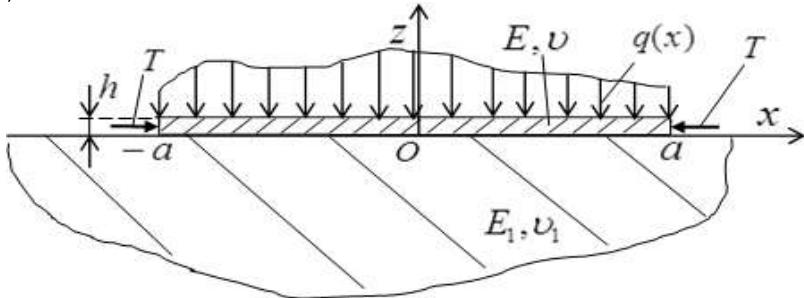
$$(dw/dx) = (dw_1/dx), \quad (-a < x < a). \quad (16)$$

Теперь, учитывая (12), (15) и (16), получим относительно контактного давления $p(x)$ следующее сингулярное интегральное уравнение (СИУ):

$$\frac{2(1-\nu_1^2)}{\pi E_1} \int_{-a}^a \frac{p(s) ds}{s-x} = -\frac{1}{2k^2 D} \int_{-a}^a H(x,s) [p(s) - q(s)] ds + C, \quad (-a < x < a). \quad (17)$$

В случае абсолютно жестких балок ($E = \infty$) СИУ (17) совпадает с интегральным уравнением плоской контактной задачи для упругой полуплоскости и штампа [6].

Решение СИУ (16) должно удовлетворять условиям равновесия балки (3).



Фиг. 2 Схема контакта балки и упругой полуплоскости

Далее введем безразмерные координаты и величины

$$\xi = x/a, \quad \eta = s/a, \quad \chi = ka, \quad \lambda = \pi a E_1 / 4(1-\nu_1^2) k^2 D, \quad \gamma = C / 2(1-\nu_1^2), \quad (18)$$

$$\varphi_1(\xi) = \frac{p(a\xi)}{E_1}, \quad h(\xi) = \frac{q(a\xi)}{E_1}, \quad \bar{M}(\xi) = \frac{M(a\xi)}{a^2 E_1}, \quad \bar{Q}(\xi) = \frac{Q(a\xi)}{a E_1}, \quad (-1 \leq \xi \leq 1).$$

Тогда в безразмерных величинах СИУ (17) принимает вид

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\varphi_1(\eta) d\eta}{\eta - \xi} + \frac{\lambda}{\pi} \int_{-1}^1 K_1(\xi, \eta) \varphi_1(\eta) d\eta = \frac{\lambda}{\pi} f_1(\xi) + \gamma, \quad (-1 < \xi < 1) \quad (19)$$

а условия равновесия (3) - вид

$$\int_{-1}^1 \varphi_1(\xi) d\xi = P_0, \quad \int_{-1}^1 \xi \varphi_1(\xi) d\xi = M_0. \quad (20)$$

Здесь введены обозначения

$$K_1(\xi, \eta) = H(a\xi, a\eta), \quad f_1(\xi) = \int_{-1}^1 K_1(\xi, \eta) h(\eta) d\eta, \quad P_0 = \frac{P}{aE_1}, \quad M_0 = \frac{M}{a^2 E_1}. \quad (21)$$

Таким образом, задача сведена к решению СИУ (19) при условиях (20). Отметим, что из (19) посредством предельного перехода $k \rightarrow 0$ получается определяющее СИУ плоской контактной задачи об изгибе балки на упругой полуплоскости по классической теории изгиба балок [4].

4. Решение СИУ (19) при условий (20). Определение изгибающих моментов и перерезающих сил. СИУ (19) при условиях (20) известным численно-аналитическим методом [2,3] сведем к системе линейных алгебраических уравнений. С этой целью положим

$$\varphi_1(\xi) = \Phi(\xi) / \sqrt{1 - \xi^2}, \quad (-1 < \xi < 1), \quad (22)$$

где функция $\Phi(\xi)$ определена на отрезке $\xi \in [-1, 1]$ и принадлежит гельдеровскому классу функций. В результате, придем к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^N \frac{1}{N} \left[\frac{1}{\eta_m - \xi_r} + \lambda K(\xi_r, \eta_m) \right] \Phi(\eta_m) &= \frac{\lambda}{\pi} f(\xi_r) + \gamma \quad (r = 1, 2, \dots, N-1), \\ \frac{\pi}{N} \sum_{m=1}^N \Phi(\eta_m) &= P_0, \quad \frac{\pi}{N} \sum_{m=1}^N \eta_m \Phi(\eta_m) = M_0, \end{aligned} \quad (23)$$

где η_m ($m = 1, 2, \dots, N$) и ξ_r ($r = 1, 2, \dots, N-1$) - известные чебышевские узлы [2,3]

$$\eta_m = \cos\left(\frac{2m-1}{2N}\pi\right) \quad (m = 1, 2, \dots, N), \quad \xi_r = \cos\left(\frac{\pi r}{N}\right) \quad (r = 1, 2, \dots, N-1).$$

Система (23) состоит из $(N+1)$ линейных алгебраических уравнений относительно $(N+1)$ неизвестных $\Phi(\eta_1), \Phi(\eta_2), \dots, \Phi(\eta_N), \gamma$. Положим

$$X_m = \begin{cases} \Phi(\eta_m) & (m = 1, 2, \dots, N); \\ \gamma & (m = N+1); \end{cases} \quad (24)$$

$$K_{rm} = \begin{cases} \frac{1}{N} \left[\frac{1}{\eta_m - \xi_r} + \lambda K(\xi_r, \eta_m) \right] & (r=1,2,\dots,N-1; m=1,2,\dots,N); \\ -1 & (r=1,2,\dots,N-1; m=N+1); \\ \pi/N & (r=N; m=1,2,\dots,N); \\ 0 & (r=N; m=N+1); \\ \pi \eta_m / N & (r=N+1; m=1,2,\dots,N); \\ 0 & (r=N+1; m=N+1); \end{cases} \quad (25)$$

$$a_r = \begin{cases} \frac{\lambda}{\pi} f(\xi_r) & (r=1,2,\dots,N-1); \\ P_0, & (r=N); \\ M_0, & (r=N+1). \end{cases} \quad (26)$$

Тогда система (23) преобразуется к каноническому виду

$$\sum_{m=1}^{N+1} K_{rm} X_m = a_r \quad (r=1,2,\dots,N+1). \quad (27)$$

Далее, обозначим через $X_m^{(1)}$, $X_m^{(2)}$ и $X_m^{(3)}$ ($m=1,2,\dots,N+1$) - соответственно решение системы (27) при правой части в виде $a_r^{(1)}$, $a_r^{(2)}$ и $a_r^{(3)}$ ($r=1,2,\dots,N+1$), где следующие векторы-столбцы

$$a_r^{(1)} = \frac{1}{\pi} \begin{cases} \lambda f(\xi_r), & (r=1,2,\dots,N-1) \\ 0, & (r=N, N+1) \end{cases}, \quad a_r^{(2)} = \begin{cases} 0, & (r=1,2,\dots,N-1) \\ 1, & (r=N) \\ 0, & (r=N+1) \end{cases},$$

$$a_r^{(3)} = \begin{cases} 0, & (r=1,2,\dots,N) \\ 1, & (r=N+1) \end{cases}.$$

Тогда решение системы (27) можем представить в форме

$$X_m = X_m^{(1)} + P_0 X_m^{(2)} + M_0 X_m^{(3)}, \quad (m=1,2,\dots,N+1). \quad (28)$$

Теперь по цепочке формул (28), (24) и (22) определим значения безразмерного контактного давления $\varphi_1(\xi)$ в чебышевских узлах $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N$

$$\varphi_1(\eta_m) = X_m / \sqrt{1 - \eta_m^2}, \quad (m=1,2,\dots,N). \quad (29)$$

Далее используя формулы (9), (11) а также соотношения [1]

$$M(x) = D \frac{d^2 w}{dx^2}, \quad Q(x) = D \frac{d^3 w}{dx^3} \quad (-a \leq x \leq a), \quad (30)$$

вычислим значения обозначенных в (18) безразмерных изгибающих моментов $\bar{M}(\xi)$ и поперечных перерезающих сил $\bar{Q}(\xi)$ в чебышевских узлах. В случае осевого сжатия имеем

$$\begin{aligned} \bar{M}(\xi_r) &= \frac{\pi}{N\chi \sin 2\chi} \sum_{m=1}^N [\cos^2 \chi \sin(\chi \xi_r) \sin(\chi \eta_m) - \sin^2 \chi \cos(\chi \xi_r) \cos(\chi \eta_m)] \times \\ &\quad \times [X_m - \sqrt{1-\eta_m^2} h(\eta_m)] + \frac{\pi}{2\chi N} \sum_{m=1}^N \sin(\chi |\xi_r - \eta_m|) [X_m - \sqrt{1-\eta_m^2} h(\eta_m)], \quad (31) \\ \bar{Q}(\xi_r) &= \frac{\pi}{2N} \sum_{m=1}^N [tg \chi \sin(\chi \xi_r) \cos(\chi \eta_m) + ctg \chi \cos(\chi \xi_r) \sin(\chi \eta_m)] [X_m - \sqrt{1-\eta_m^2} h(\eta_m)] + \\ &\quad + \frac{\pi}{2N} \sum_{m=1}^N \cos[\chi(\xi_r - \eta_m)] sign(\xi_r - \eta_m) [X_m - \sqrt{1-\eta_m^2} h(\eta_m)], \quad (r=1,2,\dots,N-1), \end{aligned}$$

а в случае осевого растяжения они определяются формулами

$$\begin{aligned} \bar{M}(\xi_r) &= \frac{\pi}{N\chi sh(2\chi)} \sum_{m=1}^N [ch^2 \chi sh(\chi \xi_r) sh(\chi \eta_m) - sh^2 \chi ch(\chi \xi_r) ch(\chi \eta_m)] \times \\ &\quad \times [X_m - \sqrt{1-\eta_m^2} h(\eta_m)] + \frac{\pi}{2\chi N} \sum_{m=1}^N sh(\chi |\xi_r - \eta_m|) [X_m - \sqrt{1-\eta_m^2} h(\eta_m)], \quad (32) \\ \bar{Q}(\xi_r) &= \frac{\pi}{2N} \sum_{m=1}^N [cth \chi ch(\chi \xi_r) sh(\chi \eta_m) - th \chi sh(\chi \xi_r) ch(\chi \eta_m)] [X_m - \sqrt{1-\eta_m^2} h(\eta_m)] + \\ &\quad + \frac{\pi}{2N} \sum_{m=1}^N ch(\chi |\xi_r - \eta_m|) sign(\xi_r - \eta_m) [X_m - \sqrt{1-\eta_m^2} h(\eta_m)], \quad (r=1,2,\dots,N-1). \end{aligned}$$

По интерполяционному многочлену Лагранжа по чебышевским узлам вычислим также значение расчетной функции $\Phi(\xi)$ в точке $\xi=1$

$$\Phi(1) = \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N (-1)^{m+1} \Phi(\eta_m) ctg\left(\frac{2m-1}{4N}\pi\right). \quad (33)$$

Далее вычислим безразмерный коэффициент концентрации напряжений K_0 в концевой точке $x=a$ ($\xi=1$) балки. Согласно (22) и (33) будем иметь

$$K_0 = \lim_{\xi \rightarrow 1-0} [\sqrt{1-\xi} \varphi_1(\xi)] = \frac{\Phi(1)}{\sqrt{2}} = \frac{1}{N\sqrt{2}} \sum_{m=1}^N (-1)^{m+1} X_m ctg\left(\frac{2m-1}{4N}\pi\right). \quad (34)$$

Список использованной литературы

1. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С., Пластины и оболочки, М., Наука, 1966, 636 с.
2. Erdogan F., Gupta G.D., Cook T.S., The numerical solutions of singular integral equations. Methods of Analysis and solution of crack problems, pp 368-425, Noordhoff Intern. Publ., 1973.
3. Theocaris P. S., Ioakimidis N. I. Numerical Integration Methods for the Solution of Singular Integral Equations. // Quart. Appl. Math., vol. 35, №1, 1997. Р. 173-185.
4. Власов В.З., Леонтьев Н.Н., Балки, плиты и оболочки на упругом основании, М, Физматгиз, 1960, 491 с.
5. Коренев Б.Г., Вопросы расчета балок и плит на упругом основании, М., Госстройиздат, 1954, 232 с.
6. Штаерман И. Я., Контактная задача теории упругости, М.-Л., Госмехтеориздат, 1949, 270 с.

ԱՌԱՋԱԿԱՆ ՀԻՄՔԻ ՎՐԱ ՀԵԾԱՆՆԵՐԻ՝ ԿՈՂԱՅԻՆ ԵՎ ԵՐԿԱՅՆԱԿԱՆ

ՈՒԺԵՐՈՎ ԾՈՄԱՆ ՎԵՐԱԲԵՐՅԱԼ ՄԻ ՔԱՆԻ ԽՆԴԻՐՆԵՐ:

ՄԱՍ 1. ՀԵԾԱՆԻ ԾՈՈՒՄԸ ԱՌԱՋԱԿԱՆ ԿԻՍԱՀԱՐԹՈՒԹՅԱՆ ՎՐԱ

ԿՈՒՏՈՒԶՅԱՆ ՆԵԼԻ

Ֆիզիկամաթեմատիկական գիլուրյունների թեկնածու, դոցենտ

Գավառի պետական համալսարանի պրոռեկտոր

ՃԵԿՅԱՆ ԼԱՎՐԵՆՏԻ

«ՀԱ թղթ. անդամ, ֆիզիկամաթեմատիկական գիլուրյունների

դրկորոր, պրոֆեսոր

Գավառի պետական համալսարանի դասախոս

Հեծանների ծոման Ս. Պ. Տիմոշենկոյի ընդհանրացված մոդելի շրջանակներում, երբ լայնական ուժերից բացի երկայնական սեղմող կամ ձգող ուժերը նույնպես ազդում են հեծանների ճկման վրա, դիտարկվում է առաձգական հիմքի վրա հեծանների ծոման կոնտակտային հարթ խնդիրների մի դաս՝ երկայնական սեղմող ուժերի առկայությամբ:

Խնդիրները ձևակերպվում են առաձգական հիմքի և հեծանների միջև գործող կոնտակտային նորմալ լարումների նկատմամբ սինգուլյար խնտեգրալ հավասարման տեսքով՝ լրացուցիչ պայմանների առկայությամբ: Խնդիրների արդյունավետ լուծումը ստացվել է հայտնի թվային-վերլուծական մեթոդի անմիջական կիրառմամբ՝ հիմնվելով Կոշիի տիպի խնտեգրալների և սովորական

ինտեգրալների համար գառայան բանաձևերի վրա և օգտագործելով Զերիշևի բազմանդամների մաթեմատիկական ապարատը:

Աշխատանքի ներկա մասում առաջական կիսահարթության վրա միայն մեկ հեծանի ծոման վերաբերյալ համապատասխան խնդրի լուծումն է:

Բանալի բառեր. ծոռում, հեծան, առաջական հիմք, կոնկականին լարումներ, լայնական և երկայնական ուժեր:

SOME PROBLEMS RELATED TO BENDING OF BEAMS ON AN ELASTIC BASIS BY TRANSVERSE AND LONGITUDINAL FORCES.

PART 1. BENDING OF A BEAM ON AN ELASTIC HALF PLANE

KUTUZYAN NELLI

PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor

Vice-rector, Gavar State University

SHEKYAN LAVRENTI

Corresponding member of Eng. Acad. of Armenia, Doctor of Physical and

Mathematical Sciences, Professor

Lecturer, Gavar State University

In the framework of the generalized model of bending beams by S. P. Timoshenko, when in addition to the transverse forces, longitudinal compressive or tensile forces also affect the deflections of beams, a class of plane contact problems of bending beams on an elastic basis under the action of longitudinal compressive forces is considered.

The problems are formulated in the form of singular integral equation (SIU) with respect to the normal contact stresses between the elastic basis and beams under some additional conditions. An effective solution to these SIUs is obtained by direct application of the well-known numerical-analytical method based on Cauchy type integrals and Gaussian formulas for ordinary integrals and using the mathematical apparatus of polynomials by Chebyshev.

This part of research provides a solution to the corresponding problem of bending one beam on an elastic half-plane.

Key words: *bending, beam, elastic basis, contact, transverse and longitudinal forces.*

Հոդվածը ներկայացվել է խմբագրական խորհուրդ 18.09.2019թ.:

Հոդվածը գրախոսվել է 22.09.2019թ.: