ISSN 0002-306X. Изв. НАН РА и ГИУА. Сер. ТН. 2001. Т. LIV, № 3.

УДК 624.012.8:624.137.001.24 СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

Г.А. АДИЛХАНЯН, А.Г. АДИЛХАНЯН

МЕТОДЫ РАСЧЕТА УСТОЙЧИВОСТИ ГРУНТОВЫХ ОТКОСОВ И СКЛОНОВ

Описывается новый метод расчета устойчивости грунтовых откосов и склонов, применяемый для произвольных поверхностей сдвига, разнородных грунтовых массивов, активных сил произвольного направления и состава. В основу метода заложена гипотеза о переменности угла наклона сил взаимодействия между фрагментами.

Ключевые слова: *устойчивость откосов, коэффициент запаса, наклонные силы взаимодействия, метод расчета, гипотеза об угле наклона.*

Существующие методы расчета устойчивости грунтовых откосов основаны на модели отвердевшей и расчлененной (фрагментированной, состоящей из нескольких взаимодействующих твердых тел) призмы обрушения.

В заранее выбранной призме обрушения, подлежащей расчету, из-вестны: геометрия призмы и фрагментов, в т.ч. углы наклона подошвы фрагментов; векторы активных сил; расчетные (действительные φ_p, c_p) прочностные параметры грунтов на поверхности сдвига. Неизвестными являются: распределение нормальных напряжений по поверхности сдвига; величина, точка приложения и направление сил взаимодействия между фрагментами; величина мобилизованных на поверхности сдвига сил сопротивления (сил трения и сцепления) сдвигу. Если нормальные напряжения и векторы сил взаимодействия после выдвижения гипотезы относительно одного из их параметров могут быть определены из уравнений равновесия, то мобилизованные на поверхности сдвига силы сопротивления определяются только для случая предельного равновесия всей призмы обрушения, при котором в каждой точке поверхности сдвига наступает состояние, сопротивление сдвигу которого определяется формулой Кулона - Мора:

$$\tau = c + \sigma\,\mathrm{tg}\varphi\,, \tag{1}$$

где φ, c – прочностные параметры грунта, соответствующие предельному состоянию. Однако рассчитываемая призма обрушения в действительности будет находиться или в состоянии допредельного равновесия, для которого не применима формула (1), или в состоянии движения, для которого не применимы уравнения статики. Разрешимость задачи обеспечивается сопоставлением параметров действительного состояния призмы обрушения с параметрами ее предельного состояния. Для этого применяется схема приведения призмы в предельное состояние, заключающаяся в изменении прочностных параметров грунта до получения предельного состояния призмы обрушения. Коэффициент запаса устойчивости призмы находится как отношение действительных параметров призмы к измененным:

$$k = \varphi_p / \varphi = c_p / c \text{ или } k = tg\varphi_p / tg\varphi = c_p / c. \quad (2)$$

Разнообразие методов расчета обусловлено различием гипотез, применяемых разными авторами для разрешения статической неопреде-лимости задачи. Среди методов расчета устойчивости, основанных на вышеуказанной модели, следует выделить те, которые удовлетворяют уравнениям равновесия и граничным условиям предельного равновесия всей призмы обрушения. Таковыми являются методы Моргенштерна-Прайса (1965г.), Спенсера (1967, 1973, 1981гг.), Можевитинова (1970г.). Все три метода строги в отношении соблюдения уравнений равновесия и граничных условий, однако принятые в них допущения обладают определенными недостатками.

Допущение метода Моргенштерна-Прайса хоть и позволяет учесть переменность угла наклона сил взаимодействия, однако это носит характер волевого решения по причине необходимости выбора математической зависимости, который не связан с разнородностью грунта в призме обрушения, формой поверхности сдвига, величиной и направлением активных сил, прочностными параметрами грунта. Недостатками метода являются также необходимость оценки приемлемости вычисленных величин, введение новой функции при неприемлемости результатов и повтор счета. Для перевода задачи в разряд статически определимых в этом методе вводится допущение о зависимости между касательными (S) и нормальными (E) составляющими сил взаимодействия между фрагментами [2] в виде S=(f(x)E. Функция f(x) принимается в виде или f(x)=const, или полусину-соиды, или усеченной полусинусоиды, или трапецеидального распределения и т.д.

Гипотеза о постоянстве угла наклона сил взаимодействия, приме-ненная в методах Спенсера и Можевитинова-Шинтемирова, не выдержи-вает критики. На угол наклона сил взаимодействия не могут не оказать влияние вектор активных сил, в самом общем случае переменный для разных фрагментов, форма поверхности сдвига, а также прочностные параметры на подошвах фрагментов. Эти зависимости просматриваются из уравнений статики, записанных для каждого фрагмента.

1. Сумма проекций всех сил на направление "n-n", нормальное подошве фрагмента ($\Sigma F_n=0$):

$$\Sigma F_n = N_i - Q_i \cos(\alpha_i + \delta_i) + E_{i-1} \sin(\alpha_i - \beta_{i-1}) + E_i \sin(\alpha_i - \beta_i) = 0. \quad (3)$$

2. Сумма проекций всех сил на подошву фрагмента ($\Sigma F_\alpha=0$):

$$\begin{aligned} \Sigma F_\alpha = Q_i \sin(\alpha_i + \delta_i) + E_{i-1} \cos(\alpha_i - \beta_{i-1}) - E_i \cos(\alpha_i - \beta_i) - \\ - N_i tg\varphi_i - c_i \Delta s_i = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

3. Сумма моментов всех сил относительно центра подошвы фраг-мента ($\Sigma M_o=0$):

$$\Sigma M_o = Q_i b_i \sin\delta_i + M_{E_{i-1}} - M_{E_i} = 0, \quad (5)$$

$$\text{где} \quad M_{E_{i-1}} = E_{i-1} a'_{i-1} \cos\beta_{i-1}; \qquad M_{E_i} = E_i a_i \cos\beta_i.$$

Здесь $\mathbf{N_i}$ - нормальная составляющая силы реакции на подошве фрагмента; $\mathbf{Q_i}$ - равнодействующая активных сил веса, внешнего воздействия, фильтрационных, сейсмических сил и т. д.; δ_i - угол ее наклона к вертикали; b_i - высота точки пересечения линии действия активной силы над подошвой; E_{i-1}, E_i - силы взаимодействия между фрагментами; β_{i-1} и β_i - углы наклона сил взаимодействия к горизонту; e_i - высота точки приложения сил от поверхности сдвига; a'_{i-1} и a_i - отрезок центральной вертикали от поверхности сдвига, отсекаемый линией действия сил взаимодействия; φ_i и c_i - критические прочностные параметры, в общем случае, переменные по длине поверхности сдвига.

Поверхность сдвига задается, следовательно, (i являются величинами заданными.

На рисунке представлена система сил, действующих на фрагменты.

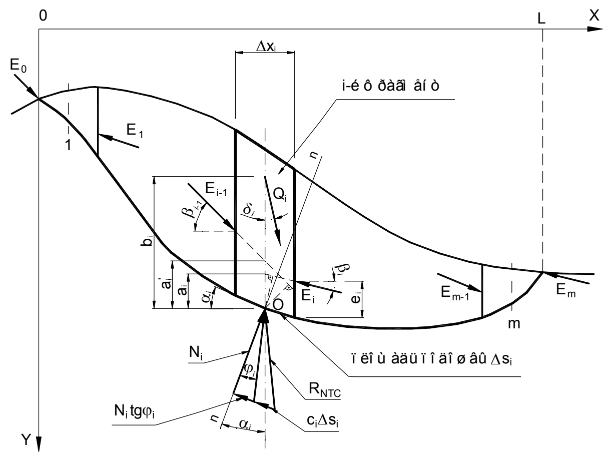

Рис.1. Схема к расчету устойчивости откосов (склонов)

Преобразования приводят к следующим формулам, в том числе рекуррентным:

- нормальная составляющая реакции подошвы:

$$N_i = Q_i \cos(\alpha_i + \delta_i) + E_i \sin(\alpha_i - \beta_i) - E_i \sin(\alpha_i - \beta_{i-1}); \quad (6)$$

- сила взаимодействия на боковой грани фрагмента:

$$E_i = \frac{\Delta T_i \cos\varphi_i + E_{i-1}\cos(\alpha_i - \varphi_i - \beta_{i-1})}{\cos(\alpha_i - \varphi_i - \beta_i)}, \quad (7)$$

где

$$\Delta T_i = \frac{Q_i \sin(\alpha_i + \delta_i - \varphi_i) - c_i \Delta s_i \cos\varphi_i}{\cos\varphi_i};$$

- момент силы взаимодействия относительно центра подошвы фрагмента:

$$M_i = E_i a_i \cos\beta_i = Q_i b_i \sin\delta_i + E_{i-1} a'_{i-1} \cos\beta_{i-1}. \quad (8)$$

Отрезок центральной вертикали от поверхности сдвига, отсекаемый линией действия силы взаимодействия:

$$a_i = \frac{Q_i b_i \sin\delta_i + E_{i-1} a'_{i-1} \cos\beta_{i-1}}{E_i \cos\beta_i}, \quad (9)$$

и геометрические зависимости

$$e_i = a_i + 0{,}5\Delta x_i(\mathrm{tg}\alpha_i - \mathrm{tg}\beta_i),$$

$$a'_{i-1} = a_{i-1} + (y_i - y_{i-1}) - 0{,}5(\Delta x_i + \Delta x_{i-1})\mathrm{tg}\beta_{i-1} \qquad (10)$$

определяют положение точек приложения сил взаимодействия.

Каждый фрагмент призмы обрушения должен удовлетворять вышеприведенным уравнениям, что является необходимым, но недостаточным условием предельного равновесия всей призмы обрушения. Эти уравнения могут соблюдаться как в предельном, так и в допредельном состояниях равновесия. Утверждать о наступлении состояния предельного равновесия призмы обрушения можно только в случае совместного соблюдения уравнений равновесия и равенства крайних сил взаимодействия и их моментов относительно центров подошвы концевых фрагментов нулю [1], т.е.

$$\text{при } x=0 \text{ - } E_0=0,\ M_0=0 \text{ и при } x=L \text{ - } E_m=0,\ M_m=0. \qquad (11)$$

Действительно, поскольку силы взаимодействия являются реактив-ными, то отсутствие необходимости на крайних боковых поверхностях концевых фрагментов в реактивной силе и его моменте относительно центров подошвы концевых фрагментов является критерием наступления состояния предельного равновесия.

Таким образом, общее количество независимых неизвестных вели-чин в расчлененной на **m** фрагментов призме обрушения составляет: ве-личин N_i - m, величин E_i - m+1, углов наклона β_i - m-1, моментов M_i - m+1, прочностных параметров на поверхности сдвига φ_i - "1" и c_i - "1", т.е. количество неизвестных составляет 4m+3. Использование граничных условий (11) для первого и m-го фрагментов сокращает число неизвестных до 4m-1. Так как количество уравнений равновесия фрагментов 3m, то количество лишних неизвестных составляет m-1, что соответствует числу неизвестных углов наклона сил взаимодействия между фрагментами. Таким образом, степень статической неопределимости призмы обрушения равна m-1.

Разрешить статическую неопределимость может позволить гипотеза об угле наклона сил взаимодействия. Недостатком существующих методов расчета является суть принятых в них гипотез. Постоянство угла наклона позволило упростить выкладки и математически строго решить систему дифференциальных уравнений статики. Методы, учитывающие переменность угла наклона, задают зависимость этого угла функцией одной переменной, а именно, от абсциссы боковой поверхности фрагмента.

Предлагаемая гипотеза задает переменность угла наклона сил взаимодействия функцией, аргументами которой являются расчетные и исходные данные фрагментов, т.е. величины угла наклона диктуются па-раметрами каждого фрагмента, что более правдоподобно, чем постоянство угла, и нет необходимости выбора математической функ-ции, обеспечивающей приемлемость результатов решения. Суть этой гипотезы отражается в следующей формуле:

$$\beta_i = k_\beta \mathrm{arctg}\left[\frac{Q_i\cos(\alpha_i + \delta_i)}{\Sigma\Delta T_i}\right], \qquad (12)$$

где $Q_i\cos(\alpha_i+\delta_i)$ - составляющая активных сил по направлению нормали к подошве фрагмента; $\Sigma\Delta T_i$ - сумма дефицитов несущей способности всех фрагментов до рассматриваемого (от 1 до i-го) без учета сил взаимодействия; k_β - неизвестный коэффициент пропорциональности.

Возможны также и другие более простые формулы, предполагающие прямую пропорциональность угла наклона сил взаимодействия от суммы угла наклона подошвы фрагмента, угла наклона активных сил и угла внутреннего трения на подошве фрагмента, т.е.

$$\beta_i = k_\beta\left\{\alpha_i + \delta_i + \mathrm{arctg}\left[\mathrm{tg}\varphi_i + \frac{c_i\Delta s_i}{Q_i\cos(\alpha_i+\delta_i)}\right]\right\} \text{ или } \beta_i = k_\beta(\alpha_i+\delta_i),$$

$$\text{или } \beta_i = k_\beta(\alpha_i+\delta_i+\varphi_i), \text{ или } \beta_i = k_\beta\rho, \text{ где } 0<\rho\le 90. \qquad (13)$$

Последняя формула реализует метод β=const. Наиболее правдоподобной является гипотеза (12).

Во всех вышеприведенных гипотезах содержится один постоянный (для всех β_i) неизвестный коэффициент k_β, который подлежит определе-нию в процессе решения задачи, т.е. m-1 неизвестных β_i заменяются од-ним неизвестным k_β, что сокращает общее количество неизвестных задачи 4m+3 до 3m+1. Таким образом, степень статической неопределимости задачи с учетом любой из формул (12)-(13) равна 1.

Для получения зависимости $c=f(\varphi)$ или $\varphi=f(c)$ один из прочностных параметров переводится в разряд задаваемых, и задача становится пол-ностью статически определимой. Подстановка неизвестных критических прочностных параметров из (2) в вышеприведенные формулы переводит задачу в разряд статически определимых без необходимости получения зависимости $c=f(\varphi)$или $c=f(\mathrm{tg}\varphi)$, а прямым определением новой неизвестной - коэффициента запаса устойчивости - заменяются две неизвестные прочностные характеристики на одну.

Для определения коэффициента запаса призмы обрушения предварительно задаются величины k (например 1), k_β (например 0), $E_0=0$ и $M_0=0$. По (2) определяются φ_i и c_i для каждого фрагмента, используя в случае разнородного строения поверхности сдвига по прочностным параметрам [3]. Далее по (7) вычисляются величины дефицитов ΔT_i и сумм дефицитов несущей способности для всех фрагментов, а также определяются величины β_i по одной из формул (12)-(13) с последующим определением E_i по (7) и M_i по (8)-(10), если необходимо N_i по (6).

После этих вычислений определены величины E_m и M_m в первом приближении. Если их значения отличаются от нуля на величину меньшую, чем наперед заданная абсолютная погрешность (ε_E и ε_M), то результат достигнут: текущие k и k_β и полученные при них другие параметры призмы обрушения являются решениями задачи. В противном случае, требуется обнуление величин E_m и M_m путем попеременного изменения текущих значений k и k_β и повторного производства вышеописанных вычислений при их новых значениях до достижения величин E_m и M_m, удовлетворяющих условиям $|E_M| \le \varepsilon_E$ и $|M_M| \le \varepsilon_M$. Указанную процедуру поиска окончательных значений k и k_β можно производить, например, с использованием метода хорд в комбинации с шаговым поиском участка корня функций $E_m(k)$ и $M_m(k_\beta)$.

В качестве примера (рис.2) произведен расчет сухого однородного откоса высотой 60 *м*, крутизной 1:3 *с* горизонтальными поверхностями гребня и подошвы откоса. Удельный вес грунтового массива принят рав-ным 18,64 *кН/м³*. Поверхность сдвига принята круглоцилиндрической с радиусом 156 *м* и центром с ординатой, превышающей гребень откоса на 80 *м,* и приращением абсциссы от бровки гребня на 130 *м* в сторону откоса.

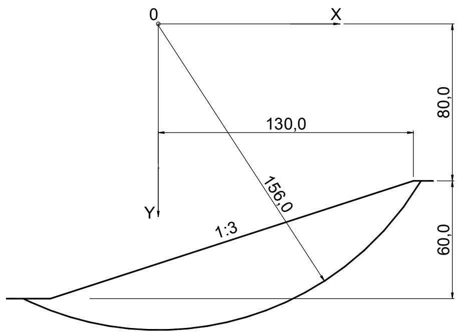

Рис.2. Расчетная схема примера

Для идентификации предлагаемый метод по гипотезе (12) в дальнейшем именуется методом суммарного дефицита несущей способности. Произведено сопоставление с гипотезой β=const Моргенштерна-Прайса, Спенсера и Можевитинова-Шинтемирова, а также с гипотезой полусинусоиды Моргенштерна-Прайса. Расчеты примера велись по формулам, приведенным в статье. Гипотеза β=const реализовывалась в виде $\beta=45k_\beta$, а полусинусоида Моргенштерна-Прайса - в виде $\beta=45k_\beta\sin(\pi x/L)$.

Для полноты сопоставления гипотез (методов) расчет устойчивости для одной и той же призмы обрушения произведен при трех значениях действительного угла внутреннего трения (15(; 20(; 45() с тремя значениями сцепления (0; 9,81; 29,43 *кПа*) для каждого из углов внутреннего трения. Для большей полноты сопоставления расчеты выполнены для случая действия не только вертикальных активных сил (интенсивность сейсмического воздействия 0g), но и сил, наклон к вертикали которых соответствует сейсмическим воздействиям интенсивностью 0,2 и 0,4g.

Результаты расчетов сведены в табл.1, в которую добавлены графы с шапкой k_{slope}, где приводятся данные той же самой призмы обрушения при тех же прочностных параметрах и тех же сейсмических воздействиях, что и для сопоставления гипотез, рассчитанных компьютерной программой SLOPE/W (GEO-SLOPE, Калгари, Канада) по тем же методам.

Для выяснения расхождения результатов по упомянутым трем методам выполнен расчет величины относительного отклонения результатов в процентах по отношению с методом суммарного дефицита несущей способности. Максимальные величины относительного отклонения результатов меньше 1%, что является практическим совпадением. Результаты расчета по программе SLOPE/W разнятся от результатов по методу суммарного дефицита несущей способности в третьем знаке после десятичной запятой, что соответствует величине относительного отклонения в пределах от 0 до 1,038%, что также является практическим совпадением, несмотря на несхожесть критериев наступления предельного состояния программы SLOPE/W и предлагаемого метода.

Для полноты сопоставления выполнен расчет этой же призмы обрушения при одних и тех же исходных данных по методу отвердевшего монолитного отсека обрушения Тейлора-Како. Результаты также практически совпадают (табл.2).

Таблица 1

При значениях		$\beta=k_\beta \mathrm{arctg}[Q\cos(\alpha+\delta)/\Sigma\Delta T]$		
		a=0g	a=0,2g	a=0,4g
$\varphi_д$	$c_д$	k_1	k_1	k_1
1	2	3	4	5
15	0	1,030	0,619	0,439
	9,81	1,113	0,669	0,474
	29,4	1,279	0,770	0,548
20	0	1,400	0,840	0,599
	9,81	1,483	0,891	0,635
	29,4	1,648	0,992	0,706
45	0	3,846	2,309	1,647
	9,81	3,929	2,360	1,683
	29,4	4,094	2,461	1,753

Продолжение таблицы 1

При значениях		$\beta=45k_\beta$					
		a=0g		a=0,2g		a=0,4g	
$\varphi_д$	$c_д$	k_{slope}	k_2	k_{slope}	k_2	k_{slope}	k_2
1	2	6	7	8	9	10	11
15	0	1,033	1,030	0,620	0,619	0,444	0,443
	9,81	1,115	1,113	0,671	0,670	0,479	0,479
	29,4	1,281	1,279	0,772	0,772	0,551	0,550
20	0	1,403	1,400	0,843	0,841	0,603	0,602
	9,81	1,485	1,483	0,893	0,892	0,638	0,637
	29,4	1,651	1,648	0,994	0,994	0,709	0,709
45	0	3,853	3,846	2,315	2,312	1,657	1,653
	9,81	3,936	3,929	2,366	2,362	1,692	1,689
	29,4	4,101	4,094	2,467	2,464	1,762	1,760

Продолжение таблицы 1

При значениях		$\beta=45k_{\beta}\sin(\pi x/L)$					
		a=0g		a=0,2g		a=0,4g	
$\varphi_д$	$c_д$	k_{slope}	k_3	k_{slope}	k_3	k_{slope}	k_3
1	2	12	13	14	15	16	17
15	0	1,033	1,031	0,620	0,619	0,442	0,441
	9,81	1,116	1,114	0,671	0,670	0,477	0,477
	29,4	1,281	1,279	0,772	0,771	0,549	0,549
20	0	1,403	1,400	0,842	0,841	0,600	0,599
	9,81	1,486	1,483	0,893	0,892	0,636	0,635
	29,4	1,651	1,649	0,994	0,993	0,707	0,706
45	0	3,855	3,848	2,315	2,311	1,649	1,647
	9,81	3,938	3,931	2,365	2,361	1,685	1,682
	29,4	4,103	4,096	2,466	2,463	1,756	1,753

Таблица 2

Интенсивность сейсмическ. воздействия	0g	0,2g	0,4g
Метод Тейлора-Како	1,3995	0,8409	0,6002
Предлагаемый метод	1,3998	0,8405	0,5995
Величина относительного отклонения, %	0,021	0,048	0,117

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Можевитинов А.Л., Шинтемиров М.** Общий метод расчета устойчивости откосов земляных сооружений // Изв. ВНИИГ им. Б.Е.Веденеева. -1970. - Т. 92. - С.11-22.
2. **Хуан Я.Х.** Устойчивость земляных откосов. -М.: Стройиздат, 1988.-240 с.
3. **Чугаев Р.Р.** Земляные гидротехнические сооружения. -М.: Энергия, 1967.- 460 с.

ЗАО “АРМГИДРОЭНЕРГОПРОЕКТ”. Материал поступил в редакцию 15.02.2000.

Հ.Ա. ԱԴԻԼԽԱՆՅԱՆ, Ա.Հ. ԱԴԻԼԽԱՆՅԱՆ

ԳՐՈՒՆՏԱՅԻՆ ՇԵՊԵՐԻ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՇՎԱՐԿԻ ՄԵԹՈԴՆԵՐ

Նկարագրվում է գրունտային շեպերի և լանջերի կայունության հաշվարկի նոր մեթոդ, որը կիրառելի է կամայական ձևի սահքի մակերևույթի, անհամասեռ կառուցվածքի գրունտային զանգվածի, կամայական ուղղվածության և կազմի ակտիվ ուժահամակարգի համար: Մեթոդի հիմքում դրված է փոխազդեցության ուժերի թեքման անկյան փոփոխականության վարկածը:

H.A. ADILKHANYAN, A.H. ADILKHANYAN

GROUND SLOPE STABILITY CALCULATION METHOD

A method of ground slope and side slope stability calculation applicable for arbitrary sliding surface, for nonhomogeneous soils, for arbitrary direction and composition of active forces is discribed. The method is based on the hypothesis about angle slope variability of interaction between fragments.