

УДК: 520.827

## ПОКАЗАТЕЛИ ЦВЕТА ВОДОРОДНОГО ГАЗА

А.К.КОЛЕСОВ

Поступила 27 января 1996

Принята к печати 28 февраля 1996

Определены теоретические значения показателей цвета  $U-B$ ,  $B-V$ ,  $V-R$  и  $R-I$  излучения плоского слоя горячего водородного газа при температурах от 10 000 до 100 000 К и при различных оптических толщинах. Рассмотрены два случая: изотермическая среда и слой, одна граничная поверхность нагрета внешним потоком энергии. Принято во внимание диффузное излучение слоя. Приведены таблицы и диаграммы показателей цвета. Обсуждены возможные применения к вспыхивающим звездам и квазарам.

1. *Введение.* В последнее время при изучении различных астрофизических объектов широко используются показатели цвета (вместо употреблявшихся ранее спектрофотометрических температур). Сравнение наблюдаемых и теоретических показателей цвета позволяет судить о физических условиях в излучающей области данного объекта. Так как водород является самым распространенным элементом во Вселенной, то целесообразно вычислить теоретические значения показателей цвета водородного газа. Ранее такие вычисления были сделаны для некоторых частных случаев: в работах [1-3] для применения к вспыхивающим звездам, в работах [4,5] для применения к квазарам и др. В настоящей работе выполнены подробные вычисления теоретических показателей цвета горячего водородного газа (при температурах от 10 000 до 100 000 К) при различных оптических толщинах излучающего слоя.

2. *Основные формулы.* Как известно, показатели цвета характеризуют отношение интенсивностей излучения, пропускаемого определенными светофильтрами. Мы примем пятицветную фотометрическую систему  $UBVRI$ , в которой эффективные длины волн полос пропускания фильтров равны, соответственно, 0,36, 0,44, 0,55, 0,70 и 0,88 мкм.

Выражения показателей цвета через интенсивности излучения даны в работе [6]. Для показателя цвета  $U-B$  имеем

$$U - B = -2.5 \lg \frac{I_U}{I_B} - 0.54, \quad (1)$$

где  $I_U$  и  $I_B$  - интенсивности излучения, соответственно, в полосах  $U$  и  $B$ . Аналогичные формулы служат и для вычисления показателей цвета  $B-V$ ,  $V-R$ ,  $R-I$  со свободными членами, равными, соответственно, 0.66, 0.87, 0.81.

При теоретическом определении показателей цвета будем считать, что излучающий объект представляет собой плоский однородный слой газа толщины  $z_0$ . Процессы истинного поглощения и излучения света в непрерывном спектре будем характеризовать, соответственно, коэффициентами  $\alpha_\nu$  и  $\epsilon_\nu$ . Тогда интенсивность излучения частоты  $\nu$ , выходящего из слоя через граничную поверхность  $z=0$ , будет даваться формулой

$$I_\nu(0, \eta) = \int_0^{z_0} \epsilon_\nu e^{-\frac{\alpha_\nu z}{\eta}} \frac{dz}{\eta}, \quad (2)$$

где  $\eta$  - косинус угла выхода излучения наружу. Аналогичную формулу можно написать и для интенсивности излучения, выходящего из слоя через поверхность  $z=z_0$ .

При бoльшмановском распределении атомов по состояниям  $\epsilon_\nu/\alpha_\nu = B_\nu(T)$ , где  $B_\nu(T)$  - функция Планка, зависящая от частоты  $\nu$  и температуры  $T$ . В этом случае интенсивности излучения, выходящего через указанные граничные поверхности, записываются в виде

$$I_\nu(0, \eta) = \int_0^{\tau_\nu^0} B_\nu(T) e^{-\frac{\tau_\nu}{\eta}} \frac{d\tau_\nu}{\eta}, \quad (3)$$

$$I_\nu(\tau_\nu^0, \eta) = \int_0^{\tau_\nu^0} B_\nu(T) e^{-\frac{\tau_\nu - \tau_\nu^0}{\eta}} \frac{d\tau_\nu}{\eta}, \quad (4)$$

где  $\tau_\nu = \alpha_\nu z$  - оптическая глубина точек слоя в частоте  $\nu$ , а  $\tau_\nu^0 = \alpha_\nu z_0$  - соответствующая оптическая толщина этого слоя.

Принимая, что основной вклад в поглощение света в непрерывном спектре вносят атомы водорода, для коэффициента поглощения  $\alpha_\nu$  имеем формулу

$$\alpha_\nu = \frac{A(T)}{\nu^3} \left( 1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}} \right), \quad (5)$$

где  $A(T)$  - известная функция температуры  $T$  (см. [7]).

При переходе через границы спектральных серий эта величина меняется скачкообразно.

3. *Случай постоянной температуры.* В простейшем случае, когда среда изотермична, а величина  $\alpha_\nu$  не зависит от оптической глубины, формулы (3) и (4) дают, что  $I_\nu(0, \eta) = I_\nu(\tau_\nu^0, \eta) = I_\nu(\eta)$ , где

$$I_\nu(\eta) = B_\nu(T) \left( 1 - e^{-\frac{\eta}{\tau_\nu^0}} \right) \quad (6)$$

Из формулы (6) видно, что в случае  $\tau_\nu^0 \gg 1$  интенсивность излучения становится планковской, т.е.  $I_\nu(\eta) = B_\nu(T)$ , а в случае  $\tau_\nu^0 \ll 1$  имеем  $I_\nu(\eta) = \alpha_\nu \varepsilon_\nu / \eta$ .

Показатели цвета, при вычислении которых используются определяемые формулой (6) величины  $I_\nu(\eta)$  в полосах пропускания фильтров, являются функциями температуры  $T$  и отношения  $\alpha_\nu z_\nu / \eta$ . Вместо геометрической толщины  $z_\nu$  мы будем использовать оптическую толщину  $\tau_\nu^0 = \alpha_\nu z_\nu$  в частоте, соответствующей эффективной длине волны  $\lambda_\nu = 0.55 \mu\text{м}$  полосы пропускания  $V$ . Тогда для любой частоты  $\nu$  оптическая толщина

$$\text{слоя будет равна } \tau_\nu^0 = \frac{\alpha_\nu}{\alpha_\nu} \tau_\nu^0.$$

Значения показателей цвета для рассматриваемого здесь излучающего изотермического плоского слоя водорода рассчитаны при различных значениях  $T$  и  $\tau_\nu^0 / \eta$  по формулам (1) и (6), а также по формулам, аналогичным (1). Результаты этих расчетов представлены в табл. 1.

Из этой таблицы видно, что показатели цвета  $B-V$  и  $V-R$  уменьшаются с ростом  $T$  и  $\tau_\nu^0 / \eta$ . Зависимость же величин  $U-B$  и  $R-I$  от указанных переменных носит более сложный характер. Это определяется в значительной степени влиянием бальмеровского скачка на значения  $U-B$  и пашеновского на  $R-I$ .

Так как при больших значениях  $\tau_\nu^0$  интенсивность излучения  $I_\nu(\eta)$  близка к планковской интенсивности  $B_\nu(T)$ , то скачки у пределов серий слабо влияют на показатели цвета. Роль скачков возрастает с уменьшением  $\tau_\nu^0$  и при  $\tau_\nu^0 \ll 1$ , когда  $I_\nu(\eta) \propto \alpha_\nu B_\nu(T)$ , она становится очень большой (особенно при малых температурах).

При исследовании показателей цвета различных астрофизических объектов часто используется диаграмма  $U-B, B-V$ . Такая диаграмма,

Таблица 1

ПОКАЗАТЕЛИ ЦВЕТА ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛОСКОГО  
ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО СЛОЯ ВОДОРОДНОГО ГАЗА

$T(k)$	$\tau_p^0/\eta$	$U-V$	$B-V$	$V-R$	$R-I$
10 000	0.0	-2.85	0.88	0.95	-0.35
	0.5	-1.87	0.77	0.74	-0.20
	1.0	-1.39	0.65	0.55	-0.08
	2.0	-1.01	0.49	0.38	0.04
	$\infty$	-0.82	0.20	0.24	0.11
20 000	0.0	-1.84	0.53	0.65	0.02
	0.5	-1.64	0.43	0.47	-0.01
	1.0	-1.49	0.31	0.30	-0.03
	2.0	-1.30	0.16	0.14	-0.05
	$\infty$	-1.17	-0.09	0.01	-0.05
50 000	0.0	-1.22	0.32	0.47	0.27
	0.5	-1.23	0.23	0.33	0.10
	1.0	-1.23	0.14	0.18	-0.10
	2.0	-1.25	0.00	0.02	-0.11
	$\infty$	-1.34	-0.24	-0.10	-0.14
100 000	0.0	-1.02	0.24	0.41	0.36
	0.5	-1.07	0.18	0.29	0.12
	1.0	-1.10	0.10	0.15	-0.02
	2.0	-1.17	-0.04	-0.01	-0.13
	$\infty$	-1.38	-0.28	-0.13	-0.16

иллюстрирующая результаты расчетов показателей цвета излучения плоского слоя водородного газа при разных значениях  $T$  и  $\tau_p^0/\eta$ , дана на рис. 1. Жирные сплошные линии на этом рисунке соответствуют предельным случаям  $\tau_p^0/\eta \rightarrow \infty$  (случай планковского излучения) и  $\tau_p^0/\eta \rightarrow 0$  (случай прозрачного водородного газа). Отмечены точки, получающиеся при некоторых значениях температуры (измеряемой в тысячах градусах Кельвина). Тонкие сплошные линии соответствуют одной и той же температуре и различным значениям  $\tau_p^0/\eta$  (отмечены  $\tau_p^0/\eta = 0.5, 1$  и  $2$ ).

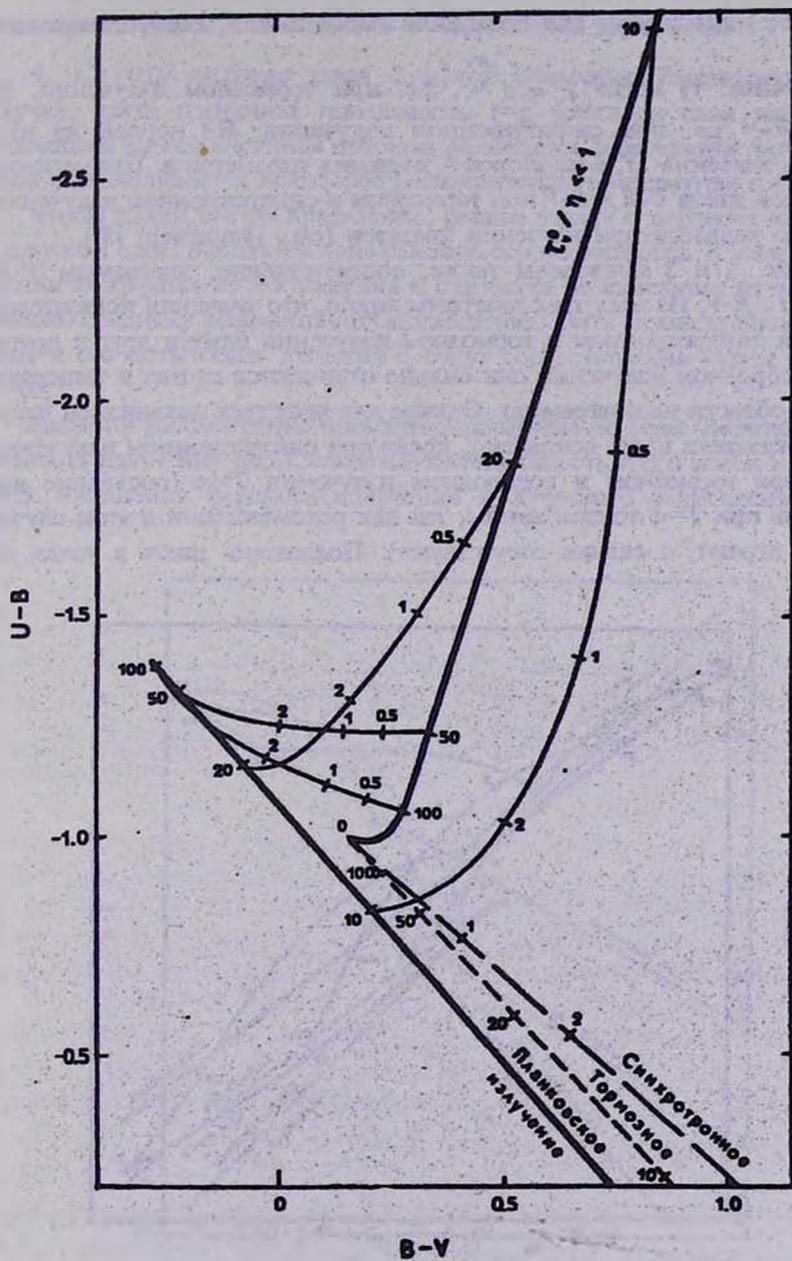


Рис. 1. Диаграмма  $U-B, B-V$ .



совпадения равны  $U-B=-0.98$ ,  $B-V=0.17$ ,  $V-R=0.35$ ,  $R-I=0.31$ .

4. *Случай нагрева слоя с одной стороны.* Рассмотрим теперь случай, когда граничная поверхность  $z=z_0$  плоского слоя нагревается падающим на нее внешним потоком  $H_0$  энергии, в результате чего внутри слоя устанавливается некоторое распределение температуры с глубиной.

Чтобы найти это распределение, решим задачу о переносе излучения в плоском слое, используя приближение серого вещества. В этом приближении коэффициент поглощения  $\alpha$  считается независимым от частоты и равным среднему коэффициенту поглощения. Оптическая глубина  $\tau$  точек слоя и его оптическая толщина  $\tau_0$  будут соответственно равны  $\tau = \alpha z$  и  $\tau_0 = \alpha z_0$ .

Введем в рассмотрение проинтегрированные по всем частотам интенсивность излучения  $I(\tau, \eta)$ , среднюю интенсивность  $J(\tau)$  и поток излучения  $H(\tau)$ . Уравнения переноса излучения и лучистого равновесия в этом

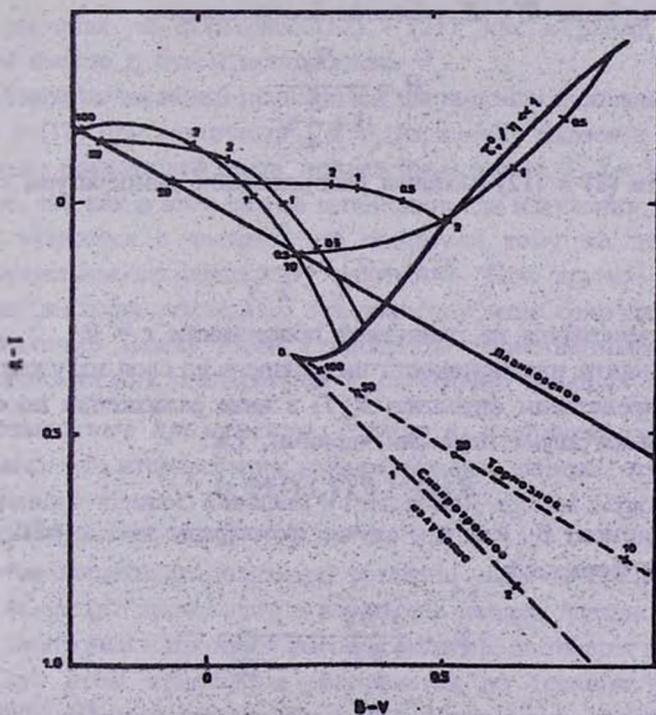


Рис. 3. Диаграмма R-I, B-V.

случае записываются в виде

$$\eta \frac{dI(\tau, \eta)}{d\tau} = I(\tau, \eta) - J(\tau), \quad (7)$$

$$J(\tau) = B(\tau) = \frac{\sigma}{\pi} T^4, \quad (8)$$

где  $\sigma$  - постоянная Стефана - Больцмана, а для граничных условий имеем

$$H(0) = 2\pi J(0), \quad (9)$$

$$H(\tau_0) = 2H_0 - 2\pi J(\tau_0). \quad (10)$$

Решение уравнений (7) и (8) методом Эддингтона при граничных условиях (9) и (10) даст

$$H(\tau) = H = \text{const}, \quad (11)$$

$$B(\tau) = J(\tau) = \frac{H}{2\pi} \left( 1 + \frac{3}{2} \tau \right), \quad (12)$$

причем величины  $H$  и  $H_0$  связаны соотношением

$$H = \frac{H_0}{1 + \frac{3}{4} \tau_0}. \quad (13)$$

Из равенств (8) и (12) находим распределение температуры с глубиной

$$T(\tau) = T_0 \left( 1 + \frac{3}{2} \tau \right)^{\frac{1}{4}}, \quad (14)$$

где  $T_0$  - температура на граничной поверхности  $z = 0$ .

Чтобы найти интенсивности выходящего из слоя излучения, предварительно представим функцию  $B_\nu(T)$  в виде разложения по степеням  $\tau$  и ограничимся двумя первыми членами, т.е.

$$B_\nu(T) = B_\nu(T_0) (1 + \beta_\nu \tau), \quad (15)$$

где коэффициент  $\beta_\nu$ , как и в случае фотосферы звезды (см., например, [7]), дается формулой

$$\beta_\nu = \frac{3}{8} \frac{h\nu}{kT_0} \frac{1}{1 - e^{-\frac{h\nu}{kT_0}}}. \quad (16)$$

Подстановка выражения (15) в (3) и (4) приводит к следующим формулам для интенсивностей:

$$\frac{I_v(0, \eta)}{B_v(T_0)} = 1 + \beta_v \frac{\alpha}{\alpha_v} \eta - \left( 1 + \beta_v \frac{\alpha}{\alpha_v} \eta + \beta_v \tau_0 \right) e^{-\frac{\tau_v^0}{\eta}}, \quad (17)$$

$$\frac{I_v(\tau_v^0, \eta)}{B_v(T_0)} = 1 + \beta_v \tau_0 - \beta_v \frac{\alpha}{\alpha_v} \eta - \left( 1 - \beta_v \frac{\alpha}{\alpha_v} \eta \right) e^{-\frac{\tau_v^0}{\eta}}. \quad (18)$$

Из (17) и (18) следует, что при  $\tau_v^0/\eta \gg 1$

$$I_v(0, \eta) = B_v(T_0) \left( 1 + \beta_v \frac{\alpha}{\alpha_v} \eta \right), \quad (19)$$

$$I_v(\tau_v^0, \eta) = B_v(T_0) (1 + \beta_v \tau_0), \quad (20)$$

а при  $\tau_v^0/\eta \ll 1$

$$I_v(0, \eta) = I_v(\tau_v^0, \eta) = B_v(T_0) \frac{\tau_v^0}{\eta}. \quad (21)$$

При расчетах по формулам (17) - (21), как и ранее, в качестве параметра вместо  $z_0$  будем использовать  $\tau_v^0$ .

Результаты вычислений показателей цвета с использованием выражений (17) и (18) при различных  $T$  и  $\tau_v^0$  (при  $\eta=1$ ) даются в табл. 2 и 3.

Значения показателей цвета, приведенные в табл. 1, 2 и 3, при  $\tau_v^0 \ll 1$  совпадают, так как в этом случае интенсивности излучения, выходящего из слоя, меняются с частотой по одному и тому же закону - они пропорциональны коэффициенту излучения. При других  $\tau_v^0$  в случае достаточно высоких температур эти значения мало отличаются друг от друга. Различие между ними становится существенным лишь при относительно низких температурах и достаточно больших  $\tau_v^0$ .

**5. Возможные применения.** Результаты настоящей работы можно использовать при интерпретации наблюдательных данных, относящихся к вспышкающим звездам, квазарам и некоторым другим астрофизическим объектам.

В случае вспышкающих звезд, согласно работам [2,3], увеличение светимости звезды происходит в результате нагрева звездного вещества потоком электронов и протонов высоких энергий, падающих на атмосферу извне. При этом атмосфера нагревается до температур порядка 5000-10 000 К. Показатели цвета при таких температурах рассчитывались ранее в работах [1-3,9,10] при учете излучения как водородных атомов,

Таблица 2

ПОКАЗАТЕЛИ ЦВЕТА ИЗЛУЧЕНИЯ, ПРОПУЩЕННОГО  
ПЛОСКИМ СЛОЕМ ВОДОРОДНОГО ГАЗА (ПРИ  $\eta=1$ )

$T(k)$	$\tau_r$	$U-B$	$B-V$	$V-R$	$R-I$
10 000	0.0	-2.85	0.88	0.95	-0.35
	0.5	-2.10	0.68	0.64	-0.26
	1.0	-1.45	0.41	0.31	-0.10
	2.0	-0.95	0.00	-0.12	0.23
	$\infty$	-0.85	-0.62	-0.54	0.37
20 000	0.0	-1.84	0.53	0.65	0.02
	0.5	-1.75	0.38	0.43	-0.02
	1.0	-1.64	0.22	0.19	-0.07
	2.0	-1.41	-0.02	-0.09	-0.11
	$\infty$	-0.78	-0.63	-0.41	-0.13
50 000	0.0	-1.22	0.32	0.47	0.27
	0.5	-1.25	0.23	0.13	0.09
	1.0	-1.34	0.12	-0.03	-0.07
	2.0	-1.47	-0.02	-0.09	-0.13
	$\infty$	-1.53	-0.32	-0.14	-0.18
100 000	0.0	-1.02	0.24	0.41	0.36
	0.5	-1.13	0.19	0.30	0.13
	1.0	-1.24	0.10	0.16	-0.02
	2.0	-1.32	-0.04	-0.01	-0.13
	$\infty$	-1.39	-0.29	-0.13	-0.16

так и отрицательных ионов водорода. Приведенные в табл. 3 показатели цвета относятся к наиболее сильным вспышкам (с температурами порядка 10 000 К).

Показатели цвета, найденные при более высоких температурах, могут быть использованы при изучении газовых облаков, которые, по современным представлениям (см., например, [11,12]), находятся во внешних областях квазара и светятся под действием излучения, поступающего из его центральной области. При этом одни облака обращены к наблюдателю нагретой стороной, а другие - ненагретой.

Таблица 3

ПОКАЗАТЕЛИ ЦВЕТА ИЗЛУЧЕНИЯ, ОТРАЖЕННОГО  
ПЛОСКИМ СЛОЕМ ВОДОРОДНОГО ГАЗА (ПРИ  $\eta=1$ )

$\tau(k)$	$\tau_r$	U-B	B-V	V-R	R-I
10 000	0.0	-2.85	0.88	0.95	-0.35
	0.5	-2.62	0.69	0.68	-0.30
	1.0	-2.12	0.53	0.49	-0.25
	2.0	-1.66	0.41	0.34	-0.20
	$\infty$	-1.02	0.00	0.05	-0.05
20 000	0.0	-1.84	0.53	0.65	0.02
	0.5	-1.79	0.38	0.43	-0.02
	1.0	-1.69	0.22	0.30	-0.07
	2.0	-1.54	0.01	0.15	-0.10
	$\infty$	-1.31	-0.23	-0.11	-0.15
50 000	0.0	-1.22	0.32	0.47	0.27
	0.5	-1.24	0.23	0.34	0.10
	1.0	-1.28	0.10	0.20	-0.02
	2.0	-1.34	-0.16	0.05	-0.11
	$\infty$	-1.41	-0.30	-0.16	-0.18
100 000	0.0	-1.02	0.24	0.41	0.36
	0.5	-1.05	0.19	0.30	0.13
	1.0	-1.10	0.10	0.16	-0.02
	2.0	-1.17	-0.18	0.00	-0.13
	$\infty$	-1.42	-0.21	-0.16	-0.18

Однако при рассмотрении квазаров следует учитывать, что вследствие их удаления от нас истинная частота излучения больше наблюдаемой частоты, причем сдвиг по частоте возрастает с увеличением расстояния до квазаров.

Недавно в работе [13] для квазаров, находящихся на разных расстояниях, определены теоретические показатели цвета, обусловленные излучением горячего водородного газа и некоторым дополнительным излучением. Из сравнения теории с наблюдениями был сделан вывод,

что водородное излучение составляет значительную долю общего излучения квазаров.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 93-02-02957).

Санкт-Петербургский государственный университет, Россия

## COLOUR INDICES OF THE HYDROGEN GAS

A. K. KOLESOV

Theoretical colour indices  $U-B$ ,  $B-V$ ,  $V-R$  and  $R-I$  have been calculated for radiation of a hydrogen gas plane layer with temperatures from 10 000 to 100 000 K and various values of the optical thickness. The cases of an isothermal medium and of a plane layer with boundary surface heated by an outer energy flux have been considered. Diffuse radiation of the layer has been taken into account. Tables and two-colour diagrams have been presented. Some possible applications of the results to the cases of flare stars and quasars have been discussed.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.П.Гринин, В.В.Соболев, *Астрофизика*, 13, 587, 1977.
2. В.П.Гринин, В.В.Соболев, *Астрофизика*, 31, 527, 1989.
3. В.П.Гринин, В.М.Лоскутов, В.В.Соболев, *Астрон. ж.*, 70, 350, 1993.
4. T.A. Matthews, A.R. Sandage, *Astrophys. J.*, 138, 30, 1963.
5. A. Sandage, *Astrophys. J.*, 141, 1560, 1965.
6. H.L. Johnson, *Comm. Lunar and Planetary Laboratory, Univ. Arizona, USA*, 3, 73, 1965.
7. В.В.Соболев, *Курс теоретической астрофизики*, Наука, М., 1985.
8. Дж.Бербидж, М.Бербидж, *Квазары*, Мир, М., 1969.
9. Н.Х.Маникулов, *Изв. Крымской обсерв.*, 76, 43, 1987.
10. Т.С.Белякина, Н.Х.Маникулов, *Изв. Крымской обсерв.*, 76, 51, 1987.
11. M.J. Rees, H. Netzer, G.J. Ferland, *Astrophys. J.*, 347, 640, 1989.
12. A.M. Dumont, S. Collin-Souffrin, *Astron. Astrophys.*, 229, 302, 1990.
13. В.В.Соболев, А.К.Колесов, *Докл. РАН (в печати)*.