

ЭНЕРГЕТИКА

Ю. И. ГАЛАКТИОНОВ

К ВОПРОСУ РАСЧЕТА СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ
СЛОЖНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Обычно статическая устойчивость энергетических систем исследуется в идеализации, приводящей к системе с сосредоточенными постоянными. Количество соответствующих уравнений (линеаризуемых в задаче статической устойчивости) растет с увеличением числа генераторов. По этим уравнениям сначала составляется характеристический определитель, который затем раскрывается в строку тем или иным методом. Вопрос об устойчивости или неустойчивости системы решается по знаку вещественной части корней характеристического уравнения. Сложность вычислений значительно возрастает (даже при использовании цифровых вычислительных машин) с увеличением количества рассматриваемых станций и автоматических устройств. Кроме того, форма представления результатов таких расчетов, диктуемая самим методом и основанная на характеристиках отдельных агрегатов, получается плохо обозримой.

В [1] предлагается подход к исследованию переходных режимов энергетических систем, построенный на принципиально иной идеализации, позволяющей, в частности, анализировать статическую устойчивость параллельной работы произвольно большого количества генераторов, имеющих каждый свой регулятор. Для этого от обычной энергетической системы с сосредоточенными параметрами переходят путем увеличения количества агрегатов, при сохранении их суммарной мощности неизменной, к модели с распределенными параметрами. Переходные процессы описываются в этом случае несколькими интегро-дифференциальными уравнениями, количество которых не зависит от числа генераторов в системе.

После линеаризации и представлении решений в виде $\Delta z_i(x, t) = u_i(x) e^{i\omega t}$ (где i — номер неизвестной функции) исходная система интегро-дифференциальных уравнений сводится к системе однородных интегральных уравнений. Здесь x есть новая независимая переменная, меняющаяся в пределах $0 \leq x \leq 1$, отвечающая номеру агрегата в системе с сосредоточенными параметрами. Путем исключения некоторых неизвестных последняя система приводится к двум однородным интегральным уравнениям. Разлагая входящие в них неизвестные функции $u_i(x)$ в ряд по некоторой полной и замкнутой системе функций

$\gamma_0(x), \gamma_1(x), \dots$ и требуя ортогональности результата подстановки этого ряда в уравнения всем представляющим функциям, получим бесконечный определитель, строки и столбцы которого образуют сходящиеся ряды.

Уравнение, если ограничиться первыми двумя строками и столбцами этого определителя, будем называть уравнением нулевого приближения. Если в основу оценки устойчивости энергетической системы положить настройки автоматических регуляторов возбуждения (АРВ), или зоны изменения каких-либо параметров системы, то полученное характеристическое уравнение позволяет найти нулевое приближение этих характеристик.

При учете следующих двух строк и столбцов векового определителя получится характеристическое уравнение, которое дает следующее (первое) приближение искомых величин, и т. д. Естественно, возникает вопрос, на каком приближении можно остановиться, чтобы иметь полное представление о статической устойчивости сложной системы и о тех характеристиках, с помощью которых эта устойчивость исследуется.

Покажем на примерах, что принципиально вопрос об устойчивости или неустойчивости системы решается уже нулевым или первым приближением. Запишем получающийся указанным выше способом характеристический определитель так, чтобы строка, составленная из коэффициентов уравнения электромагнитных колебаний с учетом АРВ, следовала в каждом приближении след за строкой, составленной из коэффициентов уравнения электромеханических колебаний. Помимо того, исходные интегро-дифференциальные уравнения будем считать записанными так, что постоянные инерции генераторов введены в состав ядра уравнения электромеханических колебаний. Тогда получим определитель вида:

$$\begin{vmatrix} p^2 + b_{00} & a_{00} & b_{01} & a_{01} & \dots & b_{0n} & a_{0n} \\ L_{00}(p) & G_{00}(p) & L_{01}(p) & G_{01}(p) & \dots & L_{0n}(p) & G_{0n}(p) \\ b_{10} & a_{10} & \frac{1}{3} p^2 + b_{11} & a_{11} & \dots & b_{1n} & a_{1n} \\ L_{10}(p) & G_{10}(p) & L_{11}(p) & G_{11}(p) & \dots & L_{1n}(p) & G_{1n}(p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n0} & a_{n0} & b_{n1} & a_{n1} & \dots & \frac{1}{2n+1} p^2 + b_{nn} & a_{nn} \\ L_{n0}(p) & G_{n0}(p) & L_{n1}(p) & G_{n1}(p) & \dots & L_{nn}(p) & G_{nn}(p) \end{vmatrix} = 0, \quad (1)$$

где

$$b_{ik} = \int_0^1 \beta_1(x) \gamma_k(x) \gamma_i(x) dx - \int_0^1 \int_0^1 B_1(x, y) \gamma_i(x) \gamma_k(y) dx dy;$$

$$a_{ik} = \int_0^1 a_i(x) \tau_k(x) \tau_k(x) dx + \int_0^1 \int_0^1 A_i(x, y) \tau_k(x) \tau_k(y) dx dy.$$

Функции под знаком интеграла связаны с введенными в [1] функциями соотношениями:

$$\beta_i(x) = \beta_i(x)/T_0 T_0(x); \quad B_i(x, y) = B_i(x, y)/T_0 T_0(x);$$

$$\alpha_i(x) = \alpha_i(x)/T_0 T_n(x); \quad A_i(x, y) = A_i(x, y)/T_0 T_n(x).$$

Коэффициенты $L_{ik}(p)$ и $G_{ik}(p)$ являются полиномами комплексной величины p , вид которых зависит от способа регулирования возбуждения генераторов.

Для получения числовых результатов, надо выбрать какую-то конкретную систему ортогональных функций, по которым разлагаются функции $u_i(x)$. В данном случае для этого удобны полиномы Лежандра, ортогональные с единичным весом на отрезке $(-1, 1)$. Эти полиномы линейным преобразованием независимой переменной перестраиваются в систему функций, ортогональных на отрезке $(0, 1)$. Система же функций $\tau_{ik}(x, y) = \tau_k(x) \tau_k(y)$ ортогональна в прямоугольнике $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$.

Рассмотрим нулевое приближение исходной задачи, т. е. ограничимся первыми двумя строками и столбцами определителя (1). Исследуем сначала регулирование возбуждения по отклонению и первой производной напряжения, принимая на всех генераторах стандартные устройства АРВ. Тогда учитывая полученное в [1] соотношение

$$\beta_i(x) = \int_0^1 B_i(x, y) dy \quad (2)$$

и принимая во внимание, что $\tau_0(x) = 1$, получим $b_{00} = 0$, $L_{00}(p) = 0$.

Характеристическое уравнение в этом случае записывается так: $p^4 G_{00}(p) = 0$, т. е. два корня определяются сразу и их равенство нулю является следствием исчисления в уравнении электромеханических колебаний членов, зависящих от абсолютного угла и скорости его изменения. Праввернутое характеристическое уравнение имеет вид:

$$G_{00}(p) = \left[T_0 T_n p^2 + (T_0 + T_n) p + 1 \right] \left[\int_0^1 p \int_0^1 T_1(x) dx + \int_0^1 \alpha_1(x) dx - \right. \\ \left. - \int_0^1 \int_0^1 A_1(x, y) dx dy \right] + \left[\int_0^1 [K_{0n}(x) + p K_{1n}(x)] \alpha_n(x) dx + \right. \\ \left. + \int_0^1 \int_0^1 [K_{0n}(x) + p K_{1n}(x)] A_n(x, y) dx dy \right] e^{-T_n p} = 0. \quad (3)$$

где T_r и T_p — постоянные времени возбудителя и регулятора, а T_z — время запаздывания, учитывающее распределенные вдоль канала регулирования аperiodические элементы с малыми постоянными времени (фильтры, трансформаторы и т. д.), которые однако в сумме создают проходящему сигналу значительную задержку.

Уравнение (3), вывод которого здесь не приводится, обобщает соответствующее уравнение из [1] учетом постоянных T_r , T_p , T_z , причем в силу принятой стандартности оборудования, эти постоянные считаются одинаковыми для всех машин, т. е. не зависящими от x . Если представить настройку АРВ на всех генераторах одинаковой, то функции $K_{0u}(x)$ и $K_{1u}(x)$ вырождаются в постоянные и полученное характеристическое уравнение оказывается уравнением системы возбуждения одного генератора, работающего на изолированную нагрузку.

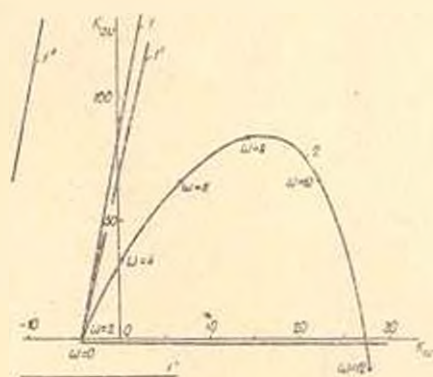


Рис. 1.

На рис. 1 показаны зоны устойчивости в координатах коэффициентов регулирования по отклонению и первой производной напряжения, полученные при расчетах устойчивости конкретной энергосистемы, близкой по своим параметрам к Колэнерго. При этом учитывалось, что напряжение с выводов генераторов подается на вход регулятора с обратным знаком, т. е. $\Delta e(x, t) = -K_{0u}(x) \Delta U(x, t)$. Зона 1 получена при данных $T_r = 0,5$ сек, $T_p = 0,06$ сек без учета запаздывающего звена. Такие расчеты применяются при сравнительных анализах различных способов регулирования, когда предъявляются пониженные требования к абсолютной точности. Зона 2 получена при тех же постоянных времени возбудителя и регулятора, но еще с учетом распределенных вдоль канала регулирования аperiodических звеньев, создающих в сумме запаздывание $T_z = 0,1$ сек. В этом случае, используя при построении зоны устойчивости методом Ц-разбиения формулу Эйлера $e^{-T_z \omega} = \cos T_z \omega - j \sin T_z \omega$, получаются данные, с большой точностью совпадающие с опытными. Следовательно, предлагаемый метод позволяет производить уточненные расчеты, связанные с получением достоверных данных о настройке и диапазоне ее изменения.

Чтобы рассмотреть следующее (первое) приближение задачи, воспользуемся некоторыми приемами улучшения сходимости рядов. Общий метод улучшения сходимости решения состоит в выделении существенных особенностей в первых приближениях. Как уже указывалось, строки и столбцы определителя (1) являются коэффициентами разложения ядер интегральных уравнений и функций, характеризующих режим энергосистемы, по ортогональной системе полиномов. При этом на расположение агрегатов вдоль оси x никаких условий не накладывалось. Расположим агрегаты в порядке возрастания их синхронизирующих мощностей. Функция

$$a_1(x) = \int_0^1 \frac{E(0, x) E(0, y) K_2(x, y) \cos [\delta(0, x) - \delta(0, y) - \alpha(x, y)]}{T_0 T_\infty(x)} dy$$

будет в этом случае монотонно возрастающей. Такое упорядочение агрегатов способствует выявлению уже в первых приближениях особенностей, связанных с различием в режимах.

Так как элементы первого столбца определителя (1)

$$b_{10} = \int_0^1 P_1(x) \tau_1(x) dx - \int_0^1 \tau_1(x) dx \int_0^1 B_1(x, y) dx$$

в силу соотношения (2) равны нулю, характеристическое уравнение имеет вид:

$$\begin{vmatrix} p^2 & a_{00} & b_{01} & a_{01} \\ 0 & G_{00}(p) & L_{01}(p) & G_{01}(p) \\ 0 & a_{10} & \frac{1}{3}p^2 + b_{11} & a_{11} \\ 0 & G_{10}(p) & L_{11}(p) & G_{11}(p) \end{vmatrix} = 0. \quad (4)$$

Это характеристическое уравнение, в которое параметры регулирования входят в первой и во второй степени, дает зону устойчивости $1'$ (рис. 1).

Как видим, зона $1'$ мало отличается от вычисленной в нулевом приближении зоны 1. Причины этого легко обнаружить. Если уравнение (4) упростить каким-нибудь методом, например, методом малого параметра [2], то вновь полученное характеристическое уравнение запишется как

$$\begin{vmatrix} p^2 & a_{00} & b_{01} & a_{01} \\ 0 & G_{00}(p) & L_{01}(p) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3}p^2 + b_{11} & a_{11} \\ 0 & 0 & 0 & G_{11}(p) \end{vmatrix} = 0,$$

или

$$p^2 G_{00}(p) \left(\frac{1}{3} p^2 + b_{11} \right) G_{11}(p) = 0. \quad (5)$$

Это уравнение, с точностью, определяемой величиной малого параметра, отличается от уравнения нулевого приближения множителями $\frac{1}{3} p^2 + b_{11}$ и $G_{11}(p)$. Корни уравнения $G_{11}(p)$ имеют отрицательную вещественную часть в области I* на рис. 1, которая целиком покрывает зону устойчивости I по нулевому приближению и поэтому не представляет интереса.

Таким образом, первое приближение при регулировании возбуждения по отклонению и первой производной напряжения уточняет нулевое приближение лишь на величину, определяемую малым параметром. Это объясняется тем, что коэффициент b_{00} как элемент первой строки в силу позиционности задачи ($p_{12} = 0$) вообще не влияет на устойчивость, а коэффициент b_{11} хотя и влияет на устойчивость системы, определяя значения двух корней уравнения (5) $p_{1,2} = -1 \pm 3b_{11}$, все же не сказывается на коэффициентах регулирования, содержащихся в полиномах $G_{00}(p)$ и $G_{11}(p)$. Во-первых, из этого следует известный факт, что в режимах больших углов (когда b_{11} проходит через нуль) сделать энергетическую систему устойчивой с помощью регулирования по напряжению и его производной невозможно. Во-вторых, приведенные результаты расчетов говорят о достаточности нулевого приближения для оценки устойчивости самой системы АРВ и тех режимах, когда коэффициент b_{11} положителен. При этом настройка на всех регуляторах принималась одинаковой.

Обратимся к случаю различных настроек АРВ на генераторах системы. При расчетах устойчивости практикуется такой прием: зона устойчивости строится поочередно в координатах коэффициентов регулирования АРВ каждого отдельного генератора при отключенных АРВ на других станциях. Их эффект учитывается введением в схему замещения уменьшенного сопротивления генератора и соответствующей э.д.с. за этим сопротивлением.

Метод, основанный на представлении энергосистемы в виде континуальной модели, позволяет уже в нулевом приближении без труда находить параметры и условия, делающие систему устойчивой, когда настройка регуляторов одинакова. Но если по каналу напряжения и его производным настройка выбирается не столько по условиям устойчивости, сколько по условию поддержания напряжения на выходящих генераторах с заданным статизмом и, поэтому, действительно, может быть одинаковой на всех агрегатах, то при регулировании по другим параметрам необходимо предусмотреть возможность появления такого результата анализа, при котором именно разница в настройках отдельных агрегатов заставляет систему быть устойчивой. Переход к континуальной модели позволяет исследовать влияние на устойчи-

вость параметров АРВ отдельной станции при какой-то конкретной настройке АРВ на остальных генераторах. Для этого интегралы уравнения (3) надо брать раздельно по двум отрезкам. Один из этих отрезков соответствует мощности выделенной станции, второй мощности оставшейся части системы. Но опять-таки, если задаваться целью получить область устойчивости в пространстве коэффициентов отдельного агрегата, то и этот метод становится громоздким, заставляет проделывать целую серию расчетов, хотя и дает достоверные данные. Помимо того, неизвестные параметры нелинейно входят в характеристическое уравнение и в последующих приближениях, к которым придется обращаться для изучения сходимости решения и определения на основании этого погрешности расчетов.

Все эти трудности можно устранить, если разложить искомую функцию регулирования по исследуемому параметру в ряд по той же ортогональной системе полиномов, что и решение интегральных уравнений, т. е.

$$K_n(x) = K_0 \tau_0(x) + 3 K_1^0 \tau_1(x) + 5 K_2^0 \tau_2(x) + \dots \quad (6)$$

Неизвестными будем считать коэффициенты разложения этого ряда и попытаемся в результате лишь одного расчета получить эти коэффициенты. Тогда будем иметь данные о распределении настройки вдоль оси x , т. е. значения коэффициентов регулирования на всех генераторах системы сразу. С этой целью в нулевом приближении, полагая все коэффициенты ряда (6), кроме первого, равными нулю, определяем границы значений K_0^0 , при которых система устойчива. В первом приближении сначала уточняем их, затем находим границу возможных K^0 или при найденных крайних значениях K_0^0 или при уже выбранном конкретном K_0 .

Такой подход к представлению результата исследования устойчивости в виде ряда и прием последовательного определения коэффициентов разложения диктуются самим методом и логически завершают его.

Приведем результаты расчетов статической устойчивости энергосистемы с указанными выше параметрами АРВ при исследовании регулирования возбуждения по абсолютному углу и его производным. В этом случае задача не является позиционной, так как в первом столбце определителя (1) не равные нулю элементы находятся еще и во второй, четвертой и т. д. строках. Если ограничиться первыми двумя строками и столбцами этого определителя, то получим следующее характеристическое уравнение:

$$p^2 Q_{00}(p) - a_{00} L_{00}(p) = 0. \quad (7)$$

Полином $Q_{00}(p)$ определен выражением (3), в котором коэффициенты усиления по каналу напряжения и его производной $K_{00}(x) = 15 \frac{\text{ед. возб. (х.х.)}}{\text{ед. напряжения}}$ и $K_{10}(x) = 1 \frac{\text{ед. возб. (х.х.)}}{\text{ед. напряж. сек}}$ выбраны по-

стоянными из условия поддержания на выводах всех генераторов со статизмом 7% .

Второй полином характеристического уравнения определяется как

$$L_0(p) = -(K_0^0 + K_0^1 p + K_0^2 p^2), \quad (8)$$

где K_0^0 , K_0^1 , K_0^2 — первые члены разложения в ряд (6) функций регулирования по углу и его производным: $K_{01}(x)$, $K_{02}(x)$, $K_{03}(x)$. В исследуемом режиме коэффициент $\alpha_{00} = 51,2$.

Уравнение (7) позволяет построить зону устойчивости, которая

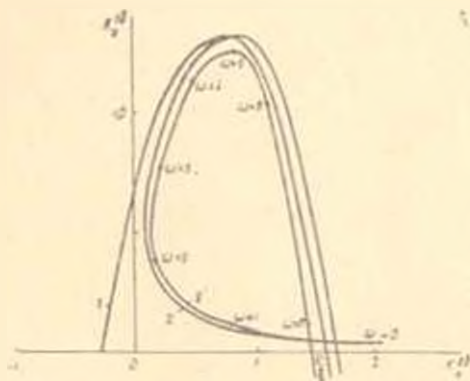


Рис. 2.

будет являться нулевым приближением для коэффициентов K_0^1 и K_0^2 . Зона 1 на рис. 2 построена при $K_0^0 = 0$, зона 2 при $K_0^0 = 1$ $\frac{\text{ед. возб.}}{\text{радиан}}$.

Видно, что регулирование по углу требует введения в закон регулирования и его производных. Выбранную по этим зонам настройку будем называть средней по системе.

При следующем, первом приближении в характеристическое уравнение входит выражения:

$$L_{11}(p) = L_{22}(p) = -\frac{1}{3} (K_1^0 + K_1^1 p + K_1^2 p^2);$$

$$L_{12}(p) = -\frac{1}{3} (K_0^1 + K_0^2 p + K_0^3 p^2), \quad (9)$$

где K_1^0 , K_1^1 , K_1^2 — вторые члены разложения в ряд (6) функций регулирования по углу. Полагая сначала их равными нулю, т. е. считая настройку на всех станциях одинаковой, уточняем устойчивые значения K_0^1 и K_0^2 при выбранном K_0^0 . Так зона 2' на рис. 2 уточняет зону 2 на величину весьма малую, что говорит о достаточности сделанных приближений для определения средней по системе настройки.

Далее вводи в уравнение первого приближения полиномы (9),

г. е. считая уже настройки на генераторах различными, получаем допустимые значения коэффициентов K_1^* и K_1^* при только что полученных уточненных коэффициентах K_0^* и K_0^* . Об этих допустимых значениях можно судить по зоне, изображенной на рис. 3. Если построить указанную зону не при граничных значениях средней по сис-

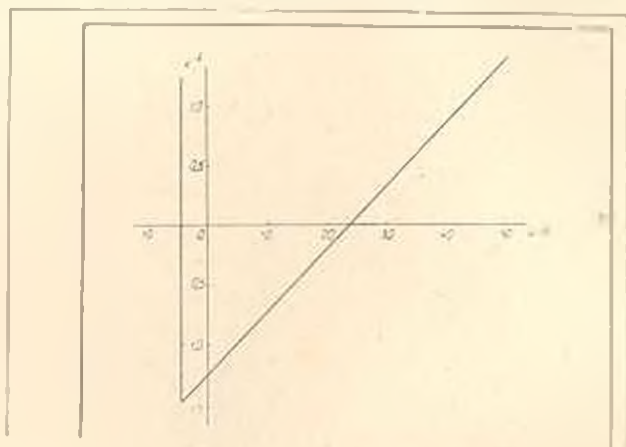


Рис. 3.

теме настройки, а при каких-то выбранных и далеко отстоящих от границ коэффициентах регулирования, то зона получается в десятки раз большей. Это говорит о том, что наклон линии ab на рис. 4 может меняться в широком диапазоне и система будет устойчива, лишь бы средняя по системе настройка находилась в пределах области устойчивости, полученной при нулевом приближении. Поэтому в последующих приближениях лучше не уточнять границы изменения коэффициентов разложения функций регулирования, а выбрать сразу по каким-либо соображениям настройку. Так на рис. 4 представлен результат выбора оптимальных коэффициентов регулирования по условию наилучшего затухания переходных процессов в энергетической системе. Оси координат выбраны так, чтобы дать возможность проследить за изменением настройки (отрезок ab) вдоль оси x , г. е. от станции к станции.

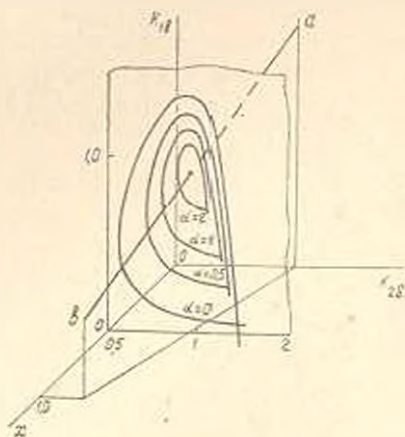


Рис. 4.

Если же нас интересует устойчивость отдельного агрегата, например, первого как наиболее опасного, то задаваясь уже выбранной настройкой на всех остальных агрегатах и вычисляя интегралы, входящие в коэффициенты характеристического уравнения, раздельно по двум отрезкам, можно исследовать допустимые значения коэффициентов

тов усиления выделенной станции при условии конкретной, не равной от станции к станции, настройки на других агрегатах.

Итак, непрерывная модель позволяет, с одной стороны, исследовать допустимые значения системных параметров, найти оптимальную по каким-либо соображениям настройку всех регулирующих устройств, с другой стороны, выделить наиболее опасную станцию в системе и проанализировать возможность улучшения устойчивости этой станции по отношению ко всей системе в целом. Эти возможности освобождают от необходимости проделывать большое количество приближений и сводят к минимуму вычислительную работу при исследовании устойчивости сложных энергетических систем.

Восстановил научно-исследовательский
институт электроэнергетики

Получило 19.IX 1964

ՅՈՒ. Ի. ՓԱՇԱՅԻՆՅԱՆ

ԹԱՐԻ ԷՆԵՐԳՈՍԻՍՏԵՄԵՆՐԻ ՍՏԱՆԿԱԿԱՆ ԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՀԱՇՎՈՒՄԱՆ ՀԱՐՑԻ ՇՈՒՐՁԸ

Ո. մ փ ո փ ս ւ ւ մ

Չուղահեռ աշխատող էլեկտրակայանները կազմում են մեծ թվով աղանդական աստիճան ունեցող միասնական տատանողական սխեման:

Այդպիսի բարդ էներգոսխեմանը կարելի է ներկայացնել մաթեմատիկական բաշխված պարամետրներով մոդելի տեսքով, որանդ անցողիկ ներուձքները նկարագրվում են ինտեգրալ և ինտեգրո-դիֆերենցիալ հավասարումներով [1]:

Վերջինները բերելով համասեռ ինտեգրալ հավասարումների և օգտագործելով ինտեգրալ հավասարումների շարքերի օղնությամբ ուսումնասիրման մեթոդները, էներգոսխեմանի կայունության հարցը կարելի է հանդեցնել մոտավոր խտրականությանի տիրույթում հավասարման, որի տողերը և սյունակները կազմված են դուրամիտովոյ շարքերի գործակիցներից, արմատներն իրական մասի նշանով: Այդ դեպքում խտրականությանի հավասարման կարգը նշանակալիորեն ցածր է, քան համապատասխան հավասարմանը, որը ստացվում է էներգոսխեմանի սովորական իդեալականացման դեպքում, ընդունելով այն որպես կենտրոնացված պարամետրներով սխեման: Հոդվածում բերվում են հաշվումների մի քանի արդյունքներ, որոնք ստացվել են այդ մեթոդով կոնկրետ բարդ էներգոսխեմանի ստուտիկ կայունությունը ուսումնասիրելիս:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Карповелишвили Н. А. Континуальные модели и устойчивость и малом динамических систем, состоящих из множества однотипных элементов. Известия АН СССР, механика и машиностроение, № 3, 1964.
2. Карповелишвили Н. А. Устойчивость и малом динамических систем, содержащих малые параметры, Известия АН СССР, ОНТ, № 9, 1957.