ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXX, № 5, 1977 Серия технических наук

ЭНЕРГЕТИКА

Г. Г. АДОНЦ

ИССЛЕДОВАНИЯ АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Уравнения установившегося режима электрической системы, записанные в приращениях параметров режима, имеют вид:

$$\Delta P_m = \sum_{\omega} \frac{\partial P_m}{\partial s_\omega} \Delta s_\omega + \sum_{\omega} \frac{\partial P_m}{\partial U_\omega} \Delta u_\omega;$$
$$\Delta Q_m = \sum_{\omega} \frac{\partial Q_m}{\partial s_\omega} \Delta s_\omega + \sum_{\omega} \frac{\partial Q_m}{\partial U_\omega} \Delta u_\omega, \qquad (1)$$

где m — индекс узла системы;

ω — индекс узлов ветвей, исходящих из узла m;

$s_\omega = \sin \psi_\omega$ — синус фазы комплексного напряжения узла ω;

U_ω — модуль того же напряжения;

Δs_ω, Δu_ω — приращения параметров режима в двух последовательных шагах итерации;

P_m, Q_m — активная и реактивная мощности узла m.

Первое из уравнений (1) записывается для узлов с искомыми параметрами s, второе — для узлов с искомыми параметрами U. Один из узлов схемы выделяется в качестве узла баланса мощностей, для которого задаются $s_б$ и $U_б$ и принимаются искомыми $P_б$ и $Q_б$.

Величины ΔP_m и ΔQ_m определяются по формулам:

$$\Delta P_m = P^*_m - P^i_m = P^*_m - U^2_m g_{mm} - U_m \sum_{\omega} U_\omega \alpha_{m\omega};$$
$$\Delta Q_m = Q^*_m - Q^i_m = Q^*_m - U^2_m b_{mm} - U_m \sum_{\omega} U_\omega \beta_{m\omega}, \qquad (2)$$

где P^*_m, Q^*_m — заданные мощности узла m;

$$\alpha_{m\omega} = g_{m\omega} \cos(\psi_m - \psi_\omega) - b_{m\omega} \sin(\psi_m - \psi_\omega);$$
$$\beta_{m\omega} = g_{m\omega} \sin(\psi_m - \psi_\omega) + b_{m\omega} \cos(\psi_m - \psi_\omega); \qquad (3)$$

где $g_{m\omega}$, $b_{m\omega}$ — активная и реактивная проводимости ветви между узлами m и ω;

i — индекс шага итерации.

Взамен уравнений (1) предлагаются [1] следующие уравнения установившегося режима электрической системы:

$$\Delta P_m = \sum_{\omega} \frac{\partial P_m}{\partial s_{m\omega}} \Delta s_{m\omega} + \sum_{\omega} \frac{\partial P_m}{\partial U_\omega} \Delta u_\omega;$$

$$\Delta Q_m = \sum_{\omega} \frac{\partial Q_m}{\partial s_{m\omega}} \Delta s_{m\omega} + \sum_{\omega} \frac{\partial Q_m}{\partial U_\omega} \Delta u_\omega; \tag{4}$$

$$\Delta F_k = \sum_{\omega} \frac{1}{c_{mj}} \Delta s_{mj} = 0,$$

где

$$s_{m\omega} = \sin(\psi_m - \psi_\omega); \quad \Delta s_{m\omega} = \sin(\psi_m - \psi_\omega)^{i+1} - \sin(\psi_m - \psi_\omega)^i;$$

k — индекс независимого контура схемы замещения системы. Число контуров, а следовательно, последних уравнений (4) равно числу ветвей схемы минус число узлов плюс единица, т. е.

$$k = b - y + 1 \tag{5}$$

(b, y — число ветвей и узлов схемы).

Целью статьи является изложение результатов исследований алгоритмов решения уравнений (1) и (4) методом Гаусса при использовании принципа Зейделя для случаев открытых (неэквивалентированных) схем и многополюсников (эквивалентированных схем).

Алгоритм решения уравнений (1) или (4) сводится к следующим процедурам:

а) по заданным P_m^*, Q_m^* и первым приближениям $U^{i=1}$, $s_\omega^{i=1}$ (или $s_{m\omega}^{i=1}$) вычисляются $\Delta P_m^{i=1}$, $\Delta Q_m^{i=1}$ и частные производные, входящие в уравнения;

б) решаются уравнения (1) относительно $\Delta s_\omega^{i=2}$, $\Delta u_\omega^{i=2}$ или уравнения (4) относительно $\Delta s_{m\omega}^{i=2}$, $\Delta u_\omega^{i=2}$;

в) по найденным $\Delta s^{i=2}$, $\Delta u^{i=2}$ и величинам $s^{i=1}$, $U^{i=1}$ определяются значения искомых переменных для второго шага итерации:

$$s_\omega^{i=2} = s_\omega^{i=1} + \Delta s_\omega^{i=2},$$

$$U_\omega^{i=2} = U_\omega^{i=1} + \Delta u_\omega^{i=2}, \tag{6}$$

$$s_{m\omega}^{i=2} = s_{m\omega}^{i=1} + \Delta s_{m\omega}^{i=2};$$

г) по полученным s и U вычисляются $\Delta P_m^{i=2}$, $\Delta Q_m^{i=2}$ и т. д.;

д) итерация завершается по достижению допустимых значений ΔP_m, ΔQ_m.

Задачами исследований являлись:

1. Установление возможности и порядка применения принципа Зейделя в процессе решения уравнений (1) и (4);

2. Установление возможности исключения из систем (1) и (4) отдельных слагаемых или группы слагаемых;

3. Обеспечение сходимости итерации при решении уравнений открытых и эквивалентных схем.

Введем следующие сокращенные формы записей:

$P'_s(s^l, U^l)$ — матрица частных производных $\frac{\partial P_m}{\partial s}$ и функции s^l и U^l, полученных в l-м шаге итерации;

$P'_u(s^l, U^l)$ — матрица частных производных $\frac{\partial P_m}{\partial U}$;

$Q'_u(s^l, U^l)$ — то же $\frac{\partial Q_m}{\partial U}$;

$Q'_s(s^l, U^l)$ — то же $\frac{\partial Q_m}{\partial s}$.

Для значений s и U в следующем шаге итерации используется верхний индекс $l+1$. Критериями завершения итерации служили достижения величин

$$\Delta P^l_m = 10^{-1}; \quad \Delta Q^l_m = 10^{-1}.$$

Принцип Зейделя был применен в нескольких вариантах решения уравнений (1) и (4).

Путем машинного эксперимента, выполненного на примере одной тестовой задачи — схемы замещения системы с 51 ветвью и 46 узлами—были получены следующие результаты.

Сходимость итерации с заданной точностью обеспечивается за 7 шагов в следующих четырех вариантах решения уравнений (4) методом Гаусса с использованием принципа Зейделя.

Вариант 1

$$\begin{aligned} P'_s(s^l, U^l)\Delta s^{l+1} &= \Delta P(s^l, U^l); \\ Q'_u(s^{l+1}, U^l)\Delta u^{l+1} &= \Delta Q(s^{l+1}, U^l). \end{aligned} \tag{7}$$

В этом варианте решается сначала система первых уравнений (1) или (4). По полученным Δs^{l+1} определяются s^{l+1}, которые затем используются при решении системы вторых уравнений (1) или (4). Третья строчка уравнений (4) решается совместно с первыми уравнениями. Из (7) видно, что в этом варианте решения пренебрегаются слагаемые $P'_u\Delta u$ и $Q'_s\Delta s$.

Вариант 3

$$\begin{aligned} P'_s(s^l, U^l)\Delta s^{l+1} &= \Delta P(s^l, U^l); \\ Q'_u = (s^l, U^l)\Delta U^{l+1} &= \Delta Q(s^l, U^l) - Q'_s(s^l, U^l)\Delta s^{l+1}. \end{aligned} \tag{8}$$

В этом варианте, как и в 1-ом, сначала решаются уравнения группы ΔP, затем — группы ΔQ. Принцип Зейделя в этом варианте используется только при определении слагаемых $Q'_s(s^l, U^l)\Delta s^{l+1}$.

Вариант 9

$$Q'_u(s^i,\ U^i)\,\Delta U^{i+1} = \Delta Q(s^i,\ U^i);$$
$$P'_s(s^i,\ U^{i+1})\,\Delta s^{i+1} = \Delta P(s^i,\ U^{i+1}). \tag{9}$$

Здесь принцип Зейделя используется в отношении вектора U, в отличие от 1-го варианта, в котором принцип Зейделя используется в отношении вектора S. Кроме того, в этом варианте пренебрегаются слагаемые $Q'_s\Delta s$ и $P'_u\Delta u$.

Вариант 14

$$Q'_u(s^i,\ U^i)\,\Delta u^{i+1} = \Delta Q(s^i,\ U^i);$$
$$P'_s(s^i,\ U^i)\,\Delta s^{i+1} = \Delta P(s^i,\ U^i) - P'_u(s^i,\ U^i)\,\Delta u^{i+1}. \tag{10}$$

В этом варианте принцип Зейделя используется в отношении вектора ΔU. Сходимость итерации с заданной точностью обеспечивается за 11 шагов в следующих вариантах решения уравнений (1) и (4).

Вариант 2

$$P'_s(s^i,\ U^i)\,\Delta s^{i+1} = \Delta P(s^i,\ U^i);$$
$$Q'_u(s^i,\ U^i)\,\Delta u^{i+1} = \Delta Q(s^i,\ U^i). \tag{11}$$

Уравнения (11) отличаются от (7) тем, что в них не используется принцип Зейделя.

Вариант 5

$$Q'_u(s^i,\ U^i)\,\Delta u^{i+1} = \Delta Q(s^i,\ U^i);$$
$$P'_s(s^i,\ U^{i+1})\,\Delta s^{i+1} = \Delta P(s^i,\ U^{i+1}) - P'_u(s^i,\ U^{i+1})\,\Delta u^{i+1}. \tag{12}$$

В уравнениях (12) используется принцип Зейделя в отношении вектора U. Пренебрегаются лишь слагаемые $Q'_s\Delta s$.

Вариант 15

$$P'_s(s^i,\ U^i)\,\Delta s^{i+1} = \Delta P(s^i,\ U^i) - P'_u(s^i,\ U^i)\,\Delta u^i;$$
$$Q'_u(s^{i-1},\ U^i)\,\Delta u^{i+1} = \Delta Q(s^{i+1},\ U^i). \tag{13}$$

Здесь используется принцип Зейделя в отношении вектора s и пренебрегаются слагаемые $Q'_s\Delta s$.

Отметим варианты алгоритма, приводящие к расходимости итерации.

Вариант 7

$$Q'_u(s^i,\ U^i)\,\Delta u^{i+1} = \Delta Q(s^i,\ U^i) - Q'_s(s^i,\ U^i)\,\Delta s^i;$$
$$P'_s(s^i,\ U^{i+1})\,\Delta s^{i+1} = \Delta P(s^i,\ U^{i+1}) - P'_u(s^i,\ U^{i-1})\,\Delta u^{i+1}. \tag{14}$$

Здесь принцип Зейделя используется в отношении вектора U. Слагаемые $Q'_s\Delta s$ и $P'_u\Delta u$ учитываются в расчетных уравнениях.

Вариант 16

$$P'_s(s^i,\ U^i)\,\Delta s^{i+1} = \Delta P(s^i,\ U^i) - P'_u(s^i,\ U^i)\,\Delta u^i;$$
$$Q'_u(s^{i+1},\ U^i)\,\Delta u^{i+1} = \Delta Q(s^{i+1},\ U^i) - Q'_s(s^{i+1},\ U^i)\,\Delta s^{i+1}. \quad (15)$$

В приводимых ниже уравнениях варианта 18 сходимость итерации обеспечивается за 19 шагов.

$$P'_s(s^i,\ U^i)\,\Delta s^{i+1} = \Delta P(s^i,\ U^i) - P'_u(s^i,\ U^i)\,\Delta U^i;$$
$$Q'_u(s^i,\ U^i)\,\Delta u^{i+1} = \Delta Q(s^i,\ U^i) - Q'_s(s^i,\ U^i)\,\Delta s^{i+1}. \quad (16)$$

В уравнениях (16) принцип Зейделя используется только в отношении вектора Δs.

Из всех исследованных 18 вариантов алгоритма для открытых схем наиболее эффективными оказались варианты: 1; 3; 9; 14,—представленные уравнениями (7) ÷ (10).

Были выполнены исследования тех же вариантов алгоритмов для эквивалентной схемы, полученной путем исключения сетевых узлов $n=46$ и доведенной до $n=28$ (общее число генераторных и нагрузочных узлов).

Наиболее эффективным в этом случае оказался вариант 1, представленный уравнениями (7).

Из сопоставления уравнений (1) и (4) видно, что уравнения (1) могут быть использованы для открытых и закрытых схем, а уравнения (4)—только для открытых схем.

Для обеспечения сходимости итерации при решении уравнений (1) рекомендуется применение методики поворота векторов комплексных напряжений всех узлов (включая узел баланса мощностей) после каждого шага итерации. Для этой цели используется формула:

$$s^{i+1,\,П} = s^i_m\,c^i_{ср} - s^i_{ср}\,c^i_m, \quad (17)$$

где

$$s^i_{ср} = \sin\psi^i_{ср};\qquad \psi^i_{ср} = \frac{1}{2}\left(\psi^i_{max} + \psi^i_{min}\right);\qquad c = \sqrt{1-s^2};$$

i, $i+1$ — индексы шага итерации;

ψ^i_{max}, ψ^i_{min} — максимальное и минимальное значения фаз комплексных напряжений в i-м шаге итерации;

$i+1$, П — индекс величины s после поворота векторов;

m — индекс всех узлов схемы замещения системы.

Выводы

1. Взамен решения уравнений (1) и (4) рекомендуется решение уравнений (7) для эквивалентных схем и уравнений (7) ÷ (10) для открытых (неэквивалентных) схем.

2. В уравнениях (7) ÷ (10) используется принцип Зейделя в отношении векторов, соответственно, s; Δs; U; ΔU.

3. Для обеспечения сходимости итерации при решении уравнений эквивалентных схем рекомендуется процедура поворота векторов U по формуле (17).

АрмНИИЭ

Поступила 17.VI.1977

Հ. Տ. ԱԴՈՆՑ

ԷԼԵԿՏՐԱԿԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՀԱՍՏԱՏՈՒՆ ՌԵԺԻՄՆԵՐԻ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄՆԵՐԻ ԼՈՒԾՄԱՆ ԱԼԳՈՐԻԹՄՆԵՐԻ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ

Ամփոփում

Հաստատուն ռեժիմների հավասարումները ներկայացվում են (1) և (4) տեսքով։

Այդ հավասարումների փոխարեն առաջարկվում է համարժեքացված սխեմաների համար լուծել (7) հավասարումը, իսկ բաց (ոչ համարժեքացված) սխեմաների համար՝ (7)÷(10) հավասարումները։ Դրանց լուծման համար օգտագործվում է Զեյդելի սկզբունքը s, Δs, u, Δu-ի նկատմամբ։

ЛИТЕРАТУРА

1. *Адонц Г.Т.* Метод расчета модулей и синусов разности фаз напряжений узлов схемы. Сборник «Исследование решения на ЦВМ уравнений установившегося режима электрических систем», АрмНИИЭ, 1976.