ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

Տեխնիկական գիտութ. սերիա XXV, № 1, 1972 Серия технических наук

ГИДРАВЛИКА

А. А. ГУРГЕНЯН

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЖИДКОСТИ В ОКРЕСТНОСТИ ТОЧКИ СОЕДИНЕНИЯ ФРОНТОВ ВОЛН МЕТОДОМ ЛЕГРАСА

1. Рассматривается осесимметричная задача о движении полупространства сжимаемой идеальной жидкости под действием ударной волны или твердых тел. Исследуется окрестность точки соединения волновых фронтов методом Леграса [1].

Пусть на поверхности жидкости в некоторой точке O произведен взрыв. Ось Ox выбрана по невозмущенной границе жидкости, ось Oy направлена вглубь жидкости (рис. 1). Ударная волна от взрыва распространяется по поверхности жидкости по закону:

$$P = \begin{cases} P_1 P_0\left(\dfrac{x}{Vt}\right) & x < Vt \\ 0 & x > Vt \end{cases} \tag{1.1}$$

где P—давление; t—время с начала движения; V—скорость фронта A давления по границе жидкости; P_1—давление в точке A; P_0—профиль давления за фронтом на поверхности. Картина возмущенного движения показана на рис. 1. Решение этой задачи в линейной постановке для давления P при граничном условии (1) и нулевых начальных условиях найдено в [2] и имеет вид

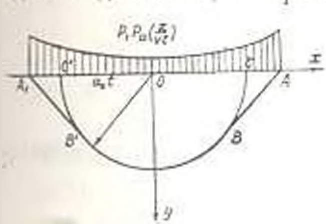

Рис. 1.

$$\frac{P}{P_1} = \varphi(\theta)\, e^{-\frac{1}{\frac{n+1}{2}\gamma\varphi(\theta)}}, \qquad \text{где} \qquad \varphi(\theta) = \frac{M^2 \sin\theta}{(1-M^2\cos^2\theta)^{3/2}}. \tag{1.2}$$

Соотношение (1.2) имеет место на BB' всюду, кроме окрестности точки B, где решение становится двумерным. В [3] и [4] показано, что в этой области решение будет короткой волной, зависящей от двух переменных, и найдены частные решения этих уравнений, которые удовлетворяют условию непрерывности касательной составляющей скорости к ударной волне в точке B, лишь в нулевом порядке. Так как именно в окрестности этой точки происходит наибольшее изменение решения, то необходимо применить другие методы, которые дают более точные результаты.

Покажем, что используя метод Леграса, который приводит к численному интегрированию системы обыкновенных дифференциальных уравнений, можно определить окрестность точки B, причем, условиям на ударной волне удовлетворить не только в точке B, а всюду, и в точке B не в нулевом порядке, а в первом.

Для плоской задачи этим же методом с помощью стыковки удалось найти решение в окрестности особой точки B в виде ряда по степеням α, которое удовлетворяет всем условиям задачи включительно до второго порядка [5].

Уравнение движения и неразрывности для осесимметричного движения в окрестности точки B можно записать в виде уравнения коротких волн [3]

$$\frac{\partial\mu}{\partial\delta}(\mu-\delta)+\mu+\frac{1}{2}\cdot\frac{\partial\nu}{\partial y}=0,$$

$$\frac{\partial\mu}{\partial Y}=\frac{\partial\nu}{\partial\delta}, \tag{1.3}$$

где введены обозначения:

$$v_r=a_0M_0\mu;\quad v_\theta=a_0\sqrt{\frac{n+1}{2}}\,V_0\nu;\qquad \frac{P}{Bn}=M_0\alpha;$$

$$r_1=a_0t\left(1-\frac{n+1}{2}\delta_0\delta\right);\quad \theta-\theta_0=\sqrt{\frac{n+1}{2}}\,\vartheta Y;\qquad \cos\theta_0=\frac{a_0}{V};$$

$$M_0=\delta_0=\left(\frac{P_1}{Bn}\right)^{n+1};\qquad V=\delta_0^{3/2}\vartheta;\quad \vartheta_0=\delta_0^{1/2}.$$

Условия на ударном фронте BB' (рис. 1) в этих переменных можно записать в виде

$$\nu-\mu\sqrt{2\delta-\mu}=0;\qquad \frac{\partial\delta}{\partial Y}+\sqrt{2\delta-\mu}=0, \tag{1.4}$$

где первое уравнение выражает условие непрерывности касательной составляющей скорости к фронту ударной волны, а второе — скорость распространения ударной волны BB'.

Решение уравнений (1.2) и (1.4) ищем в параметрическом виде:

$$\mu=a_1(\alpha)+tl_1(\alpha);\qquad \nu=b_2(\alpha)+tl_2(\alpha);$$

$$\delta=l(\alpha)+tl'(\alpha);\qquad Y=m(\alpha)+t\beta(\alpha), \tag{1.5}$$

где α и t параметры, причем, $t=0$ — уравнение ударной волны.,

Функции $a_1(\alpha)$, $l_3(\alpha)$, $b_4(\alpha)\cdots$ — безразмерные.

Первое уравнение (1.3) в переменных (1.5) запишется так:

$$[a_1'\beta - l_3 m' + t(l_3'\beta - l_3\beta')][a_1 - l + t(l_3 - \Gamma)] + (a_1 + tl_3)[\beta l' - \Gamma m' +$$

$$+ t(\beta\Gamma' - \Gamma\beta')] + \frac{1}{2}[-b_2'\Gamma + l_2 l' - t(l_2\Gamma' - l_2'\Gamma)] = 0. \qquad (1.6)$$

Приравниваем в (1.6) слагаемые без t:

$$(a_1'\beta - l_3 m')(a_1 - l) + a_1(\beta l' - \Gamma m') - \frac{1}{2} b_2'\Gamma + \frac{1}{2} l_2 l' = 0, \qquad (1.7)$$

то же при t:

$$(a_1'\beta - l_3 m')(l_3 - \Gamma) + (\beta l_3' - \beta' l_3)(a_1 - l) + l_3(\beta l' - \Gamma m') +$$

$$+ a_1(\beta\Gamma' - \Gamma\beta') - \frac{1}{2}(l_2\Gamma' - l_2'\Gamma) = 0, \qquad (1.8)$$

то же при t^2:

$$(\beta l_3' - \beta' l_3)(l_3 - \Gamma) + l_3(\beta\Gamma' - \Gamma\beta') = 0. \qquad (1.9)$$

Второе уравнение (1.3) дает:

$$-a_1'\Gamma + l_3 l' - b_2'\beta + l_2 m' = 0; \qquad (1.10)$$

$$l_3\Gamma' - l_3'\Gamma - \beta l_2' + l_2\beta' = 0. \qquad (1.11)$$

Условия на ударной волне BB' запишутся в виде:

$$l' + \sqrt{2l - a_1}\, m' = 0; \qquad (1.12)$$

$$b_2 - a_1\sqrt{2l - a_1} = 0. \qquad (1.13)$$

Нетрудно показать, что в этих уравнениях $l_3(x)$ входит однородно, так что можно положить $l_3(x) = 1$.

Для решения вышепоставленной задачи получили семь обыкновенных дифференциальных уравнений для семи неизвестных функций (1.5).

Поскольку получена однородная система уравнений, примем $a_1(x) = 1 - x$. Тогда получатся семь уравнений для шести неизвестных, поэтому уравнение (1.9) при t^2 следует отбросить, что возможно вследствие малости t вблизи ударной волны. Граничными условиями для этих уравнений может служить решение этих же уравнений в точке пересечения ударных волн AB и BB' и условия соединения этого решения с известным решением на AB в точке B [3]:

$$a_1 = 1 - \sqrt{\lambda}\sqrt{-Y_1}; \quad b_1 = 1 - \sqrt{\lambda}\sqrt{-Y_1} + \frac{1}{2} Y_1, \qquad (1.14)$$

где

$$\lambda = \sqrt{\frac{n+1}{2}} \sin\delta_1 \cos\delta_1; \quad \sin\delta_1 = 1/M.$$

Однако, для определения всех неизвестных функций в точке приходится дифференцировать каждое из этих уравнений по три раза, вследствие чего получаются двадцать восемь нелинейных алгебраических уравнений, решение которых представляет большие трудности. Поэтому здесь, в отличие от плоской задачи, примем $\beta(\alpha)=0$ и $\Gamma(\alpha)=1$, причем. уравнения (1.9) и (1.11) выпадают, а для остальных неизвестных функций остаются следующие уравнения:

$$
\left.
\begin{aligned}
& m'(l-2a_1)-\frac{1}{2}\,b_2-\frac{1}{2}\,l_2 l'=0; \\
& m'+\frac{1}{2}\,l_2'=0; \quad -a_1' l'+l_2 m'=0; \\
& l'-\sqrt{2l-a_1}\,m'=0;\ b_2-a_1\sqrt{2l-a_1}=0.
\end{aligned}
\right| \tag{1.15}
$$

Если продифференцировать уравнения (1.15) один раз и перейти к точке, использовав соотношения (1.14), то получатся десять алгебраических уравнений для десяти неизвестных. Однако оказывается, что эти уравнения не имеют действительного решения, т. е. удовлетворить в точке всем условиям задачи включительно до второго порядка по $\alpha-\alpha_1$ невозможно, поэтому вместо последнего уравнения (1.15), выражающего условие сохранения касательной составляющей скорости во втором порядке, возьмем второе уравнение (1.15), проинтегрированное в виде $l_2=-2m+C$, причем, задаваясь C, найдем решение в точке $\alpha=\alpha_1$ и подберем такое C, чтобы решение системы (1.15) вдали от начальной точки переходило в известное решение на BB_1 (1.2). В этом случае уравнения (1.15) для точки B приводятся к следующему уравнению:

$$
\begin{gathered}
x^4-\sqrt{\lambda}\,x-(2x^2+C)\sqrt{\sqrt{\lambda}\,x+x^4}+ \\
+\left(\sqrt{\sqrt{\lambda}\,x+x^4}-\frac{\sqrt{\lambda}\,x}{2\sqrt{\sqrt{\lambda}\,x+x^4}}\right)\left(\sqrt{\sqrt{\lambda}\,x+x^4}-2x^2-C\right)=0,
\end{gathered} \tag{1.16}
$$

где

$$
x=\sqrt{-m(\alpha_1)}. \tag{1.17}
$$

При $n=7$, $M=2$, $C=-1{,}3$ корень этого уравнения есть $x=0{,}8059$. Вычисляя остальные неизвестные, решение в малой окрестности точки B можно представить в виде:

$$
\left.
\begin{aligned}
m(\alpha) &= -0{,}6495+0{,}6818(\alpha-\alpha_1)+0{,}3066(\alpha-\alpha_1)^2+\cdots \\
l(\alpha) &= 1{,}9436-1{,}0007(\alpha-\alpha_1)+0{,}6825(\alpha-\alpha_1)^2+\cdots \\
b_2(\alpha) &= 2{,}5433-2{,}0589(\alpha-\alpha_1)-3{,}6594(\alpha-\alpha_1)^2+\cdots \\
l_2(\alpha) &= -0{,}0010-1{,}3635(\alpha-\alpha_1)+0{,}6131(\alpha-\alpha_1)^2+\cdots,
\end{aligned}
\right\} \tag{1.18}
$$

где

$$
\alpha_1=-0{,}7327.
$$

Для определения решения вдали от точки B можно численно интегрировать систему (1.15) с граничными условиями (1.18), причем, второе уравнение, соответствующее первой степени l, отбрасывается, что возможно вследствие малости l вблизи ударной волны BB'.

Результаты расчетов для $\gamma = 1/400$ и $\gamma = 1/1000$ приведены на рис. 2.

В случае проникания твердых тел вращения, в частности конуса, в жидкость с постоянной сверхзвуковой скоростью V, область возмущенного движения ограничена линией $ABCA'B'$ (рис. 3). Ось Or выбрана по поверхности жидкости, ось Oz — по оси конуса.

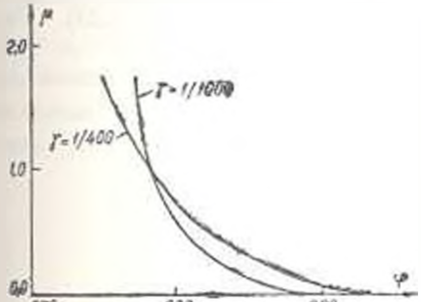

Рис. 2.

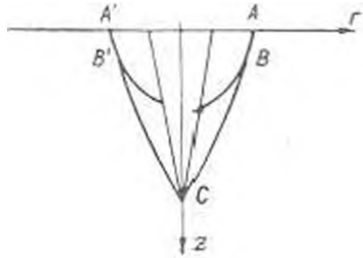

Рис. 3.

Так как задача осесимметрична, то можно использовать уравнения (1.6—1.13), причем, в последних двух уравнениях знаки перед радикалом нужно поменять на обратные.

Для определения решения в точке пересечения BC и BB' (рис. 3) разложим функции в ряд Тейлора по $\alpha - \alpha_1$ и оставим члены до второго порядка. Тогда получается двадцать одно нелинейное алгебраическое уравнение и столько же неизвестных. Однако, эти уравнения трудно решаются, поэтому, как и в предыдущей задаче, примем $\beta(\alpha) = 0$ и $\Gamma(\tau) = 1$, после чего получим следующую систему уравнений в точке

$$
\left.
\begin{aligned}
&-m'' + m'(l'-2) - 0{,}5b_2 + 0{,}5l_z l' - 0{,}5l_z l'' = 0;\\
&-m' - 0{,}5b_2 + 0{,}5l_z l' = 0; \quad m' - 0{,}5l_z = 0;\\
&m' - 0{,}5l_z = 0; \qquad 1 - l' + l_z m' = 0;\\
&l'' + l_z m' - l_z m'' = 0; \quad l' - m' = 0;\\
&l'' - m'' + m'^2 - 0{,}5 = 0; \quad b_2 - l' - 0{,}5 = 0.
\end{aligned}
\right| \qquad (1.19)
$$

Здесь условие непрерывности касательной составляющей скорости к фронту ударной волны AB выполняется в первом порядке по $\alpha - \alpha_0$, где $\alpha_0 = 0$ в силу $\beta = a_1(\alpha) = 1 - \alpha = 1$ [4]. Решая эти уравнения, получим решение в окрестности точки B в виде

$$m(z) = 1 + \frac{3}{4} z + \frac{45}{64} z^2 + \ldots$$

$$l(\alpha)=1+\frac{3}{4}\alpha+\frac{57}{64}\alpha^2+\cdots$$

$$b_2(\alpha)=-1-\frac{5}{4}\alpha-\frac{263}{64}\alpha^2+\cdots \tag{1.20}$$

$$l_1(\alpha)=\frac{1}{3}-\frac{3}{2}\alpha-\frac{45}{64}\alpha^2+\cdots$$

Вдали от точки B вдоль ударной волны AB решение получится интегрированием системы (1.15) при граничных условиях (1.20). Результаты расчетов приведены на рис. 4.

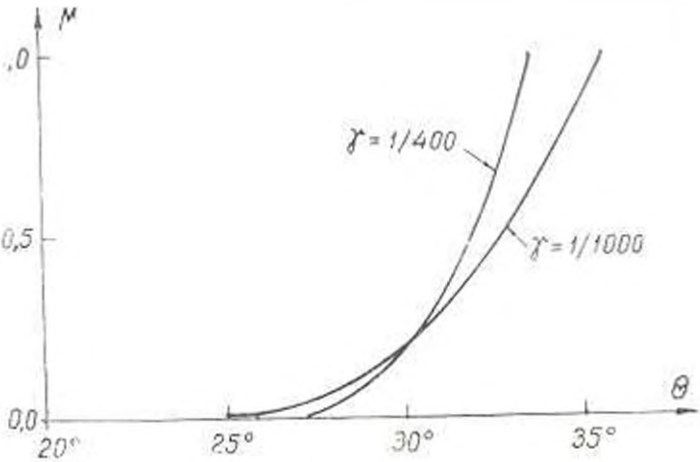

Рис. 4.

2. Приведенным методом можно исследовать также окрестности точки соединения фронтов волн в задаче о движении полупространства бесконечно проводящей сжимаемой жидкости в магнитном поле. Постановка и решение линейной задачи как в плоском, так и в осесимметричном случае даны в [6]. Тем же автором в работе [7] для плоской задачи в окрестности точки B (рис. 1) получено нелинейное уравнение и показано, что оно совпадает с уравнением коротких волн для однородной непроводящей жидкости. Следуя [7], получим в окрестности точки B нелинейное уравнение для осесимметричной задачи.

Уравнения магнитной газодинамики в этом случае имеют вид [8]:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial y}(v_x H_y-v_y H_x)+\frac{1}{y}(v_x H_y-v_y H_x);$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t}=-\frac{\partial}{\partial x}(v_x H_y-v_y H_x);$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t}+v_x\frac{\partial v_x}{\partial x}+v_y\frac{\partial v_x}{\partial y}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}=\frac{1}{4\pi\rho}\left(\frac{\partial H_x}{\partial y}-\frac{\partial H_y}{\partial x}\right)H_y; \tag{2.1}$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{1}{4\pi\rho} \left(\frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) H_x;$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + v_x \frac{\partial P}{\partial x} + v_y \frac{\partial P}{\partial y} + \rho a^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{v_y}{y} \right) = 0. \quad (2.1)$$

Пусть $\beta = \beta(\alpha)$ — дисперсионное уравнение плоских волн для линейного варианта (2.1). Если в уравнениях (2.1) перейти к переменным $x_1 = \alpha_0 x + \beta_0 y - t$, $\frac{1}{V} = \alpha_0$, где уравнение точечной волны $CBB.C_1$ есть $x_1 = 0$, и оставить в нелинейных частях слагаемые второго порядка, заменив в них все производные через производные по x_1, при начальном магнитном поле H_0, направленном по оси x, можно получить [6]:

$$\tau h_x + \xi_2 v_y = -2 \frac{\beta_0^2}{\rho_0^2 a_0^2 \mu} P \frac{\partial P}{\partial x_1} - \frac{1}{y} \frac{\beta_0}{\rho_0 \mu} P;$$

$$\tau h_y - \xi_1 v_y = -2 \frac{\alpha_0 \beta_0}{\rho_0^2 a_0^2 \mu} P \frac{\partial P}{\partial x_1};$$

$$\tau v_x + \frac{1}{\rho_0} \xi_1 P = -\frac{a_1^2 \alpha_0 \beta_0^2}{a_0^2 \rho_0^2 \mu} \frac{1}{1 - a_1^2 \alpha_0^2} P \frac{\partial P}{\partial x_1}; \quad (2.2)$$

$$\tau v_y + \frac{1}{\rho_0} \xi_2 P + a_1^2 (\xi_2 h_x - \xi_1 h_y) = -\frac{a_1^2 \beta_0^2}{a_0^2 \rho_0^2 \mu} \frac{1}{1 - a_1^2 \alpha_0^2} P \frac{\partial P}{\partial x_1};$$

$$\tau P + \rho_0 a_0^2 \xi_1 v_x + \rho_0 a_0^2 \xi_2 v_y = -2\alpha_2 \frac{1}{\rho_0 a_0^2} P \frac{\partial P}{\partial x_1} - \frac{1}{y} \rho_0 a_0^2 \frac{\beta_0}{\rho_0 \mu} P,$$

где

$$\tau = \frac{\partial}{\partial t}; \quad \xi_1 = \frac{\partial}{\partial x}; \quad \xi_2 = \frac{\partial}{\partial y}; \quad \mu = 1 - a_1^2 (\alpha_0^2 + \beta_0^2); \quad a_1^2 = \frac{H_0^2}{4\pi\rho_0};$$

P — давление; v_x, v_y — составляющие скорости; ρ_0, α_0 — невозмущенные плотность и скорость, отнесенные к $H_0(0)$; h_x, h_y — возмущенные значения напряженности магнитного поля. Уравнение состояния взято в виде $a = a_0 (\alpha_2 - 1) \frac{P}{\rho_0 a_0}$, а правые части в (2.2) получены использованием характеристических соотношений:

$$v_x = \frac{\alpha_0}{\rho_0} P; \quad v_y = \frac{\beta_0}{\rho_0 \mu} P; \quad h_x = \frac{\beta_0^2}{\rho_0 \mu} P; \quad h_y = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\alpha_0 \beta_0}{\mu} P.$$

Решая систему (2.2) относительно P, можно получить:

$$\Delta_0 P = \Delta_1 P \frac{\partial P}{\partial x_1}, \quad (2.3)$$

где $\Delta_1 = \Big[\alpha_1 a_0^2 a_1^2 \rho_0 \tau \xi_2^2 + \alpha_1 \rho_0 a_0^2 a_1^2 \frac{\alpha_0}{\beta_0} \tau \xi_1 \xi_2 - \alpha_2 \rho_0 a_0^2 \xi_2 [\tau^2 - a_1^2 (\xi_1^2 + \xi_2^2)] -$

$$-\alpha_3\frac{\beta_0}{\rho_0}\rho_0 a_0^2\tau^2\xi_2+\alpha_5\left[\tau^2-\tau a_1^2(\xi_1^2+\xi_2^2)\right]\Big\}P\frac{\partial P}{\partial x_1}-\frac{1}{y}\frac{\beta_0}{\rho_0\mu}a_1^2\tau\xi_2^2P+$$

$$+\frac{1}{y}\frac{a_0^2\beta_0}{\mu}\left[\tau^2-\tau a_1^2(\xi_1^2+\xi_2^2)\right]P;$$

$$\Delta_0=\left[\tau^2-a_1^2(\xi_1^2+\xi_2^2)\right](\tau^2-a_0^2\xi_3^2)-a_0^2\tau^2\xi_2^2,$$

причем, введены обозначения:

$$\alpha_1=-2\frac{\beta_0^2}{\rho_0^2a_0^2\mu};\quad \alpha_2=-\frac{a_1^2\alpha_0\beta_0^2}{a_0^2\rho_0\mu}\frac{1}{1-a_1^2\alpha_0^2};\quad \alpha_4=-2\alpha_2\frac{1}{\rho_0a_0^2}.$$

Если в выражениях Δ_0 и Δ_1 перейти к переменным [7]

$$x_1=\alpha_3\frac{x}{t}+\beta_2\frac{y}{t}-1,\quad \alpha_3=\frac{1}{V}\quad \text{и}\ t,$$

а в Δ_1 производные заменить через производные по x_1, то можно получить:

$$\Delta_1=\left\{3\frac{\beta_3^2}{\rho_0}\frac{a_1^2(\alpha_3^2+\beta_3^2)}{t^4\mu}+\frac{2\alpha_2\mu}{t^4\rho_0a_0^2}\right\}\frac{\partial^3}{\partial x_1^3}\left(P\frac{\partial P}{\partial x_1}\right)+\frac{\mu_1}{t^4}\frac{\partial^3P}{\partial x_1^3}.$$

Для Δ_0 после вычислений можно получить приближенное выражение [7]:

$$\frac{2\mu_1}{t^4}x_1\frac{\partial^4}{\partial x_1^4}-\frac{2\mu_1}{t^3}\frac{\partial^4}{\partial x_1^3\partial t}-\frac{\mu_1}{t^4}\frac{\partial^4}{\partial x_1^2\partial y_1^2}+\frac{\mu_1}{t^4}\frac{\partial^3}{\partial x_1^3},$$

где

$$\mu_1=2-(a_0^2+a_1^2)(\alpha_3^2+\beta_3^2);\qquad y_1=\left(\frac{1}{V}-\alpha_3\right)\sqrt{-\beta''}\,y/t;$$

а $\beta''(\alpha)$ определяется из уравнения для поверхности нормалей

$$1-(\alpha_3^2+\beta_3^2)(a_0^2+a_1^2-a_0^2a_1^2\alpha^2)=0.$$

Подставляя выражения Δ_0 и Δ_1 в (2.3), получим:

$$\frac{\partial^4P}{\partial x_1^4}\frac{2\mu_1}{t^4}x_1-\frac{\partial^4P}{\partial x_1^3\partial t}\frac{2\mu_1}{t^3}-\frac{\partial^4P}{\partial x_1^2\partial y_1^2}\frac{\mu_1}{t^4}+\frac{\partial^3P}{\partial x_1^3}\frac{5\mu_1}{t^4}=\tag{2.4}$$

$$=\frac{A_1}{\rho_0a_0^2t^4}\frac{\partial^3}{\partial x_1^3}\left(P\frac{\partial P}{\partial x_1}\right)+\frac{\mu_1}{t^4}\frac{\partial^3P}{\partial x_1^3},$$

где

$$A_1=3\beta_3^2a_0^2a_1^2\frac{\alpha_3^2+\beta_3^2}{1-a_1^2(\alpha_3^2+\beta_3^2)}+2\alpha_2\left[1-a_1^2(\alpha_3^2+\beta_3^2)\right].$$

Используя равенство

$$\frac{\partial^4}{\partial x_1^4}\left(x_1\frac{\partial P}{\partial x_1}\right)=3\frac{\partial^3P}{\partial x_1^3}+x_1\frac{\partial^4P}{\partial x_1^4}$$

и вводя функцию $\varphi=\rho_0 a^2 \frac{\partial\varphi}{\partial x_1}$ (2.4) можно записать в виде

$$t\frac{\partial^2\varphi}{\partial t\,\partial x_1}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial x_1^2}\left(\frac{A_1}{2\mu}\frac{\partial\varphi}{\partial x_1}-x_1\right)+\frac{\partial\varphi}{\partial x_1}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial y_1^2}=0.$$

Вводя переменные

$$\frac{x_1}{\frac{A_1}{2\mu}}=\xi,\qquad \frac{y_1}{\sqrt{\frac{A_1}{2\mu}}}=Y,\qquad \varphi=\frac{A_1}{2\mu}\Phi$$

(2.7) можно записать в виде

$$t\frac{\partial^2\Phi}{\partial\xi\,\partial t}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial\xi^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial\xi}-\xi\right)+\frac{\partial\Phi}{\partial\xi}+\frac{1}{2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial Y^2}=0, \tag{2.5}$$

что совпадает с уравнением коротких волн для однородной непроводящей жидкости в осесимметричной задаче. Тогда решение, полученное для этого случая в [4], а также решение п. 1 верны и для этой задачи.

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступило 11.XI.1970

Ա. Ա. ԳՈՒՐԳԵՆՅԱՆ

ՀԵՂՈՒԿԻ ՇԱՐԺՄԱՆ ՊԱՐԱՄԵՏՐԵՐԻ ՈՐՈՇՈՒՄԸ ԱԼԻՔՆԵՐԻ ՀԱՏՄԱՆ ԿԵՏԻ ՄՈՏ ԼԵԳՐԱՍԻ ՄԵԹՈԴՈՎ

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Դիտվում է իդեալական սեղմելի հեղուկի կիսատարածության շարժման առանցքասիմետրիկ խնդիրը։ Որոշվում է շարժման պարամետրերը ալիքային ճակատների հատման կետի մոտ Լեգրասի մեթոդով, որը փնտրվող ֆունկցիաները և անկախ փոփոխականները ներկայացնում է ε և λ պարամետրերից կախված ֆունկցիաների տեսքով, որտեղ λ բնութագրում է կետի հեռավորությունը հարվածային ալիքից, իսկ ε անկյունային հեռավորությունը։ Խնդրի լուծումը բերվում է սովորական դիֆերենցիալ հավասարումների սիստեմի, որոնք լուծվում են թվային եղանակով։ Հատման կետի փոքր շրջակայքում լուծումը արտահայտվում է շարքերի տեսքով, որը բավարարում է խնդրի պայմաններին ներառյալ մինչև երկրորդ կարգում ըստ α-ի։

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Legras Jean.* Nouvelles applications de la methode de Lightill a l'etudes des ondes de choc. Paris, ONERA 1953. p. 62. Comptes rendus de Seances, 1952

2. *Багдоев А. Г.* Пространственные нестационарные движения сплошной среды с ударными волнами. Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1961.

3. *Багдоев А. Г.* Исследование распределения давления на ударной волне. „Известия АН Арм. ССР, серия физ.-мат. наук", т. XVII, № 4, 1964.

4. *Багдоев А. Г., Гургенян А. А.* Приближенное решение ряда нелинейных задач определения ударных волн в сжимаемой жидкости. „Известия АН Арм. ССР. Механика", т. XXI, № 1, 1968.

5. *Гургенян А. А.* Применение метода Легроса к задаче о движении жидкого полупространства. „Известия АН Арм. ССР. Механика", т. XXIV, № 5, 1971.

6. *Багдоев А. Г.* Некоторые нелинейные задачи о движении сжимаемой жидкости. Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1967.

7. *Багдоев А. Г.* Определение параметров движения среды вблизи каустики. „Известия АН Арм. ССР. Механика", т. XXIII, № 2, 1970.

8. *Бай Ши-и.* Магнитная газодинамика. М., 1964.