Изв. НАН и ГИУ Армении (сер. ТН), т. XLIX, № 1, 1996, с. 17-22.

УДК 621.311.1.001.24 **ЭНЕРГЕТИКА**

В.П. АРАКЕЛЯН, К.В. ХАЧАТРЯН, М.Б. АЛЬ-ДАРВИШ

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Առաջարկվում է մեթոդ և նոր հաշվողական ալգորիթմ էլեկտրաէներգետիկական համակարգի կայունացված ռեժիմի հաշվարկի համար: Մեթոդը գոյություն ունեցողների համեմատ նվազեցնում է հաշվողական աշխատանքների ծավալը (15-20)%: Առաջարկված մեթոդը կարելի է կիրառել նախագծային բնույթ կրող խնդիրներ լուծելիս:

Предлагается метод и новый вычислительный алгоритм для решения задачи расчета установившихся режимов электроэнергетической системы. Метод обеспечивает уменьшение объема вычислительных работ на (15-20)% относительно существующих. Метод можно использовать при решении задач, носящих характер проектирования.

Табл. 2. Библиогр.: 2 назв.

A method and a new computational algorythm for problem solving of steady-state conditions for an electrical power system are proposed. This method secures the decrease of computational work volume for 15-20 per cent in comparision with the exicting ones. It can be used for problem solving having designing character.

Tables 2. Ref. 2.

Рассматривается вопрос расчета установившегося режима электроэнергетической системы при Z-форме задания состояния сети [1, 2]. Как известно, уравнение установившегося режима электроэнергетической системы при Z-форме задания состояния сети записывается в следующем виде:

$$\dot{U}_i = U_Б + Z_{ij}\dot{I}_j, \qquad (1)$$

где $U_Б$ — напряжение базисного узла; $\dot{U}_i$, $\dot{I}_j$ — многомерные векторы узловых комплексных напряжений и токов независимых узлов; Z_{ij} — собственные и взаимные комплексные сопротивления между независимыми узлами.

Если рассматриваемая электроэнергетическая система состоит из $(M+1)$ узловых точек и первый узел с индексом *Б* является базисным, то матричное уравнение (1) в алгебраической форме можно представить в виде

$$\dot{U}_i = \dot{U}_Б + \sum_{j=1}^{M} Z_{ij}\dot{I}_j, \quad i = \overline{1,M}. \qquad (2)$$

В дальнейшем принимаем, что в базисном узле задается действительное напряжение, т.е. $\dot{U}_Б = U_Б$.

Комплексный ток $\dot{I}_i$, выраженный через активную и реактивную мощности узла, имеет вид

$$\dot{I}_i = (P_i - jQ_i)/\hat{U}_i. \qquad (3)$$

или

$$\dot{I}_i = \dot{U}_i(P_i - jQ_i)/U_i^2. \qquad (4)$$

Совместно решая (2) и (4), получаем

$$\dot{U}_i = U_Б + \sum_{j=1}^{M} Z_{ij}\dot{U}_j(P_j - jQ_j)/U_j^2 \qquad (5)$$

или

$$\dot{U}_i = \sum_{j=1}^{M} Z_{ij}\dot{U}_j(P_j - jQ_j)/U_j^2. \qquad (6)$$

Полученное уравнение (6) представим в развернутой форме:

$$\begin{cases} \left(1 - Z_{11}\dfrac{P_1 - jQ_1}{U_1^2}\right)\dot{U}_1 + \left(-Z_{12}\dfrac{P_2 - jQ_2}{U_2^2}\right)\dot{U}_2 + \ldots + \left(-Z_{1M}\dfrac{P_M - jQ_M}{U_M^2}\right)\dot{U}_M = U_Б, \\ \left(-Z_{21}\dfrac{P_1 - jQ_1}{U_1^2}\right)\dot{U}_1 + \left(1 - Z_{21}\dfrac{P_2 - jQ_2}{U_2^2}\right)\dot{U}_2 + \ldots + \left(-Z_{2M}\dfrac{P_M - jQ_M}{U_M^2}\right)\dot{U}_M = U_Б, \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \left(-Z_{M1}\dfrac{P_1 - jQ_1}{U_1^2}\right)\dot{U}_1 + \left(-Z_{M2}\dfrac{P_2 - jQ_2}{U_2^2}\right)\dot{U}_2 + \ldots + \left(1 - Z_{MM}\dfrac{P_M - jQ_M}{U_M^2}\right)\dot{U}_M = U_Б. \end{cases} \qquad (7)$$

Введем следующие обозначения

$$A_{ii} = 1 - Z_{ii}(P_i - jQ_i)/U_i^2, \quad A_{ij} = -Z_{ij}(P_i - jQ_i)/U_i^2. \qquad (8)$$

При этом система уравнений (7) принимает вид

$$\begin{cases} \dot{A}_{11}\dot{U}_1 + \dot{A}_{12}\dot{U}_2 + \ldots + \dot{A}_{1M}\dot{U}_M = U_Б, \\ \dot{A}_{21}\dot{U}_1 + \dot{A}_{22}\dot{U}_2 + \ldots + \dot{A}_{2M}\dot{U}_M = U_Б, \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \dot{A}_{M1}\dot{U}_1 + \dot{A}_{M2}\dot{U}_2 + \ldots + \dot{A}_{MM}\dot{U}_{MM} = U_Б. \end{cases} \qquad (9)$$

Полученная система (9) состоит из M нелинейных алгебраических уравнений с переменными коэффициентами и искомыми комплексными напряжениями $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \ldots, \dot{U}_M$.

Решение полученной системы уравнений (9) рассматривается для случая, когда, кроме базисного, остальные станционные узлы являются узлами типа $P-Q$, т.е. узлами, относительно которых задаются комплексные мощности, и необходимо определить узловые комплексные напряжения.

Поскольку система уравнений (9) является нелинейной, то ее необходимо решить итерационным путем. Представим ее в матричной записи:

$$\begin{bmatrix} \dot{A}_{11} & \dot{A}_{12} & \cdots & \dot{A}_{1M} \\ \dot{A}_{21} & \dot{A}_{22} & \cdots & \dot{A}_{2M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dot{A}_{M1} & \dot{A}_{M2} & \cdots & \dot{A}_{MM} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \vdots \\ \dot{U}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_Б \\ U_Б \\ \vdots \\ U_Б \end{bmatrix}, \qquad (10)$$

или в векторно-матричной форме:

$$\dot{A}\dot{U} = U_Б. \qquad (11)$$

Из комплексных величин переходим к действительным выражениям:

$$[Re(\dot{A}) + jJ_m(\dot{A})] \times [Re(\dot{U}) + jJ_m(\dot{U})] = U_Б + j0. \qquad (12)$$

или

$$(A' + jA'')(\dot{U}' + j\dot{U}'') = U_Б + j0. \qquad (13)$$

откуда

$$A'U' - A''U'' = U_Б, \; A'U'' + A''U' = U_Б. \qquad (14)$$

Представим систему (14) в блочно-матричной форме

$$\left[\begin{array}{c|c} A' & -A'' \\ \hline A'' & A' \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{c} U' \\ \hline U'' \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} U_Б \\ \hline 0 \end{array}\right]. \qquad (15)$$

На основании матричного уравнения (15) можно определить неизвестные составляющие U' и U'' комплексных напряжений:

$$\left[\begin{array}{c} U' \\ \hline U'' \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} A' & -A'' \\ \hline A'' & A' \end{array}\right]^{-1} \times \left[\begin{array}{c} U_Б \\ \hline 0 \end{array}\right]. \qquad (16)$$

Введем следующие обозначения: $A_{11} = A'$, $A_{12} = -A''$, $A_{21} = A''$ и $A_{22} = A'$. При этом матричное уравнение (16) принимает вид

$$\left[\begin{array}{c} U' \\ \hline U'' \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} A_{11} & A_{12} \\ \hline A_{21} & A_{22} \end{array}\right]^{-1} \times \left[\begin{array}{c} U_Б \\ \hline 0 \end{array}\right]. \qquad (17)$$

Предположим, что после обращения неособенной квадратной матрицы, входящей в (17), получим

$$\left[\begin{array}{c} U' \\ \hline U'' \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c|c} B_{11} & B_{12} \\ \hline B_{21} & B_{22} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{c} U_Б \\ \hline 0 \end{array}\right]. \qquad (18)$$

тогда

$$B_{11} = A_{11}^{-1} - A_{11}^{-1}A_{12}B_{21}, \; B_{12} = A_{11}^{-1}A_{12}B_{22},$$

$$B_{21} = -B_{22}A_{21}A_{11}^{-1}, \; B_{22} = (A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12})^{-1}$$

Из матричного выражения (18) можем написать

$$U' = B_{11}U_Б + B_{12}0, \; U'' = B_{21}U_Б + B_{22}0 \qquad (19)$$

или

$$U' = B_{11}U_Б, \; U'' = B_{21}U_Б. \qquad (20)$$

откуда

$$U' = (A_{11}^{-1} - A_{11}^{-1}A_{12}B_{21})U_Б, \; U'' = -B_{22}A_{21}A_{11}^{-1}U_Б. \qquad (21)$$

Представим выражения (21) в следующем виде

$$U' = U_1' + U_2', \; U_1' = A_{11}^{-1}U_Б, \qquad (22)$$

где

$$U_2' = A_{11}^{-1}A_{12}[(A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12})^{-1}A_{21}A_{11}^{-1}]U_Б, \tag{23}$$

$$U'' = -[(A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12})^{-1}A_{21}A_{11}^{-1}]U_Б. \tag{24}$$

Если принять обозначения

$$A = [(A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12})^{-1}A_{21}A_{11}^{-1}], \tag{25}$$

то выражения (23) и (24) принимают следующий вид:

$$U_2' = (A_{11}^{-1}A_{12}A)U_Б, \; U'' = -AU_Б. \tag{26}$$

Пользуясь обозначениями блоков в матричном уравнении (16), получим

$$A = [A' + A''(A')^{-1}(A'')]^{-1}A''(A')^{-1}. \tag{27}$$

При этом выражения (22) и (23) имеют вид

$$U_1' = (A')^{-1}U_Б, \; U_2' = [(A')^{-1}A''A]U_Б. \tag{28}$$

Устанавливая численные значения комплексных напряжений независимых станционных и нагрузочных узлов, можно определить соответствующие комплексные напряжения:

$$\dot{U}_i = Re(\dot{U}_i) + jJ_m(\dot{U}_i).$$

Имея комплексные напряжения независимых станционных и нагрузочных узлов, а также заданное действительное напряжение базисного станционного узла, можно определить комплексные токи во всех ветвях, пользуясь известными выражениями.

При численной реализации задач весьма важным вопросом является установление весомости отдельных слагаемых, входящих в выражения (22) и (26). Разумеется, что весомость указанных отдельных слагаемых можно установить только при численной реализации множества примеров по расчету установившихся режимов. Поэтому переходим к вычислительному исследованию по расчету установившихся режимов ЭЭС.

Рассматривается ЭЭС, состоящая из трех независимых узлов (табл. 1)

Таблица 1

ЛЭП	R	X	ЛЭП	R	X
0-1	28.2	76,6	1-2	9.2	21,0
0-2	28.2	88,6	1-3	9.7	26,1
0-3	12.5	27,0	2-3	10,0	20,0

Для данной системы Z-матрица узловых сопротивлений имеет следующие численные элементы:

	1	2	3
1	9,3+j 23,4	6,6+j 16,6	5,7+j 13,8
2	6,6+j 16,6	9,5+j 23,0	5.7+j 14.0
3	5.7+j 13,8	5,7+j 14,0	7,7+j 18.8

Исходная информация относительных узлов задана в табл. 2.

Таблица 2

Узлы	Режимные параметры			
	P, МВт	Q, Мвар	U, кВ	Ψ_u, град
0	-	-	220	0
1	161,3	80,7		
2	202,5	101,2	-	-
3	431,7	215,8		

Матричное уравнение типа (7) для рассматриваемой ЭЭС имеет вид

$$\begin{bmatrix} 1-Z_{11}\dfrac{P_1-jQ_1}{U_1^2} & -Z_{12}\dfrac{P_2-jQ_2}{U_2^2} & -Z_{13}\dfrac{P_3-jQ_3}{U_3^2} \\ -Z_{21}\dfrac{P_1-jQ_1}{U_1^2} & 1-Z_{22}\dfrac{P_2-jQ_2}{U_2^2} & -Z_{23}\dfrac{P_3-jQ_3}{U_3^2} \\ -Z_{31}\dfrac{P_1-jQ_1}{U_1^2} & -Z_{32}\dfrac{P_2-jQ_2}{U_2^2} & 1-Z_{33}\dfrac{P_3-jQ_3}{U_3^2} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot U_1 \\ \dot U_2 \\ \dot U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_Б \\ U_Б \\ U_Б \end{bmatrix}. \quad (29)$$

Принимая $U_1 = U_2 = U_3 = 220$, матричное уравнение (29) можно представить с численными элементами:

$$\begin{bmatrix} 0.9295+ & -0.0623- & 0.1126+ \\ +j\,0.0614 & -j\,0.0559 & +j\,0.0969 \\ -0.0498- & 0.9119+ & 0.1149+ \\ -j\,0.0436 & +j\,0.0768 & +j\,0.1011 \\ -0.0422- & -0.0538- & 1.1485+ \\ -j\,0.0357 & -j\,0.0478 & +j\,0.1246 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot U_1 \\ \dot U_2 \\ \dot U_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 220 \\ 220 \\ 220 \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Из матричного уравнения (30) находим A', A'', а затем $(A')^{-1}$. Пользуясь выражением (28), определяем составляющие комплексных напряжений U_j', а также $[A'+A''(A')^{-1}A'']$. После этого определяем численные значения элементов матрицы $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.0609 & -0.0607 & 0.0856 \\ -0.0439 & 0.0761 & 0.0851 \\ -0.0465 & -0.0456 & 0.1362 \end{bmatrix}.$$

После установления численных значений элементов матрицы $\mathbf{A}$ можем определить $(A')^{-1}A''A$, при этом элементы матрицы U_j'' определяются на основании (19). В результате имеем

$$U_j'' = \begin{bmatrix} 0.9020 \\ 2.4420 \\ -0.4620 \end{bmatrix}.$$

На основании (22) можем написать

$$U' = U_1' + U_2' = \begin{bmatrix} 226.45 \\ 227.23 \\ 210.52 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.9020 \\ 2.4420 \\ -0.4620 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 227.35 \\ 229.67 \\ 210.06 \end{bmatrix}.$$

Коэффициенты при мнимой части имеют следующие численные значения:

$$U'' = -AU_6 = \begin{bmatrix} 0.0609 & -0.0607 & 0.0856 \\ -0.0439 & 0.0761 & 0.0851 \\ -0.0465 & -0.0456 & 0.1362 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 220 \\ 220 \\ 220 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18.8760 \\ -25.8060 \\ -9.7020 \end{bmatrix}.$$

После осуществления первой итерации искомые узловые комплексные напряжения принимают следующие численные значения:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 227.35 - j\ 18.8760 \\ 229.67 - j\ 25.8060 \\ 210.06 - j\ 9.7020 \end{bmatrix}.$$

После осуществления четырех итераций получим окончательные численные значения узловых комплексных напряжений:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 221.1 + j\ 7.7129 \\ 221.4 + j\ 3.8745 \\ 204.5 - j\ 10.6953 \end{bmatrix}.$$

Аналогичное исследование было осуществлено и для системы, состоящей из девяти независимых узлов. Было установлено, что при определении U' составляющее U_2' не характеризует его величину и в последующих итерациях его элементы уменьшаются по величине. Установлено также, что величина $[A' + A''(A')^{-1}(A'')]^{-1}$ остается почти неизменной при организации итерационного процесса.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Хачатрян В.С.** К методам расчета рабочих режимов электрических сетей // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. - 1967. - № 2. - С. 37-41.
2. **Хачатрян В.С., Этмекчян Э.А., Аракелян В.П.** Упрощенный метод расчета установившегося режима электроэнергетической системы // Электричество. - 1992. - № 2. - С. 9-14.

ГИУА 10.02.1996