

О РЕЛАКСАЦИИ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ПУЛЬСАРОВ ПОСЛЕ СКАЧКОВ

Д.М.СЕДРАКЯН, М.В.АЙРАПЕТЯН, Д.БАГДАСАРЯН

Поступила 4 декабря 2013

Рассмотрена динамика вращения сверхтекучей нейтронной звезды для изучения релаксации угловой скорости пульсаров после их скачков. Исследовано движение нейтрон-протонной вихревой системы с учетом сферичности сверхтекучего ядра и явлений пиннинга и депиннинга вихрей. Получено релаксационное решение для угловой скорости вращения пульсара после скачков. Для сравнения этого решения с наблюдательными данными пульсара Vela решена обратная задача нахождения начального распределения вихрей сразу после скачка.

Ключевые слова: пульсары: угловые скорости: релаксация

1. *Введение.* Пульсары представляют собой одно из проявлений нейтронных звезд, обнаруженных в электромагнитном спектре излучения как источники периодических импульсов радиоволн. Импульсный характер излучения позволил определить период вращения пульсара, так как предполагается, что источник излучения синхронно вращается с пульсаром [1]. Значения периодов вращения P радиопульсаров лежат в интервале от нескольких миллисекунд до порядка 1 с [2,3]. Как показывают наблюдения, период вращения пульсаров постоянно увеличивается из-за потерь энергии вращения. Так называемое вековое изменение периода пульсаров порядка $\dot{P}/P \sim 10^{-18} - 10^{-12} \text{ с}^{-1}$.

Некоторые пульсары проявляют своеобразную активность, при которой угловая скорость вращения Ω и ее производная $|\dot{\Omega}|$ внезапно увеличиваются, после чего релаксируют в основном к своему значению перед скачком [4,5]. Скачки угловой скорости наблюдались у около 100 пульсаров [3]. Анализируя активность проявлений скачков и их относительную величину $\Delta\Omega/\Omega$, можно выделить две группы пульсаров. К первой группе можно отнести пульсары типа Vela PSR B0833-45 и Crab PSR J0531-21 и им подобные, величина скачков которых порядка $\Delta\Omega/\Omega \sim 10^{-9} - 10^{-6}$, время между скачками порядка 2-3 года, но корреляции между этими величинами отсутствуют. К второй группе пульсаров можно отнести пульсары PSR J0537-6910 и PSR B1338-62 [3], которые периодически проявляют скачки, а величина скачка $\Delta\Omega/\Omega$ коррелирует с временем t_s между скачками, т.е. при больших значениях t_s величина скачка оказывается большой.

Общепризнанной моделью пульсара является намагниченная нейтронная звезда с массой порядка $M \sim M_{\odot}$ и радиусом порядка $R \sim 10$ км. При вращении намагниченная нейтронная звезда теряет кинетическую энергию вращения из-за магнитодипольного излучения, а довольно широкий интервал значений \dot{P}/P можно объяснить значением магнитного поля на поверхности звезды порядка $B \sim 10^9 - 10^{13}$ Гс. Изучение свойств материи в недрах нейтронных звезд при плотностях порядка $\rho \sim 10^{14}$ г/см³ указывает на наличие сверхтекучести нейтронов и сверхпроводимости протонов в пульсарах. На наличие слабосвязанной сверхтекучей компоненты указывает и релаксационное поведение угловой скорости вращения пульсара после скачков. Как показывают наблюдения за пульсарами, кривые зависимостей угловой скорости вращения $\Omega(t)$ и ее производной $\dot{\Omega}(t)$ от времени имеют сложную структуру и описываются либо суммой экспоненциальных функций [6], либо полиномиальной зависимостью [7]. Характерные времена релаксации угловой скорости после скачков меняются в широком интервале от порядка одного часа до нескольких сот дней. Релаксационное поведение угловой скорости пульсаров после скачков можно объяснить в рамках сверхтекучей модели нейтронной звезды. Замедление вращения угловой скорости нормальной компоненты, происходящее под воздействием внешнего момента тормозящих сил, сопровождается также непрерывной передачей внутреннего момента количества вращения от сверхтекучей компоненты к нормальной компоненте. В этом случае главным вопросом теории, объясняющей релаксацию угловой скорости пульсаров, становится выяснение механизма, связывающего сверхтекучую и нормальную компоненты нейтронной звезды. В работах [8,9] показано, что из-за "эффекта увлечения" сверхпроводящих протонов сверхтекучими нейтронами в ядре нейтронной звезды возникает система нейтрон-протонных вихревых кластеров, параллельных оси вращения звезды. В кластерах генерируется магнитное поле порядка 10^{14} Гс, и движение намагниченных нейтронных вихрей во время замедления звезды сопровождается трением, обусловленным рассеянием электронов на магнитном поле кластера. Такое взаимодействие между двумя компонентами нейтронной звезды позволило ввести время динамической релаксации, которое показывает характерное время установления стационарного вращения после внезапного изменения угловой скорости вращения одного из компонент. Далее, в работах [10,11] рассматривались такие особенности движения вихревой системы при замедлении звезды, как пиннинг и депиннинг нейтронных вихрей. С учетом этих явлений получены релаксационные решения, описывающие поведение угловой скорости вращения нейтронной звезды и ее производной после скачков. Эти решения сравнивались с данными наблюдений за величинами $\Omega(t)$ и $\dot{\Omega}(t)$, что позволило получить информацию о начальном распределении вихрей сразу после скачка, а также позволило выяснить роль явлений пиннинга и

депиннинга в установлении этого распределения. В вышеуказанных исследованиях динамики движения вихревой системы в ядре нейтронной звезды считалось, что плотность вещества и коэффициент трения вдоль прямолинейного вихря остаются постоянными, т.е. исследования проводились в предположении о наличии цилиндрической симметрии. Очевидно, что эти величины зависят от сферического радиуса звезды и меняются вдоль нейтронного вихря.

Цель данной работы - исследовать движение нейтрон-протонного вихревого кластера в сверхтекучем сферическом ядре нейтронной звезды и получить новую информацию о влиянии распределения вихрей до и после скачков на параметры наблюдаемой релаксации угловой скорости пульсаров.

2. *Основные уравнения динамики вращения двухкомпонентной нейтронной звезды.* В сверхтекучем ядре вращающейся нейтронной звезды возникает решетка вихревых кластеров, параллельных оси вращения звезды. Вокруг каждого вихря циркуляция скорости сверхтекучей компоненты квантована. Этот факт описывается уравнением

$$\text{rot } \bar{v}_s(\bar{r}, t) = \bar{\vartheta}_0 n(\bar{r}, t), \quad (1)$$

где

$$\bar{v}_s = [\bar{\Omega}_s, \bar{r}], \quad (2)$$

$\bar{\Omega}_s$ - угловая скорость вращения сверхтекучей жидкости, $n(\bar{r}, t)$ - плотность вихрей, $\bar{\vartheta}_0$ - вектор, направленный вдоль вихря и с модулем, равным кванту циркуляции скорости $\vartheta_0 = \pi \hbar / m_n$, m_n - масса нейтрона. Из-за аксиальной симметрии вращения в цилиндрической системе координат из (1) и (2) получим первое уравнение, описывающее динамику вращения сверхтекучей компоненты:

$$\frac{\partial(\Omega_s r^2)}{\partial r} = \vartheta_0 n r. \quad (3)$$

При замедлении вращения нейтронной звезды плотность вихрей должна уменьшаться, т.е. вихри двигаются к границе ядра и коры нейтронной звезды. Движение вихрей подчиняется уравнению непрерывности:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div}(n \bar{v}_L) = 0, \quad (4)$$

где \bar{v}_L - локальная скорость вихря. В цилиндрических координатах уравнение (4) примет вид:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(n r v_r), \quad (5)$$

при этом учтено также, что скорость вихрей \bar{v}_L зависит только от цилиндрического радиуса r . Уравнение (5) - второе уравнение динамики вращения сверхтекучей компоненты нейтронной звезды.

При движении вихрей на них действуют силы со стороны как сверхтекучей компоненты, так и со стороны нормальной компоненты. Так как вихрь обтекается сверхтекучей жидкостью, на него действует сила Магнуса, пропорциональная разности скоростей вихря и сверхтекучей жидкости. Кроме этого, на движущийся вихрь действует сила трения, обусловленная взаимодействием нормальной сердцевины вихря с нормальной компонентой и пропорциональная разности скоростей вихря и нормальной компоненты. Окончательно уравнение движения вихря имеет вид [8]:

$$\rho_s(\bar{r})[\bar{v}_L - \bar{v}_s, \bar{\vartheta}_0] - \eta(\bar{r})(\bar{v}_L - \bar{v}_e) - \beta(\bar{r})[\bar{v}_L - \bar{v}_e, \bar{\vartheta}_0] = 0, \quad (6)$$

где ρ_s - плотность сверхтекучей жидкости, \bar{v}_e - скорость нормальной компоненты, η и β - коэффициенты, соответственно, поперечного и продольного трений. При написании уравнения (6) в работах [8, 10, 11] было принято, что величины ρ_s , η и β зависят от цилиндрического радиуса r . Между тем ясно, что в сферическом ядре медленно вращающейся нейтронной звезды эти величины зависят от сферического радиуса R . Следовательно, вдоль прямолинейного вихря, разные точки которого находятся на разных расстояниях от центра звезды, величины ρ_s , η и β не постоянны. В этом случае уравнение (6) можно усреднить, интегрируя его по координате z , т.е. по длине вихря:

$$\int_{-l/2}^{l/2} \rho_s(\bar{R})[\bar{v}_L - \bar{v}_s, \bar{\vartheta}_0] dz - \int_{-l/2}^{l/2} \eta(\bar{r})(\bar{v}_L - \bar{v}_e) dz - \int_{-l/2}^{l/2} \beta(\bar{r})[\bar{v}_L - \bar{v}_e, \bar{\vartheta}_0] dz = 0. \quad (7)$$

Так как скорости вихря \bar{v}_L , сверхтекучей и нормальной компонент \bar{v}_s и \bar{v}_e не зависят от координаты z , то уравнение (7) можно записать в следующем виде

$$\bar{\rho}_s(\bar{r})[\bar{v}_L - \bar{v}_s, \bar{\vartheta}_0] - \bar{\eta}(\bar{r})(\bar{v}_L - \bar{v}_e) - \bar{\beta}(\bar{r})[\bar{v}_L - \bar{v}_e, \bar{\vartheta}_0] = 0, \quad (8)$$

где $\bar{\rho}_s$, $\bar{\eta}$ и $\bar{\beta}$ - средние значения величин ρ_s , η и β и зависят теперь только от цилиндрического радиуса r .

Если скорость вихря представить в виде [10]

$$\bar{v}_L = [\bar{\Omega}_e, \bar{r}] + v_r \hat{e}_r + v_\varphi \hat{e}_\varphi, \quad (9)$$

то решения уравнения (8) для неизвестных компонент скорости вихря v_r и v_φ относительно нормальной компоненты имеют вид [10]:

$$\begin{aligned} v_r &= k(\Omega_s - \Omega_e)r, \\ v_\varphi &= \frac{k}{1+k^2} v_r, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$k = \frac{(\vartheta_0 \bar{\rho}_s - \bar{\beta})/\bar{\eta}}{1 + \left(\frac{\vartheta_0 \bar{\rho}_s - \bar{\beta}}{\bar{\eta}} \right)^2}.$$

Отметим, что в ядре нейтронной звезды выполняется условие $\bar{\eta} \gg \bar{\rho}_s \vartheta_0 (1 - \bar{\beta} / \bar{\rho}_s \vartheta_0)$, при котором имеем также $k \ll 1$. Эти условия мы учтем в дальнейшем.

Отметим здесь, что уравнение (8) имеет место для вихрей, движущихся относительно нормальной и сверхтекучей компонент звезды. Некоторое количество вихрей может закрепляться к центрам пиннинга и вращаться с нормальной компонентой. Для пиннингованных вихрей их локальная скорость равна нулю $\bar{v}_L = 0$. Если обозначить плотность пиннингованных вихрей n_p , то уравнение (5) примет вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} ((n - n_p) r v_r), \quad (11)$$

а из (3) и (11) можно получить уравнение,

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Omega_s, r^2) = -\vartheta_0 (n - n_p) r v_r. \quad (12)$$

описывающее временное поведение угловой скорости сверхтекучей компоненты звезды.

3. *Уравнение вращения нейтронной звезды.* Общеизвестно, что нейтронная звезда замедляется из-за излучения во всем электромагнитном спектре. Согласно наблюдениям и современным теориям, тормозящий звезду момент сил зависит от угловой скорости вращения степенным законом $K_{ext} \sim \Omega^n$. Значительное изменение угловой скорости вращения звезды может произойти за время, сопоставимое с временем жизни $\tau_0 \sim \Omega / 2 |\dot{\Omega}|$, что для пульсара Vela составляет порядка 10^4 лет. Между тем характерные времена релаксации угловой скорости пульсара Vela после скачков достигают значения нескольких сот дней, следовательно, за период между скачками угловой скорости пульсара можно принять, что тормозящий звезду момент сил остается постоянным: $K_{ext} = \text{const}$.

Теперь получим уравнения для нормальной и сверхтекучей компонент нейтронной звезды. Уравнение вращения нормальной компоненты имеет вид:

$$I_s \frac{d\Omega_s}{dt} = K_{int} + K_{ext}, \quad (13)$$

где K_{int} - внутренний момент сил, действующий со стороны сверхтекучей компоненты, I_s - момент инерции нормальной компоненты. Момент внутренних сил трения между нормальной и сверхтекучей компонентами имеет вид:

$$K_{int} = \iint [\bar{F}_{тр}, \bar{r}] n(\bar{r}, t) dV, \quad (14)$$

где $\bar{F}_{тр} = \eta(\bar{v}_L - \bar{v}_s)$ - сила трения на единицу длины нейтронного вихря. Если использовать выражения (9) и (10) для скорости вихря и ее компонент

и учесть, что пиннингованные вихри вращаются с нормальной компонентой звезды, то для внутреннего момента сил можно получить выражение [10]

$$K_{int} = - \int_0^{l_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial t} dl_s, \quad (15)$$

где I_s - момент инерции сверхтекучей компоненты. С учетом (15), уравнение (13) вращения нормальной компоненты примет окончательный вид

$$I_s \frac{d\Omega_s}{dt} + \int_0^{l_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial t} dl_s = K_{ext}. \quad (16)$$

Уравнение вращения сверхтекучей компоненты нейтронной звезды можно получить из уравнения (12), интегрируя его по сверхтекучей области:

$$\int_0^{l_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial t} dl_s + \vartheta_0 \int_0^{l_s} (n - n_p) \frac{v_r}{r} dl_s = 0. \quad (17)$$

Уравнения (16) и (17) мы будем применять для изучения релаксации угловой скорости пульсаров после скачков, если будет известна зависимость плотности пиннингованных вихрей n_p от времени.

4. *Пиннинг и депиннинг нейтронных вихрей.* Как указывалось выше, движение вихрей при замедлении звезды сопровождается их пиннингом и депиннингом. Эти явления приводят к временной зависимости плотности пиннингованных вихрей, которая входит в уравнение (17). В работе [10,11] были введены характерные времена пиннинга τ_p , в течение которого движущийся нейтронный вихрь может закрепляться к центру пиннига и депиннинга τ_d , в течение которого пиннингованный вихрь может освободиться. В соответствии с этим уравнение, определяющее зависимость плотности пиннингованных вихрей от времени, запишется в виде:

$$\frac{\partial n_p(r, t)}{\partial t} = \frac{n(r, t) - n_p(r, t)}{\tau_p(r)} - \frac{n_p(r, t)}{\tau_d(r)}. \quad (18)$$

Так как относительные изменения угловой скорости пульсаров во время скачков малы: $\Delta\Omega/\Omega \sim 10^{-6} + 10^{-9}$, то можно принять, что в течение релаксации угловой скорости плотность вихрей также остается почти постоянной: $n \approx n_0$. В этом случае уравнение (18) можно линеаризовать и найти зависимость плотности пиннингованных вихрей от времени:

$$n_p = n_{p0} \left(1 - e^{-t/\tau_p'} \right), \quad (19)$$

где

$$\tau_p' = \frac{\tau_p \tau_d}{\tau_p + \tau_d}, \quad n_{p0} = \frac{\tau_p'}{\tau_p} n_0. \quad (20)$$

Отметим здесь, что часть нейтронного вихря находится в коре нейтронной звезды, которая содержит ядра атомов. Нейтронные вихри могут пинниговаться к этим ядрам [10], причем чем длиннее часть вихря в коре

звезды, тем более вероятным становится пиннинг. Следовательно, характерное время пиннинга τ_p уменьшается при увеличении радиуса r звезды. Если считать также, что акты депиннинга происходят случайно, то можно принять, что характерное время депиннинга τ_d не зависит от радиуса r звезды. В стационарном случае, т.е. при $t \rightarrow \infty$, плотность пиннигованных вихрей стремится к значению n_{p0} , которое определяется выражением (20). При сильном пиннинге вихрей, т.е. при $\tau_p \ll \tau_d$, из (20) имеем $\tau'_p \approx \tau_p$ и $n_{p0} \approx n_0$, т.е. в стационарном состоянии все вихри будут пиннигованы к центрам пиннинга. При слабом пиннинге вихрей выполняется условие $\tau_p \gg \tau_d$, при котором $\tau'_p \approx \tau_d$ и $n_{p0} \approx \frac{\tau_d}{\tau_p} n_0 \rightarrow 0$, т.е. в стационарном состоянии все вихри будут свободными.

5. Уравнение релаксации угловой скорости пульсаров после скачков. При вековом замедлении пульсаров возникает движение нейтронных вихрей к границе ядра звезды. Движение вихрей сопровождается трением, из-за которого темп замедления нормальной и сверхтекучей компонент будет одинаковым в стационарном состоянии. Однако при дифференциальном вращении двухкомпонентной нейтронной звезды в нем возникает неустойчивость, которая снимается скачкообразным изменением угловой скорости вращения нормальной компоненты. После скачка угловая скорость нормальной компоненты замедляется под воздействием внутреннего и внешнего моментов сил. Найдем временную зависимость $\Omega_e(t)$ при относительно малых скачках угловой скорости пульсара ($\Delta\Omega/\Omega \sim 10^{-9} - 10^{-6}$ для пульсара Vela). Обозначим разность угловых скоростей сверхтекучей и нормальной компонент $\Delta\Omega = \Omega_s - \Omega_e$. Тогда уравнение (16) можно преобразовать к виду

$$\frac{d\Omega_e}{dt} + \frac{p_0}{1+p_0} \int_0^1 \frac{\partial \Delta\Omega}{\partial t} dy = -\gamma_1, \tag{21}$$

где $p_0 = I_s/I_n$ - отношение полных моментов инерции сверхтекучей и нормальной компонент звезды, $y = p/p_0 = I_s(r)/I_n$, $I_s(r)$ - момент инерции сверхтекучей компоненты в сфере радиуса r , $\gamma_1 = -K_{ext}/(1+p_0)$. Теперь преобразуем уравнение для сверхтекучей компоненты нейтронной звезды (17). Подставляя в уравнение (17) $\Omega_s = \Delta\Omega + \Omega_e$ и выражение для скорости вихря v , (10), а также учитывая, что Ω_e не зависит от радиуса r , получим:

$$\int_0^1 \left(\frac{\partial \Delta\Omega}{\partial t} + \vartheta_0 k(n-n_p)\Delta\Omega \right) dy = -\frac{d\Omega_e}{dt}. \tag{22}$$

Введем обозначения

$$2\Omega_{e0} k = \frac{1}{\tau'(r)}, \quad n_0 = \frac{2\Omega_{e0}}{\vartheta_0}, \tag{23}$$

где n_0 - значение плотности вихрей в ядре звезды, которое считаем постоянным из-за малости скачков угловой скорости пульсаров. С учетом

(23), уравнение (22) примет вид:

$$\int_0^t \left(\frac{\partial \Delta \Omega}{\partial t} + \frac{\Delta \Omega}{\tau'} \cdot \frac{(n_0 - n_p)}{n_0} \right) dt = - \frac{d \Omega_e}{dt}. \quad (24)$$

Из уравнений (21) и (24) можно получить уравнение для определения $\Delta \Omega$ в следующем виде:

$$\frac{\partial \Delta \Omega}{\partial t} + \frac{\Delta \Omega}{\tau} \cdot \frac{(n_0 - n_p)}{n_0} - \gamma = 0, \quad (25)$$

где

$$\tau = \frac{\tau'}{1 + p_0}; \quad \gamma = \gamma_1 (1 + p_0). \quad (26)$$

Здесь τ - динамическое время релаксации звезды. Если подставить в уравнение (25) выражение (19) для плотности пиннингованных вихрей, то получим окончательный вид уравнения для определения $\Delta \Omega$ [11]:

$$\frac{\partial \Delta \Omega}{\partial t} + \frac{\Delta \Omega}{\tau} \frac{n_0 - n_{p0} (1 - e^{-t/\tau_p})}{n_0} - \gamma = 0. \quad (27)$$

Таким образом, уравнения (21) и (27) полностью описывают релаксационное поведение угловой скорости Ω_e пульсаров после скачков.

6. Решение релаксационных уравнений и обратная задача. Прежде чем получить релаксационное решение для $\Omega_e(t)$ из уравнений (21) и (27), заметим, что уравнение (27) можно интегрировать, если обозначить

$$\alpha = \tau_d / \tau_p$$

и привести уравнение (27) к виду

$$\frac{\partial \Delta \Omega}{\partial t} + \frac{\Delta \Omega}{\tau} \frac{\alpha}{\alpha + 1} \left(\frac{1}{\alpha} + e^{-\frac{\alpha + 1}{\alpha} t / \tau_p} \right) - \gamma = 0. \quad (28)$$

Решение уравнения (28) имеет вид,

$$\Delta \Omega(t) - \Delta \Omega_0 = \gamma e^{-x(t)} \int_0^t e^{x(t')} dt' - \Delta \Omega_0 (1 - e^{-x(t)}), \quad (29)$$

где

$$x(t) = \frac{1}{1 + \alpha} \frac{t}{\tau} + \frac{\alpha^2 \tau_p}{(1 + \alpha)^2 \tau} e^{-(1 + \alpha)t / \alpha \tau_p}, \quad (30)$$

а $\Delta \Omega_0$ - начальное значение $\Delta \Omega$ в момент скачка. Здесь, как и в работе [11], примем, что нейтронные вихри почти свободны, т.е. выполняется условие $\alpha \ll 1$. При таком допущении выражение для $x(t)$ примет вид

$$x(t) = \frac{1}{1 + \alpha} \frac{t}{\tau}. \quad (31)$$

Подставляя (31) в (29), получим:

$$\Delta\Omega(r) - \Delta\Omega_0 = [\gamma\tau(1+\alpha) - \Delta\Omega_0](1 - e^{-r/\tau}), \quad (32)$$

где мы подставили $1+\alpha \approx 1$ в показателе экспоненты. Прежде чем найти выражение для $\partial\Delta\Omega/\partial t$ из (32) и подставить его в (21), сделаем несколько замечаний по поводу значений величины $\partial\Delta\Omega/\partial t$ в ядре нейтронной звезды. Значение $\partial\Delta\Omega/\partial t$ зависит от значений времени динамической релаксации звезды τ , которую можно вычислить, задав модель нейтронной звезды. Используя ту же модель нейтронной звезды, что и в работах [8,9,11], мы вычислили время динамической релаксации звезды τ , график зависимости которого от радиуса r приведен на рис.1. Как видно из рисунка, величина τ быстро увеличивается от значений порядка нескольких секунд на границе ядра и коры звезды до значений порядка 10^3 лет при значении радиуса $R_1 \approx 6.5$ км, где исчезает протонная сверхпроводимость. Область звезды, где среднее время динамической релаксации достигает значений порядка наблюдаемых времен релаксации (для пульсара Vela порядка 1000 дней), назовем активной областью. Активная область лежит в интервале значений радиуса от $R_{act} = 9.25$ км до $R_0 = 9.59$ км, где время релаксации меняется от часа до 1000 дней. Можно полагать, что активная область дает вклад в наблюдаемую реакцию угловой скорости нормальной компоненты. Это означает, что выражение (32) для величины $\Delta\Omega$ имеет место в активной области. Остальную часть звезды в области $R_1 \leq r \leq R_{act}$, где τ больше наблюдаемых времен релаксации, назовем пассивной областью. Из рис.1 можно заметить также, что в области звезды с радиусом $R_2 \leq r \leq R_{act}$, где $R_2 = 7$ км, время динамической релаксации $\bar{\tau}$ меньше времени жизни пульсара τ_0 . В этой области в течение времени жизни должно устанавливаться такое стационарное распределение вихрей, что

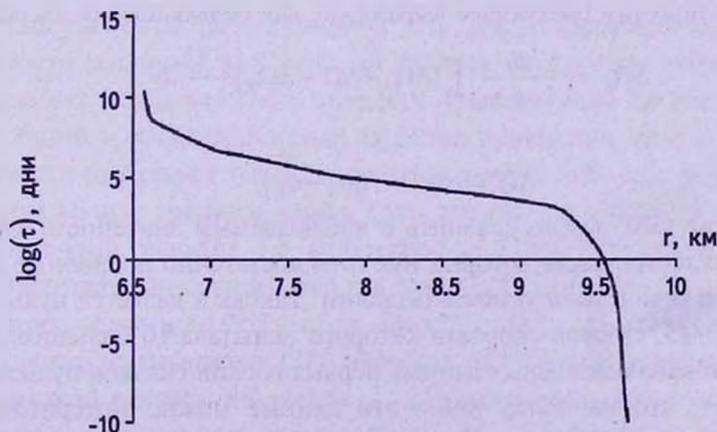


Рис.1. Время динамической релаксации τ нейтронной звезды в зависимости от радиуса звезды r .

темпы замедления угловых скоростей сверхтекучей и нормальной компонент будут одинаковыми, т.е. $\dot{\Omega}_s = \dot{\Omega}_e$ и $\partial\Delta\Omega/\partial t = 0$ в этой области. В остальной части пассивной области, т.е. в области $R_1 \leq r \leq R_2$, выполняется условие $\tau \geq \tau_0$. Следовательно, в этой области угловая скорость сверхтекучей компоненты не меняется в течение времени жизни пульсара и остается равной тому значению, которую она имела при переходе звезды в сверхтекучее состояние, т.е. $\dot{\Omega}_s = 0$ и $\partial\Delta\Omega/\partial t = -d\Omega_e/dt$ в этой области. Учитывая вышесказанное, при подстановке выражения (32) в уравнение (21), получим окончательный вид релаксационного решения для отклонения от стационарного значения производной угловой скорости пульсара:

$$\Delta\dot{\Omega}_s = -\frac{p_0}{1+\lambda p_0} \int_0^\mu (\gamma\tau(\alpha+1) - \Delta\Omega_0) \frac{e^{-t/\tau}}{\tau} dy, \quad (33)$$

где μp_0 - относительный момент инерции активной области, а λp_0 - относительный момент инерции области с радиусом $R_1 \leq r \leq R_2$.

Перейдем к определению начального условия $\Delta\Omega_0$, входящего в уравнение (33). Если считать, что непосредственно перед скачком пульсара, т.е. за время t_s между двумя последовательными скачками, величина $\Delta\Omega$ достигла своего стационарного значения, то из (32) при $t_s \gg \tau$ получим:

$$\Delta\Omega_\infty = \gamma\tau(1+\alpha_1), \quad (34)$$

где α_1 - значение величины α перед скачком. Тогда начальное условие $\Delta\Omega_0$ непосредственно после скачка будет отличаться от $\Delta\Omega_\infty$ на значение, приобретенное за короткое время скачка, т.е.

$$\Delta\Omega_0 = \Delta\Omega_\infty + \Delta\Omega_s - \Delta\Omega_e = \gamma\tau(1+\alpha_1) + \Delta\Omega_s - \Delta\Omega_e, \quad (35)$$

где $\Delta\Omega_s$ и $\Delta\Omega_e$ - изменения угловых скоростей сверхтекучей и нормальной компонент звезды за время скачка. Если обозначить также через α_2 значение величины α после скачка, то при подстановке начального условия (35) в (33) получим следующее выражение для релаксационного решения:

$$\Delta\dot{\Omega}_s = -\frac{p_0}{1+\lambda p_0} \int_0^\mu (\Delta\Omega_s - \Delta\Omega' - \Delta\Omega_e) \frac{e^{-t/\tau}}{\tau} dy, \quad (36)$$

где

$$\Delta\Omega' = \gamma\tau\Delta\alpha = \gamma\tau(\alpha_1 - \alpha_2). \quad (37)$$

Решение (36) можно сравнить с наблюдаемым значением величины $\Delta\dot{\Omega}_s$ тех пульсаров, для которых имеются достаточно подробные данные о скачках и релаксации угловой скорости. Таковым является пульсар Vela PSR B0833-45, угловая скорость которого испытала 16 больших скачков [3]. Анализ наблюдательных данных первых восьми скачков пульсара Vela показывает, что наиболее точно эти данные можно интерполировать следующей временной зависимостью [12]:

$$\Delta\dot{\Omega}_s(t) = -\sum_{j=1}^3 \alpha_j \cdot e^{-t/t_j} + A \cdot \frac{t}{t_g} - A, \quad (38)$$

где $\tau_1 = 10$ часов, $\tau_2 = 3.2$ дня, $\tau_3 = 32.7$ дня, а остальные параметры интерполяции приведены в табл.1. При известной зависимости $\Delta\dot{\Omega}_e(t)$ и величины скачка $\Delta\Omega_e$ и при выбранной модели нейтронной звезды можно решить задачу нахождения неизвестной величины $\Delta\Omega' + \Delta\Omega_e$ из интегрального уравнения (36). Эта задача является некорректно поставленной и для ее решения необходимо применять специальные методы

Таблица 1

ПАРАМЕТРЫ РЕЛАКСАЦИИ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ПУЛЬСАРОВ Vela ПОСЛЕ ВОСЬМИ СКАЧКОВ [12]

| Время скачка | 1969 | 1971 | 1975 | 1978 | 1981 | 1982 | 1985 | 1988 |
|---------------------------------|-------|--------|-------|--------|--------|-------|-------|-------|
| $a_1 (10^{-13} \text{ c}^{-2})$ | 0.001 | 0.0002 | 0.0 | 0.0004 | 0.48 | 0.26 | 0.89 | 2.11 |
| $a_2 (10^{-13} \text{ c}^{-2})$ | 1.91 | 5.94 | 1.57 | 4.88 | 3.76 | 5.89 | 4.64 | 6.90 |
| $a_3 (10^{-13} \text{ c}^{-2})$ | 2.9 | 3.2 | 2.18 | 6.99 | 0.91 | 6.05 | 2.91 | 4.31 |
| $A (10^{-13} \text{ c}^{-2})$ | 49.62 | 53.34 | 78.75 | 54.55 | 115.89 | 45.78 | 75.78 | 37.45 |
| t (дни) | 912 | 1491 | 1009 | 1227 | 272 | 1067 | 1261 | 907 |
| $\Delta\Omega/\Omega (10^{-6})$ | 2.35 | 2.05 | 1.99 | 3.06 | 1.14 | 2.05 | 1.30 | 1.81 |

решения обратных задач [13]. В этой работе, как и в [11], нами был применен метод регуляризации Тихонова [13]. Однако в работе [11] при сравнении решения (36) с выражением (38) активная область звезды разделялась на четыре части, в каждой из которых среднее время релаксации равнялось значению τ_j . Такое разделение было условным и проводилось для облегчения вычислений. В этой работе такое разделение активной области звезды не сделано, и обратная задача решена для всего интегрального уравнения (36). Вычисления были проведены с использованием программного пакета МАТНЕМАТИСА.

7. *Обсуждение результатов.* На рис.2 представлены графики зависимости величины $\Delta\Omega' + \Delta\Omega_e$ от радиуса звезды r для первых восьми наблюдаемых скачков угловой скорости пульсара Vela. На всех графиках виден общий - осцилляционный характер изменения этой величины в зависимости от радиуса звезды. Однако величина $\Delta\Omega' + \Delta\Omega_e$ имеет разное поведение вблизи границы ядра и коры звезды, т.е в области $r > 9.53$ км, и вдали от этой границы, т.е. в области $r < 9.53$ км. Разница заключается как в амплитуде осцилляций, так и в знаке величины $\Delta\Omega' + \Delta\Omega_e$. Сначала рассмотрим область $r < 9.53$ км, где функция $\Delta\Omega' + \Delta\Omega_e$ знакопеременна. Но, как видно из выражения (37), величина $\Delta\Omega'$ пропорциональна времени динамической релаксации звезды τ , которая монотонно увеличивается при уменьшении радиуса звезды. Функция $\alpha(r)$ также не может быть знакопеременной, следовательно в области $r < 9.53$ км осцилляционный характер изменения имеет величина $\Delta\Omega_e$. Это означает, что во время

скачка происходит переброска некоторого количества нейтронных вихрей из одной части звезды в соседнюю [11]. Такие изменения плотности вихрей должны проявляться симметричным образом относительно увеличения и уменьшения, между тем графики на рис.2 асимметричны относительно оси r . Заметим, однако, что дополнительный вклад в сумму $\Delta\Omega' + \Delta\Omega$, дает величина $\Delta\Omega'$, которая должна быть отрицательной

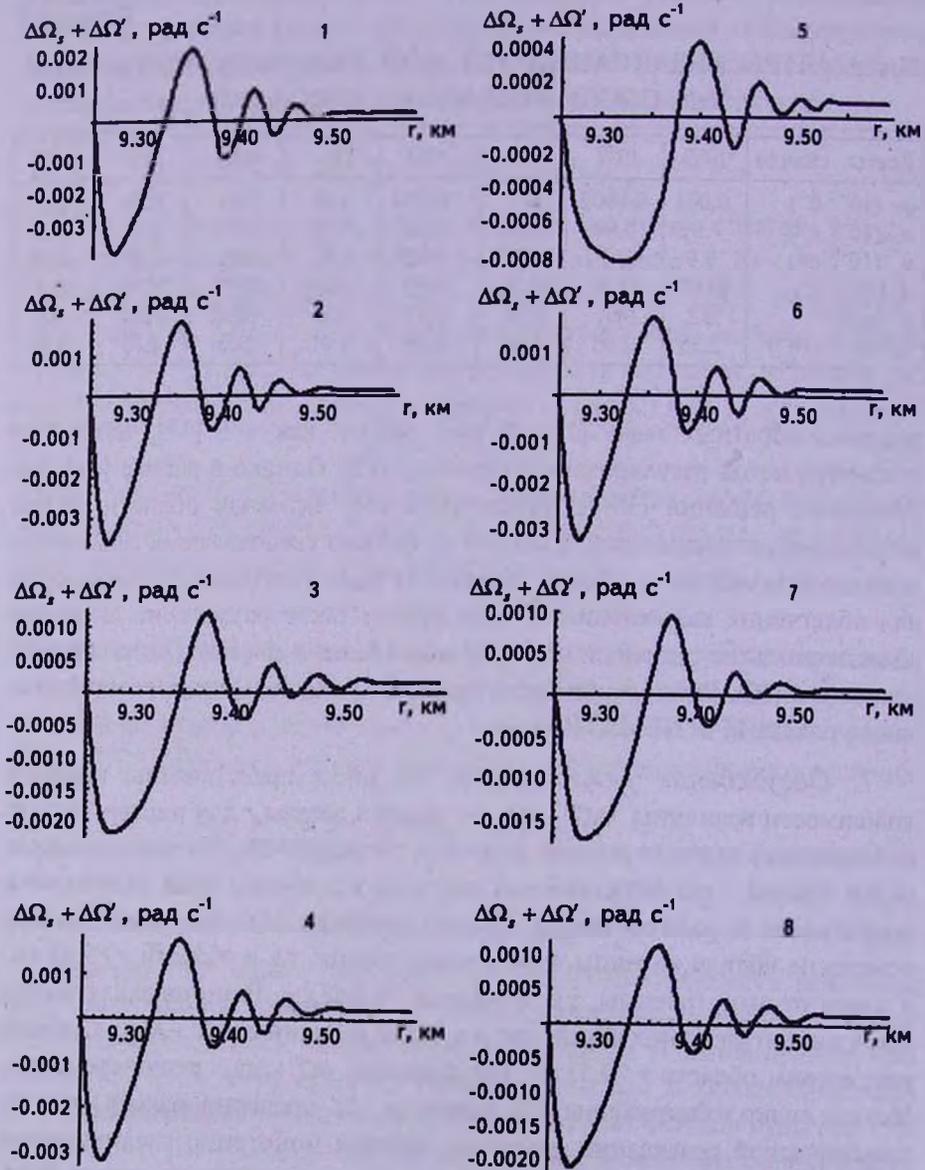


Рис.2. Зависимость величины $\Delta\Omega' + \Delta\Omega$, от радиуса звезды r для восьми скачков угловой скорости пульсара Vela.

монотонно увеличивающейся функцией при уменьшении радиуса r звезды. В свою очередь это означает, что значение величины α перед скачком угловой скорости пульсара меньше, чем после скачка.

В области $r > 9.53$ км у границы ядра и коры нейтронной звезды величина $\Delta\Omega' + \Delta\Omega$, положительна и имеет малые осцилляции вокруг среднего значения. Эти осцилляции можно объяснить малыми изменениями плотности нейтронных вихрей. Можно полагать, что малые изменения величины $\Delta\Omega$, по сравнению с изменениями этой величины в области $r < 9.53$ км обусловлены сильным пиннингом нейтронных вихрей, так как при приближении вихрей к границе ядра и коры увеличивается длина вихря в коре нейтронной звезды. Но в этом случае положительное значение величины $\Delta\Omega' + \Delta\Omega$, невозможно объяснить зависимостью $\Delta\Omega'$ от радиуса звезды r по формуле (37), так как согласно вышепринятому предположению $\Delta\Omega'$ монотонная отрицательная функция от r .

Выше мы приняли, что вихри двигаются со слабым пиннингом и получили релаксационное решение (36) при условии $\alpha \ll 1$. Это условие может не выполняться в области $r > 9.53$ км из-за увеличения вероятности пиннинга и уменьшения характерного времени пиннинга τ_p . Однако, как показано в работе [10], где рассматривался только пиннинг вихрей, общий вид релаксационного решения (36) в этом случае не меняется. Только величина $\Delta\Omega'$ задается следующим выражением

$$\frac{I_g^2}{4\tau\tau_p} = \ln \left(1 + \frac{\Delta\Omega'}{\gamma\tau} \right). \quad (39)$$

Из этого выражения следует, что величина $\Delta\Omega'$ положительна и почти постоянна из-за малого изменения времени релаксации τ в области $r > 9.53$ км.

Таким образом, сравнение теории релаксации с наблюдательными данными скачков пульсара Vela позволяет выяснить вклад начальных условий в распределении нейтронных вихрей в характеристики релаксации. Начальное распределение вихрей сразу после скачка есть результат влияния как самого скачка, так и особенностей движения вихрей между двумя последовательными скачками угловой скорости.

Один из авторов (М.В.А) выражает благодарность гранту Az:85182 от Volkswagen Stiftung за финансовую поддержку.

Ереванский государственный университет, Армения

e-mail: dsedrak@ysu.am

mhayrapetyan@ysu.am

ON THE RELAXATION OF THE ANGULAR VELOCITY OF PULSARS AFTER GLITCHES

D.M.SEDRAKIAN, M.V.HAYRAPETYAN, D.BAGHDASARYAN

The dynamics of rotation of a superfluid neutron star is considered to study the relaxation of pulsar angular velocity after their glitches. The motion of the neutron-proton vortex system is investigated taking into account the sphericity of the superfluid core and the phenomena of pinning and depinning of vortices. The relaxation solution for the angular velocity of the pulsar after glitches is obtained. To compare this solution with the observational data of the Vela pulsar the inverse problem of finding the initial distribution of vortices immediately after the glitch is solved.

Key words: *pulsars: angular velocity: relaxation*

ЛИТЕРАТУРА

1. *P.Манчестер, Дж.Тейлор, Пульсары, М., Мир, 1980.*
2. *R.N.Manchester, G.B.Hobbs, A.Teoh, M.Hobbs, Astron. J., 129, 1993, 2005.*
3. <http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat>
4. *C.M.Espinoza, A.G.Lyne, B.W.Stappers, M.Kramer, Mon. Notic. Roy. Astron. Soc., 414, 1679, 2011.*
5. *R.G.Dodson, P.M.McCulloch, D.R.Lewis, Astrophys. J., 564, L85, 2002.*
6. *J.M.Cordes, G.S.Downs, J.Krause-Polstorff, Astrophys. J., 330, 847, 1988.*
7. *J.Middleditch, F.E.Marshall, Q.D.Wang et al., Astrophys. J., 652, 1531, 2006.*
8. *A.D.Sedrakian, D.M.Sedrakian, Astrophys. J., 447, 305, 1995.*
9. *A.D.Sedrakian, D.M.Sedrakian, J.M.Cordes, Y.Terzian, Astrophys. J., 447, 324, 1995.*
10. *A.D.Sedrakian, D.M.Sedrakian, Jour. Exp. Theor. Phys., 81, 341, 1995.*
11. *Д.М.Седракян, М.В.Айрапетян, Астрофизика, 45, 575, 2002.*
12. *M.A.Alpar, H.F.Chau, K.S.Cheng, D.Pines, Astrophys. J., 409, 345, 1993.*
13. *А.Н.Тихонов, А.В.Гончарский, В.В.Степанов, А.Г.Ягола, Численные методы решения некорректных задач. М., Наука, 1990.*