

УДК 539.182

## ДИФРАКЦИЯ АТОМОВ НА СТОЯЧЕЙ ВОЛНЕ ПРИ ГАУССОВОМ НАЧАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ АМПЛИТУД ПО ИМПУЛЬСАМ

А.М. ИШХАНЯН

Инженерный центр НАН Армении

(Поступила в редакцию 30 марта 1999 г.)

Рассмотрена роль приготовления начального состояния в процессе когерентной дифракции атомов в поле стоячей волны. Показано, что эволюция во времени атомного волнового пакета с гауссовым начальным распределением амплитуд по импульсам, благодаря конструктивной квантовомеханической интерференции, происходит практически без изменения первоначальной гауссовой формы. При этом, в зависимости от фаз компонент начального импульсного распределения, приращение импульса атома может варьироваться от максимально возможного (определяемого предельной скоростью вынужденных актов переизлучения фотонов) до нуля. Следовательно, стоячая волна для гауссовых атомов является эффективным зеркалом с управляемым углом отражения.

1. В последнее время обнаружен ряд необычных эффектов, происходящих при когерентном рассеянии атомов в поле стоячей волны, которые не укладываются в установившиеся представления (см., например, [1]) о дифракции атомов стоячими волнами. Например, было показано, что картина дифракции может быть сильно асимметричной [2] и осцилляционной (в зависимости от расстройки частоты поля) [3]. Другим нетривиальным примером является сужение хорошо известных интерференционных крыльев дифракции, которое может иметь место как при симметричном, так и при асимметричном рассеянии [4].

Перечисленные аномалии обязаны своим происхождением приготовлению атомов в специфических состояниях перед рассеянием на стоячей волне, а именно, начальному расщеплению атомного волнового пакета в импульсном пространстве. Согласно концепции аномального рассеяния, сформулированной в строгом виде впервые в [3], механизм возникновения нетривиальных особенностей в картине рассеяния в поле некоторой внешней волны (не только стоячей) является конструктивная квантовомеханическая интерференция (происходящая в процессе дифракции) между различными наборами дифракционных пиков, берущих свое происхождение от отдельных импульсных пиков начального волнового пакета атома.

Концептуально, начальное расщепление волнового пакета можно осуществить множеством различных способов. В простейшем случае расщепления всего на два пика, отличающихся одним импульсом фото-

на, можно добиться предварительным возбуждением атомов бегущей волной (такая ситуация автоматически имеет место, например, в тех экспериментах, в которых рассеивающая стоячая волна образуется отражением светового импульса от зеркала [5]).

Последовательно воздействуя на атом несколькими противоположно бегущими импульсами бегущих волн, можно, в принципе, расщепить атомный волновой пакет на произвольное число импульсных пиков. В качестве подобного начального приготовления атомов можно применить также само обычное рассеяние стоячей волной, расщепив, тем самым, волновой пакет на множество пиков. Характерно, что дальнейшее рассеяние приготовленных таким образом атомов полем теперь уже бегущей волны также приводит к типичным интерференционным особенностям, таким, как асимметрия, осцилляции и т. д. [6].

Сделанные выше замечания указывают на необходимость целенаправленного изучения различных типов предварительного расщепления атомного волнового пакета (впрочем, как и типов рассеивающих в последствии полей) для определения, как минимум, круга всевозможных эффектов приготовления начального состояния. В свете сказанного, можно ожидать, что эти эффекты будут разнообразны, что в свою очередь позволяет надеяться, что подобное гибкое управление атомным движением световыми полями найдет в будущем плодотворные применения в различных прикладных ситуациях.

В настоящей работе мы изучаем роль начального распределения амплитуд населенностей по импульсам при рассеянии в поле стоячей волны на примере гауссового распределения. Как будет показано ниже, подобное начальное распределение, в силу специфических внутренних свойств данного распределения, приводит к рассеянию атомов практически без изменения формы волнового пакета, т.е. практически без характерного дифракционного расплывания пакета. Таким образом, гауссовый атомный волновой пакет в поле стоячей волны ведет себя приблизительно как нераспадающаяся квазичастица. При этом, в зависимости от фаз компонент начального импульсного распределения, поглощенное атомом количество фотонов может варьироваться от максимально возможного (определяемого предельной скоростью выполнения нужденных актов переизлучения фотонов) до нуля. Следовательно, когерентная дифракция гауссовых волновых пакетов представляет собой преломление на определенном, управляемый в широких пределах, угол. Иными словами, можно сказать, что стоячая волна для гауссовых атомов является эффективным зеркалом с управляемым углом отражения.

2. Как показано в [4], решение задачи когерентной дифракции двухуровневых атомов в поле стоячей волны  $E = 2E_0 \cos(kz) \cos(\omega t)$  при точном резонансе в приближении малых времен взаимодействия Рамана-Ната для общих начальных условий

$$a_1(0) = \sum_m \alpha_{2m} e^{i2mkz} \cdot \varphi(z),$$

$$a_2(0) = \sum_m \beta_{2m+1} e^{i(2m+1)kz} \cdot \varphi(z), \quad m \in (-\infty, +\infty),$$

где  $a_{1,2}$  – амплитуды вероятностей уровней, записывается, при условии резкого включения взаимодействия, в виде

$$a_{1,2}(t) = \sum_n i^n \frac{\pm 1 + (-1)^n}{2} \left( \sum_m i^m s_m J_{n-m}(2Ut) \right) \cdot \delta(p - p_0 - n\hbar k), \quad (2)$$

где  $U$  – пиковая частота Раби бегущей волны,  $p_0$  – начальный импульс атома и  $s_m$  – начальный вектор импульсного состояния, определенный как  $s_m = \alpha_m + \beta_m$ .

Соответствующая вероятность поглощения  $n$  фотонов

$$W_n(t) = \left| \sum_m i^m s_m J_{n-m}(2Ut) \right|^2, \quad (3)$$

как видно непосредственно, имеет типичную интерференционную структуру, порождающую, как было отмечено, ряд аномалий.

Асимметричное рассеяние получается, когда  $a_1(0)$  и  $a_2(0)$  имеют только два ненулевых пика в импульсном пространстве, отличающихся на нечетное число импульсов фотона [2]. Например, когда ненулевыми компонентами  $s_m$  являются только  $s_0 = \alpha_0$  и  $s_1 = \beta_1$ , имеем:

$$W_n(t) = |\alpha_0 J_n + i\beta_1 J_{n-1}|^2 = \begin{cases} |\alpha_0|^2 J_n^2 + |\beta_1|^2 J_{n-1}^2 + 2 \operatorname{Im}(\alpha_0 \beta_1^*) J_n J_{n-1}, & n > 0, \\ |\alpha_0|^2 J_n^2 + |\beta_1|^2 J_{n+1}^2 - 2 \operatorname{Im}(\alpha_0 \beta_1^*) J_n J_{n+1}, & n < 0. \end{cases} \quad (4)$$

Когда же единственные два пика начального волнового пакета отличаются четным числом импульсов фотона, возникает сужение интерференционных крыльев дифракционной картины [4]. Например, когда отличны от нуля только  $s_{-1} = \beta_{-1}$  и  $s_1 = \beta_1$ , то при условии  $\beta_{-1} = -\beta_1$  получается:

$$W_n(t) = |-\beta_{-1} J_{n+1}(2Ut) + \beta_1 J_{n-1}(2Ut)|^2 = |\beta_1|^2 \left( \frac{n}{Ut} \right)^2 J_n^2(2Ut). \quad (5)$$

Рассмотрим теперь начальный вектор состояний, задающий гауссовое распределение по импульсам:

$$s_m = e^{i(\alpha - \frac{\pi}{2})m} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi M}} e^{-\frac{m^2}{2M}}, \quad (6)$$

где параметр  $M$  определяет полуширину распределения, а  $\alpha$  задает фазу компонент.

Перепишем решение (2) дифракционной задачи в виде

$$W_n = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left| e^{ian} \sum_{-\infty}^{+\infty} e^{-iav - \frac{(n-v)^2}{2M}} \cdot \frac{1}{\sqrt{4M}} J_v(2Ut) \right|^2 \equiv \frac{1}{\sqrt{\pi}} |e^{ian} I_n|^2. \quad (7)$$

Качественный вид функции  $I_n$  легко установить, заметив, что она удовлетворяет следующему рекуррентному соотношению:

$$\frac{dl_n}{dn} = -\frac{n}{M} I_n + \frac{u}{2M} \left[ e^{i\alpha} I_{n+1} + e^{-i\alpha} I_{n-1} \right], \quad u = 2Ut. \quad (8)$$

Разложив  $I_{n\pm 1}$  в ряд Тейлора в точке  $n$  и сохранив лишь первые два члена, получим уравнение

$$\frac{dl_n}{dn} \approx -\frac{n}{M} I_n + \frac{u}{M} \left( \cos \alpha \cdot I + i \sin \alpha \frac{dl}{dn} \right), \quad (9)$$

решение которого и задает искомый вид функции  $I_n$  в первом приближении:

$$I_n \approx \frac{e^{-in\pi/2}}{\sqrt[4]{\pi(M - i \sin \alpha \cdot 2Ut)}} \cdot e^{-\frac{(n - \cos \alpha \cdot 2Ut)^2}{2(M - i \sin \alpha \cdot 2Ut)}}. \quad (10)$$

Освободившись от комплексности в знаменателях дробей, для вероятности  $n$ -го дифракционного порядка окончательно получим:

$$W_n \approx \frac{1}{\sqrt{\pi M (1 + \sin^2 \alpha \cdot (2Ut/M)^2)}} \cdot e^{-\frac{(n - \cos \alpha \cdot 2Ut)^2}{M(1 + \sin^2 \alpha \cdot (2Ut/M)^2)}}. \quad (11)$$

Как видно из полученного выражения, форма распределения в процессе эволюции все время остается гауссовой, перемещаясь в импульсном пространстве, если  $\cos \alpha \neq 0$ , и уширяясь, если  $\sin \alpha \neq 0$ . Кроме того, примечательной чертой эволюции гауссового распределения является то, что и величина перемещения положения пика, и уширение распределения определяются временем взаимодействия с полем и происходят в противофазе.

При  $\alpha = \pi/2 \pm \pi k$ ,  $k=0,1,2,\dots$  уширение максимально, но пик распределения никак не перемещается: происходит лишь быстрое расплывание распределения. Однако при  $\alpha = \pm \pi k$ ,  $k=0,1,2,\dots$  уширение в первом приближении отсутствует и распределение в целом только перемещается. Расстояние перемещения пика прямо пропорционально площади огибающей бегущей волны,  $2Ut$ , определяющей максимальное число актов вынужденного переизлучения фотонов при взаимодействии с полем стоячей волны. Видно, что направление перемещения пиков определяется только знаком множителя  $\cos \alpha$ , т.е. значением фазового параметра  $\alpha$  начального распределения (6).

Указанные особенности поведения атомов с гауссовым начальным распределением по импульсам при дифракции стоячей волной проиллюстрированы на рис.1 и 2, где приведенные графики вычислены по точному выражению (7). Как видно из рис.2, при перемещении пика тем не менее имеется небольшое отклонение от точной гауссовой формы: у крыла, близкого к началу координат, с течением времени возникают характерные интерференционные осцилляции. Кроме того, видно, что имеют место постепенное уширение распределения и уменьшение ее амплитуды.

Эти особенности выявляются уже в следующем приближении уравнения (8):

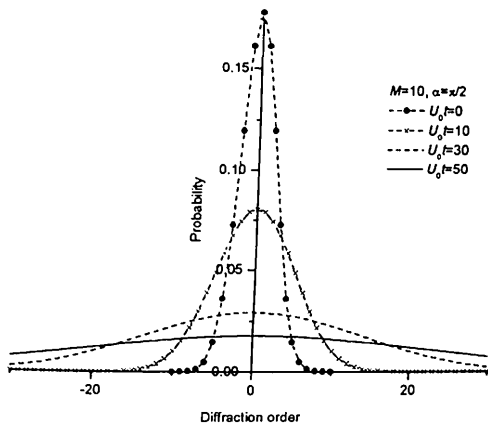


Рис.1. Эволюция во времени атомного волнового пакета с гауссовым начальным распределением амплитуд по импульсам ( $M=10$ ) в поле стоячей волны при  $\alpha = \pi/2$  (перемещение отсутствует, уширение волнового пакета максимально).

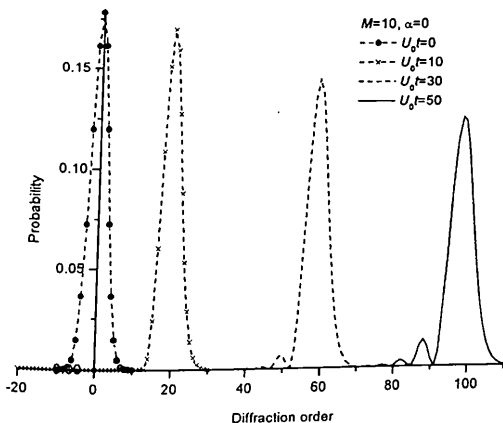


Рис.2. Эволюция во времени атомного волнового пакета с гауссовым начальным распределением амплитуд по импульсам ( $M=10$ ) в поле стоячей волны при  $\alpha = 0$  (минимальное уширение волнового пакета).

$$\frac{dl_n}{dn} \approx -\frac{n}{M} I_n + \frac{u}{M} \left( \cos \alpha \cdot \left[ I + \frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dn^2} \right] + i \sin \alpha \frac{dl}{dn} \right), \quad (12)$$

которое заменой

$$I_n = e^{hN} y, \quad N = \left( \frac{2}{\cos \alpha \cdot u} \right)^{1/3} \cdot (n - \cos \alpha \cdot u), \quad h = \frac{M - i \sin \alpha \cdot u}{(2 \cos \alpha \cdot u)^{2/3}} \quad (13)$$

сводится к уравнению Эйри:

$$\frac{d^2 y}{dN^2} - (N + h^2) y = 0. \quad (14)$$

Следовательно, решение дифракционной задачи, конечное при  $n \rightarrow \pm \infty$ , выражается через функцию Эйри первого рода:

$$I_n = I_{00} e^{hN} \text{Ai}(N + h^2), \quad (15)$$

где постоянная  $I_{00}$  определяется из условия нормировки.

Так как поведение функции Эйри при  $N + h^2 < 0$  осцилляционное, а при  $N + h^2 > 0$  экспоненциально падающее, то видно, что, действительно, у крыла, близкого к началу координат, имеются осцилляции. В начале дифракции, когда  $h$  большое, они подавляются множителем  $e^{hN}$ , но с течением времени, из-за уменьшения  $h$ , проявляются.

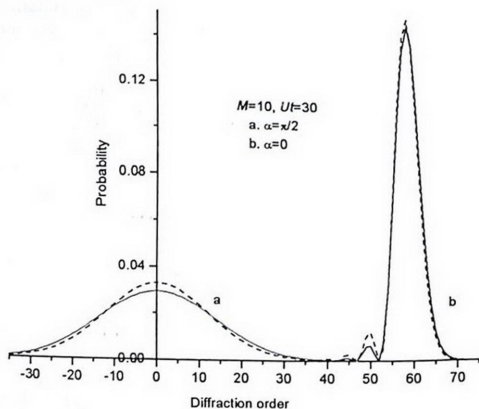


Рис.3. Сравнение приближенной формулы (15) (пунктирная линия) и точного решения (7) (непрерывная линия).

Сравнение формулы (15) и точного решения (7) приведено на рис.3. Отметим, что точность полученной формулы во всем диапазоне изменения параметров задачи составляет несколько процентов.

Таким образом, мы показали, что эволюция атомного волнового пакета с гауссовым начальным распределением амплитуд населенностей

по импульсам, благодаря конструктивной квантовомеханической интерференции, происходит практически с сохранением гауссовой формы.

В случае, когда уширение распределения почти отсутствует, дифракция атомов, движущихся перпендикулярно стоячей волне, эквивалентна преломлению на определенный угол, управляемый временем взаимодействия со световым полем. Мы надеемся, что последнее обстоятельство может быть использовано при создании эффективных атомных зеркал, применяемых в атомной оптике.

Автор выражает благодарность А.Ж.Мурадян за полезные замечания.

Работа выполнена при поддержке грантов NATO No.CRG.CRG 974301 и RA No. 98-740.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. П. Казанцев, Г. И. Сурдутович, В. П. Яковлев. Механическое действие света на атомы. М., Наука, 1991.
2. А. М. Ишханян. Известия НАН Армении, Физика, 32, 3 (1997).
3. А. М. Ishkhanyan. Laser Physics, 7, 1225 (1997).
4. А. М. Ишханян. Известия НАН Армении, Физика, 34, 131 (1999).
5. G. A. Ryabenko, V. A. Grinchuk, I. A. Grishina, et al. Laser Physics, 6, 150 (1996).
6. А. Ж. Мурадян, А. Л. Арутюнян. Доклады НАН Армении, 99 (1999) (в печати).

## ԱՏՈՍՆԵՐԻ ԴԻՖՐԱԿՅԻԱՆ ԿԱՆԳՈՒՆ ԱՄԻՔԻ ԴԱՇՏՈՒՄ ԱՄՊԼԻՏՈՒՂՆԵՐԻ ՍԿՋԲՆԱԿԱՆ ԳԱՌՈՒՅԱՆ ԻՄՊՈՒԼՍԱՅԻՆ ԲԱՇԽՄԱՆ ԴԵՊՐՈՒՄ

Ա. Մ. ԻՇԽԱՆՅԱՆ

Դիտարկված է սկզբնական վիճակի նախապատրաստման դերը կանգուն ալիքի դաշտում ատոմների կոհերենտ դիֆրակցիայի պրոցեսում: Ցույց է տրված, որ սկզբնական գաուսյան իմպուլսային բաշխվածությամբ ատոմական ալիքային փաթեթի էվոլյուցիան ժամանակի ընթացքում կոնստրուկտիվ թվանտանեխանիկական ինտերֆերենցիայի շնորհիվ ընթանում է գործնականում առանց սկզբնական գաուսյան ձևի փոփոխության: Ընդ որում, կախված սկզբնական իմպուլսային բաշխվածության բաղադրիչների փուլերից, ատոմի իմպուլսի մեծացումը կարող է փոփոխվել առավելագույն հնարավորից (որը որոշվում է ֆոտոն-ատոմի հարկադրական ճառագայթման ակտերի սահմանային արագության) մինչև զրո: Հեղուկի հարկադրական ճառագայթման դեկավարելի անկյամբ:

## DIFFRACTION OF ATOMS BY A STANDING WAVE AT GAUSSIAN INITIAL MOMENTUM DISTRIBUTION OF AMPLITUDES

A. M. ISHKHANYAN

The role of the initial state preparation in the coherent diffraction of atoms in the field of a standing wave is considered. It is shown that the time evolution of the atomic wave packet with a Gaussian initial momentum distribution of amplitudes, due to the constructive quantum-mechanical interference, occurs practically without transformation of the initial Gaussian form. Depending on the phases of the initial momentum distribution components, the increment of the atomic momentum can vary from the maximum possible amount (determined by the limiting speed of stimulated photon re-emission acts) to zero. Consequently, for Gaussian atoms the standing wave presents an effective mirror with controllable reflection angle.