

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Б. О. ГЕВОРКЯН

РАСЧЕТ ПАНЕЛЕЙ ПЕРЕКРЫТИЯ В ВИДЕ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК
ДВОЯКОЙ КРИВИЗНЫ ПО МЕТОДУ ПРЕДЕЛЬНОГО
РАВНОВЕСИЯ*

В статье приводится расчет по методу предельного равновесия железобетонных панелей перекрытия в виде тонкостенных пологих оболочек двойкой кривизны, свободно опертых по всему прямолинейному контуру под равномерно распределенной нагрузкой интенсивность q кг/м². По этому методу разрушающая нагрузка конструкции находится из условия предельного равновесия в момент непосредственно предшествующий разрушению.

Как известно, условие предельного равновесия можно записать либо в форме уравнений равновесия (статический метод), либо по принципу возможных перемещений, в форме уравнения равенства работ внешних и внутренних сил на заданном перемещении (кинематический метод).

Составление уравнений равновесия пространственных конструкций в стадии разрушения связано с известными трудностями, поэтому пользуемся кинематическим методом, согласно которому уравнение равенства работ внешних и внутренних сил на заданных перемещениях записывается на основании схемы разрушения конструкции, рис. 1, полученной из опыта [1, 2].

В связи с изложенным, имеем:

$$A_{(q)} = A_i, \quad (1)$$

где $A_{(q)}$ — работа внешних сил на заданном перемещении;

A_i — работа внутренних сил.

Если работу внешних сил при $q = 1$ кг/м² обозначим $A_{(1)}$, то на основании (1) получим:

$$A_{(q)} = q A_{(1)} = A_i$$

откуда

$$q = \frac{A_i}{A_{(1)}}. \quad (2)$$

Для определения работы внешних и внутренних сил считаем, что оболочка в момент разрушения представляет собой механизм в виде отдельных пластинок, связанных между собой шарнирами текучести.

* В порядке обсуждения.

При разрушении оболочки перемещения ее неизвестны. Если в центре оболочки получает вертикальное перемещение равное δ_1 , то предельное перемещение средней пластинки составит лишь δ_1^A , а перемещения остальных пластинок представляют собой функцию от δ_1^A как для системы с одной степенью свободы.

Согласно рис. 1 работу внешних сил (от собственного веса и полезной нагрузки) на заданном перемещении δ_1^A , можно записать в следующем виде:

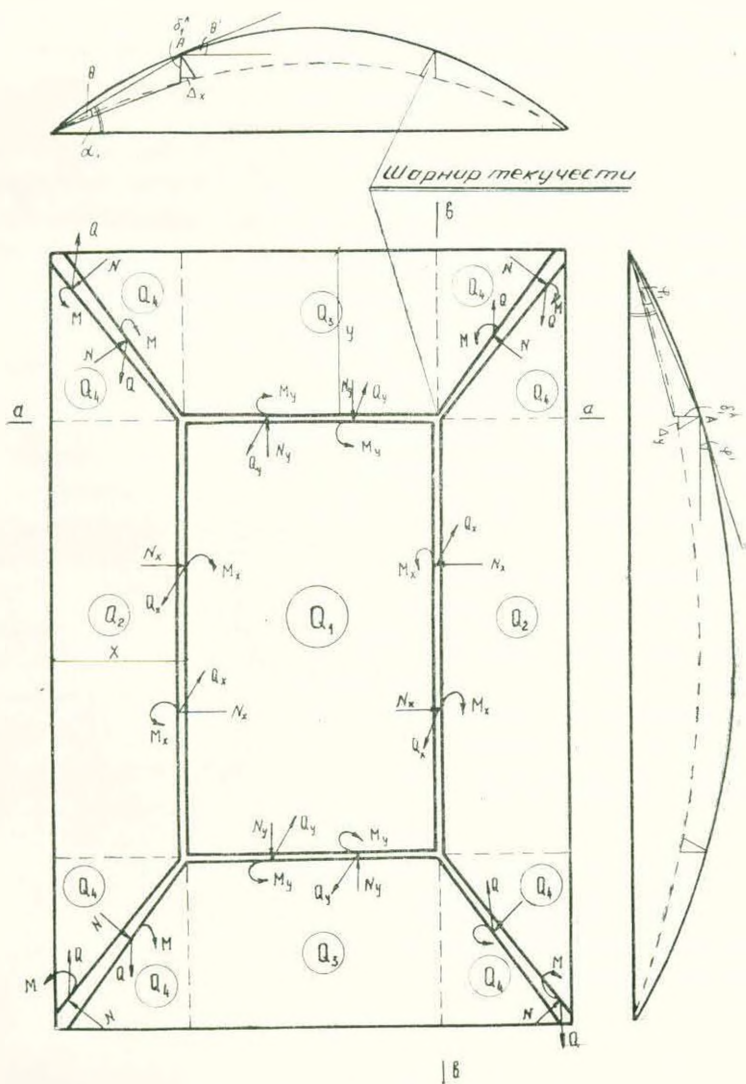


Рис. 1.

$$A_{(x)} = Q_1 \delta_1^A + 2Q_2 \frac{\delta_1^A}{2} + 2Q_3 \frac{\delta_1^A}{2} + 4Q_4 \frac{\delta_1^A}{3} =$$

$$\delta_1^A \left(Q_1 + Q_2 + Q_3 + \frac{4}{3} Q_4 \right), \quad (3)$$

где $Q_1; Q_2; Q_3; Q_4$ - нагрузки приходящиеся на пластинки;

$\delta_1^A; \frac{\delta_1^A}{2}; \frac{\delta_1^A}{3}$ - перемещение соответствующих пластинок.

В любом сечении пластических шарниров оболочки действуют три критических усилия M, N и Q .

Поэтому работа внутренних сил при предельном состоянии оболочки, без учета работы внутренних упругих сил, будет:

$$A_i = 2 \sum [(M_x I_1 \theta - M_y I_2 \varphi) + (N_x I_1 \cos \theta' \Delta_x^A + N_y I_2 \cos \varphi' \Delta_y^A) - (Q_x I_1 \cos \theta' \delta_1^A - Q_y I_2 \cos \varphi' \delta_1^A) + (F_{ax} \varepsilon_{ax} \Delta_x^A + F_{ay} \varepsilon_{ay} \Delta_y^A)], \quad (4)$$

где первый член правой части уравнения выражает сумму работ от момента в пластических шарнирах, второй член—работа горизонтальных составляющих сжимающих сил, третий член—работа поперечных сил, четвертый член—работа производимая арматурой контурных балок.

При этом:

$I_1; I_2$ — пролеты,

$\theta; \varphi'$ — углы перелома трещины по $a-a$ и $b-b$;

$\theta'; \varphi'$ — углы между касательной и горизонталью к оси оболочки в точке A ;

$\Delta_x^A; \Delta_y^A$ — горизонтальные перемещения точки A по X и Y ;

$F_{ax}; F_{ay}$ — сечения арматуры в ребрах по x и y ;

$\varepsilon_{ax}; \varepsilon_{ay}$ — напряжения в арматуре контурных балок по x и y .

Значение внутренних критических усилий оболочки в пластических шарнирах при одинарном армировании в опасном сечении определяется из следующих допущений:

а) в стадии разрушения оболочка работает на внецентренное сжатие, а контурное ребро — на осевое растяжение [3].

б) после появления трещин в оболочке деформация посередине между трещинами как в растянутой, так и в сжатой зоне по высоте сечения изменяется по линейному закону [4].

в) в стадии разрушения нижняя растянутая арматура доходит до предела текучести и бетон в сжатой зоне достигает предела прочности [6, 7].

В силу этих допущений значение внутренних критических усилий будет:

$$M = Nc = F_a R_a^u Z, \quad (5)$$

где $Z = h_0 - \frac{x_c}{2}; \quad x_c = \frac{R_a^u h_0}{E_s^u \varepsilon_{ap} + R_a^u};$

$$N = F_a R_a^u - F_a \sigma_r; \quad (6)$$

$$Q = N \cos \theta' \sin \theta'.$$

В формулах влияние гибкости оболочки учитывается согласно СНиТУ 123—57.

Экспериментальные работы [5, 7] показывают, что благодаря пространственной жесткости рассматриваемых конструкций предельная их деформация не влияет на изменение геометрических величин, входящих в уравнение работ, поэтому углы $\theta_1, \varphi_1, \theta_1', \varphi_1'$ и горизонтальные перемещения Δ_x^A, Δ_y^A определяются путем использования геометрии заданной поверхности.

Если уравнение поверхности оболочки дано в виде:

$$Z = \frac{16f_0x(I_2 - x)y(I_1 - y)}{l_1^2 l_2^2} \quad (8)$$

то в любой точке оболочки величина вертикального перемещения определяется разностью ординат этой поверхности до и после деформации оболочки. Очевидно, вертикальное перемещение точки А (рис. 1) при перемещении в центре оболочки равном δ_1 , будет:

$$\delta_1^A \frac{16\delta_1 x(I_2 - x)y(I_1 - y)}{l_1^2 l_2^2} \quad (9)$$

Углы перелома трещины по $a-a$ и $b-b$ будут:

$$tg\theta = \frac{\delta_1^A}{x}; \quad tg\varphi = \frac{\delta_1^A}{y} \quad (10)$$

$$\sin \theta' = \frac{I_2 - 2x}{2R_2}; \quad \sin \varphi' = \frac{I_1 - 2y}{2R_1} \quad (11)$$

$$\text{где} \quad R_1 = \frac{l_1^2 - 4f^2}{8f}; \quad R_2 = \frac{l_2^2 - 4f^2}{8f} \quad (12)$$

Горизонтальные перемещения трещины по $a-a$ и $b-b$ будет:

$$\begin{aligned} \Delta_x^A &= \delta_1^A tg\theta_1 \\ \Delta_y^A &= \delta_1^A tg\varphi_1 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{где} \quad tg\theta_1 = \frac{f^A}{x}; \quad tg\varphi_1 = \frac{f^A}{y} \quad (14)$$

Имея значение внутренних критических усилий и соответствующих перемещений оболочки, работу внешних сил оболочки на заданном перемещении δ_1^A в развернутом виде можно записать так:

$$\begin{aligned} A_{(ex)} &= (I_1 - 2y)(I_2 - 2x)\delta_1^A + 2(I_1 - 2y)\frac{x\delta_1^A}{2} + \\ &+ 2(I_2 - 2x)\frac{y\delta_1^A}{2} + \frac{8xy\delta_1^A}{2 \cdot 3} = \\ &= \delta_1^A \left[(I_1 - 2y)(I_2 - x) + y \left(I_2 - \frac{2x}{3} \right) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

Работа внутренних сил в развернутом виде, при

$$Q_1 = N_A \cos \theta' \sin \theta';$$

$$Q_y = N_y \cos \varphi' \sin \varphi';$$

$$F_{ax} \tau_{ax} = 2 \cdot 1,15 N_x l_1 = 2,3 N_x l_1;$$

$$F_{ay} \tau_{ay} = 2 \cdot 1,2 N_y l_2 = 2,4 N_y l_2;$$

$$\text{будет: } A_i = 2 M_x l_1 b + 4,6 N_x l_1 \cos \theta' \Delta_v^A - 2 N_x l_1 \cos^2 \theta' \sin \theta' \delta_1^A + \\ + 2 M_y l_2 z + 4,8 N_y l_2 \cos \varphi' \sin \varphi' \Delta_v^A - 2 N_y l_2 \cos^2 \varphi' \sin \varphi' \delta_1^A. \quad (15)$$

Разрушающая нагрузка оболочки выразится следующим уравнением:

$$q = \frac{\sum A_i}{\sum (zq)} = \frac{2 M_x l_1 b + 4,6 N_x l_1 \cos \theta' \Delta_v^A - 2 N_x l_1 \cos^2 \theta' \sin \theta' \delta_1^A}{(l_1 - 2y) (l_2 - x) \delta_1^A + y \left(l_2 - \frac{2x}{3} \right) \delta_1^A} + \\ + \frac{2 M_y l_2 z + 4,8 N_y \cos \varphi' \sin \varphi' \Delta_v^A - 2 N_y l_1 \cos^2 \varphi' \sin \varphi' \delta_1^A}{(l_1 - 2y) (l_2 - x) \delta_1^A + y \left(l_2 - \frac{2x}{3} \right) \delta_1^A}. \quad (17)$$

Из уравнения (17) ищем разрушающую нагрузку, при которой конструкция превращается в механизм с определенной схемой разрушения. Разрушающая нагрузка является наименьшей из всех кинематически возможных величин временной нагрузки [5]. Поэтому форма разрушения оболочки должна отвечать минимуму критического значения внешних сил и максимуму внутренних сил. В уравнении (17) разрушающая нагрузка представляет собой, как функция двух переменных X и Y , условие минимума внешних сил оболочки позволяет в каждом конкретном случае определить неизвестные и уточнить форму разрушения [рис. 1]. Значения X и Y определяются из совместного решения двух уравнений:

$$\frac{\partial q}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial q}{\partial y} = 0. \quad (18)$$

Решение уравнений (18) связано с большими трудностями.

Значительно проще уравнение (17) решить графоаналитическим методом. Из экспериментов [6, 7, 8] известно, что в обычно применяемых очертаниях панелей зона образования трещин находится в пределах $(0,2 - 0,25) l_2$ и $(0,15 - 0,20) l_1$ в которых отношение $\frac{y}{x}$ не превышает 1,0—1,3.

Задаваясь отношением $\frac{y}{x} = k$, уравнение с двумя переменными (17) превращаем в уравнение с одним переменным, из которого графически находим ординаты минимума функции.

Графическое решение задачи представлено на рис. 2, где ординаты минимума уравнения (17) найдены с помощью касательной к кривой, параллельной прямой $y = Kx$ в точке $M(a, b)$. Очевидно пересечение нормали к касательной с прямой $y = kx$ в точке $M(x, y)$

даст искоемые ординаты уравнения (17). Эти ординаты x и y можно найти также аналитическим путем, исходя из уравнения прямой, про-

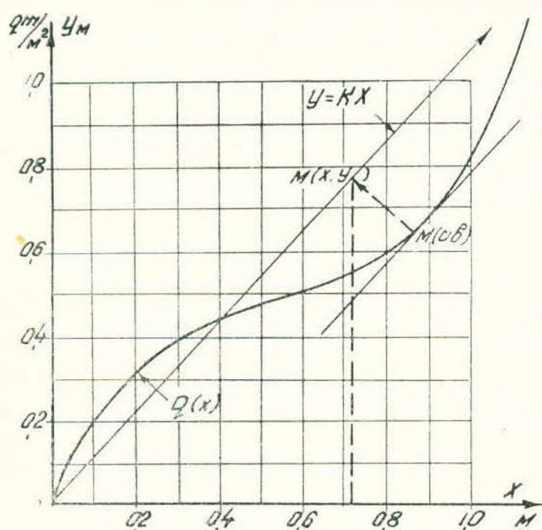


Рис. 2.

ходящей через заданную точку в данном направлении, на основании которой можно написать

$$y - b = k_1 (x - a);$$

$$y = kx,$$

где

$$k_1 = \frac{1}{k}. \quad (19)$$

Решение этих уравнений позволяет найти искоемые ординаты минимума первоначальной функции:

$$x = \frac{a + bk}{1 + k^2}; \quad y = \frac{a + bk}{1 + k^2} k. \quad (20)$$

Представляя получаемые значения x и y в уравнение (17), находим разрушающую нагрузку для оболочки.

Ниже, в таблице 1, приводится сопоставление некоторых результатов предложенного метода расчета с опытными данными.

Таблица 1

Эксперименты	Разрушающая нагрузка — q кг/м ²		Расхождение в процентах
	экспериментальная	теоретическая	
По работе [5]	770	690	—11%
По работе [7]	500	532	+6,5%

При правильном армировании этих панелей обычно теоретическая разрушающая нагрузка получается несколько большая, чем экспериментальная, как это видно из примера по работе [7]. Сравнительно большое расхождение результатов по работе [5] объясняется тем, что продольная и поперечная арматура контурных балок панели не была сварена между собой.

Институт стройматериалов и сооружений
Госстроя Армянской ССР

Поступило 3.1.1960

Բ. Հ. ԿԵԼՈՐՅԱՆ

ԿՐԿՆԱԿԻ ԿՈՐՈՒԹՅԱՆ ՏԱՓԱԿԱՎՈՐՆ ԹԱՂԱՆԹ-ՊԱՆԵԼՆԵՐԻ ՀԱՇՎԱՐԿԸ
ՈՒ ՀԱՄԱՐՈՒՄԻ ՀԱՎԱՍԱՐԱԾՈՒԹՅԱՆ ՄԵԹՈԴՈՎ

Ա Վ Փ Ո Փ Ո Ս Ո Ւ Մ

Հոգվածում բերվում է բոլոր կողմերով հենվող երկաթ բետոնի կրկնակի կորուծված թաղանթ-պանելի հաշվարկը սահմանաչին հավասարակշռության կենսամատիկ մեթոդով, որի համաձայն թաղանթ-պանելի ներքին և արտաքին ուժերի կատարած աշխատանքների հավասարումը գրվում է չփորձից ստացված քաղքաղման ճաքերի սինեմալի հիման վրա (նկ. 1)

$$A_{(u,v)} = q A_{(u,v)} = A i \quad (1)$$

$$q = \frac{A i}{A_{(u,v)}} \quad (2)$$

որտեղ

$A i$ — ներքին ուժերի աշխատանքն է,

$A_{(u,v)}$ — մեկ միավոր արտաքին ուժի աշխատանքն է:

[2] հավասարումը իր մեջ պարունակում է երկու անհայտ x և y , լուծելով աին ըստ x և y -ի

$$\frac{\partial q}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial q}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

գտնում ենք ալն մինիմալ ուժը, որի տակ թաղանթը քաղքաղվում է: [2] հավասարումը կարելի է լուծել զրաֆոնանալիտիկ մեթոդով (նկ. 2):

Հոգվածի վերջում բերվում է հիշյալ մեթոդով ստացված տեսական քաղքաղի ուժի և փորձից ստացված քաղքաղի ուժի համեմատությունը մի քանի թաղանթ-պանելների համար:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гвоздев А. А. Обоснование § 30 «Нормы проектирования железобетонных конструкций». Журн. «Строительная промышленность», № 3, 1939.
2. Ружаниця А. Р. Расчет сооружений с учетом пластических свойств материалов. Стройвоенмориздат, 1949.

3. Штаерман Ю. Я. Вспарушенные плиты, проектирование и возведение. Гостехиздат Грузинской ССР, Тбилиси, 1954.
4. Бернштейн Н. С. Расчет конструкций с односторонними связями. Стройиздат, 1947.
5. Ярин В. П., Улицкий И. П. Экспериментальное исследование железобетонных панелей в виде пологих оболочек двойной кривизны. Труды Академии Архитектуры Украинской ССР, выпуск VIII, Строительные конструкции, Киев, 1955.
6. Геворкян Б. О. Исследование крупнопанельных железобетонных вспарушенных перекрытий, опирающихся по углам. Научн. техн. отчет Института строительной техники Академии Архитектуры СССР, 1959.
7. Геворкян Б. О. Экспериментальное и теоретическое исследование панелей перекрытия в виде оболочек двойной кривизны. Научн. техн. отчет Института строительных материалов и сооружений АН АрмССР, 1956.