

Г.Л. АРЕШЯН, Л.О. КАРАХАНЯН

СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЧАСТИЦ В ИЗОТРОПНОЙ ЖИДКОЙ СРЕДЕ

Составлена система дифференциальных уравнений движения твердых частиц диэлектрика в вязкой жидкости. Проведены расчеты скорости и изменения плотности частиц при осесимметричном электрическом поле и известных начальных условиях.

Ключевые слова: движение в вязкой среде, частицы твердого диэлектрика, перераспределение плотности частиц.

Исследование перераспределения напряженности электрического поля в межэлектродном пространстве цилиндрического конденсатора введением в основную (полимерную) изоляцию частиц наполнителя с высокой диэлектрической проницаемостью проведено в [1]. Полученные в [1] зависимости скорости перемещения частиц твердого диэлектрика от координаты справедливы при низкой концентрации наполнителя. Однако в реальных условиях перераспределения частиц пондеромоторная сила, действующая на них, является функцией не только от координаты, но и от плотности распределения окружающих частиц. Следовательно, для решения данной задачи необходимо совместное решение уравнения движения частицы в вязкой жидкости и уравнения неразрывности потока частиц, плотность которых изменяется в процессе их перемещения [2].

В настоящей статье рассматривается задача перераспределения плотности частиц наполнителя в электрическом поле цилиндрического конденсатора с учетом изменения их плотности (концентрации) в процессе перемещения к центральному электроду.

Уравнение движения частиц в вязкой жидкости имеет вид [1]

$$m \frac{dV}{dt} + 6\pi a \eta V = 4\pi a^3 \frac{\varepsilon_1(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1} \frac{U^2}{r^3 \ln^2 \frac{R_2}{R_1}}, \quad (1)$$

где $m = \frac{4}{3} \pi a^3 D$ - масса сферической частицы; a - радиус частицы; D - плотность вещества частицы; η - динамическая вязкость жидкости; V - скорость; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ - диэлектрические проницаемости основного диэлектрика и наполнителя; U - напряжение на конденсаторе; R_1, R_2 - радиусы внутренней и внешней обкладки конденсатора.

С целью учета влияния поляризованных частиц на характер движения данной частицы в правой части уравнения движения единственной частицы (1)

проницаемость основного диэлектрика ε_1 необходимо заменить средней диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{\text{ср}}$ эквивалентной однородной среды [1]:

$$\varepsilon_{\text{ср}} = \varepsilon_1 + 3\varepsilon_1 p \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1}, \quad (2)$$

где p - объемная доля (плотность) частиц наполнителя.

В результате уравнение движения принимает следующий вид:

$$\frac{dV}{dt} + c_1 V = c_2 \frac{f(p)}{r^3}, \quad (3)$$

где $f(p) = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_1^2 + (\varepsilon_2 - 2\varepsilon_1)c_3 p - c_3^2 p^2}{2\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + 2c_3 p}$ - функция плотности частиц;

$$a_1 = (\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1)^{-1} (3\varepsilon_1 \varepsilon_2^2 - 9\varepsilon_1^2 \varepsilon_2 + 6\varepsilon_1^3), \quad a_2 = \varepsilon_2 + 2\varepsilon_1, \\ c_1 = \frac{6\pi a \eta}{m}, \quad c_2 = \frac{4\pi a^3}{m} \frac{U^2}{\left(\ln \frac{R_2}{R_1}\right)^2}, \quad c_3 = \varepsilon_1 \frac{3(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1}.$$

Уравнение связи между скоростью частицы $V(t)$ и плотностью $p(t)$ получается из условия неразрывности потока частиц $p(x, y, z, t)$, которые движутся со скоростью $V(x, y, z, t)$ в неподвижной жидкой среде:

$$\frac{dp}{dt} = \vec{V} \text{grad} p + p \text{div} \vec{V}. \quad (4)$$

Для случая цилиндрического конденсатора, когда скорость и плотность являются функцией радиальной координаты r и времени, уравнение (4) принимает вид

$$\frac{dp}{dt} = \frac{V}{r} p + V \frac{\partial p}{\partial r} + p \frac{\partial V}{\partial r}. \quad (5)$$

Преобразуем второе слагаемое:

$$V \frac{\partial p}{\partial r} = V \frac{\partial p / \partial t}{\partial r / \partial t} = V \frac{\partial p / \partial t}{-V} = -\frac{dp}{dt}. \quad (6)$$

Таким образом, вместо уравнения (5) с учетом (6) получаем дифференциальное уравнение

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{2} p \left(\frac{dV}{dr} + \frac{V}{r} \right). \quad (7)$$

С целью линеаризации уравнения (7) введем обозначение для плотности частиц наполнителя:

$$p = c + \alpha, \quad (8)$$

где c - постоянная (начальная) плотность до приложения напряжения на конденсатор. Следовательно,

$$\frac{dp}{dt} = \frac{d\alpha}{dt}. \quad (9)$$

Преобразуем

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{d\alpha}{dr} \frac{dr}{dt} = -V \frac{\partial \alpha}{\partial r} \quad (10)$$

и с учетом (10) уравнение (7) перепишем в виде

$$-V \frac{\partial \alpha}{\partial r} = \frac{1}{2} p \left(\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{r} \right). \quad (11)$$

Таким образом, система дифференциальных уравнений, описывающих перемещение частиц наполнителя к центральному электроду конденсатора, принимает вид

$$\frac{\partial V}{\partial t} + c_1 V = c_2 \frac{f(p)}{r^3}, \quad (12)$$

$$-V \frac{\partial \alpha}{\partial r} = \frac{1}{2} p \left(\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{V}{r} \right). \quad (13)$$

В первом приближении второе уравнение может быть линеаризовано, т. е. вместо $p = c + \alpha$ будем учитывать только начальную (равномерно распределенную в межэлектродном пространстве плотность p_0), и уравнение (13) перепишем в следующем виде:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial r} = -\frac{1}{2} p_0 \left(\frac{1}{r} + \frac{\partial \ln V}{\partial r} \right). \quad (14)$$

После интегрирования имеем

$$\alpha = -\frac{1}{2} p_0 \ln r - \frac{1}{2} p_0 \ln V + c_1. \quad (15)$$

Постоянную интегрирования c_1 определим из граничного и начального условий: у поверхности внешнего электрода $r = R_2$ в момент $t = 0$ плотность равна p_0 , т. е. $\alpha = 0$, а скорость $V_0 = 5 \cdot 10^{-6}$ м/с. Эта величина V_0 принята на основании проведенных расчетов в работе [1] для $t = 0$ и при $P(0) = p_0$. Следовательно, уравнение (15) принимает вид

$$0 = \frac{1}{2} p_0 (\ln R_2 V_0) = \frac{1}{2} p_0 (\ln 15 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-6}) = -8,2 p_0,$$

а функция плотности частиц наполнителя от координаты и скорости определится согласно (15):

$$\alpha = -\frac{1}{2} p_0 \ln r - \frac{1}{2} p_0 \ln V - 8,2 p_0. \quad (16)$$

Численные расчеты проведены для следующих значений геометрических и физических параметров: $U = 10$ кВ, $\epsilon_1 = 2,3\epsilon_0$, $\epsilon_2 = 120\epsilon_0$,

$\eta = 0,4 \text{ Па.с}$, $R_1 = 10^{-2} \text{ м}$, $R_2 = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$. В результате совместного решения уравнений (12) и (15) получены зависимости скорости частиц наполнителя от координаты и времени при различных начальных координатах частиц (рис. 1, 2), а также изменение их плотности по координате r после перемещения периферийных частиц к центральному электроду конденсатора (рис. 3).

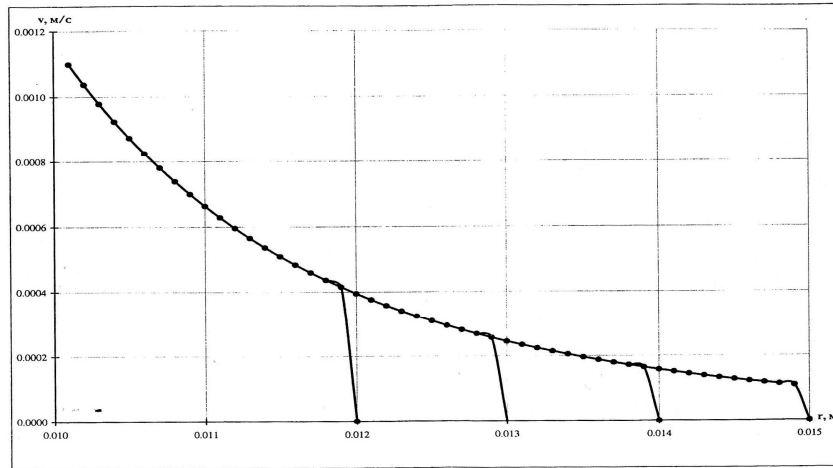


Рис. 1. Зависимость скорости частицы от координаты

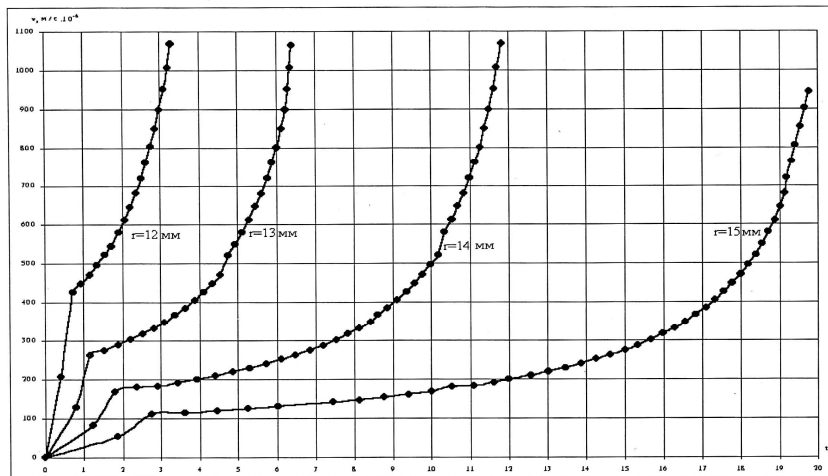


Рис. 2. Зависимость скорости частицы от времени

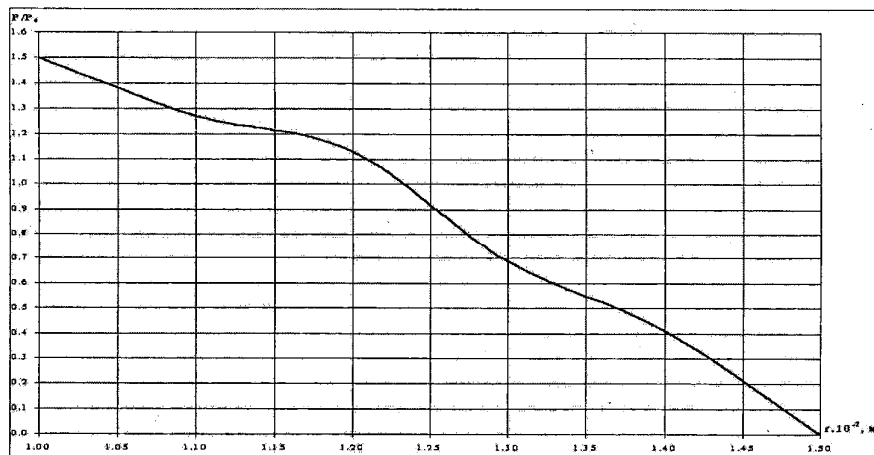


Рис. 3. Распределение плотности частиц по радиальной координате при $U=10 \text{ кВ}$, $R_1=10^{-2} \text{ м}$, $R_2=1.5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $\eta=0,4 \text{ Па.с}$, $\epsilon_1=2.3\epsilon_0$, $\epsilon_2=120\epsilon_0$ через $t=3 \text{ с}$

Выводы

1. Составлена система дифференциальных уравнений движения твердых частиц диэлектрика в вязкой жидкости на основании рассмотрения протекающих физических процессов. Она допускает расчеты скорости и изменения плотности частиц, если заданы внешнее электрическое поле и начальные условия.
2. Система дифференциальных уравнений движения и перераспределения частиц является нелинейной, и для ее решения требуется линеаризация. Осуществлено ее решение методом Рунге – Кутты, без учета изменения диэлектрической проницаемости $\epsilon_{\text{ср}}$, на основе составленной программы.
3. Частицы, более удаленные от центрального электрода конденсатора, начинают свое движение с меньшим ускорением, чем близко расположенные.
4. Предлагаемое решение может найти практическое применение при замораживании частиц в определенный момент времени снятием приложенного к конденсатору напряжения с целью получения заданной неоднородной структуры диэлектрической среды, требуемой для осуществления конкретной задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Караханян Л.О.** Метод выравнивания напряженности осесимметричного поля// Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. - 2004. - Т.57, № 1. - С.115-120.
2. **Соу С.** Гидродинамика многофазных систем. - М.: Мир, 1971. – 536 с.

ГИУА. Материал поступил в редакцию 2.07.2003.

Գ.Լ. ԱՐԵՇՅԱՆ, Լ.Հ. ԿԱՐԱԽԱՆՅԱՆ

**ԱՆԻՋՈՏՐՈՊ ՀԵՂՈՒԿ ՄԻՋԱՎԱՅՐՈՒՄ ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿԱԿԱՆ ՊԻՆԴ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՇԱՐԺՄԱՆ
ԴԻՖԵՐԵՆՑԻԱԼ ՀԱՎԱՍՏԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ՀԱՄԱԿԱՐԳԸ՝ ՄԱՍՆԱՎՈՐ ԴԵՊՔԻ ԼՈՒԾՄԱՆ
ՕՐԻՆԱԿՈՎ**

Կազմված է մածուցիկ հեղուկում դիէլեկտրիկական պինդ մասնիկների շարժման դիֆերենցիալ հավասարումների համակարգ՝ տեղի ունեցող ֆիզիկական երևույթների հիման վրա: Կատարվել են մասնիկների շարժման արագության և խտության փոփոխության հաշվարկներ առանցքային համաչափությամբ էլեկտրական դաշտում՝ հայտնի սկզբնական պայմանների դեպքում:

G.A. ARESHIAN, L. H. KARAKHANYAN

**DIFFERENTIAL EQUATION SYSTEM OF HARD DIELECTRIC PARTICLE
MOVEMENT IN ISOTROPIC LIQUID MEDIUM**

A differential equation system of hard dielectric particles in viscous liquid based on consideration of flowing physical processes is made. Particle density speed and variation calculations in an axial symmetric electric field and known initial conditions are given.