

О ФРАКТАЛЬНОСТИ ИЗОТЕРМ КОСМИЧЕСКОГО МИКРОВОЛНОВОГО ФОНА НА ОСНОВЕ ДАННЫХ КА ПЛАНК

А.А.МЮЛЛЯРИ¹, А.А.РАЙКОВ², В.В.ОРЛОВ^{2,3}, П.А.ТАРАКАНОВ³,
В.Н.ЕРШОВ^{2,4}, М.Ю.ЕЖКОВ³

Поступила 10 октября 2015

Принята к печати 16 декабря 2015

Для нескольких областей на небесной сфере по данным наблюдений на КА Планк построена система изофот микроволнового фонового излучения (СМВ). Оценена фрактальная размерность изотерм $D_f \approx 1.78 \pm 0.03$. Наши результаты согласуются с результатами, полученными ранее по картам ILC с данными WMAP. Выполненное нами моделирование подтвердило полученные ранее результаты, что близкая размерность получается для гауссова спектра начальных возмущений.

Ключевые слова: *микроволновое фоновое излучение: карты изотерм: фрактальность*

1. *Введение.* В результате первого полного обзора неба посредством инструментов, установленных на борту космического аппарата (КА) Планк [1], был получен ряд важных научных результатов (каталоги источников излучения, карты распределения газа и пыли и т.д.). Один из главных результатов - это карта флуктуаций космического микроволнового фона (СМВ). Обзор неба проводился в девяти полосах частот (30, 44, 70, 100, 143, 217, 353, 545 и 857 ГГц) с двумя инструментами, установленными на борту КА Планк. В результате была построена карта распределения источников переднего фона, что позволило очистить карту СМВ от излучения этих источников. Вклад в данные от субмиллиметрового излучения нашей Галактики ясно виден на картах неба, построенных по наблюдениям на КА Планк. Там также отмечен вклад от многих внегалактических источников.

Если сравнивать фрагменты карт СМВ, полученных с помощью миссии WMAP с аналогичными фрагментами карт СМВ, полученными на КА Планк, мы можем видеть, что данные КА Планк имеют на порядок величины лучшее угловое разрешение, чем данные WMAP (это было одно из главных улучшений инструментов КА Планк). На рис. 1 показаны два фрагмента одного и того же участка неба (в области так называемого Холодного Пятна), полученные по данным КА WMAP и Планк. Аномалия

температуры СМВ в этой области неба настолько велика, что на сегодня нет удовлетворительного объяснения этому в рамках стандартной космологической Λ CDM модели. Одним из возможных объяснений может быть предположение о существовании космической текстуры (топологические дефекты) на всех масштабах расстояний во Вселенной [2]. Другие объяснения включают гипотезу о существовании сверхгигантской пустоты. Эта гипотеза была подтверждена наблюдениями [3], в том числе с использованием данных NRAO VLA Sky Survey NVSS [4] и подсчетов количества внегалактических источников в области, соответствующей Холодному Пятну СМВ. В результате была найдена огромная пустота, которая в настоящее время известна как Сверхгигантская пустота Эридана. Ее положение совпадает с координатами Холодного Пятна.

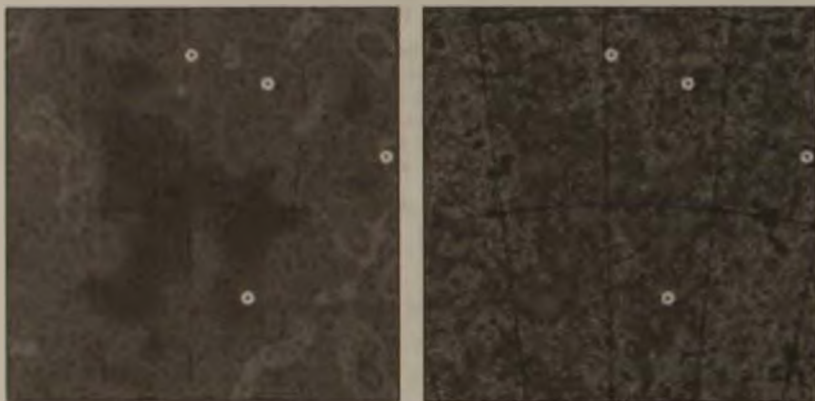


Рис.1. Изображение Холодного Пятна по данным WMAP (слева) и КА Планк (справа).

Есть другие сверхгигантские пустоты и скопления материи, обнаруженные за пределами Пустоты Эридана, крупнейшим из которых является сверхскопление, называемое Слоуновская Великая Стена [5]. Из статистического анализа распределения гамма-всплесков, двое из авторов этой статьи (А.Р. и В.О.) показали наличие двух более отдаленных сверхгигантских скоплений вещества в созвездиях Рыб и Андромеды, а также в созвездиях Геркулеса и Дракона, которые сопоставимы по размеру или даже больше, чем Великая Стена Слоуна [6]. Наличие масштабно-инвариантных пространственных структур привело многих авторов к гипотезе фрактального распределения вещества во Вселенной (см., например, обзор [7]). С другой стороны, существование корреляции между пространственным распределением объектов переднего фона и флуктуациями температуры СМВ естественно дает основания для поиска фрактального

распределения флуктуаций температуры СМВ на небесной сфере.

По данным предыдущей миссии WMAP авторы [8] провели статистическое исследование флуктуаций температуры СМВ с целью поиска наличия признаков фрактальности и обнаружили, что фрактальность присутствует на картах СМВ. Была вычислена фрактальная размерность D_c , которая оказалась равной примерно 1.77.

Концепция фрактальной размерности, введенной Мандельбротом [9], приходит из области математики, называемой "фрактальной геометрией". Она характеризует, насколько плотно фрактальное множество заполняет объем в пространстве (здесь мы говорим о двумерных картах в двумерном пространстве). Сравнивая картины на различных масштабах, мы также описываем "сложность" фрактального множества и вариации его структуры, когда коэффициент масштабирования изменяется.

Среди различных методов, используемых в [8] для измерения фрактальной размерности СМВ, авторы [9] оценили фрактальную размерность D_c путем подсчета числа ячеек, необходимых для множества в зависимости от размера ячейки (так называемая клеточная размерность - box-counting dimension) (см. также [10]). При применении этого метода мы вычисляем количество ячеек $N_b(\epsilon)$ необходимое для покрытия множества (в нашем случае - покрытия изотерм СМВ) и вычисляем зависимость этого параметра от размера ячейки ϵ :

$$N_b(\epsilon) \propto \epsilon^{D_c}. \quad (1)$$

Наклон кривой $\log N_b(\log \epsilon)$ дает оценку фрактальной размерности D_c множества.

Сравнение карт СМВ, построенных по данным WMAP и Планк показывает, что при увеличении углового разрешения карты (случай Планк) она сохраняет свою "сложность" ("извилистость") на мелких масштабах. Этот тест применим благодаря лучшему разрешению данных Планк. Новые данные позволяют нам проверить гипотезу о признаках фрактальности на картах СМВ путем оценки фрактальной размерности карт на меньших масштабах. Если карты СМВ являются фракталом, то с более высоким разрешением карт Планк и анализа их на меньших масштабах следует ожидать получения приблизительно той же самой фрактальной размерности для данных как WMAP, так и Планк.

2. Наблюдательные данные и обработка. В этой статье мы использовали карты СМВ, основанные на наблюдениях Планк из репозитория ЕКА (<http://www.sciops.esa.int>). Эти данные были обработаны с помощью пакета программного обеспечения HEALPix, разработанного NASA Jet Propulsion Laboratory (<http://healpix.jpl.nasa.gov>, см. также [11]). Используя это программное обеспечение, мы построили изотермы на

картах СМВ в нескольких небольших площадках (около 16×16 квадратных градусов) и, как это было сделано в работе [8], оценили клеточную размерность этих изотерм. Размеры области на небесной сфере были примерно в 25 раз меньше по сравнению с теми, которые использовались в [8], что означает уменьшение масштаба примерно в пять раз. Уменьшение размера области на небесной сфере позволило нам упростить процедуру построения изотерм: мы строили изотермы для плоских проекций карт СМВ по программе SAOimage DS9 Смитсоновской астрофизической обсерватории (<http://hea-www.harvard.edu/RD/ds9/site>). Для фрактальных расчетов параметров изотерм СМВ, среди прочих программ, мы использовали программу FracLac (см. [12]).

3. *Результаты.* На рис.2-4 показаны результаты изучения изотерм для трех областей на небесной сфере с центральными координатами (l , b) равными: 1) (209° , -56°): область "Холодного Пятна"; 2) (29° , -56°): область напротив "Холодного Пятна" в галактических координатах; 3) (29° , 0°): область вблизи галактического экватора. Левая панель каждого

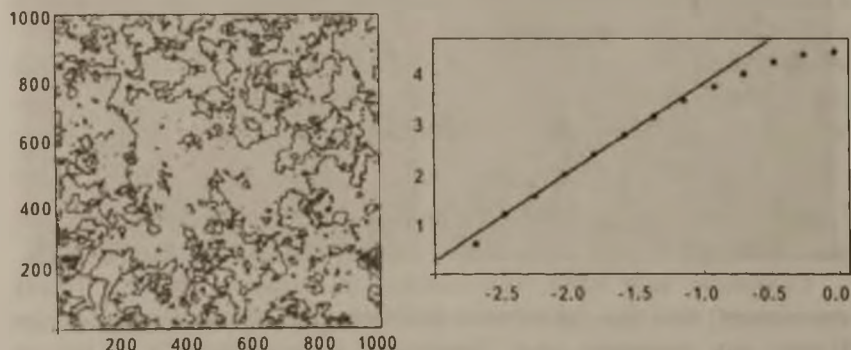


Рис.2. СМВ карта и функция (1) для области 1.

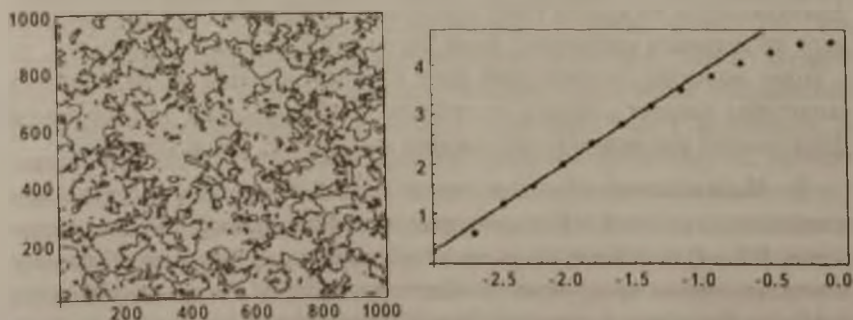


Рис.3 СМВ карта и функция (1) для области 2.

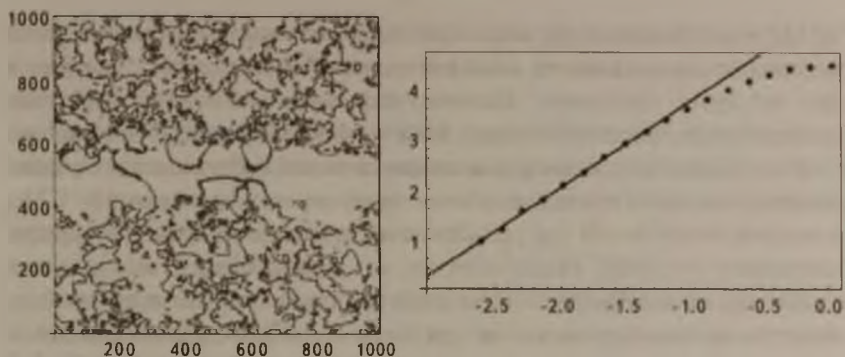


Рис 4. СМВ карта и функция (1) для области 3.

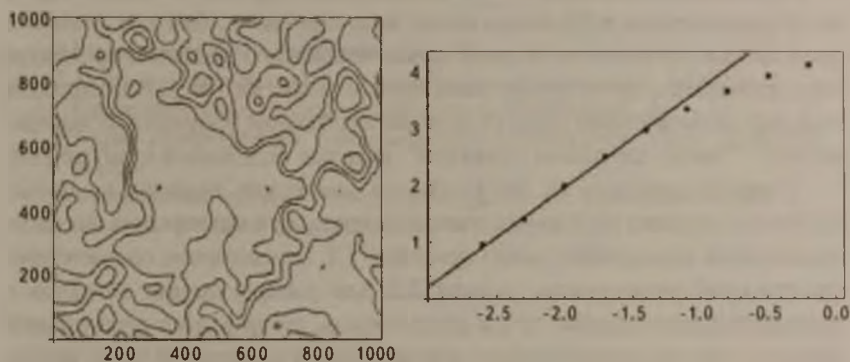


Рис.5. СМВ карта и функция (1) для области 1 по данным WMAP

из этих рисунков показывает фрагмент карты Планк и изотермы, в то время как правая панель показывает поведение функции (1) в логарифмической шкале. Вдоль оси абсцисс на этих графиках отложен логарифм размера ячейки, в то время как вдоль оси ординат - логарифм числа ячеек, имеющих ненулевое пересечение с изотермами. Наклон функции (1) в линейной части зависимости соответствует фрактальной (по подсчетам ящиков) размерности множества. Нелинейная часть графика (отклонение точек от прямой линии в верхней части) появляется из-за конечности множества и известных эффектов масштабирования (см., например, [13]).

Кроме того, мы провели аналогичное исследование для области Холодного Пятна с использованием карты СМВ низкого разрешения, построенной по данным WMAP (рис.5), чтобы проверить совместимость наших результатов с результатами [8], полученными по картам ILC с данными WMAP. Различие между нашими результатами для карт ILC

WMAP и результатами [8] оказалось статистически незначимым. Наши результаты для нескольких областей на карте Планк также отличаются друг от друга незначимо. Расчеты, выполненные нами с помощью программного пакета FracLac, также дают результаты, не сильно отличающиеся от результатов, полученных по нашей собственной программе: различие находится в пределах уровня неопределенности около ± 0.03 . Мы получили точно такой же уровень неопределенности для трех других выбранных областей. Таким образом, мы можем сделать вывод, что в среднем фрактальную размерность для изотерм карт Планк, по данным нашего исследования, можно оценить как $D = 1.78 \pm 0.03$, что находится в хорошем согласии с результатами, полученными в [8] по данным WMAP ($D = 1.77$).

Проведенное нами численное моделирование для гауссова спектра дает, как и выполненное в [8] аналогичное моделирование, близкое значение фрактальной размерности. В этом случае описанная в разделе 2 процедура была применена к построенным нами синтетическим картам. Для построения этих карт использовался один из методов построения броуновских поверхностей - "метод случайных сложений", впервые описанный в работе [14].

С другой стороны, на рис.6 заметно изменение наклона на малых масштабах (порядка нескольких угловых минут) - соответствующее значение фрактальной размерности равно примерно 1.2. Это значение соответствует фрактальной размерности, равной 2.2, для распределения объектов в трехмерном пространстве, что, в свою очередь, согласуется с фрактальной размерностью пространственного распределения галактик. В то же время, следует учесть, что область 3 близка к экватору, так что этот эффект может быть связан с неучтенными (или "переучтенными") артефактами, появившимися в результате очистки оригинальных карт от объектов нашей Галактики.

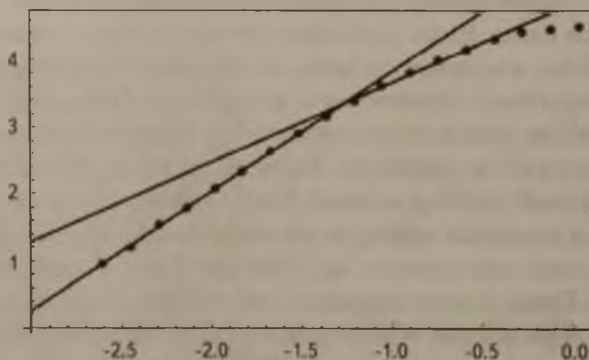


Рис.6. Функция (1) для области 3 на двух разных масштабах.

4. *Выводы.* В результате нашей проверки фрактальной размерности изотерм, построенных на СМВ картах Планк для нескольких областей на небесной сфере, мы можем заключить, что:

1) фрактальная размерность СМВ карт слабо отличается от места к месту (в пределах допустимой статистической погрешности);

2) вычисленные значения фрактальной размерности хорошо согласуются с результатами [8], полученными для СМВ карт WMAP, построенных с более низким разрешением;

3) аномальная СМВ карта для области Холодного Пятна не отличается, с точки зрения фрактальности, от других рассмотренных областей на небесной сфере;

4) выполненное нами моделирование показало, что такая же размерность получается для гауссова спектра начальных возмущений.

¹ Университет Сент-Джорджес, Сент-Джорджес, Гренада

² Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия, e-mail: vorvor1956@yandex.ru

³ Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

⁴ Космическая научная лаборатория Мулларда, Университетский колледж Лондона, Доркинг, Великобритания

ON THE FRACTALITY OF ISOTHERMS OF THE COSMIC MICROWAVE BACKGROUND USING PLANCK DATA

A.A.MYLLÄRI¹, A.A.RAIKOV², V.V.ORLOV^{2,3}, P.A.TARAKANOV³,
V.N.YERSHOV^{2,4}, M.Y.YEZHKOV³

A system of isotherms of the cosmic microwave background (CMB) for several regions on the celestial sphere is constructed using observations by the Planck satellite. The fractal dimension of these isotherms is found to be $D_c \approx 1.78 \pm 0.03$. This result agrees with earlier findings that used ILC maps with WMAP data. Our simulations have confirmed the earlier results that the similar dimension is obtained for a Gaussian spectrum of initial perturbations.

Key words: microwave background radiation: maps of isotherms: fractality

ЛИТЕРАТУРА

1. *P.A.Rade, N.Aghanim, C.Armitage-Caplan et al.*, arXiv:1303.5062, 2013.
2. *M.Cruz, E.Martinez-Gonzalez, P.Vielva, J.M.Diego, M.Hobson*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., **390**, 913, 2008.
3. *L.Rudnick, S.Brown, L.R.Williams*, Astrophys. J., **671**, 40, 2007.
4. *J.J.Condon, W.D.Cotton, E.W.Greisen et al.*, Astrophys. J., **115**, 1693, 1998.
5. *J.R.Gott, M.Juric, D.Schlegel et al.*, Astrophys. J., **624**, 463, 2005.
6. *A.A.Raikov, V.V.Orlov, O.B.Beketov*, Astrophysics, **53**, 396, 2010.
7. *A.Gabrielli, F.S.Labini, M.Joyce, L.Pietronero*, Statistical Physics of Cosmic Structures, Springer-Verlag, 2005.
8. *N.Kobayashi, Y.Yamazaki, H.Kuninaka, M.Katori*, J. Phys. Soc. Japan, **80**, 074003, 2011.
9. *B.Mandelbrot*, Science, **156**, 636, 1967.
10. *W.C.Saslaw*, The distribution of the galaxies: Gravitational Clustering in Cosmology. Cambridge University Press, 2000.
11. *K.M.Gorski, E.Hivon, A.J.Banday et al.*, Astrophys. J., **622**, 759, 2005.
12. *A.Karperien*, FracLacforImageJ, <http://rsb.info.nih.gov/ij/plugins/fractal/FLHelp/Introduction.htm>, 2012.
13. *P.S.Addison*, Fractals and Chaos: An Illustrated Course, CRC Press, 1997.
14. *R.F.Voss*, in "Fundamental Algorithms in Computer Graphics" (ed. R.Earnshaw), Springer-Verlag, Berlin, p.805, 1985.