АСТРОФИЗИКА

ТОМ 40 ФЕВРАЛЬ, 1997 ВЫПУСК 1

УДК: 524.8

ОБ ОСНОВНЫХ ЭТАПАХ ЭВОЛЮЦИИ ВЕЩЕСТВА ВО ВСЕЛЕННОЙ. I

Г.С.СААКЯН

Поступила 8 октября 1996

В этой части работы обсужден вопрос уравнения состояния космического вещества и определены постоянные интегрирований в решениях Фридмана.

1. *Введение*. В этой работе проводится феноменологическое исследование эволюции космического вещества после большого взрыва ($t > 2\cdot10^{-5}$ с, $\rho < 10^{15}$ г/см^3, $T < 5\cdot10^{15}$ K). Как и во всякой физической задаче об изменении состояния системы со временем, здесь также решение поставленной проблемы немыслимо без знания начальных условий. Во многом начальными условиями определяется характер дальнейшей эволюции Вселенной. Поэтому, используя основные наблюдательные факты, порождаемые этой эволюцией, можно в необходимой мере восстановить общую физическую картину для тех времен, когда космическое вещество состояло из барионов, лептонов (электрон, позитрон и разного рода нейтрино) и излучения. Ниже мы формально допускаем также наличие скрытого вещества.

Основой космологии является допущение об однородном и изотропном распределении вещества во Вселенной. При этом речь идет о средней плотности вещества в областях порядка 100 Мпк, в которых имеются много галактик и скоплений галактик. Из этого допущения следует, что в сопутствующей системе отсчета метрика пространства-времени описывается интервалом

$$ds^2 = a^2(\eta)\left[d\eta^2 - d\chi^2 - \sin^2\chi\,(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2)\right] \tag{1}$$

для закрытой модели Вселенной,

$$ds^2 = a^2(\eta)\left[d\eta^2 - d\chi^2 - \mathrm{sh}\chi\,(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2)\right] \tag{2}$$

для открытой модели, и, наконец,

$$ds^2 = a^2(\eta)\left[d\eta^2 - d\chi^2 - \chi^2\,(d\theta^2 + \sin^2\theta\, d\varphi^2)\right] \tag{3}$$

для плоской модели. Здесь в первом случае $r = a\sin\chi$, во втором - $r = a\,\mathrm{sh}\chi$, в третьем - $r = a\chi$ и, наконец, $cdt = ad\eta$.

Вторым важным наблюдательным фактом является современное значение средней плотности обычного (барионного) вещества во Вселенной

$$\rho_0 \approx 3 \cdot 10^{-31}\ \text{г/см}^3 \tag{4}$$

с ошибкой примерно в два раза в ту и другую сторону.

Третьим фундаментальным фактом является современное значение постоянной Хаббла

$$H_0 = 50\ \text{км/с Мпк} = 1.62 \cdot 10^{-18}\ \text{с}^{-1}. \tag{5}$$

Иногда обсуждаются и бóльшие значения этой постоянной, вплоть до 100 км/с Мпк.

Критическая плотность равна

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 4.7 \cdot 10^{-30}\ \text{г/см}^3,$$

следовательно, безразмерная плотность (параметр, который определяет тип модели Вселенной) равна

$$\Omega_0 = \rho_0/\rho_c = 0.064, \tag{6}$$

что свидетельствует об открытой модели, если, конечно, во Вселенной нет скрытого вещества в значительном количестве.

Проблема скрытого вещества является одной из важнейших в современной космологии. Она возникла при анализе кривых вращения галактического вещества на больших расстояниях от центра. Кроме этого косвенного наблюдательного факта в настоящее время эта проблема имеет и серьезную теоретическую базу. Этот вид материи обусловлен не только бесспорно существующим, но пока экспериментально не установленным, реликтовым фоном нейтрино. Суперсимметрическими теориями элементарных частиц предсказывается и наличие во Вселенной стабильного компонента материи, состоящей из частиц, слабо взаимодействующих (слабые и гравитационные взаимодействия) между собой и барионами. Таким образом, ситуация в настоящее время такая, что нельзя исключить и возможность реализации значения $\Omega_0 \approx 1$ или даже $\Omega_0 > 1$ для безразмерной плотности.

Эволюция состояния Вселенной определяется уравнениями [1]

$$\left(\frac{a'}{a^2}\right)^2 + \frac{\varepsilon}{a^2} = \frac{8\pi G}{3c^2}\rho, \tag{7}$$

$$3\,d\ln a = -\frac{d\rho}{\rho + P/c^2}. \tag{8}$$

Здесь ρc^2 - полная плотность энергии всех видов материи; P - полное давление, $\varepsilon = -1, 0, +1$, соответственно, для открытой, плоской и закрытой моделей Вселенной, штрих означает производную по дуговому времени η. В качестве начального условия к этим уравнениям принимается $a(0) = 0$, что диктуется логикой фактов.

Четвертым фундаментальным фактом, имеющим принципиальное значение для космологии, является наличие во Вселенной однородного и изотропного фонового планковского реликтового излучения, соответствующее температуре

$$T \approx 2.7\ \text{K}. \tag{9}$$

Обсуждаемые в научных публикациях возможные малые отклонения от изотропности и малые флуктуации температуры реликтового излучения, здесь для нас не имеют существенного значения.

2. *Уравнения состояния космического вещества.* С открытием реликтового равновесного излучения стало очевидным, что мы имеем дело с горячей моделью Вселенной. Здесь нас интересует то обстоятельство, что факт наличия этого излучения позволяет с достаточной точностью определить уравнение состояния $P(\rho)$ космического вещества.

Плотность числа фотонов в черном излучении равна [2]

$$n_f = 0.244\left(\frac{kT}{c\hbar}\right)^3. \tag{10}$$

Отсюда следует, что в реликтовом излучении плотность числа фотонов равна

$$n_f \approx 400\ \text{см}^{-3}.$$

А современная средняя плотность барионов равна

$$n_B^{(0)} \approx \frac{3\cdot 10^{-31}}{m_p} = 1.8\cdot 10^{-7}\ \text{см}^{-3}.$$

Число барионов во Вселенной сохранятся, за исключением может быть, в весьма малом начальном интервале времени, охваченном большим взрывом. Речь идет о временах $t < 10^{-5}$ с, которые здесь мы исключаем из рассмотрения. Более или менее достоверно можно сказать, что равновесный спектр электромагнитного излучения в основном сформировался в те времена, когда космическое вещество состояло из нуклонов и электронов (после исчезновения из среды нестабильных барионов и ядерно-активных мезонов). Важным здесь является то, что после этого спектр излучения не только остается планковским, но и то, что общее число фотонов во Вселенной не испытывает заметных изменений. Конечно, в дальнейшем, при образовании небесных тел, атомных ядер, атомов, а также во всевозможных процессах излучения и поглощения, число фотонов безусловно испытывает некоторые изменения. Но эти изменения, очевидно, не могут сильно превышать само число барионов, которое на много порядков меньше числа реликтовых фотонов. Поэтому, после формирования равновесного излучения, в эпоху, когда плотность вещества была порядка ядерной плотности, число фотонов во Вселенной практически не изменилось.

Из вышесказанного следует, что отношение чисел фотонов и барионов со временем сохраняется и равно современному его значению:

$$\frac{n_f}{n_B} \approx \frac{n_f^{(0)}}{n_B^{(0)}} \approx 2.22 \cdot 10^9 . \tag{11}$$

Тогда из (10) и (11) следует

$$n_f(t) \approx 20.2T^3(t); \qquad n_B(t) \approx 9.1 \cdot 10^{-9}\, T^3(t), \tag{12}$$

где t - возраст Вселенной.

Для нахождения аккуратных решений уравнений (7) и (8), необходимо иметь ясное представление об уравнении состояния космического вещества. В вопросе уравнения состояния можно различать две эпохи эволюции Вселенной: в первой - доминирующей является энергия электромагнитного излучения, а во второй - энергия вещества. В соответствии с (12) плотности вещества и излучения связаны между собой соотношением

$$\rho_B \approx 3.1 \cdot 10^{-6} \rho_f^{3/4} , \tag{13}$$

где $\rho_B \approx m_p n_B$ (в рассматриваемом этапе эволюции Вселенной кинетическая энергия нуклонов мала) и $\rho_f = aT^4/c^2$ (обозначение постоянной плотности энергии черного излучения и радиуса кривизны Вселенной одной и той же буквой вряд ли послужит причиной неприятностей). Из (13) находим, что при выравнивании плотностей энергии излучения и вещества

$$\rho_B = \rho_f \equiv \rho_1 \approx 9 \cdot 10^{-23} \text{ г см}^{-3}; \qquad T_1 \approx 2 \cdot 10^3 \text{ K}. \tag{14}$$

А соответствующее время t_1 мы определим только после нахождения решений уравнений (7) и (8). Что касается давления вещества, то оно всегда на много порядков меньше давления излучения.

В эпоху $t < t_1$, когда плотность энергии излучения превышала над плотностью энергии вещества, мы имеем следующее уравнение состояния космического вещества

$$\rho(t) \approx s\frac{aT^4}{c^2}; \qquad P(t) \approx s\frac{aT^4}{3}, \tag{15}$$

где ρc^2 и P - суммарные плотности энергии и давление всех видов излучения (электромагнитное, нейтрино и гравитационное излучение), по-видимому $s \gtrsim 2$. Масса предполагаемого темного вещества примерно на порядок может превышать массу обычного вещества, поэтому ясно, что его наличие заметным образом не скажется на уравнении состояния (15) для области плотностей $\rho > \rho_1$. Таким образом, в области плотностей $\rho > \rho_1$, состояние космического вещества описывается уравнением состояния $P = \rho c^2/3$, где под ρc^2 можно подразумевать суммарную плотность энергии всех видов материи.

В области же плотностей $\rho < \rho_1$ энергия определяется веществом, а давление снова излучением, следовательно

$$\rho = s_1 \rho_B \approx 1.5 \cdot 10^{-32} s_1 T^3; \qquad P = s\frac{aT^4}{3}, \tag{16}$$

где использована формула (12). Здесь множитель $s_1 > 1$ введен для того, чтобы учесть вклад скрытого вещества в плотность массы. Как уже упоминалось во введении, возможное наличие скрытого вещества во Вселенной предсказывается суперсимметричными теориями элементарных частиц. Частицы, образующие скрытое вещество, могут рождаться в заметном количестве в период большого взрыва.

В (15) и (16) уравнения состояния космического вещества приведены в параметрическом виде. Исключая из них температуру, получаем следующие уравнения состояния в явном виде:

$$P \approx \begin{cases} \dfrac{1}{3}\rho c^2, & \rho > \rho_1 \\ 6.7 \cdot 10^{27} \dfrac{s}{s_1^{4/3}} \rho^{4/3}, & \rho < \rho_1. \end{cases} \tag{17}$$

Это уравнение состояния, кроме того, что обеспечивает плавный переход между асимптотиками $P = \rho c^2/3$ и $P = 0$, позволяет также произвести обоснованную сшивку решений Фридмана для раннего и позднего этапов эволюции Вселенной.

3. *Решения Фридмана.* Используя уравнение состояния (17) и интегрируя уравнение (8), получаем

$$\begin{aligned} \rho a^4 &= \frac{3c^2}{8\pi G} b^2, && \text{при} \quad t < t_1 \\ \rho a^3 &= \frac{3c^2}{4\pi G} b_1 \left(1 + 7.44 s s_1^{-4/3} \cdot 10^6 \rho^{1/3}\right)^3, && \text{при} \quad t > t_1, \end{aligned} \tag{18}$$

где b и b_1 - постоянные интегрирования, а $t_1 = t(\rho_1)$. Во втором решении второй член в скобках мал, опуская его, имеем

$$\rho a^3 = \frac{3c^2}{4\pi G} b_1, \qquad t > t_1. \tag{19}$$

Сшивая решения (18) и (19) для $\rho = \rho_1$, получаем

$$b_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{8\pi G \rho_1}{3c^2}\right)^{1/4} b^{3/2} = 2.44 \cdot 10^{-13} b^{3/2}. \tag{20}$$

Теперь, используя (18) и (19), можно интегрировать и уравнение (7). Для закрытой модели имеем

$$a(\eta) = b \cdot \sin\eta; \quad t = \frac{b}{c}(1 - \cos\eta), \quad \text{при} \quad \eta < \eta_1, \tag{21}$$

а при $\eta > \eta_1$

$$a(\eta) = b_1\left\{1-\cos\left[\eta-\eta_1+\arccos\left(1-\frac{b}{b_1}\sin\eta_1\right)\right]\right\},$$

$$t = t_1+\frac{b_1}{c}\left\{\eta-\eta_1-2\sin\frac{\eta-\eta_1}{2}\cos\left[\frac{\eta-\eta_1}{2}+\arccos\left(1-\frac{b}{b_1}\sin\eta_1\right)\right]\right\}, \qquad (22)$$

где $\eta_1 = \eta(t_1)$. Во втором случае постоянная интегрирования найдена путем сшивки решений при $\eta = \eta_1$.

В случае открытой модели получается

$$a(\eta) = b\cdot \operatorname{sh}\eta; \quad t = \frac{b}{c}(\operatorname{ch}\eta - 1), \quad \text{при} \quad \eta < \eta_1, \qquad (23)$$

и

$$a(\eta) = b_1\left\{\operatorname{ch}\left[\eta-\eta_1+\operatorname{Arch}\left(1+\frac{b}{b_1}\operatorname{sh}\eta_1\right)\right]-1\right\},$$

$$t = t_1+\frac{b_1}{c}\left\{2\operatorname{sh}\frac{\eta-\eta_1}{2}\operatorname{ch}\left[\frac{\eta-\eta_1}{2}+\operatorname{Arch}\left(1+\frac{b}{b_1}\operatorname{sh}\eta_1\right)\right]-(\eta-\eta_1)\right\}, \qquad (24)$$

для времен $\eta > \eta_1$.

Наконец, учитывая связь $cdt = ad\eta$ между переменными времени и соотношения (18)-(20), из уравнения (7) для случая плоской модели получаем

$$a(t) = (2cbt)^{1/2} \qquad \text{при} \qquad t < t_1 \qquad (25)$$

и

$$a(t) = \sqrt{2bct_1}\left[1+1.73\cdot10^{-4}\,t_1^{-3/4}(t-t_1)\right]^{2/3}, \quad \text{при} \quad t > t_1, \qquad (26)$$

Чуть позже мы убедимся, что выражения $b\sin\eta_1/b_1$ и $b\operatorname{sh}\eta_1/b_1$ малы по сравнению с единицей. Опуская их, получаем известные решения Фридмана для эпохи $t > t_1$

$$a(\eta) = b_1(1-\cos\eta), \qquad t = \frac{b_1}{c}(\eta - \sin\eta), \qquad \varepsilon = +1; \qquad (27)$$

$$a(\eta) = b_1(\operatorname{ch}\eta - 1), \qquad t = \frac{b_1}{c}(\operatorname{sh}\eta - \eta), \qquad \varepsilon = -1; \qquad (28)$$

$$a(t) = 42.4\sqrt{b}\,t_1^{-3/4}\cdot t^{2/3}, \qquad \varepsilon = 0. \qquad (29)$$

Постоянная b для разных моделей разная. При $\eta \ll 1$ для всех моделей получается следующая важная зависимость плотности массы (обычного и скрытого веществ, излучения и нейтрино) от возраста Вселенной:

$$\rho(t) = \frac{3}{32\pi G t^2} = \frac{4.47 \cdot 10^5}{t^2}. \tag{30}$$

Теперь можно вычислить и время t_1, соответствующее значению плотности ρ_1, приведенное в (14):

$$t_1 \approx 7 \cdot 10^{13} \text{ с}. \tag{31}$$

Из решений (27)-(29) для постоянной Хаббла находим

$$H_0 = \frac{c}{a^2}\frac{da}{d\eta} = \begin{cases} \dfrac{c \sin\eta_0}{b_1(1-\cos\eta_0)^2}, & \varepsilon = +1; \quad (32) \\ \dfrac{c\,\mathrm{sh}\,\eta_0}{b_1(\mathrm{ch}\,\eta_0 - 1)^2}, & \varepsilon = -1; \quad (33) \\ \dfrac{2}{3}\dfrac{1}{t_0}, & \varepsilon = 0, \quad (34) \end{cases}$$

где индекс нуль относится к современной эпохе.

Вычислим также безразмерный параметр плотности. Имея в виду определение (6) и соотношение (19), получаем

$$\Omega_0 = \begin{cases} \dfrac{2}{1+\cos\eta_0}, & \varepsilon = +1, \quad (35) \\ \dfrac{2}{1+\mathrm{ch}\,\eta_0}, & \varepsilon = -1. \quad (36) \end{cases}$$

Для плоской модели $\Omega_0 = 1$.

Используя полученные формулы постоянной Хаббла H_0 и безразмерной плотности Ω_0, можно теперь определить и постоянные интегрирования в решениях Фридмана, конечно, если известно, какая из рассматриваемых моделей соответствует существующей ситуации во Вселенной. Допустим, что во Вселенной количество скрытого вещества заметно меньше наблюдаемого. Тогда, согласно (6), $\Omega_0 = 0.064$, т.е. мы имеем дело с открытой моделью. В соответствии с этим значением безразмерной плотности из (36) находим

$$\eta_0 = 4.1. \tag{37}$$

Подставляя в (33) это значение η_0 и приведенное в (5) значение H_0, получаем

$$b_1 \approx 6.6 \cdot 10^{26} \text{ см}; \qquad b \approx 2 \cdot 10^{26} \text{ см}. \tag{38}$$

Теперь мы можем оценить величину отброшенного выражения $b \operatorname{sh} \eta_1 / b_1$. Учитывая результат (38) и приведенное в (31) значение t_1, из (23) получаем $\eta_1 = 0.151$ и далее $b \operatorname{sh} \eta_1 / b_1 = 0.023$.

Можно попытаться оценить значения постоянных b_1, b и для закрытой модели в случае ее возможной реализации. Так, предполагая количество скрытого вещества в таком количестве, что $\Omega_0 \approx 1.1$, получаем из (35) $\eta_0 \approx 0.613$. Далее, аналогично предыдущему случаю из (32), получаем $b_1 = 3.2 \cdot 10^{29}$ см, $b = 1.2 \cdot 10^{28}$ см.

Ереванский государственный
университет, Армения

ON THE MAIN EVOLUTIONARY STAGES OF MATTER IN THE UNIVERSE. I

G.S.SAHAKIAN

In this part of our work the problem of cosmic matter state equation is discussed and the integration constants in the Friedman solutions are determined.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц*, Теория поля, Наука, М., 1967.
2. *Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц*, Статистическая физика, Наука, М., 1985.