

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Э. В. ТАТЕВОСЯН

ОПТИМАЛЬНАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ
 УРАВНОВЕШИВАНИЕМ ПРИ ВРАЩЕНИИ

Структура системы автоматического уравнивания при вращении (САУВ), в которой исправление неуравновешенности осуществляется малыми постоянными дозами — дискретами Δ , изображена на рис. 1 (при уравнивании в одной плоскости), где ИзУ — измерительное устройство, в котором сигнал дисбаланса превращается в электрические колебания и фильтруется от помех, УУ — управляющее устройство, определяющее момент (фазу) исправления, ИсУ — исполнительное устройство, которое наносит (или удаляет) на уравнишиваемый ротор — объект регулирования ОР с коэффициентом передачи a_1 — дискреты исправления с фазами, заданными управляющим устройством. От классического способа уравнивания неподвижного ротора, когда величина исправления равна измеренной неуравновешенности (по циклу: разгон ротора — измерение неуравновешенности — останов — исправление), САУВ отличается наличием высокодобротный фильтр (с добротностью $Q = 30 \div 50$) в составе ИзУ. Наличие высокодобротного фильтра является обязательным при уравнивании большими дозами, так как внешние помехи (с фундамента, наводки на датчики, помехи от подшипников), создавая фазовые и амплитудные ошибки исправления, делают невозможным устранение дисбаланса за приемлемое число пусков. Но при уравнивании вращающегося ротора, вследствие того, что число исправлений велико, фазовые ошибки усредняются (так как дискреты исправления постоянны по величине, амплитудные погрешности не влияют на процесс уравнивания), т. е. из-за малости дозы исправления САУВ сама фильтрует помехи.

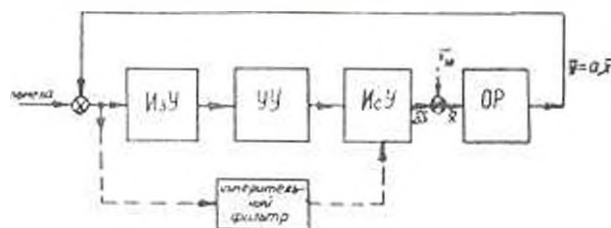


Рис. 1

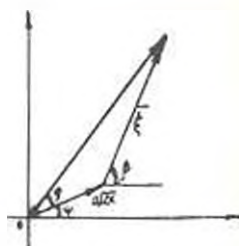


Рис. 2

Рассмотрим количественные соотношения. Процесс уравнивания при вращении описывается уравнениями [1]:

$$\frac{dx}{dt} = -V_n \cos \varphi; \quad (1)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{V_n}{x} \sin \varphi, \quad (2)$$

где $\frac{dx}{dt}$ — скорость изменения неуровновешенности; $\frac{d\varphi}{dt}$ — скорость вращения вектора неуровновешенности относительно ротора; $V_n = \Delta f_s$ — скорость исправления; Δ и f_s — дискрета и частота исправления; φ — фазовая ошибка исправления.

Процесс уравнивания в САУВ можно приближенно разделить на три стадии: первая стадия — «чистый» процесс, когда дисбаланс велик, влияние внешней помехи не сказывается, и фазовая ошибка обуславливается внутренними факторами, в основном, расстройкой фильтра по частоте относительно полезного сигнала (сигнала дисбаланса); вторая стадия — уравнивание в условиях помех с последующим выходом в третью стадию — стационарный процесс, где дисбаланс является случайной величиной (из-за случайных исправлений от помехи) с постоянными статистическими характеристиками. Так как измеритель дисбаланса показывает его усредненное значение, отключение процесса уравнивания в любой момент времени приводит к тому, что точность уравнивания является случайной величиной [2]. С увеличением коррелированности случайных фазовых ошибок исправления (т. е. с увеличением добротности фильтра) матожидание случайного остаточного дисбаланса возрастает. Необходимо так определить параметры ПЗУ и ЗУ, чтобы обеспечить максимальную точность уравнивания при требуемой производительности $t_y = x_{\text{зад}}/V_n$, где t_y — общее время уравнивания.

При исследовании процесса уравнивания будем считать помеху на входе САУВ широкополосной (некоррелированной) нормальной, что вполне соответствует реальности. Применительно к случаю воздействия внешней случайной помехи (т. е. для второй стадии) уравнение (1) запишется в виде

$$\frac{dx}{dt} = -V_n m_{\cos \varphi}, \quad (3)$$

где $m_{\cos \varphi}$ — матожидание косинуса фазовой ошибки исправления, а под x подразумевается его среднее значение.

При наличии в ПЗУ фильтра, даже с очень невысокой добротностью, помеха на выходе ПЗУ является узкополосной на частоте полезного сигнала, и зависимость матожидания $m_{\cos \varphi}$ от величины сигнала x и среднеквадратического значения помехи σ_n при $m_{\cos \varphi} < 0,8 \div +0,7$ (т. е. для тех случаев, когда влияние помехи существенно) можно аппроксимировать выражением [3]

$$m_{\cos \varphi} \approx 0,63 \frac{x}{\sigma_n} \quad (4)$$

Решение уравнения (3) с учетом (4) при начальных условиях $t=0$ $x \approx \sigma_n$ представляет собой экспоненту

$$x = \sigma_n \exp\left(-\frac{t}{\tau_y}\right) \quad (5)$$

с постоянной времени

$$\tau_y \approx 1,6 \frac{\sigma_n}{V_n} \quad (5a)$$

Считая, что величина помехи в 10 раз превышает допуск ($\sigma_n = 10x_{\text{доп}}$), и учитывая, что автоматическое уравнивание при вращении применяется в тех случаях, когда требуемая степень уравнивания велика $\left(D_f = \frac{x_{\text{доп}}}{x_{\text{норм}}} = 500 \div 1000\right)$, можно показать, что длительность процесса уравнивания в условиях помех составляет небольшую долю общего времени уравнивания (не более $6 \div 8\%$). Таким образом, ограничение по производительности, которое, казалось бы, должно требовать наличия частотноизбирательного элемента, в САУВ не существенно. Более того, высокочастотный резонансный фильтр в САУВ, создавая из-за расстройки по частоте систематическую фазовую ошибку в течение основного времени уравнивания — на первой стадии, уменьшит производительность.

Определим характеристики стационарного процесса, для конкретности считая фильтр ИзУ резонансным с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{p\omega_n}{p^2 + \omega_n^2 + \frac{p\omega_n}{Q}}$$

Узкополосная помеха на выходе фильтра имеет фазу ϑ (рис. 2), равномерно распределенную в пределах от 0 до 2π , и амплитуду ξ , распределенную по релеевскому закону [2]. Если случайный дисбаланс меняется достаточно медленно, то можно считать, что он при прохождении через фильтр усиливается в Q раз, не сдвигаясь по фазе. В таком случае, согласно (1) — (2) и векторной диаграмме сигналов на выходе фильтра (рис. 2), считая $\xi = Qa_1x$, что справедливо для стационарного процесса, имеем:

$$\frac{dx}{dt} \approx -v_n \left[\cos(\vartheta - \varphi) + \frac{a_1 Q x}{\xi} \right] = F_1(x, \varphi, \xi, \vartheta); \quad (6)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} \approx -\frac{v_n}{x} \sin(\vartheta - \varphi) = F_2(x, \varphi, \xi, \vartheta). \quad (7)$$

Полученные нелинейные стохастические уравнения позволяют предположить, что при определенных условиях [4], которые можно считать

вычисленными, величину x и фазу ψ случайного дисбаланса можно рассматривать как компоненты непрерывного двумерного марковского процесса.

Если обозначить $x_1 = x$, $x_2 = \psi$, то двумерная плотность вероятности перехода $w_2 = w_2(x_1, x_2, t, x_{10}, x_{20}, t_0)$ удовлетворяет уравнению [4]:

$$\dot{w}_2 = - \sum_{l,m=1,2} \frac{\partial}{\partial x_l} \left\{ \left(\langle F_l \rangle + \int_{t_0-t}^t K \left[\frac{\partial F_l}{\partial x_m}, F_{mz} \right] dz \right) w_2 \right\} + \\ + \sum_{l,m=1,2} \frac{\partial^2}{\partial x_l \partial x_m} \left\{ \left(\int_{t_0-t}^t K [F_l F_{mz}] dt \right) w_2 \right\}, \quad (8)$$

где при вычислении среднего $\langle F_l \rangle$ и подынтегральных корреляционных функций аргументы x_1, x_2 следует считать фиксированными. Для установившегося стационарного процесса $\dot{w}_2 = 0$, а нижние пределы интегралов можно заменить на $-\infty$. Учитывая, что САУВ является узкополосной системой (вследствие того, что регулируемая величина модулирована, а также из-за наличия фильтра), т. е. случайный остаточный дисбаланс имеет релеевское распределение, и используя известные приемы теории узкополосных процессов [5], из (8) путем некоторых упрощений было получено следующее выражение для математического ожидания случайного остаточного дисбаланса, выраженного в дискретах исправления:

$$m_{\Delta(\Delta)} \approx 1,26 \sqrt{\frac{V 2\pi V_n \sigma_{\text{шф}}}{4a_1 \omega_0}} \approx 0,4 \sqrt{\frac{\sigma_{\text{шф}} f_n}{a_1 f_0}}, \quad (9)$$

где $\sigma_{\text{шф}}$ — среднеквадратическое значение помехи на выходе фильтра, a_1 — коэффициент передачи уравновешиваемого ротора с датчиком, ω_0 (дискрета);

$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ — частота вращения уравновешиваемого ротора.

Например, если помеха равномерно распределена в полосе $0,5f_0 <$

$< f < 1,5f_0$, то $\sigma_{\text{шф}} = \sigma_n \sqrt{\frac{\pi}{2}} Q$, и тогда

$$m_{\Delta(\Delta)} \approx 0,45 \sqrt{\sigma_{n(\Delta)} \frac{f_n}{f_0}} \sqrt{Q}, \quad (10)$$

где $\sigma_{n(\Delta)} = \sigma_n / a_1$ — помеха на входе фильтра, выраженная в дискретах исправления.

Так как проверка полученных результатов на реальном станке затруднительна, было осуществлено цифровое вероятностное моделирование САУВ [6]. При определении структуры цифровой модели было учтено, что комплексная амплитуда квазигармонической помехи на выходе фильтра $\tilde{x} = \tilde{x} e^{j\psi}$ может быть представлена как сумма двух ортого-

нальных составляющих A_c и A_s , независимых и имеющих одинаковые автокорреляционные функции [2]:

$$\langle A_s(t_1)A_c(t_2) \rangle = 0; \quad (11)$$

$$R_{A_s}(\tau) = R_{A_c}(\tau) = \sigma_a^2 e^{-\tau/\tau_\psi}, \quad (12)$$

где $\tau_\psi = \frac{2Q}{\omega_0}$ — постоянная времени фильтра.

Цифровым аналогом процесса с корреляционной функцией вида (12) является последовательность $y(n)$, получающаяся на выходе цифрового фильтра, описываемого разностным уравнением первого порядка [7]

$$y(n) = e^{-T/\tau_\psi} y(n-1) + u(n), \quad (13)$$

где T — период дискретизации, при воздействии на его входе последовательности $u(n)$ независимых, распределенных по нормальному закону случайных чисел.

С учетом того, что вектор сигнала дисбаланса (как и дискрета направления с определенной фазой) также может быть представлен как векторная сумма двух ортогональных составляющих, определена блок-схема цифровой модели САУВ для нахождения статистических характеристик остаточного дисбаланса — математического ожидания m_x и дисперсии σ_x^2 (рис. 3). На рис. 3 ГСЧ_s и ГСЧ_c — независимые генераторы последовательностей $u_s(n)$ и $u_c(n)$ случайных некоррелированных чисел. В качестве генераторов использовались таблицы случайных чисел.

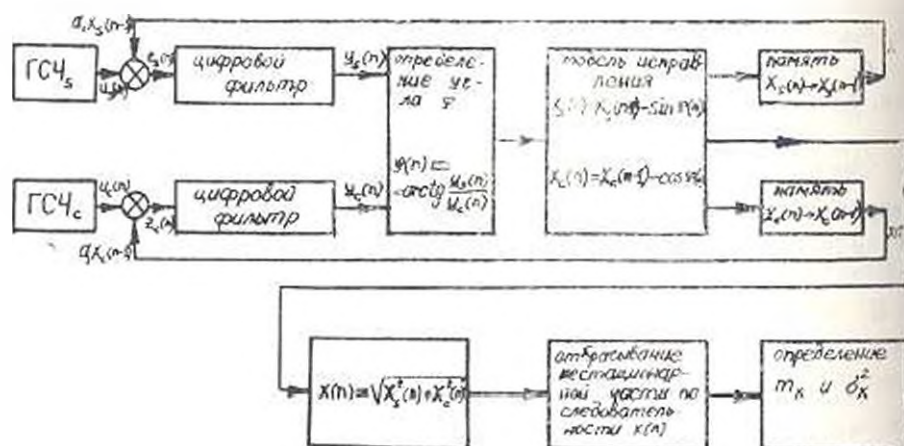


Рис. 2

Цифровое моделирование показало следующее:

1. Процессе уравнивания в условиях помех протекает согласно расчету.

2. Отношение $\frac{m_x}{\sigma_x}$ сохраняется примерно постоянным (2-2,3) в диапазоне изменения уровня помехи 10:1 и добротности 20:1. Поэтому можно считать, что случайный остаточный дисбаланс в САУВ имеет распределение, близкое к релеевскому ($m/\sigma \approx 1,9$).

3. Матожидание случайного остаточного дисбаланса растет пропорционально корню квадратному из величины помехи.

4. Если искать зависимость m_x от добротности фильтра Q в виде $m_x = AV^Q$, то минимум среднеквадратического отклонения от результатов моделирования получается при $n \approx 3,5$.

5. Если исправление дисбаланса осуществляется не на каждом шагу измерения, а через определенное количество шагов, то $m_x \sim \sqrt[n]{f_n/f_0}$, где f_n/f_0 — отношение частоты исправления к частоте измерения. При этом отношение m_x/σ_x уже не соответствует релеевскому распределению, а зависимость от добротности становится слабее ($m_x \sim \sqrt[n]{Q}$).

Во всех случаях отклонение результатов моделирования от (9) не превышало 25-30%. Такое совпадение, учитывая упрощения, принятые при аналитическом исследовании, можно считать удовлетворительным, особенно если учесть, что при проектировании балансировочных автоматов с целью достижения допуска необходимо обеспечивать m , в 1,5-2 раза меньше допуска. Таким образом, вероятностное моделирование подтвердило гипотезу о случайном остаточном дисбалансе как марковском процессе.

Полученные результаты позволяют утверждать, что для достижения максимальной точности уравнивания при заданной скорости исправления V_0 фильтр из системы уравнивания должен быть исключен. Поскольку этот вывод обусловлен коррелированностью фазовых ошибок исправления при наличии фильтра, естественно ожидать, что любое другое звено в системе уравнивания, вносящее коррекцию, только увеличит матожидание остаточного дисбаланса.

Однако для измерения остаточного дисбаланса необходим фильтр с большой добротностью. Например, если спектр помехи равномерен в полосе $0,5f_0 < f < 1,5f_0$, то для измерения остаточного дисбаланса с точностью 50%, что допустимо при выполнении условия (15), требуемая добротность измерителя

$$Q_{изм} \approx 4,5 \left(\frac{\sigma}{x_{доп}} \right)^2 \quad (14)$$

и уже при $\sigma/x_{доп} = 4$ $Q_{изм} \approx 70$. При этом постоянная времени фильтра (т. е. постоянная измерения) $\tau_{изм} = \frac{2Q_{изм}}{\omega_0}$ и постоянная времени уравнивания τ_u по (5а) примерно одинаковы, т. е. высокودобротный фильтр в системе уравнивания не может выполнить свою роль — сокращение длительности процесса уравнивания в условиях по-

мех, так как необходимо определенное время на измерение остаточного дисбаланса.

Из-за случайности остаточного дисбаланса, для гарантии с высокой вероятностью достижения допуска на дисбаланс необходимо, как указывалось выше, обеспечить матожидание m_1 меньше допуска $x_{\text{доп}}$. Например, если обеспечить

$$\frac{x_{\text{доп}}}{m_{1(1)}} \geq 1,5. \quad (15)$$

то нетрудно подсчитать, учитывая релеевское распределение остаточного дисбаланса, что вероятность превышения допуска при отклонении исправляющих устройств в любой момент стационарного процесса составляет 15%.

Для обеспечения условия $x_{\text{доп}} > x_{\text{гип}}$ целесообразно, имея отдельный измерительный фильтр (рис. 1) высокой добротности (корреляционный), работать по следующему циклу. При уравнивании в момент вхождения в зону влияния помех должна включаться выдержка времени на уменьшение дисбаланса по экспоненте с выходом в стационарную область и измерение случайного остаточного дисбаланса. Если показания измерителя не превышают $x_{\text{доп}}$, исполнительное устройство (ИсУ) отключается и включается выдержка времени на измерение остаточного дисбаланса $x_{\text{ост}}$. При $x_{\text{ост}} < x_{\text{доп}}$ цикл закончен, и в противном случае с первоначальной выдержкой времени повторно включается ИсУ. При выполнении условия (15) вероятность повторного включения не превышает 15%.

Таким образом, оптимизация САУВ сводится к парадоксальному решению — исключению из системы уравнивания высокодобротного фильтра, основного, по существу, элемента балансировочных станков, работающих по классической схеме.

БрНН им. К. Маркса

Получено 17.1.1976.

Է. Վ. ԹԱԵՎՈՍՅԱՆ

ՊՏՏԵՐԱՆ ԸՆԹԱՑՔՈՒՄ ԶԱՎԱՍՏԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐՈՎ ԿԱՌԱՎԱՐՈՎ
ՕՊՏԵՄԱԼ ՄԻՍՏԵՐ

Ա ռ փ ո փ ո լ լ

Պիտվում է պատճառ ընթացքում հաճախորդներով կատարվող սխալներ: Ապացուցվում է, որ առաջնությունը հզորությունը ստանալու համար մեծ լավորակության ստեղծող Ֆիլտրը պետք է սխալներից հեռացվի: Առաջարկվում է կատարման հասարակ աղբյուրին տեղափոխել հաճախորդների բույրավորը ստանալու համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Бровман Я. С. Проектирование балансировочных автоматов на заданную точность и производительность. Сб. «Теория и практика балансировочной техники», Под ред. В. А. Шенгильникова. М., изд. «Машиностроение».
2. Слезингер П. И. Автоматическая балансировка роторов гирескопов. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук, Томск. 1974.
3. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. Изд. «Сов. радио», 1966.
4. Стратонович Р. Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. Изд. «Сов. радио», 1961.
5. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники, книга первая, Изд. «Сов. радио», 1969.
6. Поляк Ю. Г. Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах.
7. Голд Б., Райдер Ч. Цифровая обработка сигналов. Изд. «Сов. радио», 1969.