

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Ս. Կ. ԿԱՏԱՆԱԵՎ, ՅՈՒ. Ա. ՏԻՄՈՆՅԱՆ

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СВЯЗИ КАТЯЩЕГОСЯ АВТОМОБИЛЬНОГО КОЛЕСА С ДОРОГОЙ

При подготовке математической модели движения автомобиля формализация процессов взаимодействия эластичного колеса с дорогой является весьма ответственной процедурой. Поэтому очень важно при изучении движений, связанных с критическими ситуациями, воспользоваться нелинейным математическим описанием колеса, охватывающим широкий диапазон варьирования переменных, включая их значения в областях упругого и фрикционного скольжений.

Последовательно рассмотрим формирование геометрических связей шины с дорогой, применительно к различным ситуациям.

В условиях отсутствия скольжения абсолютно жесткого колеса относительно опоры мгновенный центр поворота колеса оказывается в

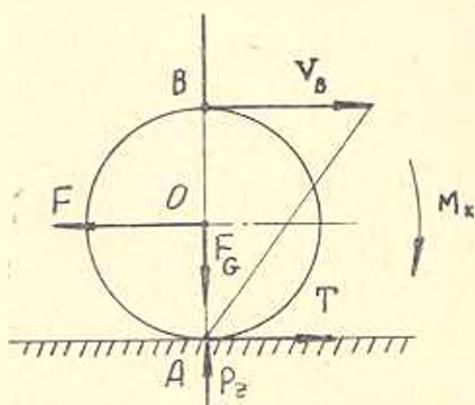


Рис. 1. Качение абсолютно жесткого колеса по недеформированной среде.

точке А (рис. 1), в которой действуют сила  $P$  и реакции  $T$ . Величина реакции не может превысить значения, определяемого силой сцепления. В случае, когда  $P > P_z \varphi$ , где  $P_z$  — нормальная сила, действующая на колесо, а  $\varphi$  — коэффициент сцепления колеса с дорогой, колесо проскальзывает относительно опоры и «переносная» скорость  $v$  уменьшается на величину скорости скольжения  $v_{ск}$ :

$$v = v_k - v_{ск}. \quad (1)$$

Выражение (1) является уравнением кинематических связей колеса с дорогой. Реальное автомобильное колесо эластично как в боковом, так и продольном направлениях, поэтому скорость скольжения является суммой скоростей упругого скольжения  $v_{ус}$ , вызванного деформируемостью колеса, и фрикционного срыва контактного пятна относительно опоры  $v_{рс}$ :

$$v_{\text{ск}} = v_{\text{yc}} + v_{\text{фс}}.$$

Уравнения кинематических связей могут быть записаны в виде суммы угловых скоростей:

$$\Omega = \Omega_e + \Omega_r = \frac{v_1}{r} + \Omega_{\text{yc}} + \Omega_{\text{фс}} + \epsilon,$$

где  $\Omega$  — абсолютная угловая скорость колеса;  $\Omega_e = \frac{v_1}{r}$  — угловая скорость, связанная с переносным движением колеса;  $\Omega_r$  — относительная угловая скорость;  $\Omega_{\text{yc}}$  — угловая скорость упругого скольжения колеса;  $\Omega_{\text{фс}}$  — угловая скорость, связанная с фракционным срывом контакта относительно опоры;  $\epsilon$  — скорость изменения крутильной деформации колеса.

Подробно рассмотрим процесс формирования угловой скорости упругого скольжения колеса при  $\Omega_{\text{фс}} = 0$ . Наличие крутильной деформации  $\epsilon$  колеса еще не является достаточным условием формирования  $\Omega_{\text{yc}}$ . Действительно, предположим, что колесо имеет упругий каркас и абсолютно жесткий протектор. Тогда при установившемся качении колеса  $\Omega_{\text{yc}} = 0$ . Поэтому в [1] вводится в рассмотрение эпюра относительных окружных деформаций поверхностных слоев оболочки

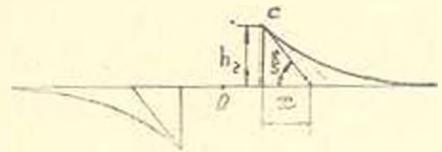


Рис. 2. Разветка эпюры относительных окружных деформаций за пределами контактного пятна.

относительных окружных деформаций поверхностных слоев оболочки в форме криволинейного треугольника. Исследования в этой области показывают, что деформация шины за пределами контактного пятна носит экспоненциальный характер. На основании этого представим развертку эпюры относительных окружных деформаций за пределами контакта (рис. 2) в форме экспоненты, проекция касательной которой, проведенной из начальной точки  $C$ , равна отрезку  $x$ . Максимальная ордината эпюры  $h_2$ , вершина которой (точка  $C$ ) совпадает с передней границей контактного пятна, пропорциональна максимальной окружной деформации шины  $h_x$ , т. е.  $h_2 = K_h h_x$ , где  $K_h$  — коэффициент пропорциональности.

Величина же  $h_x$  определяется из выражения

$$h_x = \epsilon r_{\text{св}} \quad (2)$$

где  $r_{\text{св}}$  — радиус качения свободного колеса.

Из геометрических соображений (рис. 2) запишем:

$$\epsilon = h_2/x. \quad (3)$$

С другой стороны, угол  $\xi$  может характеризоваться, как найденная в точке  $C$  производная изменения эюры относительных окружных деформаций по перемещению  $x$ .

$$\dot{\xi} = dh_z/dx$$

или

$$\dot{\xi} = \frac{dh_z dt}{dx dt} = \frac{\dot{h}_z}{v} = \frac{K_h \dot{h}_z}{v} \quad (4)$$

Линейная скорость изменения упругих деформаций шины может быть выражена через угловую:  $\dot{h}_z = r_{kc} \Omega_{yc}$ , а переносная скорость  $v$  определяется из выражения:  $v = (\Omega - \Omega_{yc} - \dot{\xi}) r_{kc}$ . Тогда уравнение (4) можно представить в виде:

$$\dot{\xi} = K_h \Omega_{yc} \cdot (\Omega - \Omega_{yc} - \dot{\xi}) \quad (5)$$

Таким образом, уравнения (4) и (5) представляют собой, соответственно, относительные линейную и угловую скорости упругого скольжения колеса. Учитывая (2), исключим из (3) и (5) координату  $\xi$  и разрошим результат относительно угловой скорости упругого скольжения:

$$\Omega_{yc} = \frac{\Omega - \dot{\xi}}{1 + \frac{x}{r_{kc}}} \quad (6)$$

Уравнение (6) хорошо согласуется с физикой процесса. Действительно, если вернуться к случаю установившегося движения колеса ( $\dot{\xi} = 0$ ) с упругим каркасом и абсолютно жестким протектором, то  $x \rightarrow \infty$ , а  $\Omega_{yc} = 0$ . При очень податливой протекторной части  $x \rightarrow 0$ , а  $\Omega_{yc} \rightarrow \Omega$ .

С учетом (6) уравнение кинематических связей примет вид:

$$\Omega = \frac{v}{r_{kc}} + \frac{\Omega - \dot{\xi}}{1 + x/r_{kc}} + \Omega_{yc} + \dot{\xi} \quad (7)$$

Величина  $x$  определяется в условиях установившегося движения и отсутствии фрикционного срыва при совместном решении (7) с известным в теории автомобиля уравнением:

$$r_{km} = \frac{v}{\Omega} = r_{kc} - \eta C_\epsilon \epsilon,$$

где  $\eta, C_\epsilon$  — коэффициент тангенциальной эластичности и крутильная жесткость шины;  $r_{km}$  — кинематический радиус колеса.

После ряда преобразований получим:

$$x = \frac{r_{kc} r_{km}}{\eta C_\epsilon} = (r_{kc}^2 - r_{kc} \eta C_\epsilon) / \eta C_\epsilon \quad (8)$$

Из выражения (8) следует, что  $x$  зависит не только от параметров, характеризующих эластичные свойства шин, но и от крутильной деформации колеса.

Отметим, что процесс нарастания деформации  $x$  весьма быстротечен, а масса деформируемой протекторной части меньше массы колеса более, чем на порядок. Уже при скоростях  $v > 10$  м/с при единичном воздействии тормозного момента деформация выбирается за несколько миллисекунд. Поэтому для инженерных расчетов этот процесс можно считать безынерционным и принять  $\dot{\epsilon} = 0$ .

Уравнения кинематических связей чаще всего применяются для определения реакции колеса на крутящий или тормозной момент, которая может быть выражена через крутильную деформацию колеса. Для этого подставим в (7) выражение (8), примем  $\dot{\epsilon} = 0$  и решим результат относительно  $\epsilon$ :

$$\epsilon = (\Omega r_{кс} - v - \Omega_{qc} r_{кс}) / \Omega r C_{\epsilon}. \quad (9)$$

Числитель уравнения (9) представляет собой скорость упругого скольжения, которая позволяет в процессе неустановившегося продольного движения колеса определить его крутильную деформацию, входящую в состав общезвестных уравнений колеса, которые записываются в виде:

$$\begin{cases} m\dot{v} = T - F - K_{\omega} v^2; & (10) \\ J\dot{\Omega} = M_x - M_f - Tr_{кс}. & (11) \end{cases}$$

где  $m$  — масса автомобиля, приведенная к колесу;  $J$  — момент инерции колеса;  $F$  — внешняя сила, действующая на автомобиль;  $M_f$  — момент сопротивления качения колеса;  $K_{\omega}$  — фактор сопротивления воздуха.

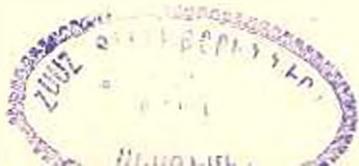
Обычно реакция  $T$  определяется из выражения:

$$T = C_{\epsilon} \epsilon / r_{кс}. \quad (12)$$

Однако, в целом ряде работ [2] экспериментально и теоретически доказана существенная зависимость реакции  $T$  от коэффициента сцепления, вертикальной нагрузки, скорости скольжения и т. д. В простейшем случае рост реакции можно представить как ограничение функции (рис. 3):

$$T = \begin{cases} C_{\epsilon} \epsilon / r_{кс} & \text{при } \epsilon < \epsilon_n; \\ P_2 \varphi & \text{при } \epsilon > \epsilon_n. \end{cases}$$

Использование линейного уравнения вида (12) для описания реакции в ряде случаев может привести к существенным ошибкам. Типичное поведение  $T$  в зависимости от крутильной деформации  $\epsilon$  представлено на рис. 3 в виде пунктирной кривой  $T = f(\epsilon)$ . В области малых значений  $0 \leq \epsilon \leq \epsilon_n$  выражение (12) дает хорошее сов-



падение с экспериментом. При предельном же значении крутильной деформации реакция, рассчитанная по (12), дает завышенное значение  $T$ , что приводит к дополнительным изменениям ускорений  $\dot{v}$  и  $\dot{\Omega}$  в уравнениях (10), (11) и их производных в уравнениях связей.

Для определения силового взаимодействия эластичного колеса с дорогой может быть использовано уравнение, учитывающее не только изменение крутильной деформации шины, но и переносную скорость  $v$ , вертикальную нагрузку, коэффициент сцепления, а также относительное скольжение  $s = v_{sl}/v$ :

$$T = f(P_z, \varphi, v, \sigma, s). \quad (13)$$

Функциональная зависимость (13) может быть аппроксимирована полиномами или экспонентами, или другими кривыми различного порядка с охватом всего диапазона варьирования переменных.

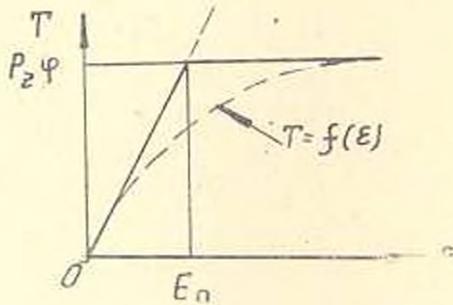


Рис. 3. Зависимость реакции колеса  $T$  от крутильной деформации шины  $\epsilon$ .

Таким образом, приведенные уравнения кинематических связей эластичного колеса с дорогой являются неотъемлемой составной частью описания неустановившегося продольного движения автомобиля, используемого при теоретическом исследовании управляемости и устойчивости автомобиля, топливной экономичности, а также при решении задач оптимизации процессов управления продольного и бокового движений.

ПО „ЕрАЗ“

14. IV. 1982

Վ. Տ. ԿԱՏԱՆԱՆԻ, ՅՈՒ. Ա. ԽԻՐՈՆՅԱՆ

ՀԱՆՐԱՊԵՏԻ ԶԵՏ ԴԸՐՎՈՂ ԱՎՏՈՄՈԲԻԼԱՅԻՆ ԱՆԻՎԵՐՍԻ  
ԿՐԿԻՄԱՏԻԿԱԿԱՆ ԿԱՊԵՐԸ

Ա. Վ. Փ. Ո. Փ. Ո. Վ.

Գիտարկված է ճանապարհի հետ դողի երկրաչափական կապերի ձևավորումը տարբեր իրավիճակների դեպքում:

ձանապարհի հետ ճկուն անիվի կինեմատիկական կապերի բերված հավասարումները հանդիսանում են ավտոմոբիլի շկայունացած երկայնակի շարժման նկարագրության անբաժանելի բաղկացուցիչ մասը: Այդ հավասարումներն օդազործվում են ավտոմոբիլի ղեկավարելիության և կայունության, վառելիքի խնայողության սեռական նետազոտությունների ժամանակ, ինչպես նաև երկայնակի և կողային շարժումների կառավարման սրբցեսների օպտիմիզացման խնդիրների լուծման ժամանակ:

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Морозов Б. Н., Шишацкий А. Н., Катанцев Н. Г. Автомобильное колесо как элемент противоблокировочного устройства.— Автомобильная промышленность, 1973, № 3, с. 21—22.
2. Ефенстоф Ю. А., Бернацкий В. В., Рахляр А. М. Исследование трения шин о дорожное полотно — В кн.: Межвузовский сборник научных трудов «Безопасность и надежность автомобиля». М., МАМИ, 1980, вып. 2, с. 18—31.