ВОПРОСЫ ФИЗИКИ

АРАГАЦ

НОР-АМБЕРД

ՍՍՌՄ ՄԻՆԻՍՏՐՆԵՐԻ ՍՈՎԵՏԻ ԱՏՈՄԱՅԻՆ ԷՆԵՐԳԻԱՅԻ ՕԳՏԱԳՈՐԾՄԱՆ ՊԵՏԱԿԱՆ ԿՈՄԻՏԵ

ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ

ՏԱՐՐԱԿԱՆ ՄԱՍՆԻԿՆԵՐԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ՀԱՐՑԵՐԸ

Դասախոսություններ կարդացված տեսական և էքսպերիմենտալ ֆիզիկայի գարնանային դպրոցի երկրորդ սեսիայում Նոր-Համբերդ, 27 մարտի—6 ապրիլի, 1962 թ.

ՍՍՌՄ ԳԱ թղթակից անդամ Ա. Ի. ԱԼԻԽԱՆՅԱՆԻ ընդհանուր խմբագրությամբ

ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՌ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՀՐԱՏԱՐԱԿՉՈՒԹՅՈՒՆ

ԵՐԵՎԱՆ 1962

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СОВЕТА МИНИСТРОВ СССР
ПО ИСПОЛЬЗОВАНИЮ АТОМНОЙ ЭНЕРГИИ
ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

530.146
В 748

ВОПРОСЫ ФИЗИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Лекции, прочитанные на второй сессии весенней школы теоретической и экспериментальной физики Нор-Амберд, 27 марта—6 апреля 1962 года

Под общей редакцией чл.-корр. АН СССР А. И. АЛИХАНЯНА

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
ЕРЕВАН 1962

Печатается по постановлению
Редакционно-издательского совета
Академии наук Армянской ССР

Сборник содержит подробный разбор экспериментальных исследований новых «элементарных частиц»-резонансов и методов теоретической обработки опытных данных, которые в совокупности позволяют получить сведения о важнейших характеристиках резонансов.

Рассмотрены также новейшие данные по асимптотическому поведению сечений при больших энергиях.

В лекциях по слабым взаимодействиям содержатся последние экспериментальные данные, касающиеся μ-мезонов, а также различные вопросы физики нейтрино.

Последний раздел сборника посвящен электромагнитным взаимодействиям, будущим экспериментам на встречных пучках и положению дел в технике накопления электронов и позитронов в настоящее время.

Книга предназначена для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов физических факультетов.

А. И. АЛИХАНЯН

ОТКРЫТИЕ ВТОРОЙ СЕССИИ ШКОЛЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ

Открывая настоящую сессию, я хочу прежде всего от имени ректората поблагодарить лекторов, которые взяли на себя труд подготовить лекции и представить их секретариату в таком виде, который даст нам уверенность в выпуске второго сборника Нор-Амбердской весенней школы физики в ближайшие месяцы.

Этим в значительной мере решается важнейшая цель школы — быстро и оперативно распространить физические новости в систематизированном и по возможности критически осмысленном виде.

Программа настоящей сессии школы очень насыщена. Школа проходит в исключительно интересное время, мы являемся свидетелями широкого размаха экспериментальных и теоретических исследований в области сильных взаимодействий и открытия целой плеяды частиц или, если хотите, „резонансов". За несколько дней до начала наших занятий проф. И. Я. Померанчук сказал: „То, что сейчас происходит в сильных взаимодействиях, начиная от Киевской программы Л. Д. Ландау до резонансов и асимптотики, напоминает обстановку, которая имелась в области слабых взаимодействий после установления несохранения четности".

В предстоящих лекциях содержится подробный разбор экспериментальных исследований резонансов и методов теоретической обработки опытных данных, которые в совокупности позволяют получить сведения о важнейших характеристиках резонансов (спин, изотопический спин, четность, ширина резонанса и т. д.).

Значительное место отводится асимптотике сечений при больших энергиях. Очень важным результатом исследований последнего времени в этой области является возможность увязать асимптотическое поведение амплитуды упругого рассеяния в одном из каналов реакции с резонансами и связанными состояниями в другом канале той же реакции. Об асимптотическом поведении сечений будет сказано в лекциях В. Н. Грибова, благодаря которому, в значительной мере, был достигнут прогресс в этой области.

В лекциях по слабым взаимодействиям будут содержаться новейшие экспериментальные данные, касающиеся μ-мезонов, их рел-

ких распадов, а также последние измерения g-фактора μ-мезона. Будет рассмотрена теоретическая возможность аномальных взаимодействий μ-мезонов, которая не исключается последними экспериментальными данными. Наконец, в разделе слабых взаимодействий мы надеемся из лекций проф. Б. М. Понтекорво получить более полную информацию о нейтрино, чем ту, которую мы уже получили из его блестящей статьи, опубликованной в газете „Известия" несколько дней назад.

Заключительное занятие школы посвящено электромагнитным взаимодействиям, будущим экспериментам на встречных пучках и настоящему положению дел в технике накопления электронов и позитронов. Этот раздел был включен ректоратом в программу занятий, учитывая исключительную важность опытов на встречных пучках и специальный интерес к этому вопросу здесь, в Армении, где сооружается электронный кольцевой ускоритель на 6 Бэв.

РАЗДЕЛ I

СИЛЬНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

(РЕЗОНАНСЫ И АСИМПТОТИКА ПРИ БОЛЬШИХ ЭНЕРГИЯХ)

Под редакцией
проф. *С. Я. Никитина* (отв. редактор
по экспериментальным работам)
проф. *К. А. Тер-Мартиросяна* (отв. редактор
по теоретическим работам)
А. Н. Аматуни, Р. О. Шахатуняна,
В. А. Шахбазяна

Л. И. ЛАПИДУС

РЕЗОНАНСНЫЕ СОСТОЯНИЯ СИЛЬНОВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЧАСТИЦ

Введение

Самым значительным достижением физики сильных взаимодействий за последние год-полтора является, пожалуй, обнаружение и исследование свойств значительного числа новых резонансных состояний сильновзаимодействующих частиц, которые по продолжительности своего существования мало отличаются от ряда известных ранее элементарных частиц. В табл. 1 собраны сведения о бозонных и барионных резонансах. В таблицу включены для полноты также и малодостоверные сведения. Таблица составлена по данным, которые были известны к середине марта 1962 года.

Целью лекций школы в ближайшие дни будет рассмотрение разных вопросов физики новых резонансов. Сейчас я хочу начать с краткого обзора экспериментальных данных о резонансах с тем, чтобы продемонстрировать методы, уже применявшиеся для определения таких характеристик, открытых в последнее время резонансов, как их изотопический спин, спин и четность, методы, которые могут оказаться полезными и при дальнейших исследованиях.

НУКЛОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ

Наиболее хорошо и давно известными являются резонансы в системе π-мезон-нуклон. Первый из них с массой 1238 Мэв хорошо изучен как в процессах фоторождения пионов на нуклонах, так и в таких более сложных процессах, как рождение пионов в нуклон-нуклонных соударениях. Его характеристики определены достаточно хорошо. Он представляет классический образец резонанса в упругой области, когда фаза пион-нуклонного рассеяния в состоянии $P_{3/2}$, увеличиваясь от малых значений, проходит через свое максимальное значение, равное 90°.

Если рассмотреть зависимость сечения $\pi^+ - p$ взаимодействия от энергии, то в районе 1900 Мэв можно отметить наличие максимума с шириной около 100 Мэв. Детальные свойства этого максимума не изучены.

Небольшой резонанс в сечении $\pi^+ - p$ - взаимодействия имеется при полной массе около 1650 Мэв в состоянии, характеристиками которого, по-видимому, являются $D_{1/2}$ [1, 2].

Пион-нуклонное взаимодействие в состоянии с изотопическим спином $I = 1/2$ характеризуется двумя ярко выраженными максимумами, которые четко проявляются в пион-нуклонном рассеянии и в процессах фоторождения пионов.

Из результатов изучения угловых распределений реакций фоторождения пионов и измерения поляризации протонов отдачи в реакции фоторождения нейтрального пиона на протонах было установлено, что резонанс при 1210 Мэв имеет место в состоянии $(3/2^-)$.

Резонанс при энергии 1670 Мэв определенно происходит в состоянии с моментом $j = 5/2$, что наиболее четко следует из данных об угловых распределениях фоторождения [3]. Четность этого состояния неизвестна. Данные о рассеянии π^- на нуклонах, по-видимому, указывают на то, что четность этого резонанса положительна [4] (состояние $F_{5/2}$). Некоторые авторы связывают оба последних резонанса с неупругими процессами [5].

Таблица 1

Бозонные резонансы

Резонансы	I-спин	Спин, четность	Масса в Мэв	Полуширина $\Gamma/2$	Продукты распада
ρ	1	1^-	750	50	2π
ω	0	1^-	790	10	3π
ζ	1	1^-	575	35	2π
η	0	1^-, 0^- (?)	546	10	3π
K^*	1/2	1^- (?)	885	8	$K+\pi$
ABC (?)	0	(?)	310		2π

Барионные резонансы

Резонансы	I-спин	Спин, четность	Масса в Мэв	$\Gamma/2$
πN	3/2	$P_{3/2}$	1238	45
πN	3/2	$D_{3/2}$ (?)	1650	
πN	3/2		1900	100
πN	1/2	$3/2^-$	1510	30
πN	1/2	$j = 5/2$ $F_{5/2}$ (?)	1680	50
$K^- p (Y_0^{**})$	0	$j = 3/2$	1525	20
$K^- p$	0	$j \geqslant 3/2$	1815	60
Y_1^*	1	$S_{1/2}$ (?) $P_{3/2}$ (?)	1385	25
Y_0^*	0		1400	10

БОЗОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ

Перейдем теперь к резонансам в системе нескольких пионов. Возможное наличие подобных резонансов впервые было предположено при анализе электромагнитной структуры протонов и нейтронов. Большое значение радиуса, наблюденное для изовекторной ($I = 1$) части аномального магнитного момента нуклона и для изоскалярной ($I = 0$) и изовекторной частей распределения заряда нуклонов трудно понять без гипотезы о пион-пионном резонансе при $I = 1$ и, вероятно, без резонансов в системе из трех пионов.

ρ-мезон

Четкое указание на наличие резонанса в пион-пионной системе получили Эрвин и др. [6] при изучении реакции рождения пар пионов

$$\begin{aligned} \pi^- + p &\to \pi^- + \pi^0 + p \\ &\to \pi^- + \pi^+ + n \end{aligned} \qquad (1)$$

в области импульсов налетающих пионов 1,9 Бэв/с. Экспериментальные данные об этом резонансе (ρ-мезон) подробно излагаются в лекции Я. М. Селектора. Поскольку максимум в энергетическом спектре был найден для $\pi^-\pi^0$- и $\pi^-\pi^+$-пар, резонанс мог иметь место в состоянии с $I = 1$ или $I = 2$. Как бывает часто, довольно надежные указания об изотопическом спине резонанса можно получить из сопоставления вероятностей протекания различных ветвей реакций. Если бы резонанс имел место в состоянии с $I = 2$, отношение выходов $(\pi^-\pi^+ n)$- и $(\pi^-\pi^0 p)$ - ветвей должно бы быть равным 2/9, а при преобладании переходов с $I = 1$ это отношение должно быть равным 2. Экспериментально определенное значение равно $1{,}8 \pm 0{,}3$. что приводит к $I = 1$. Другим аргументом за $I = 1$ является тот факт, что при изучении рождения $\pi^+\pi^-$- и $\pi^+\pi^0$- пар в $\pi^+ - p$ -соударениях при 1090 и 1260 Мэв/с [7] пик, соответствующий ρ-мезону, наблюдался лишь для $\pi^+\pi^-$ -пар, но отсутствовал для $\pi^+\pi^+$ - пар.

Зарядовая часть волновой функции двух пионов в состоянии с $I = 1$ антисимметрична при перестановке пионов. Так как полная волновая функция системы из двух пионов должна быть симметрична при перестановке пионов, лишь нечетные значения момента оказываются возможными для этого резонанса. Результаты анализа углового распределения продуктов „распада", происходящего за счет сильного взаимодействия, которые свидетельствуют в пользу значения спина $s_\rho = 1$ для ρ-мезона, приведены в лекции Я. М. Селектора.

ω^0-мезон

Одним из наиболее хорошо изученных бозонных резонансов является так называемый ω^0-мезон — 1^- резонанс системы трех пионов в состоянии с изотопическим спином $I = 0$. К настоящему времени

существование этого резонанса установлено при изучении ряда процессов. Первые экспериментальные данные о ω^0-мезоне были получены Магличем и др. [8] при изучении аннигиляции $p-\bar{p}$-пар на пять пионов. Из того факта, что максимум в распределении по эффективной массе трех пионов M_3

$$M_3^2=(E_1+E_2+E_3)^2-(\vec{p}+\vec{p}_2+\vec{p}_3)^2 \qquad (2)$$

наблюдался лишь для нейтральной системы $\pi^+\pi^-\pi^0$ и отсутствовал для заряженных систем трех пионов следует, что изотопический спин резонанса равен нулю.

Певзнер и др. [9] обнаружили проявление резонанса при изучении реакции

$$\pi^+ + d \to p + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0, \qquad (3)$$

а Ксонг и Линч [10] подтвердили его существование, изучая аннигиляции протон-антипротонных пар на семь пионов.

Перейдем теперь к анализу вопроса о спине и четности ω^0-мезона. Подход, используемый при этом в случае ω^0-мезона, является весьма общим. Вначале используются свойства симметрии волновой функции трех пионов. Зарядовая волновая функция трех пионов в состоянии с $I=0$ обладает симметрией смешанного произведения трех векторов (каждый вектор соответствует волновой функции пиона с $I=1$, а смешанное произведение — единственный скаляр, который можно построить из трех векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$). Но смешанное произведение трех векторов антисимметрично по отношению к перестановке любой пары пионов. Так как полная волновая функция должна быть симметрична при перестановке любой пары пионов, координатная волновая функция трех пионов в состояниях с $I=0$ должна быть совершенно антисиммерична при перестановке координат пар пионов. Отсюда следует ряд строгих заключений, в высшей степени полезных для проведения анализа с целью получения сведений о спине и четности ω^0-мезона.

Остановимся вначале на случае нулевого полного момента $j=0$. Если обозначить через $\vec{p}$ импульс мезона № 1, а через $\vec{q}$ — импульс мезона № 2 в системе покоя мезонов 2 и 3, то наиболее общим видом координатной части волновой функции ω^0-мезона (и, соответственно, амплитуды распада $\omega_0 \to 3\pi$) будет:

$$(\vec{p}\,\vec{q})F[(\vec{p}\,\vec{q})^2]. \qquad (4)$$

Это единственный скаляр, который меняет знак при перестановке частиц 2 и 3 (что соответствует изменению знака импульса $\vec{q}$). Этот вид волновой функции соответствует отрицательной внутренней четности ω^0-мезона (внутренняя четность трех пионов равна -1). Более того, как видно из (4), амплитуда распада обращается в нуль для конфигураций, в которых $E_2=E_3$. Следовательно, на фазовой плоскости плотность случаев должна обращаться в нуль при приближении к ли-

ниям $E_1 = E_2$, $E_2 = E_3$ и $E_3 = E_1$; плотность случаев на единицу фазового объема должна быть особенно низка вблизи симметричной точки с $E_1 = E_2 = E_3$. Экспериментальные данные о распределении по энергиям содержатся в лекции С. Я. Никитина.

Обратимся теперь к случаю ненулевого значения полного момента и рассмотрим симметричную конфигурацию с $E_1 = E_2 = E_3$. Сохранение импульса приводит к тому, что импульсы трех пионов направлены под углом $\frac{2}{3}\pi$ друг к другу (фигура на рис. 1).

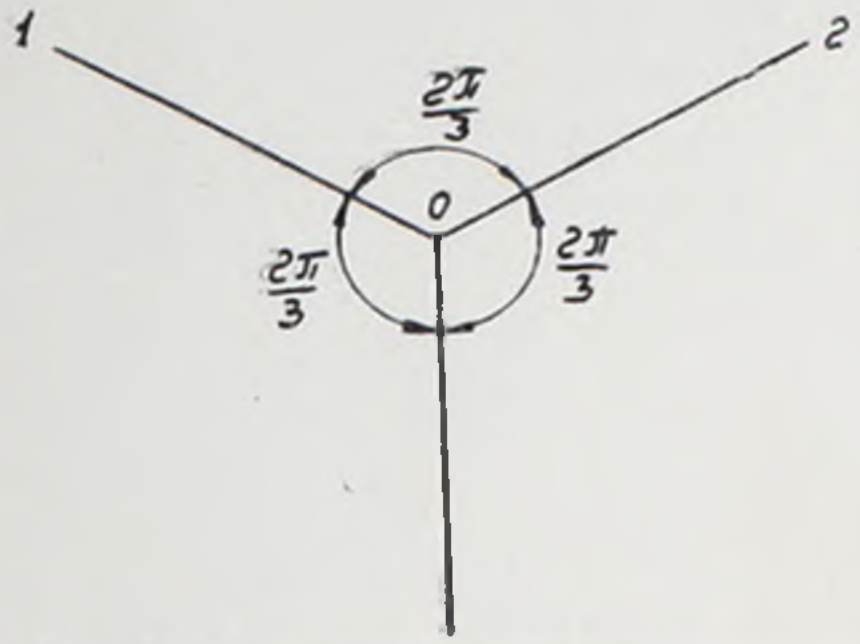


Рис. 1. Начальная конфигурация.

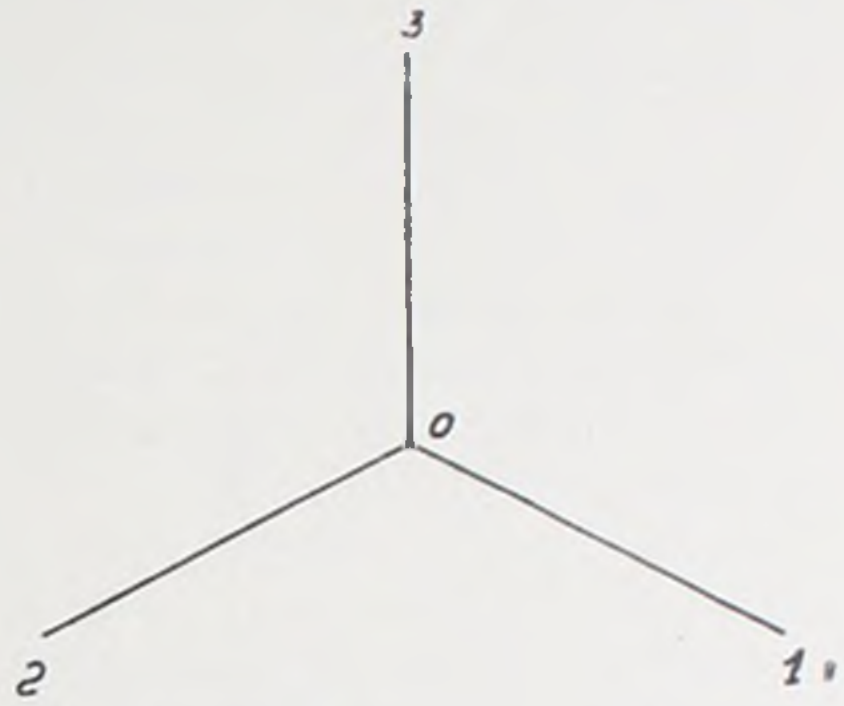


Рис. 2. После отражения.

Рис. 3. После поворота на угол π.

Рассмотрим теперь операцию $R_3 = R\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ вращения конфигурации, изображенной на рис. 1, на угол $2\pi/3$, вокруг оси, проходящей перпендикулярно к плоскости рисунка через точку 0. Получаемая при этом конфигурация $(1 \to 2 \to 3 \to 1)$ может быть получена двумя перестановками пар пионов $(1 \to 2$, а потом $2 \to 3)$, так что волновая функция остается неизменной. При выборе оси квантования по нормали к плоскости трех пионов это требование означает, что для конфигурации с магнитным квантовым числом m

$$R_3 = R\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \exp(2\pi m i/3) = 1. \qquad (5)$$

Для значений $I < 3$ это соотношение справедливо только при $m = 0$. Следовательно, эта конфигурация имеет место только в состояниях с $m = 0$ при принятом выборе оси квантования.

Отразим теперь конфигурацию в начале координат и повернем результат вокруг оси квантования на угол π. Эти две операции возвращают систему к начальной конфигурации. Их действие на координатную часть волновой функции этой конфигурации сводится к множителю $(-1)^I \varpi R(\pi)$ (ϖ — четность ω_0-мезона), который сводится к $\varpi (-1)^3$, так как $R(\pi) = 1$ для $m = 0$. Если этот множитель равен -1, то волновая функция должна обратиться в нуль, так как она должна иметь единственное значение для данной конфигурации. Отсюда вытекает тот важный результат, что если четность ω^0-мезона (при значениях спина $I < 3$) равна $+1$, амплитуда распада с необходимостью обращается в нуль для симметричной конфигурации с $E_1 = E_2 = E_3$.

Для получения заключений о возможных значениях спина I рассмотрим результат вращения конфигурации на угол π вокруг оси 0—3, проходящей в плоскости рис. 1. Этой операции соответствует оператор $\exp(i\pi I_y)$, действие которого на состояние с $m = 0$ сводится к умножению волновой функции на $(-1)^I$. Операция перестановки пионов $1 \to 2$ приводит конфигурацию к начальному виду. Комбинация обоих операций умножает волновую функцию на $(-1)^I$, так что, если спин I четен и меньше 3, амплитуда распада обращается в нуль для симметричной конфигурации.

Эти заключения приводят к выводу о том, что при ограничении значениями $I < 3$ единственными значениями спина и четности ω^0-частицы, для которых амплитуда не исчезает в симметричной точке фазовой диаграммы $E_1 = E_2 = E_3$, является 1^-.

Как подробно изложено в лекции С. Я. Никитина, экспериментальные данные четко свидетельствуют в пользу сгущения случаев вблизи симметричной точки, что говорит о векторном (1^-) характере ω^0-резонанса.

K^*-резонанс

Резонанс в $\bar{K} - \pi$-системе был обнаружен Алстон и др. [11] при изучении реакций

$$\begin{matrix} K^- + p \to K^- + \pi^+ + p \\ \bar{K}^0 + \pi^- + p \end{matrix} \qquad (6)$$

в области импульсов $\bar{K}$-мезонов 1150 Мэв/с. Распределение по полной энергии в системе центра масс $\bar{K}^0 - \pi^-$-системы указывает на четкий пик при значениях массы около 885 Мэв. Аналогичный пик наблюдался для $K^- - \pi^0$-распределения. По отношению выходов двух ветвей распадов (6) в районе максимума можно прийти к заключению о величине изотопического спина резонанса. Отношение выхода $\bar{K}^0 - \pi^-$-системы к выходу $K^- - \pi^0$-системы равно 1/2 для $I = 3/2$ и

равно 2 для $I = 1/2$. Экспериментальное значение $1{,}4 \pm 0{,}4$ говорит в пользу значения $I = 1/2$ для K^*.

Анализ по Адейру (см. ниже) и другие аргументы [12] свидетельствуют в пользу значения полного момента $I = 1$, однако здесь желательны дополнительные эксперименты.

ABC-резонанс

Одним из способов изучения взаимодействия нестабильных частиц друг с другом и экспериментального исследования резонансов в этих системах является изучение энергетических спектров и угловых распределений частиц, образующихся вместе с данной системой. Как теперь хорошо известно, резонансное взаимодействие двух нуклонов в конечном состоянии процесса рождения пионов в нуклон-нуклонных соударениях сильно сказывается на энергетическом спектре образовавшихся пионов и приводит к возникновению дейтронов в реакции

$$p + p \to \mathrm{d} + \pi^+.$$

Пион-пионное взаимодействие может быть, в принципе, изучено при исследовании энергетических спектров ядер отдачи в реакциях вида

$$\pi + \mathrm{d} \to 2\pi + \mathrm{d}, \tag{7}$$

$$p + \mathrm{d} \to \mathrm{He}^3 + \pi^- + \pi^+, \tag{8}$$

$$\to \mathrm{H}^3 + \pi^+ + \pi^+. \tag{9}$$

Экспериментальное исследование спектра ядер He^3 в реакции (9) привело [13] к обнаружению максимума вблизи конца спектра ядер отдачи, который был интерпретирован как пион-пионный резонанс при полной энергии в системе центра масс двух пионов 310 ± 10 Мэв. Пион-пионная система в конечном состоянии реакции (8) находится как в состоянии с изотопическим спином $I = 0$, так и в состоянии с $I = 1$. Поэтому обнаружение пика в спектре He^3 не позволило вначале группе Кроу сделать заключение о величине изотопического спина наблюдавшегося пика. Последующие эксперименты в Дубне (группа Л. М. Сороко) и Беркли (группа Кроу) не обнаружили резонанса в реакции (9), и тем самым резонансу, который обозначен в таблице как ABC-резонанс, был приписан изотопический спин $I = 0$ [14, 15].

В настоящее время не имеется ясности с анализом данных об ABC-резонансе. Попытки связать его с сильным пион-пионным взаимодействием при малых энергиях, по-видимому, встречаются с трудностями.

С другой стороны, есть основания сомневаться в правильности интерпретации полученных экспериментальных данных только как

результата резонанса в системе двух π-мезонов. Не было проведено достаточно основательного учета пион-нуклонного взаимодействия в конечном состоянии.

Другие бозонные резонансы

Сведения о других бозонных резонансах η, ζ менее полны.

η-резонанс наблюдался впервые группой Певзнера и др. [9] при изучении $\pi^+ + d$-взаимодействий при импульсе 1,23 Бэв/с. В спектре эффективной массы трех пионов M_3, помимо максимума, соответствующего ω^0-мезону, наблюдался меньший максимум при $M_3 = 550$ Мэв. В самое последнее время появились новые аргументы за то, что изотопический спин η-мезона равен 0 (см. лекцию С. Я. Никитина).

Указание на существование ζ-мезона было получено французской группой при изучении реакции

$$\pi^- + p \to p + \pi^+ + \pi^-$$

(энергия падающих пионов 820 Мэв).

Указания на наличие φ и ι — резонансов, как отмечается Туаном [16], получены группой Блока и Певзнера при изучении реакций

$$\begin{aligned} \pi^+ + d &\to p + p + \pi^+ + \pi^- \\ \pi^- + d &\to p + p + \pi^- + \pi^- \end{aligned} \qquad (10)$$

В последней реакции пион-пионная система находится в состоянии с изотопическим спином $I_{\pi\pi} = 2$, что и приводит к заключению о значении изотопического спина ι-мезона.

ГИПЕРОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ

Эти резонансы проявляются при изучении взаимодействия в $\pi - \Lambda$-, $\pi - \Sigma$- и $\bar{K} - N$- и $K - N$-системах.

Зависимость полных сечений $K^- - p$- и $K^- - n$- взаимодействия указывает на заметный максимум в сечении $K^- - p$- взаимодействия при 1815 Мэв [17]. Для $K^- - n$-системы, изотопический спин которой равен 1, соответствующего пика не наблюдается. Следовательно, изотопический спин этого резонанса равен 0. По величине максимума можно заключить, что спин резонанса, вероятно, превышает 3/2. Роль неупругих процессов в этой области энергий не изучена, но имеются предположения (см. ниже) о связи этого максимума с порогом (1823 Мэв) реакции

$$\bar{K} + N \to \bar{K}^* + N. \qquad (11)$$

Имеется еще один резонанс в состоянии $K^- - p$-системы с $I \neq 0$ при энергии 1525 Мэв. О нем подробно рассказывает в своей лекции С. Я. Никитин. По данным об угловых распределениях упругого и обменного рассеяния K-мезонов нуклонами и о полном се-

чении поглощения можно прийти к выводу о том, что этому резонансу соответствует состояние $D_{3/2}$.

Два следующих резонанса Y_1^* и Y_0^* расположены ниже порога образования $\bar{K} - N$-системы.

Y_1^*-резонанс. Он был впервые обнаружен при изучении [18] реакции

$$K^- + p \to \Lambda + \pi^+ + \pi^- \qquad (12)$$

в $K^- - p$-соударениях при импульсе в лабораторной системе 1150 Мэв. Распределение случаев реакции (12) на фазовой плоскости показывало два максимума, соответствующих резонансу в $\pi - \Lambda$-системе, появляющейся в промежуточном состоянии следующих двух ступенчатых процессов

$$K^- + p \to \left\{ \begin{matrix} Y_1^{*-} + \pi^+ \\ Y_1^{*} + \pi^- \end{matrix} \right\} \to \Lambda + \pi^+ + \pi^-.$$

Изотопический спин этого резонанса, масса которого составляет 1385 Мэв, очевидно равен 1.

Само существование Y_1^*-резонанса было подтверждено при изучении реакции (12) при 750 Мэв/с и 850 Мэв/с [19]. Оно также наблюдалось в $K_2^0 - p$-соударениях [20]

$$K_2^0 + p \to \left\{ \begin{matrix} Y_1^{*0} + \pi^+ \\ Y_1^{*+} + \pi^0 \end{matrix} \right\} \to \Lambda + \pi^0 + \pi^+, \qquad (13)$$

а также в $K^- - d$-реакции [21]

$$K^- + d \to Y_1^{*-} + p \to \Lambda + \pi^- + p, \qquad (14)$$

и при изучении взаимодействия K^--мезонов с ядрами He^4 [22]:

$$K^- + He^4 \to He^3 + Y_1^{*-} \to He^3 - \Lambda + \pi^-. \qquad (15)$$

С точки зрения интерпретации реакции (12) как двухступенчатого процесса естественно ожидать, что Y_1^*-резонанс будет распадаться на $\pi + \Sigma$ состояния, но распад по этой ветви должен быть мало вероятен. Экспериментально [23] не было найдено указаний на Σ-вид распада Y_1^*, и отношение $R = \dfrac{(\Sigma\pi)}{(\Lambda\pi)}$ оказалось равным $(2 \pm 2)\%$.

При попытках определить спин Y_1^*-резонанса выяснился ряд интересных обстоятельств, могущих оказаться важными и для анализа других резонансов.

Рассмотрим вначале метод определения спинов частиц, предложенный Р. Адейром [24].

АНАЛИЗ ПО АДЕЙРУ

В 1955 году Р. Адейр предложил метод определения спина новых частиц, который приобрел такую большую популярность, что в

настоящее время почти нет работ, посвященных новым частицам или резонансам, в которых не предпринимались бы попытки использовать метод Адейра.

Этот метод основывается на анализе угловых распределений продуктов быстрого распада специальным образом отобранных частиц. Метод Адейра достаточно общий, но для простоты мы начнем с примера реакции

$$\pi^+ + p \to Y_1^* + K^+ \tag{16}$$

и попытаемся показать, каким образом можно, изучая угловые распределения продуктов распада Y_1^*-частиц, летящих вперед (или назад), определить спин $S_{Y_1^*}$-частицы Y_1^*, считая, что спин K-мезона S_K равен нулю*.

Выберем за ось квантования в реакции (16) направление падающего пиона и предположим, что мы отбираем для последующего анализа Y_1^*-частицы, вылетающие вперед (или назад) по направлению падающего пучка пионов. Будем интересоваться распределением продуктов быстрого распада Y_1^* (в системе покая Y_1^*) по углам θ, отсчитываемых от направления падающего пучка пионов.

Покажем, что при такой выборке угловое распределение продуктов распада изотропно, если $S_{Y_1^*} = 1/2$ и неизотропно при $S_{Y_1^*} \geqslant 3/2$.

Действительно, так как выбранное направление оси квантования является единственным, на которое проекция момента орбитального движения равна нулю, закон сохранения проекции полного момента в реакции (16) приводит к тому, что для летящих вперед Y_1^*-частиц**

$$(m_p)_i = m_{Y^*} = \pm \frac{1}{2}.$$

Таким образом мы отобрали пучок частиц, в котором представлены состояния с двумя проекциями спина Y_1^*-частицы, равными $\pm 1/2$. Эти состояния представляют полный набор проекций лишь для случая, когда значение спина Y_1^*-частицы равно $1/2$ и тогда это состояние неполяризовано. Напомним, что по определению неполяризованным

---

* Наиболее сильным аргументом в пользу того, что $S_K = 0$, по-видимому можно считать: а) результаты анализа K-распада; б) тот факт, что поляризация μ^+-мезонов от $K^+ \to \mu^+ + \nu$-распада совпадает с поляризацией μ^+-мезонов от $\pi^+ \to \mu^+ + \nu$-распада (при $S_K \neq 0$ она была бы неполной); в) отсутствие указаний на $K^+ \to \pi^+ + \gamma$-распад.

** Тот факт, что момент орбитального движения не имеет проекции на ось движения, следует прямо из знакомых формул для разложения плоской волны по полиномам Лежандра. При повороте осей и силу формулы сложения для полиномов Лежандра входят шаровые функции и появляются проекции $m \neq 0$. Можно привлечь и классическую аналогию.

состоянием для пучка частиц с произвольным спином является такое состояние, в котором с одинаковым весом представлены все проекции спина. Распад же неполяризованной частицы (в ее системе покоя) является изотропным.

Для значений спина Y_1^*, отличных от 1/2 при такой выборке отбираются особым образом выстроенные Y_1^*-частицы, у которых представлены лишь две проекции спина $\pm 1/2$ из $2S_{Y^*}+1$ для случая произвольного спина S_{Y^*}. Таким образом, мы анализируем здесь распад выстроенных частиц, который характеризуется неизотропным угловым распределением.

Подчеркнем еще раз то обстоятельство, что по самому факту изотропии или неизотропии углового распределения продуктов распада оказывается возможным сделать заключение о том, равен ли спин Y_1^*-частицы 1/2 или он $> 3/2$.

Каждому значению спина, большему чем 1/2, соответствует характерное угловое распределение. Привлечение стандартной техники, использующей разложение амплитуд реакций по моментам, позволяет сказать, что при $S_{Y^*} = 3/2$ угловое распределение должно иметь вид $1/2 + 3/2\cos^2\theta$, а при $S_{Y^*} = 5/2$ должно быть пропорционально $3/4 - 3/2\cos^2\theta + 15/4\cos^4\theta$.

Практически для анализа по Адейру отбираются частицы, вылетающие с малыми углами к направлению падающего пучка. В работе Адейра [24] приведены критерии, по которым можно определять масштаб допустимого для анализа отклонения от нулевого угла. В ряде случаев, как это будет отмечено ниже на примере реакции

$$K^- + p \to Y_1^* + \pi,$$

наличие специфических интерференционных эффектов может сильно искажать предсказания, справедливые для „распада“ изолированной частицы.

Интересной оказывается возможность анализа по Адейру вблизи порога, например с целью получения заключений о возможных значениях спина K^*-резонанса. Пороговый импульс реакции

$$K^- + p \to (\bar{K}^*)^- + p \qquad (17)$$

составляет около 1080 Мэв. Эксперименты проводились при 1150 Мэв, так что можно считать, что экспериментально изучавшееся рождение связано в основном с s-волной. В этом случае орбитальное движение не имеет проекции на произвольную ось и анализ по Адейру может быть проведен в случае рождения под произвольными углами. Для конечного состояния с $l = 0$ закон сохранения проекции момента дает

$$(m_p)_i = m_{\bar{K}^*} + (m_p)_f,$$

так что возможные значения проекции спина $\bar{K}^*$ равны 0 и ± 1. Если спин K^* превышает 1, угловое распределение распада

$$\bar{K}^{*-} \to \bar{K}^0 + \pi^-$$

с необходимостью анизотропно. Для значений $I = 0,1$ возможны изотропные угловые распределения. Эксперименты говорят в пользу изотропии.

Образование и свойства резонансного состояния Y_1^*

Наиболее подробно Y_1^*-резонанс изучался в реакции (12), где он проявляется особенно сильно. Пороговый импульс для образования Y_1^* составляет около 450 Мэв/с. Особенно подробно эта реакция изучалась с K-мезонами, импульс которых составлял 750 и 850 Мэв/с. [19]. При этих энергиях можно ожидать, что первичный пион испускается в состоянии с малым моментом.

Если бы Y_1^* была частицей с долгим временем жизни, можно было бы попытаться определить спин Y_1^* методом Адейра в реакции (12). В действительности время жизни Y_1^* довольно велико, так что среднее расстояние, проходимое первичным пионом (на первой ступени реакции (12)) за среднее время жизни Y_1^* больше $4f$ ($f = 10^{-13}$ *см*), так что разумно ожидать, что два процесса испускания пионов в (12) не интерферируют динамически сильно. Наличие первого пиона в конечном состоянии не сильно изменяет взаимодействие в резонансной $\pi - \Lambda$-системе. Однако из экспериментальных результатов ясно, что Y_1^* не распадается как свободная частица. В лекции Н. В. Чувило будет показано, что угловые распределения продуктов распада Y_1^* при импульсе 850 Мэв/с не обладают симметрией вперед-назад, которая при сохранении четности должна иметь место для распада изолированной частицы.

Эту асимметрию в распаде Y_1^* можно понять как результат интерференции между амплитудами, описывающими две последовательности реакций

$$K^- + p \to \begin{matrix} Y_1^{*+} + \pi^- \\ Y_1^{*-} + \pi^+ \end{matrix} \to \Lambda + \pi^+ + \pi^-, \qquad (18)$$

которые приводят к одинаковым конечным состояниям. Эти интерференционные эффекты особенно велики при 750 и 850 Мэв/с, когда первичный пион и пион распада имеют сравнимые импульсы.

Для того, чтобы подробно рассмотреть соображения симметрии, которые необходимо при этом учитывать, напомним некоторые простые квантово-механические результаты, относящиеся к свойствам симметрии волновых функций системы из двух пионов, а также к описанию конфигурации трех частиц вообще.

Волновая функция системы из двух пионов с учетом зарядовых переменных может быть представлена в виде произведения зарядовой волновой функции $\chi(1, 2)$ на координатную — $R(1, 2)$, поскольку спин пиона равен нулю

$$\Psi(1, 2) = \chi(1, 2) R(1, 2).$$

Общая волновая функция $\Psi(1, 2)$ должна быть (π-мезоны — бозе-частицы) симметрична при перестановке пионов.

Зарядовые волновые функции системы из двух пионов, каждый из которых представляется вектором в изотопическом пространстве, представляют собой скаляр $(\vec{a}\,\vec{b})$, векторное произведение $[\vec{a}\,\vec{b}]$ и симметричный тензор второго ранга для значений изотопического спина $I_{\pi\pi} = 0, 1$ и 2, соответственно. Так как в реакции (18), которую мы будем в основном анализировать, возможно образование $\pi - \pi$-системы лишь в состояниях с $I_{\pi\pi} = 0$ и 1, мы не будем далее рассматривать волновых функций с $I = 2$.

Отметим для дальнейшего свойства симметрии зарядовых волновых функций системы двух пионов по отношению к перестановке пионов. Скалярное произведение ($I_{\pi\pi} = 0$) не изменяется при такой перестановке, а векторное произведение ($I_{\pi\pi} = 1$ — антисимметрично относительно этой операции. Таким образом, общим правилом будет возникновение множителя $(-1)^I$ при перестановке пионов в зарядовой волновой функции двух пионов в состояниях с изотопическим спином I. Отсюда, в частности, следует тот известный результат, что относительные орбитальные моменты нечетны для $I = 1$ и четны для состояний с $I = 0$ (и 2), поскольку только при этом полная волновая функция будет симметрична по отношению к перестановке зарядовых и пространственных характеристик пионов. Это обстоятельство используется, например, при анализе данных о ρ-мезоне. Установление того факта, что изотопический спин ρ-мезона равен 1, ограничивает спин ρ-мезона нечетными значениями.

Обратимся теперь к системе из трех частиц. Как выражается орбитальный угловой момент такой системы и чему равна ее орбитальная четность?

В произвольной системе координат полный угловой момент системы из трех частиц, которые нумеруется как 1, 2 и 3, складывается из трех слагаемых

$$\vec{M} = [\vec{r}_1 \vec{p}_1] + [\vec{r}_2 \vec{p}_2] + [\vec{r}_3 \vec{p}_3].$$

Вместо переменных $\vec{r}_i$, $\vec{p}_i$ удобно ввести другие сопряженные переменные, в качестве которых можно выбрать полный импульс системы $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3$, импульс $\vec{p}_{12}$ относительно движения частиц 1 и 2, $\vec{p}$ — импульс третьей частицы относительно центра тяжести частиц

1 и 2 и сопряженные им координаты $\vec{R}$, $\vec{r}_{12}$ и $\vec{r}$; с их помощью полный момент выразится как

$$\vec{M} = [\vec{R}\vec{P}] + [\vec{r}_{12}\vec{p}_{12}] + [\vec{r}\vec{p}].$$

В системе центра тяжести $\vec{P} = 0$ и полный орбитальный момент складывается из двух моментов, которые мы будем обозначать через l и L. Отметим, что орбитальная четность системы трех частиц дается тогда множителем $(-1)^{l+L}$.

Перейдем теперь к рассмотрению свойств симметрии конечного состояния реакции (18) по отношению к перестановке пионов. Используемый здесь метод является общим и часто применяется и для других случаев. Энергетические спектры пионов в реакции (18) удобно представить на фазовой плоскости, схематически изображенной на рис. 4. По осям отложены значения кинетической энергии положительного (T_+) и отрицательного (T_-) пионов в системе центра масс (с. ц. м.). Каждому случаю реакции соответствует точка внутри очерченной области, границы которой определяются законами сохранения. На биссектрисе, например, располагаются случаи, с равными энергиями пионов.

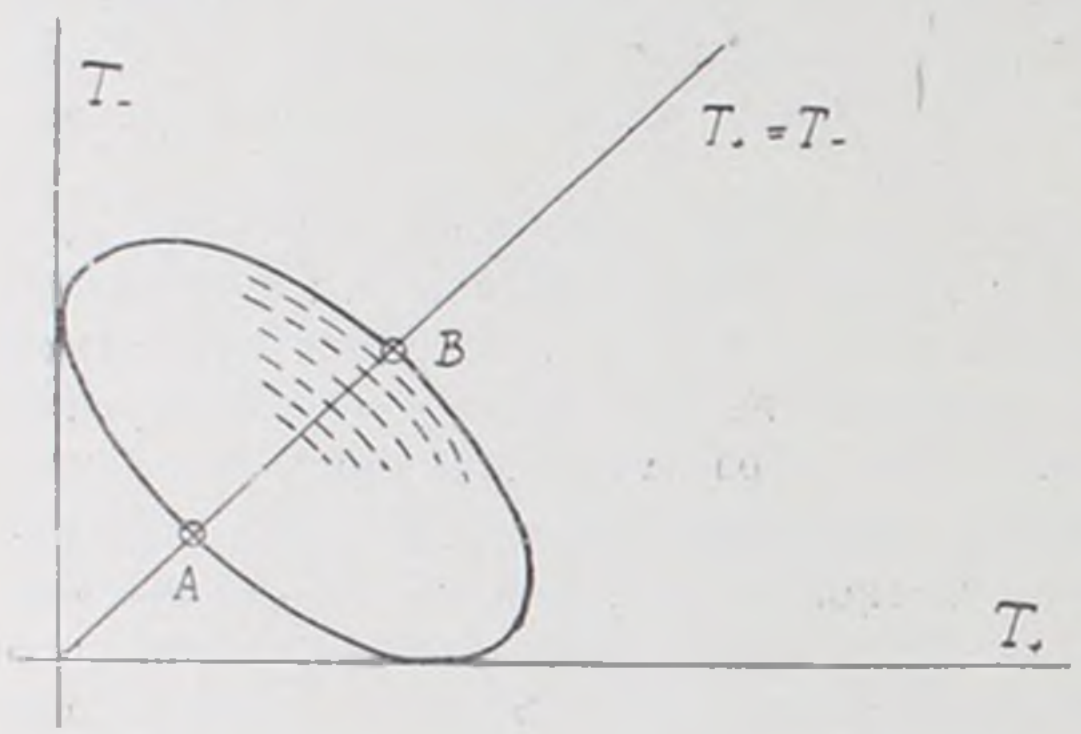


Рис. 4.

Для получения общих заключений о том, какие значения изотопического спина и угловых моментов l и L допустимы в конечном состоянии, рассмотрим более подробно две удобные конфигурации, которые соответствуют точкам A и B на рис. 4. В конфигурации A оба пиона имеют равные и одинаково направленные импульсы, а отдача Λ-частицы максимальна (рис. 5).

В конфигурации B Λ-частица покоится, а пионы имеют равные и противоположно направленные импульсы (рис. 6).

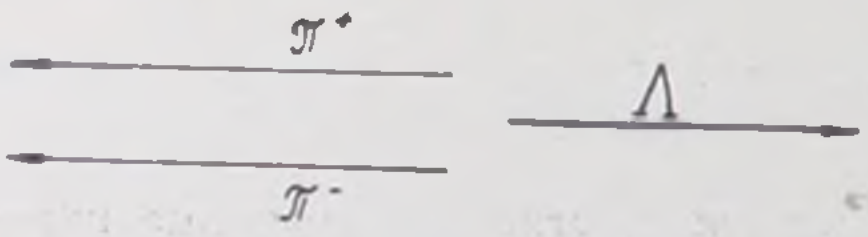


Рис. 5.

Рис. 6.

В этой конфигурации амплитуда, описывающая такую последовательность, когда вначале образуется π^- (π^+ является продуктом распада частицы), получается из амплитуды, описывающей обратную по-

следовательность (сначала π^+, а потом π^-), перестановкой зарядовых состояний пионов с последующим отражением пространственных осей, что приводит импульсы π^+ и π^- к начальной конфигурации.

Как было объяснено выше, для состояния с полным изотопическим спином I первая операция дает множитель $(-1)^I$, а вторая операция множитель $(-1)^{L+I}$. Комбинация обеих операций воспроизводит начальную амплитуду, умноженную на $(-1)^{I+L+I}$. Однако для данной пространственной конфигурации матричный элемент единственен, и если $I+L+I$ нечетно, то матричный элемент должен обращаться в нуль около конфигурации B. При $I+L+I$ четном на фазовой плоскости около точки B должно наблюдаться сгущение. Как видно из экспериментальных данных, приведенных в лекции И. В. Чувило, в области импульсов налетающих K-мезонов 850 Мэв/с около конфигурации B действительно наблюдается сгущение. Таким образом, из экспериментальных данных можно заключить, что в означенной области энергий реакция (18) протекает при четном значении $I+L+I$.

Экспериментальные данные о рождении Y_1^*-частиц в реакции с нейтральными K-мезонами

$$K_2^0 + p \to \Lambda + \pi^+ + \pi^0 \tag{19}$$

указывают на преобладание образования Y_1^*-частиц в состоянии с $I=1$. Это состояние является единственно возможным для реакции (19). К аналогичному заключению можно прийти при анализе реакции (18) в конфигурации A, который будет воспроизведен ниже.

Если в реакции (18) преобладающим является взаимодействие в состоянии с $I=1$, то возможны лишь такие состояния трех частиц в конечном состоянии реакции (18), для которых

$$L+I=2k+1, \text{ где } k=0,\ 1\cdots$$

Таким образом, $\pi-\Lambda$-резонанс в состоянии $S_{1/2}$ (т. е. с $L=0$) требует p-волны (т. е. $I=1$) для состояния пиона, появившегося на первой стадии реакции, а $P_{1/2}$ или $P_{3/2}$ $\pi-\Lambda$-резонанс ($L=1$) требует s (или d)-волну для первичного пиона ($I=0$ или $I=1$).

Если учесть свойства симметрии волновой функции по отношению к перестановке пионов, о которой говорилось ниже (свойства симметрии не меняются от добавления частицы с изотопическим спином 0), то при правильной симметризации матричные элементы перехода для реакции (18) в состоянии с изотопическим спином I M_I имеют вид

$$\begin{aligned} M_0 &= M(1,\ 2) + M(2,\ 1), \\ M_1 &= M'(1,\ 2) - M'(2,\ 1). \end{aligned} \tag{20}$$

В конфигурации A $M(1,\ 2) = M(2,\ 1)$ и при взаимодействии в состояниях с $I=0$ на фазовой плоскости должно наблюдаться сгущение точек, а при взаимодействии в состояниях с $I=1$ — разрежение. Экспериментальные данные указывают на последнюю возможность.

В общем случае, когда нельзя выделить резонансно-взаимодействующей пары частиц, анализ состояния трех частиц оказывается чрезвычайно трудной задачей. В трудах прошлогодней школы опубликована работа В. Н. Грибова, который для τ-распада анализировал подобную задачу. Далиц и Миллер [25] ограничились приближенным представлением амплитуды $M(1, 2)$ реакции (18) (когда первичным является пион 1, а вторичным — пион 2) в виде двух множителей

$$M(1, 2) = \Phi(\vec{\sigma}, \vec{q}, \vec{p}_1, \vec{p}_2) A(\vec{p}_2), \qquad (21)$$

где второй множитель описывает резонансное взаимодействие $\pi_2 - \Lambda$-системы в конечном состоянии. В (21) через $\vec{q}$ и $\vec{p}_1$ обозначены (в с. ц. м.) импульсы налетающего K^--мезона и первичного пиона, а $\vec{p}_2$ означает импульс пиона распада в системе покоя $\pi_2 - \Lambda$-системы. Для рассматриваемой реакции удобно характеризовать конфигурации в конечном состоянии, задавая l — орбитальный угловой момент $\pi - Y_1^*$-системы и L — орбитальный момент $Y_1^* \to \Lambda + \pi$-распада. Вид множителя Φ определяется сложением угловых моментов, четностью системы и барьерными множителями. Например, для случая образования системы $\pi_2 - \Lambda$ в состоянии $P_{1/2}$ Φ принимает вид

$$\Phi(1, 2) = \alpha \{2(\vec{q}\vec{p}_2) - i(\vec{\sigma}[\vec{q}\vec{p}_2])\}, \qquad (22)$$

если ограничиться учетом лишь s-волны в начальном состоянии. В (22) комплексный коэффициент α может зависеть от $\vec{p}_1$.

Для $\Lambda - \pi$-резонанса в состоянии $P_{1/2}$

$$\Phi(1, 2) = (\vec{\sigma}\vec{p}_2). \qquad (23)$$

Множитель $A(p_2)$, описывающий приближенно резонансное взаимодействие $\pi - \Lambda$-системы, дается выражением

$$A(p_2) = \exp i\delta(p) \sin\delta(p)/p^{2l+1}, \qquad (24)$$

вытекающим из теории резонансного взаимодействия в конечном состоянии А. Б. Мигдала и К. М. Ватсона.

Для случая $S_{1/2}$-резонанса в системе $\Lambda - \pi_2$ этот множитель может быть записан в виде $\sim(W_2 - M^* - \Gamma/2)^{-1}$, где W_2 и M^* — энергия системы $\Lambda - \pi_2$ и ее резонансное значение, а Γ — ширина резонанса.

Для $P_{1/2}$ и $P_{3/2}$-резонансов системы $\Lambda - \pi_2$ можно, используя предположение о глобальной симметрии, подставить в (24) вместо фазы $\delta(p)$ значение, аналогичное фазе рассеяния в системе $\pi - N$ в резонансном состоянии (3/2, 3/2) (но с параметрами M^* и Γ, соответствующими системе $\Lambda - \pi_2$).

Зарядовая волновая функция конечного состояния может быть представлена в виде

$$M_0 A(\pi_1^+ \pi_2^- - \pi_1^0 \pi_2^0 + \pi_2^+ \pi_1^-) + (M_1 A(\pi_1^+ \pi_2^- - \pi_2^+ \pi_1^-), \qquad (25)$$

где через Λ и π^+, π^-, π^0 обозначены зарядовые волновые функции соответствующих частиц, первый член представляет вклад перехода в состояние с изотопическим спином $I=0$, а второй — с $I=1$.

Коэффициент перед $\pi_1^+\pi_2^-$ дает амплитуду перехода в такой последовательности, когда первым образуется π^+-мезон, а потом — π^--мезон. Он равен M_0+M_1. Как видно из (25), амплитуда перехода с испусканием пионов в обратном порядке равна M_0-M_1. Поэтому вероятность $P(T_+, T_-)$ образования такой конфигурации конечного состояния, в котором $T_+=T_1$, $T_-=T_2$, пропорциональна $|M_0+M_1|^2$, а вероятность $P(T_-, T_+)$ того, что $T_-=T_1$, $T_+=T_2$, пропорциональна $|M_0-M_1|^2$.

Если симметризовать распределение на рис. 4 по отношению к линии $T_+=T_-$, то получим сумму

$$\frac{1}{2}\{P(T_-, T_+)+P(T_+, T_-)\}=|M_0|^2+|M_1|^2, \qquad (26)$$

которая не содержит интерференции между M_0 и M_1. Если преобладает переход в состоянии с одним значением изотопического спина, то малая примесь состояния с другим изотопическим спином может сильно нарушить симметрию между $P(T_+, T_-)$ и $P(T_-, T_+)$, в то время как на симметризованном распределении это скажется мало.

Подробные вычисления симметризованных распределений были проведены Далицем и Миллером для различных конфигураций l и L (см. лекцию И. В. Чувило). При импульсе падающего $\bar{K}^-$-мезона, равном 850 Мэв/с, распределения, подсчитанные для конфигураций $SP_{3/2}$ и $PS_{1/2}$, одинаково хорошо удовлетворяют экспериментальным данным.

Рассмотренная выше интерференция между двумя каналами сильно изменяет многие угловые распределения, справедливые для распада изолированного Y_1^*. Обнаруженная при анализе большая конструктивная интерференция вблизи конфигурации сильно искажает распределения Адейра, так что при импульсе 850 Мэв/с трудно различить — равен ли момент резонансного состояния $1/2$ или $j>3/2$.

Можно ожидать, что при более высоких импульсах K-мезонов, когда импульс первичного пиона не перекрывается с импульсным распределением пионов распада, эти интерференционные эффекты в реакции (18) становятся менее важными. В этом случае распределение Адейра будет приближаться более близко к распределениям для распада изолированной частицы. Две кривые Адейра для импульса K-мезонов 1150 Мэв/с заметно отличаются друг от друга и действительно близки к угловым распределениям изолированной частицы. Однако имеющаяся пока небольшая статистика не позволяет выбрать одну из возможностей.

Рассмотренные здесь интерференционные эффекты характерны, конечно, не только для рассмотренной реакции. Несколько лет назад на необходимость учета такой интерференции при анализе рождения

одиночных пионов в протон-протонных соударениях через (3,3) изобару

$$N + N \to N^* + N \to N + N + \pi$$

было указано Далицем и С. Мандельстамом. Подобная ситуация может возникать и при анализе других процессов, например для реакции

$$\pi + p \to \pi + \pi + p,$$

если полагать, что она идет с образованием изобары (3/2, 3/2). Условием того, чтобы эти эффекты играли важную роль, является, конечно, существенная роль перекрытия распределений на двух этапах процесса. Ясно, что если время жизни „резонанса" огромно и распадающаяся частица успевает уйти очень далеко, учет симметризации не приведет к практически заметным результатам.

Y_0^*-резонанс

Y_0^*-резонанс в π—Σ-системе был обнаружен при изучении [26] $K^- - p$ -столкновений при 1150 Мэв/с., приводящих к образованию $\Sigma + 3\pi$- и $\Lambda + \pi$-систем в конечном состоянии реакций

$$K^- + p \to \Sigma^+ + \pi^+ + \pi^- + \pi^-, \tag{27}$$

$$\to \Sigma^- + \pi^+ + \pi^+ + \pi^-, \tag{28}$$

$$\to \Sigma^0 + \pi^+ + \pi^0 + \pi^-, \tag{29}$$

$$\to \Lambda + \pi^+ + \pi^0 + \pi^-. \tag{30}$$

Распределение по массе $Q(\Sigma\pi)$ — системы Σ-гиперон — π-мезон

$$Q^2 = (p_\Sigma + p_\pi)^2 = (E_\Sigma + E_\pi)^2 - (\vec{p}_\Sigma - \vec{p}_\pi)^2$$

для состояний с зарядами ± 2 не отличается от распределения, соответствующего фазовому объему. Однако распределения по Q для $(\Sigma^+\pi^-)$- и $(\Sigma^-\pi^+)$-систем имеют пик при энергии около 1400 Мэв. Если этот пик связывать с резонансным состоянием, то оно должно отличаться от состояния Y_1^*, так как не было обнаружено никакого пика около положения, соответствующего Y_1^* в распределении по $Q(\Lambda\pi)$ из реакции (30). Кроме того, отношение числа случаев образования $\Sigma^0 + \pi^0$ к сумме $\Sigma^+ + \pi^-$ и $\Sigma^- + \pi^+$-случаев в резонансной области соответствует ожидаемому для $I = 0$, но не соответствует $I = 2$.

Пока не имеется подтвержденный существования Y_1^*-резонанса при изучении других реакций.

До сих пор не обнаружено резонансов в $K^+ - p$- и $K^+ - n$-системах, хотя полные сечения взаимодействия K^+-мезонов с нуклонами изучены экспериментально от порога до примерно 20 Бэв.

ВОЗМОЖНАЯ СВЯЗЬ МЕЖДУ НЕКОТОРЫМИ РЕЗОНАНСАМИ И ПОРОГАМИ НЕУПРУГИХ ПРОЦЕССОВ

Исследование резонансов сильновзаимодействующих частиц находится еще в самом начале. Наличие ряда резонансов объясняется на основе соображений симметрии (глобальная симметрия предсказывает наличие $\pi - \Lambda$-резонанса в состоянии $P_{3/2}$, унитарная симметрия дает естественное объяснение новым бозонным резонансам*). Нельзя, однако, считать исключенным наличие других причин возникновения резонансов.

В лекции В. Шехтера изложены результаты анализа взаимодействия при малых энергиях, которые делают возможным объяснение Y_1^*-резонанса, как проявления связанного состояния $\bar{K} - N$-системы. Существование последнего представляется весьма вероятным, если подтвердится одно из возможных решений для фаз $\bar{K} - p$-рассеяния. При этом $\pi - \Lambda$-резонанс должен иметь место в состоянии $S_{1/2}$.

В настоящее время еще невозможно надежно отобрать одну из указанных выше возможностей для спина и четности Y_1^*-резонанса.

Среди других попыток понять резонансы мне хотелось бы выделить некоторые, очень спекулятивные попытки [5] связать некоторые из наблюденных максимумов с околопороговыми эффектами. На мысль об этом наводит то обстоятельство, что ряд максимумов расположен вблизи порогов новых реакций.

Как теперь хорошо известно, вблизи порога новой реакции, приводящей к образованию двух частиц в конечном состоянии, в энергетической зависимости амплитуды ранее протекавших процессов возникают ярко выраженные околопороговые немонотонности четырех видов. Общим для них является обращение в бесконечность производной по энергии от амплитуды (сечения, поляризации и проч.) на пороге новой реакции. Напомним основные пункты рассуждений, лежащих в основе теории этих околопороговых эффектов, развитие которой связано с именами Е. Вигнера, А. И. Базя и др. Основными здесь являются соображения аналитичности амплитуды реакции и условие сохранения вероятности, которые накладывают интересные связи на сечения одновременно протекающих процессов.

Для определенности рассмотрим, какие заключения можно получить из общих соображений о поведении амплитуды упругого рассеяния

$$\pi^- + p \to \pi^- + p \tag{31}$$

вблизи порога реакции

$$\pi^- + p \to \Lambda + K. \tag{32}$$

Ограничимся рассмотрением упругого рассеяния вперед. Как можно прямо видеть из знакомых выражений для амплитуды рассеяния в случае рассеяния бесспиновых частиц

* Об этом подробно говорится в лекции Л. Окуня.

$$f_s(0) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)\,(e^{2i\delta_l} - 1)\,P_l(\cos\theta), \tag{33}$$

мнимая часть амплитуды рассеяния вперед связана с полным сечением взаимодействия $\sigma_t = \sigma_s + \sigma_e$, где σ_s — сечение упругого, а σ_e — неупругого взаимодействия,

Действительно, если фазы рассеяния комплексны $\delta_l = \delta_l^R + i\delta_l^I$, то, согласно (33), $\mathrm{Im} f_s(0^\circ) = \frac{1}{2k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)\,(1 - e^{-2\delta_l^R} \cos 2\delta_l^I)$. Но, с другой стороны, как хорошо известно, $\sigma_t = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)\,(1 - e^{-2\delta_l^R} \times \cos 2\delta_l^I)$. Поэтому

$$\mathrm{Im} f_s(0^\circ) = \frac{k}{4\pi}\,\sigma_t = \frac{k}{4\pi}\,(\sigma_s + \sigma_e). \tag{34}$$

Соотношение между мнимой частью амплитуды упругого рассеяния и полным сечением, известное под названием „оптической теоремы", остается справедливым как строгое соотношение и в случае рассеяния частиц с произвольными спинами при произвольном характере взаимодействия между частицами.

Рассмотрим теперь амплитуды рассеяния вперед несколько выше порога реакции (32). Полное сечение здесь включает как сечение рассеяния σ_s, так и сечение неупругого процесса σ_e. Как известно, вблизи порога, если в конечном состоянии неупругой реакции (32) имеется s-волна, сечение неупругого взаимодействия пропорционально первой степени импульса k_n над порогом. Такая зависимость мнимой части амплитуды рассеяния характеризуется обращением в бесконечность производной по энергии на пороге. Таким образом, несколько выше порога амплитуду упругого рассеяния вперед можно представить в виде

$$f_s(0^\circ, E) = f_s(0^\circ, E_t) + i\,\mathrm{const}\,\sqrt{E - E_t}, \tag{35}$$

где const означает действительную постоянную.

Как можно строго доказать, амплитуда рассеяния, рассматриваемая как функция энергии E, является аналитической функцией в некоторой области изменения E. Согласно известной формуле Коши

$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{f(z)}{z - z_0}\,dz, \tag{36}$$

зная мнимую часть аналитической функции, можно вычислить ее действительную часть. Подстановка выражения для сечения неупругого процесса (32) в формулу Коши приводит к тому, что зависимость, пропорциональная модулю импульса над порогом, возникает в действительной части амплитуды рассеяния ниже порога. Другим образом это можно получить, заменяя в (35) ниже порога k_n на $i|k_n|$.

Таким образом, если подходить к порогу из области ниже порога, то на пороге новой реакции вида (32) обращается в бесконечность первая производная по энергии в действительной части амплитуды. Окончательно в области несколько выше порога будем иметь:

$$f_s(0^\circ, E) = \mathrm{Re}\, f_s(0^\circ, E_t) + i[\mathrm{Im} f(0^\circ, E_t) + \mathrm{const}\sqrt{E - E_t}] \quad (37)$$

и в области ниже порога

$$f_s(0^\circ, E) = [\mathrm{Re}\, f_s(0^\circ, E_t) - \mathrm{const}\sqrt{E - E_t}] + i\mathrm{Im} f_s(0^\circ, E_t). \quad (38)$$

Возведя (37) и (38) в квадрат, мы приходим к возникновению околопороговых особенностей одного из четырех видов, приведенных на рис. 7.

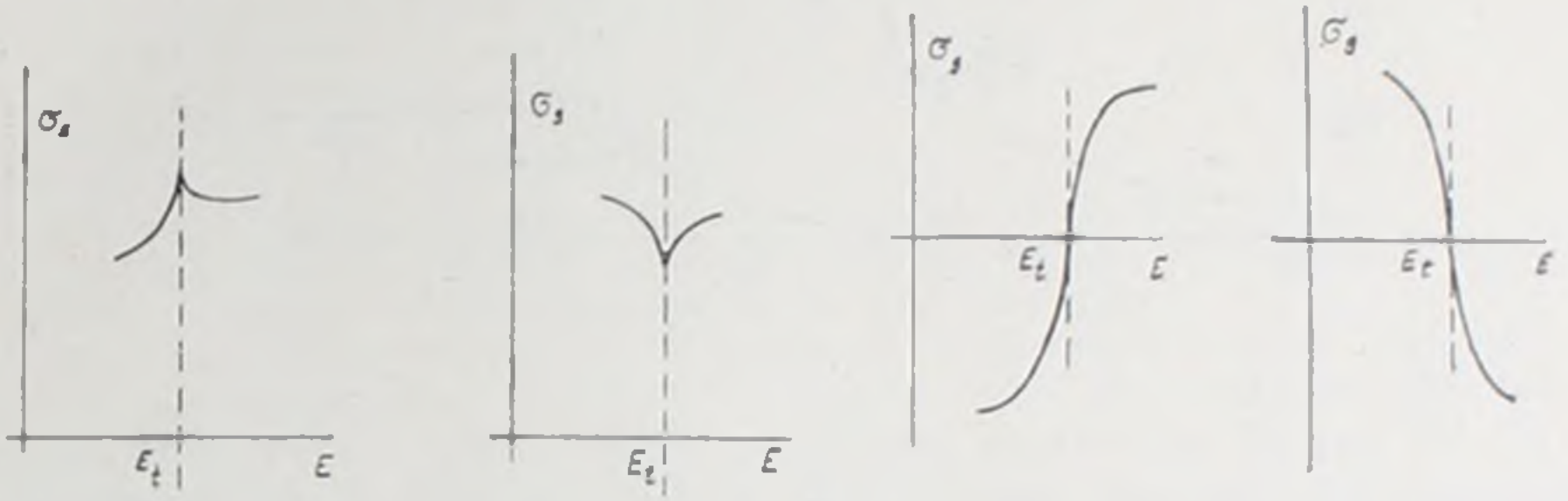


Рис. 7.

Величина максимума или провала определяется отношением сечения неупругого процесса к величине сечения упругого рассеяния на пороге и составляет около нескольких процентов для обсуждаемого здесь класса процессов. Энергетическая ширина таких особенностей оказывается малой. Такие эффекты экспериментально наблюдались в ряде случаев и при малых энергиях и в области высоких энергий. Один из примеров подобных эффектов обсуждается в лекции С. Я. Никитина. Но вообще величина этих особенностей мала.

Значительно большой эффект воздействия неупругого взаимодействия на амлитуду упругого рассеяния был отмечен недавно Боллом и Фрезером [5].

Для парциальной волны $f_l = \frac{1}{2ik}(e^{2i\delta_l} - 1)$, при подстановке $\delta_l = \delta_l^R + i\delta_l^I$, выше порога имеет место равенство

$$\mathrm{Im}\, f_l = |f_l|^2 + \frac{1 - \eta_l^2}{4},$$

где $\eta_l = e^{-2\delta_l^I}$. Так как сечение неупругого процесса пропорционально $1 - \eta_l^2/4$, мнимая часть фазы может быть найдена, если известно неупругое рассеяние в состоянии с данным моментом количества движения. Зная мнимую часть, можно, используя формулу Коши для фазы рассеяния, вычислить ее действительную часть, т. е. найти сечение упругого рассеяния. Аналогично тому, как это имеет место в

обычной теории околопороговых особенностей (каспов или Базь-эффектов, как их иногда называют), в области возрастания мнимой части фазы рассеяния энергетическая зависимость действительная часть фазы рассеяния проходит через максимум.

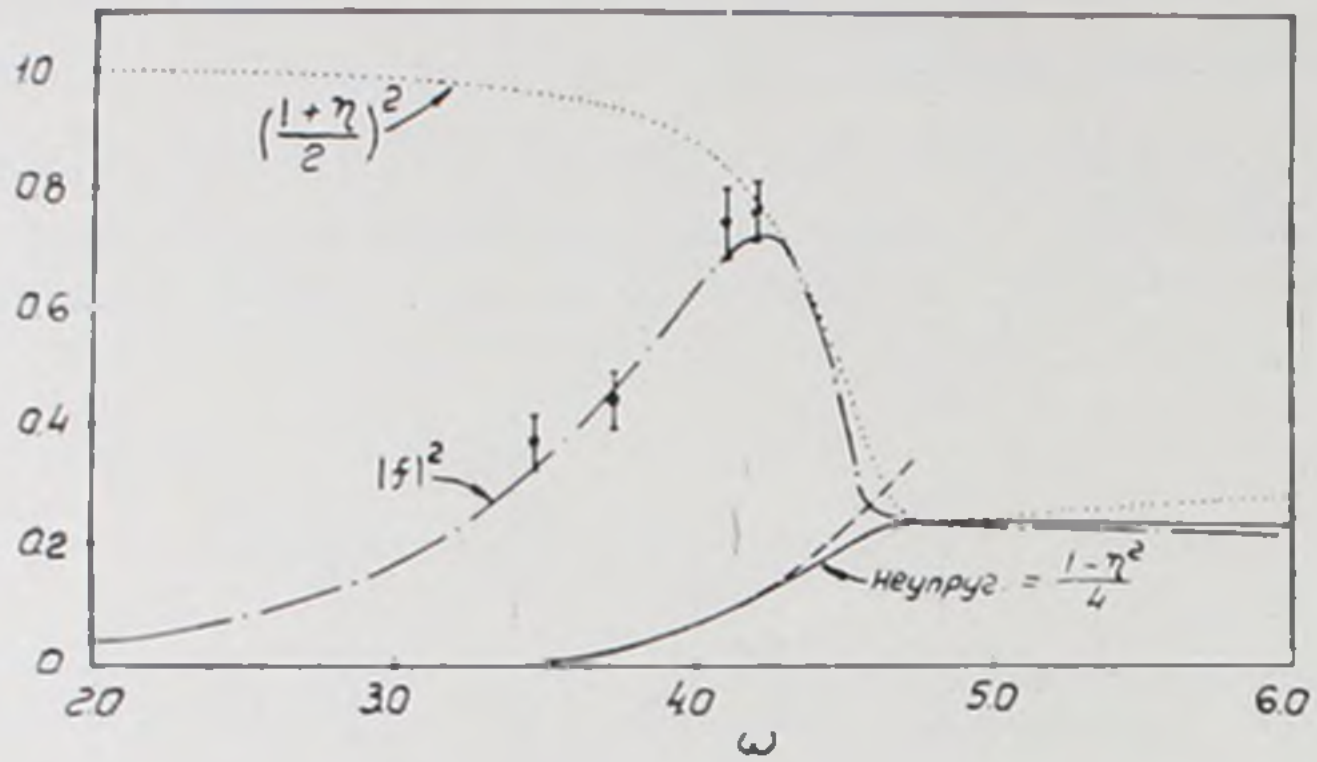


Рис. 8.

На рис. 8 приведены взятый из работы Болла и Фрезера график зависимости сечений неупругого взаимодействия в состоянии $D_{\cdot}$, в системе $\pi - N$, который не противоречит имеющимся экспериментальным данным, и оцененное с его помощью сечение упругого рассеяния. Переменная ω определяется как разность полной энергии в с. ц. и. и массы нуклона. Видно, что относительно небольшой эффект неупругого взаимодействия приводит к большому эффекту в сечении упругого рассеяния. При этом сечение неупругого рассеяния само не обязано иметь пик. Это утверждение можно проверить экспериментально, изучив, например, поглощение в состоянии $D_{1/2}$, $I = 1/2$ пион-нуклонной системы выше второго резонанса. Сказанное выше не означает, что пик упругого сечения должен быть на каждом пороге неупругого процесса. Для наличия такого пика необходимо, чтобы сечение неупругого процесса быстро возрастало у порога к максимально допустимому значению (соответствующему максимально допустимому поглощению в состоянии с данными I и j).

Еще в 1959 году А. Базь обратил внимание на то, что положение ряда резонансов близко к порогам неупругих реакций. Позже на это обращали внимание и другие авторы. Так Туан обращал внимание на то, что масса второго нуклонного изобара $M(N^{**}) = 1510$ Мэв близка к порогу образования $\eta + N$, ($W_t = 1513$ Мэв), масса третьего нуклонного резонанса 1680 Мэв, — к порогу $\rho + N$ ($W_t = 1688$ Мэв), резонанс в сечении $K^- - p$ — взаимодействия при 1815 Мэв расположен вблизи порога образования $K^* + \Lambda$ — системы ($W_t = 1822$ Мэв). Другие примеры подобных „совпадений" можно найти в оригинальных работах.

Трудно сейчас сказать, что из этого уцелеет. Судя по литературе, предпринимаются попытки расширить подобное рассмотрение на другие резонансы. Включением этого материала в лекцию мне хотелось лишь обратить внимание на этот своеобразный подход к происхождению хотя бы некоторых резонансов. Количество уже обнаруженных резонансов велико. Можно ожидать дальнейшего увеличения семейства резонансов. Не исключено, что среди них найдутся и такие, которые действительно обязаны неупругим процессам.

ЛИТЕРАТУРА

1. *P. Carruthers, H. A. Bethe*, Phys. Rev. Lett. **4**, 536 (1960).
2. *B. Moyer*, Revs. Mod. Phys. **33**, 367 (1961).
3. *F. Dixon, R. Walker*, Phys. Revs. Lett. 1, 458 (1958).
4. *B. Moyer*, Revs. Mod. Phys., **33**, 367 (1961).
5. *J. Ball, W. Frazer*, Phys. Rev. Lett., **7**, 204 (1961).
6. *A. Erwin, R. Mach, W. Walker, E. West*, Phys. Rev. Lett. **6**, 628 (1961).
7. *D. Stonehill, C. Baltay, H. Courant, W. Fickinger, E. Fowler, H. Kraybill, J. Sandweiss, J. Sanford, H. Taft*, Phys. Rev. Lett., **6**, 624 (1961).
8. *B. Maglic, L. Alvarez, A. Rosenfeld, M. Stevenson*, Phys. Rev. Lett., **7**, 178 (1961).
9. *A. Pevsner*, report at Aix-en-Provence Internat. Conf. on Elementary Particles, September 1961.
10. *N. Xuong, G. Lynch*, Phys. Rev. Lett., **7**, 327 (1961).
11. *M. Alston, L. Alvarez, P. Eberhard, M. Good, W. Graziano, H. Ticho, S. Woycicki*, Phys. Rev. Lett., **6**, 300 (1961).
12. *M. Beg, P. DeCelles*, Phys. Rev. Lett., **6**, 145, 428 (1961).
    C. Chan, Phys. Rev. Lett., **6**, 383 (1961).
13. *A. Abashian, N. E. Booth, K. M. Crowe*, Phys. Rev. Lett., **5**, 258 (1960).
14. *Ю. К. Акимов, В. И. Комаров, К. С. Мариш, О. В. Савченко, Л. М. Сороко*. ЖЭТФ **40**, 1532 (1961).
15. *N. E. Booth, A. Abashian, K. M. Crowe*, Phys. Rev. Lett., **7**, 35 (1961).
16. *S. F. Tuan*, Nuovo Cimento **23**, 148 (1962).
17. *L. Kerth*, Revs. Mod. Phys. **33**, 389 (1961).
18. *M. Alston, L. Alvarez, E. Eberhard, M. Good, W. Grasiano, H. Ticho, S. Woycicki*, Phys. Rev. Lett., **5**, 520 (1960).
19. *J. Birge, P. Bastien, O. Dahl, M. Ferro-Luzzi, J. Kerz, D. Miller, J. Murray, A. Rosenfeld, R. Tripp, M. Watson*, Phys. Rev. Lett., **6**, 557 (1961).
20. *H. Martin, L. Leipuner, W. Chinowsky, F. Shively, R. Adair*, Phys. Rev. Lett., **6**, 283 (1961).
21. *O. Dahl, N. Horwitz, D. Miller, J. Murray, P. G. White*, Phys. Rev. Lett., **6**, 142 (1961).
22. *M. Block, E. Brucker, R. Gessaroli, T. Kikuchi, A. Kovacs, C. Meltzer, R. Kraemer, M. Nussbaum, A. Pevsner, P. Schlein, R. Strand, H. Cohn, E. Harth, J. Leither, L. Lendimara, L. Monari, G. Puppi*, Nuovo Cimento **20**, 724 (1961).
23. *P. Bastien, M. Ferro*, Luzzi, A. Rosenfeld-Phys. Rev. Lett., **6**, 702 (1961).
24. *R. Adair*, Phys. Rev. **100**, 1540 (1955).
25. *R. Dalitz, D. H. Miller*, Phys. Rev. Lett., **6**, 562 (1961).
26. *M. Alston, L. Alvarez, P. Eberhard, M. Good, W. Graziano, H. Ticho, S. Woycicki*, Phys. Rev. Lett., **6**, 698 (1961).

В. В. АНИСОВИЧ

РЕАКЦИИ С ОБРАЗОВАНИЕМ ТРЕХ ЧАСТИЦ ВБЛИЗИ ПОРОГА

Ниже рассмотрены свойства амплитуд рождения трех частиц вблизи порога. Этому вопросу были посвящены работы Грибова и др. [1—6]. Оказалось, что исследование реакций рождения трех частиц вблизи порога может явиться способом определения величин амплитуд рассеяния двух частиц при нулевой энергии (длины рассеяния). Например, из рассмотрения реакций $\tau \to 3\pi$, $\pi + N \to N + \pi + \pi$ можно найти амплитуды $\pi - \pi$-рассеяния [2,4]. Уже имеются экспериментальные работы, посвященные этому вопросу [7].

Для простоты всюду в дальнейшем мы будем считать все частицы, участвующие в реакции, нейтральными и бесспиновыми. Амплитуда образования трех частиц (пятихвостка) является функцией пяти независимых переменных. Такими переменными могут быть выбраны квадраты энергии различных пар образующихся частиц в их системе центра масс s_{12}, s_{13}, s_{23} ($s_{il} = (k_{i0} + k_{l0})^2 - (\vec{k}_i + \vec{k}_l)^2$) и квадраты переданных импульсов t_1, t_2 ($t_i = P_0 - k_{i0})^2 - (\vec{P} - \vec{k}_i)$. Обозначения пояснены рис. 1.

Для определенности будем рассматривать реакцию образования трех частиц в системе центра масс.

Вблизи порога импульсы образовавшихся частиц невелики, и мы можем считать вылетающие частицы нерелятивистскими. Тогда выражения для s_{il} и t_i примут вид

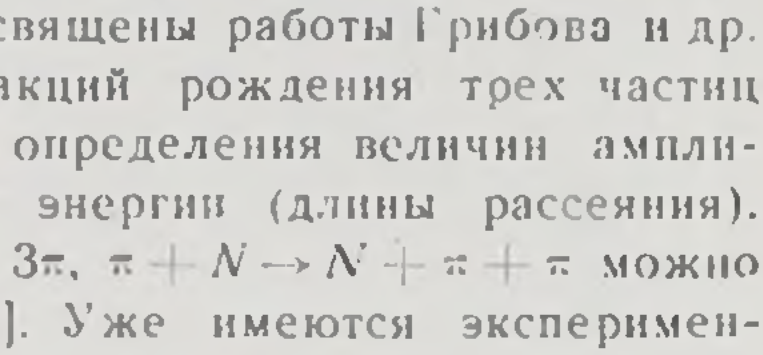


Рис. 1.

$$s_{il} = (m_i + m_l)^2 + 2(m_i + m_l)\frac{k_{il}^2}{2\mu_{il}},$$

$$t_i = (P_0 - m_i)^2 - P^2 + 2Pk_i z_i, \qquad (1)$$

m_i—масса улегающей частицы, k_{il}—относительный импульс i-й и l-й частиц в их системе центра масс, μ_{il}—их приведенная масса, P и k_i—

величины трехмерных импульсов одной из налетающих частиц и улетающей i-й частицы. z_i—косинус угла между направлениями импульсов $\vec{P}$ и $\vec{k}_i$. Вместо переменных s_{ii} и t_i можно пользоваться переменными k_{ii} и z_i, что мы и будем делать в дальнейшем. P и k_i, конечно можно выразить через k_{ii}. В физической области амплитуда образования трех частиц является аналитической функцией по t_1 и t_2 и ее можно разложить вблизи порога в ряд Тейлора по t_1-t_{10} и t_2-t_{20}, где t_{i0} есть значение t_i, на пороге реакции, т. е. при $k_i=0$

$$A(k_{12}k_{13}k_{23}z_1z_2)=\sum_{mn}A_{mn}(k_{12}k_{13}k_{23})\,k_1^m k_2^n z_1^m z_2^n. \qquad (2)$$

Амплитуды A_{mn} не обращаются, вообще говоря, в нуль на пороге реакции, когда $k_{ii}=0$. Вблизи порога, когда полная кинетическая энергия образовавшихся частиц E мала, амплитуды $A_{mn}k_1^m k_2^n z_1^m z_2^n$ есть величины порядка $E^{\frac{m+n}{2}}$, так как $k_1\sim k_2\sim E^{1/2}$ (здесь опущен множитель размерности корня из массы, который мы считаем порядка единицы).

В системе центра масс импульсы образовавшихся частиц лежат в одной плоскости, так как $\vec{k}_1+\vec{k}_2+\vec{k}_3=0$. Положение этой плоскости относительно направления импульса частиц в начальном состоянии $\vec{P}$ характеризуется двумя углами ϑ и φ, которые могут быть связаны с z_1 и z_2, например, следующим образом

$$z_1=\sin\vartheta\cos\varphi,\quad z_2=\sin\vartheta\cos(\varphi-\alpha),$$

где α—угол между $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$. Разлагая $A(k_{12}k_{13}k_{23}z_1z_2)$ по $Y_{LM}(\vartheta,\varphi)$, мы получим амплитуды рождения трех частиц с различными полными моментами L. Видно, что слагаемые $A_{mn}(k_1^m k^n z_1^m z_2^n)$ дают вклад в амплитуды с полными моментами L, равными $m+n$, $m+n-2,\cdots$

Займемся теперь отдельно амплитудой с $L=0$, которую обозначим $A_0(k_{12}k_{13}k_{23})$. Эта амплитуда получается из $A(k_{12}k_{13}k_{23}z_1z_2)$ путем усреднения по z_1 и z_2.

При этом мы будем считать, что ни одна из налетающих частиц не является по отношению к сильным взаимодействиям распадной или почти распадной (вроде дейтрона). Как будет показано ниже, в этом случае $A_0(k_{12}, k_{13}, k_{23})$ может быть представлена в виде следующего ряда

$$A_0(k_{12}, k_{13}, k_{23})=f_0+E^{1/2}f_1(k_{12}, k_{13}, k_{23})+Ef_2(k_{12}, k_{13}, k_{23})+\cdots \qquad (3)$$

где f_1, f_2, $\cdots$—какие-то немалые функции.

Вблизи порога, когда E мало, каждый из последующих членов этого ряда мал по сравнению с предыдущими. Тот факт, что разложение идет по степеням $E^{1/2}$, следует из правил Ландау для нахож-

дения характера особенностей [8]. Согласно этим правилам, амплитуда вблизи особенности может иметь порядок величины E^n (n—целое и отрицательное число), E^n (n—полуцелое) или $E^n \ln E$ (n—целое неотрицательное число). Следует напомнить, что вблизи порога относительные импульсы k_{12}, k_{13}, k_{23}—величины порядка $E^{1/2}$. Часть амплитуды, аналитическая вблизи порога, разлагается в ряд, члены которого по порядку величины равны целым положительным степеням E.

Неаналитические слагаемые порядка $E^n \ln E$ включим в $E^n f_n(k_{12}, k_{13}, k_{23})$, и в дальнейшем о членах типа $E_n \ln E$ будем говорить просто как об особенных слагаемых порядка E^n. В случае, когда ни одна из налетающих частиц не является распадной (или почти распадной) особенные слагаемые амплитуды вблизи порога порядка $E^{1/2}$, $E^{3/2}, \cdots E, E^2, \cdots$ (этого факта мы коснемся еще несколько ниже). Отсюда следует для A_0 разложение (3).

Если бы мы надеялись найти амплитуду образования трех частиц при помощи дисперсионных соотношений, то должны были бы написать дисперсионные соотношения, включающие всевозможные амплитуды перехода, и таким образом решать получившуюся систему интегральных уравнений. Решение такой системы уравнений должно давать сразу все амплитуды переходов. Однако возможность решения такой задачи выглядит пока довольно безнадежной даже в том случае, если ограничиться рассмотрением только четырехвосток (амплитуд рассеяния) и пятихвосток. При исследовании реакций вблизи порога может быть применен другой подход. Именно, можно написать дисперсионные соотношения для амплитуды рождения, включающие лишь такие промежуточные состояния в абсорбционных частях этой амплитуды, которые приводят к особенностям, расположенным недалеко от порога. Получившуюся систему уравнений можно решать последовательными приближениями по E и получить сведения о коэффициентах f в разложении (3). Вблизи порога можно ограничиться несколькими первыми членами этого разложения. При этом очевидно, что часть амплитуды, являющаяся аналитической вблизи порога, не может быть получена таким методом, так как она определяется полной системой дисперсионных уравнений, включающей все амплитуды перехода. Эта часть может быть лишь разложена в ряд Тейлора, с некоторыми неопределенными коэффициентами. Первый член этого ряда является константой, вторые—малые порядка E, третьи—порядка E^2 и т. д. Если мы при рассмотрении амплитуды рождения вблизи порога ограничились несколькими первыми членами ряда (3), то в эту амплитуду войдет некоторое ограниченное число таких неопределенных констант. Зато части амплитуды рождения, особенности которых расположены недалеко от порога (под словом „недалеко" мы подразумеваем, что расстояние от трехчастичного порога до особенности много меньше масс частиц, встречающихся в реакции, например массы π-мезона), полностью опре-

деляются через амплитуды других процессов и через те неопределенные константы, о которых говорилось несколько выше.

Аналитическая и неаналитическая части амплитуды зависят различным образом от k_{12}, k_{13}, k_{23} и, в принципе, их можно отличить экспериментально.

В работах [2,3] показано, каким образом возможно определить амплитуды других процессов, например амплитуду $\pi-\pi$-рассеяния при нулевой энергии, из этих неаналитических частей.

Рассмотрим, какие из графиков имеют особенности, расположенные недалеко от порога. Особенности в графиках получаются от обращения в нуль знаменателей пропагаторов $(q^2 - m^2)^{-1}$. Условие $q^2 = m^2$ означает реальность соответствующей частицы. Поэтому особенность могут иметь те графики, у которых вблизи порога линии могут быть реальными. Если ни одна из сталкивающихся частиц не является распадной или почти распадной, то такими могут быть лишь графики, включающие рассеяние падающих или улетающих частиц. Графики с рассеянием падающих частиц имеют соответствующую особенность на пороге двухчастичной реакции — далеко от порога трехчастичной. Графики, включающие рассеяние улетающих частиц, имеют особенности на пороге трехчастичной реакции; они-то и должны стать предметом наших дальнейших исследований.

Например, такими графиками являются графики на рис. 2.

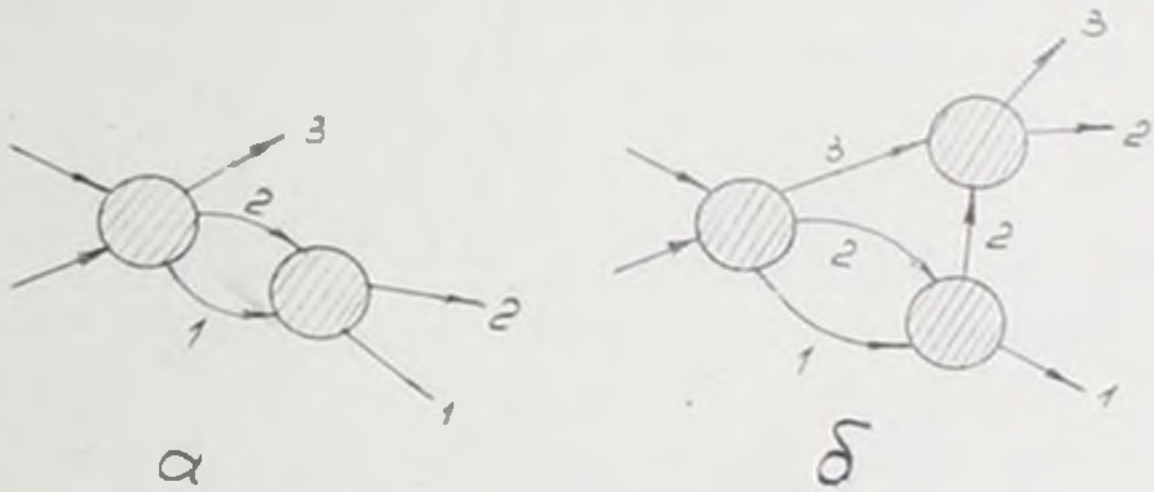


Рис. 2.

График 2а имеет особенность при $k_{12} = 0$, а график 2б — при $k_{23} = 0$ и $E = 0$. Эти графики вносят вклады в часть амплитуды, имеющую особенности вблизи порога, равные по порядку величины $E^{1/2}$ и E соответственно. Именно поэтому разложение амплитуды имеет вид (3) и не включает в себя членов типа E^{-1} и т. д. Таким образом, амплитуда образования трех частиц вблизи порога в нулевом приближении является константой f_0. Подчеркнем еще раз, что эта константа в такой методике не может быть определена; она представляет собой точное значение $A_0(k_{12}, k_{13}, k_{23})$ на пороге реакции, когда $E = 0$, $k_{12} = k_{13} = k_{23} = 0$, т. е. $A_0(0, 0, 0) = f_0$.

Вычислим вклад в амплитуду от графика 2а. Напишем для этого графика дисперсионное представление по импульсу k_{12}. Абсорбционная часть его есть произведение рассматриваемой амплитуды рождения трех частиц и амплитуды рассеяния частиц 1 и 2, проинтегрирован-

ное по всем возможным значениям импульсов реальных частиц 1 и 2 в промежуточном состоянии. В данном случае последовательные приближения по E для A_0 будут состоять в том, что вначале мы должны в абсорбционной части заменить амплитуду рождения трех частиц на ее величину в нулевом приближении f_0. При этом амплитуда рассеяния частиц 1 и 2 заменяется на ее значение в той точке, где график 2а имеет особенность, т. е. на ее значение при $k_{12}=0$. Абсорбционная часть тогда примет вид

$$k_{12}f_0a_{12}, \tag{4}$$

a_{12}—амплитуда рассеяния частиц 1 и 2 при нулевой энергии (длина рассеяния). Импульс k_{12} появился в (4) из-за суммирования по промежуточным состояниям.

Теперь, казалось бы, можно написать дисперсионный интеграл для вклада в амплитуду рождения от графика 2а

$$\frac{1}{\pi}\int_0^\infty dk_{12}'^2\,\frac{k_{12}'f_0a_{12}}{k_{12}'^2-k_{12}^2-i\varepsilon}, \tag{5}$$

где ε— бесконечно малая положительная добавка. Однако в этой записи не учтен тот факт, что на пороге реакции (при $k_{12}=k_{13}=k_{23}=0$) $A_0=f_0$, а поэтому все остальные поправки должны исчезать при $k_{12}=k_{13}=k_{23}=0$. Для того, чтобы это сделать, вычтем из выражения (5) его значение при $k_{12}=0$. Тогда получим

$$\frac{1}{\pi}\int_0^\infty dk_{12}'^2\,\frac{k_{12}'f_0a_{12}}{k_{12}'^2-k_{12}^2-i\varepsilon}-\frac{1}{\pi}\int_0^\infty dk_{12}'^2\,\frac{k_{12}'f_0a_{12}}{k_{12}'^2}=$$

$$=\frac{k_{12}^2}{\pi}\int_0^\infty dk_{12}'^2\,\frac{k_{12}'f_0a}{k_{12}'^2(k_{12}'^2-k_{12}^2-i\varepsilon)}. \tag{6}$$

Последний интеграл просто берется, и его значение равно

$$ik_{12}f_0a_{12}. \tag{7}$$

Видно, что вклад от графика 2з в амплитуду A_0 порядка $E^{1/2}$. Аналогично можно вычислить вклад от графиков, где в конечном состоянии рассеиваются частицы 1 и 3 или 2 и 3. При этом амплитуда A_0 с точностью до членов порядка $E^{1/2}$ принимает вид

$$A_0(k_{12}, k_{13}, k_{23})=f_0+ik_{12}f_0a_{12}+ik_{13}f_0a_{13}+ik_{23}f_0a_{23}=$$

$$=f_0(1+ik_{12}a_{12}+ik_{13}a_{13}+ik_{23}a_{23}), \tag{8}$$

где a_{13} и a_{23}—амплитуды рассеяния частиц 1, 3 и 2, 3 при нулевой энергии. Эта формула была впервые получена Грибовым [1].

Таким образом, как уже говорилось выше, слагаемые порядка $E^{1/2}$ определяются через ту же постоянную f_0, которая входит в оп-

ределение амплитуды в нулевом приближении и через амплитуды a_{12}, a_{13} и a_{23}.

До сих пор мы говорили о малости E вблизи порога, не уточняя, по сравнению с чем должно быть мало E. Из формулы (8) видно, что у нас должны быть малыми члены $k_{12}a_{12}$, $k_{13}a_{13}$ и $k_{23}a_{23}$ по сравнению с единицей.

Подобным же образом вычисляется вклад в амплитуду A_0 от графиков типа 2б [3,4]. Можно показать, что он порядка E. Особенные члены порядка $E^{1/2}$ в амплитуде A_0 дают графики типа 3а и 3б [5].

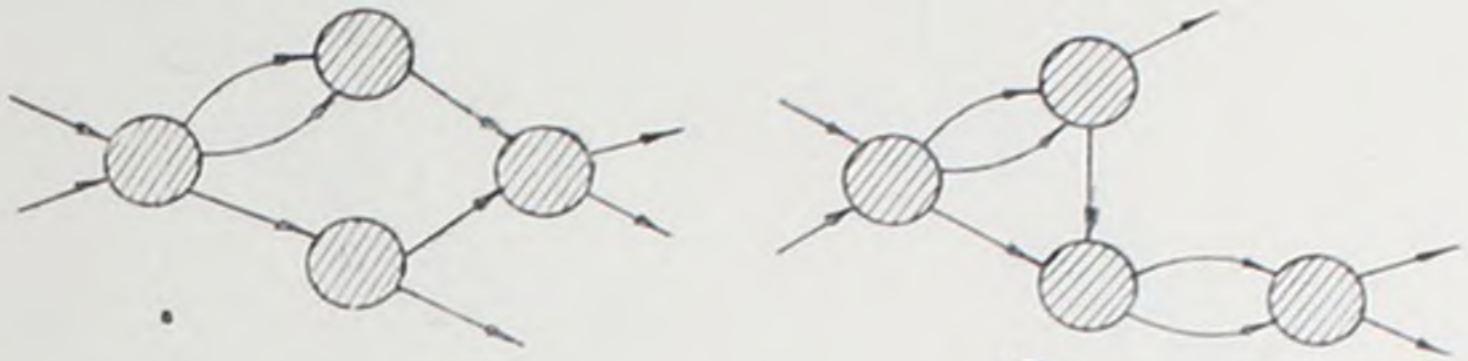


Рис. 3.

Если мы интересуемся зависимостью амплитуды рождения A от углов между направлением падающих и улетающих частиц, т. е. зависимостью от z_1 и z_2, то мы должны рассмотреть слагаемые типа $A_{mn}(k_{12}k_{13}k_{23})\,k_1^m k_2^n$, которые входят коэффициентами при $z_1^m z_2^n$ в формуле (2) [6]. Например, первыми слагаемыми такого типа будут

$$A_{10}(k_{12}, k_{13}, k_{23})\,k_1 z_1 + A_{01}(k_{12}, k_{13}, k_{23})\,k_2 z_2. \qquad (9)$$

Вклад от этих слагаемых в нулевом приближении равен нулю, так как $k_1 \sim k_2 \sim E^{1/2}$. В первом приближении надо заменить A_{10} и A_{01} на их значения на пороге реакции ($k_{12} = k_{13} = k_{23} = 0$). Это будут какие-то две константы, которые не определяются с помощью развиваемой здесь методики. Зато члены в (9) порядка E полностью определяются через эти две константы и через парные амплитуды рассеяния при нулевой энергии a_{12}, a_{13} и a_{23}. Чтобы их получить, нужно рассмотреть графики типа 2а.

Из всего предыдущего ясно, что графики с бо́льшим числом рассеяний частиц в конечном состоянии имеют более высокий порядок по E.

Приведенное выше рассмотрение было справедливо в том случае, когда амплитуды рассеяния образовавшихся частиц при нулевой энергии были не слишком велики, так чтобы выполнялись неравенства $k_{il}a_{il} \ll 1$. Однако такое условие не всегда выполняется. Примером может служить реакция $N + N \to N + N + \pi$. Здесь амплитуда рассеяния двух нуклонов при нулевой энергии не мала и ее произведе-

ние на импульс относительного движения нуклонов порядка единицы: $ka_{NN} \simeq 1$. Рассмотрим A_0 для такого случая. Значение A_0 при $k_{12} = k_{13} = k_{23} = 0$, как и прежде, обозначим через f_0. График типа 2а, если частицы 1 и 2 нуклоны, приводит к добавке $if_0 a_{NN} k_{12}$, которая теперь не мала по сравнению с f_0. Если мы рассмотрим графики 4а и 4б, то вычисление, аналогичное проведенному для графика 2а, даст для них величины $f_0 (ia_{NN} k_{12})^2$ и $f_0 (ia_{NN} k_{12})^3$ соответственно. Они тоже

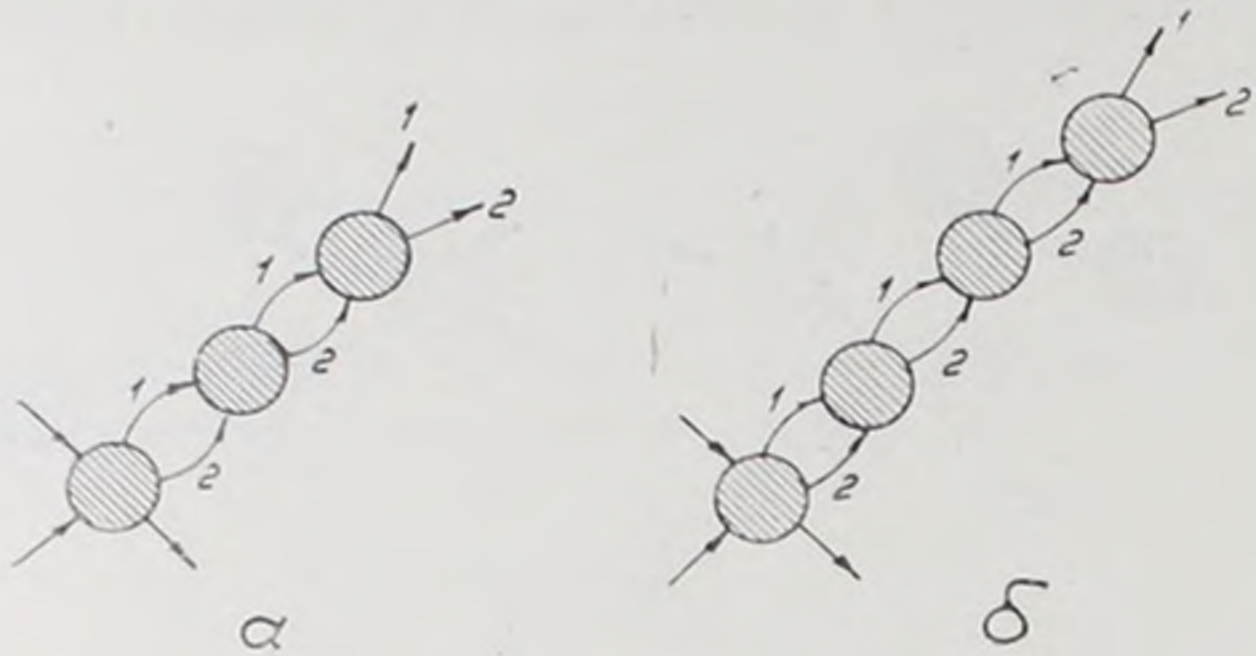


Рис. 4.

не малы по сравнению с f_0. Суммируя все цепочки такого типа, мы получим

$$f_0 + f_0 ik_{12} a_{NN} + f_0 (ik_{12} a_{NN})^2 + f_0 (ik_{12} a_{NN})^3 + \cdots = \frac{f_0}{1 - ik_{12} a_{NN}}. \quad (10)$$

Выражение (10) дает амплитуду рождения $N + N + \pi$ в нулевом приближении. Это хорошо известная формула Мигдала-Ватсона. Если мы рассмотрим графики, где один из нуклонов дополнительно рассеивается на мезоне, то получим поправки к формуле (10) порядка k^2 (длина рассеяния π-мезона на нуклоне невелика).

Такого типа графики изображены на рис. 5. Для простоты в этих графиках мы заменили все амплитуды рассеяния и амплитуду рождения трех частиц точками. Это не может привести к каким-либо недоразумениям при рассмотрении A_0, так как в дисперсионных интегралах пятихвостку мы заменяем на число f_0, а амплитуды рассеяния пар частиц на их значения при нулевой энергии (тоже числа). Как и в случае формулы (10), нужно просуммировать графики типа 5 со всевозможными нуклонными цепочками.

Метод, подобный изложенному, можно применять и в случае, когда одна из частиц является почти распадной. Например, рассмотрим амплитуду развала дейтрона π-мезоном. В этом случае графики типа 6а, 6б определяют амплитуду развала в нулевом приближении.

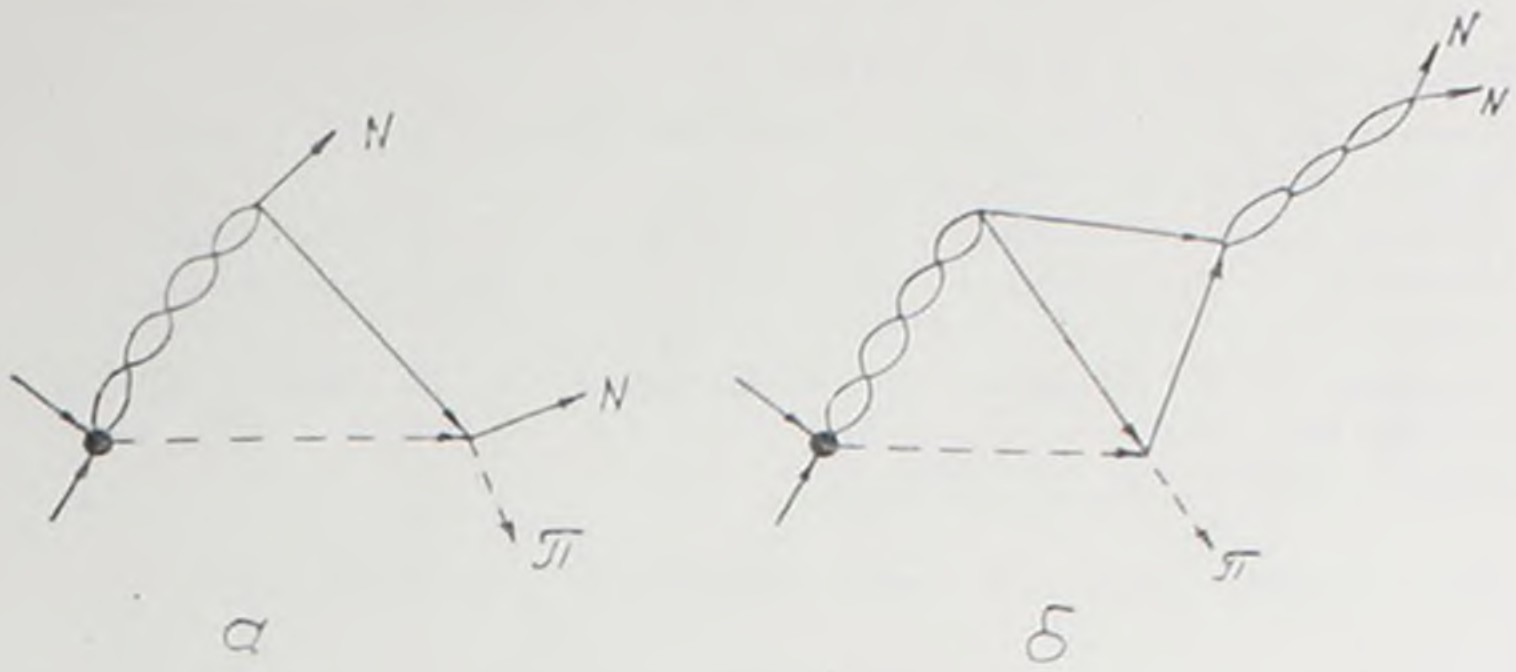


Рис. 5.

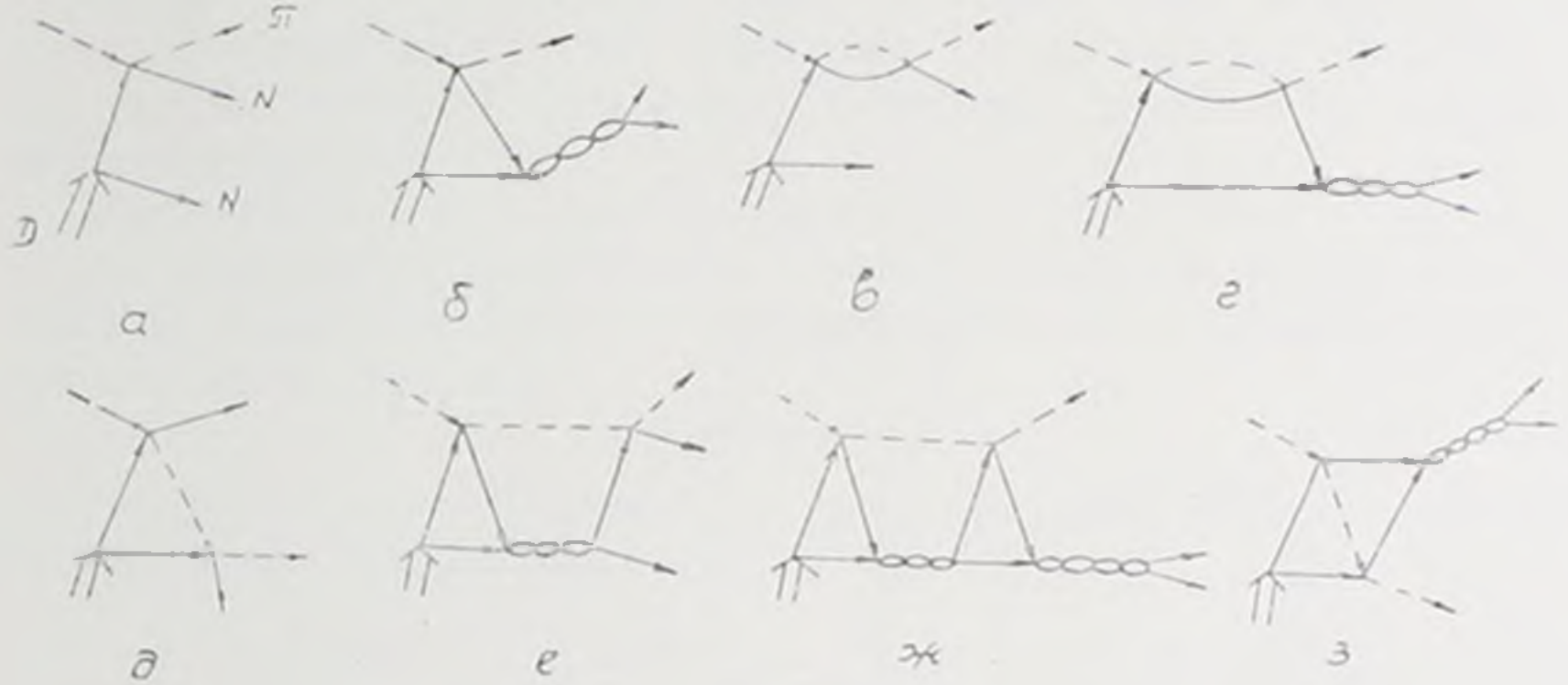


Рис. 6.

Графики 6в—6з определяют амплитуду в следующем приближении. Графики рис. 6 интересны тем, что в них положение особенностей вблизи порога развала зависит от углов между направлениями падающих и улетающих частиц. Поэтому в данном случае не стоит раскладывать амплитуду в ряд по $z_1^m z_2^m$ или по полным орбитальным моментам L, так как члены типа $A_{mn}(k_{12}, k_{13}, k_{23}) k_1^m k_2^n$ теперь не будут порядка $E^{\frac{m+n}{2}}$.

Такое же рассмотрение можно провести не только для реакций образования трех частиц, но и для реакций образования четырех или больше частиц вблизи порога. Как и прежде, в этом случае нужно рассматривать диаграммы, имеющие особенности вблизи порога — диаграммы, описывающие рассеяние частиц в конечном состоянии.

ЛИТЕРАТУРА

1. *V. N. Gribov*, Nucl. Phys. **5**, 653, (1958).
2. *А. А. Ансельм, В. Н. Грибов*, ЖЭТФ, **36**, 1890 (1959); **37**, 501 (1959).
3. *В. Н. Грибов*, ЖЭТФ, **41**, 1221, 1961.
4. *В. В. Анисович, А. А. Ансельм, В. Н. Грибов*, ЖЭТФ, **42**, 224 (1962).
5. *V. V. Anisovich, A. A. Anselm, V. N. Gribov*, Nucl. Phys. (в печати).
6. *В. В. Анисович, Л. Г. Дахно*, ЖЭТФ (в печати).
7. *Ю. А. Батусов, С. А. Бунятов, В. М. Сидоров, В. А. Ярба*, ЖЭТФ, **39**, 506 (1960); **40**, 460 (1961).
8. *Л. Д. Ландау*, ЖЭТФ, **36**, 62 (1959).

Г. А. ЛЕКСИН

π—π-ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРИ МАЛЫХ ЭНЕРГИЯХ

Целью лекции является изложение экспериментальных данных о взаимодействии пионов с пионами при полной энергии в их собственной системе центра масс $\lesssim 500$ Мэв. Ограничение этой областью энергии связано с тем, что здесь имеются более или менее подробные данные о сечениях $\pi\pi$-взаимодействия, тогда как при больших энергиях мы располагаем лишь качественными данными о резонансном взаимодействии пионов.

Информация о $\pi\pi$-взаимодействии может быть получена из анализа реакций с образованием пионов. Примерами таких процессов являются τ-распад, аннигиляция протонов и антипротонов с образованием пионов, реакция

$$\pi + N \to \pi + \pi + N. \qquad (0)$$

Дальше будет рассматриваться в основном реакция (0) в ее различных зарядовых состояниях:

$$\pi^- + p \to \pi^- + \pi^+ + n \quad \text{(I)}, \quad \pi^- + p \to \pi^- + \pi^0 + p \quad \text{(II)},$$

$$\pi^+ + p \to \pi^+ + \pi^+ + n \quad \text{(III)} \text{ и т. д.}$$

Простейшим подходом к рассмотрению рекции (0) является статистический, без учета взаимодействия частиц в конечном состоянии. Довольно скоро стало ясно, что такой подход дает возможность лишь грубо описать некоторые свойства реакции (0), например спектр импульсов пионов. Дальнейший прогресс был связан с учетом взаимодействия пионов с нуклоном в конечном состоянии; при этом сведения о πN-взаимодействии могли быть получены из независимого эксперимента. Одной из попыток учесть πN-взаимодействие является широко известная изобарная модель Штернхаймера и Линденбаума, в которой предполагается, что реакция (0) происходит в два этапа: сначала образуется изобара и пион, а затем изобара распадается на пион и нуклон. Эта модель, несомненно, лучше описывала экспериментальные данные. Однако и она не могла объяснить многие свойства реакции (0): импульсный спектр нуклонов, зависимость числа случаев от относительной энергии пионов и т. д. Естественно, что дальнейшее улучшение в описании реакции (0) должно быть связано с корректным учетом взаимодействия пионов в конечном состоянии.

До сих пор не сделано — и в ближайшее время не будет сделано — опытов по рассеянию свободных пионов пионами. Поэтому задачу можно обратить и попытаться извлечь сведения о $\pi\pi$-взаимодействии из анализа свойств реакции (0). В общем виде в настоящий момент эта задача не может быть, по-видимому, решена достаточно корректно, хотя такие попытки предпринимались и, конечно, будут предприниматься.

Более надежным представляется путь исследования некоторых случаев реакции (0), когда данные о пион-пионном взаимодействии могут быть получены достаточно достоверным способом. Известны и экспериментально реализуются два метода: метод обработки экспериментальных данных о реакции (I) вблизи порога, предложенный Ансельмом и Грибовым [1], и метод Чу и Лоу [2], связанный с экстраполяцией дифференциального сечения реакции (0) в область отрицательных значений переданных импульсов.

Прежде чем подробнее остановиться на этих методах, рассмотрим данные о полных сечениях реакций (I—III), большинство которых получено в последние один-два года. Энергетическая зависимость полного сечения реакции (I) приведена на рис. 1, аналогичные сведения о реакции (II)—на рис. 2. Там же указаны авторы, данные которых [3—8] использованы при построении соответствующих графиков. Полное сечение реакции (3) при энергии мезонов 357 Мэв были недавно измерены в работе [9]. Найдено, что $\sigma_{\pi^+ + p \to \pi^+ + \pi^+ + n} = 0{,}12 \pm \pm 0{,}01$ мб. Хочется обратить внимание на следующие обстоятельства: а) полное сечение реакции (I) порядка 1 мб, полные сечения реакций (II и III) порядка 0.1 мб.; в) теоретические кривые, приведенные на рис. 1, получены в различных предположениях о величине вклада $\pi\pi$-взаимодействия в полное сечение реакции (0), а также без учета этого взаимодействия. Видно, что теоретические кривые в целом плохо описывают экспериментальные данные, что достаточно ярко свидетельствует о том, что в общем случае невозможно получить сведения о сечении $\pi\pi$-взаимодействия на основе существующих теоретических представлений о реакции (0).

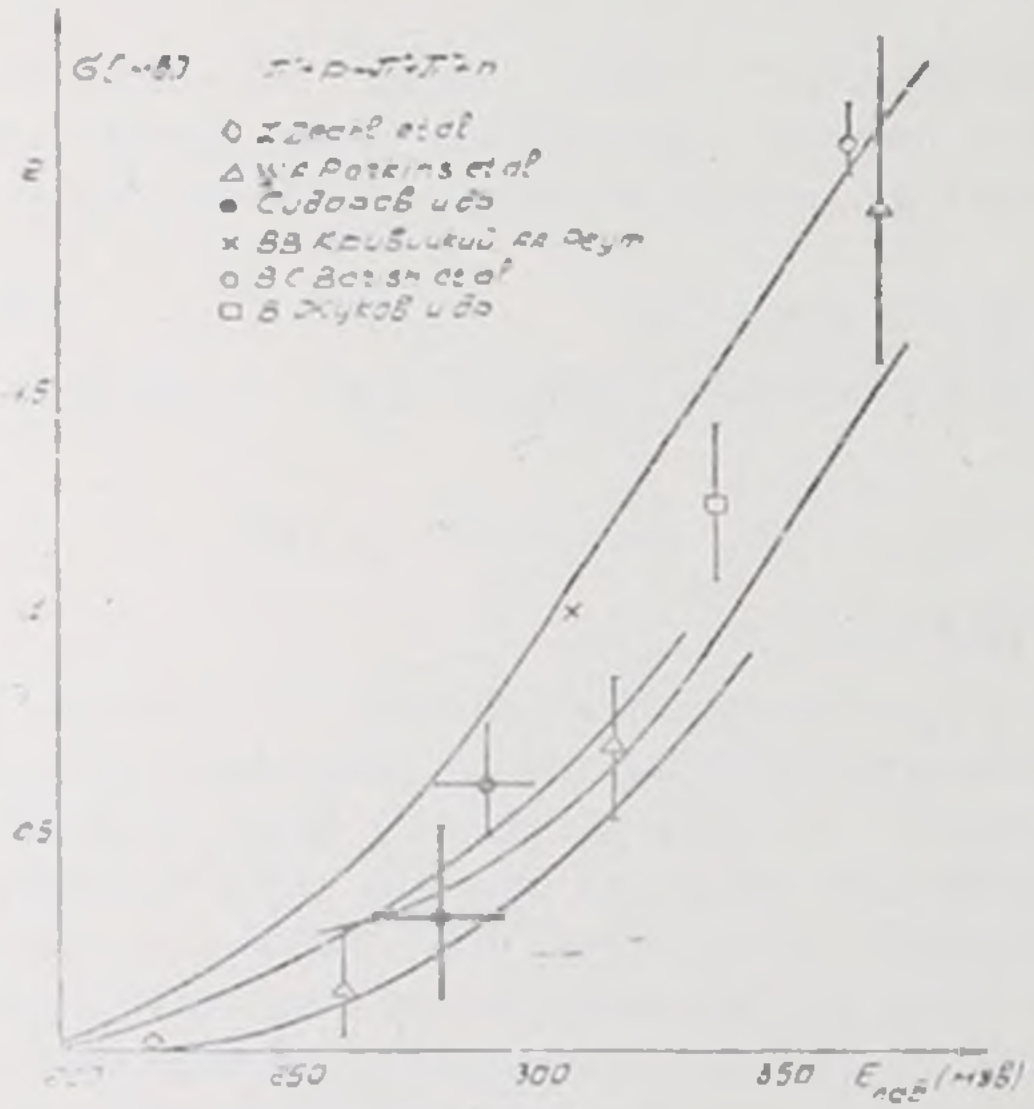


Рис. 1.

Рассмотрим теперь применение метода Ансельма—Грибова к определению сечений пион-пионного взаимодействия. Подробно метод был рассмотрен в предыдущей лекции, прочитанной В. В. Анисовичем. Для нас необходима формула, связывающая дифференциальное сечение реакции (1), рассчитанное на единицу фазового объема, с величинами относительных импульсов пионов k_{12} и пиона и нуклона k_{13}:

$$\frac{d\sigma}{d\Gamma} = A(1 + ck_{12} + dk_{13}). \quad (1)$$

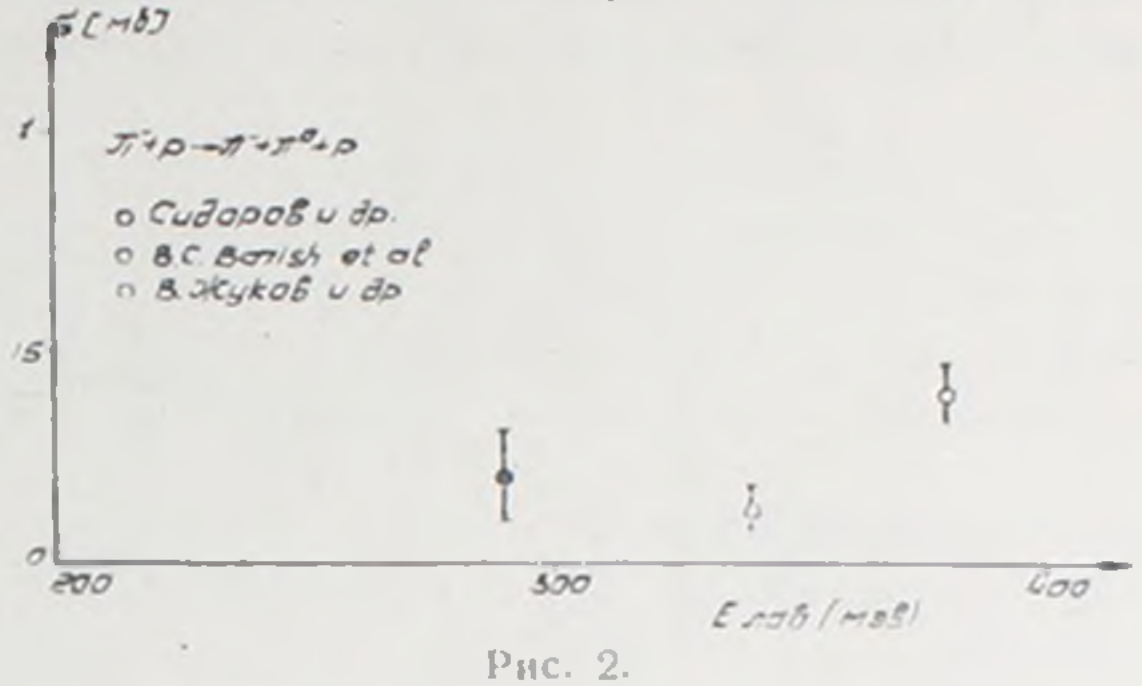


Рис. 2.

Коэффициенты c и d, зависящие от длин рассеяния пионов пионами и пионов нуклонами, связаны между собой отношением

$$\frac{c}{d} = \frac{a_2 - a_0}{b_{1/2} - b_{3/2}}, \quad (2)$$

где $a_2 - a_0$ — разность длин рассеяния пион-пионного взаимодействия в состояниях с изотопическими спинами 2 и 0, а $b_{1/2} - b_{3/2}$ — разность длин рассеяния пиона нуклоном в изотопическом состоянии $^1/_2$ и $^3/_2$. Величина $b_{1/2} - b_{3/2}$ может быть взята из независимых экспериментов по рассеянию пионов нуклонами.

Строго говоря, формула (1) справедлива только у порога реакции (1), где можно пренебречь членами квадратичными по k_{12} и k_{13}. Так как экспериментальное изучение реакции возможно не точно при пороге реакции, а только вблизи его, то необходимо проверять справедливость формулы (1) в условиях конкретного эксперимента.

В последние годы в Дубне группа В. М. Силорова [15] исследовала реакцию (1) методом ядерных фотоэмульсий при энергии падающих мезонов 290 ± 15 Мэв. Результаты их работы представлены на рис. 3 в виде поля случаев в координатах k_{12} и k_{13}. Рассматривались лишь те случаи, которые заведомо удовлетворяли кинематике реакции (1). На рис. 3 они расположены на площади, ограниченной кривой 1. Вся площадь разбивалась на ряд участков, для которых определялась величина $\frac{d\sigma}{d\Gamma}$ при определенных средних значениях k_{12} и k_{13}. Разбиения производились разными способами и это не меняло окончательный результат. Было показано, что экспериментальные данные хорошо описываются формулой (1); вероятность того, что данные выпадают за уравнения плоскости (5), составляет 4%, а величина $a_2 - a_0 = -0{,}36 \pm 0{,}19$. Здесь и в дальнейшем все данные о длинах рассеяния будут приводиться в единицах комптоновской волны пиона. В настоящий момент работа группы Сидорова продолжается; исследования проводятся при энергиях падающих мезонов, лежащих ближе к порогу реакции (1).

Другим методом определения сечений пион-пионного взаимодействия, который пытаются в настоящее время применить к обработке экспериментальных данных, является метод Чу и Лоу. В основе его лежит наглядное представление о взаимодействии налетающего мезона с мезоном „шубы" нуклона. Здесь, по-видимому, будет полезна аналогия с методом определения сечения нуклон-нуклон-

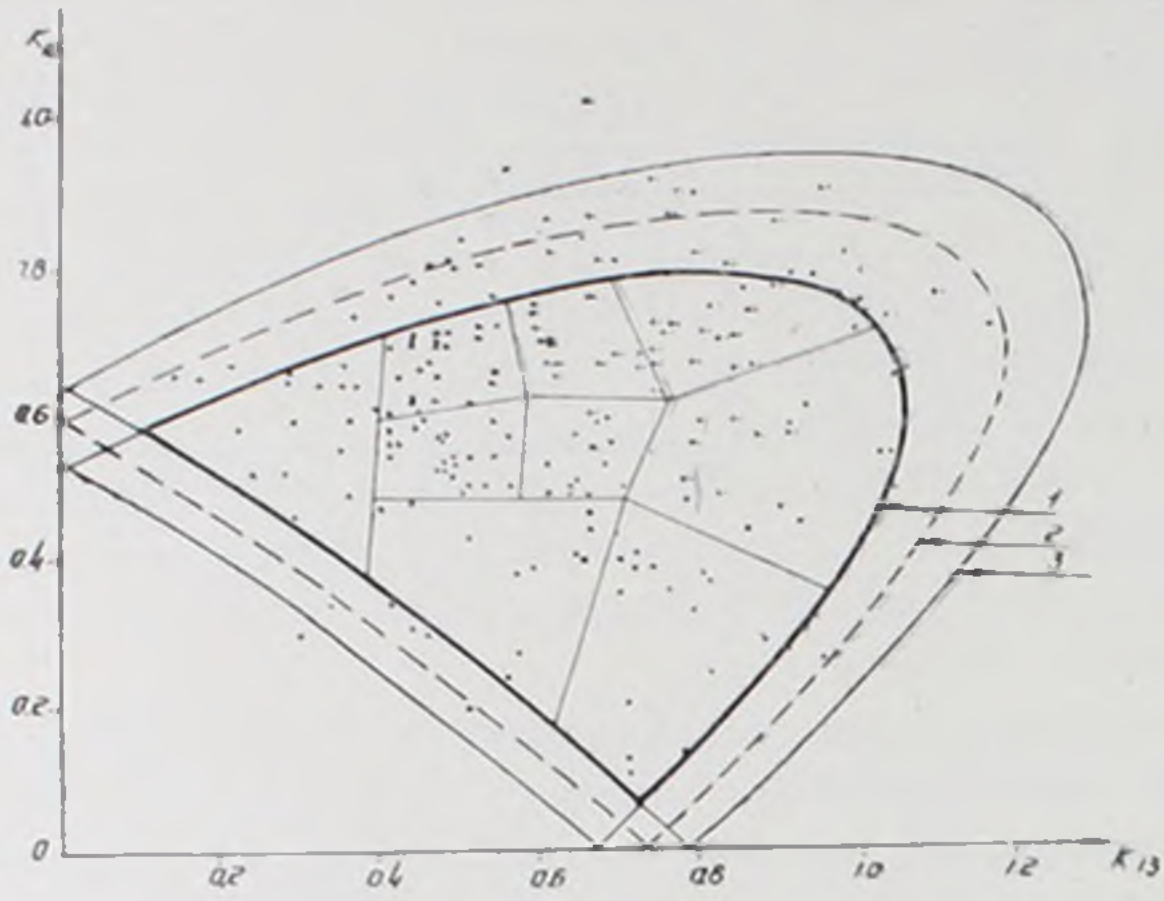


Рис. 3.

ного рассеяния из опытов по квазиупругому рассеянию нуклонов ядрами. Старые и хорошо известные опыты показали, что рассеяние нуклонов ядрами можно представлять как рассеяние на отдельных движущихся нуклонах внутри ядра. При этом мы получаем тем более точные сведения о свободном нуклон-нуклонном рассеянии, чем слабее движется нуклон ядра, и чем, следовательно, менее отдача ядра остатка.

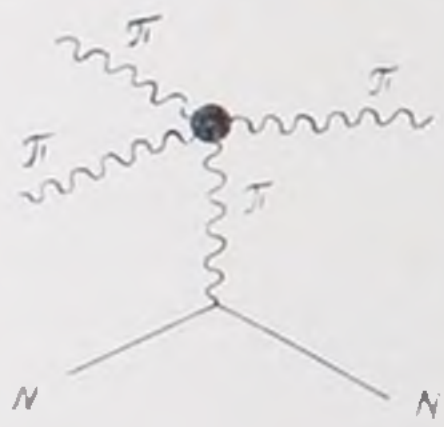


Рис. 4.

В случае рассеяния пионов на виртуальных мезонах „шубы" нуклона мы получим тем более точные сведения о свободном пион-пионном рассеянии, чем меньше будет импульс нуклона отдачи. При этом основной вклад будет давать полюсная диаграмма, изображенная на рис. 4. Расчет сечения реакции (0) при использовании только диаграммы рис. 4 приводит к формуле

$$\frac{d^2\sigma}{dp^2 d\omega^2} \cong \frac{f^2}{2\pi}\,\frac{1}{q^2}\,\frac{p^2}{(p^2+1)^2}\,\omega\sqrt{\frac{\omega^2}{4}-1}\;\sigma_{\pi\pi}(\omega), \qquad (3)$$

где f—константа πN-взаимодействия, p—импульс отдачи нуклона в лабораторной системе, ω—полная энергия вылетающих π-мезонов в их системе центра масс ($\omega_{min} = 2$), q—импульс налетающего мезона в лабораторной системе, $\sigma_{\pi\pi}(\omega)$—сечение пион-пионного рассеяния, за-

висящее от относительной энергии мезона. Все величины в формуле (3) и дальше выражены в единицах массы пиона. Формула (3) приближенная, так как сечение процесса, соответствующего верхнему узлу диаграммы, совпадает с сечением $\pi\pi$-рассеяния только в точке $p^2 = -1$, т. е. в полюсе. Значение $p^2 = -1$ лежит в нефизической области реакции (0).

Так как мы не можем, конечно, провести измерения в точке $p^2 = -1$, то получить значение дифференциального сечения в этой точке можно только путем экстраполяции экспериментальных данных в эту точку. Экстраполяция окажется наиболее надежной, если будут использованы данные в области $p^2 \leq 1$, т. е. наиболее близкие к полюсу.

При обработке экспериментальных данных часто предполагается, что формула (3) справедлива в некоторой области значений переданных импульсов, т. е. предполагается, что работает только одномезонная диаграмма рис. 4. Это предположение лучше оправдывается, по-видимому, если используются данные, отвечающие лишь малым переданным импульсам. Предположение о доминирующем вкладе только одномезонной диаграммы допускает экспериментальную проверку. Именно величина $(p^2+1)^2 \frac{d^2\sigma}{dp^2 d\omega^2} = F$ при фиксированных значениях ω должна линейно зависеть от p^2, и $F(0) = 0$. В этом случае можно провести линейную экстраполяцию в точку $p^2 = -1$ и получить значение $\sigma_{\pi\pi}$ при заданном ω. Возможно проводить и нелинейную экстраполяцию в точку $p^2 = -1$, считая при этом, что и другие диаграммы, помимо диаграммы, приведенной на рис. 4, могут давать вклад; однако экстраполяция полиномом высокой степени требует очень точных экспериментальных данных, которыми мы не располагаем.

Посмотрим все же, что дают уже известные эксперименты. Впервые экстраполяционный метод Чу был применен в работе Андерсена и др. [10] при обработке данных о реакции (II), полученных на жидководородной пузырьковой камере. Подробнее об этой работе будет рассказано в лекции Я. М. Селектора. Мы обратим лишь внимание на зависимость величины F от p^2 при различных значениях ω, представленную на рис. 5. Видно, что лучше всего эта зависимость описывается прямой, проходящей через нуль, если использовать данные при малых p^2 и в диапазоне малых значений ω. К аналогичным выводам можно прийти, исходя из экстраполяционных кривых, приведенных на рис. 6 и взятых из работы [9] по исследованию реакции (3) в жидководородной пузырьковой камере.

Исследование интересующих нас реакций с помощью пузырьковой камеры представляет значительные трудности, так как отбор событий, отвечающих малым переданным импульсам, т. е. $p^2 \lesssim 1$, соответствует измерению процессов с сечениями порядка $10^{-2} - 10^{-3}$

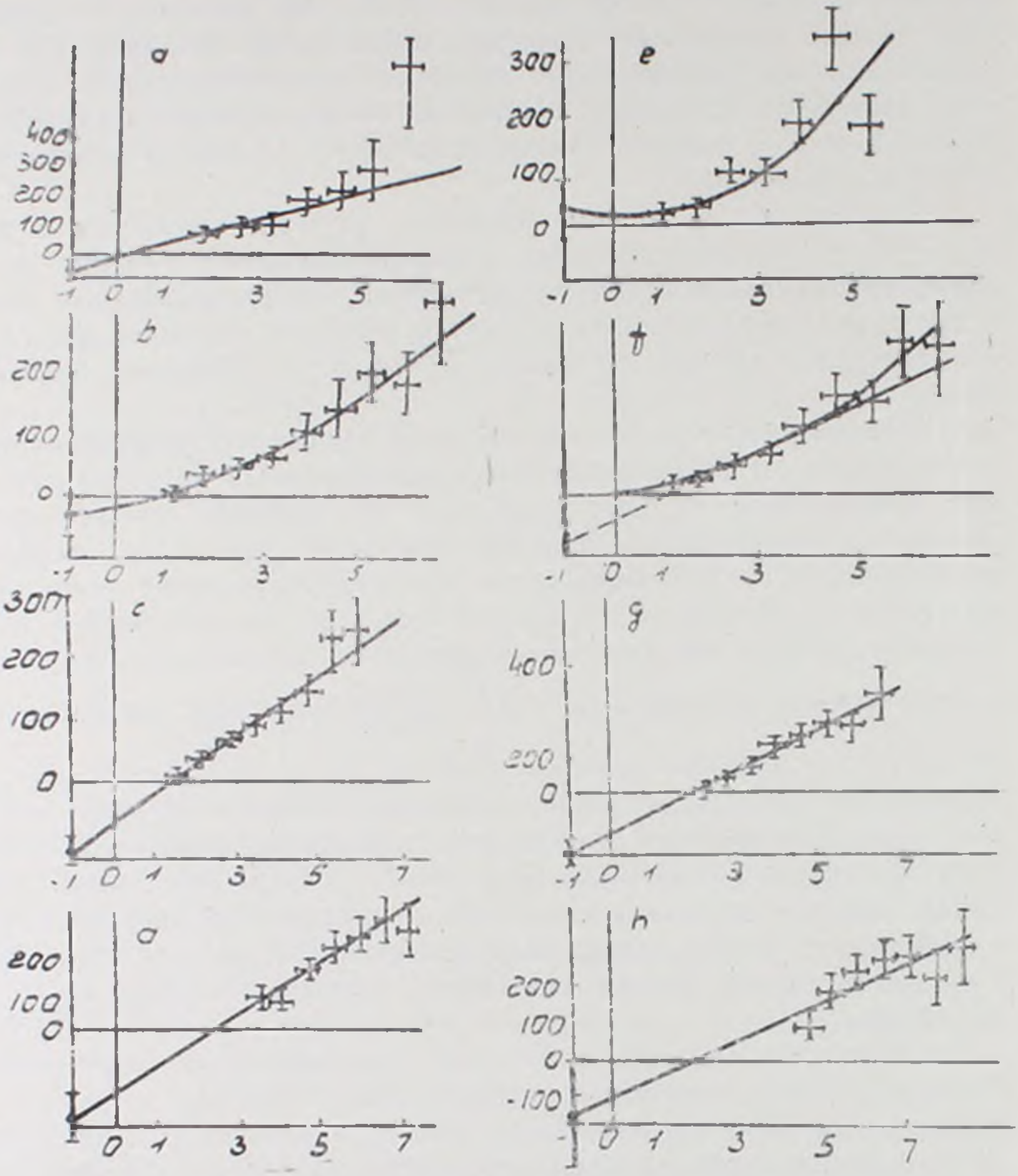


Рис. 5.

от полного сечения, т. е. сечениями порядка $10^{-2} - 10^{-3}$ миллибарна по фону существенно более вероятных процессов. Хотя пузырьковая камера и дает возможность надежно отбирать нужные события — набор необходимой статистики требует непомерно много времени и труда. Аппаратура, пригодная для эффективного исследования реакции (I) в области $p^2 \lesssim 1$, была разработана и испытана в ИТЭФ группой М. С. Козодаева.

В основе этой электронной аппаратуры лежит кинематический метод [11] отбора событий, на котором остановимся несколько под-

робнее, так как он имеет самостоятельное значение и был уже использован при исследовании ρ-мезона в пузырьковой камере Шаламовым и Грашиным (см. подробнее лекцию Я. М. Селектора).

Идея метода заключается в том, что величины p^2 и ω определяются по двум измеренным углам. Будем рассматривать реакцию (0) как двухчастичную

$$\pi + N \to \omega + N \qquad \text{(IV)}$$
$$\omega \to \pi + \pi$$

с последующим распадом фиктивной ω-частицы (с массой, равной ω — полной энергии пионов в их собственной системе центра масс) на два пиона. Если масса ω известна, то достаточно знания угла вылета ϑ частицы, чтобы величина p^2 могла быть определена как во всякой двухчастичной реакции. Для определения величины ω рассмотрим рис. 7.

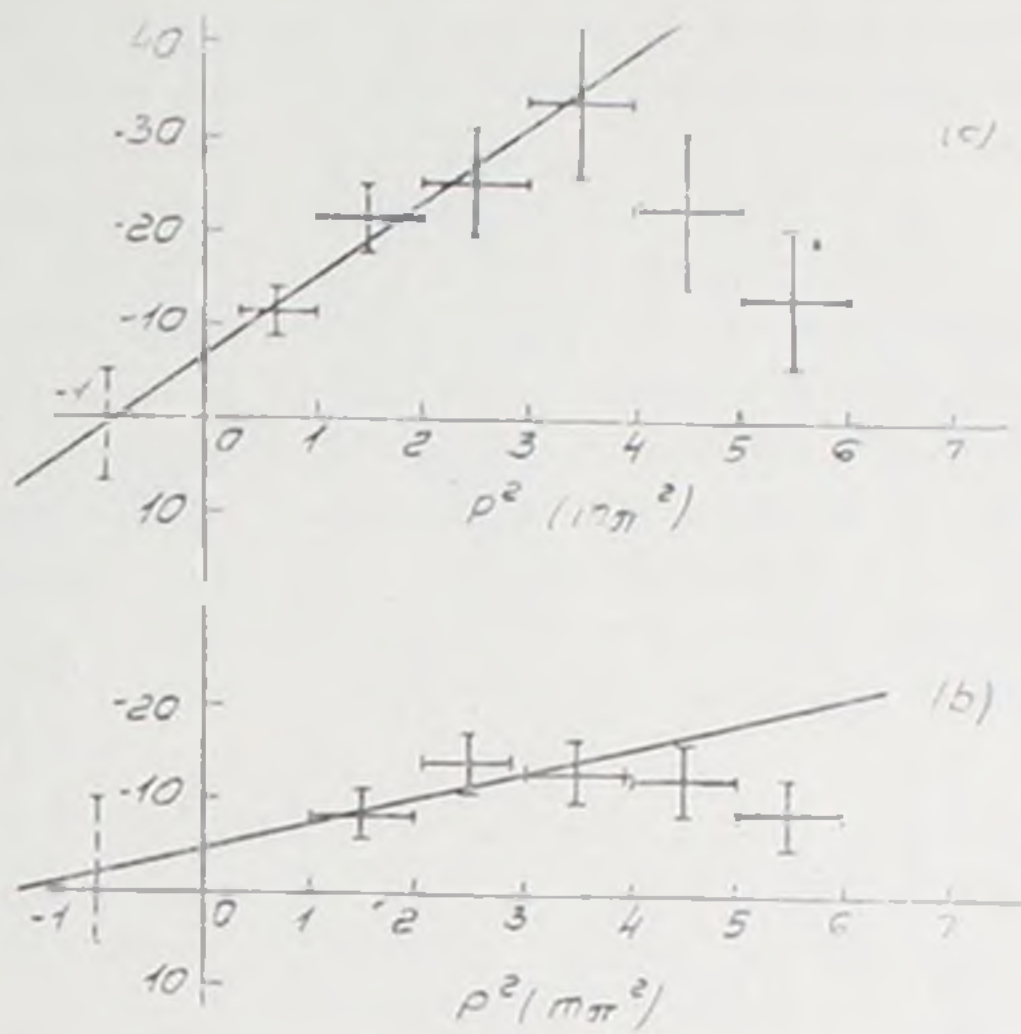


Рис. 6.

Он изображает эллипс распада частицы ω, построенный по общим правилам кинематических построений. Расстояние от точки распада до центра эллипса равно половине импульса частицы ω в лабораторной

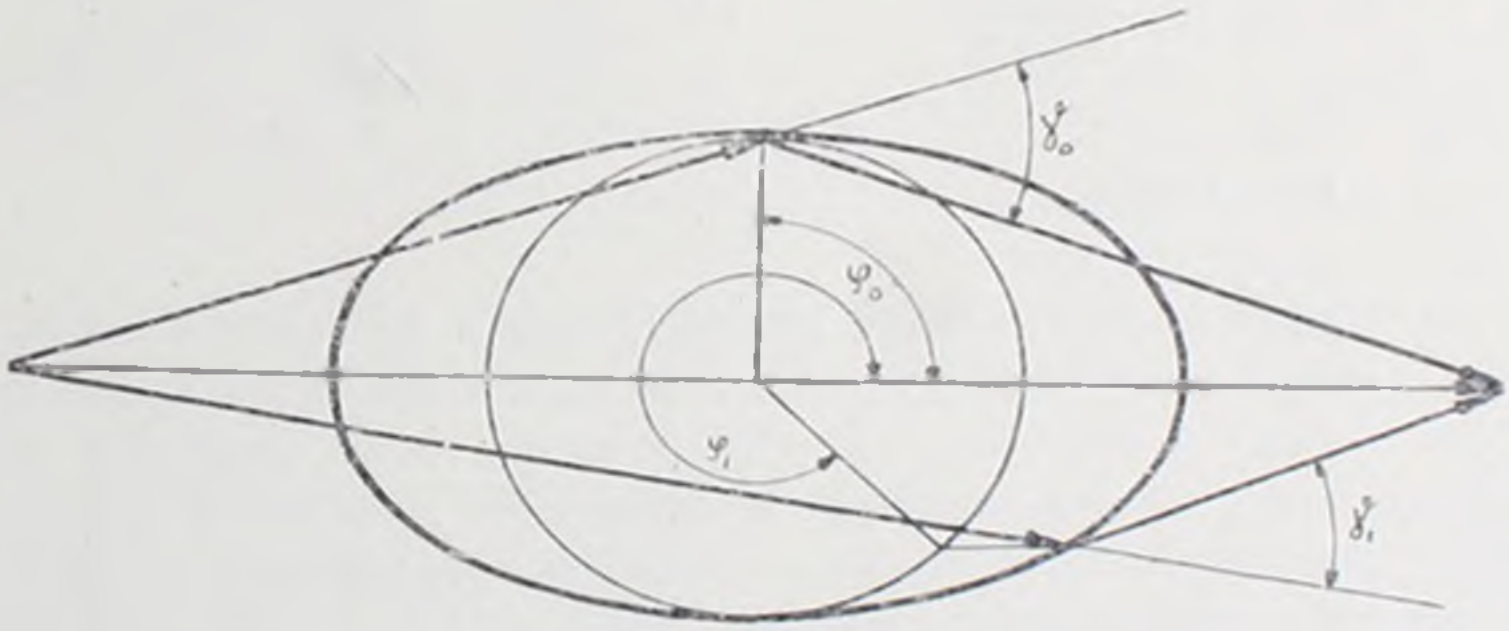


Рис. 7.

системе, величина малой полуоси равна $\sqrt{\frac{\omega^2}{4} - 1}$. В эллипс вписана окружность, изображающая разлет мезонов в их собственной системе центра масс. Угол γ между мезонами характеризует величину ω. Конечно, при одном и том же значении ω он может меняться и даже быть нулем, но число случаев, отвечающих тому или иному значению γ при фиксированном значении ω, различно. Соответствующее

распределение приведено на рис. 8. Легко видеть, что распределение числа случаев зависит от углового распределения мезонов в их собственной системе центра масс. На рис. 8 приведены кривые распределения числа случаев, соответствующие изотропному распределению мезонов и распределению по $\cos^2\varphi$, где φ—угол вылета в с. ц. м. Можно ожидать, что при малых относительных энергиях ω, которые нас интересуют, угловое распределение мезонов будет изотропным.

Из рис. 7 видно также, что если импульсы мезонов равны, то связь величины ω угла γ однозначна. Можно поэтому уточнить определение ω по углу γ, ограничив, например, фильтрами различие в импульсах пионов. Результат такого ограничения и его влияния на точность определения γ при данном ω можно видеть на рис. 8. На рис. 9 приведены полностью аналогичные распределения по числу случаев в зависимости от ω^2 при фиксированном значении γ, вычисленные в тех же предположениях, что и графики на рис. 8.

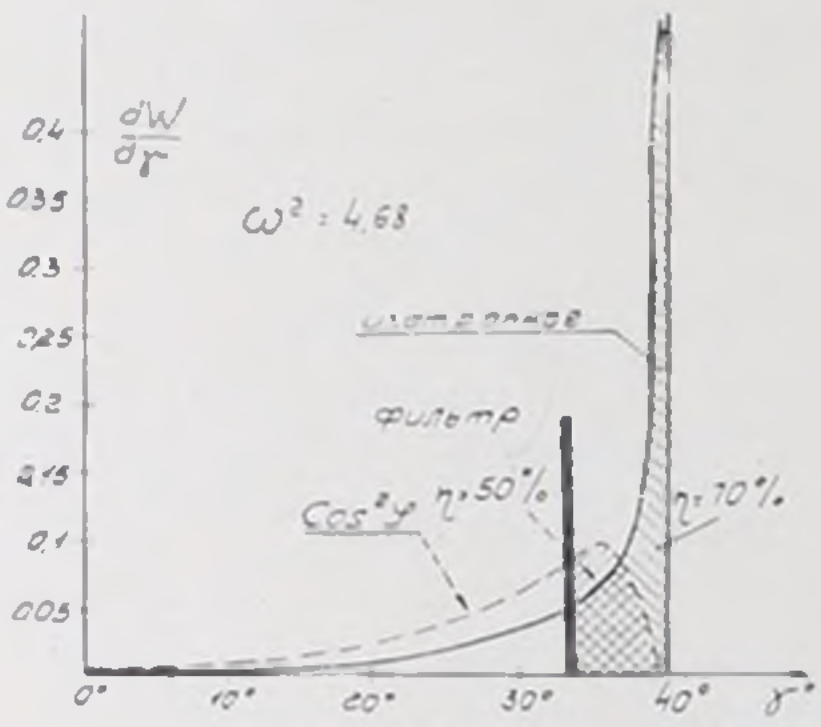


Рис. 8.

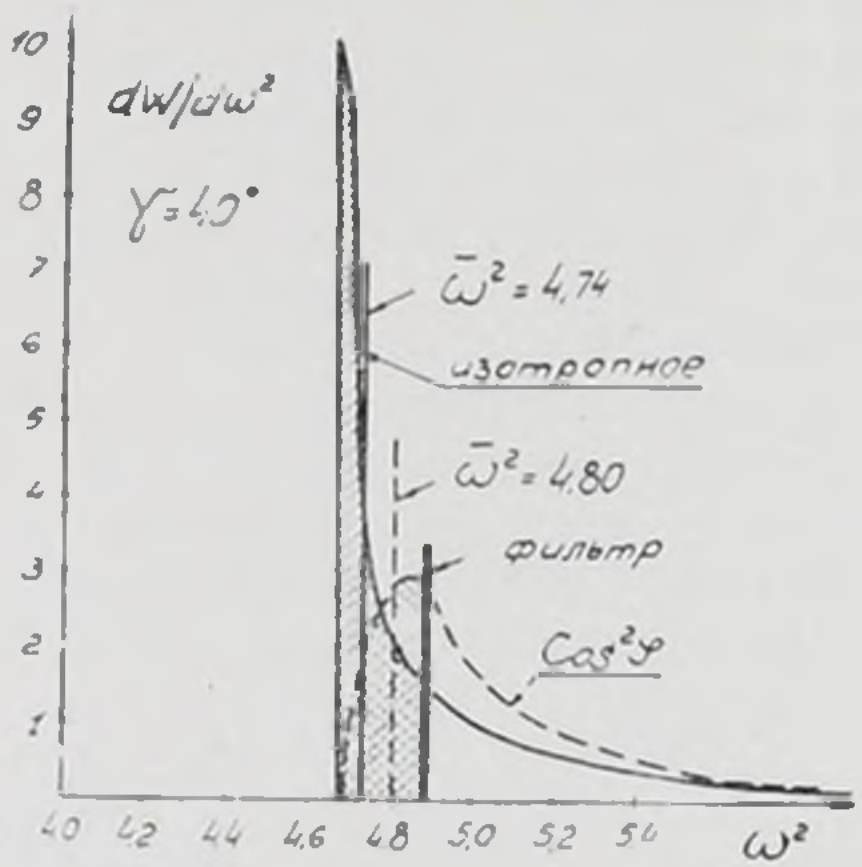


Рис. 9.

Как уже было сказано, зная величины ω и θ—угла вылета фиктивной частицы, можно определить p. За значение θ принимается величина угла между биссектрисой угла разлета двух пионов и направлением начального π-мезона. Можно показать, что возникающие при этом ошибки меньше, чем при определении величины ω по углу γ.

Описанный здесь в самых общих чертах метод является статистическим методом, однако он обладает достаточной точностью в определении p^2 и ω^2, существенно превышающей те интервалы по p^2 и ω^2, в которых приходится усреднять полученные значения даже при достаточно большой статистике.

Вернемся к опытам группы Козодаева [11], которые еще продолжаются, но в которых уже получены некоторые важные данные о ходе пион-пионного сечения при малых энергиях пионов. Схема

установки изображена на рис. 10. Через c_1 и c_2 обозначены сцинтилляционные счетчики, выделяющие пучок; из сцинтиляционных счетчиков состоят также восемь телескопов с пластическими сцинтиллляторами в виде секторов; Ac_1 и Ac_2 — счетчики антисовпадений. Счетчики c_1, c_2 и любые из двух сработавших телескопов включались в схему совпадений, импульс от нее заставлял срабатывать искровую камеру, по снимкам которой можно было достаточно точно измерить необходимые углы γ и θ. В опыте использована полиэтиленовая мишень. Это в значительной степени обусловило предварительный характер эксперимента.

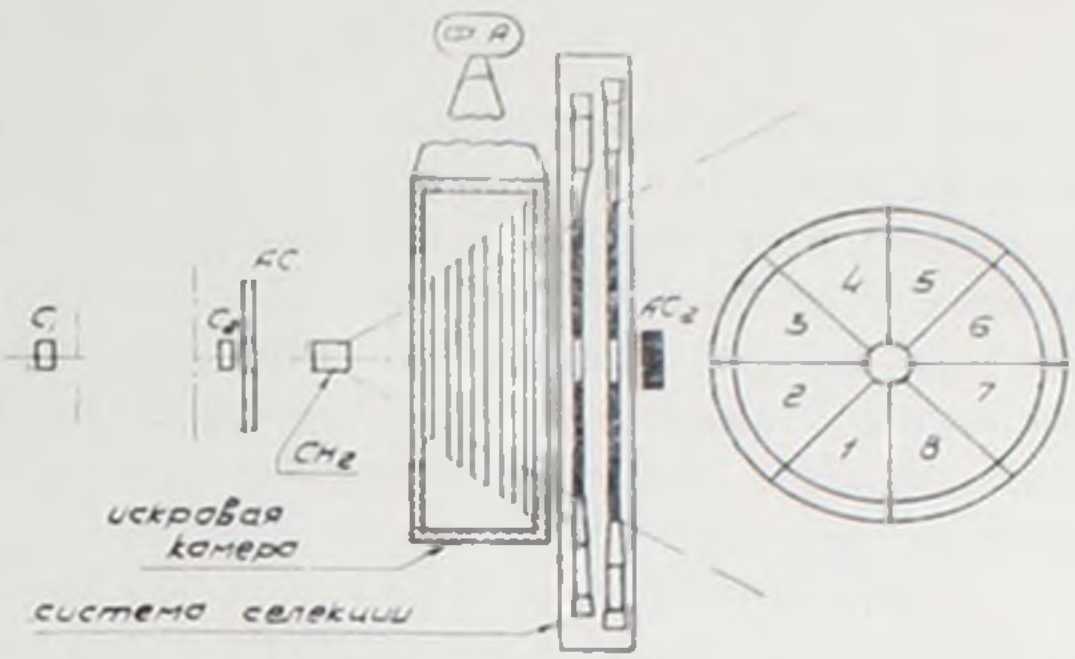


Рис. 10.

Результатом работы явилась зависимость $\sigma_{\pi\pi}$ от квадрата полной энергии, изображенная на рис. 11. Точками разных типов отмечены данные по $\sigma_{\pi\pi}$, полученные в этой работе независимыми способами обработки по формуле (3). Важно еще раз подчеркнуть, что весь эксперимент выполнен в области $p^2 \sim 1$. Обращает на себя внимание быстрый спад сечения с ростом ω^2, причем спад получается при всех трех способах обработки экспериментальных данных. Возможно, что имеется некоторый максимум в районе $\omega^2 = 4{,}4$ (~ 300 Мэв).

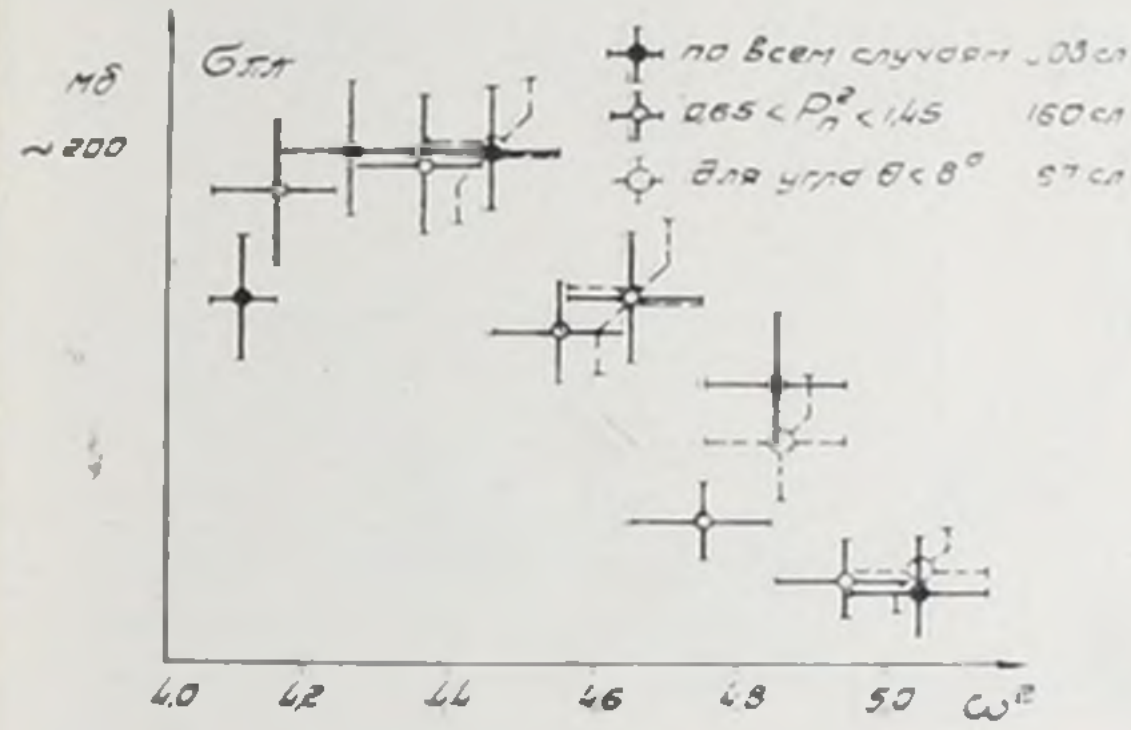


Рис. 11.

Впервые данные, указывающие на возможное существование резонанса в системе двух пионов при энергии 390 Мэв, были получены Абашяном, Боосом и Кроу [12] при исследовании спектра He^3 в реакции

$$p + d \to \pi^- + \pi^- + He^3. \qquad (V)$$

Авторы обнаружили нерегулярный ход спектра He^3, свидетельствующий в пользу реакции

$$p + d \to \omega + He^3 \qquad (VI)$$
$$\omega \to \pi^+ + \pi^-$$

(ω—резонанс в системе двух пионов с энергией 310 Мэв). По имени авторов этот резонанс получил в литературе название ABC-резонанса. Попытки найти ABC-резонанс были предприняты в Дубне [3] при исследовании реакции

$$p + d \to \pi^+ + \pi^0 + H^3. \qquad \text{(VII)}$$

Обнаружение этого резонанса в реакции (VII) представляло существенный интерес, так как первоначально предполагалось, что пионы дают резонанс в состоянии с изотопическим спином $I = 1$. В Дубне ABC-резонанс не был обнаружен. После этого Кроу и др. [14] были проведены новые измерения, которые подтвердили как их прежние экспериментальные данные относительно особенности в спектре импульсов He^3, так и данные работы [13] об отсутствии особенностей в импульсном спектре H^3.

Принципиальная схема опытов по поискам особенностей в импульсных спектрах ядер отдачи приведена на рис. 12. Вторичные

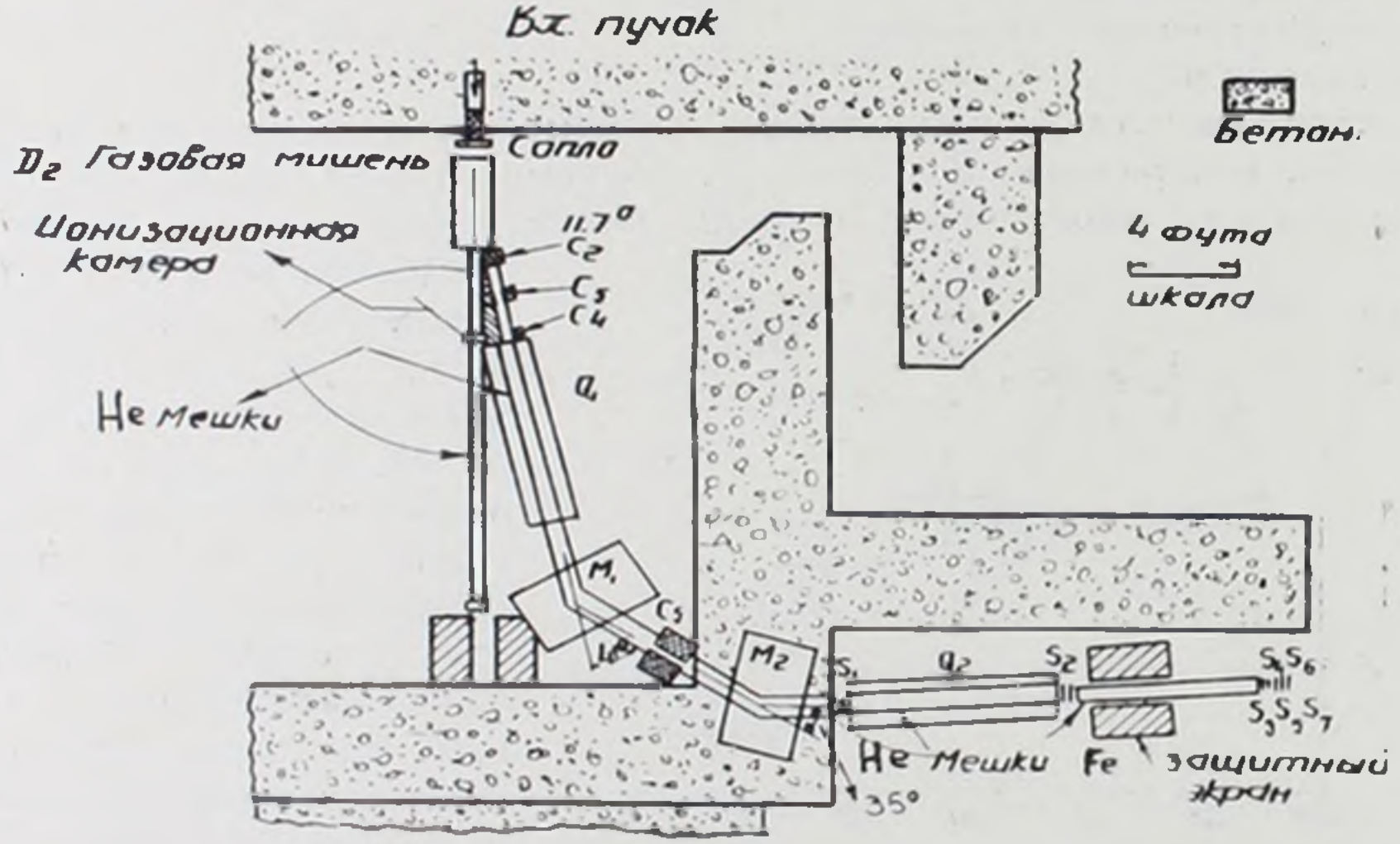


Рис. 12.

частицы анализировались магнитом и регистрировались системой сцинтилляционных счетчиков, выделяющей ядра He^3 или H^2. Результаты последних работ Кроу и др. [14] приведены на рис. 13 и 14. На рис. 13 приведен импульсный спектр ядер He^3 в реакции (V), где отчетливо видна обсуждаемая особенность, а на рис. 14—импульсный спектр H^3, где не видно никакой особенности. Отметим, что реакция (VI) существенно менее вероятна по сравнению с реакцией (V). Если, следуя авторам, считать, что максимум в спектре He^3 связан с реакцией (VI), то ABC-резонансу надо приписать изотопический спин $I = 0$. Импульсный спектр He^3 в реакции с $I = 0$, полученный как разность данных, приведенных на рис. 13 и 14, показан на рис. 15.

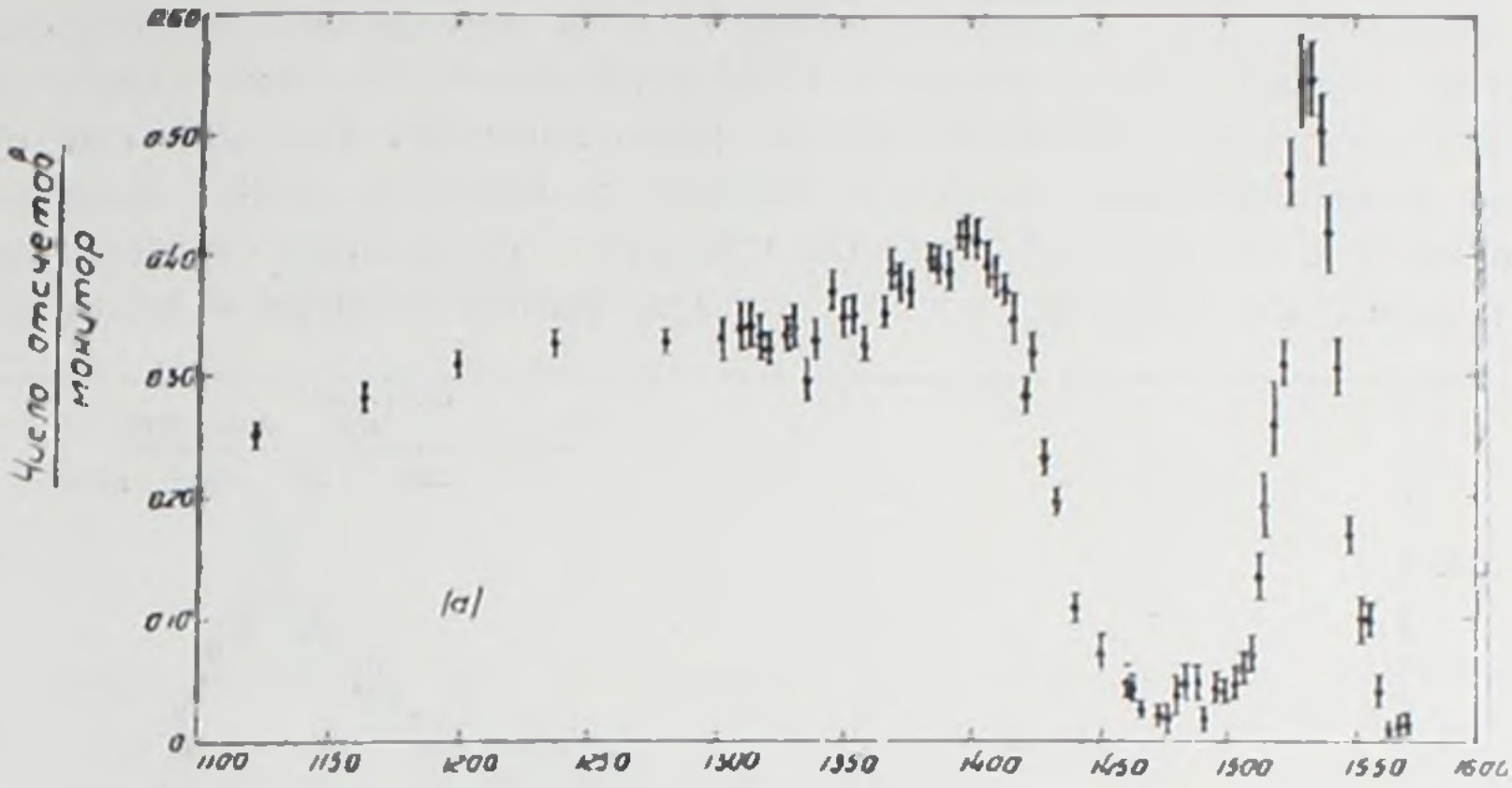


Рис. 13.

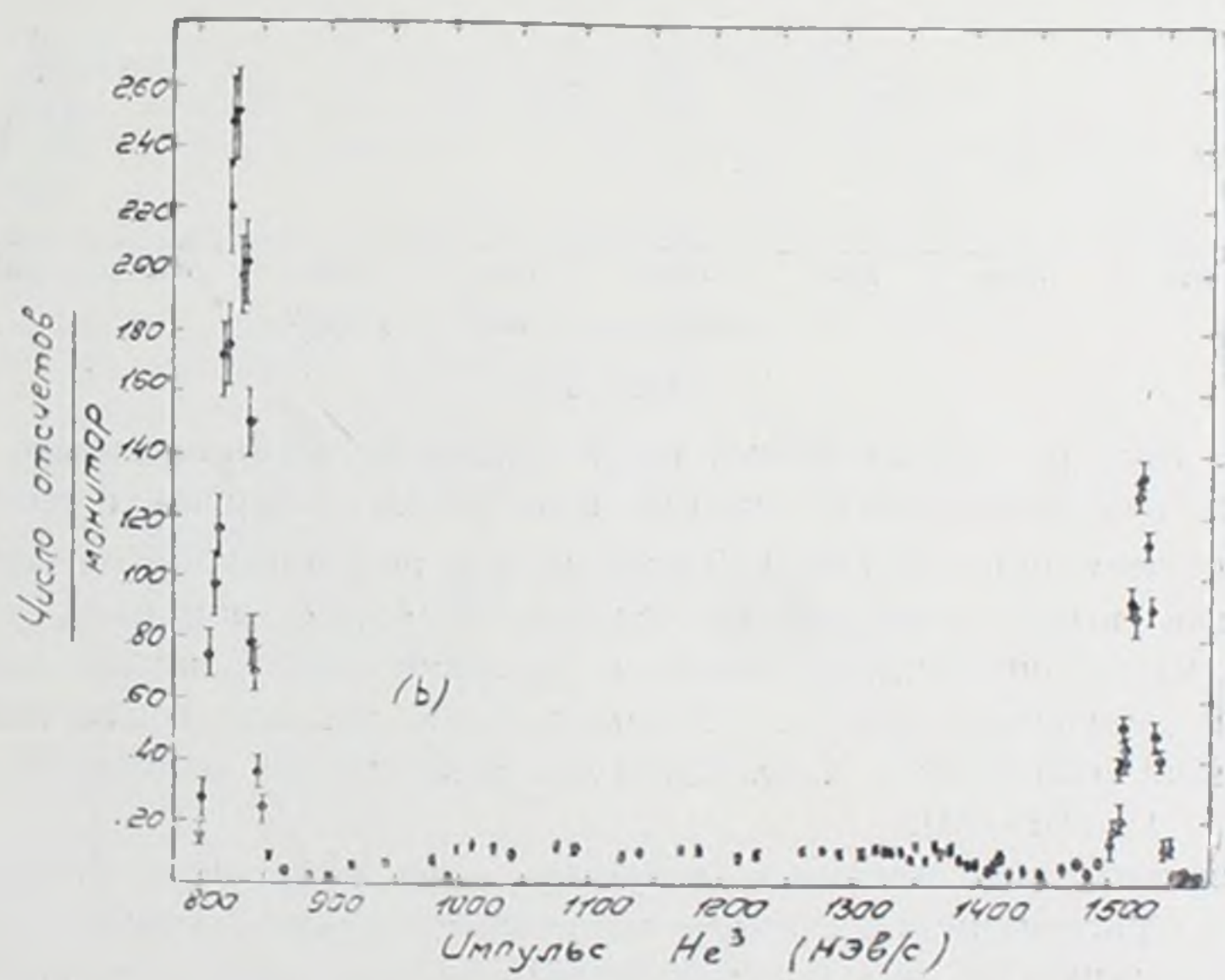


Рис. 14.

Здесь вполне отчетливо проявляется особенность на границе статистической кривой. Сверху приведена шкала ω. Видно, что положение максимума согласуется с полученным в работе [11].

Недавно группой Альвареца были получены дополнительные указания на существование ABC-резонанса при исследовании зависимости числа $\pi^+\pi^-$-пар от их относительной энергии для пионов, образующихся при аннигиляции антипротонов в водородной камере.

Несмотря на вышеизложенное, есть основание сомневаться в действительном существовании ABC-резонанса. Он может быть объяснен как результат сильного роста пион-пионного сечения при стремлении относительной энергии пионов к нулю ($\omega \to 2$) и возрастания статистического веса реакции (0) или (V) с ω. В этом случае положение максимума должно зависеть от доступной энергии в реакциях (0)

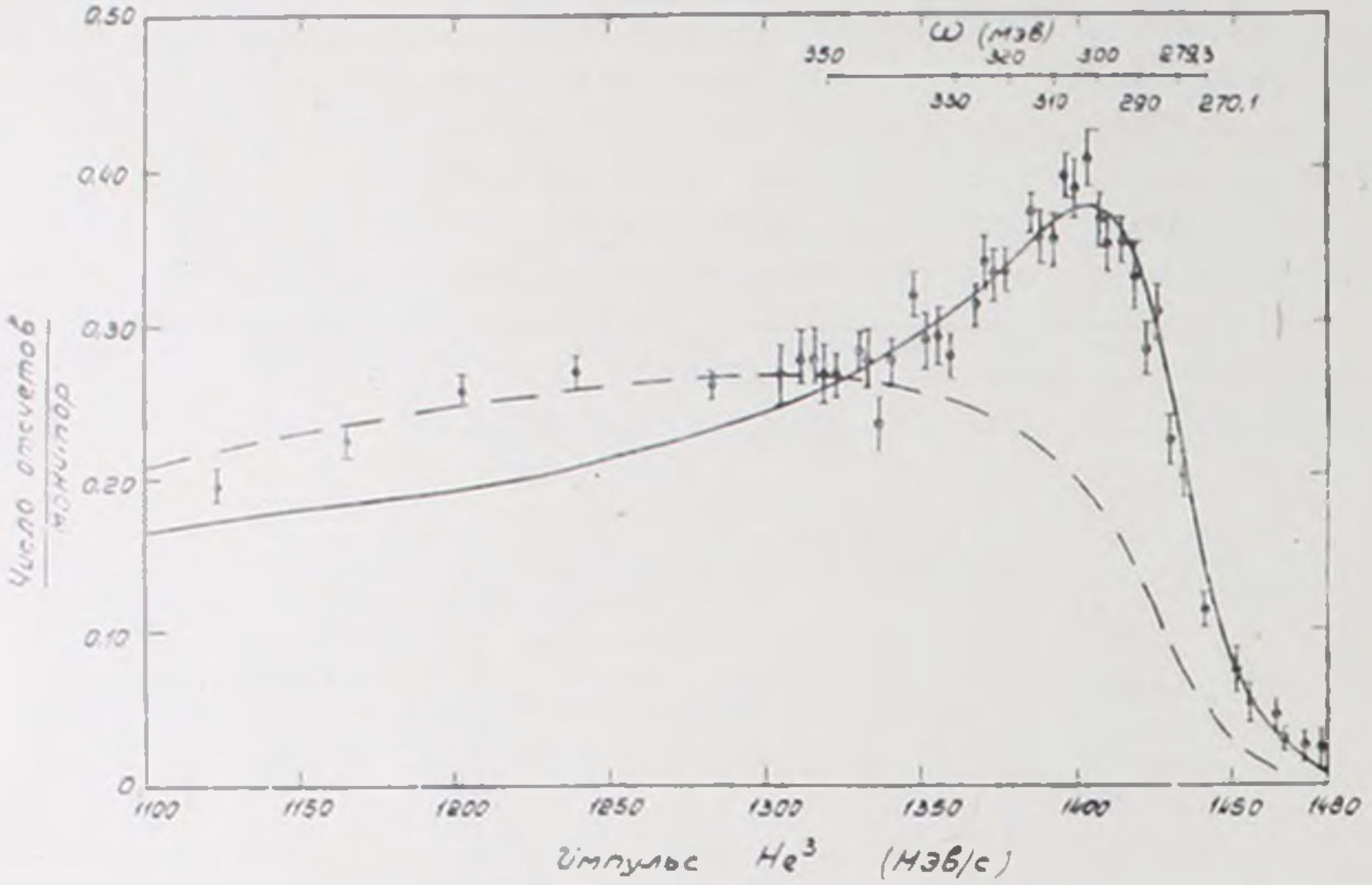


Рис. 15.

или (V). Как бы там ни было, надо признать установленным наличие сильного взаимодействия пионов при малой энергии в состоянии с изотопическим спином $I = 0$. Такой вывод подтверждается также приведенными выше данными о полных сечениях реакции I—III, если считать, что существенный вклад в сечения этих реакций дает одномезонная диаграмма (рис. 4). В самом деле, это предположение очень естественно объясняет наблюдаемую разность в величинах сечения реакции (I) и (II—III).

В заключение приведем таблицу длин рассеяния, составленную на основе рассмотренных выше экспериментальных данных.

В таблицу не включены противоречащие данные о длинах рассеяния, полученные из анализа τ-распада в ряде теоретических работ, которые уже критиковались в печати, в частности Грибовым в прошлогодних лекциях в Школе физиков в Нор-Амберде.

С другой стороны, следует сказать, что в ряде теоретических работ [17], посвященных анализу πN-взаимодействия, в общем случае даются согласующиеся с опытными данными значения $a_0 \sim 1$ и $a_2 \sim 0{,}1$.

Итак, основной вывод: сечение взаимодействия пионов с пионами при малых относительных энергиях характеризуется их сильным взаимодействием в изотопическом состоянии с $I = 0$.

Таблица 1

a_0	a_2	$a_2 - a_0$	Исходная реакция	Ссылка
> 0		$-0,36 \pm 0,19$	$\pi^- + p \to \pi^- + \pi^+ + n$	[5]
2,8			$p + d \to \pi^+ + \pi^- + He^3$	[14]
0,5÷1,5			$\pi^+ + p \to \pi^+ + \pi^+ + n$	[16] на основе [14]
	$< 0,15$		$\pi^- + p \to \pi^- + \pi^+ + n$	[9]
~ 1				[11]

Длина рассеяния $a_0 \sim 1$, a_2 примерно на порядок меньше. Имеется резкий спад сечения с ростом полной энергии пионов в их системе центра масс. Возможно, существует резонанс с $\omega \simeq 2,14$ и $I = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А. А. Ансельм* и *В. Н. Грибов*, ЖЭТФ, **37**, 501 (1959).
2. *G. F. Chew* and *F. E. Low*, Phys. Rev., **112**, 1380 (1958).
3. *J. Dial, M. Derrick, J. Fetkovich, T. Fields, G. B. Yodh*, Конференция в Рочестере (1960).
4. *W. A. Perkins, J. C. Caris, R. W. Kenney, V. Perez-Mendez*, Phys. Rev., **118**, 1364 (1960).
5. *Ю. А. Батусов, С. А. Бунятов, В. М. Сидоров, В. А. Ярба*, ЖЭТФ, **39**, 1850 (1960); **40**, 460 (1961); **40**, 1528 (1961).
6. *В. В. Кравицкий* и *А. А. Рейт*, ДАН, 112, 232 (1957).
7. *B. C. Barish, B. J. Kurz*, Phys. Rev. Lett., **6**, 297 (1961).
8. *Т. Д. Блохинцева, В. И. Жуков, Либерман, Ж. Д. Неменов, Г. И. Селиванов*, препринт ОИЯИ (1962).
9. *J. Kurz, J. Shwartz, R. D. Tripp*, препринт UCRL—9941 (1961).
10. *J. A. Anderson, V. X. Bang, R. G. Barke* and oth., Phys. Rev. Lett. **6**, 365 (1961).
11. *Ю. Д. Баюков, М. С. Козодаев, Г. А. Лексин, Д. А. Судаков* и др., препринт ИТЭФ (1962).
    А. В. Арефьев, Ю. Д. Баюков, Ю. М. Зайцев и др., Доклад на конф. по ядерной электронике, Белград (1960).
    А. В. Арефьев, Ю. Д. Баюков, Ю. М. Зайцев и др. препринт ИТЭФ (1962).
12. *A. Abashian, N. E. Booth, K. M. Crowe*, Phys. Rev. Lett. **5**, 258 (1960).
13. *A. Abashian, N. E. Booth, K. M. Crowe*, Phys. Rev. Lett. **7**, 35 (1961).
14. *Ю. К. Акимов, В. И. Комаров, К. С. Маркин, О. В. Савченко, Л. М. Сороко*, ЖЭТФ, **40**, 1532 (1961).
15. *J. Button, G. R. Kalbfleisch, G. R. Lynch, B. C. Maglić, A. H. Rosenfeld, M. L. Stevenson*, препринт UCRL—9814 (1961).
16. *T. N. Truong*, Phys. Rev. Lett., **6**, 308 (1961).
17. *J. Sato, A. Takahashi, Y. Ueda*, Progr. Theor. Phys. **22**, 617 (1959).
18. *А. В. Ефремов, В. А. Мещеряков, Д. В. Ширков*, ЖЭТФ, **39**, 438 (1960); **39**, 1099 (1960).
19. *C. J. Goebel, H. J. Schurtzep*, Phys. Rev. **123**, 1024 (1960).
20. *K. Schida, A. Takahashi, Y. Ueda*, Progr. Theor. Phys., **23**, 731 (1960).

Я. М. СЕЛЕКТОР

ρ- И ξ-МЕЗОНЫ. ОБЗОР ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РАБОТ

1. Введение

Резонанс в системе двух π-мезонов был впервые предсказан теоретически Фрезером и Фулко [1] на основе анализа данных об электрическом и магнитном формфакторах нуклона. Как известно, группой Хофштадтера было показано на основе экспериментов по упругому рассеянию электронов на протонах, что магнитный формфактор очень быстро уменьшается с расстоянием. На расстояниях, при которых магнитный формфактор обращается в нуль, электрический формфактор существенно отличен от нуля. Такое резкое расхождение поведения электрического и магнитного формфакторов не удавалось объяснить в рамках существующих теорий. Фрезер и Фулко сделали предположение о резонансном взаимодействии двух π-мезонов в состоянии с $j = 1$ и $l = 1$. На основе этого предположения удалось объяснить различие в поведении электрического и магнитного формфакторов. Качественно этот результат можно понять следующим образом. Исследование формфакторов это, в первую очередь, исследование распределения виртуального „облака" заряженных частиц, окружающих нуклон. Магнитный момент системы заряженных частиц обратно пропорционален массе , например, в классической электродинамике $\mu = \frac{e}{2mc} M$, где μ и M, соответственно, магнитный и механический моменты. Сделав предположение о наличии связанного состояния с заданным механическим моментом, можно путем надлежащего выбора массы этого резонансного состояния существенно уменьшить магнитный момент, и тем самым объяснить, каким образом магнитный формфактор обращается в нуль на расстояниях, при которых электрический формфактор еще отличен от нуля.

В 1960—1962 годах была проведена экспериментальная проверка этого теоретически предсказанного резонансного состояния.

2. Методы исследования

Большинство экспериментальных работ по исследованию ρ-мезона выполнено с помощью пузырьковых камер. Такая общность ме-

тодики позволяет нам сначала рассмотреть ряд методических и теоретических вопросов, а затем перейти к последовательному обзору экспериментальных работ. Рассмотрим вопрос, каким образом можно установить наличие резонансного взаимодействия в π-π-системе. В большинстве экспериментальных работ исследовались реакции вида

$$\pi^- + p \to \pi^- + \pi^0 + p, \tag{I}$$

$$\pi^- + p \to \pi^- + \pi^+ + n, \tag{II}$$

$$\pi^+ + p \to \pi^+ + \pi^0 + p. \tag{III}$$

Введем величину ω—полную энергию двух π-мезонов в их собственной системе центра инерции. Если предположить, что реакции (I—III) идут через промежуточное резонансное состояние (ρ-мезон), то величина ω представляет собой массу этого ρ-мезона. Действительно, система координат центра инерции двух π-мезонов совпадает в этом случае с системой координат, в которой ρ-мезон до распада покоился. В этой системе координат сумма энергий двух π-мезонов распада будет равна массе исходного ρ-мезона. Таким образом, если реакции (I—III) идут только через образование ρ-мезона, то распределение числа событий по ω будет носить характер резонансной кривой с шириной Γ. Величина ширины Γ связана с временем жизни ρ-мезона (или, что то же самое, с временем жизни резонансного состояния); в силу соотношения неопределенности время жизни $\tau \sim \hbar/\Gamma$. Значения ω, если это не оговорено отдельно, будут ниже выражаться в единицах массы π-мезона.

Рассмотрим теперь вопрос о том, какое распределение числа событий по ω следует ожидать для реакции (I—III), если взаимодействие в конечном состоянии отсутствует. В этом случае распределение числа событий пропорционально плотности конечных состояний, т. е. пропорционально фазовому объему конечного состояния

$$dw = dk_2 dq_2 dp_2 \delta(p_2 + k_2 + q_2 - q_1 - p_1)\,\delta(k_2^2 + \mu^2)\,\delta(q^2 + \mu^2)\,\delta(p_2^2 + M^2), \tag{1}$$

здесь q_1—четырехмерный импульс первичного π-мезона, k_2 и q_2—четырехмерные импульсы вторичных π-мезонов, p_1, p_2—четырехмерные импульсы первичного и вторичного нуклонов.

Интегрируя (1), получим

$$dw = \frac{\pi^2}{2Mq_{1л}}(1 - 4\mu^2/\omega^2)\,d\omega^2 d\Delta^2, \tag{2}$$

где Δ—четырехмерный импульс, передаваемый нуклону, $q_{1л}$—импульс первичного π-мезона в лабораторной системе.

Проинтегрировав это выражение по передаваемому импульсу, получим зависимость фазового объема от величины ω. Фазовый объем при этом представляется гладкой кривой, проходящей через нуль при минимально и максимально возможных значениях ω. Очевидно, что

минимальное значение ω соответствует 2μ (двум массам π-мезона). Для того, чтобы определить максимальное значение ω, перейдем в систему центра инерции всей реакции (1). Если обозначить через E^* полную энергию в этой системе координат, то максимальное значение ω очевидно будет равно $E^* - M$ (что соответствует случаю, когда нуклон покоится и вся кинетическая энергия приходится на π-мезоны; при этом система координат центра инерции всей реакции и система центра инерции обоих π-мезонов совпадают).

Можно более точно определить фазовую кривую, если учесть резонансное взаимодействие π-мезона и нуклона (например, в $j = 1/2$, $I = 1/2$—состояниях). При этом реакция (1) рассматривается как образование и последующий распад изобары. Фазовый объем в этом случае также изображается плавной кривой. Таким образом, если взаимодействие между π-мезонами в конечном состоянии отсутствует, то распределение числа событий по ω должно описываться плавной фазовой кривой; включение взаимодействия между π-мезонами должно приводить к искажению кривой фазового объема. Если реакция (1) частично идет через образование ρ-мезона, то на распределении числа событий по ω должен появиться максимум с шириной $\Gamma \sim \hbar/\tau$ при значении ω, соответствующем массе ρ-мезона.

Наличие резонанса во взаимодействии двух π-мезонов можно определить также непосредственно, построив зависимость сечения π-π-взаимодействия от энергии π-мезонов (т. е. от величины ω). Чу и Лоу [2] была исследована одномезонная диаграмма, изображенная на рис. 1.

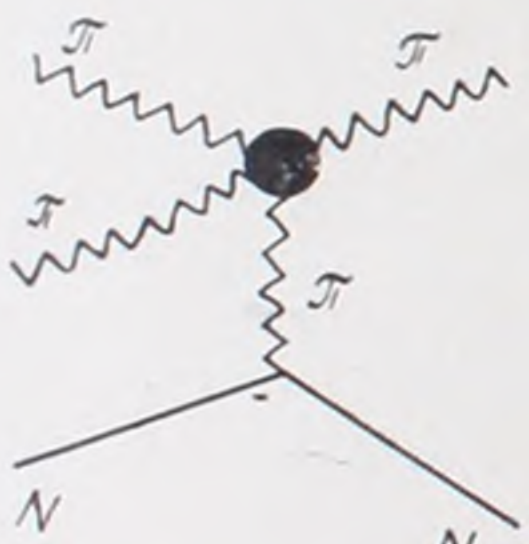


Рис. 1.

Выражение для сечения, вычисленного по этой диаграмме, имеет полюс при $\Delta^2 = -\mu^2$, (Δ-четырехмерный передаваемый импульс). Эта точка лежит вне пределов реально возможных значений Δ^2 (т. е. вне пределов физической области). Однако, учитывая близость этой точки к границам физической области, следует ожидать, что при небольших передаваемых импульсах, т. е. при малых Δ, сечение в основном будет определяться этой полюсной диаграммой. В работе Чу и Лоу приведена следующая хорошо известная формула для определения $\sigma_{\pi\pi}$.

$$\left.\frac{\partial^2\sigma}{\partial\Delta^2\partial\omega^2}\right|_{\Delta^2=-1} = \frac{\Delta^2}{(\Delta^2+1)^2}\,\frac{F(\omega^2)}{q_{1,1}}\,\frac{f^2}{2\pi}\,\sigma_{\pi\pi}(\omega^2), \qquad (3)$$

где f—перенормированная постоянная взаимодействия (значения Δ^2 и ω^2 выражены в единицах μ^2).

При определении сечения $\sigma_{\pi\pi}$ по формуле (3) обычно разбивают имеющийся экспериментальный материал на ряд интервалов по ω^2.

Для каждого интервала, предполагая значение ω^2 внутри интервала постоянным, строят зависимость величины

$$\varphi(\Delta^2) = \frac{(\Delta^2+1)^2}{F(\omega^2)} \frac{2\pi q_{1л}}{I^2} \tag{4}$$

от Δ^2 и экстраполируют величину $\varphi(\Delta^2)$ в точку $\Delta^2 = -1$. Значение $\varphi(-1)$, в силу формулы (3), равно искомому значению $\sigma_{\pi\pi}$ для заданного значения ω^2. Определив значение $\sigma_{\pi\pi}$ для каждого интервала по ω^2, получим зависимость сечения π-π-взаимодействия от ω^2. Следует отметить, что непосредственное определение сечения $\sigma_{\pi\pi}$ путем экстраполяции по формуле (3) требует набора значительного материала, поскольку разбиение этого материала производится по двум параметрам: Δ^2 и ω^2. Если имеющийся экспериментальный материал не позволяет получить достаточной статистической точности при экстраполяции по формуле (3), определение $\sigma_{\pi\pi}$ можно произвести другим способом. Для этого вводится предположение, что сечение в физической области определяется только полюсной диаграммой, и вкладом в сечение от неполюсных диаграмм можно пренебречь. Введя это предположение, можно проинтегрировать уравнение (3) по Δ^2 и получить зависимость между экспериментально измеренной величиной $\frac{d\sigma}{d\omega^2}$ и $\sigma_{\pi\pi}$. Этот способ является существенно менее точным, поскольку в ряде случаев (как будет изложено ниже) вклад неполюсных диаграмм в сечение в физической области является значительным. Из формул (3) и (4) следует, что при экстраполяции функции $\varphi(\Delta^2)$ к значению $\Delta^2 = -1$ экстраполяционная прямая проходит через нуль при $\Delta^2 = 0$. Таким образом, можно грубо судить о вкладе неполюсных диаграмм в физической области по тому, будет ли проходить значение $\varphi(\Delta^2)$ через нуль при $\Delta^2 = 0$.

В дальнейшем нам придется столкнуться с термином „фазовый объем, вычисленный по теории Чу и Лоу". В рассматриваемом случае, кривая фазового объема есть зависимость сечения процесса от ω^2. Эту зависимость можно получить из формулы (3), проинтегрировав ее по Δ^2 и сделав предположение о зависимости $\sigma_{\pi\pi}$ от ω^2. Обычно кривую фазового объема по теории Чу и Лоу вычисляют в предположении, что $\sigma_{\pi\pi} = \text{const}$, или предполагают резонансную зависимость $\sigma_{\pi\pi}$ от ω^2 типа, предложенного в работе Фрезера и Фулко [1].

Остановимся кратко на экспериментальном определении величины ω для реакций (I—III). Эксперименты по исследованию ρ-мезона, о которых речь будет идти ниже, выполнены (за одним исключением) на пузырьковых камерах в магнитном поле. Для определения величины ω в реакции (2) необходимы измерения импульсов обоих π-мезонов и угла между ними. Значение ω^2 тогда определится по формуле

$$\omega^2 = (E_{\pi^+} + E_{\pi^-})^2 - (\vec{p}_{\pi^+} + \vec{p}_{\pi^-})^2.$$

Для реакции (I) и (III) значение ω^2 может быть определено, если известен угол вылета и импульс протона; действительно

$$\omega^2 = (E_0 + M - E_p)^2 - (\vec{p}_0 - \vec{p}_p)^2 = (E_0 + M - E_p)^2 - \\ - (p_0^2 - 2p_0 p_p \cos\theta + p_p^2),$$

где E_0 и $\vec{p}_0$—соответственно, полная энергия и импульс первичного π-мезона, E_p и $\vec{p}_p$ —энергия и импульс протона отдачи, θ—угол вылета протона отдачи. Таким образом, в реакциях (I) и (III) не приходится измерять импульс π^0-мезона, что делает эти реакции удобными для исследования с помощью жидководородных пузырьковых камер.

3. Эксперименты по рождению ρ-мезонов в (π, N)-соударениях при энергии, меньшей 2 Бэв

Перейдем теперь к непосредственному рассмотрению экспериментальных работ. Одними из первых прямых экспериментов, непосредственно указывающих на существование ρ-мезона, были работы [3], [4], выполненные на жидководородной пузырковой камере группы Стейнбергера. Камера располагалась на пучке π^--мезонов с энергией 0,96 Бэв. В первой из этих работ, выполненной Пикапом, Айером и Салантом [3], исследовались реакции (I) и (II).

Наблюдалось 415 случаев реакции (I) и 267 случаев реакции (II). Для каждой из этих реакций определена кинетическая энергия Q вторичных π-мезонов в их собственной системе центра инерции. Величины Q и ω связаны очевидным соотношением $\omega = Q + 2\mu$. На рис. 2 приведено распределение числа событий по Q, нижнее распределение соответствует реакции (II), верхнее реакции (I). Сплошной линией показана гистограмма для событий, при которых нуклон вылетает в заднюю полусферу (в системе центра инерции реакции $\pi^- + p$), пунктирная линия соответствует событиям, в которых нуклон вылетает в переднюю полусферу.

Из рис. 2 видно, что на распределении числа событий по Q не наблюдается максимума как в случае реакции (I), так и в случае реакции (II), когда протон вылетает в переднюю полусферу. Для реакции (I) при вылете протона в заднюю полусферу наблюдается отчетливый максимум при $Q = 325$ Мэв ($\omega^2 = 19$). Наличие этого максимума, как уже говорилось выше, указывает на резонансное взаимодействие вылетающих π^-- и π^0-мезонов. Более отчетливо резонанс в системе π^--π^0-мезонов выявлен в экспериментах Рашбрука и Радоичика [4]. Работа выполнена на той же жидководородной камере; исследовалась реакция (I) при энергии первичных π^--мезонов 0,96 Бэв. Всего наблюдалось 110 случаев реакции (I). На рис. 3 показано распределение протонов из этой реакции по кинетической энергии (в лабораторной системе координат). Сплошная линия соответствует распределению, вычисленному на основе

формулы Чу и Лоу, в предположении, что $\sigma_{пп} = \text{const}$; распределения, показанные пунктиром, вычислены по статистической теории, как с учетом, так и без учета образования изобарного состояния. Все вычисленные кривые нормированы таким образом, что площадь под ними равна площади гистограммы.

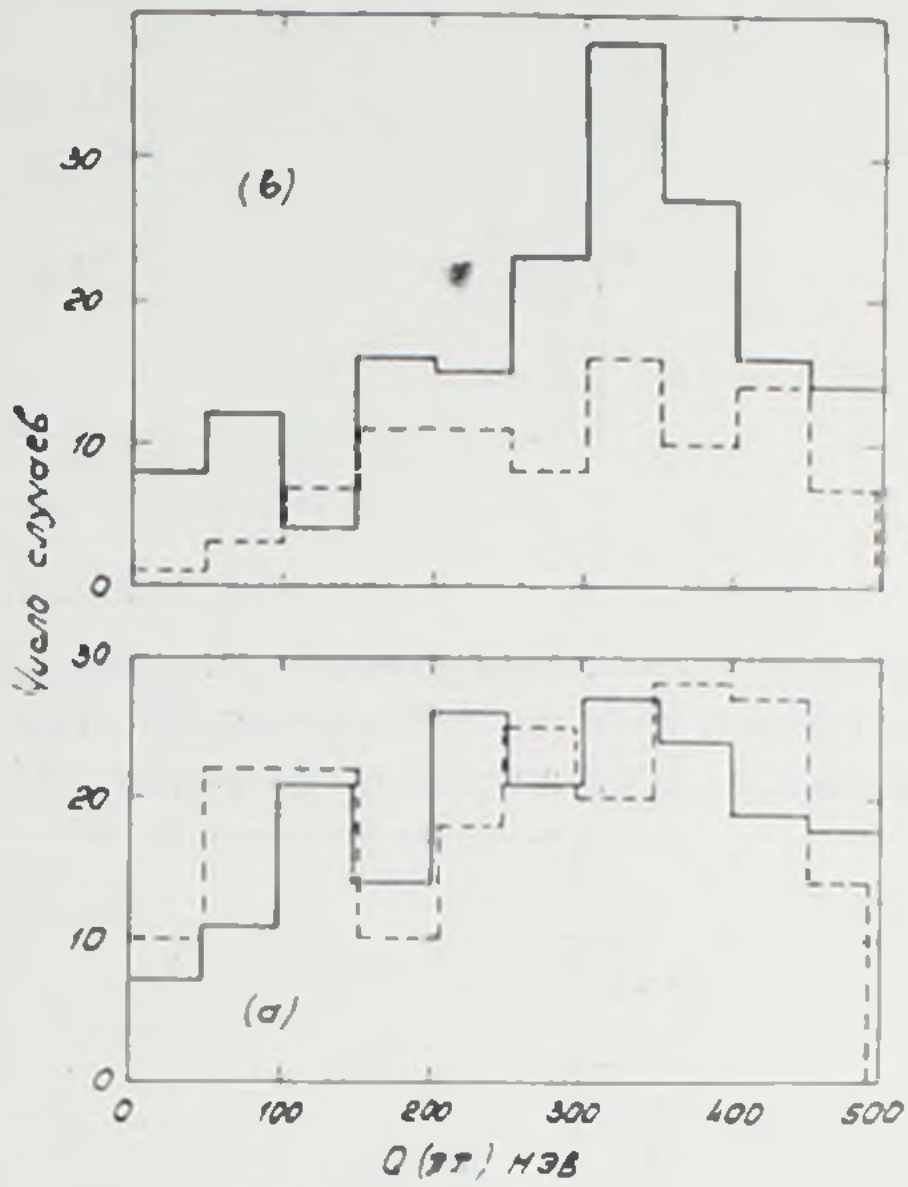


Рис. 2.

Из рис. 3 видно, что распределение протонов из реакции (I) хорошо согласуется с вычисленным по формуле Чи и Лоу, т. е. наблюдается существенно больше мягких протонов по сравнению с их числом, ожидаемым по статистической теории. На рис. 4 приведено распределение числа событий по ω^2. Сплошные линии соответствуют фазовому объему, вычисленному по статистической теории. Кривые, вычисленные по статистической теории, нормированы к площади гистограммы. Из рис. 4 следует, что при $\omega^2 \sim 22$ наблюдается сравнительно острый максимум резонансного характера, причем этот максимум резко выходит за пределы кривых фазового объема. Значение $\omega = 22$ соответствует массе ρ-мезона $M_\rho \sim 650$ Мэв.

Сравнительно подробно вопрос о существовании ρ-мезона исследован в работах Радиационной лаборатории. Группой этой лаборатории в составе Андерсена, Бенга, Бирке, Сармони и Шмитца [5] изучались реакции (I) и (III).

Измерения производились с помощью 72-дюймовой жидководородной пузырьковой камеры. Импульс первичных π^-- и π^+-мезонов составлял 1,03 Бэв/с. Наблюдалось 1275 событий реакции (I) и 450 событий реакции (III). Определение ω производилось путем измерения импульса и угла вылета протона отдачи. Отбирались события, когда протон получает малый четырехмерный импульс отдачи $\Delta^2 < 4\mu^2$, что соответствует передаваемому импульсу меньше 400 Мэв/с. Протоны с импульсом до 400 Мэв/с имеют пробег в жидком водороде, не превышающий 60 см. В дальнейшую обработку включались только те события, в которых протон останавливался в пределах чувствительного объема камеры. В полученные результаты вносились поправки на события, в которых протоны с импульсом, меньшим 400 Мэв/с, не останавливаются в камере (например, события, расположенные

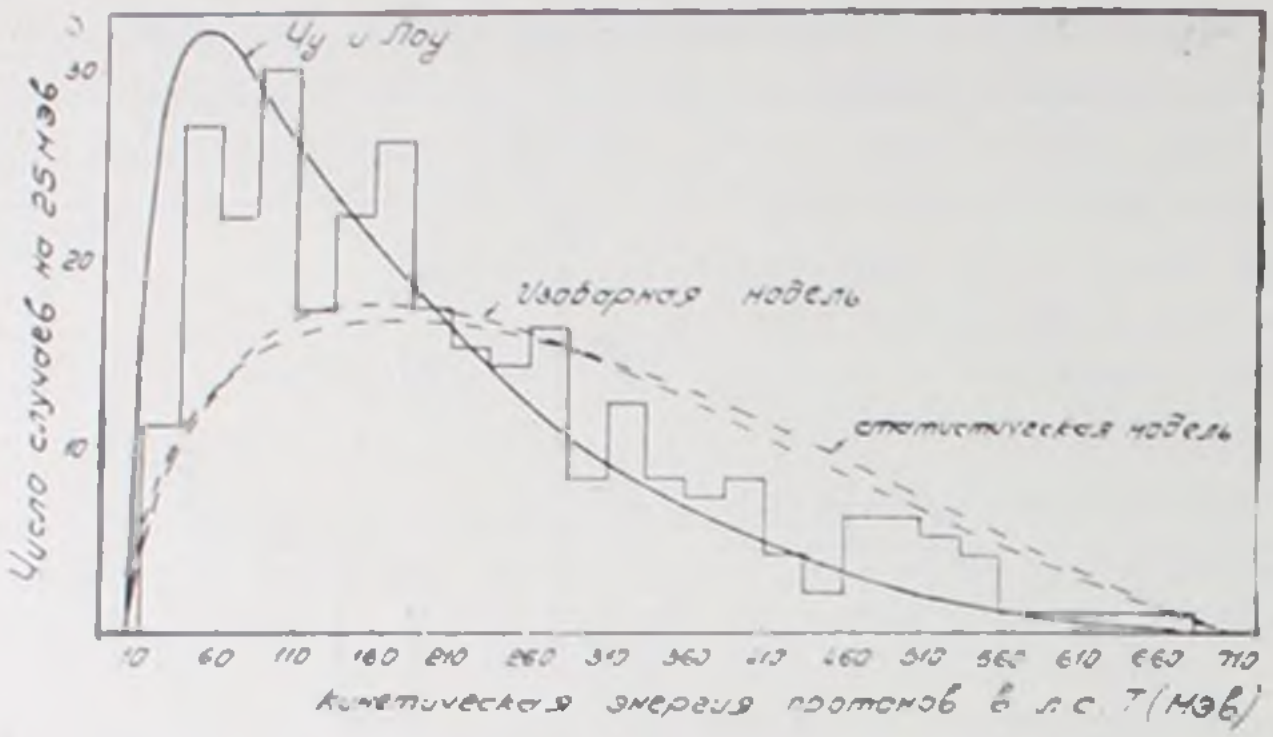


Рис. 3.

вблизи стенок или стекла камеры). Для реакции (1) проведено вычисление сечения π-π-взаимодействия методом Чу и Лоу, т. е. производилась экстраполяция функции $\varphi(\Delta^2)$, по формуле (4), к значению

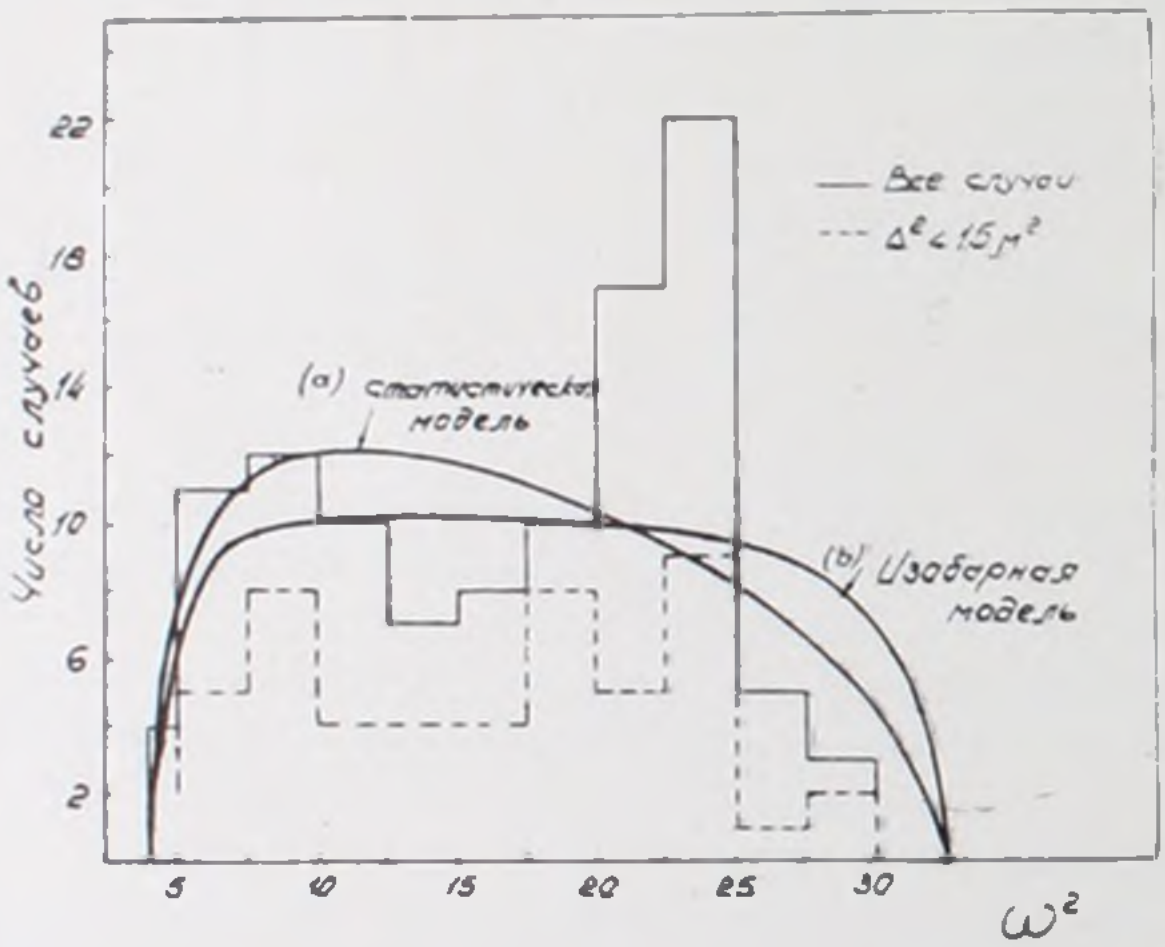


Рис. 4.

$\Delta^2 = -1$. Исследованная область по ω^2 была разбита на 8 интервалов: 5÷8,2; 8,2÷11; 11÷13,7; 13,7÷16,5; 16,5÷19,2; 19,2÷22; 22÷24,7; 24,7÷27,5. На рис. 5 показаны кривые экстраполяции, по оси абсцисс отложены значения Δ^2, по оси ординат —значения $\varphi(\Delta^2)$. Из рис. 5 видно, что кривые экстраполяции не проходят через нуль при $\Delta^2 = 0$, что указывает, как это было показано выше, на значительный вклад неполюсных диаграмм в значение сечения в физической области.

На рис. 6 приведена зависимость сечения π-π-взаимодействия от ω.

Плавная кривая соответствует резонансу Фрезера-Фулко. Из рис. 6 видно, что при ω^2 в интервале 20—22 сечение π-π-взаимо-

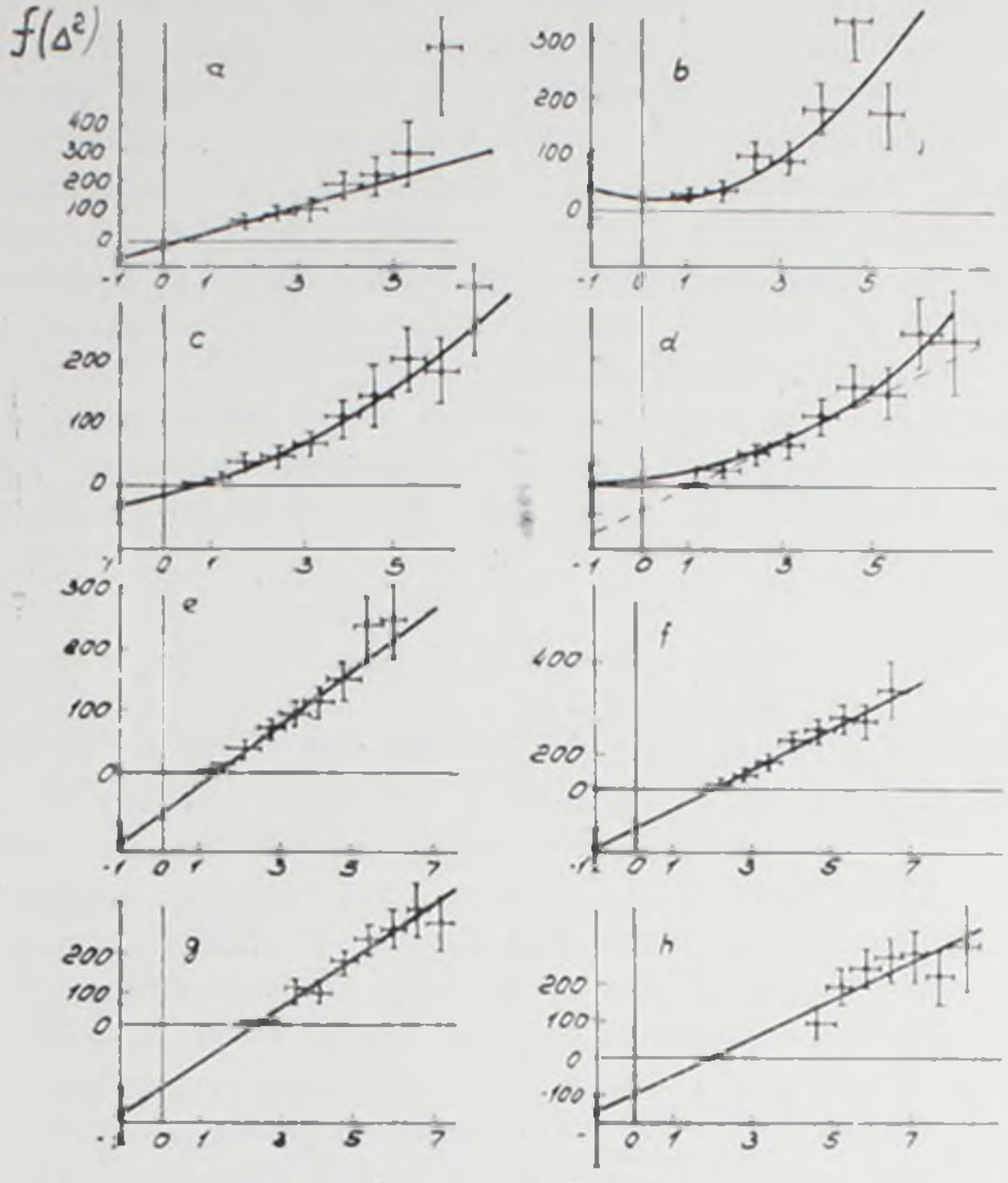


Рис. 5.

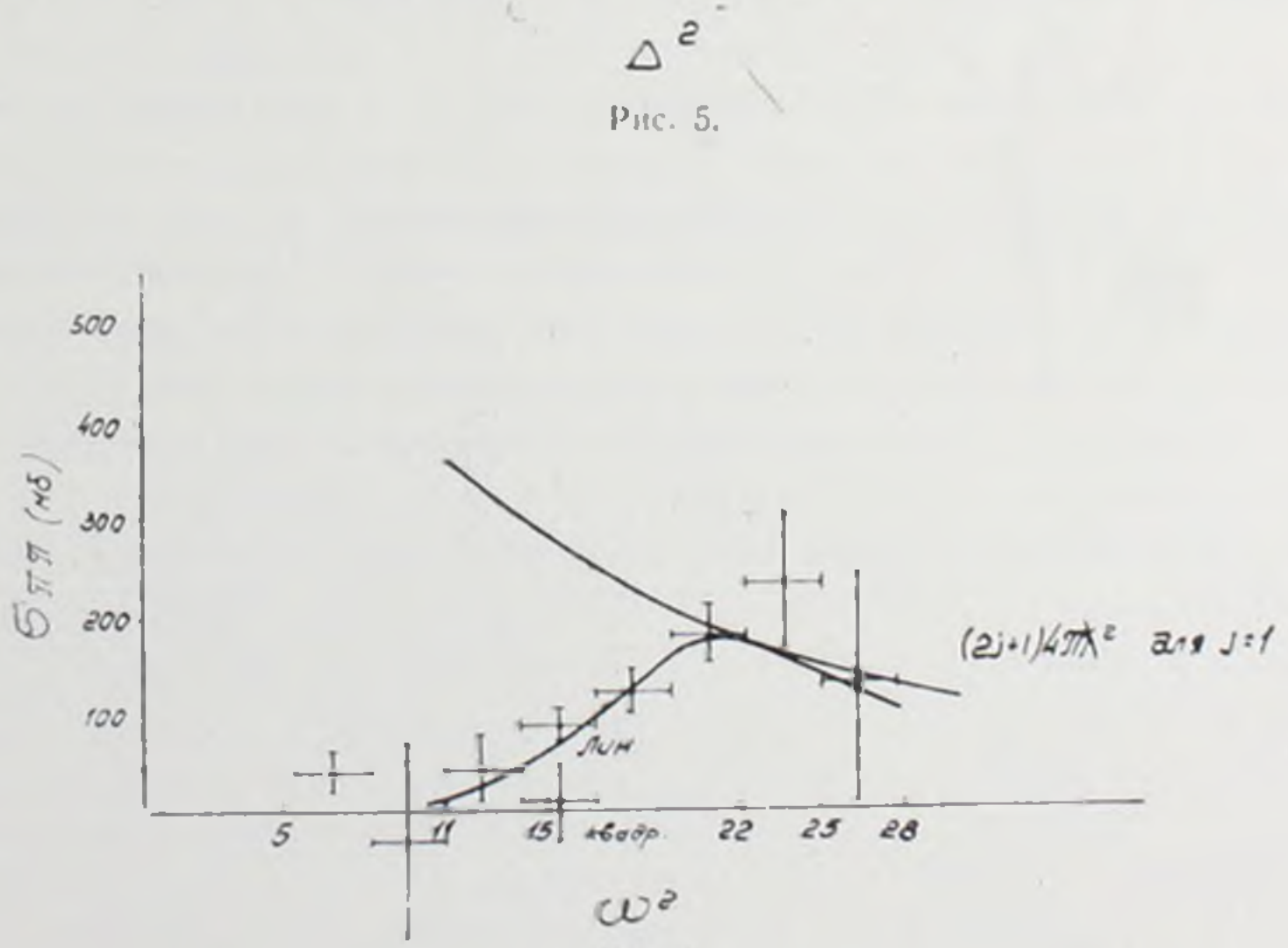


Рис. 6.

действия проходит через резонанс. На рис. 6 показана также линия $\sigma = (2j+1)\,4\pi\lambda^2$ для $j=1$. Как известно из квантовой механики, в разложение сечения по орбитальным моментам входит сумма членов вида $(2j+1)\,4\pi\lambda^2\sin^2\delta_j$, при $\delta_j = \pi/2$ имеет место резонанс в состоянии с заданным j. Таким образом, в состоянии с $j=1$ максимально возможное значение сечения составляет $12\pi\lambda^2$. Из рис. 6 следует, что эта кривая проходит практически по касательной к зависимости сечения от ω^2, что является сильным аргументом в пользу того, что резонансу следует приписать $j=1$.

Исследованию резонанса в системе π^+-π^--мезонов посвящена работа Стонехилла, Балтея, Куранта, Фиклингера, Фоулера, Крейбулла, Сендвайси, Сенфорда и Тафта [6]. В этой работе изучались реакции (III) и

$$\pi^+ + p \to \pi^+ + \pi^+ + n \qquad \text{(IV)}$$

Измерения производились на жидководородной пузырьковой камере длиной 0,5 м. Энергия первичных π^+-мезонов составляла 0,91, 1,09 и 1,26 Бэв. Определялась кинетическая энергия Q системы из π^+-π^0 и π^+-π^+-мезонов в их собственной системе центра инерции. Полученные результаты приведены на рис. 7. Плавная линия соответствует статистическому фазовому объему. Прямая линия для реакции (III) представляет ожидаемое распределение Q на основе изобарной модели, т. е. рождению и последующему распаду изобары π-мезон-протон. Для реакции с вылетом протона наблюдается отчетливый максимум при значениях Q, равных 400—500 Мэв ($\omega = 680$—780 Мэв) для энергий π^+-мезонов 1,26 и 1,09 Бэв. Для реакции (IV) не наблюдается отчетливо выраженного максимума в интервале значений $Q \sim 400$—500 Мэв. При энергии π^+-мезонов 1,26 Бэв в окрестности значений $Q \sim 350$ Мэв наблюдается небольшой максимум, однако этот максимум находится в пределах статистических ошибок. Наличие резонанса в системе π^+-π^0-мезонов и отсутствие его в системе π^+-π^+-мезонов позволяет сделать вывод о значении изотопического спина. Действительно, для системы (π^+, π^+) изотопический спин равен 2 (для системы двух π-мезонов значения I могут составлять 2, 1, 0; для системы (π^+, π^+) проекция изотопического спина равна 2, следовательно, значения I, равные 1 и 0, исключены). Для системы (π^+, π^0) возможные значения изотопического спина составляют 1 и 2. Таким образом, из наличия резонанса в состояниях (π^+, π^0) при отсутствии резонанса в системе (π^+, π^+) следует, что резонанс относится к состоянию с изотопическим спином $I=1$. Более того, вычисления в предположении о зарядовой инвариантности ядерных сил показывают, что если бы имел место резонанс в состоянии с $I=2$, то он проявлялся бы в реакции (IV) в четыре раза чаще, чем в реакции (III). Таким образом, из этих экс-

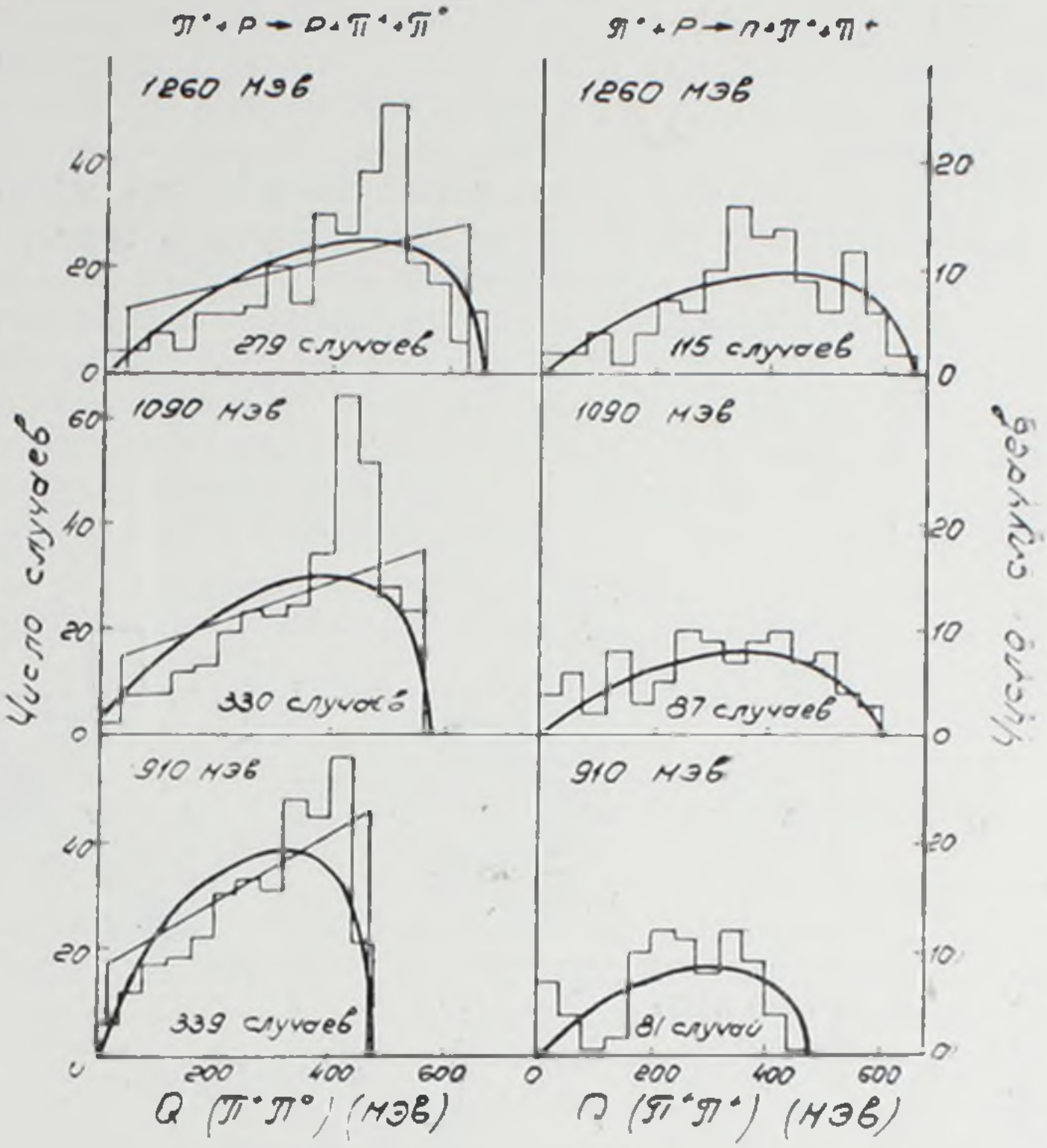


Рис. 7.

периментов можно считать установленным, что изотопический спин ρ-мезона равен 1.

Из значения изотопического спина $I=1$ следует, что ρ-мезоны должны существовать в трех зарядовых состояниях: ρ^+, ρ^- и ρ^0, что и наблюдается на опыте. Одной из наиболее точных работ, выполненных по исследованию ρ-мезона, является работа Эрвина, Марча, Уокера и Веста [7] по изучению реакций (I) и (II) при импульсе первичных π-мезонов 1,89 ± 0,07 Бэв/с. Работа выполнена на жидководородной пузырьковой камере диаметром 35 *см*. На рис. 8 показано угловое распределение нуклонов из обоих реакций в системе координат центра инерции (поскольку угловые распределения нуклонов из реакций (I) и (II) оказались сходными, авторы сочли возможным улучшить статистическую точность, представив суммарное распределение). По оси абсцисс отложен косинус угла вылета нуклона, по оси ординат—число событий. Отмечается резкий максимум в числе нуклонов, летящих назад, т. е. нуклонов, которым в лабораторной

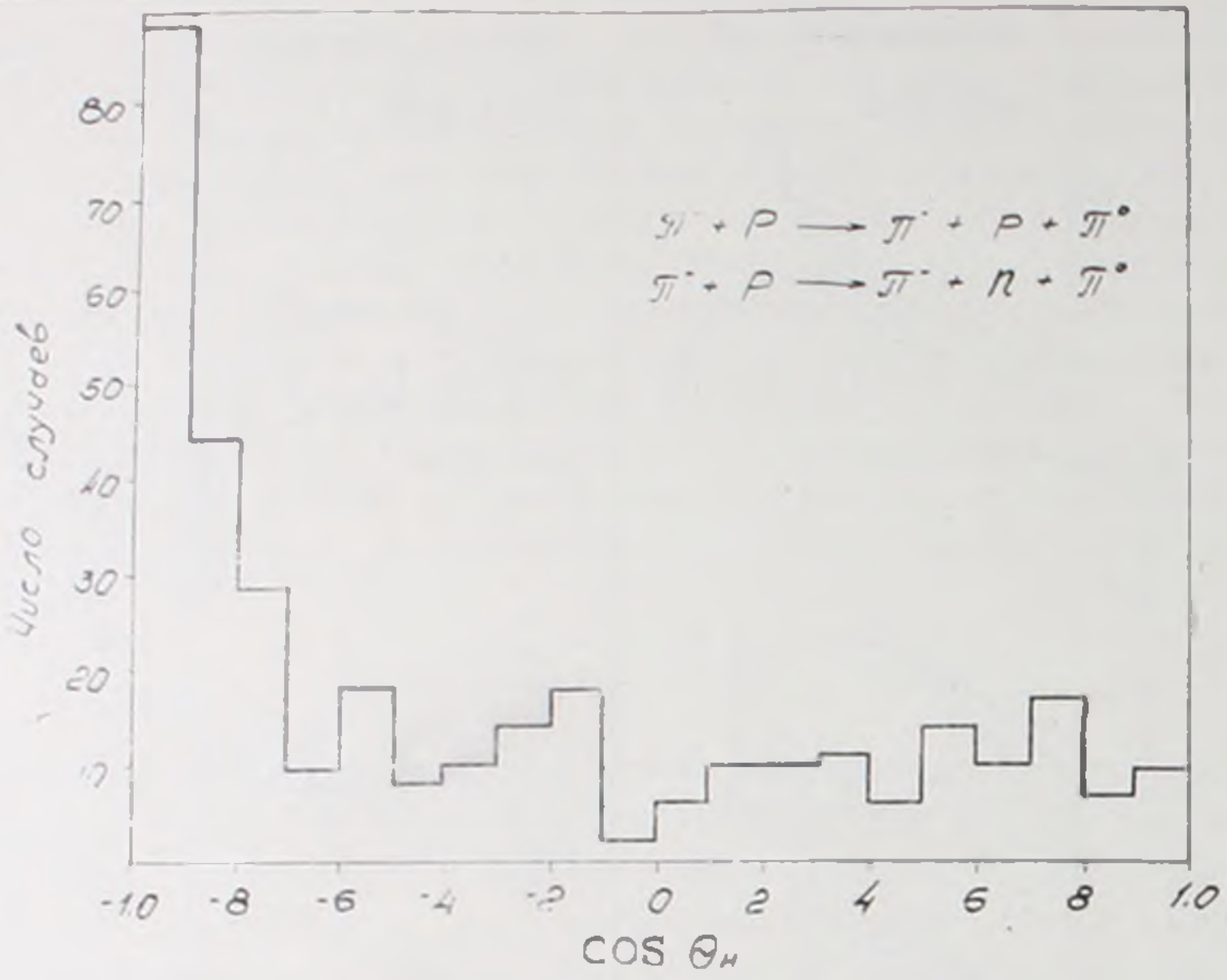

$\pi^- + p \longrightarrow \pi^- + p + \pi^0$
$\pi^- + p \longrightarrow \pi^- + n + \pi^0$
Число случаев
80
70
60
50
40
30
20
10
-1.0
-8
-6
-4
-2
0
2
4
6
8
1.0
COS $\Theta_н$

Рис. 8.

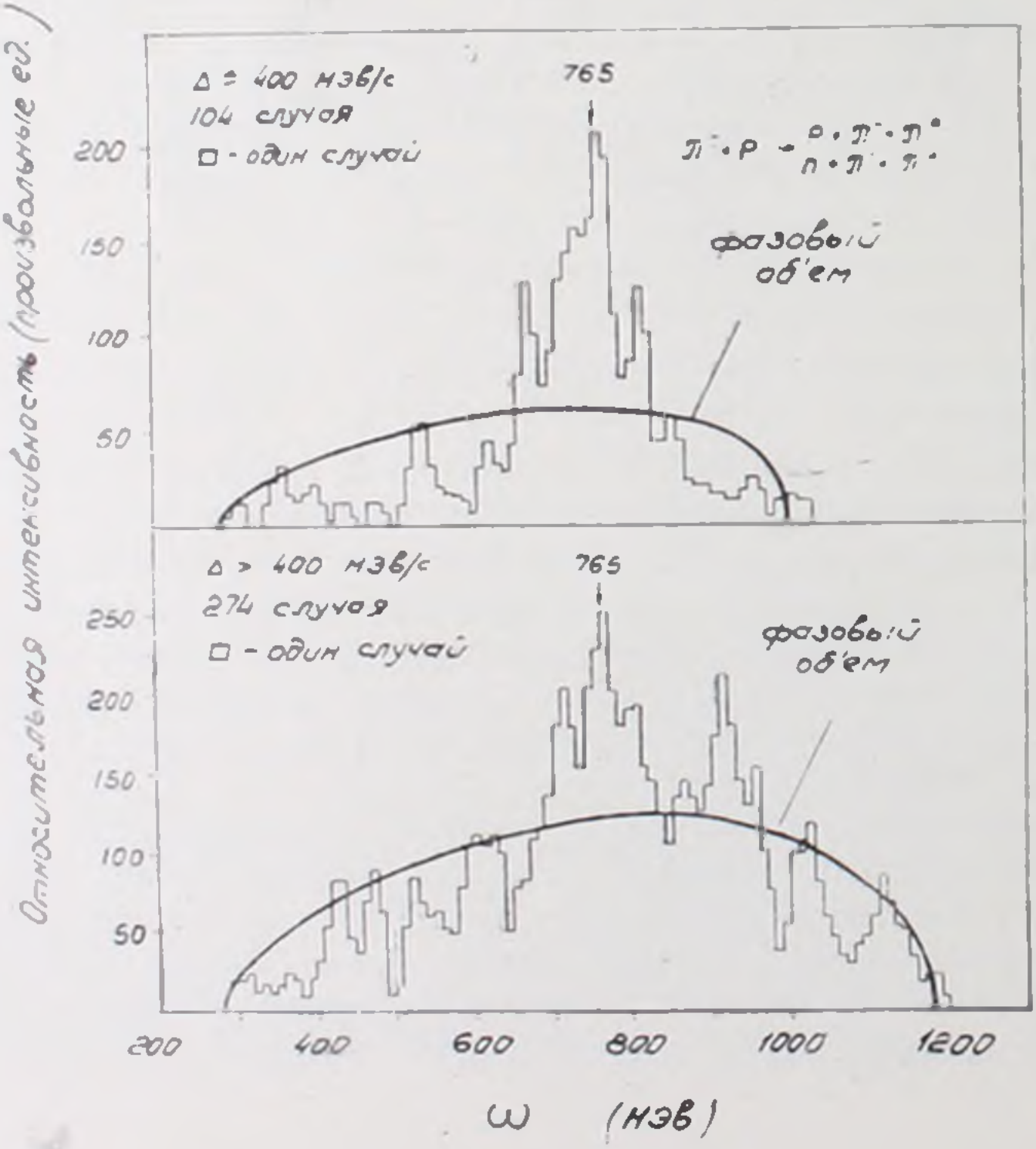

Относительная интенсивность (произвольные ед.)
Δ = 400 мэв/с
104 случая
□ - один случай
765
$\pi^- + p \rightarrow \begin{matrix} p + \pi^- + \pi^0 \\ n + \pi^+ + \pi^- \end{matrix}$
фазовый объем
Δ > 400 мэв/с
274 случая
□ - один случай
765
фазовый объем
200
150
100
50
250
200
150
100
50
200
400
600
800
1000
1200
ω (мэв)

Рис. 9.

системе координат соответствует малый передаваемый импульс. На рис. 9 приведены распределения числа событий по ω. Опять показаны суммарные распределения для обоих реакций. Верхнее распределение соответствует значению передаваемого четырехмерного импульса $\Delta \leqslant 400$ Мэв/с, нижнее распределение построено для $\Delta > 400$ Мэв/с. Плавные кривые соответствуют фазовому объему, нормированному к площади гистограммы. При передаваемом импульсе, меньшем 400 Мэв/с, наблюдается совершенно четкий максимум в распределении при $\omega = 765$ Мэв. Максимум на нижнем распределении заметно размыт, что объясняется, видимо, тем, что при $\Delta > 400$ Мэв/с имеет место заметный вклад в сечение от неполюсных диаграмм. Например, при больших передаваемых импульсах может играть заметную роль диаграмма, учитывающая взаимодействие в конечном состоянии между π-мезоном и нуклоном в области ($I = {}^1/_2$, $j = {}^1/_2$)-резонанса. Этому процессу соответствует диаграмма, изображенная на рис. 10.

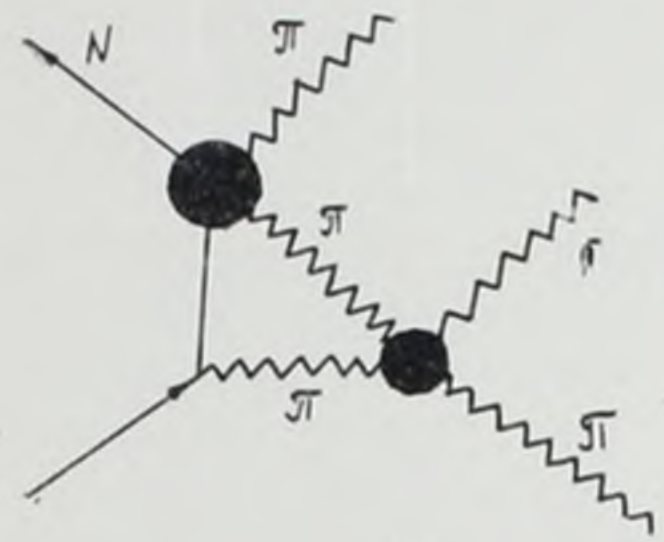


Рис. 10.

Если относительные импульсы π-мезона и нуклона близки к резонансным значениям, то эта диаграмма может дать заметный вклад в сечение. В области передаваемых импульсов, меньших 400 Мэв/с, вклад от этой диаграммы, видимо, можно считать малым.

Авторы отмечают, что, анализируя случаи реакции с $\Delta > 400$ Мэв/с, они обнаружили ряд событий, которые хорошо согласуются с приведенной диаграммой. Поэтому для дальнейшего анализа были отобраны события с $\Delta \leqslant 400$ Мэв/с. Вычисления сечения π-π-взаимодействия приведены в предположении, что ход сечения в физической области, в основном, обусловлен полюсной диаграммой. При определении $\sigma_{\pi\pi}$ использовался экспериментальный материал, относящийся к обеим реакциям. Учитывая, что при $I = 1$ отношение сечений реакций (2) и (1) должно быть равно 2, и интегрируя формулу (3) по Δ^2, получим для сечения $\sigma_{\pi^-\pi^0}$:

$$\frac{d\sigma}{d\omega} = \frac{3f^2}{\pi}\,\sigma_{\pi\pi}\,\frac{\omega\, F(\omega)}{q_{1,1}}\int_{\Delta^2_{\min}}^{\Delta^2_{\max}} \frac{\Delta^2 d\Delta}{(\Delta^2+1)^2},$$

откуда может быть определено $\sigma_{\pi\pi}$. На рис. 11 приведены полученные результаты. По оси абсцисс отложено ω, по оси ординат сечение π-π-взаимодействия в миллибарнах. Отчетливо наблюдается резонанс при $\omega \sim 750$ Мэв. Ширина резонанса соответствует 150—200 Мэв. Поскольку при вычислениях $\sigma_{\pi\pi}$ пренебрегалось всеми неполюсными диаграммами, то оценить эффект этих диаграмм и вносимое ими уширение представляется затруднительным. Интересным является появление небольшого максимума в сечении при $\omega \sim 620$ Мэв. В более позд-

них работах наличие этого резонанса в сечении π-π-взаимодействия будет уже показано с хорошей статистической точностью. Авто-

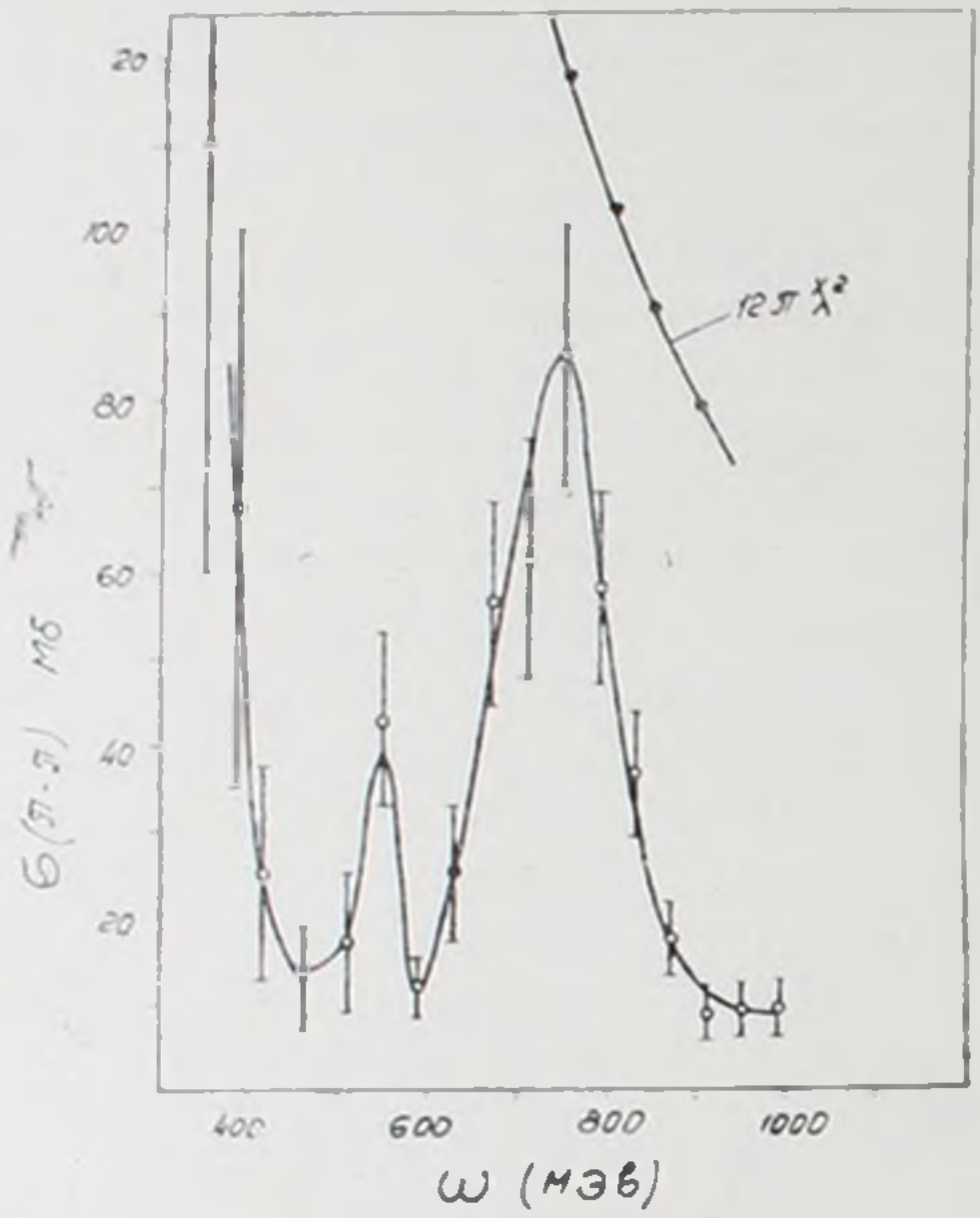


Рис. 11.

рами также вычислено соотношение между сечениями реакций (I), (II) и реакции

$$\pi^- + p \to \pi^0 + \pi^0 + n \qquad (V)$$

при различных предположениях об изотопическом спине системы из двух π-мезонов.

В табл. 1 показаны полученные результаты.

Реакция	$I=0$	$I=1$	$I=2$	Эксперимент $\Delta \leqslant 400$ Мэв/с
$\pi^- \pi^+ n$	2	2	2/9	$1{,}7 \pm 0{,}3$
$\pi^- \pi^0 p$	0	1	1	1
$\pi^0 \pi^0 n$	1	0	4/9	$0{,}25 \pm 0{,}25$

Сечение реакции I условно принято за единицу. Экспериментальные данные указывают на значение $I=1$. Значения $I=0$ и $I=2$ исключаются с хорошей точностью.

4. Генерация ρ-мезонов в π-N-соударениях при энергии, большей 2 Бэв

Если генерация ρ-мезонов в π-N-соударениях при энергии, меньшей 2 Бэв, исследована сравнительно подробно, то в области

больших энергий имеются только две экспериментальные работы: Шаламова, Грашина [8] при энергии π-мезонов 2,8 Бэв и Айнутдинова, Зомбковского, Никитина, Селектора и Грашина [9] при энергии 7,2 Бэв.

В первой из этих работ генерации ρ-мезонов при энергии π-мезонов в 2,8 Бэв изучалась с помощью 17-литровой пузырьковой камеры, наполненной смесью ксенона и пропана (0,63 *г/см*^{3} *Xe* и 0,33 *г/см*^{3} C_3H_8). Наличие ксенона в рабочей жидкости камеры приводит к существенному уменьшению радиационной длины и соответственному увеличению вероятности регистрации γ-квантов от распада π^0-мезонов. Отбирались случаи двухлучевых звезд, в которых одна из частиц идентифицировалась как протон. Идентификация протона производилась путем измерения его пробега и ионизации. Выделение событий на свободном или слабо связанном нуклоне производилось путем использования законов сохранения. Производилась также оценка числа событий на связанном протоне ядра. Для этого камера наполнялась смесью двух фреонов, т. е. веществом, не содержащим свободного водорода. Отбирались события, когда вылет вторичного π^--мезона и протона отдачи сопровождался регистрацией одного, трех- и четырех γ-квантов от распада π^0-мезонов, образующихся в реакциях $\pi^- + p \to \pi^- + p + \pi^0$ или $\pi^- + p \to \pi^- + p + 2\pi^0$.

Исходя из известной средней эффективности регистрации γ-квантов от распада π^0-мезонов, можно было разделить реакции $\pi^- + p \to \pi^- + p + \pi^0$ и $\pi^- + p \to \pi^+ + p + 2\pi^0$. Среди случаев реакции $\pi^- + p \to \pi^- + \pi^0 + p$ отбирались события, в которых протоны отдачи имели энергию $E_{\text{кин.}} < 100$ Мэв. Зная угол вылета и энергию протона, можно определить значение ω для реакции (I). На рис. 12 приведено распределение числа событий по ω^2. События группируются вокруг значений $\omega^2 \sim 30 \div 35$. Зависимость сечения π-π-взаимодействия от ω^2, вычисленная по формуле Чу и Лоу (проинтегрированной по спектру протонов отдачи), приведена на рис. 13. В интервале значений ω^2 от 20 до 30 наблюдается отчетливо выраженный резонанс, составляющий около 2/3 от 12 $\pi\lambda^2$. Проведено также исследование образования ρ-мезонов в реакции (II). На рис. 14 для этой реакции показано распределение числа событий в зависимости от угла между двумя заряженными π-мезонами. Если пренебречь взаимодействием π-мезонов с нейтроном, то по способу, предложенному Г. А. Лексиным (см. лекцию Лексина), можно на основании этого распределения построить распределение по ω^2. Такое распределение показано на рис. 15. Помимо резонанса, отвечающего ρ-мезону, здесь наблюдается также дополнительный максимум при $\omega \sim 100$. Авторами проверено, что второй резонанс не может быть имитирован упругим π-*p*-рассеянием или резонансным π-*p*-взаимодействием, и они считают наличие этого резонанса реальным.

В работе Айнутдинова, Зомбковского, Никитина, Селектора и Грашина [9] исследовалась реакция $\pi^- + p \to \pi^- + p + n\pi^0$ при энергии первичных π-мезонов 7,2 Бэв. Измерения производились на жидко-

водородной пузырьковой камере диаметром 25 *см*. Измерялся угол вылета и импульс протона отдачи. На рис. 16 приведено распределение числа событий по ω^2. Плавная кривая соответствует фазовому

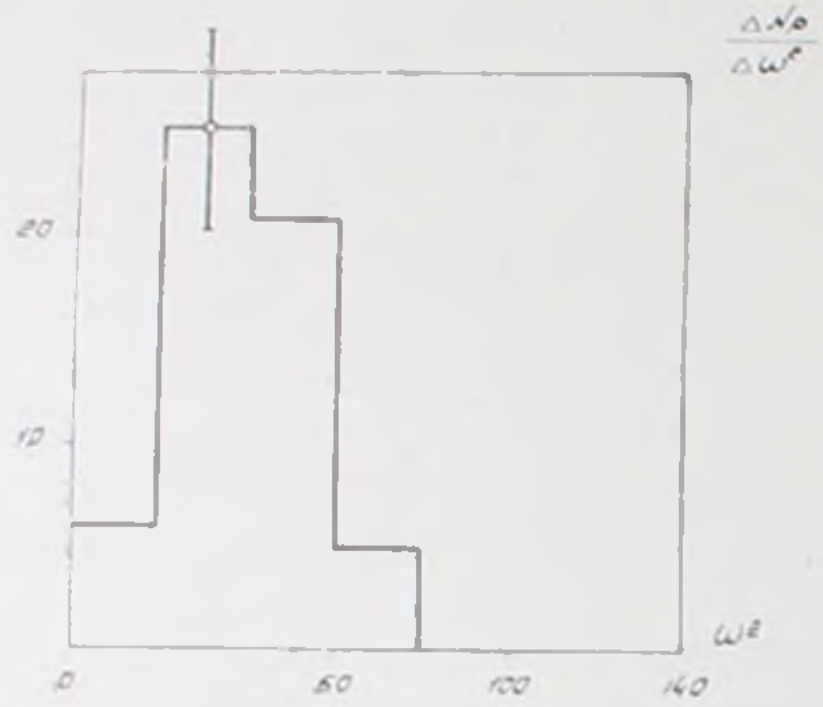


Рис. 12.

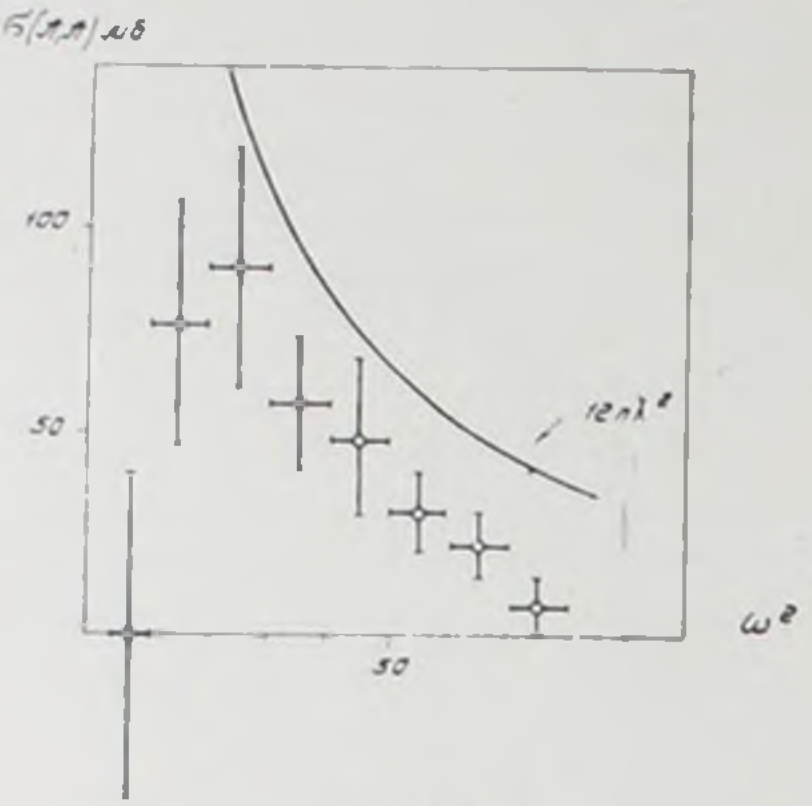


Рис. 13.

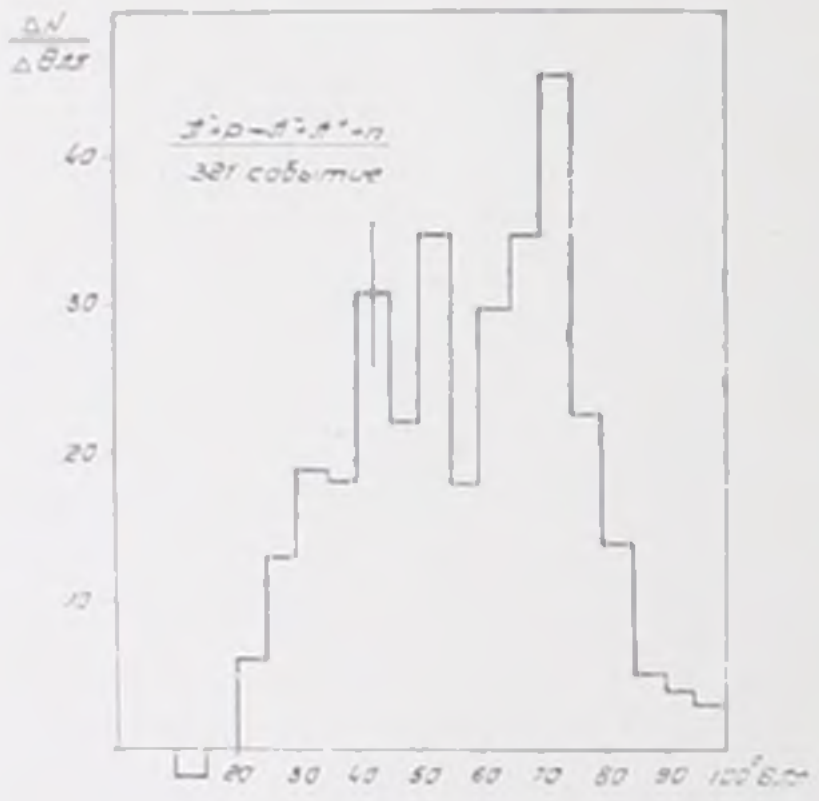


Рис. 14.

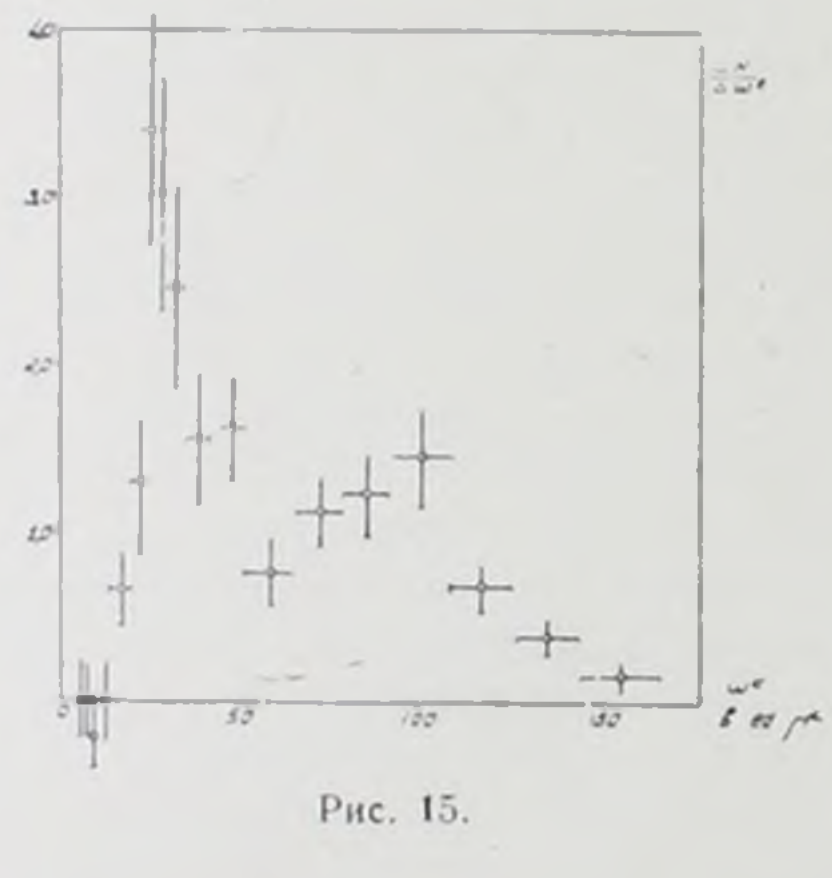


Рис. 15.

объему, вычисленному по статистической теории. Обращает на себя внимание наличие отчетливого максимума при $\omega^2 \sim 22$. Это указывает, что в реакции $\pi^- + p \to \pi^- + p + n\pi^\circ$ образуется ρ-мезон и что в этой реакции в значительном числе образуется один π°-мезон, входящий по первой стадии реакции в состав образующегося ρ-мезона. Дополнительным аргументом в пользу такой трактовки данных является то, что недостающая масса для случаев с ω^2 в области максимума распределения ($\omega^2 \lesssim 50$) группируется вблизи значений массы π°-мезона.

Отбирая события из области максимума ($\omega^2 < 60$), можно построить угловое распределение вылетающих ρ-мезонов в лаборатор-

ной системе координат. Это распределение показано на рис. 17.

По оси абсцисс отложено значение косинуса угла между направлением вылета ρ-мезона и направлением первичного π-мезона (в системе координат центра инерции), по оси ординат отложено число событий. Из рис. 17 следует, что ρ-мезоны вылетают в очень узком конусе по направлению первичного π-мезона.

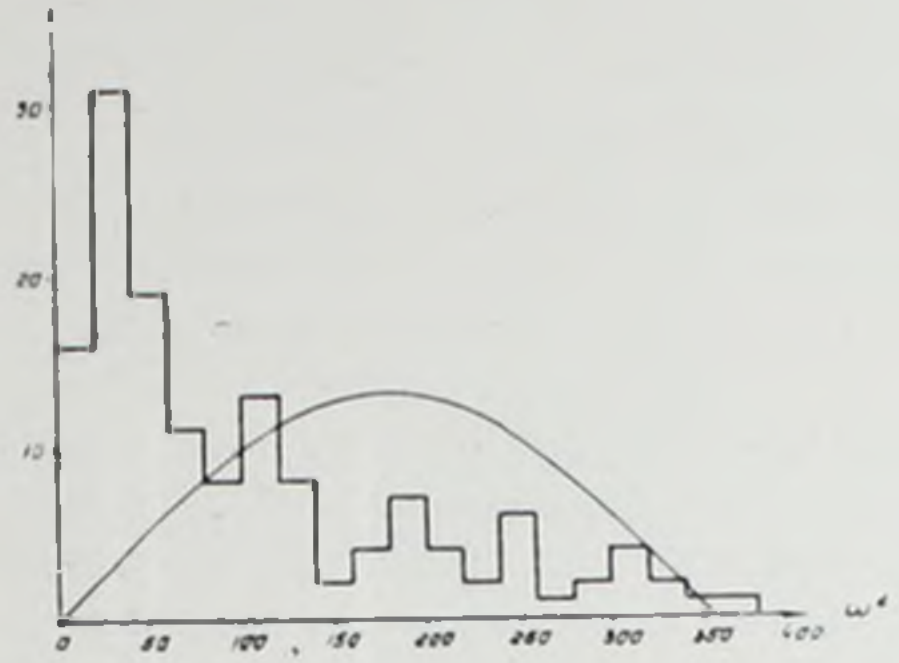


Рис. 16.

5. Спин ρ-мезона

Из предыдущей работы следует, что ρ-мезоны в лабораторной системе координат вылетают под очень малым углом к направлению первичного π-мезона. Если ρ-мезон обладает спином $j > 1$, то можно ожидать, что ρ-мезоны, вылетающие под малыми углами к направлению первичного π-мезона, будут выстроены (т. е. проекция спина ρ-мезона на направление его движения должна быть равна нулю). Действительно, если отвлечься от спина нуклона, то выстроенность ρ-мезонов можно показать следующим образом. До соударения проекция орбитального момента частицы на направление ее движения равна нулю (разложение плоской волны по полиномам Лежандра P^m (cos θ) содержит только присоединенные полиномы Лежандра с $m = 0$). После соударения в системе центра инерции реакции обе частицы двигаются по направлению первичной частицы и проекция их орбитального момента на направление движения, следовательно, также равна нулю. Таким образом, мы приходим к заключению, что проекция спина ρ-мезона на это направление также должна быть равна нулю.

Рис. 17.

Для выстроенного ρ-мезона распределение по углу вылета

π-мезонов относительно направления движения π-мезона должна иметь вид $1 + a\cos^2\theta$ (в системе центра инерции ρ-мезона). Действительно движение двух π-мезонов в их собственной системе центра инерции легко сводится к движению одной частицы. Для этого, так же как это имеет место в механике, достаточно ввести новую переменную $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, где $\vec{r}_2$ и $\vec{r}_1$ радиус-векторы π-мезонов. Если предположить, что проекция спина на направление движения равна нулю, а полный момент равен единице, то движение описывается полиномом Лежандра $P_1^{(0)}(\cos\theta) = \cos\theta$ и искомое распределение по углу $\sim\cos^2\theta$.

Рассмотрим экспериментальные работы по определению спина ρ-мезона. В работе А. Ф. Грашина и Я. Я. Шаламова [8], о которой рассказывалось выше, для реакции (1) при энергии первичных π^--мезонов 2,8 Бэв построено угловое распределение π^--мезонов в системе центра инерции ρ-мезона. Это распределение показано на рис. 18. По условиям эксперимента определено только угловое рас-

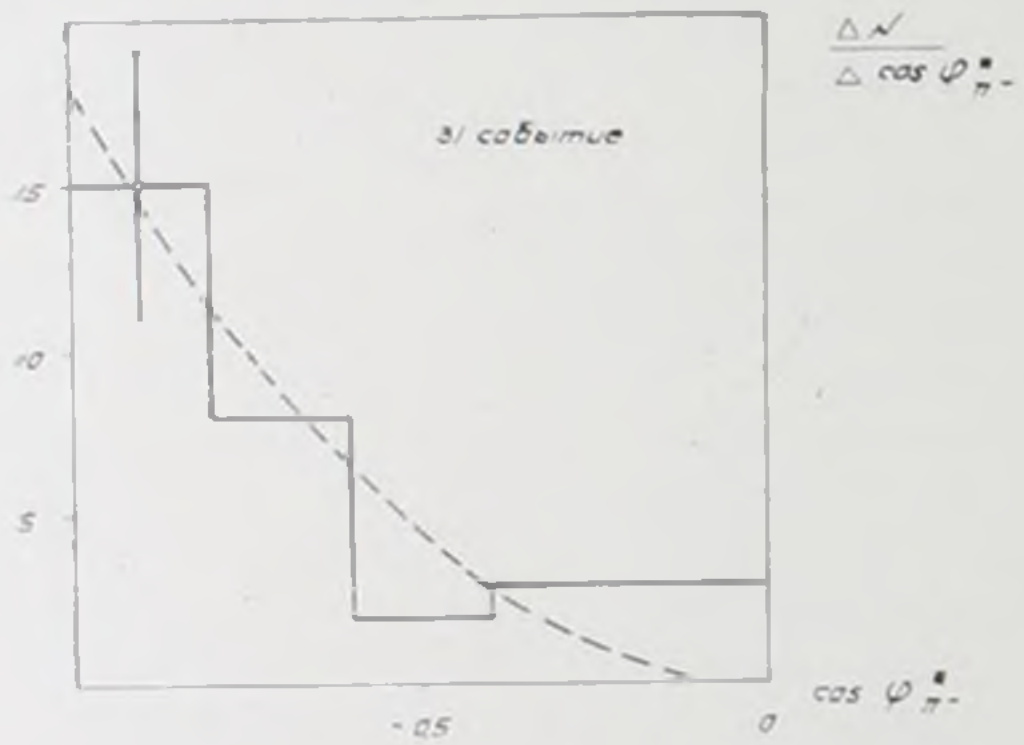


Рис. 18.

пределение π-мезонов в заднюю полусферу. По оси абсцисс отложен косинус угла вылета π-мезона в системе центра инерции ρ-мезона. Пунктирная линия соответствует распределению $\sim\cos^2\theta$. Из рис. 18 видно, что гистограмма хорошо согласуется с распределением $\sim\cos^2\theta$. Таким образом, данные работы [8] прямо указывают на то, что спин ρ-мезона равен 1 и ρ-мезоны рождаются выстроенными. Спин ρ-мезона исследован также в работе Айнутдинова, Зомбковского, Никитина, Селектора и Грашина [9], о которой говорилось выше. Исследовалась реакция (1) при $E = 7{,}2$ Бэв. На рис. 19 приведено распределение числа случаев по косинусу угла вылета π-мезонов в системе центра инерции ρ-мезона. Нижнее распределение построено для случаев с ω^2 в области резонанса; верхнее распределение построено для событий с $\omega^2 > 60$. Из рис. 19 следует, что нижнее распределение в пределах статистических ошибок хорошо согласуется с кривой типа $\cos^2\theta$. Для верхнего распределения зависимость типа $\cos^2\theta$ отсутствует.

Полученные результаты свидетельствуют о спине ρ-мезона, равном $j = 1$.

Следующей работой по исследованию спина ρ-мезона является работа Кармони, Реми, Ванде-Валля [10]. В этой работе исследовались реакции (I) и (III). Импульс первичных π-мезонов составлял 1,25 Бэв/с. Работа выполнена на 72-дюймовой жидководородной пузырьковой камере. Отбирались случаи двухлучевых звезд, один из лучей которых являлся протоном, остановившимся в камере. Для дальнейшей обработки использовались только события, в которых передаваемый импульс был < 400 *Мэв/с*. Отобрано 1684 события типа (I) и 411 событий реакции (III). Определялась зависимость $\sigma_{\pi\pi}$ от ω^2. Для вычисления сечения авторы не проводили экстраполяции в формуле Чу и Лоу к значению передаваемого импульса $\Delta^2 = -1$. Предположив, что в физической области сечение в основном определяется полюсной диаграммой, проведено вычисление $\sigma_{\pi\pi}$ по формуле

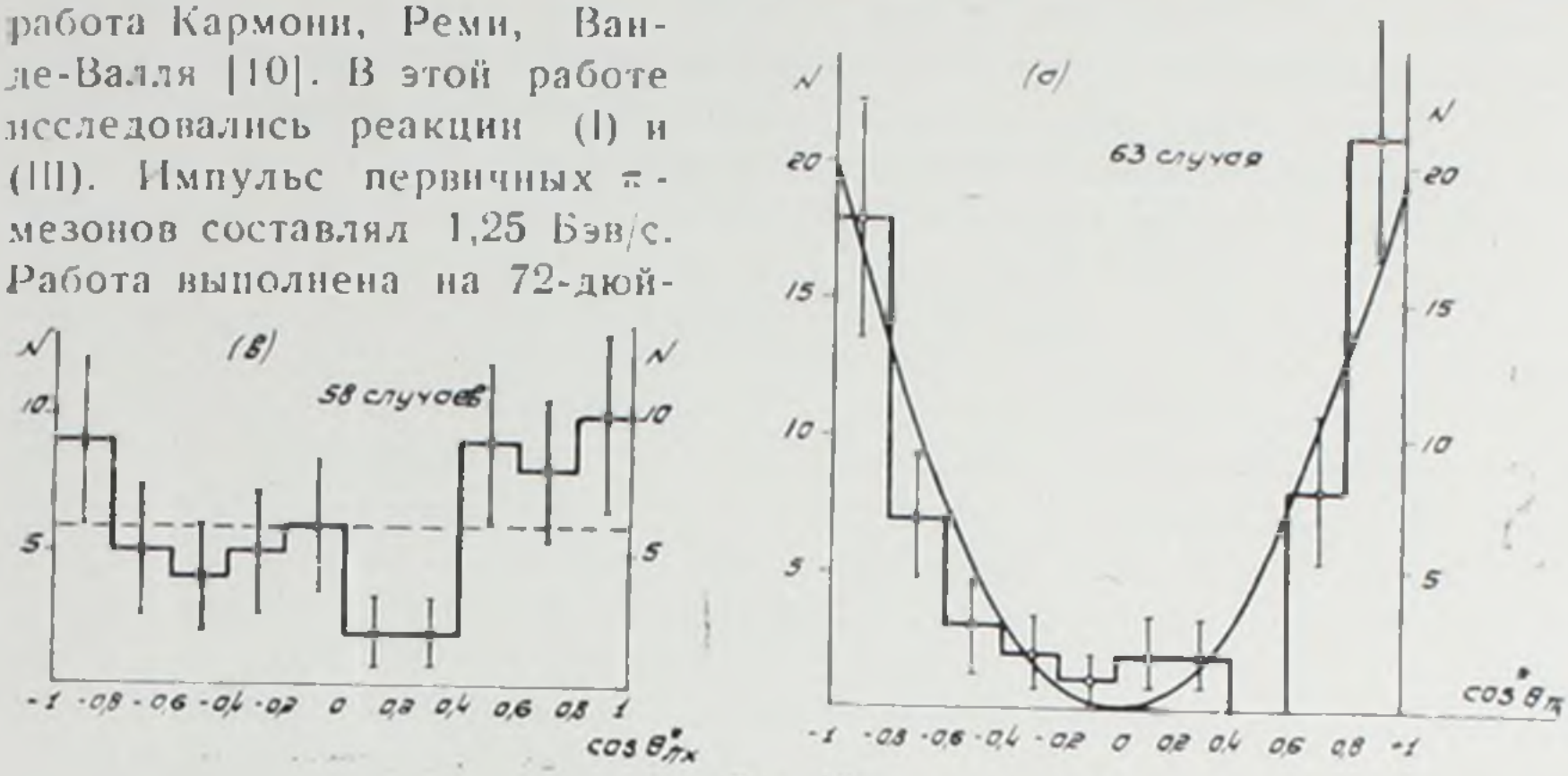


Рис. 19.

$$\sigma_{\pi\pi} = \frac{2\pi}{f^2}\,\frac{q_{1\text{л}}^2}{F(\omega^2)}\left\langle \frac{\Delta^2 (+\mu^2)^2}{\Delta^2/_{\mu^2}}\,\frac{\partial^2\sigma}{\partial\Delta^2\partial\omega^2}\right\rangle , \qquad (5)$$

где треугольными скобками обозначено усреднение по Δ^2 в интервале от нижнего кинематического предела при заданном ω^2 до $\Delta^2 < 8\ \mu^2$. Полученные результаты приведены на рис. 20. По оси абсцисс отложено значение ω^2 в единицах μ^2, по оси ординат сечение π-π-взаимодействия в миллибарнах. Распределение для реакции (III) имеет отчетливо выраженный максимум в сечении при $\omega^2 \sim 29\ \mu^2$. Причем значение сечения в максимуме составляет 70% от максимального ($12\ \pi\lambda^2$) для системы с $j = 1$. Полуширина резонанса составляет ~75 Мэв. Для реакции (I) форма кривой сечения и сравнительно небольшая его величина находятся в противоречии с тем, что можно было ожидать в предположении о доминирующем значении $I = j = 2$ резонанса при $\omega^2 \sim 29\mu^2$. Это противоречие обусловлено, по-видимому, предположением о малости неполюсных диаграмм в физической области, сделанным при определении сечения по формуле (5). Если при экстраполя-

ции по формуле Чу и Лоу для реакции (III), экстраполяционная кривая проходит через нуль (что свидетельствует о малости неполюсных членов для этой реакции), то для реакции (I) как следует из работы [5], экстраполяционные кривые пересекают ось ординат сравнительно далеко от начала координат. При этом пренебрежение неполюсными членами является незаконным. На рис. 21 для реакции (III) приведено распределение по углу вылета π^+-мезона в системе ρ-мезона. По оси абсцисс отложен $\cos\vartheta$, по оси ординат — дифференциальное сечение. Верхнее распределение построено для интервала $22 \leqslant \omega^2 \leqslant 25$, т. е. для ве-

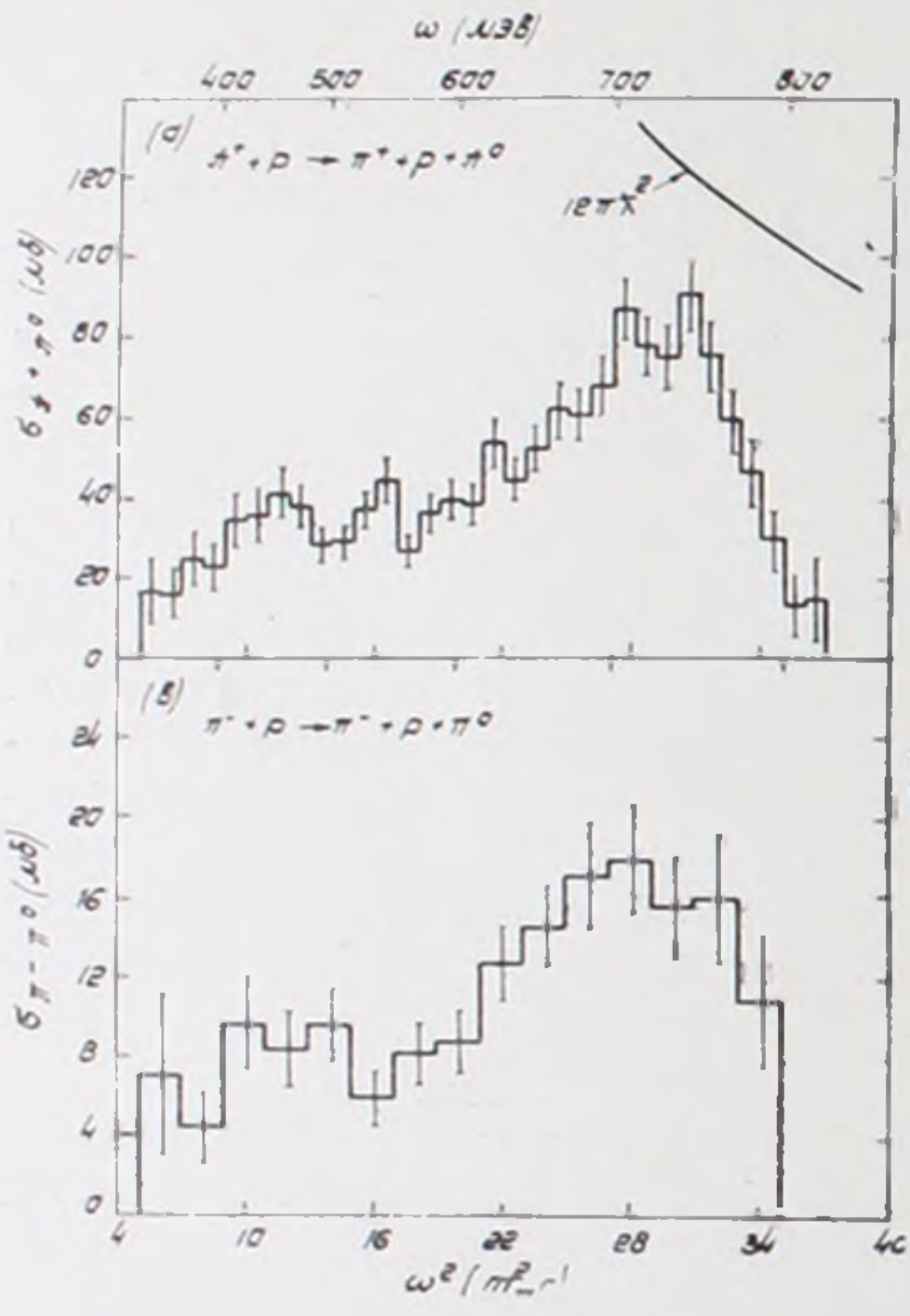


Рис 20.

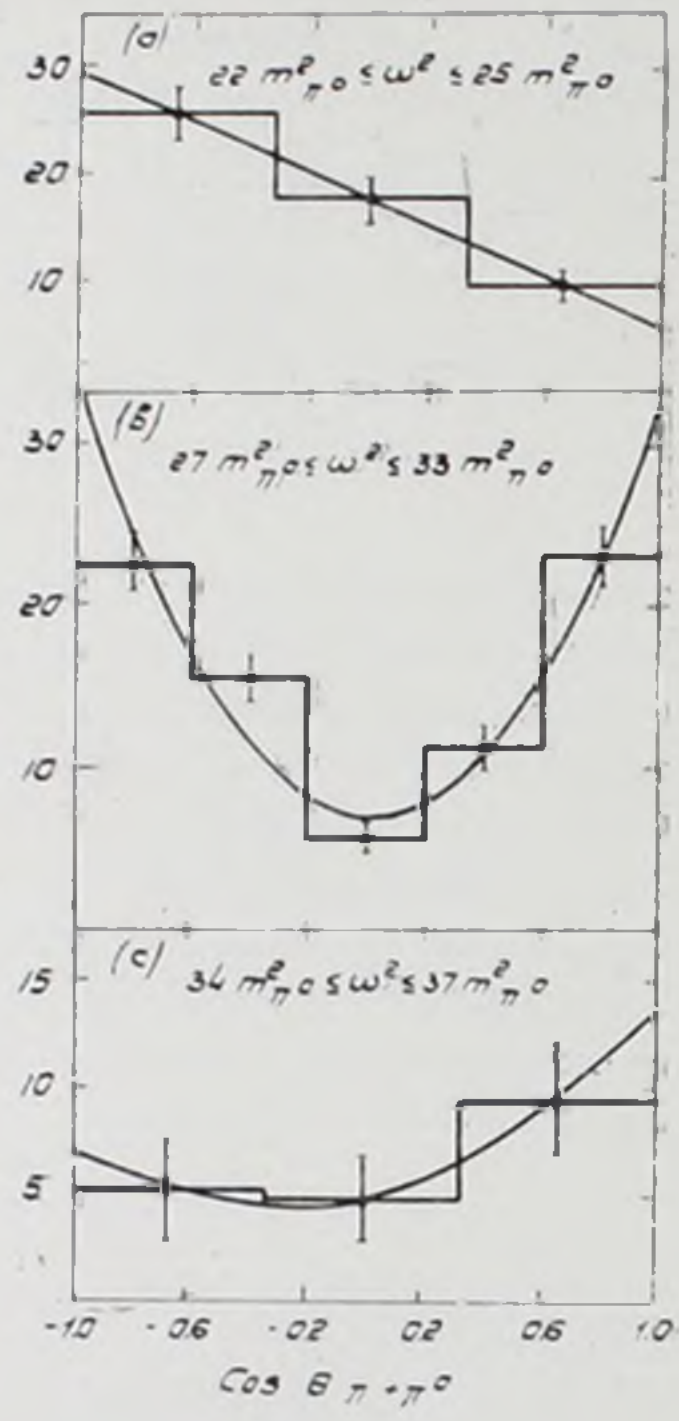


Рис. 21.

личин ω^2, меньших резонансных, среднее распределение построено для событий в резонансной области $27 \leqslant \omega^2 \leqslant 33$ и нижнее распределение построено для событий с $34 \leqslant \omega^2 \leqslant 37$. Из рис. 21 видно, что распределение для резонансных случаев близко к $\cos^2\vartheta$ и существенно отличается от распределения в резонансной области.

6. Образование ρ-мезонов в других реакциях

Образование ρ-мезонов наблюдалось также и в других реакциях. В работе Баттона, Карп-Блайта, Линча, Маглича, Розенфельда и Стивенсона [11] при исследовании реакций

$$\bar{p} + p \to 2\pi^+ + 2\pi^-$$

$$\bar{p} + p \to 2\pi^+ + 2\pi^- + \pi^0$$

при импульсе падающих антипротонов 1,61 Бэв/с наблюдалось значительное число случаев рождения ρ-мезонов.

Фоторождение ρ-мезонов исследовано в работе Мак-Леода, Ричерта и Сильвермана [12]. Исследовалась реакция

$$\gamma + p \to \pi^+ + \pi^- + p. \qquad \text{(VI)}$$

Пучок γ-квантов направлялся на жидководородную мишень. Продукты реакции регистрировались двумя магнитными анализаторами, на выходе которых располагались телескопы из сцинтилляционных и черенковских счетчиков. Один анализатор регистрировал протоны, другой — один из π-мезонов, образовавшихся в мишени по реакции (VI). Таким образом, для каждого зарегистрированного события были известны углы вылета и импульсы протона и одного из π-мезонов. Этих данных достаточно для полного восстановления всей кинематики реакции. Из полученных данных определена зависимость матричного элемента для реакции (VI) от энергии (рис. 22). По оси абсцисс отло-

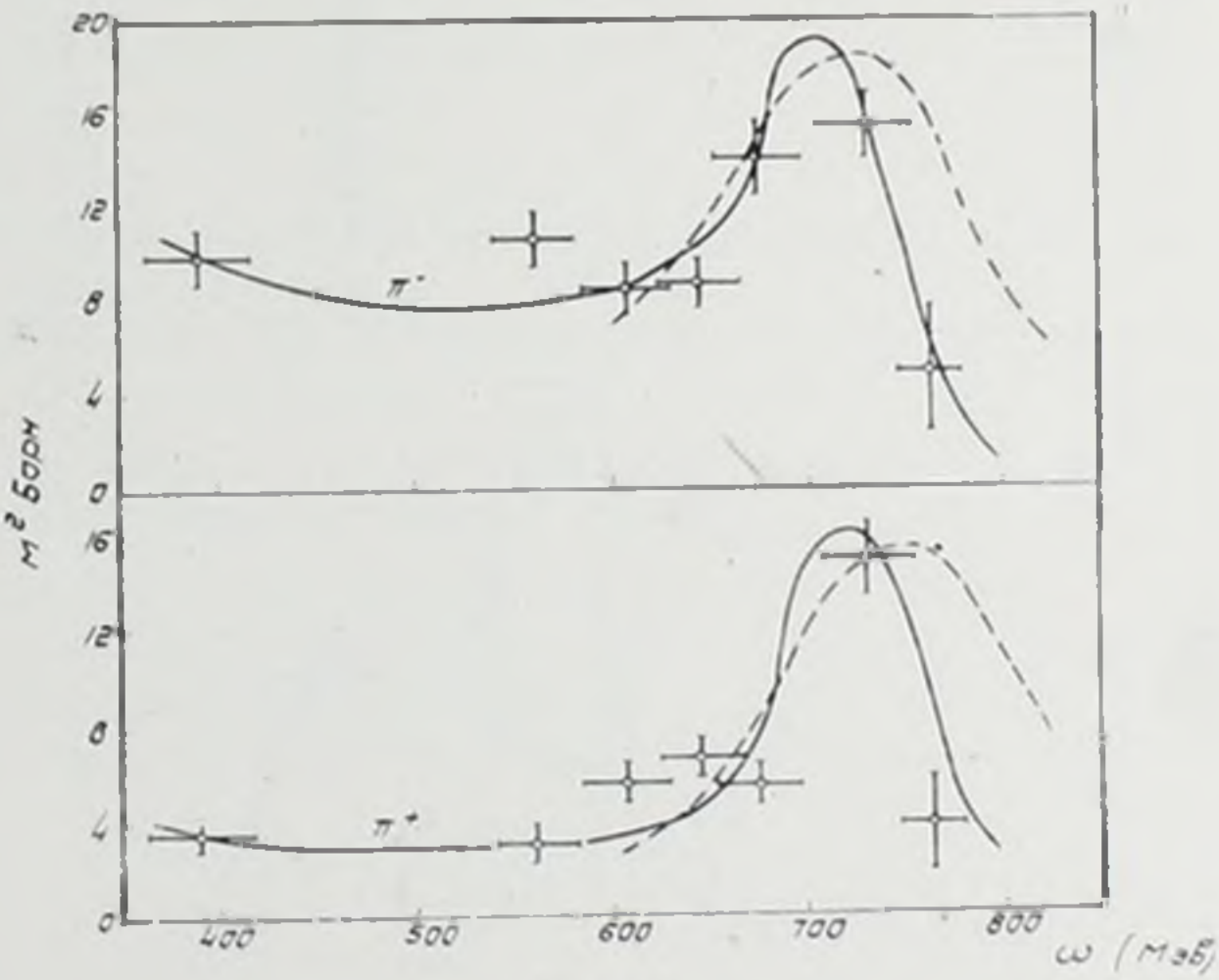


Рис. 22.

жено значение ω, по оси ординат — квадрат матричного элемента. При $\omega \sim 720$ Мэв наблюдается отчетливый максимум, отвечающий образованию ρ-мезона.

7. ζ-мезон

Резонансное состояние двух π-мезонов с массой 550—570 Мэв принято называть ζ-мезоном.

Наличие резонанса в π-π-взаимодействии при $\omega = 575$ Мэв впер-

вые надежно установлено в работе [13]. С помощью жидководородной пузырьковой камеры исследовалась реакция (III). Измерения проведены при трех энергиях первичных π^+-мезонов, равных 0,82, 0,900

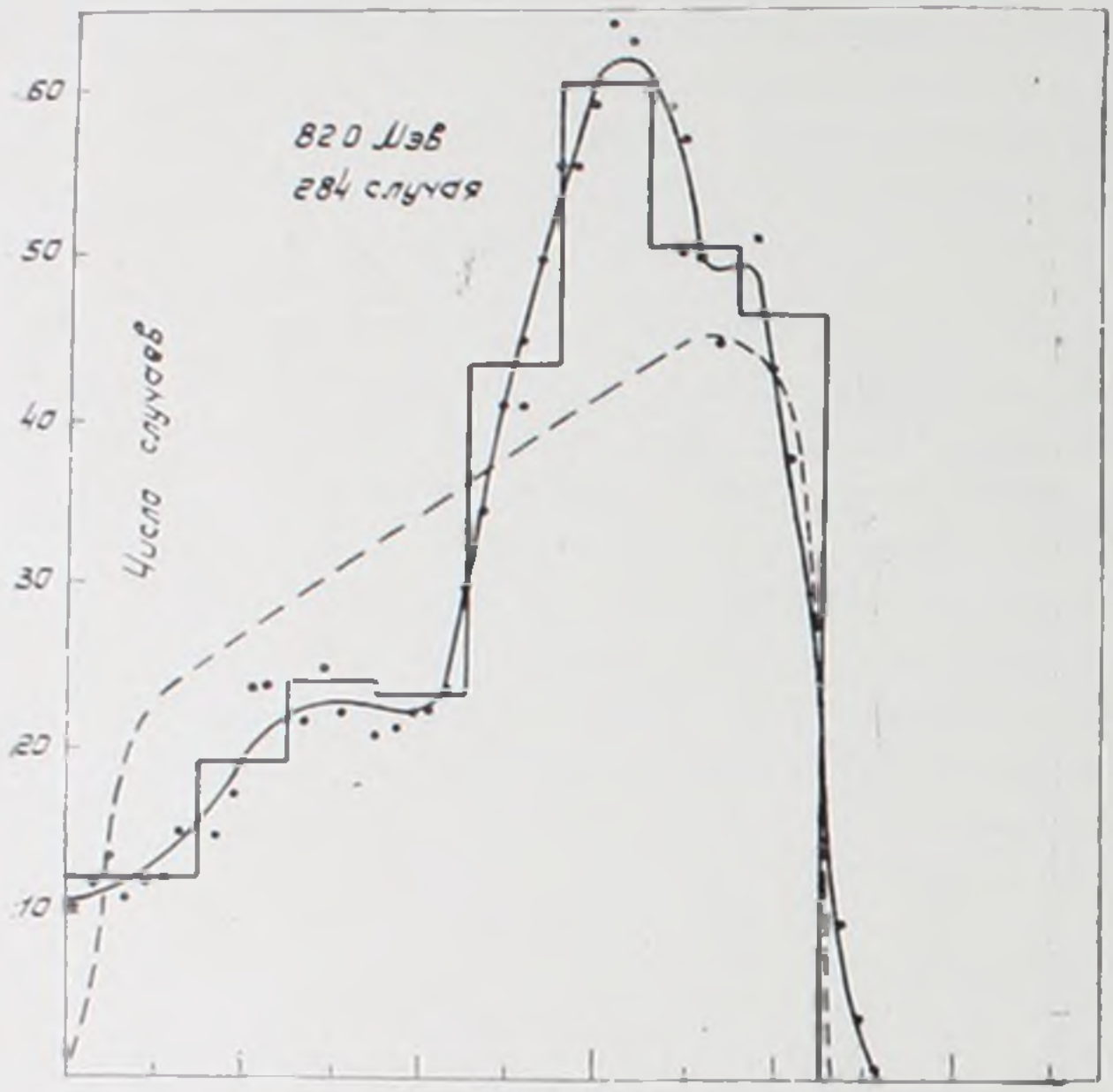


Рис. 23а.

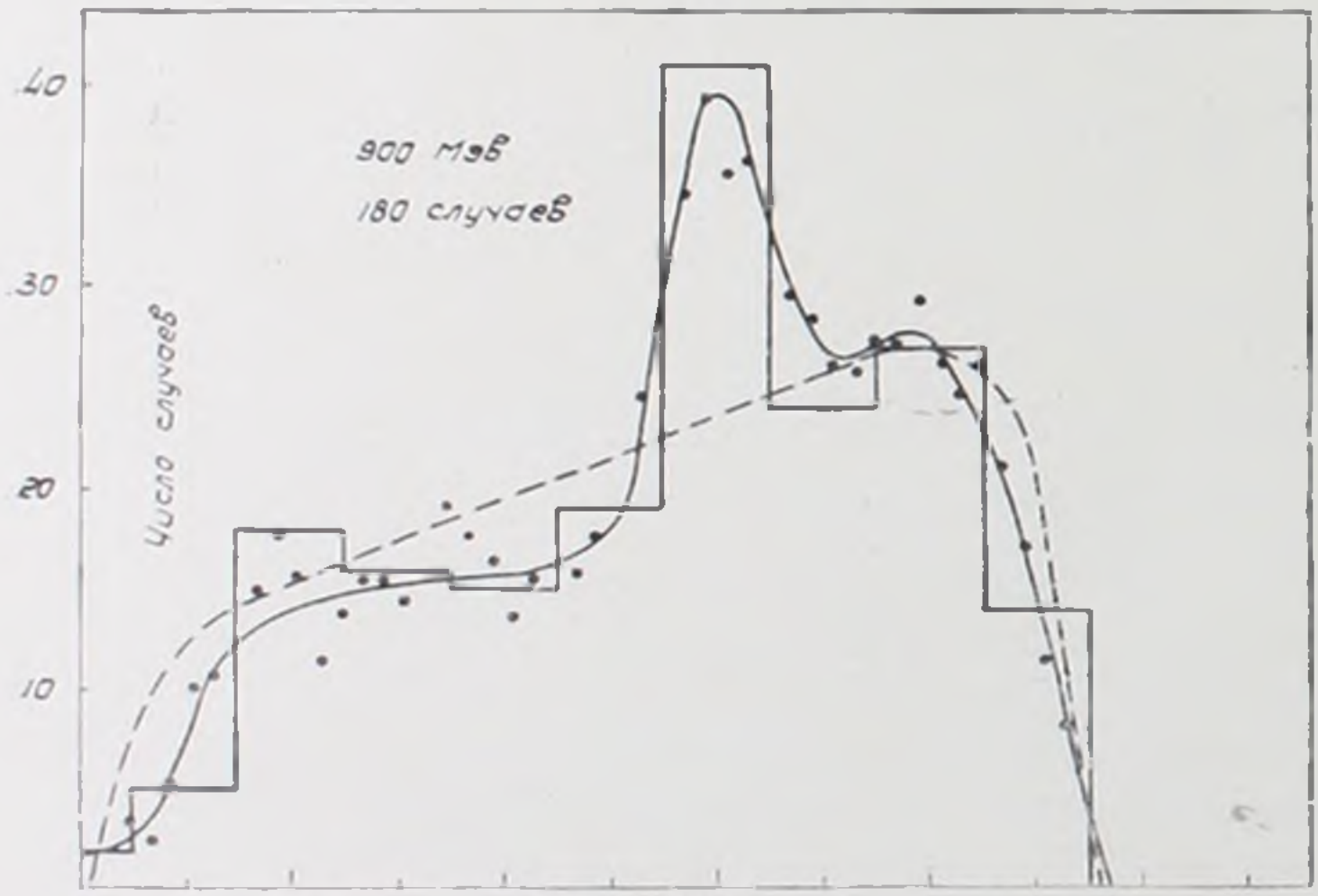


Рис. 23б.

и 1,05 Бэв. На рис. 23а, 23б, 23в приведено распределение числа событий по кинетической энергии Q двух π-мезонов в их собственной системе центра инерции. Пунктирная линия соответствует фазовому объему по теории изобар, нормированному к площади гистограммы.

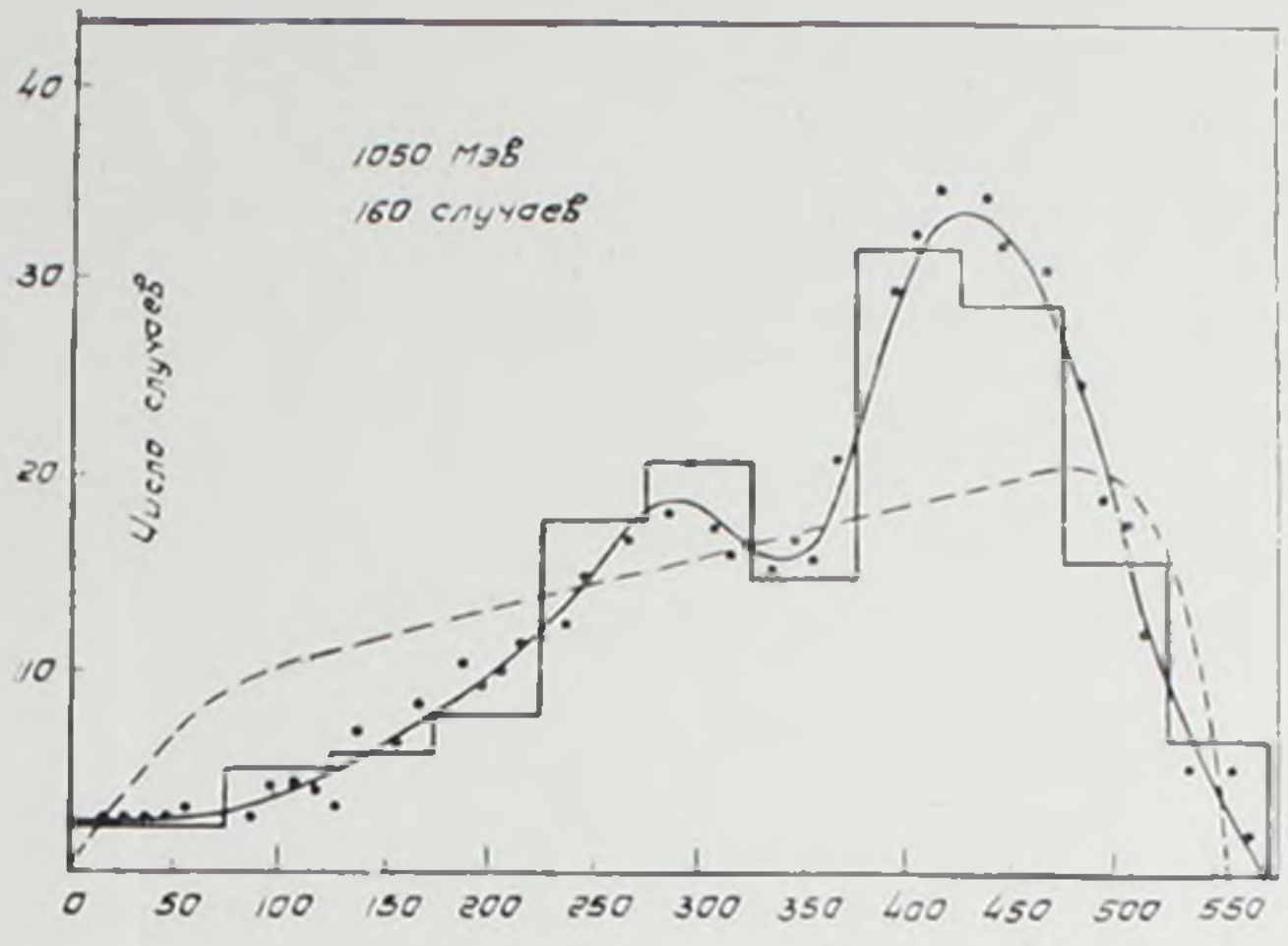


Рис. 23в.

На распределениях для энергии 0,82 и 0,900 Бэв наблюдается отчетливый максимум при $Q \sim 300$ Мэв, отвечающий образованию ζ-мезона. При энергии 1,05 Бэв максимум, отвечающий ζ-мезону, резко уменьшается и появляется максимум при $Q \sim 430-450$ Мэв, отвечающий образованию ρ-мезона.

Аналогичные распределения для реакции (IV) не содержат максимумов и удовлетворительно описываются фазовой кривой. Как было показано выше, отсутствие максимума на распределении для реакции (III) свидетельствует о том, что ζ-мезону следует приписать изотопический спин $I=1$. Анализ приведенных на рис 23 распределений приводит к массе ζ-мезона $M_\zeta = 575 \pm 20$ Мэв, при ширине уровня ~70 Мэв (аппаратурная ширина). С существенно худшей статистической точностью ζ-мезон наблюдался также в работах [7], [14].

ЛИТЕРАТУРА

1. *W. R. Frazer, I. R. Fulco,* Phys. Rev. Lett., **2**, 365 (1959); **117**, 1609 (1960).
2. *G. F. Chew, F. E. Low,* Phys. Rev., **113**, 1640 (1959).
3. *E. Pickup, F. Ayer, E. O. Salant,* Phys. Rev. Lett., **5**, 24 (1960).
4. *J. G. Rushbrooke, D. Radojicic,* Phys. Rev. Lett., **5**, 567 (1960).
5. *I. A. Andersen, V. Baug, P. Burke, D. Cormony, N. Schmitsz,* Rev. Mod. Phys., **33**, 431 (1960). Phys. Rev. Lett. **6**, 365 (1960).
6. *D. Stonehill, C. Baetay, N. Courant, W. Fickinger, E. C. Foweler, H. Kraybill, I. Sandweiss, I. Sanford, H. Taft.* Phys., Rev. Lett., **6**, 624 (1961).
7. *A. R. Erwin, R. March, W. D. Walker, E. West,* Phys. Rev. Lett. **6**, 628 (1961).
8. *Я. Я. Шаламов, А. Ф. Грашин,* Отчеты ИТЭФ (1960—1961); ЖЭТФ (в печати).
9. *М. С. Айнутдинов, С. М. Замбковский, С. Я. Никитин, Я. М. Селектор,* отчет ИТЭФ (1961); ЖЭТФ (в печати).

10. *D. D. Carmony, R. T. Van de Walle*, отчет UCRL—9932 (1961).
11. *J. Button, G. R. Kalbfleisch, G. R. Lynch, B. C. Maglić, A. N. Rosenfeld, M. L. Stevenson*, отчет UCRL—9814 (1961).
12. *D. Mc. Leod*, S. Richert and A. Silverman, Phys. Rev. Lett., 7, 383 (1961).
13. *R. Barloutaud, J. Heughelauert, A. Leveque, J. Meyer, R. Omnes*, отчет C. E. N. (Сакле Франция) 61—13 (1962).
14. *V. P. Kenney*, W. D. Shepard and C. D. Gall. N. C., **23**, 245 (1962).

С. Я. НИКИТИН

ТРЕХПИОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ (ω- и η-МЕЗОНЫ)

а. ω-мезон

При исследовании аннигиляции антипротонов в водороде (с помощью жидководородной камеры) был обнаружен так называемый ω-мезон, распадающийся по схеме

$$\omega \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0$$

и являющийся векторной частицей с массой $M = 787$ Мэв полушириной $\Gamma/2 = 15$ Мэв, спином и четностью равными 1^-.

Первая работа, в которой был обнаружен ω-мезон, принадлежит Магличу, Альварецу, Розенфельду и Стивенсону [1]. Теоретические соображения о возможных свойствах ω-мезона содержатся в ряде работ; некоторые из них будут изложены в лекции Окуня.

В работе Маглича и др. было отобрано 2500 четырехлучевых случаев аннигиляции антипротонов с импульсом 1,61 Бэв/с в 72-дюймовой водородной камере.

Антипротонный пучок выделялся с помощью группы электростатических сепараторов. Среди отобранных четырехлучевых событий путем анализа кинематики реакции было выделено 800 событий типа

$$p + p \to \pi^+ + \pi^+ + \pi^- + \pi^- + \pi^0. \qquad (1)$$

Отбор реакций типа (1) производился путем определения недостающей массы

$$M_3 = (E_0 - \Sigma E_i)^2 - (\vec{P}_0 - \Sigma \vec{P}_i)^2,$$

где E_0 — полная энергия реакции; E_i — энергия вторичных заряженных частиц (π-мезонов), образующихся в процессе аннигляции; $\vec{P}_0$ и $\vec{P}_i$, соответственно полный импульс и импульсы заряженных π-мезонов.

Для отобранных указанным выше способом событий типа (1) определялось значение эффективной массы

$$M_3 = (E_{\pi_1} + E_{\pi_2} + E_{\pi_3})^2 - (\vec{P}_{\pi_1} + \vec{P}_{\pi_2} + \vec{P}_{\pi_3})^2$$

для любых возможных триплетов π-мезонов, со следующими зарядовыми состояниями:

$Q = 0$	$\pi^+\pi^-\pi^0$	(800 × 4 комбинации),
$\|Q\| = 1$	$\pi^\pm\pi^\pm\pi^\mp$	(800 × 4 комбинации),
$\|Q\| = 2$	$\pi^\pm\pi^\pm\pi^0$	(800 × 2 комбинации).

При вычислении M_3 производилось уравновешивание значений E_i и $\vec{P}_i$ и вычислялась величина погрешности δM_3, распределение которой определяло функцию разрешения с полушириной $\Gamma/2 \simeq 12$ Мэв.

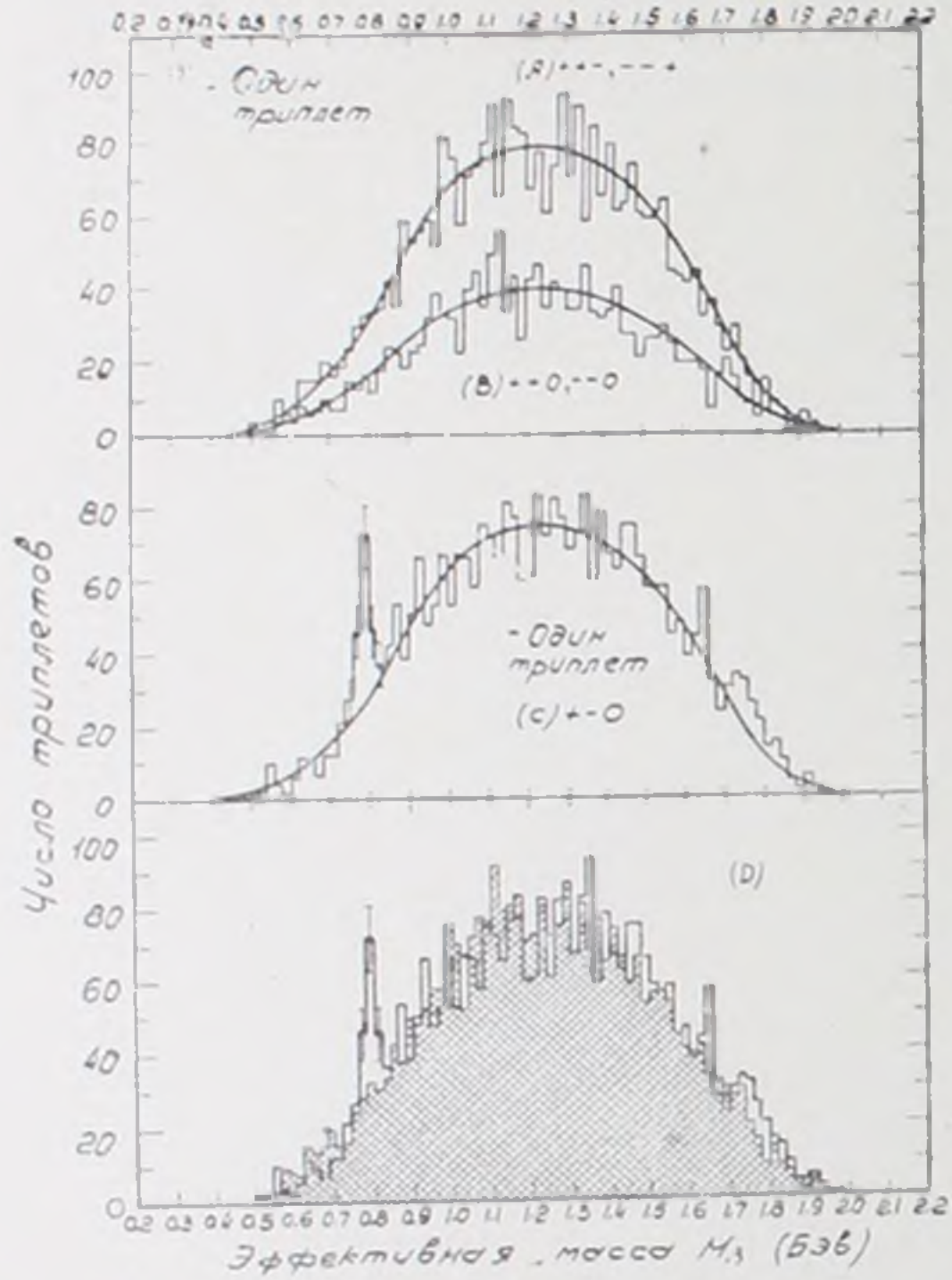


Рис. 1. Распределение по эффективным массам трех пионов для различных зарядовых состояний.

Полученные распределения $N(M_3)$ для различных зарядовых состояний приведены на рис. 1.

Распределения $N(M_3)$ для $|Q| = 1$ и $|Q| = 2$ очень близко соответствуют кривым фазового объема.

В распределении $N(M_3)$ для $Q = 0$ наблюдается острый максимум при $M_3 = 787$ Мэв (в области максимума над сплошной кривой фазового объема содержится 93 случая, тогда как в том же интервале масс под кривой фазового объема содержится 98 случаев). На рис. 2 приведена разность наблюдаемых кривых и кривых фазового объема для различных зарядовых состояний (в качестве кривых фазового объема использовались экспериментальные кривые для $|Q| = 1$ и $|Q| = 2$). Для $|Q| = 1$ и $|Q| = 2$ эта разность в пределах статистических ошибок равна нулю, тогда как для $Q = 0$ отчетливо выявляется максимум при $M_3 = 787$ Мэв. Наличие острого максимума при $M_3 = 787$ Мэв и $|Q| = 0$ приводит к выводу о существовании трех π-мезонного квазисвязанного состояния с $I = 0$ и полушириной $\Gamma/2 = 15$ Мэв (оценка основывается на определении аппаратурной ширины).

Если учесть, что при рассматриваемой энергии антипротонов ($E_{\text{ап}} = 2{,}29$ Бэв) среднее значение импульса ω-мезона составляет

~800 Мэв/с, то при времени жизни ω-мезона, соответствующего полуширине $\Gamma/2 \sim 15$ Мэв, его пролетное расстояние до распада составляет $\sim 13 \cdot 10^{-13}$ *см*.

Оценки площади под кривой, соответствующей ω-мезону, и площади под фазовой кривой, приводят к возможности оценки относительного выхода реакции

$$p + \bar{p} \to \omega + \pi^+ + \pi^-.$$

Оценки показывают, что в 800 случаях реакции (1) образуются 86 ± 16 ω-мезонов и, следовательно, относительный выход ω-мезонов составляет $10 \pm 2\%$.

В работе Ксуонга и Линча [2] анализировалась реакция

$$p + \bar{p} \to 3\pi^+ + 3\pi^- + \pi^0, \quad (2)$$

которая изучалась в тех же условиях, что и реакция с выходом пяти π-мезонов.

Анализ полученных фотографий проводился способом, аналогичным использованному в работе Маглича и др.

Как и в работе [1], распределение по эффективным массам трех π-мезонов определяется кривой фазового объема для состояний с $|Q| = 1$ и $|Q| = 2$, а для $Q = 0$ имеет максимум при $M_3 = 780$ Мэв с полушириной 18 Мэв. Всего было обработано 229 случаев реакции (2), из коих в 76 ± 18 случаях реакция идет с образованием π-мезонов, т. е. имеет место реакция

$$p + \bar{p} \to \omega + 2\pi^+ + 2\pi^-.$$

Таким образом, относительная вероятность образования ω-мезона в семи π-мезонной аннигиляции составляет $\sim 33\%$.

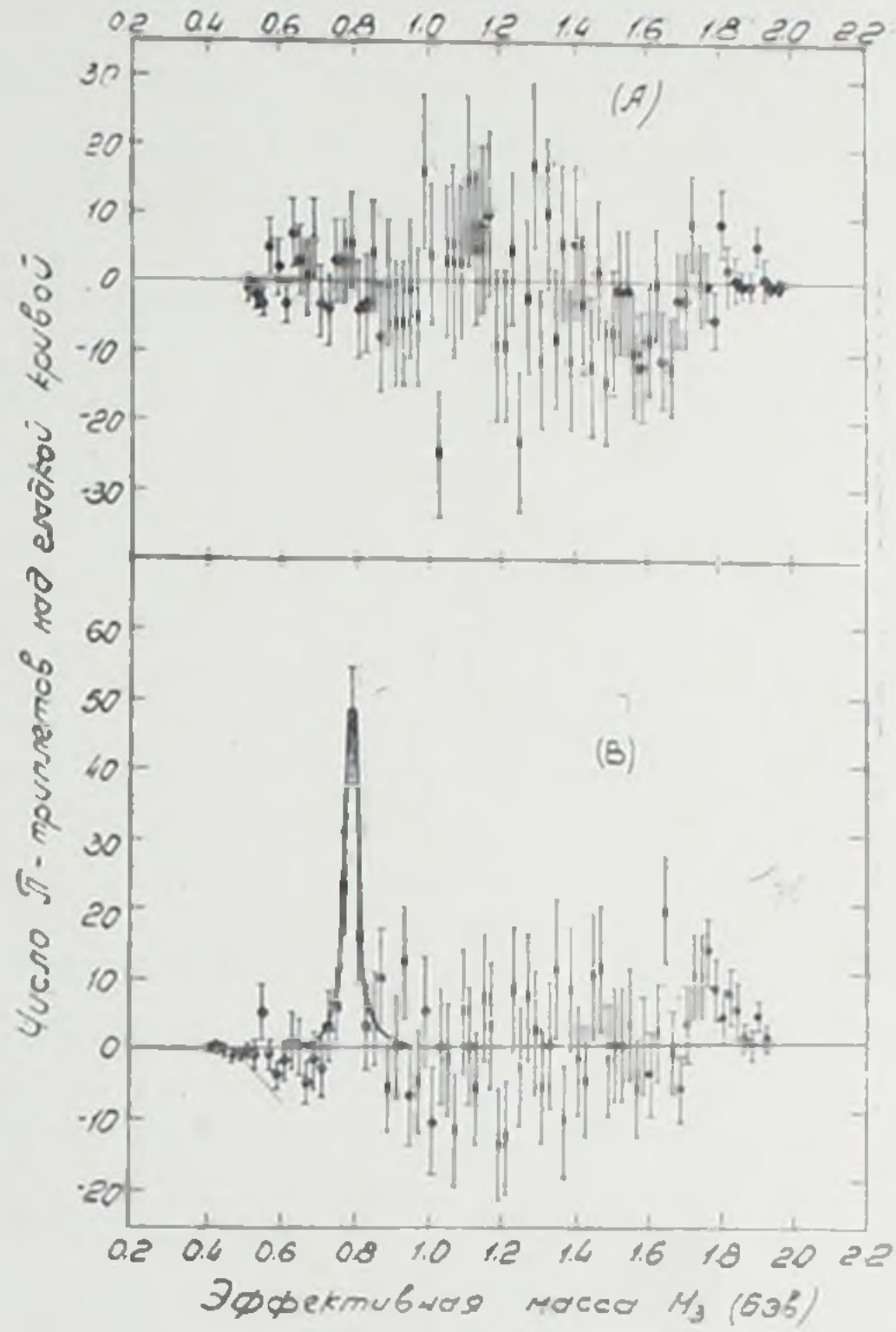


Рис. 2. Избыточное число комбинаций трех пионов над кривой фазового объема, (A) — $Q = 0$, (B) — $|Q| = 1$ или 2.

Спин и четность ω-мезона

Для определения спина и четности ω-мезона изучались плотности заселенности графиков Далица (см. [3]). Весь анализ проводился для

следующей модели: рассматривался матричный элемент для образования π-мезона и дипиона. В системе дипиона π-мезонам приписывается импульс $\vec{q}$ и момент количества движения $\vec{L}$, одиночный π-мезон имеет в системе покоя ω-мезона импульс $\vec{p}$ и момент $\vec{l}$.

Рассмотрим следующие возможные варианты матричных элементов:

а) псевдоскалярный (0^--мезон),

б) аксиально-векторный (1^+-мезон),

в) векторный мезон (1^--мезон).

Таблица 1

Примеры матричных элементов для ω-мезонов с $j \leqslant 1$

Мезон	j	L	l	Матричный элемент
V	1	1	1	$(\vec{p}_0 \times \vec{p}_+) + (\vec{p}_+ \times \vec{p}_-) + (\vec{p}_- \times \vec{p}_0)$
PS	0	1 и 3	1 и 3	$(E_- - E_0)(E_0 - E_+)(E_+ - E_-)$
A	1	1	0 и 2	$E_-(\vec{p}_0 - \vec{p}_+) + E_0(\vec{p}_+ - \vec{p}_-) + E_+(\vec{p}_- - \vec{p}_0)$

Квадраты матричных элементов равны для 1^--мезона

$$|A|^2 = 9p^2q^2(1-\mu^2),$$

для 0^--мезона

$$|A|^2 = \frac{\mu^2}{4}\frac{p^2q^2}{q^2+1}\left|\left(\sqrt{p^2+4(q^2+1)}-2\sqrt{p^2+1}\right)^2-\mu^2\frac{p^2q^2}{q^2+1}\right|^2,$$

для 1^+-мезона

$$|A|^2 = \frac{\mu^2q^2}{q^2+1}\left|p^2-2(q^2+1)+\sqrt{p^2+1}\sqrt{p^2+4(q^2+1)}\right|^2+$$
$$+q^2(1-\mu^2)\left|2\sqrt{p^2+1}-\sqrt{p^2+4(q^2+1)}\right|^2,$$

где $\mu = \vec{p}\vec{q}$, а связь между q, p и M_3 дается выражением

$$p^2 = [(M_3+1)^2+4(q^2+1)][(M_3-1)^2-4(q^2+1)]\frac{1}{4M_3}.$$

Далее можно выбрать так называемые переменные Далица

$$X = \frac{1}{\sqrt{3}Q}(T_+ - T_-) \text{ и } Y = T_0/Q,$$

где

$$Q = T_+ + T_- + T_0 = M_3 - 3,$$

и построить в этих переменных изометрические распределения для трех указанных матричных элементов, принимая за высоту значения $|A|^2$ для трех возможных вариантов (0^-, 1^+, 1^-).

Результаты такого построения приведены на рис. 3. При определении спина ω-мезона были использованы результаты обработки 1125 событий типа (1).

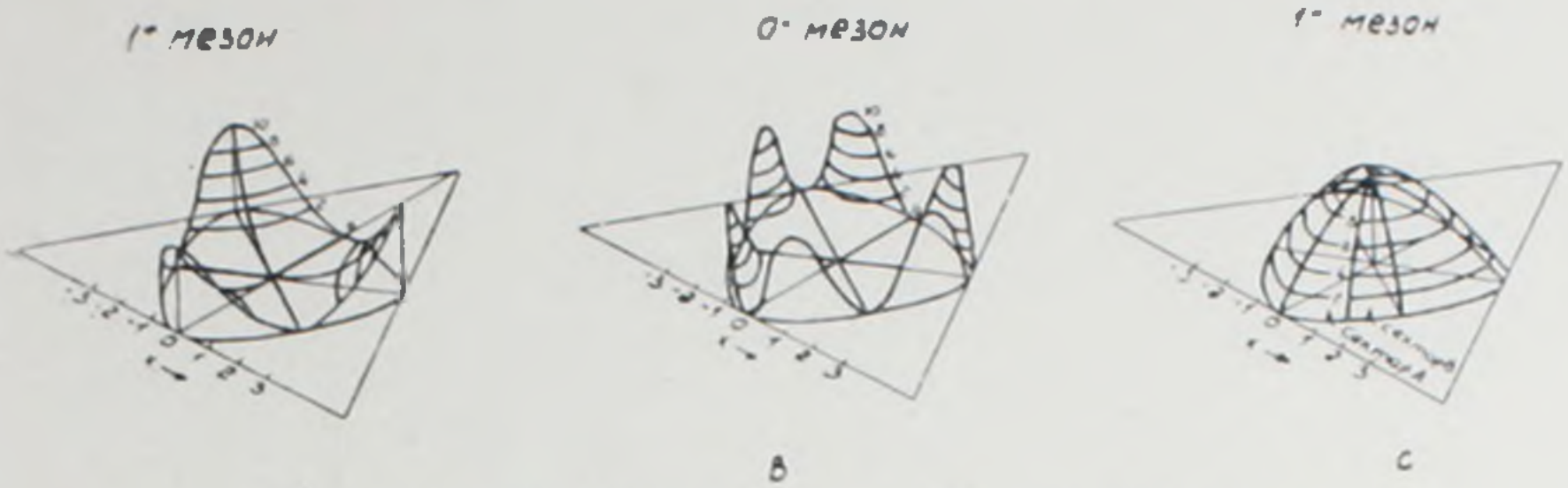


Рис. 3. Вид матричных элементов и плотности заселенности графиков Далица для различных предположений о спине и четности ω-мезона (*A*, *B*, *C*); *D* и *E* — расположение зон, использованных для определения спина и четности ω-мезона.

Так как распределение плотности заселенности графика Далица обладает тремя осями симметрии, то для увеличения статистики оно может быть „сложено" шесть раз (т. е. участки *ab*, *bc*, *cd*, *de*, *ef* и *fa* — совпадают); в этом случае анализ проводился для одного сектора графика.

Распределение случаев по рассматриваемому сектору для двух областей кривой $N(M_3)$ для области максимума и „контрольной" области приведено на рис. 3 (*D*) и 3 (*E*) (положение области максимума и „контрольной области" приведено на рис. 4, там же показано, каким образом учитывался нерезонансный фон). Кривые плотности заселенности графика Далица приведены на рис. 5, где, кроме экспериментальных точек, приведены и теоретические кривые для 0^--, 1^+- и 1^--мезонов. Экспериментальные точки однозначно ложатся на кривую 1^--мезона, т. е. ω-мезон является векторным мезоном и спин его равен 1.

ω-мезон проявляется также в реакции множественного рождения. Группа Блока и Певзнера [3] исследовала реакцию

$$\pi^+ + d \to p + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \qquad (3)$$

с помощью 42-дюймовой камеры Радиационной лаборатории при значении импульса первичных π^+-мезонов 1,23 Бэв/с.

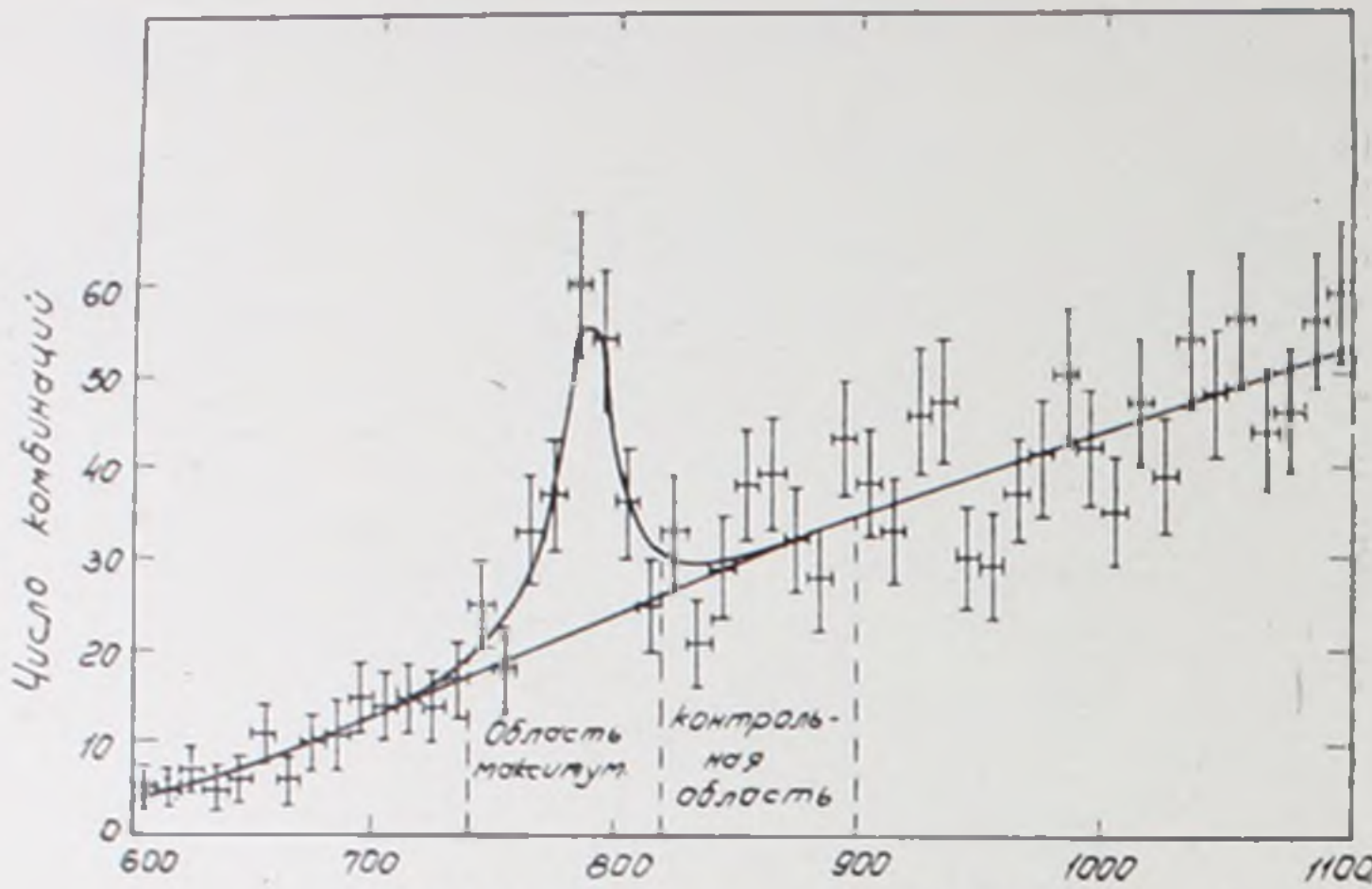


Рис. 4.

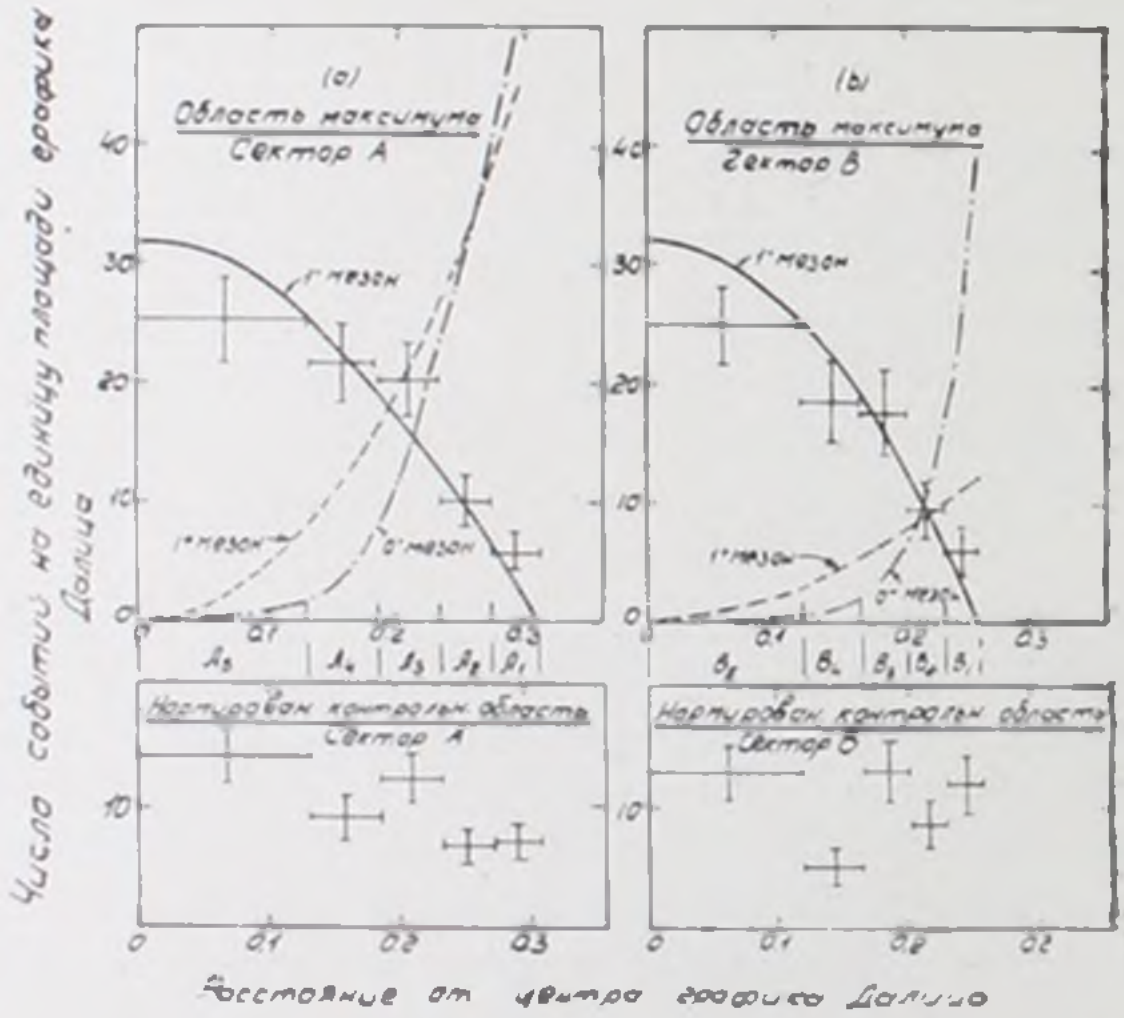


Рис. 5. Распределение заселенности графиков Далица для различных разрезов (см. рис. 3).

Указанной выше группой было проанализировано 233 случая реакции (3) (критерии отбора случаев реакции (3) приведены ниже, в разделе об η-мезоне), для которых определялось значение эффективной массы трех π-мезонов. Полученная гистограмма четко свидетельствует о наличии мезона с массой $\omega = 770$ Мэв и с полушириной $\Gamma/2 \leqslant 20$ Мэв (точность определения массы индивидуального события равнялась 20 Мэв) (рис. 6). Второй максимум при $M_{3\pi} = 550$ Мэв относится к η^0-мезону, о котором речь пойдет ниже.

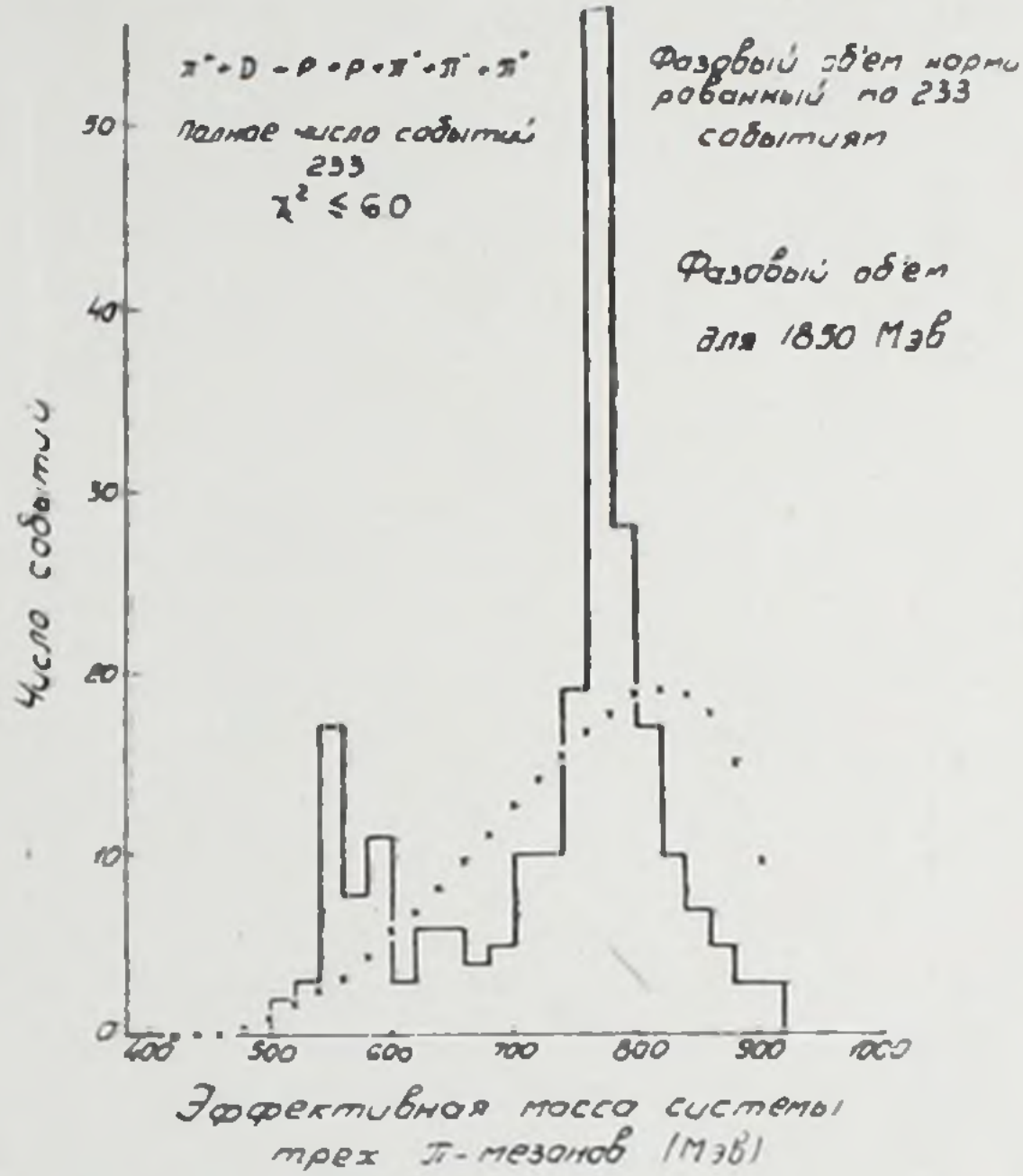


Рис. 6. Распределение по эффективным массам трех пионов из реакции $\pi^+ + d \to p + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$.

б) η^0-мезон

Первые сведения о существовании трех π-мезонного резонанса с массой $M_{\eta^0} = 550$ Мэв и названного η^0-мезоном были получены в работе Певзнера и др. [4] при исследовании множественного рождения π-мезонов в реакции (3) при импульсе первичных π^+-мезонов, равном 1,23 Бэв/с. Отбор и идентификация реакции (3) производились путем отбора случаев четырехчастичных звезд с двумя протонами в конечном состоянии. Для анализа брались случаи, удовлетворяющие следующим критериям отбора: а) один из протонов останавливается в камере, имея пробег $R_p \leqslant 15$ *см*, второй протон имеет импульс $P_p < 400$ Мэв/с, б) недостающая масса нейтральной частицы

$$M_x^2 = E_x^2 - P_x^2$$

(E_x и P_x — энергию и импульс, унесенные нейтральными частицами) равняется массе π-мезона. Распределение отобранных событий по недостающей массе, построенное по части экспериментального материала, приведено на рис. 7. Ширина распределения равна 50 Мэв и находится в соответствии с ошибками измерений углов и импульсов частиц реакции (3).

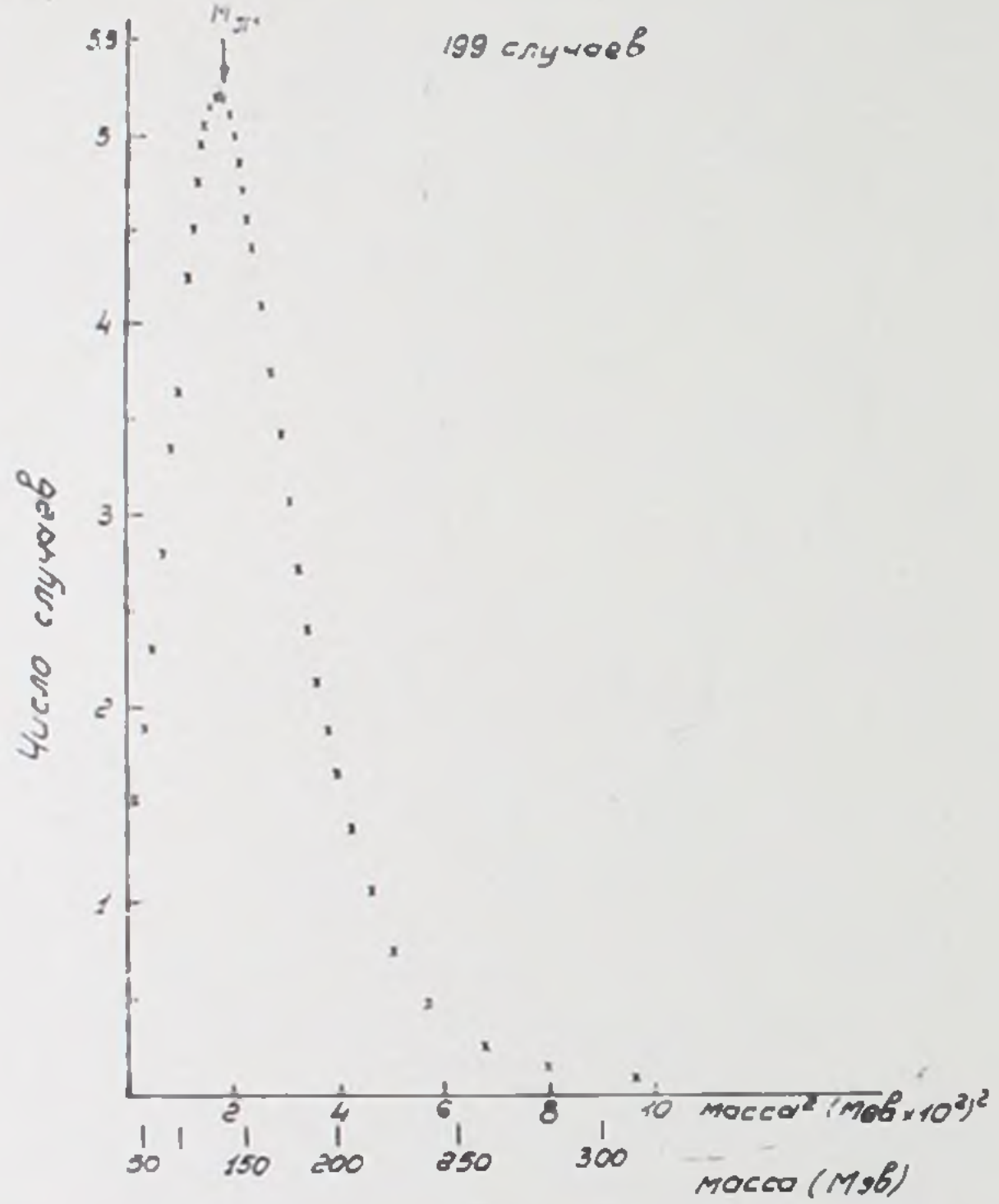


Рис. 7. Распределение событий, отобранных для построения кривой рис. 6 по недостающей массе.

Распределение проанализированных событий по эффективной массе трех π-мезонов приведено на рис. 6.

Как уже указывалось выше, кроме максимума при $M_{3\pi} = 780$ Мэв и отвечающего ω-мезону, на гистограмме наблюдается резкий выброс в области $M_{3\pi} \simeq 550$ Мэв.

Для оценки степени статистической достоверности этого выброса на рис. 6 приведено сравнение наблюдаемой гистограммы с кривой фазового объема, нормированной на полное число рассматриваемых событий. Естественно, вследствие наличия максимумов, отвечающих ω-мезону и η-мезону, такая нормировка не обоснована и приводит к резкому преуменьшению отношения резонансного и нерезонансного

каналов реакции. Однако даже при такой нормировке число событий, лежащих в области $M_{3\pi} \simeq 550$ Мэв над кривой фазового объема, вдвое превышает число событий, лежащих под кривой фазового объема в том же интервале масс (24:12), т. е. наличие максимума при $M_{3\pi} \simeq 550$ Мэв является статистически достоверным. В действительности, при более корректной нормировке резонансный канал при $M_{3\pi} \simeq 550$ Мэв превышает нерезонансный канал, по крайней мере, в шесть раз. Последнее обстоятельство приводит к тому, что существование максимума, отвечающего η^0-мезону, не вызывает сомнений.

Оценка полуширины резонанса при $M_{3\pi} = 550$ Мэв приводит к значению $\Gamma/2 < 50$ Мэв (аппаратурная ширина).

Позднее существование η^0-мезона было обнаружено в реакциях

$$K^- + p \to \Lambda + \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \qquad (4)$$

и

$$K^- + p \to \Lambda + \text{нейтр. частицы.} \qquad (5)$$

Обе эти реакции исследовались в жидководородной камере при значении импульсов K^--мезонов, равных 760 и 850 Мэв/с в работе Бастиена и др. [5].

Сведения о том, что обе реакции протекают с образованием промежуточного η^0-мезона, т. е. по схемам:

$$\begin{aligned} K^- + p &\to \Lambda + \eta^0 \to \Lambda + \pi^+ + \pi^- + \pi^0 \\ K^- + p &\to \Lambda + \eta^0 \to \Lambda + \text{нейтр. частицы,} \end{aligned} \qquad (6)$$

были получены из анализа кривой распределения событий реакции (4) по значению эффективной массы $M_{3\pi}$ трех π-мезонов (π^+, π^-, π^0-мезонов) (рис. 8). Отбор случаев образования в конечном состоянии одного π^0-мезона, среди случаев образования распада Λ-гиперона и двух заряженных π-мезонов производился путем определения значения недостающей массы. В случае реакции (5) по значениям углов вылета и энергии Λ-гиперона определялась эффективная масса нейтральных частиц. В том и другом случае обнаруживаются резкие максимумы (в реакции (4) для $M_{3\pi}$ и в реакции (5) для недостающей массы M_x), при значении эффективной массы, равной 550 Мэв. Это однозначно указывает на существование промежуточного звена в реакциях (4) и (5), приводящего к образованию η^0-мезона.

Кроме подтверждения существования η^0-мезона, в этой работе был обнаружен распад η^0 на нейтральные частицы (случай реакции (5)).

В табл. 2 приведена сводка данных анализа 606 случаев реакции (4) и (5), наблюдавшихся при значениях импульсов K^--мезонов соответственно 760 и 850 Мэв. Из данных таблицы следует, что отношение сечений рождения η^0-мезонов с нейтральным модусом рас-

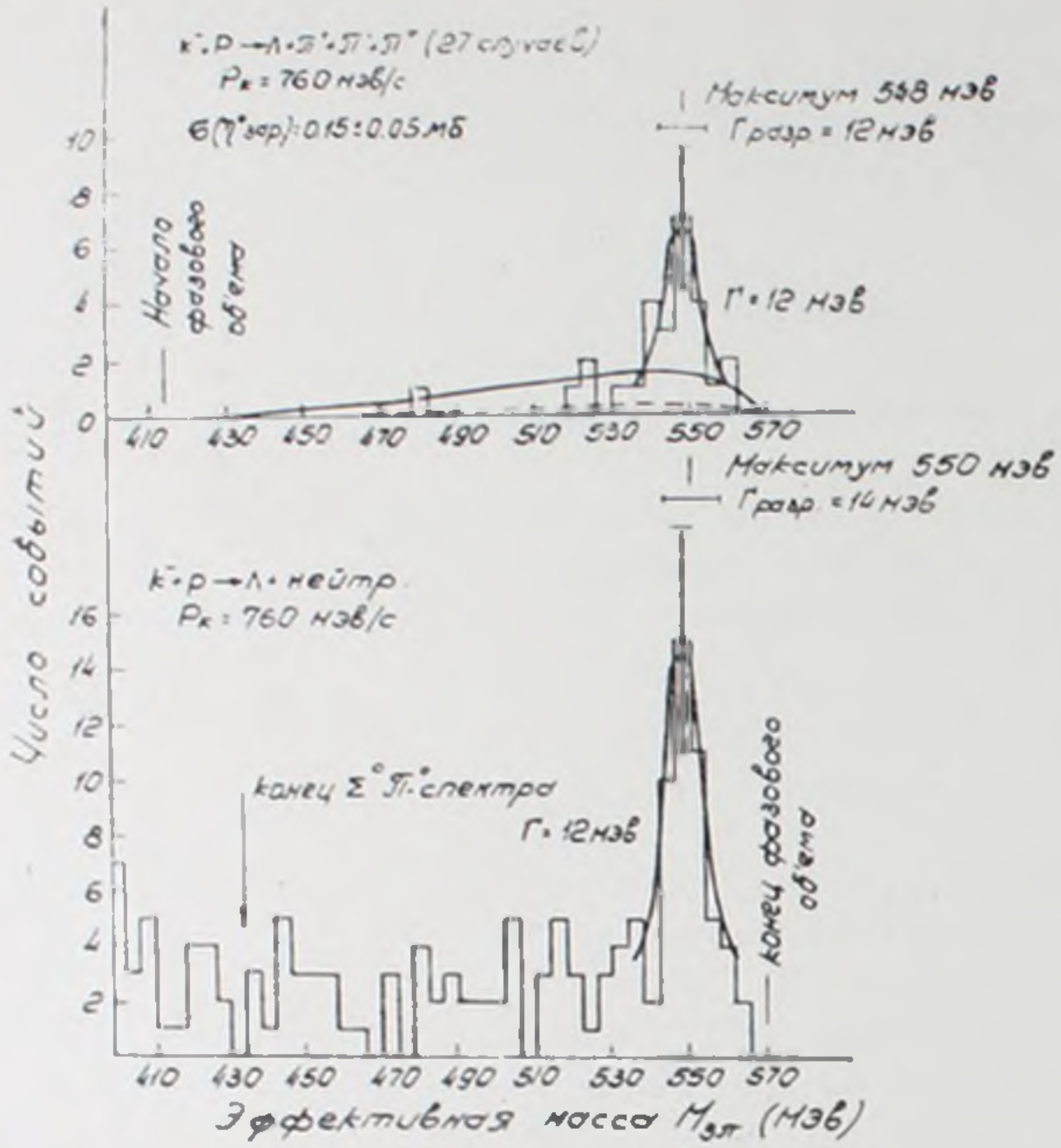


Рис. 8. Распределение продуктов реакций (4) и (5) по эффективным массам продуктов.

пада к сечению образования η^0-мезона с обнаруженным ранее модусом распада на 3π-мезона равно

$$\frac{\sigma(\eta^0 \to \text{нейтр. частицы})}{\sigma(\eta^0 \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0)} = \frac{(0{,}48 \pm 0{,}1)\ мбарн}{(0{,}15 \pm 0{,}05)\ мбарн} \simeq 3/1.$$

Таблица 2

Типы событий	760 Мэв		850 Мэв	
		Число событий		Число событий
$\sigma(\Lambda^0 + \text{нейтр.})$	$6{,}0 \pm 0{,}4$	408	$4{,}1 \pm 0{,}4$	148
$\sigma(\eta^0, \text{нейтр.})$	$0{,}48 \pm 0{,}1$	33	$0{,}02 \pm 0{,}02$	1
$\sigma(\Lambda^0, \pi^+, \pi^-, \pi^0)$	$0{,}2 \pm 0{,}05$	27	$0{,}15 \pm 0{,}05$	23
$\sigma(\eta^0, \text{зараж})$	$0{,}15 \pm 0{,}05$	20	$0{,}02 \pm 0{,}02$	3

Обращает на себя внимание крайне резкая зависимость сечения рождения η^0-мезона от энергии первичных K^--мезонов. При $p_{K^-} = 760$ Мэв (энергия, несколько превышающая порог реакции $K^- + p \to \Lambda + \eta^0$) сечение рождения η^0 составляет $\sim 0{,}60$ *мбарн*. При 850 Мэв/с сечение рождения η^0-мезонов практически равно нулю $[\sigma(\eta^0) = 0{,}04 \pm 0{,}03]$.

Природа такой энергетической зависимости реакции $K^- + p \to \Lambda + \eta_1$ пока совершенно не ясна.

Кривые распределения рис. 8 позволяют определить более точное значение массы η_1^0-мезона и получить более строгие оценки полуширины η_1^0-резонанса. Значения массы и полуширины равны соответственно

$$M(\eta_1^0) = 550 \pm 4 \text{ Мэв}, \quad \frac{\Gamma}{2} \leqslant 7 \text{ Мэв}.$$

В настоящее время имеются довольно убедительные данные, говорящие в пользу значения изотопического спина η_1^0-мезона, равного нулю.

В работе Кармони и др. [6] приводится следующий анализ этого вопроса. Сечение образования η_1^0-мезонов в реакции (3) равно

$$\sigma(\eta_1^0) \cdot f = 150 \pm 30 \text{ } \textit{мбарн},$$

где f — отношение заряженных и нейтральных модусов распада η_1^0-мезона. $f \leqslant 1/3$. Отсюда

$$\sigma(\pi^+ + n \to p + \eta^0) \geqslant 360 \text{ } \textit{мбарн}$$

(при получении сечения рождения η_1^0-мезонов в реакции (3) было использовано импульсное приближение и Хультеновская волновая функция дейтона).

Если η_1-мезон является изотопическим триплетом ($I = 1$), то сечение рождения $\eta_1^\pm$-мезонов в реакции

$$\pi^\pm + p \to \eta_1^\pm + p \tag{7}$$

будет связано с сечением рождения η_1^0-мезонов в реакции

$$\pi^+ + n \to \eta_1^0 + p$$

неравенством

$$[\sigma(\eta_1^+)]^{1/2} + [\sigma(\eta_1^-)]^{1/2} \geqslant [2\sigma(\eta_1^0)]^{1/2} = (720 \text{ } \textit{мбарн})^{1/2}. \tag{8}$$

В неопубликованной работе группы Альвареца было определено 3200 событий типа

$$\pi^\pm + p \to \pi^\pm + p + \text{нейтральные частицы}.$$

Среди них было найдено около 350 событий типа

$$\pi^\pm + p \to p + \pi^\pm + 2\pi^0, \tag{9}$$

которые могут содержать события типа

$$\pi^\pm + p \to p + \eta_1^\pm.$$

Распределение событий типа (9) по эффективным массам трех π-мезонов ($\pi^\pm + 2\pi^0$) представляется гладким массовым спектром, причем интегральные сечения рождения $\pi^+ + 2\pi^0$ и $\pi^- + 2\pi^0$ равны соответственно 160 и 71 *мбарн*. Эти данные позволяют сделать оценку сечений рождения η_1^+ и η_1^--мезонов. В массовом спектре $\pi^+ + 2\pi^0$ на об-

ласть масс 550 ± 16 Мэв приходится $8 \pm \sqrt{8}$ событий, которым можно сопоставить сечение $5{,}4 \pm 2$ *мбарна*, соответственно в массовом спектре $\pi^- + 2\pi^0$ на ту же область приходится $2 \pm \sqrt{2}$ событий, отвечающих сечению $1{,}2 \pm 1$ *мбарна*.

Авторы описываемого анализа полагают, что в первом случае (образование η_1^+-мезона) они могли бы пропустить превышение над гладкой кривой массового спектра, содержащее 8—9 событий (это совместимо со статистической точностью определения массового спектра $\pi^- + 2\pi^0$) и во втором случае (образование η_1^--мезона) превышение, содержащее 6—7 событий. Таким образом, можно прийти к следующим оценкам сечений $\sigma''(\eta_1^+)$ и $\sigma''(\eta_1^-)$:

$$\sigma''(\eta_1^+) < 6 \text{ } мбарн \text{ и } \sigma''(\eta_1^-) < 3 \text{ } мбарна.$$

Далее следует учесть, что сечение реакции (3) ($\sigma(\eta_1^0) f = (150 \pm 30)$ *мбарн*) относится к случаю, когда никаких ограничений на значения импульса протона отдачи не накладывалось. Сечение реакции (9) относится к случаю, когда значение импульса протона ограничивается значением $P_p \leqslant 400 \frac{\text{Мэв}}{\text{с}}$.

Число случаев рождения η^0-мезона в реакции (3), сопровождающихся вылетом протонов с импульсом $P_p \leqslant 400$ Мэв/с, составляет $\sim 1/5$ часть всех случаев рождения η_1^0-мезонов.

Таким образом, приведенное выше неравенство (8) для сечений следует переписать в виде

$$[\sigma'(\eta_1^+)]^{1/2} + [\sigma'(\eta_1^-)]^{1/2} \geqslant [2\sigma'(\eta_1^0)]^{1/2} = (144 \text{ } мбарн)^{1/2} \qquad (10)$$

(штрихованные сечения относятся к случаю ограничения импульсов протонов отдачи, т. е. $P_p \leqslant 400$ *Мэв*/с). Из предыдущего имеем

$$[\sigma''(\eta_1^+)]^{1/2} + [\sigma''(\eta_1^-)]^{1/2} \leqslant (6)^{1/2} + (3)^{1/2} = (16{,}4 \text{ } мбарн)^{1/2},$$

что несовместимо с неравенством (10); отсюда следует неверность предположения о том, что η^0-мезон является изотопическим триплетом. Следовательно, изотопической спин η_1-мезона равен нулю.

Если предположить, что нейтральный модус распада не является доминирующим (предположив, например, $I = 1$, что противоречит прямым экспериментальным данным), то и в этом случае неравенство типа (8) резко нарушается и, следовательно, значение изотопического спина $I = 1$ с большой степенью вероятности исключается.

Бедность экспериментального материала не позволяет определить спин и четность η_1^0-мезона. Неясен также вопрос о природе нейтральных распадов η_1^0-мезона.

ЛИТЕРАТУРА

1. *B. Maglić, L. W. Alvarez, A. H. Rosenfeld* and *M. L. Stivenson*, Phys. Rev. Lett. **7**, 178 (1961).
2. *N. Xuong* and *G. R. Lynch*, Phys. Rev. Lett. **7**, 327 (1961).

3. *M. L. Stivenson, L. W. Alvarez, B. C. Maglić* and *A. H. Rosenfeld*, Phys. Rev. (1962).
4. *A. Pevsner, K. Kramer, M. Nussbaum, P. Schlein, M. Block, A. Hovacs* and *C. Meltzer*, Phys. Rev. Lett. **7**, 521 (1961).
5. *P. L. Bastein, I. P. Berge, O. I. Dahl, M. Ferro-Luzzi, D. H. Miller, I. I. Murray, A. H. Rosenfeld* and *M. B. Watson*, Phys. Rev. Lett. **8**, 114 (1962).
6. *D. D. Carmony, A. H. Rosenfeld* and *R. T. Van de Walle*, Phys. Rev. Lett. **8**, 117 (1962).

И. В. ЧУВИЛО

СВОЙСТВА Y^*- И K^*-ЧАСТИЦ*

Развитие экспериментальной техники физики частиц высоких энергий позволило получить ряд новых фундаментальных фактов о свойствах элементарных частиц и их взаимодействии при больших энергиях. Среди них важное место занимает обнаружение резонансных взаимодействий π-мезонов с гиперонами (Y^*-частиц) и π-мезонов с K-мезонами (K^*-частиц).

В данной лекции предпринята попытка систематизировать опубликованные экспериментальные факты по этому кругу вопросов, а также подытожить анализ этих данных, имевший целью выяснить основные свойства Y^*- и K^*-частиц. Поскольку изучение интересующих нас явлений не завершено, то в лекции сознательно не будут обсуждаться возможные теоретические аспекты данной проблемы.

§ 1. Масса резонансного $\pi\Lambda^0$-взаимодействия

При обработке экспериментальных данных, полученных на 15-дюймовой жидководородной пузырьковой камере группы Альвареца при облучении ее пучком отрицательных K-мезонов с импульсом 1,15 Бэв/с, наряду с другими было подробно изучено [1] также 141 событие реакции

$$K^- + p \to \Lambda^0 + \pi^+ + \pi^-. \qquad (1)$$

На нижней части рис. 1 показан спектр кинетических энергий положительных π-мезонов T_+ в системе центра масс реакции (1). Обращает на себя внимание большой выброс в спектре при значении T_+ около 300 Мэв. В этом месте форма спектра весьма отличается от получаемого на основе статистических соображений, которые дают фазовые кривые, приведенные на этом же рисунке.

Объяснение этому факту можно получить, если предположить, что реакция (1) идет в две стадии, а именно, на первом этапе является двучастичной, когда генерируется $\pi^-\Lambda^0$-система и π^+-мезон по схеме

---

* В основу лекции положен обзор, опубликованный в УФН, **76**, 2, 329 (1962), который был переработан с учетом последних данных об Y^*-частицах.

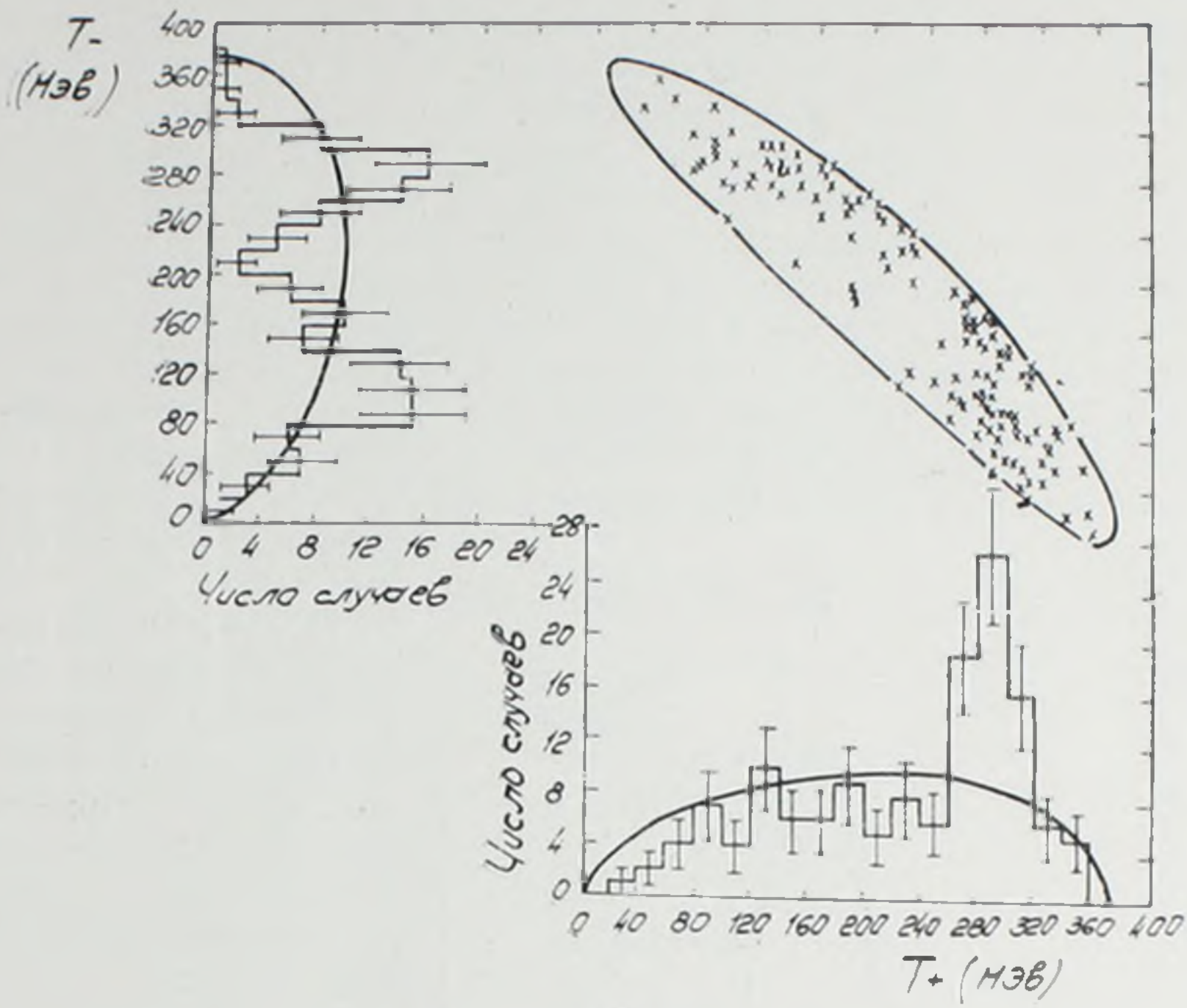


Рис. 1.

$$K^- + p \to (\pi^- \Lambda^\circ) + \pi^+, \qquad (2)$$

а затем $\pi^-\Lambda^\circ$-система разваливается, давая реакцию (1). Если образуется система из отрицательного π-мезона и Λ°-гиперона, то интересно знать, имеет ли место образование аналогичной системы с участием положительного π-мезона. Для этого надо рассмотреть энергетический спектр отрицательных π-мезонов. Он и приведен на левой части рис. 1 и характеризуется двумя выбросами: в области значений T_- порядка 100 Мэв и, как и в случае π^+-мезонов, при $T_- = 300$ Мэв. Это означает, что образуются и $\pi^+\Lambda^\circ$-системы с той же самой массой, как и у $\pi^-\Lambda^\circ$-систем. В этом случае легко показать, что в силу законов сохранения энергии и импульса, если рассматриваемая реакция идет через первичное образование $\pi^-\Lambda^\circ$-системы с массой порядка 1380 Мэв, это приведет к появлению максимума в спектре кинетических энергий π^--мезонов в интервале значений между 35 и 170 Мэв. Если вычесть в спектре π^+-мезонов часть, обусловленную статистическим механизмом трехчастичного канала реакции (1), то остальная часть π^+-мезонов при значении T_+ около 300 Мэв объясняет 3/4 выхода π^--мезонов в спектре в интервале 35—170 Мэв. Аналогичные заключения о вкладе $\pi^+\Lambda^\circ$-системы можно получить из сравнения выходов π^--мезонов при $T_- = 300$ Мэв и π^+-мезонов в интервале 35—170 Мэв. Таким образом, анализ спектров π-мезонов, образую-

щихся в реакции (1), наиболее естественно приводит к необходимости предположить, что значительный вклад в эту реакцию дает квазидвухчастичный канал. Эта квазидвухчастичность является следствием существования резонансного $\pi\Lambda^0$-взаимодействия в процессе протекания реакции (1). Поэтому реакцию (1) можно рассматривать как идущую в две стадии: сначала в результате $K^- - p$-взаимодействия генерируется как бы π-мезон и сильно связанная $\pi\Lambda^0$-система, которую назовем Y^*-частицей, а затем Y^*-частица, этот „возбужденный гиперон" распадается на Λ^0-гиперон и π-мезон. Оказывается, что приблизительно в 75% случаев реакция (1) проходит с образованием и последующим распадом Y^*-частицы. Из сравнения форм спектров π-мезонов можно видеть, что отрицательных Y^*-частиц генерируется больше, чем положительных.

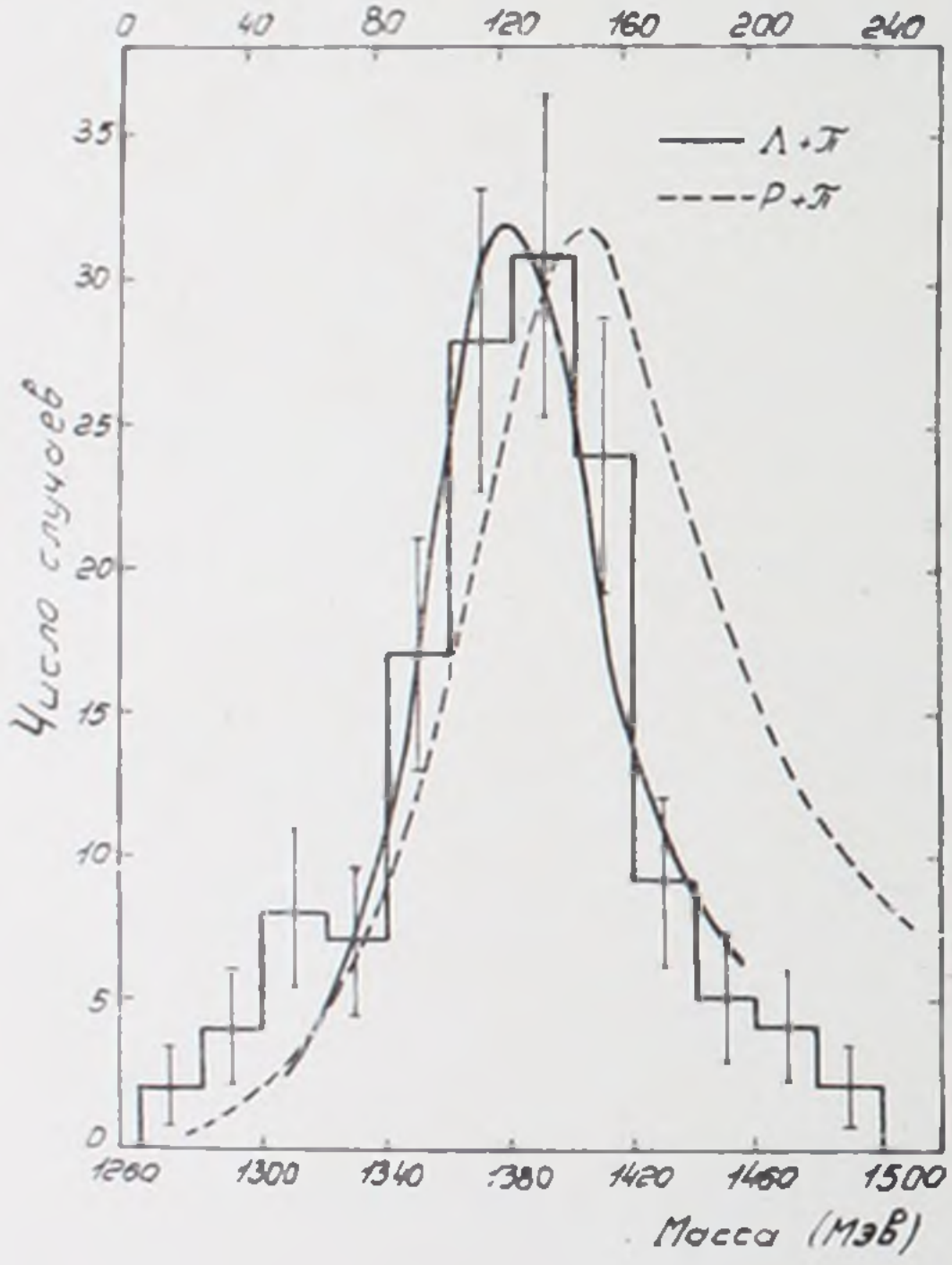


Рис. 2.

На рис. 2 приведено распределение по массам Y^*-частицы, полученное из этих экспериментальных данных. Приближение данных, приведенных на гистограмме, сделано резонансным выражением вида

$$\sigma \sim \frac{\lambda^2 \Gamma^2}{(E - E_0) + \frac{1}{4}\Gamma^2}, \tag{3}$$

где

$$\Gamma = 2b \frac{\left(\frac{a}{\lambda}\right)^3}{1 + \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2}$$

и a-радиус взаимодействия в единицах $\frac{\hbar}{m_\pi c^2}$, b — приведенная ширина в Мэв, E_0 — резонансная энергия. Сравнение с экспериментом дает следующие значения этих величин: масса Y^*-частицы равна 1384,3 Мэв с полушириной 64 Мэв. Величина энерговыделения Q в Y^*-распаде имеет значение 129,3 Мэв. При этом относительный импульс разлетающихся Λ^0-гиперона и π-мезона имеет величину порядка 200 Мэв/с, что весьма близко к аналогичной величине разлетающихся нуклона и π-мезона в известном (3/2, 3/2)-резонансе при π-мезон-нуклонном рассеянии. Кривая для резонансного состояния в π-нуклонном рассея-

нии приведена для сравнения на рис. 2 пунктирной линией. Если и $\pi\Lambda^0$-систему интерпретировать таким же образом, то это будет означать, что в $\pi\Lambda^0$-рассеянии имеется резонанс, а Q — есть кинетическая энергия в резонансе $\pi\Lambda^0$-рассеяния в системе покоя $\pi\Lambda^0$-системы. Сравнительные данные о $\pi\Lambda^0$-резонансе и π-нуклонном (3/2, 3/2)-резонансе приведены в табл. 1.

В дальнейшем [2] с этой точки зрения было проанализировано 500 событий реакции (1), полученных в пучках K^--мезонов с импульсами от порогового для этой реакции ($P_K^{лаб.} = 405$ Мэв/с) до 850 Мэв/с. Если реакция протекает в две стадии, то в системе центра масс первичной реакции π-мезоны будут генерироваться с фиксированной энергией с разбросом, обусловленным полушириной $\Gamma/3$ в распределении масс Y^*-частицы. На рис. 3 показано распределение событий реакции (1) при $P_K^{лаб.} = 850$ Мэв/с в координатах кинетических энергий T_+ и T_- соответственно, π^+ и π^--мезонов. Если бы все случаи этой реакции проходили, например, по каналу,

$$K^- + p \to Y^{*-} + \pi^+,$$

то точки были бы распределены около вертикальной прямой, обозначенной Y^{*-}. При протекании реакции через канал с образованием Y^{*+} точки располагались бы около горизонтальной прямой Y^{*+}. Эллипсом очерчена область дозволенных значений кинетических энергий π-мезонов в трехчастичной реакции $\pi^+\pi^-\Lambda^0$. Как видно из этого представления, далеко не очевидно, что реакция (1) идет в две стадии — через образование и быстрый распад Y^*-частицы. Имеется большое количество событий этой реакции, не укладывающихся в такую модель.

Точность измерения массы Y^*-частицы в каждом индивидуальном случае составляла величину от 3 до 5 Мэв. Представление распределения по массам 226 случаев Y^*-частиц резонансной формулой вида (3) показывает, что масса Y^*-частицы равна 1380 Мэв с полушириной, заключенной в пределах от 15 до 20 Мэв.

*Таблица 1**

Параметры π-Λ^0-гиперонного и π-нуклонного резонансов в приближении экспериментальных данных формулой

$$\sigma \sim \frac{\lambda^2\Gamma^2}{(E-E_0)^2+\frac{1}{4}\Gamma^2}$$

Параметры	π-нуклон	π-Λ^0-гиперон
Радиус взаимодействия, a в единицах $\frac{\hbar}{m_\pi c}$	0,88	1
Приведенная ширина b в Мэв	58	33,4
Резонансная энергия E_0 в Мэв	159	129,3
Полная ширина на половине высоты в максимуме Γ в Мэв	100	64

* Объяснения см. в тексте (формула (3)).

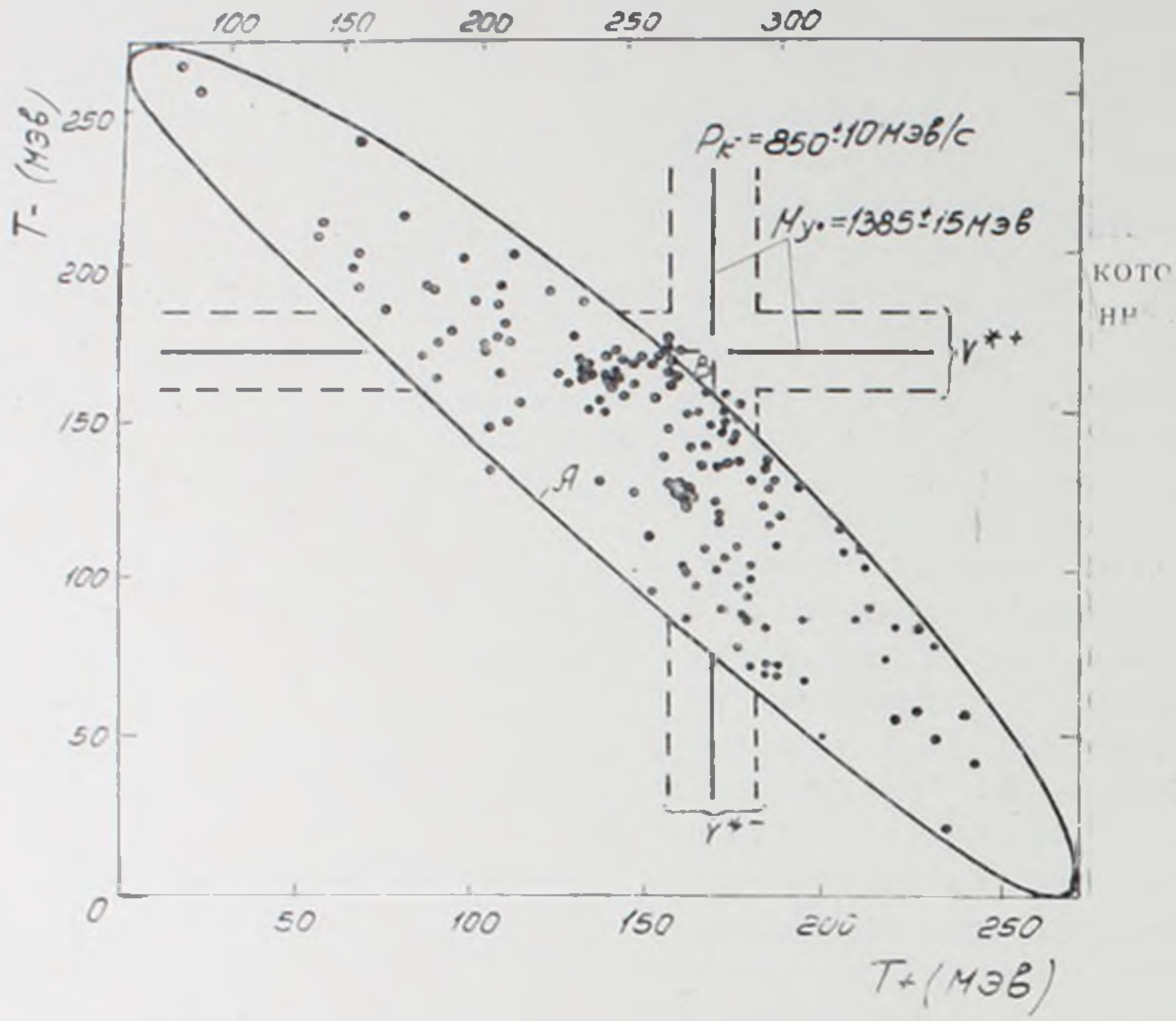


Рис. 3.

Y^*-частицы были также найдены при обработке экспериментального материала [3], полученного при облучении 30-дюймовой пропановой пузырьковой камеры Эли и сотрудников в пучке K^--мезонов с импульсом 1,11 Бэв/с. Были вычислены инвариантные массы $\pi^+\Lambda^0$- и $\pi^-\Lambda^0$-систем в реакциях (1)

$$M^2_{\pi\Lambda} = (E_\Lambda + E_\pi)^2 - (\vec{P}_\Lambda + \vec{P}_\pi)^2,$$

где E_i и $\vec{P}_i$ — полная энергия и импульс частицы i-го типа. Распределения величин инвариантных масс $\pi^+\Lambda^0$- и $\pi^-\Lambda^0$-систем приведены на рис. 4.

Описание их резонансными формулами вида (3) в интервале значений масс между 1310 и 1450 Мэв дали следующие параметры резонансных кривых. Для 154 Y^+-частиц получена энергия резонанса, равная 1376 ± 3 Мэв, и полуширина распределения 24 ± 4 Мэв. Для 224 Y^--частиц соответствующие величины найдены равными 1376 ± 3 и 33 ± 3 Мэв.

К аналогичным заключениям приводит и анализ экспериментальных материалов, полученных при изучении взаимодействий K^0_2-мезонов с протоном в 14-дюймовой жидководородной камере Мартина и со-

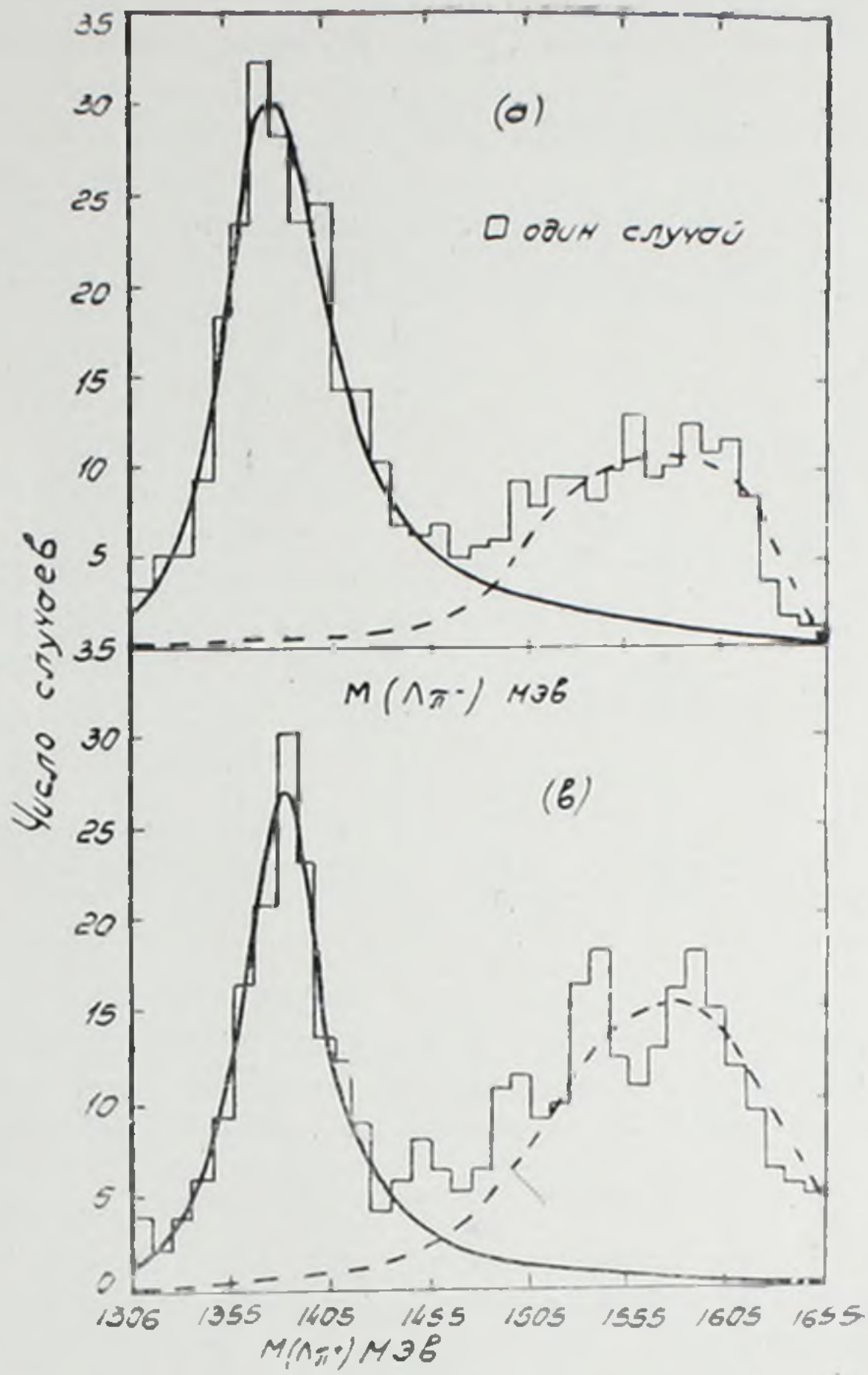


Рис. 4.

трудников [4]. В этом эксперименте было изучено 60 событий реакции

$$\bar{K}^0 + p \to \Lambda^0 + \pi^+ + \pi^-, \qquad (4)$$

зафиксированных в пучке K_2^0-мезонов с импульсом 975 ± 100 Мэв/с. Распределения величин Q в распаде $Y^* \to \Lambda^0 + \pi$, полученные в этом опыте, представлены на рис. 5.

В дополнение к опытам с отрицательными K-мезонами, наблюдение реакции (4) дало возможность, что, кроме заряженных $\pi^\pm\Lambda^0$-систем, существует также и нейтральная Y^*-частица, распадающаяся по схеме

$$Y^{*0} \to \Lambda^0 + \pi^0.$$

В максимуме Q-распределения было найдено в 40 из 60 случаев реак-

ции (4), из которых 33 соответствуют реакции с образованием Y^+ и 18—с Y^-. Для величины Q по суммарным данным получено значение 129 Мэв с полушириной 29 Мэв, что соответствует массе Y^*-частицы 1384 Мэв. Полуширина Q-распределения определяется корнем квадратным из суммы квадрата естественной ширины этого распределения и квадрата экспериментальной разрешающей способности при ее определении. Анализ точности эксперимента показывает, что полуширина разрешающей способности аппаратуры не может быть меньше 20 Мэв и скорее близка к 30 Мэв. Это означает, что естественная ширина Q-распределения в Y^*-распаде заключена в пределах $0 \leqslant \Gamma \leqslant 20$ Мэв.

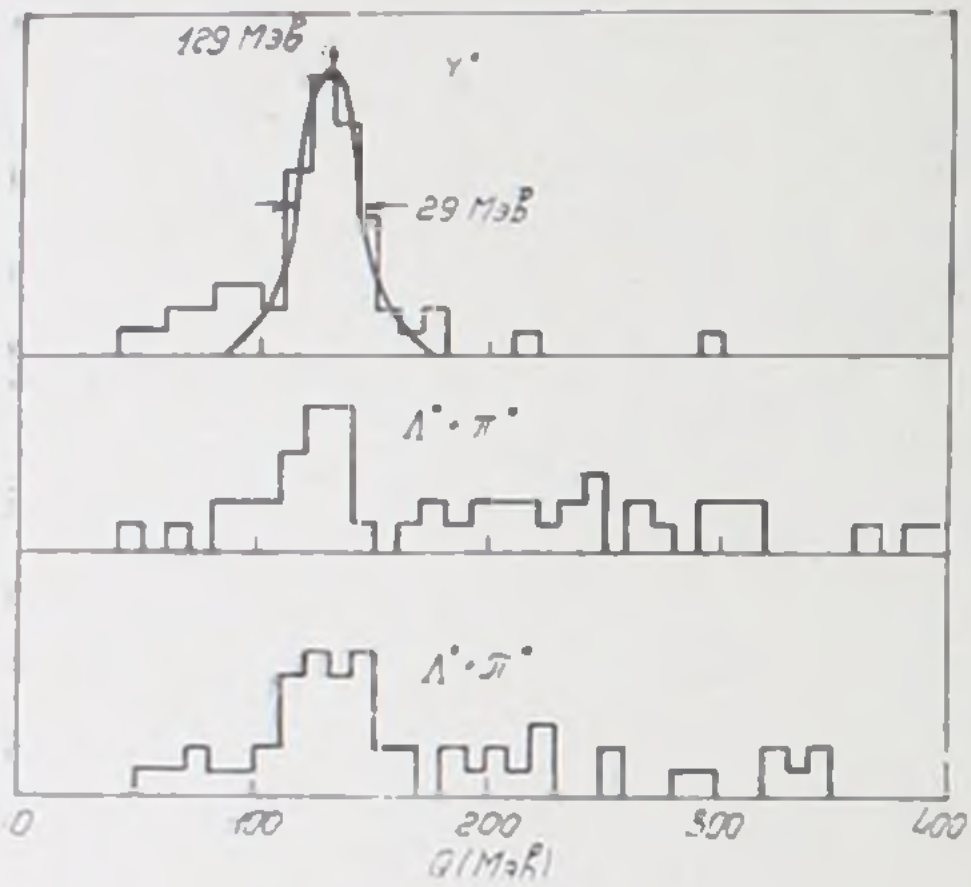


Рис. 5.

Наконец, сведения об Y^--частицах получены также при исследовании реакций

$$K^- + He^4 \to \Lambda^0 + \pi^- + He^3, \quad (5)$$

зафиксированных при исследовании остановок K^--мезонов в галиевой пузырьковой камере [5].

На рис. 6 показаны импульсные спектры ядер отдачи He^3 в реакции (5), а на рис. 7—спектр ядер отдачи H^3 в реакции

$$K^- + He^4 \to \Sigma^- + \pi^+ + H^3. \quad (5а)$$

Сравнение этих спектров с рассчитанным по модели импульсного приближения [6] показывает заметное отличие экспериментального спектра He^3 от рассчитанного. Это отличие интерпретируется как следствие того, что реакция (5) происходит в 65 % случаев через образования Y^--частицы, т. е. по схеме

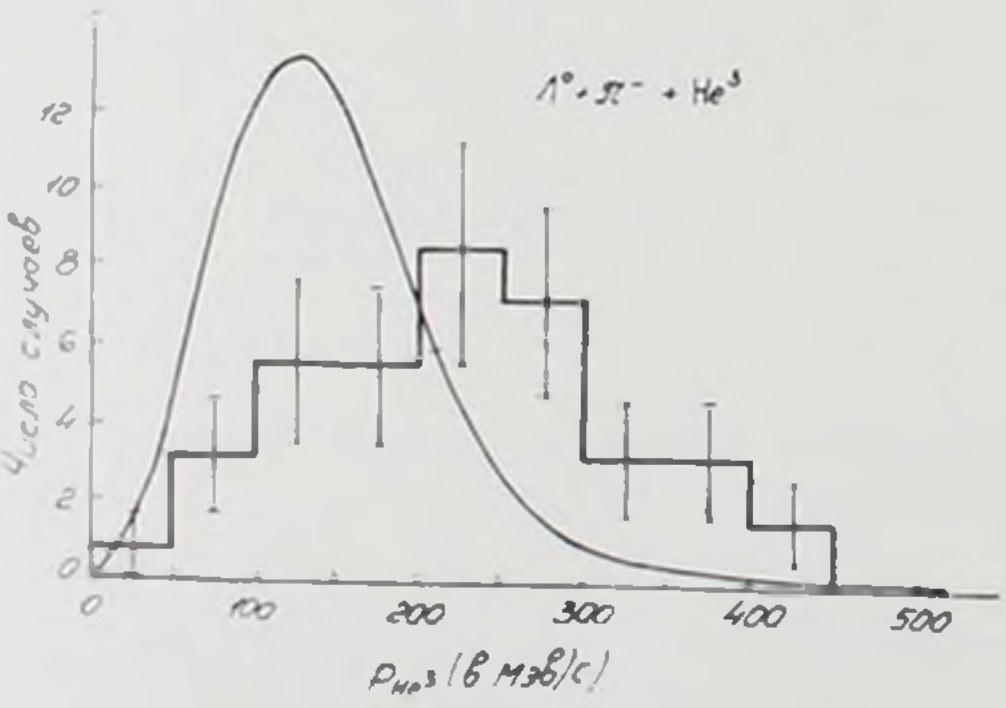


Рис. 6.

$$K^- + He^4 \to Y^- + He^3 \quad (6)$$
$$\qquad\qquad \downarrow \Lambda^0 + \pi^-$$

Наблюдаемый максимум в импульсном распределении He^3 при $P_{He^3} = 250$ Мэв/с соответствует массе Y^--частицы, равной 1385 Мэв с полушириной порядка 35 Мэв. Поскольку энергетическое разрешение

в этих опытах было порядка 3 Мэв, то наблюденная полуширина соответствует естественной полуширине в распределении Y^--частиц по массам.

Таким образом, сопоставление вышеприведенных экспериментальных материалов убедительно указывает на сильное резонансное $\pi\Lambda^\circ$-взаимодействие, которое можно интерпретировать как существование некоторой нестабильной Y^*-частицы с массой 1385 Мэв и полушириной 20 Мэв. Существует три зарядовых состояния Y^*-частицы, которые распадаются вследствие сильного взаимодействия по схеме:

$$Y^{*+}_{\circ} \rightarrow \Lambda^\circ + \pi^+_\circ$$

с $Q = 130 \pm 20$ Мэв. Поскольку в таком распаде странность и изотопичность спин сохраняется, то это означает, что частица характеризуется изотопическим спином 1 и странностью -1. Изотопический триплет Y^*-частиц с только что написанными схемами распада мы будем в дальнейшем обозначать через Y_1^*, индексом 1 фиксируя значение его полного изотопического спина. Вопрос о других внутренних свойствах Y_1-частиц будет рассмотрен в § 4.

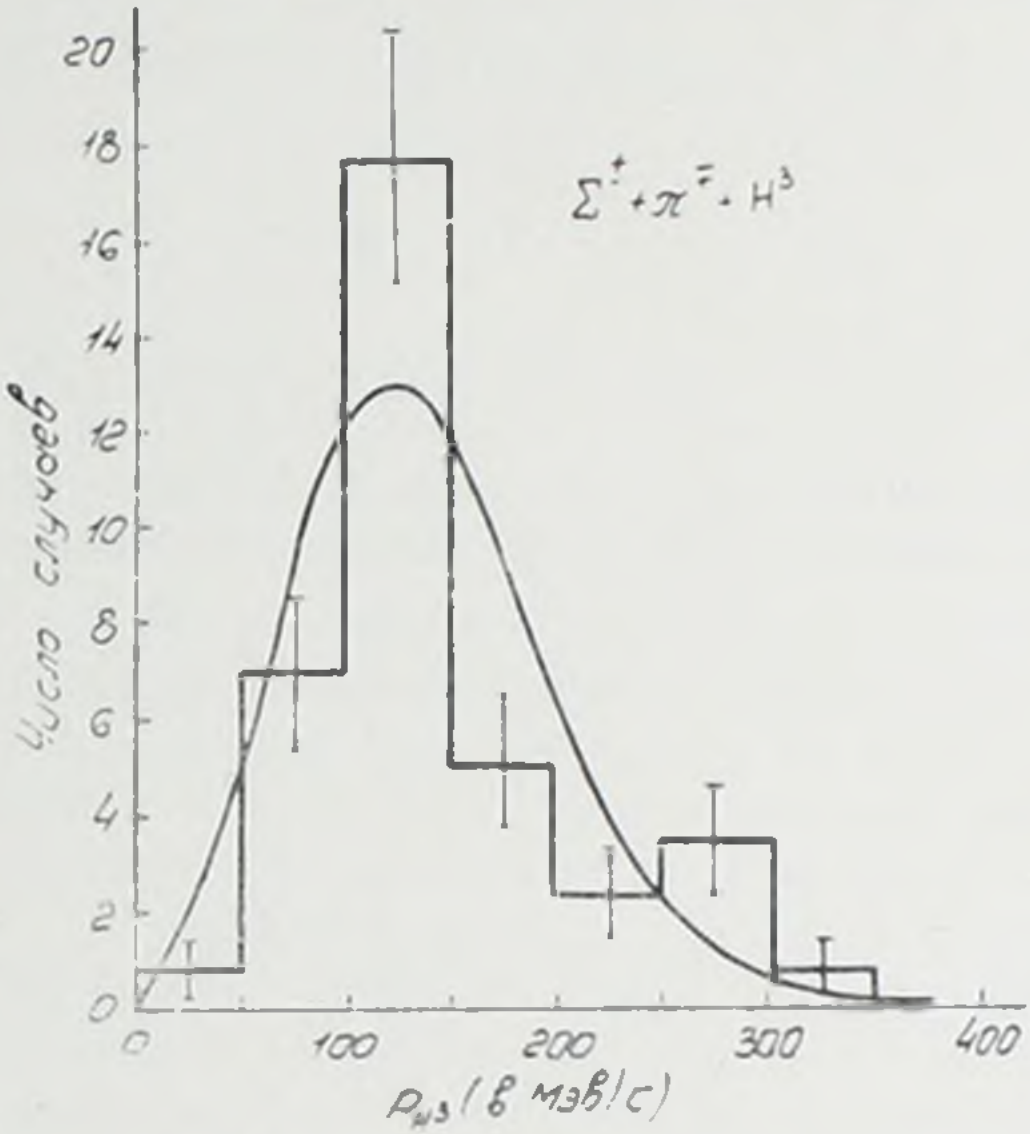


Рис. 7.

Если принять значение массы Y_1^*-частицы равным 1385 Мэв, то энергетически возможны и другие каналы сильных распадов, а именно

$$Y_1^* \rightarrow \Sigma + \pi$$

с соответствующими значениями Q, определяемыми массами Σ-гиперона и π-мезона. Однако вероятности Y_1^*-распадов с вылетом Σ-гиперонов оказываются значительно меньшими по сравнению с вероятностью вылета Λ°-гиперонов. По данным о поглощении K^--мезонов в гелиевой пузырьковой камере [5] вероятность распада $Y_1^* \rightarrow \Sigma + \pi$ составляет не более 20%. В опытах с K^--мезонами с импульсом 760 Мэв/с для отношения выходов Σ и Λ°-гиперонов в Y_1^*-распаде найдено верхнее значение 3%, а при импульсе K^--мезонов 850 Мэв/с — — 5%. „Максимально возможные" предельные значения этих отношений оцениваются величинами 20 и 10% соответственно [2].

При исследовании реакции (1) под действием K^--мезонов с импульсом 1,15 Бэв/с найдено, что отношение выходов Σ и Λ°-гиперонов в Y_1^*-распадах не превышает 8% и совместимо с нулевым значением [7].

§ 2. Резонансы в $\pi\Sigma$-взаимодействиях

При изучении корреляционных эффектов в реакциях

$$K^- + p \to \begin{matrix} \Sigma^+ + \pi^- + \pi^- + \pi^+ \\ \Lambda^\circ + \pi^\circ + \pi^+ + \pi^- \end{matrix}$$

и

$$K^- + p \to \Sigma^\circ (\Lambda^\circ) + \pi^+ + \pi^- + \pi^\circ + \pi^\circ$$

при импульсе K^--мезонов 1,15 Бэв/с получены указания на существование резонансных взаимодействий π-мезонов с Σ-гиперонами [7]. Резонансные состояния найдены только в нейтральных $\pi^+\Sigma^-$-, $\pi^-\Sigma^+$-, $\pi^\circ\Sigma^\circ$-системах. Однозарядные и двухзарядные $\pi\Sigma$-системы резонансных явлений не обнаруживают. Масса $\pi^+\Sigma^-$- и $\pi^-\Sigma^+$-резонансных состояний имеет величину 1405 Мэв с полушириной 20 Мэв. Масса резонансного $\pi^\circ\Sigma^\circ$-состояния на 19 ± 6 Мэв меньше, т. е. равна 1386 Мэв. Объяснение этой тройки $(\pi\Sigma)_c$-систем с точки зрения единого резонансного состояния во взаимодействии в связи с наличием разницы в массах несколько затруднено, поскольку электромагнитные взаимодействия не объясняют ее. Но возможно, что учет влияния тождественности π-мезонов на разлет в конечном состоянии рассматриваемых реакций может дать объяснение наблюденному различию.

Если принять, что все три нейтральных резонансных $(\pi\Sigma)_c$-состояния есть проявление единственного резонансного $(\pi\Sigma)_0$-взаимодействия, то из измерения отношения выходов $(\pi^\circ\Sigma^\circ)$- и $(\pi^\pm\Sigma^\pm)$-распадов

$$\beta = \frac{\pi^\circ\Sigma^\circ}{\pi^+\Sigma^- + \pi^-\Sigma^+}$$

можно найти значение полного изотопического спина этого состояния I, а именно, β должно быть равно либо 2, либо 0, либо 0,5, в зависимости от того, равно ли значение I соответственно 2, или 1, или 0. Экспериментально получено [7], что $\beta = 0{,}6 \pm 0{,}2$, что свидетельствует в пользу выбора $I = 0$. Таким образом, обсуждаемое резонансное $\pi\Sigma$-взаимодействие происходит в изотопически синглетном состоянии. По аналогии с $\pi\Lambda^\circ$-резонансом теперь можно такую $\pi\Sigma$-систему отождествить с некоторой частицей, которую обозначим символом Y^*. $\pi\Sigma$-резонанс не проявляется к K^-p-реакциях генерации Σ-гиперонов только с двумя π-мезонами [7]. Это можно понять, предположив, что реакция

$$K^- + p \to \Sigma + \pi + \pi$$

идет только через канал с полным изотопическим спином, равным нулю. Проверить это соображение можно, исследуя реакцию

$$\bar{K}^0 + p \to \Sigma + \pi + \pi,$$

которая не должна наблюдаться, поскольку здесь имеет место только состояние с полным изотопическим спином, равным единице; по крайней мере, ее выход должен быть заметно меньше выхода реакций под действием K^--мезонов.

На возможное существование резонансных $\pi\Sigma$-взаимодействий с массой 1500—1540 Мэв указывается в работе [8] по исследованию реакций

$$K^- + p \to \Sigma^\pm + \pi^\mp + \pi^0$$

под действием K^--мезонов с импульсами 760 и 850 Мэв/с. Но экспериментальный материал еще недостаточен для получения определенных выводов. По-видимому, здесь имеет место проявление резонанса с массой 1520 Мэв, о котором идет речь в лекции С. Я. Никитина.

§ 3. Некоторые свойства реакций генерации Y_1^*-частиц

Для каналов реакций типа

$$K^0 + N \to \Lambda^0 + \pi + \pi,$$

в которых проявляется резонансное $\pi\Lambda^0$-взаимодействие, приводящее к квазидвухчастности этих реакций, можно написать следующие схемы:

$$K^- + p \to \begin{cases} Y_1^{*\pm} + \pi^\pm \to \Lambda^0 + \pi^+ + \pi^-, & (7а) \\ Y^{*0} + \pi^0 \to \Lambda^0 + \pi^0 + \pi^0, & (7б) \end{cases}$$

$$\bar{K}^0 + p \to Y^{*+} + \pi^0 \to \Lambda^0 + \pi^0 + \pi^+. \quad (7в)$$

В настоящее время изучаются каналы (7а) и (7в). Канал (7б), ввиду очевидных трудностей детектирования двух нейтральных π-мезонов находится вне поля зрения экспериментального изучения.

а) Функции возбуждения и угловые распределения

На рис. 8 приведены данные [2] о функциях возбуждения для $\pi^+\pi^-\Lambda^0$-реакции, а также раздельно для Y_1^{*+} и Y_1^{*-} в зависимости от импульса начального K^--мезона в лабораторной системе. На графике приведены также возможные зависимости сечения от импульса Y_1^*-частицы в системе центра инерции реакции, пропорциональные соответственно первой степени и кубу импульса Y_1^*-частицы P_{Y^*}. Кривой $\pi\lambda^2/2$ обозначено максимальное значение сечений реакции Y_1^*-частицы для одиночной изотопической парциальной волны с полным моментом реакции, равным $j = 1/2$. Это сделано из тех соображений, что угло-

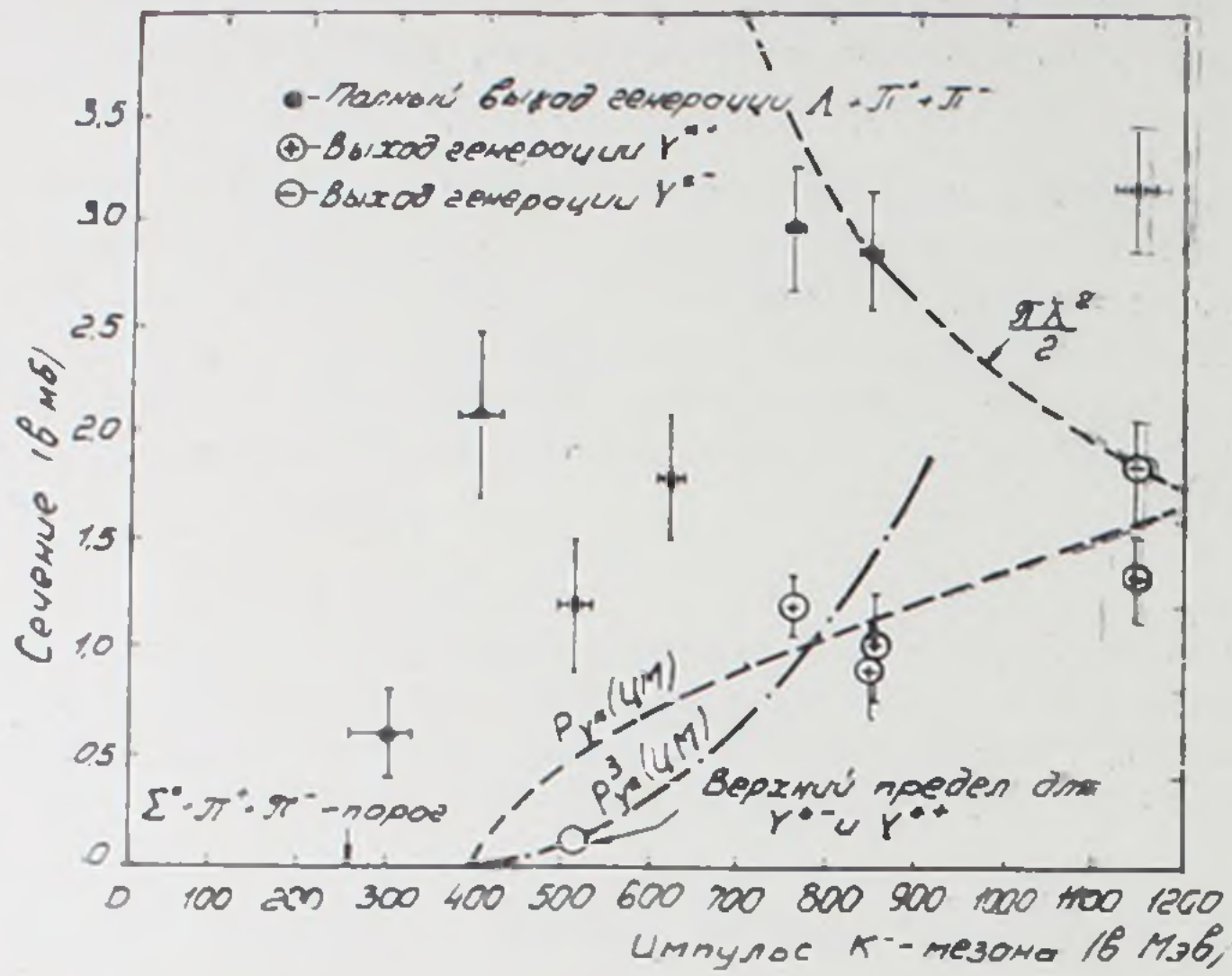


Рис. 8.

вые распределения рассматриваемых реакций при импульсах K^--мезонов 850 Мэв/с в пределах статистической точности изотропны, что свидетельствует в пользу $j = 1/2$. Но тот факт, что $\pi^+\pi^-\Lambda^0$-сечение с ростом энергии очень близко приближается к $\pi\lambda^2/2$, говорит о том, что в этой области, вероятно, уже имеется вклад и от других парциальных волн. Возможность этого видна из угловых распределений генерации Y_1^*-частиц K^--мезонами с импульсом 1,15 Бэв/с, приведенных на рис. 9 [3]. Анизотропия этих угловых распределений есть проявление вклада парциальных волн с $l > 0$, поскольку при этих энергиях K^--мезонов $\frac{\mathrm{h}k}{m_\pi c} \sim 3$. Обращает на себя внимание также различие в форме угловых распределений генерации Y_1^{*+}- и Y_1^{*-}-частиц. Значение этого факта будет обсуждено в следующем разделе.

б) Изотопический спин

Реакция (7в) под действием $\bar{K}^0$-мезонов характеризуется полным изотопическим спином 1, а в реакции (7а) представлены как полный изотопический спин 1, так и 0. Поскольку реакция (7в) идет с большим сечением, то это означает, что при импульсах K^--мезонов около 1 Бэв/с состояние с изотопическим спином 1 обязательно участвует в рассматриваемых реакциях. Имеет ли место вклад от состояния с изотопическим спином 0, следует выяснить из дальнейшего анализа экспериментальных данных.

В K^--p-реакциях генерируются как Y_1^{*+}, так Y_1^{*-} частицы. Но отношение их выходов отлично от единицы и равно $\frac{Y_1^{*-}}{Y_1^{*+}} = 1{,}4$ по данным работы [2] и $1{,}45 \pm 0{,}15$—по данным работы [3]. Отличие от единицы этого отношения, так же как и указанное в предыдущем разделе различие в угловых распределениях реакций генерации Y^{*+} и Y^{*-} частиц, означает, что отношения изотопических амплитуд с $I=1$ и $I=0$ и соответствующих фаз в каналах Y_1^{*+} и Y_1^{*-} различны. В пользу этого говорят также экспериментальные данные по изучению реакций генерации Y_1^*-частиц в K^-d-взаимодействиях [8а]. Были измерены выходы реакций

$$K^- + n \to Y_1^{*-} + \pi^0, \qquad \text{(а)}$$

$$K^- + p \to Y_1^{*\pm} + \pi^\mp. \qquad \text{(б)}$$

Отношение $\frac{\sigma_а}{\sigma_б}$ было найдено равным 1 при $P_K^{лаб} = 600$ Мэв/с, $1{,}4 \pm 0{,}3$— при $P_K^{лаб} = 765$ Мэв/с и около 2— при $P_K^{лаб} = 865$ Мэв/с. Если реакции (а) и (б) происходят через канал с $I=1$, то должно быть $\frac{\sigma_а}{\sigma_б} = 2$. В случае же канала с $I=0$ должно быть $\frac{\sigma_а}{\sigma_б} = 1$. Приведенные экспериментальные факты указывают на то, что у порога реакций генерации Y^*-частиц преобладает канал с $I=0$. Но с ростом энергии K^--мезонов вклад от этого изотопического состояния уменьшается и при импульсах K^--мезонов около 1 Бэв/в доминирует уже канал с $I=1$.

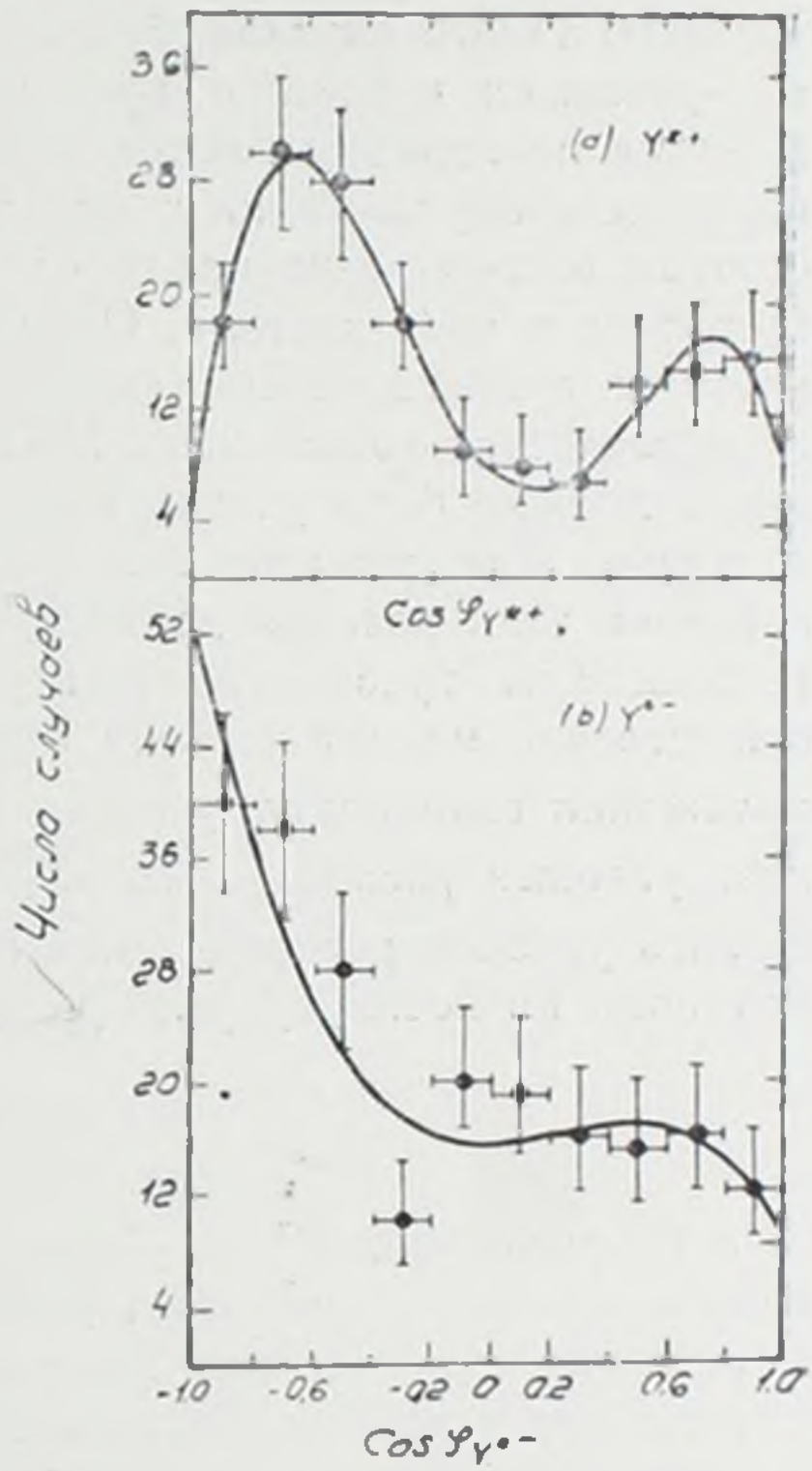


Рис. 9.

Для дальнейшего анализа изотопических (а также и других) свойств генерации Y_1^*-частиц в K^--p-взаимодействиях в рассматриваемой области энергии нам следует обсудить вопрос о справедливости двухчастичной картины протекания реакции типа (7).

Хотя квазидвухчастичность этих реакций и проявляется довольно четко, например в энергетических спектрах π-мезонов, тем не менее вопрос о том, насколько такую двухчастичную картину протекания реакций типа (7) можно принимать при рассмотрении других их свойств,

требует специального рассмотрения. Мы кратко остановимся здесь на этом вопросе. Из оценок полуширины Q-распределения для Y_1^*-частицы, дающих ее величину порядка 20—30 Мэв, следует, что время жизни Y_1^*-частицы в 2—3 раза больше времени жизни 3/2, 3/2-изобары в π-нуклонном рассеянии. Поэтому кажется, что имеется надежда получить сведения о некоторых ее свойствах, предполагая, что она распадается, находясь в свободном состоянии, т. е. продукты Y_1^*-распада не испытывают взаимодействия с π-мезоном, который образовывается вместе с Y_1^*-частицей. Некоторые результаты такого анализа будут приведены ниже. Хотя время жизни $\pi\Lambda^0$-резонанса и больше времени жизни π-нуклонной изобары, оно все-таки по порядку величины остается порядка времени протекания процессов, обусловленных сильными взаимодействиями. Поэтому при строгом рассмотрении следует учитывать взаимодействие в конечном состоянии в $\pi\pi\Lambda^0$-системе. Однако при теперешнем состоянии теории сильных взаимодействий сделать это последовательным образом не представляется возможным. Но при анализе рассматриваемого материала должно быть учтено одно обстоятельство, играющее здесь важную роль. Как указано в лекции Л. И. Лапидуса, важную роль в описании этих реакций должны играть эффекты симметризации, вытекающие из требований Бозе-статистики [9]. Учет этих эффектов, существенно меняет картину описания реакций, полученную в предположении свободного распада Y_1^*-частиц. Что это так, видно из анализа угловых распределений Y_1^*-распадов. Действительно, если представить угловое распределение продуктов распада Y_1^*-частицы в виде полинома по косинусу угла распада θ в виде

$$\frac{dn}{d\Omega} \sim 1 + a_1 \cos\theta + a_2 \cos^2\theta + \cdots, \tag{8}$$

то в Y_1^*-распаде под действием сильного взаимодействия, в силу закона сохранения пространственной четности, не должно быть асимметрии вперед-назад для вылета продуктов распада, т. е. коэффициенты при нечетных степенях $\cos\theta$ в написанном выше разложении должны быть равны нулю. Между тем экспериментальные данные [2] указывают на то, что коэффициент a_1 при $\cos\theta$ отличен от нуля, поскольку π-мезоны от Y_1^*-распадов вылетают преимущественно вперед (см. рис. 12 или 14). Такое поведение этих реакций находит свое объяснение при учете интерференционных эффектов между Y_1^{*+}- и Y_1^{*-}-каналами, о чем речь будет идти, когда мы будем обсуждать вопрос о спине и четности Y_1^*-частиц.

Возвращаясь к изотопическим свойствам реакций генерации Y_1^*-частиц в $K^- p$-взаимодействиях, мы только укажем на то, что рассмотрение диаграммы Далица для реакции (1) при импульсе K^--мезона 860 Мэв/с, представленной на рис. 3, на основе соображений,

изложенных в лекции Л. И. Лапидуса, опять свидетельствует в пользу того, что при этих энергиях в реакциях генерации Y_1^*-частиц доминирует канал с изотопическим спином, равным единице.

В реакциях типа (7в) полный изотопический спин равен 1, и так как Λ°-гиперон является изосинглетом, то изоспин 1 уносится двумя π-мезонами. Поэтому пространственная волновая функция будет только менять знак при перестановке этих π-мезонов местами. Если взаимодействие зарядов независимо, то любое описание распределения продуктов реакции не должно зависеть от заряда π-мезона. И наоборот, наблюдение симметрии такого рода свидетельствует в пользу зарядовой независимости взаимодействий с участием странных частиц. Данные о массовых спектрах Y_1^*-частиц в K^-p-реакциях [4], приведенные на рис. 5, имеют аналогичную форму как для $\pi^-\Lambda^\circ$-комбинации, так и для $\pi^+\Lambda^\circ$-комбинации. Меньшие из двух таким образом полученных значений Q дали кривую с одним максимумом около $Q = 129$ Мэв. Независимость Q от каких-либо детальных предположений о происхождении максимумов при значении $Q \sim 130$ Мэв и близкое совпадение распределений по Q для $\pi^-\Lambda^\circ$- и $\pi^+\Lambda^\circ$-комбинаций свидетельствуют в пользу зарядовой независимости взаимодействия, обуславливающего рассматриваемые реакции генерации Y_1^*-частиц.

§ 4. Спин и четность Y_1^*-частицы

Прежде чем перейти к изложению фактов, касающихся определения спина и четности Y_1^*-частицы, сделаем несколько общих замечаний. Поскольку речь идет о процессе Y_1^*-распада, обусловленном сильным взаимодействием, то в силу сохранения пространственной четности в таких процессах речь идет об определении относительных четностей Y_1^*-частицы и Λ°-гиперона. Исходя из схемы распада

$$Y_1^* \to \Lambda^\circ + \pi$$

и помня, что π-мезон псевдоскалярная частица, можно видеть, что в случае $\pi\Lambda^\circ$-системы с четным значением орбитального момента относительного движения компонент этой системы ($L = 0, 2\cdots$) относительная $Y_1^*\Lambda^\circ$-четность отрицательна, а нечетное значение L означало бы положительную относительную $Y_1^*\Lambda^\circ$-четность. Поскольку относительный импульс частиц в резонансе имеет значение порядка 200 Мэв/с, то состояния, более высокие, чем D-состояние $\pi\Lambda^\circ$-системы ($L = 2$) едва ли могут дать вклад в изучаемый эффект. Поэтому в дальнейшем анализ экспериментального материала будет проводиться в предположении, что доминирующую роль в $\pi\Lambda^\circ$-резонансном рассеянии играют состояния с $L = 0$ (S-состояние), или с $L = 1$ (P-состояния) и, наконец, возможна примесь состояния с $L = 2$ (D-состояние). Поскольку спин Λ°-гиперона равен 1/2, то это означает,

что спин Y_1^*-частицы в случае S-состояния $\pi\Lambda^\circ$-системы равен $j = 1/2$ ($S_{1/2}$-состояние). В P-состоянии $\pi\Lambda^\circ$-системы две возможные комбинации спина Λ°-гиперона $1/2$ и относительного момента $L = 1$ дают два возможных значения спина Y_1^*-частицы: $j = \frac{1}{2}$ ($P_{1/2}$-состояние) и $j = 3/2$ ($P_{3/2}$-состояние). В D-состоянии мы будем иметь дело либо с $D_{3/2}$-, либо с $D_{5/2}$-состояниями.

Нам теперь совершенно очевидно, что взаимодействие трех частиц—продуктов реакции типа (7) — в конечном состоянии оказывает заметное влияние на конечный исход реакции. Поэтому строгое рассмотрение наблюдаемых эффектов следует проводить с учетом этого взаимодействия.

Но весьма привлекательной кажется возможность получить сведения о спине и четности Y_1^*-частицы в предположении о ее распаде в свободном состоянии. Поэтому посмотрим, что дают попытки, основанные на таком допущении.

Сведения о спине свободной, невзаимодействующей нестабильной частицы могут быть получены из анализа угловых распределений продуктов ее распада. Если угловое распределение продуктов распада такой частицы относительно некоторого произвольного направления представить в виде полинома по косинусу угла распада θ, то в разложение будут входит только четные степени $\cos\theta$. Высшая степень при этом будет равна $2a$, где a — есть величина спина частицы в случае бозона или величины спина частицы минус $1/2$ в случае фермиона. Таким образом, сразу можно иметь представление о нижнем значении спина распадающейся частицы.

Допустим, что Y_1^*-частица образуется в реакции

$$K^- + p \to Y_1^* + \pi$$

и покидает область взаимодействия так, что ее продукты распада — Λ°-гиперон и π-мезон — не взаимодействуют с первоначально образовавшимся в этой реакции π-мезоном. Легко показать [10], что если отобрать такие случаи, когда Y_1^*-частица вылетает под углом, близким 0° или 180° к направлению первичной частицы, то выражение для углового распределения продуктов распада в ее системе покоя будет иметь следующий вид в зависимости от спина Y_1^*-частицы:

$$\begin{aligned} j &= 1/2, \quad \frac{dn}{d\Omega} \sim 1; \\ j &= 3/2, \quad \frac{dn}{d\Omega} \sim \frac{1}{2} + \frac{3}{2}\cos^2\theta. \end{aligned} \tag{9}$$

Можно выписать формы угловых распределений и для более высоких значений спинов, но достаточно будет и двух приведенных случаев.

В работе [4] для анализа было отобрано 17 случаев Y_1^*-частиц, для которых угол φ между направлением первичного K_2^0-мезона и образованной Y_1^*-частицей удовлетворял условию $|\cos\varphi| \geqslant 0{,}7$. Из них $50 \pm 15\%$ Y_1^*-частиц распалось так, что угол распада удовлетворял условию $|\cos\theta| \geqslant 0{,}5$. Из угловых распределений следует, что ожидаемая доля распадов, удовлетворяющих этому условию на угол распада θ, равна 0,5 в случае спина Y_1^*-частицы, равного 1/2, и 0,69 в случае спина, равного 3/2. Полученный результат согласуется с ожидаемым в случае значения спина Y_1^*-частицы, равного 1/2, но только на 1,3 стандартных отклонений отличается от ожидаемого в случае $j = 3/2$. Таким образом, приведенный экспериментальный материал не дает возможности сделать статистически обоснованное заключение о спине Y_1^*-частицы. Другие формы анализа этого же экспериментального материала также не дают оснований для окончательного заключения. Аналогичный анализ 29 событий, полученных в другой работе [2], дал такой же неопределенный вывод о величине спина Y_1^*-частицы. В работе [3] для 41 события с $|\cos\theta| \geqslant 0{,}9$ получено распределение (см. рис. 10а)

$$1 + (1 \pm 0{,}8)\cos^2\theta,$$

которое также скорее свидетельствует в пользу $j = 1/2$, но статистическая достоверность результата мала.

Была предпринята попытка определить j путем измерения анизотропии Y_1^*-распадов относительно нормали к плоскости рождения Y_1^*-частицы [1]. Для спина $j = 3/2$ угловое распределение Y_1^*-распадов должно иметь форму $A + B\xi^2$, и не должно зависеть от четности Y_1^*-частицы [11]. Здесь

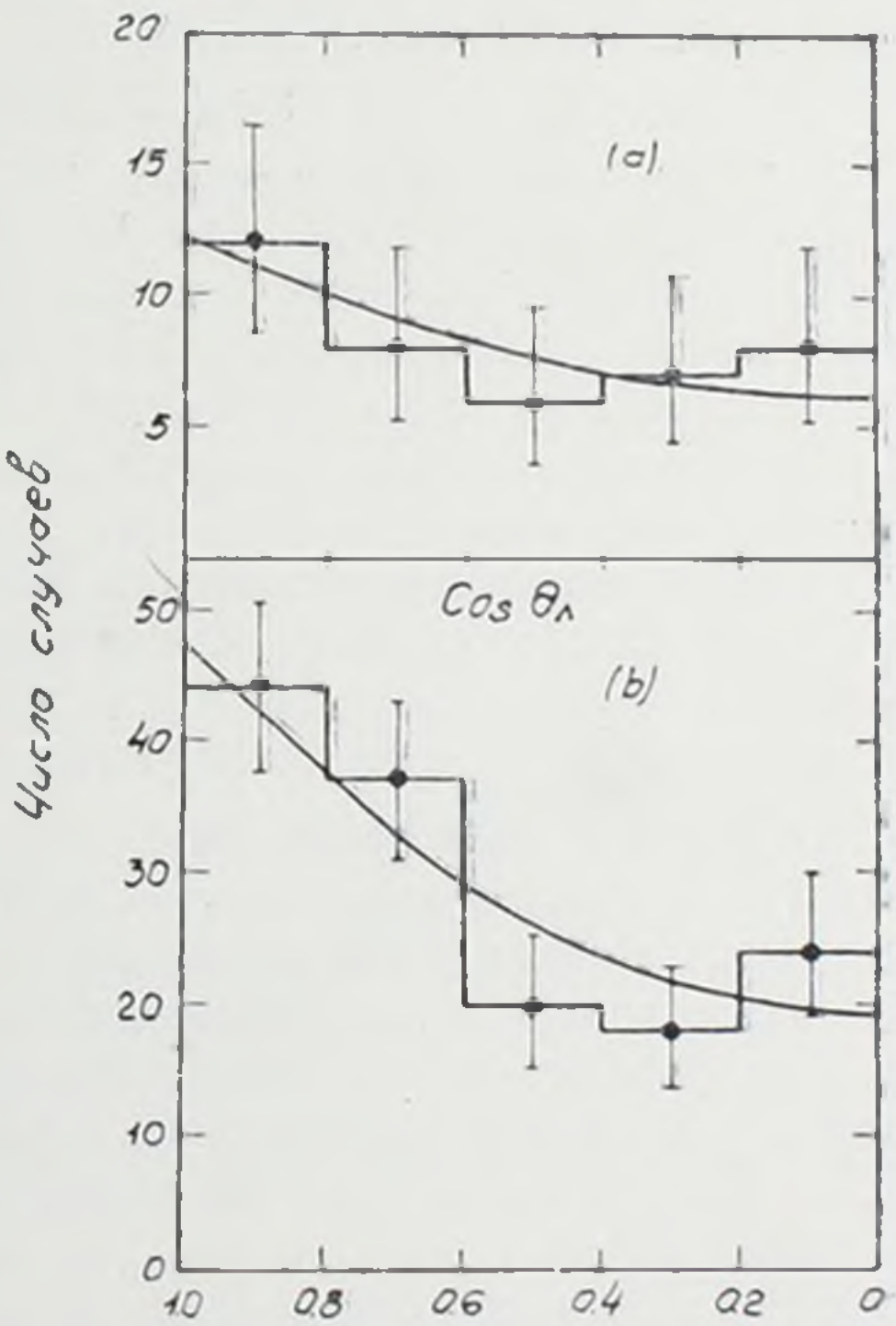


Рис. 10.

$$\xi = \frac{(\vec{P}_k \times \vec{P}_{Y_1^*})\,\vec{P}_{\Lambda_0}}{\left|(\vec{P}_k \times \vec{P}_{Y_1^*})\right|\left|\vec{P}_{\Lambda_0}\right|}$$

где $\vec{P}_a$ — импульс частицы типа „a" в системе центра масс реакции $K^- + p$. Поскольку коэффициент B есть функция угла рождения Y_1^*-частицы, то надо ограничиться той областью, где определяемая анизотропия будет максимальная относительно нормали к плоскости рождения. Были отобраны события с углами рождения Y_1^*-частицы φ, удовлетворяющими условию $|\sin\varphi| \geqslant 0{,}866$. Из 62 случаев рождения в этом интервале углов 35,5% были с $|\xi| \geqslant 0{,}5$. Если бы распределение было изотропным, как это должно быть в случае $j = 1/2$, то ожидается выход $50 \pm 6{,}3\%$ случаев с такими значениями величины ξ. Таким образом, получившийся результат на 2, 3 стандартных отклонения отличается от ожидаемого в случае изотропного распределения, что свидетельствует в пользу величины j, большей чем 1/2.

В работе [3] была отобрана группа из 143 Y_1^*-частиц, с углами рождения, удовлетворяющими условию $|\cos\varphi| \geqslant 0{,}5$. Для них получено распределение вида (см. рис. 10б, где по оси абсцисс отложено ξ)

$$1 + (1{,}5 \pm 0{,}4)\,\xi^2.$$

χ^2-критерий дает величину 10^{-4} для гипотезы, что это распределение изотропно. Таким образом, результаты анализа группы частиц, отбираемых по этому признаку, указывают на то, что $j \geqslant 3/2$ и, как правило, бывает более статистически достоверным, нежели результаты анализа по методу Адейра [10].

Можно попытаться определить также спин Y_1^*-частицы из экспериментальных данных; полученных в гелиевой пузырьковой камере [5]. Если принять, что поглощение K^--мезона ядром He^4 происходит в S-состоянии, то полный угловой момент частиц, участвующих в реакции

$$K^- + He^4 \to Y_1^{*-} + He^3, \qquad (6^1)$$

будет равен 0. Если теперь направить ось вдоль направления движения Y_1^*, то угловое распределение продуктов распада в ее системе центра масс опять будет определяться выражениями (9) в зависимости от величины j. Соответствующие экспериментальные данные об угловых распределениях Y_1^*-распадов приведены на рис. 11. Приведенное распределение описывает 30 случаев Y_1^*-распадов, когда импульс ядра He^3 превышал 200 Мэв/с. Видно, что экспериментальный материал весьма беден, но большее предпочтение в этом распределении можно было бы отдать в пользу изотропии. Критерий λ^2 дает 4,0 для изотропного распределения и 17,2 — для распределения вида $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\cos^2\theta$, в то время как ожидаемое значение из приведенных данных равно 4 ± 2. Таким образом, экспериментальные данные по поглощению K^--мезонов в He^4 с образованием Y_1^* частицы в рамках принятого выше механизма реакции свидетельствуют в пользу того,

что $j = 1/2$. Однако, если поглощение K^--мезонов ядром He^4 имеет место и в P-состоянии, то изотропная картина Y_1^*-распадов возможна и при $j = 3/2$.

Если принять значение спина Y_1^*-частицы $j = 1/2$, то можно получить некоторые заключения и о ее четности. Обозначим опять через L относительный орбитальный момент Λ°-гиперона и π-мезона от Y_1^*-распада, а через l — орбитальный момент относительного движения Y_1^*-частицы и ядра He^3 в реакции (6). Если принять, что $j = 1/2$, а K^--мезон псевдоскалярная частица, то возможны только две комбинации

либо $L = 0, \quad l = 0,$

либо $L = 1, \quad l = 0.$

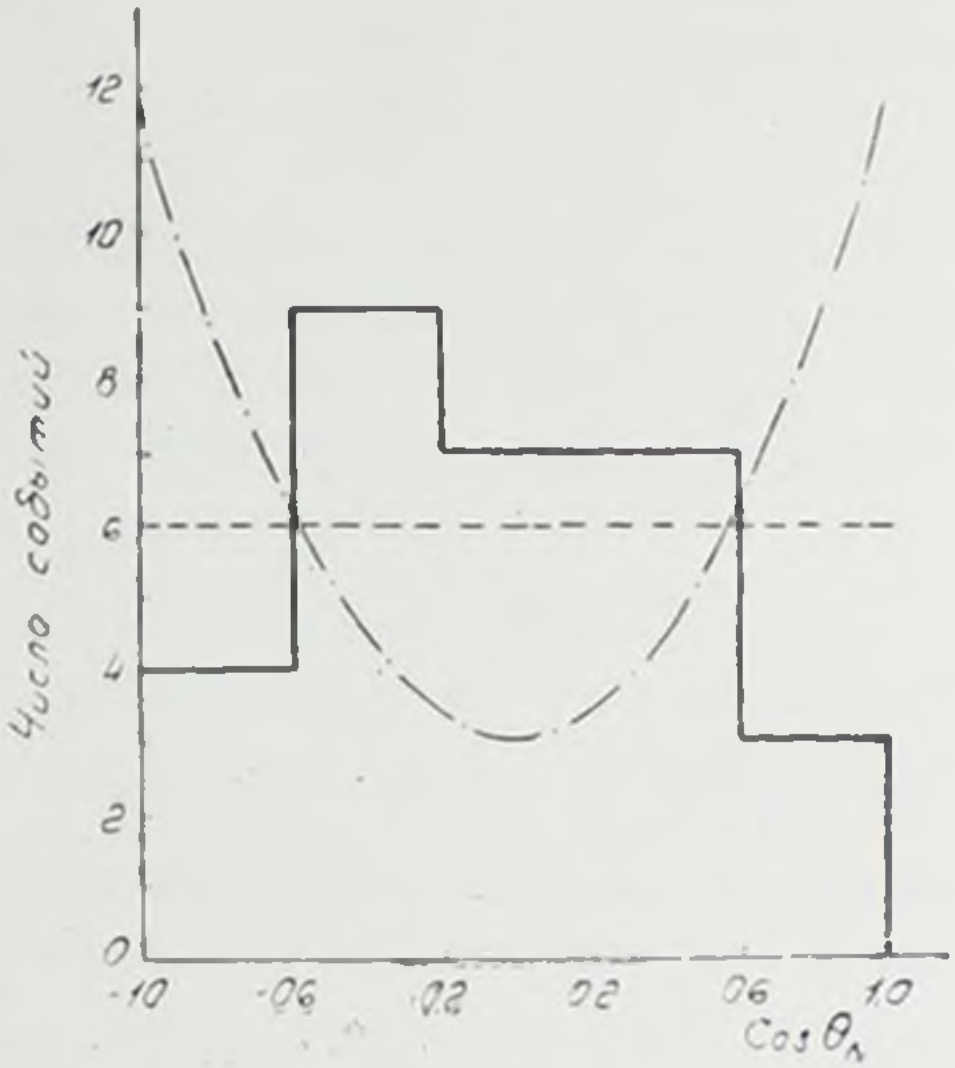


Рис. 11.

Вторая комбинация соответствует переворачиванию спин поглощающего нуклона и должна быть оставлена в силу соображений о центробежном барьере. Поскольку 65% случаев интересующих нас реакций происходит через Y_1^*-частицу, то вторая комбинация величин L и l кажется мало вероятной. Таким образом, из того факта, что реакция через канал с образованием Y_1^*-частицы доминирует, и помня, что поглощение K^--мезона ядром He^4 происходит в S-состоянии, мы приходим к выбору комбинации $L = 0$, $l = 0$. Таким образом, Y_1^*-система по этим данным оказывается в $S_{1/2}$-состоянии.

Информацию о четности Y_1^*-частицы можно получить, считая что она рождается в реакции (7) поляризованной. Принимая для простоты, что $j = 1/2$, можно в этом случае получить следующее выражение для единичного вектора в направлении поляризации Λ°-гиперона $\vec{\Lambda}$ от распада Y_1^*-частицы [12].

$$\vec{P} = (\vec{p} \cdot \vec{n})\,\vec{p} + \gamma\,(\vec{p} \times \vec{n}) \times \vec{p}, \qquad (10)$$

где $\vec{n}$ — единичный вектор нормали к плоскости рождения Y_1^*-частицы, а $\vec{p}$ — единичный вектор в направлении импульса Λ°-гиперона в его системе покоя и $\gamma = \pm 1$, где выбор знака определяется тем, в $S_{1/2}$- или $P_{1/2}$-состояние $\pi\Lambda^\circ$-системы распадается Y_1^*-частица. При распаде в $S_{1/2}$-состояние имеем $\gamma = +1$ и

$$\vec{P} = \vec{n}, \tag{11}$$

т. е. Λ°-гипероны поляризованы в направлении нормали к плоскости рождения Y_1^*-частицы.

При распаде Y_1^*-частицы в $P_{1/2}$-состояние $\pi\Lambda^\circ$-системы для вектора направления поляризации Λ°-гиперона из (10), полагая $\gamma = -1$, будем иметь выражение

$$\vec{P} = -\vec{n} + 2(\vec{n}\cdot\vec{p})\vec{p} = \vec{m}. \tag{12}$$

Можно получить поляризационные характеристики Λ°-гиперона и для случая более высокого значения j. Но простоты ради мы дальше будем считать, что спин Y_1^*-частицы равен 1/2. Угловое распределение Λ°-распадов будет иметь вид

$$1 + P\alpha\cos\theta, \tag{13}$$

где P — степень поляризации Λ°-частиц, α — параметр асимметрии в Λ°-распадах ($|\alpha| \approx 1$), а θ есть угол между направлением Λ°-распада и направлением вектора поляризации Λ°-гиперона $\vec{P}$, определяемым либо формулой (11), либо формулой (12). Вектор $\vec{m}$ лежит в плоскости, образованной нормалью к плоскости рождения Y_1^*-частицы и направлением ее распада. Угол этого вектора с нормалью $\vec{n}$ равен удвоенному углу между направлением Y_1^*-распада и нормалью $\vec{n}$.

Сведения о поляризации Y_1^*-частиц, образующихся в $K^- p$-взаимодействиях, получены в работе [2]. Оказалось, что величина поляризации имеет следующие значения:

$P_{Y_1^{*-}} = +11 \pm 21\,\%$ и $P_{Y_1^{*+}} = -16 \pm 21\,\%$ при импульсе K^--мезона 760 Мэв/с и $P_{Y_1^{*-}} = -56 \pm 20\,\%$ и $P_{Y_1^{*+}} = +12 \pm 28\,\%$ при импульсе K^--мезона 850 Мэв/с. Считая, что найденная величина поляризации Y_1^*-частиц не является статистической флуктуацией, в предположении, что $j = 1/2$, можно попытаться определить в $S_{1/2}$- или $P_{1/2}$-состояниях $\pi\Lambda^\circ$-системы происходит распад Y_1^*-частицы. Обозначим через P_n измеренную поляризацию Λ° гиперонов от Y_1^*-распадов в направлении вектора $\vec{n}$, а через P_m то же в направлении вектора $\vec{m}$. Тогда в случае Y_1^*-распада в $S_{1/2}$-состояние $\pi\Lambda^\circ$ имеем

$$P_n = P_{Y_1^*}, \quad P_m = -\frac{1}{3}P_{Y_1^*} \quad \text{и} \quad \frac{P_m}{P_n} = -\frac{1}{3}.$$

В случае же Y_1^*-распада в $P_{1/2}$-состояние роли векторов $\vec{n}$ и $\vec{m}$ меняются местами и мы имеем

$$P_n = -\frac{1}{3} P_{Y_1^*}, \quad P_m = P_{Y_1^*} \quad \text{и} \quad \frac{P_m}{P} = -3.$$

Экспериментально было найдено [2], что

$$P_n = -56 \pm 20\%_0 \quad \text{и} \quad P_m = +33 \pm 25\%_0, \text{ т. е. } \left|\frac{P_m}{P_n}\right| = 0{,}6.$$

Большие статистические неточности в определении требуемых величин не дают возможности сделать определенного заключения по обсуждаемого вопросу. Применение критерия χ^2 дало следующий результат. Средняя величина χ^2 должна быть равной 1,0. Для гипотезы распада в $S_{1/2}$-состояние было найдено $\chi^2_S = 0{,}3$, что означает большую вероятность, а для гипотезы распада в $P_{1/2}$-состояние было найдено $\chi^2_P = 4{,}5$, что означает вероятность порядка $3\%_0$. Анализ данных работы [4] дал результат, что $P_n = (-0{,}38 \pm 25)$ и $P_m = (-0{,}19 \pm 0{,}25)$ или $\frac{P_m}{P_n} = -0.5$, что также не приводит к определенному заключению об обсуждаемых свойствах Y_1^*-частицы.

Отличие от нуля члена с $\cos^2\theta$ в выражении (8) для углового распределения Y_1^*-распадов свидетельствовало бы в пользу того, что $j > 1/2$. Экспериментальные данные [2] в пределах статистических ошибок указывают, однако, на то, что $a_2 = 0$. Анализ этих же экспериментальных материалов по методу Адейра [10] (см. формулу (9) и соответствующий текст) был проведен для случаев с углами рождения Y_1^*-частиц φ, удовлетворяющими условию $|\cos\varphi| > 0{,}80$. Угловое распределение распадов отобранных таким способом 62 случаев показано на рис. 12. Оно не соответствует виду $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\cos^2\theta$, имеющему место в случае $j = 3/2$, а скорее линейно по $\cos\theta$.

Таким образом, из этих данных также нет возможности сделать заключение о спине Y_1^*-частицы.

Резюмируя итоги попытки определить спин и четность Y_1^*-частицы в предположении ее свободного распада, следует признать, что они не приводят к однозначному заключению об этих ее свойствах. Очевидно, что, кроме бедности экспериментального материала, имеются и более глубокие причины, приводящие к затруднениям в последовательном проведении такого анализа. Главная причина этих трудностей заключается в том, что серьезное возмущение ожидаемых угловых распределений вызывает эффекты симметризации, вытекающие из необходимости учета требований статистики Бозе-Эйнштейна.

Рассмотрим, что дает учет [9] этого требования. В § 3 было показано, что реакции этого типа с участием резонансного $\pi\Lambda^\circ$-взаимодействия протекают преимущественно через канал с полным изотопическим спином, равным единице. Отсюда, как это показано в лекции Л. И. Лапидуса, следует, что сумма орбитального момента

$\pi_2\Lambda^\circ$-системы L и орбитального момента $\pi_1\Lambda^\circ_1$-системы l должна быть нечетной. Это означает, что дозволенными состояниями реакции (7) будут состояния типа sP, pS, pD, fD и так далее с соответствующими значениями полного момента реакции J и момента Y_1°-частицы j.

На рис. 13 показаны в сравнении с экспериментальными гистограммами вычисленные на основе учета тождественности π-мезонов распределения масс Y_1°-частицы при различных предположениях об изотопическом спине реакции (1), спине и четности Y_1°-частицы. В табл. 2 приведены вычисленные плотно-

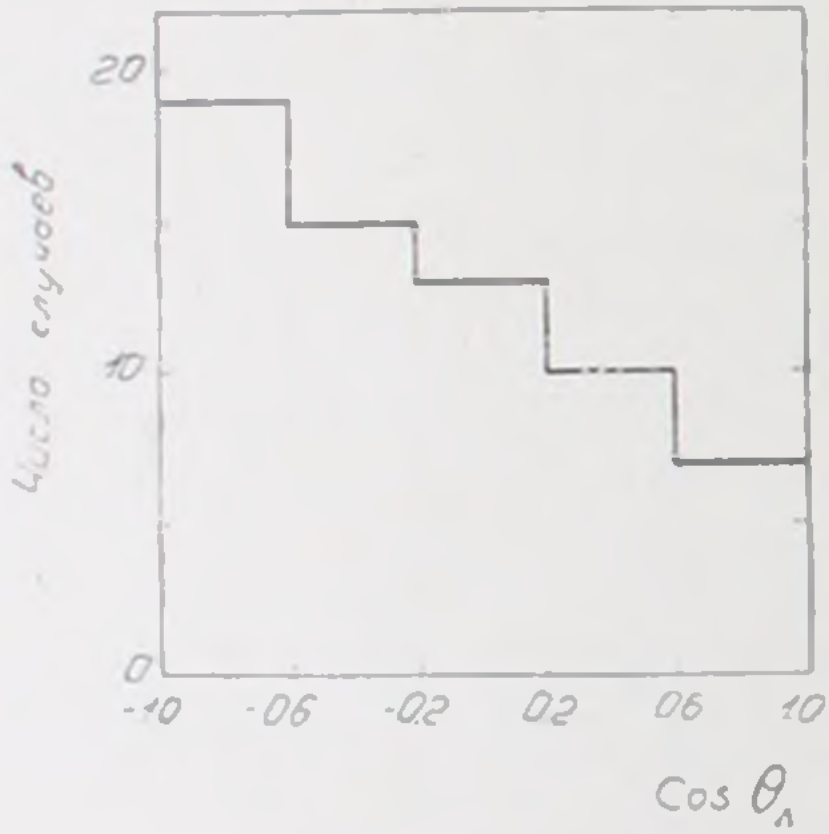


Рис. 12.

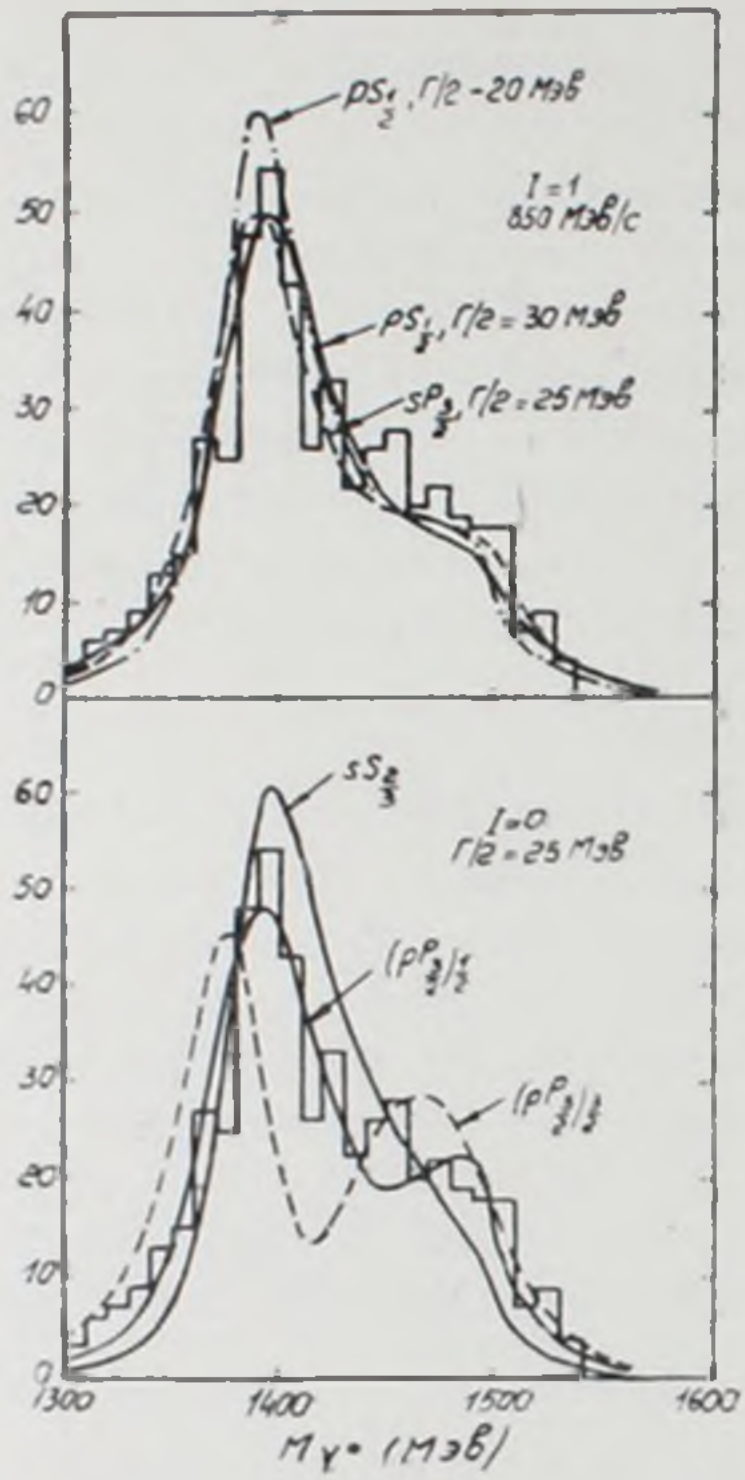


Рис. 13.

Таблица 2

Ожидаемая плотность событий реакции (1) вблизи точки A на рис. 3 в предположении различных комбинаций изотопических спинов, обычных спинов и угловых моментов и сравнение их с экспериментально полученной плотностью. T_m — максимальная кинетическая энергия π-мезонов.

	Ожидаемое число событий в конфигурации $(lL_j)^I_J$					Наблюденное число событий
	$(sS_{1/2})^1_{1/2}$	$(pP_{3/2})^0_{1/2}$	$(pP_{1/2})^0_{1/2}$	$(pS_{1/2})^1_{1/2}$	$(sP_{3/2})^1_{3/2}$	
P_K = 850 Мэв/с						
T_m = 150 Мэв	35,8	26,0	8,5	12,3	11,0	11/262
P_K = 760 Мэв/с						
T_m = 125 Мэв	29,8	32,8	8,6	9,7	10,5	18/252
T_m = 120 Мэв	17,4	21,1	4,2	3,1	2,2	8/252

сти распределений на фазовой плоскости кинетических энергий π-мезонов (T_+, T_-) в точке A на рис. 3, а также опытные данные об этой величине. Видно, что результаты, полученные для состояния с $I=1$, лучше соответствуют экспериментальным данным, нежели результаты с различными комбинациями L и I в состоянии с $I=0$. Но различить здесь $pS_{1/2}$ и $sP_{1/2}$-состояния пока не представляется возможным. Ранее отмечался характер анизотропии углового распределения продуктов Y_1^*-распадов, которого не должно быть при свободном Λ_1^*-распаде вследствие сильного взаимодействия. В состоянии с $I=1$ и нечетной суммой $L+I$ имеет место конструктивная интерференция в конфигурации, когда вторичный π-мезон вылетает вперед. При этом Λ^0-гипероны будут преимущественно вылетать назад. Такому угловому распределению их вылета опять соответствуют результаты расчетов для $sP_{3/2}$- и $pS_{1/2}$-состояний при импульсе K^--мезонов 850 Мэв/с. Соответствующие результаты приведены на рис. 14 совместно с экспериментальными данными. Для сравнения даны также результаты вычислений для $(pP_{3/2})_{3/2}$-состояний.

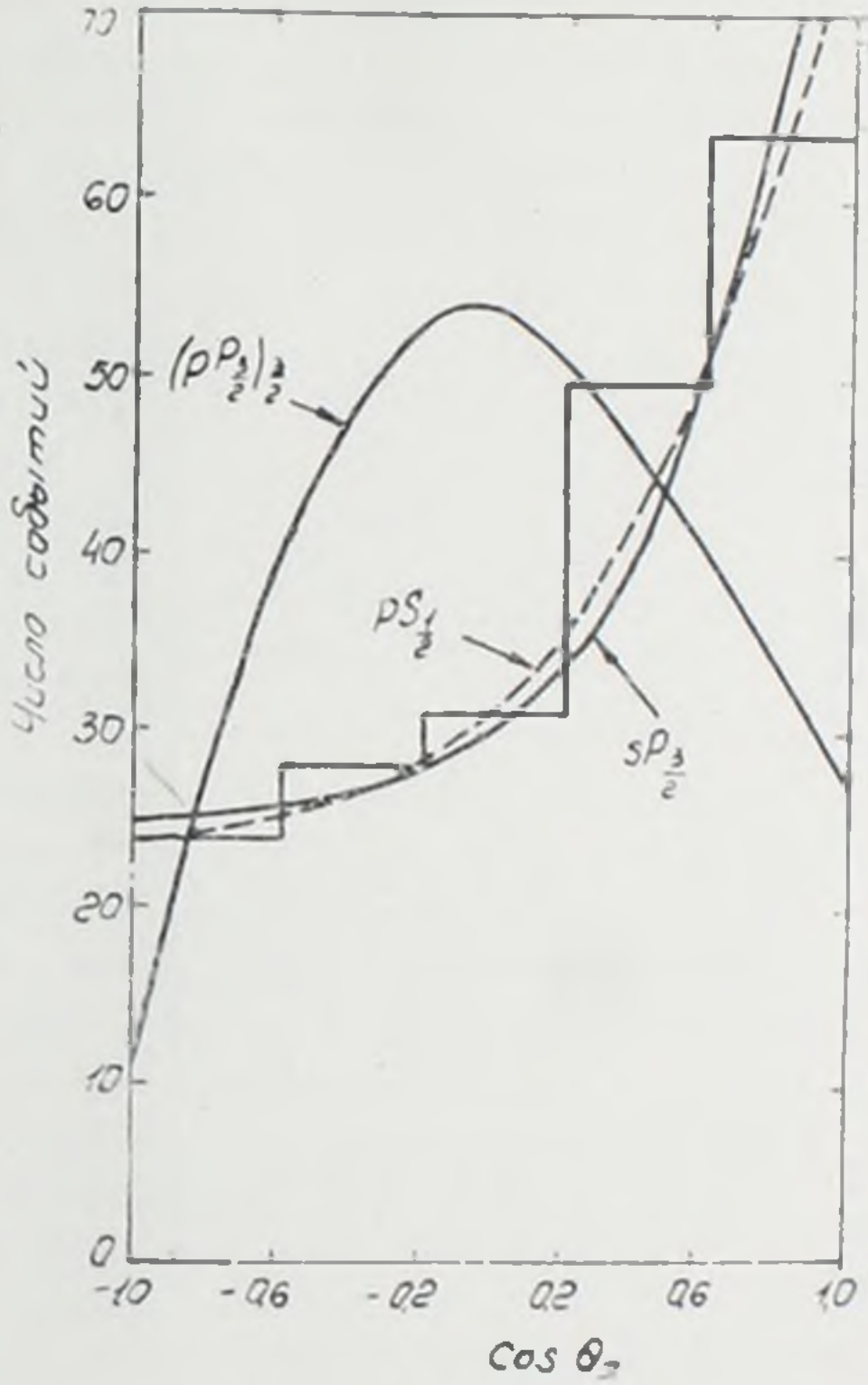


Рис. 14.

Таким образом, при этих энергиях K^--мезонов реализуются либо конфигурация $sP_{3/2}$, либо конфигурация $pS_{1/2}$. Изотропия угловых распределений реакций генерации Y_1^*-частиц делает более предпочтительной конфигурацию $sP_{3/2}$.

При импульсе K^--мезонов 1,15 Бэв/с, как это видно на рис. 9, угловые распределения реакций генерации P_1^*-частиц анизотропны. Они могут быть представлены разложениями по степеням $\cos\varphi$ (косинуса угла рождения) в виде

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Y_1^{*+}} \sim 1 - 2{,}5\cos\varphi + 8\cos^2\varphi + 2{,}7\cos^3\varphi - 8\cos^4\varphi$$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Y_1^{*-}} \sim 1 + \cos^2\varphi - 1{,}5\cos^3\varphi.$$

Большой отрицательный коэффициент при $\cos^4\varphi$ есть свойство реак-

ции генерации в d-состоянии Y_1^*-частицы с $j = 3/2$. Так при распаде πY_1^*-системы в d-состоянии с $J = 5/2$, когда $j = 3/2$, угловое распределение реакции будет иметь вид

$$1 + 10\cos^2\varphi - 10\cos^4\varphi,$$

а d волна с $j = 1/2$ дает положительный коэффициент при $\cos^4\varphi$.

Таким образом, если при этих энергиях K^--мезонов доминирует канал с $l = 1$, то из требования, что сумма моментов $L + l$ должна быть нечетной, мы должны заключить, что реакция протекает в конфигурации $(dP_{3/2})_{3/2}$.

Следует, однако, помнить, что большой отрицательный коэффициент при $\cos^4\varphi$ недостаточно достоверен, так как он получается за счет провала в угловом распределении при малых углах генерации. Но здесь имеют место большие поправки из-за малой эффективности детектирования Λ^0-гиперонов в этом угловом интервале.

Учет тождественности π-мезонов [9] модифицирует также и результаты анализа по Адейру. Сравнение результатов модифицированных расчетов для двух энергий K^--мезонов приведено на рис. 15. Как видно из этих графиков, при импульсе K^--мезонов 850 Мэв/с никаких сведений о спине и четности сейчас получить нельзя. Более того, даже существенное повышение статистической точности опытов при этом импульсе не дает надежд на получение выводов, поскольку расчетные распределения для $j = 1/2$ и $j = 3/2$ различаются очень незначительно. Однако с ростом энергии первичного K^--мезона влияние эффекта тождественности π-мезонов уменьшается. Это обусловлено тем, что при протекании реакции наличие резонансного $\pi\Lambda^0$-взаимодействия приводит к более четкой двухчастичности реакции. Количественно это выражается в том, что в выражении для углового распределения Λ^0-гиперонов от Y_1^*-распадов вида $1 + a\cos\theta$ вместо $a \approx 1$ при импульсе K^--мезона 860 Мэв/с (см. рис. 13) имеет место величина a_+ в угловом распределении Y_1^{*+}-распадов, равная $a_+ = 0{,}31 \pm 0{,}17$, и соответственно для Y_1^{*-}-распадов $a_- = -0{,}13 \pm 0{,}13$ при импульсе K^--мезонов 1,15 Бэв/с, т. е. эффект симметризации уменьшается с ростом энергии начального K^--мезона. При этом результаты расчетов по методу Адейра меньше возмущаются эффектом симметризации и их характеристики приближаются к характеристикам, следующим из рассмотрения свободного распада Y_1^*-частицы.

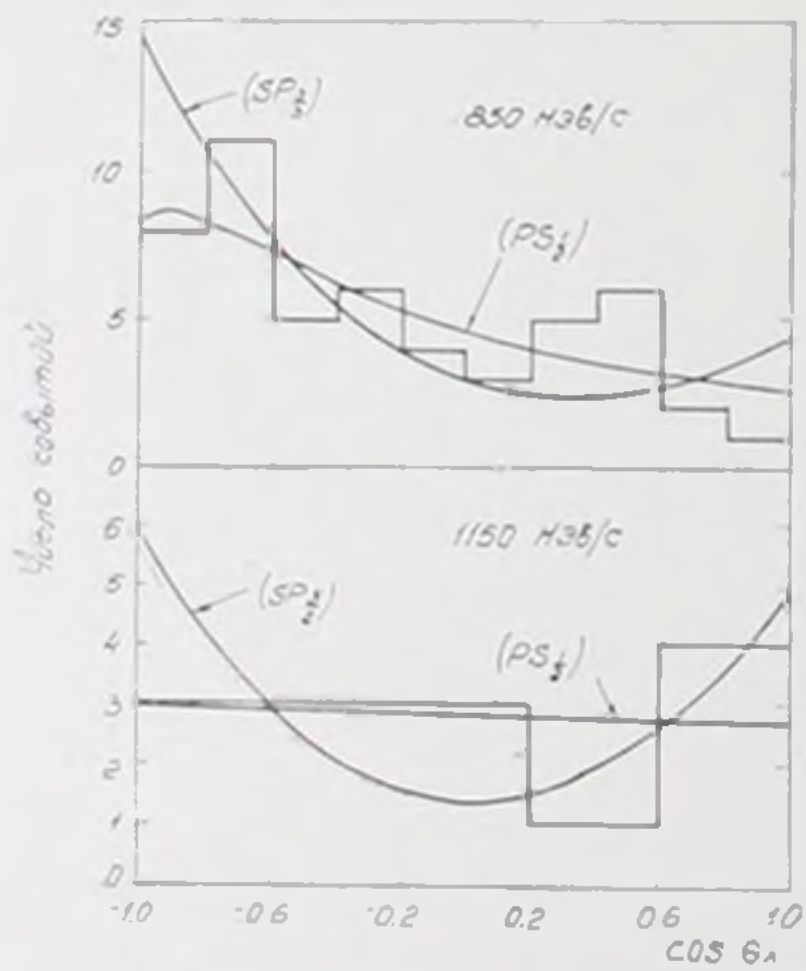


Рис. 15.

Результаты для $j = 1/2$ и $j = 3/2$ при импульсе K^--мезонов 1,15 Бэв/с уже заметно различаются, что видно из нижних графиков на рис. 15. Из этих данных видно, что пока нельзя делать заключение о спине и четности Y_1^*-частицы, но при увеличении статистической точности экспериментального материала надежда на получение определенного заключения уже имеется.

Укажем, наконец, на то [9], что из сравнения геометрического предела реакции $(2I + 1)\frac{\pi\lambda^2}{4}$, равного при импульсе K^--мезона 850 Мэв/с величине 2,85 $\left(I + \frac{1}{2}\right)$ *мбарн*, с экспериментально полученным значением 3,2 $\pm$ 0,3 *мбарн*, следует заключение, что при этих энергиях реакция происходит в состоянии с полным моментом $I = 1/2$. В случае $I = 1$ это говорит в пользу протекания реакции через $sP_{1/2}$-состояние и исключает $sP_{1/2}$-состояние. Но возможность состояния $(pS_{1/2})_{1/2}$ с некоторой примесью $(pS_{1/2})_{1/2}$-состояния также удовлетворяет экспериментальным данным. Изотропное распределение генерации Y_1^*-частиц при 760 и 850 Мэв/с свидетельствует, конечно, в пользу $sP_{1/2}$-состояния. Протекание реакции через $(pS_{1/2})_{1/2}$-состояние с учетом тождественности π-мезонов привело бы к заметной анизотропии реакции. Это отличие можно было бы уменьшить примесью $(pS_{1/2})_{1/2}$-состояния с соответствующей фазой.

Большая величина сечения реакции

$$K^- + p \to \Lambda^0 + \pi + \pi$$

наиболее вероятно свидетельствует в пользу того, что эта реакция имеет сложный характер. По-видимому, вклад в нее дают несколько парциальных волн и конфигураций в каналах с $I = 0$ и $I = 1$, и только главные члены обладают свойствами симметрии, которые только что обсуждались. В качестве таких основных конфигураций сейчас можно было бы выделить $(sP_{3/2})_{1/2}$-конфигурацию при импульсах K^--мезонов около 800 Мэв/с и $(dP_{3/2})_{3/2}$-конфигурацию при импульсах K^--мезонов порядка 1 Бэв/с. Таким образом, наиболее предпочтительным состоянием Y_1^*-частицы будет $P_{1/2}$-состояние.

§ 5. Резонансное πK-взаимодействие

На девятой ежегодной конференции по физике больших энергий в Киеве проф. Ван Ган-Чан [13] сообщил о наблюдении в пропановой пузырьковой камере события

$$K^+ + n \to K^0 + \pi^+ + n, \qquad (14)$$

которое допускало две интерпретации. Во-первых, это мог быть случай прямой реакции под действием K^+-мезона с импульсом 1,2 Бэв/с, когда нейтрон получил ничтожно малый импульс отдачи, поскольку первичный K^+-мезон и пара K^0- и π^+-мезонов были хорошо компла-

нарны и имела место полная компенсация поперечных и продольных импульсов частиц, зафиксированных в этой реакции.

Вторая возможность вытекала из факта компланарности и компенсации импульсов и приводила к заключению, что, возможно, зафиксировано событие распада новой нестабильной частицы по схеме

$$D^+ \to K^0 + \pi^+$$

с массой порядка 720 Мэв.

Дальнейшие исследования [14] показали, что более предпочтительной является первая трактовка зафиксированного события, поскольку были найдены некомпланарные случаи и также были зафиксированы случаи аналогичной реакции на водороде

$$K^+ + p \to K^0 + \pi^+ + p \qquad (15)$$

с малым импульсом отдачи протона. Обращало на себя внимание наличие сильной корреляции K- и π-мезонов. Произведенные вычисления масс πK-систем дали их значения в интервале 800—900 Мэв. Группировка масс в узком интервале значений свидетельствовала о наличии сильного πK-взаимодействия. Исследование свойств такого πK-взаимодействия можно было провести только в специально созданных условиях.

В последнее время высказанная впервые в указанных исследованиях гипотеза сильного πK-взаимодействия нашла свое подтверждение в более тщательно поставленных опытах [15] в сепарированных пучках K^--мезонов с импульсом 1,15 Бэв/с. Было найдено и исследовано 48 событий реакции

$$K^- + p \to K^0 + \pi^- + p, \qquad (16)$$

сечение которой при этой энергии K^--мезонов оказалось равным $2{,}0 \pm 0{,}3$ *мбарн*. Попытка найти влияние (3/2, 3/2)-резонанса в πp-рассеянии не дала положительного результата. Однако оказалось, что в этой реакции имеет место преимущественный вылет протонов с энергией в интервале 15—25 Мэв, т. е. как будто реакция осуществляется в две стадии, являясь на первой стадии квазидвухчастичной, когда генерируется некоторая частица K^{*-}, распадающаяся затем на π^--мезон и K^0-мезон, т. е. по схеме

$$\begin{array}{l} K^- + p \to K^{*-} + p \\ \qquad\quad \big\lfloor \to K^0 + \pi^- \end{array} . \qquad (17)$$

Поскольку (3/2, 3/2)-резонанс π^--p-системы не оказывает влияния на конечный результат реакции (16), то это означает, что эта реакция происходит в состоянии с полным изотопическим спином I, равным нулю. Более того, даже в состоянии $I = 1$, (3/2, 3/2)-резонанс образует преимущественно систему $(n + \pi^0) + K^0$, а не $(p + \pi^-) + K^0$, подавляясь еще больше в рассматриваемой реакции.

Таким образом, в полной аналогии с рассмотренным в первой части обзора $\pi^0\Lambda$-резонансом в реакции

$$K^- + p \to \Lambda^\circ + \pi^+ + \pi^- \tag{16}$$

в процессе протекания реакции (16) осуществляется сильное резонансное πK-взаимодействие, которое можно интерпретировать как некоторую очень коротко живущую K^{*-}-частицу. Распределение по массам $K^\circ\pi$-комбинаций приведено на рис. 16. Для среднего значения величины массы K^{*-}-частицы получено значение 885 ± 3 Мэв. После вычитания статистически распределенных случаев реакции (16) по 22 оставшимся случаям найдена ширина на половине высоты распределения, равная 16 Мэв. При этом ошибка в определении индивидуального значения массы K^{*-}-частицы была порядка $3 \div 4$ Мэв.

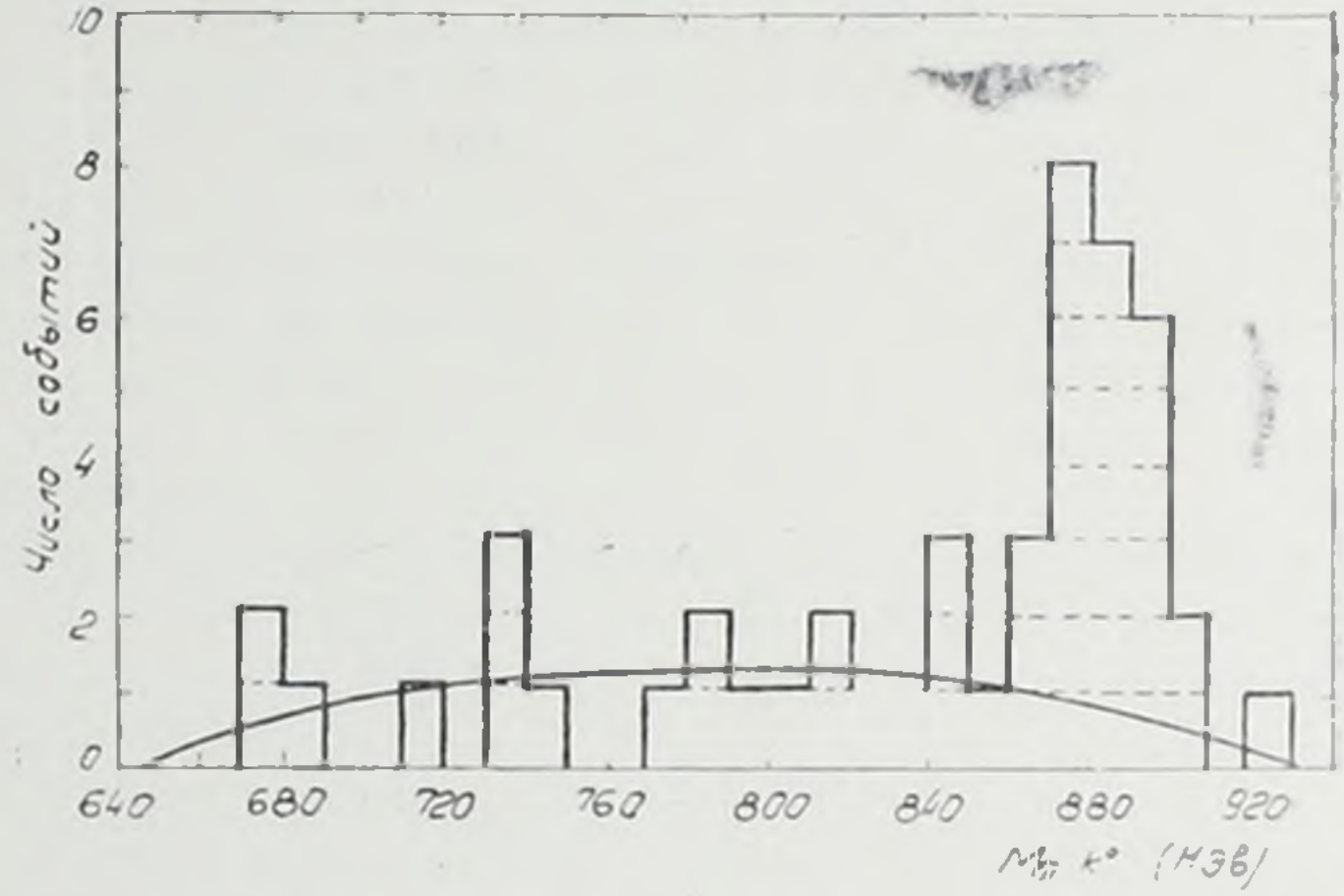


Рис. 16.

Угловое распределение реакции (16) оказалось изотропным. Исходя из предположения, что реакция протекает в S-состоянии, можно попытаться оценить верхний предел спина j_{K^*} интересующей нас частицы. Оказывается, что $j_{K^*} \leqslant 1$.

Теперь несколько слов об изотопическом спине K^{*-}-частицы. В зависимости от его величины находится значение отношения вероятностей распада по двум возможным каналам

$$R = \frac{K^{*-} \to K^- + \pi^\circ}{K^{*-} \to K^\circ + \pi^-} \tag{18}$$

и равно $R = 1/2$ при $I_{K^*} = 1/2$ или $R = 2$ при $I_{K^*} = 3/2$. Это следует из того, что изотопический спин при таком быстром, обусловленном сильным взаимодействием распаде сохраняется и из того, что K-мезоны образуют изотопический дублет, а π-мезоны триплет. Сравнение экспериментального материала о реакциях

$$K^- + p \to \begin{matrix} K^- + \pi^\circ + p \\ K^- + \pi^+ + n \end{matrix} \tag{19}$$

и (16) и его анализ дают результат, что $R = 0{,}75 \pm 0{,}35$. Таким образом, изотопический спин K^{*-}-частицы равен $1/2$.

Заключение

Изложенный экспериментальный материал свидетельствует в пользу того, что $(\pi\Lambda^0)$ и $(\pi\Sigma)$-взаимодействия, так же как и (πK)--взаимодействие при относительных энергиях взаимодействующих частиц порядка $100 \div 300$ Мэв, имеют резонансный характер. Масса резонансной $(\pi\Lambda^0)$-системы. (Y_1-частицы), равна 1385 Мэв с полушириной порядка 20 Мэв. Для массы резонансной нейтральной $(\pi\Sigma)$-системы (Y_0-частицы) получена величина 1405 Мэв с полушириной, также равной 20 Мэв. Масса резонансной (πK)-системы (K^*-частицы) равна 885 Мэв с полушириной порядка 16 Мэв. Такие величины полуширин распределения масс этих частиц означают, что времена жизни их имеют значения порядка $4 \cdot 10^{-23}$ сек. Эти времена жизни, хотя на порядок величины превышают время жизни известного (3/2, 3/2)-резонанса в π-нуклонном взаимодействии, но они все-таки еще порядка времен протекания процессов, обусловленных сильными взаимодействиями. Это означает, что при исследовании свойств как Y^*-, и K^*-частиц, строго говоря, нельзя пренебрегать взаимодействием продуктов их распада с другими сильновзаимодействующими частицами, участвующими в реакциях генерации Y^* и K^*-частиц.

Изотопический спин Y_1^*-частицы, как это очевидно следует из ее схемы распада $Y_1^* \to \Lambda^0 + \pi$, равен 1. Изотопический спин обнаруженных нейтральных резонансных $(\pi\Sigma)$-взаимодействий найден равным нулю. Изотопический спин K^*-частицы найден равным 1/2.

Попытки проанализировать экспериментальные данные с точки зрения распада свободных Y_1^* частиц не исключают возможность спина Y_1^*-частицы, равного 1/2. Однако анализ с применением более строгих критериев, к тому же и на более богатом статистическом материале свидетельствует скорее в пользу того, что Y_1^*-частица является $P_{3/2}$-состоянием $\pi\Lambda^0$-системы. Хотя этот выбор спина и четности Y_1^*-частицы кажется сегодня более предпочтительным, но его также нельзя считать окончательно установленным, поскольку имеется ряд нерешенных вопросов в описании реакции генерации Y_1^*-частиц.

В последнее время показано, что Y_1^*-частицы играют важную роль в реакции типа

$$\pi^- + p \to \begin{cases} \Lambda^0 + \pi^- + K^+ \\ \Lambda^0 + \pi^0 + K^0 \end{cases}$$

при импульсах π^--мезонов в интервале 1,5 — 2,0 Бэв/с [16, 17], а также в реакции типа

$$K^- + d \to p + \Lambda^0 + \pi^-$$

при поглощении медленных K^--мезонов в дейтерии.

Экспериментальных сведений о спине и четности резонансных $\pi\Sigma$-взаимодействий с массой 1405 Мэв пока не имеется. Спин K^*-частицы равен либо 0, либо 1.

Поскольку экспериментальное исследование вновь открытых явлений не завершено, мы сознательно не касались теоретических аспектов затронутых в обзоре вопросов. Кратко только упомянем, что существование пион-гиперонных резонансов ожидалось либо как следствие некоторых моделей элементарных частиц их взаимодействий (модель „глобальной симметрии" [19]), либо как следствие анализа экспериментальных данных о K^--нуклонных взаимодействиях при малых энергиях [20, 21] (см. лекцию Шехтера). Модель „глобальной симметрии", например, предсказывает для $\pi\Lambda^0$-системы резонанс в $P_{3/2}$-состоянии. Во второй возможности такой резонанс ожидается в состоянии $S_{1/2}$. Отсюда видно, насколько важно выяснить, каковы спин и четность Y_1^*-частиц. Тем не менее, хотя окончательно свойства вновь обнаруженных резонансных состояний с участием странных частиц (Σ- и Λ^0-гиперонов) и K-мезонов еще и не установлены, но сам факт их обнаружения имеет фундаментальное значение для понимания свойств элементарных частиц, их взаимодействий, а также для понимания более общих закономерностей природы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *M. Alston* et al., Proc. of the 1960 Ann. Intern. Conf. on High Energy Physics at Rochester, p. 445.
   M. Alston et al., Phys. Rev. Lett. 5, 520 (1960).
2. *J. P. Berge* et al., Phys. Rev. Lett. 5, 557 (1961).
3. *R. Ely* et al., Phys. Rev. Lett. 7, 761 (1961).
4. *H. J. Martin* et al., Phys. Rev. Lett. 6, 283 (1961).
5. Helium Chamber Collaboration Group, Nuovo Cimento 20, 724 (1960).
6. *M. M. Block*. Nuovo Cimento 20, 715 (1961).
7. *M. Alston* et al., Phys. Rev. Lett. 6, 698 (1961).
8. *P. Bastien* et al., Phys. Rev. Lett. 6, 702 (1961).
   M. Taher-Zader et al., Bull. Amer. Phys. Soc. 6, 510 (1961).
9. *R. H. Dalitz* and *D. H. Miller*, Phys. Rev. Lett, 6, 562 (1961).
10. *R. K. Adair*, Phys. Rev. 100, 1540 (1955).
11. *E. Eisner* and *R. G. Sachs*, Phys. Rev. 72, 680 (1947).
12. *И. В. Чувило*, Отчет ОИЯИ (1961).
13. *Ван Ган-Чан*. Proc. of the 1959 Ann. Intern. Conf. on High Energy Physics, Kiev (1959).
14. *М. Н. Соловьев*. Proc. of the 1960 Ann. Intern. Conf. on High Energy Physics at Rochester, p. 388.
15. *M. Alston* et al., Phys. Rev. Lett. 6, 300 (1961).
16. The Aix-en-Provence Intern. Conf. on Elementary particles. Vol. 1, p. 375 (1961).
17. *A. Erwin* et al., там же, p. 371.
18. *O. Dahe* et al., Phys. Rev. Lett. 6, 142 (1961).
19. *M. Gell-Mann*, Phys. Rev. 106, 1296 (1957).
20. *R. H. Dalitz* and *S. F. Tuan*, Ann. Phys. 8, 100 (1959). Ann. Phys. 10, 307 (1960).
21. *А. Л. Любимов*, ЖЭТФ, 40, 1520 (1961).
22. *R. H. Dalitz*, The Aix-en-Provence Intern. Conf. on elementary particles. Vol. 2, p. 151 (1961).

С. Я. НИКИТИН

ГИПЕРОННЫЙ РЕЗОНАНС С МАССОЙ 1520 Мэв

Подробное исследование различных реакций K-мезонов с протонами в интервале импульсов 200—500 Мэв/с привело Ферро-Луцци, Триппа и Уатсона к обнаружению нового гиперонного резонанса с массой 1520 Мэв.

Результаты этого исследования сведены в табл. 1. Идентификация реакций, приведенных в таблице, как правило, не вызывала затруднений. Некоторые трудности возникали при идентификации реакций рождения нейтральных гиперонов, так как в этом случае необходимо различать реакции образования $\Lambda\pi^0$, $\Sigma^0\pi^0$ и $\Lambda\pi^0\pi^0$ (рождение $\Sigma^0\pi^0\pi^0$ при рассматриваемых энергиях K-мезонов практически можно не учитывать). Идентификация реакций $K^+ + p \to \Lambda + \pi^+$ производилась по анализу недостающей массы, значение которой в этом случае группируется вокруг значения массы π-мезона и имеет вид кривой Гаусса. Ширина полученного распределения достаточно мала для отделения от событий рождения $\Sigma^0\pi^0$ и $\Lambda\pi^0\pi^0$.

Дальнейшее разделение $\Sigma^0\pi^0$ и $\Lambda\pi^0\pi^0$ вызывает определенные трудности, так как спектры недостающих масс значительно перекрываются; однако в области недостающих масс, превосходящих максимально допустимые значения для $\Sigma^0\pi^0$-реакции, можно надежно выделить реакцию образования $\Lambda\pi^0\pi^0$, сечение которой может быть оценено, если принять, что спектр недостающих масс описывается кривой трехчастичного фазового объема.

Имеется достаточно много оснований полагать, что рождение $\Lambda + 2\pi$ происходит в состоянии с изотопическим спином $I = 0$. Так, плотность заселенности диаграммы Далица, построенной в координатах $T_{\pi^+} - T_{\pi^-}$ (кинетические энергии π^+ и π^--мезонов), в пределах статистических отклонений — равномерна. Наличие смеси состояний с $I=0$ и $I=1$ приводит, вообще говоря, к несимметричному заполнению диаграммы относительно линии $T_{\pi^+} = T_{\pi^-}$. Значение сечений $(\Sigma\pi)_0$ (образование $\Sigma\pi$ с изотопическим спином 1), приведенные в таблице, получены из соотношений, вытекающих из зарядовой независимости

$$(\Sigma\pi)_0 = 3\ (\Sigma^0\pi^0),$$

и

$$(\Sigma\pi)_1 = (\Sigma^+\pi^-) + (\Sigma^-\pi^+) - 2\ (\Sigma^0\pi^0).$$

Таблица 1

Исследование реакции $K^- + p$ (сечения в миллибарнах)

Реакция*	$p_k = 293 \pm 42$	350 ± 31	390 ± 30	434 ± 26	513 ± 20
$K^- p$	$47,8 \pm 4,1$	$33,5 \pm 3,5$	$34,7 \pm 3,2$	$32,8 \pm 3,9$	$27,6 \pm 3,7$
$K^0 p$	$8,0 \pm 1,2$	$5,1 \pm 1,1$	$8,8 \pm 0,7$	$6,0 \pm 1,2$	$3,6 \pm 0,6$
$\Sigma^+ \pi^-$	$13,1 \pm 1,1$	$11,3 \pm 1,6$	$13,5 \pm 1,0$	$7,7 \pm 1,2$	$7,3 \pm 1,2$
$\Sigma^0 \pi^0$ (а)	$5,2 \pm 0,9$	$6,3 \pm 1,4$	$6,7 \pm 0,6$	$4,9 \pm 1,3$	$1,4 \pm 0,7$
$\Lambda \pi^0$	$5,2 \pm 0,9$	$4,5 \pm 1,0$	$3,1 \pm 0,3$	$3,2 \pm 0,7$	$1,9 \pm 0,4$
$\Lambda \pi^0 \pi^0$	$0,3 \pm 0,2$	$1,9 \pm 0,6$	$1,5 \pm 0,2$	$0,8 \pm 0,4$	$1,1 \pm 0,3$
$\Lambda \pi^+ \pi^-$	$0,15 \pm 0,1$	$0,9 \pm 0,3$	$1,6 \pm 0,2$	$1,5 \pm 0,4$	$2,0 \pm 0,4$
$\Sigma^0 \pi^+ \pi^-$	$0 \pm 0,02$	$0,0 \pm 0,09$	$0,07 \pm 0,06$	$0 \pm 0,08$	$0,3 \pm 0,15$
$\Sigma^+ \pi^- \pi^0$	$0 \pm 0,05$	$0,07 \pm 0,07$	$0,21 \pm 0,09$	$0,19 \pm 0,1$	$0,2 \pm 0,13$
$\Sigma^- \pi^+ \pi^0$	$0,05 \pm 0,05$	$0,0 \pm 0,07$	$0,17 \pm 0,08$	$0 \pm 0,16$	$0,14 \pm 0,10$
σ (полн.)	$89,3 \pm 4,6$	$69,3 \pm 4,5$	$47,8 \pm 3,6$	$62,8 \pm 4,6$	$50,1 \pm 3,1$
$(\Sigma\pi)_0$	$15,6 \pm 2,7$	$18,9 \pm 4,2$	$20,1 \pm 1,8$	$14,7 \pm 3,9$	$4,2 \pm 0,9$
$(\Sigma\pi)$	$12,4 \pm 2,3$	$5,9 \pm 3,4$	$8,1 \pm 1,9$	$3,7 \pm 3$	$9,2 \pm 1,6$
$\pi \lambda^2$	35,7	25,6	20,9	14,3	13,0

(а) — значения сечений получены из соотношения

$$\sigma(\Sigma^0\pi^0) = \sigma(\Sigma^0\pi^0 + \Lambda\pi^0\pi^0) - \frac{1}{2}\sigma(\Lambda\pi^+\pi^-),$$

(б) — значения сечений получены из соображений фазового объема.

Из табл. 1 следует, что вблизи значений импульса ~ 395 Мэв/с сечения реакций $(\Sigma\pi)_0$, $\Lambda\pi^+\pi^-$ и $K^0 p$ обнаруживают существенно немонотонный ход, тогда как энергетическая зависимость сечений рождения $(\Sigma\pi)_1$ и $(\Lambda\pi^0)$ является практически монотонной.

На рис. 1 и 2 приведен ход сечений реакций $K^- + p \to \Lambda\pi^+\pi^-$ и $K^- + p \to K^0 + n$ в зависимости от импульса в рассматриваемом интервале импульсов.

Из кривых рис. 1 и 2 можно выделить резонансную часть реакции с $I = 0$, при этом оказывается, что оно близко к максимально допустимому значению сечения, равному $\pi\lambda^2$ для $J = {}^3/_2$. Анализ кривой зависимости сечения от импульса приводит к заключению, что положение резонанса соответствует значению массы возбужденного гиперона, равной 1520 ± 3 Мэв с полушириной $\Gamma/2 = 8$ Мэв.

Проявление резонансного характера сечения только для состояний с $I = 0$ (и монотонная зависимость сечения реакции с $I = 1$) позволяет приписать этому резонансу изотопический спин $I = 0$.

---

* Приведена правая часть реакции, т. е. конечные продукты реакции.

Наблюдение резонансной зависимости сечений образования $\bar{K}^0 p$, $\Sigma\pi$ и $\Lambda\pi\pi$ при одинаковых значениях энергии резонансных состояний дает возможность утверждать, что образующееся резонансное состояние имеет различные модусы распада, соответственно на $\bar{K}^0 p$, $\Sigma\pi$ и $\Lambda\pi\pi$; относительные вероятности различных модусов распада оказываются равными

$$\bar{K}p : \Sigma\pi : \Lambda\pi\pi = 3 : 5 : 1.$$

Полное сечение упругого $K^- p$-рассеяния не обнаруживает немонотонного хода вблизи резонансного импульса вследствие наличия большой нерезонансной части сечения. Однако дифференциальное сечение упругого рассеяния имеет существенно аномальное поведение.

Если представить дифференциальное сечение рассеяния в обычном виде, как разложение по степени $\cos\Theta$ (Θ = угол рассеяния)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = A + B\cos\Theta + C\cos^2\Theta$$

и определить зависимость коэффициентов A, B и C от импульса K-мезонов, то оказывается, что при P_K=395 Мэв/с для коэффициента A наблюдается заметный провал, тогда как C в резонансе очень велико и быстро спадает по обе стороны от резонанса, что указывает на конструктивную интерференцию резонансного состояния с состоянием той же четности. Наличие отличного от нуля значения коэффициента B указывает на присутствие монотонно возрастающей амплитуды с противоположной четностью (рис. 2).

Аналогичная ситуация наблюдается и в случае обменного рассеяния (рис. 2). Последнее обстоятельство легко понять, если вспомнить, что

$$K^- p = \frac{I_0 + I_1}{\sqrt{2}} \text{ и } \bar{K}^0 n = \frac{I_0 - I_1}{\sqrt{2}},$$

откуда следует, что резонанс в чистом изотопическом состоянии будет давать одинаковые нерегулярности в каждом из каналов реакции (т. е. в упругом и в зарядовообменном рассеянии).

Плавные кривые, приведенные на рис. 2, являются вычисленными кривыми, которые получены следующим образом. Значение амплитуды нерезонансной S-волны получается путем вычитания резонансного сечения равного 5 *мбарн* (рис. 1) из сечения $K^- p$ и $\bar{K}^0 n$ реакций при 395 Мэв (резонансная энергия). К полученной таким образом амплитуде прибавляется резонансная Брейт-Вигнеровская амплитуда в состоянии $D_{3/2}$ с параметрами — резонансной энергией E_0 = 1520 Мэв и шириной $\Gamma/2$ = 8 Мэв, полученными на опыте. В этом случае угловое распределение можно представить в следующем виде:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \pi\lambda^2 \left\{ [P + (S + D)\cos\Theta]^2 + (S - D)^2 \sin^2\Theta \right\},$$

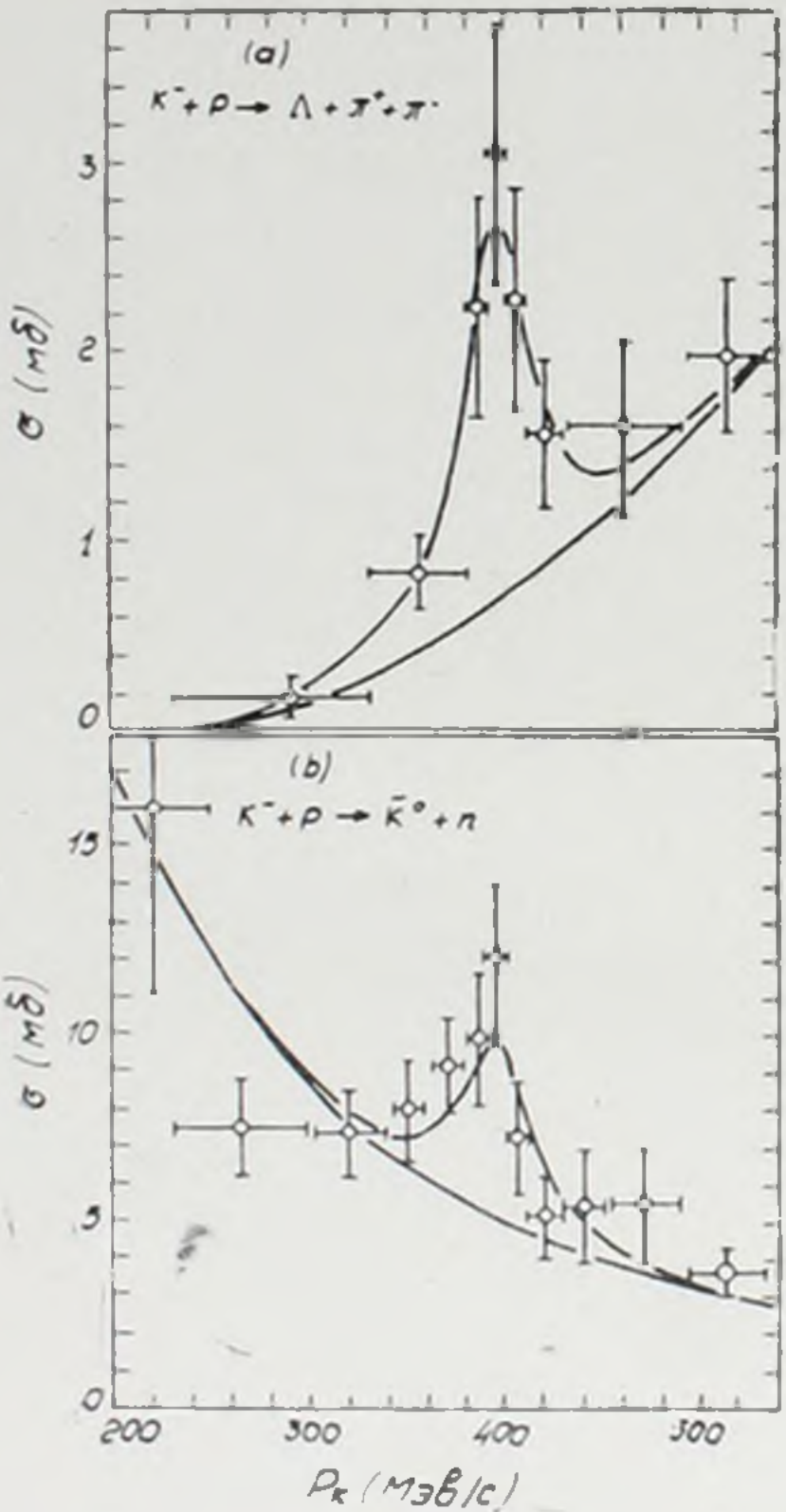


Рис. 1. Импульсная зависимость сечений реакции $K^- + p \to \Lambda + \pi^0 + \pi^-$ и $K^- + p \to \bar{K}^0 + n$.

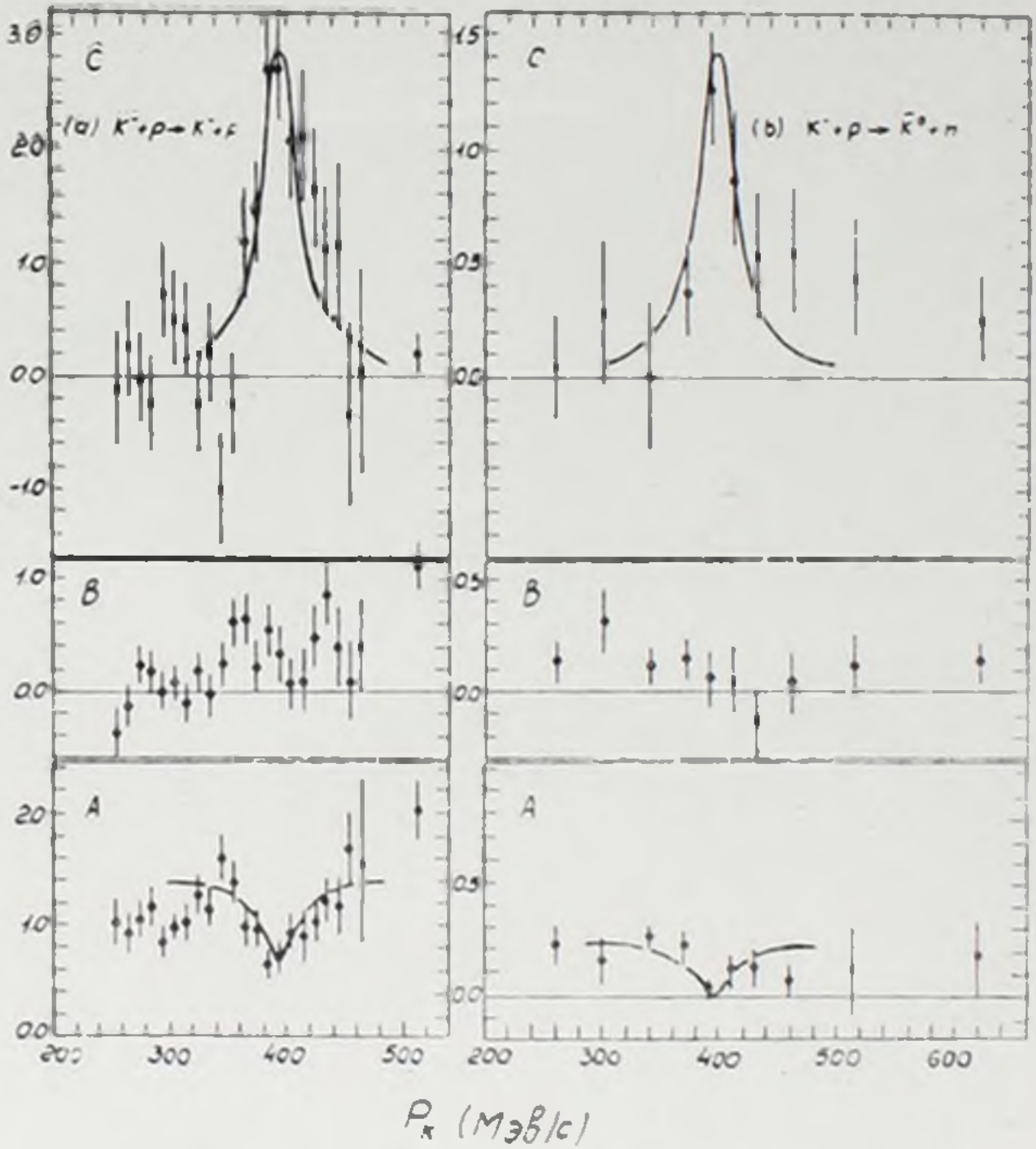


Рис. 2. Импульсные зависимости коэффициентов A, B и C для реакций $K^- p \to K^- + p$ и $K^- + p \to K^0 + n$.

где S, P и D, соответственно, $S_{1/2}$-, $P_{1/2}$- и резонансная $D_{3/2}$-амплитуды. Анализируя это выражение, можно легко показать, что наличие сравнительно малой D-амплитуды может привести к появлению большого множителя при $\cos^2\Theta$, без соответствующего увеличения сечения упругого рассеяния. Хорошее согласие вычисленных кривых и экспериментальных данных, приведенных на рис. 2, служит основанием приписать новому резонансу состояние $D_{3/2}$.

Другая возможность приписать резонансу состояние $P_{3/2}$ противоречит ряду экспериментальных данных и должна быть отброшена. Таким образом, этот резонанс характеризуется следующими параметрами:

Масса — 1520 ± 3 Мэв
Полуширина — 3 Мэв
Изотопический спин — 0
Четность — четный по отношению к K^-p $(D_{3/2})$
Спин — 3/2
Модусы и вероятности распада — $\bar{K}N : \Sigma\pi : \Lambda\pi\pi = 3 : 5 : 1$

ЛИТЕРАТУРА

1 M. *Ferro-Luzzi, R. D. Tripp* and *M. B. Watson*. отчет UCRL—9761, направлено в Phys. Rev. Lett.

СООБЩЕНИЕ

Е. П. КУЗНЕЦОВ

ОБНАРУЖЕНИЕ РЕЗОНАНСА В $K\Lambda$-СИСТЕМЕ ПРИ ЭНЕРГИИ 1650 Мэв

В настоящем сообщении изложены результаты работы, выполненной в Институте экспериментальной и теоретической физики АН СССР Е. В. Кузнецовым, Е. П. Кузнецовым*, Я. Я. Шаламовым и А. Ф. Грашиным [1].

В опытах на пучке π^--мезонов с импульсом 2,8 Бэв/с было получено 60000 стереофотоснимков на фреоновой пузырьковой камере ([2]) и около 40000 снимков на ксеноновой камере ([3]). Фреоновая камера с размером рабочей области $50\times22\times15$ $см^3$ работала на смеси двух жидкостей с условным химическим составом $C_2F_5C_{13}$ и с плотностью вещества 1,1 $г/см^2$. Размеры рабочей области ксеноновой камеры—$20\times10\times10$ $см^3$. Все стереоснимки просматривались двумя или тремя наблюдателями, причем отбирались такие взаимодействия π^--мезонов с ядрами, когда с точкой взаимодействия коррелированы два V-события.

$$\pi^- + (\text{ядро}) \to K^\circ + \Lambda + m\pi + (\text{ядро})^* \qquad (1)$$
$$m = 0,\ 1,\ 2, \cdots$$

Обработка снимков осуществлялась в случае фреоновой камеры с помощью стереокомпаратора, восстанавливающего пространственную картину, на котором проверялась компланарность, измерялись углы вылета и пробеги частиц и т. д. На ксеноновой камере обработка найденных V-событий производилась методом измерения координат на двух стереофотографиях. Идентификация распадных частиц производилась на основе кинематического анализа углов между направлением полета V-частицы и продуктов их распада и измерения ионизации и пробегов частиц в рабочем веществе камер.

В настоящее время обработано 50 случаев парного рождения Λ- и K°-частиц на легких ядрах (приблизительно половина всего материала) и 49 случаев на ядрах ксенона. По полученным значениям импульсов и углов вылета Λ- и K°-частиц были построены угловые распределения вылета Λ- и K°-частиц.

* Физический институт им. П. Н. Лебедева АН СССР.

Было обнаружено, что в системе центра инерции πN-распределение Λ-гиперонов по углам вылета резко вытянуто назад, а угловое распределение K°-мезонов приблизительно изотропно в случаях фреона и слегка вытянуто назад в случае рождения на ядрах ксенона [6, 5]. Эти распределения приведены на рис. 1а, 1б, 1в, 1г. Полученные угловые распределения K°-мезонов противоречат привычным представлениям о процессе генерации пар K° и Λ, поскольку означают, что весьма значительное число пар $K^\circ\Lambda$ летит в заднюю полусферу под малым углом друг к другу. В случае двухчастичной реакции (рождение только K° и Λ) распределение K°-мезонов, в соответствии с формой кривой для распределения Λ-частиц, было бы

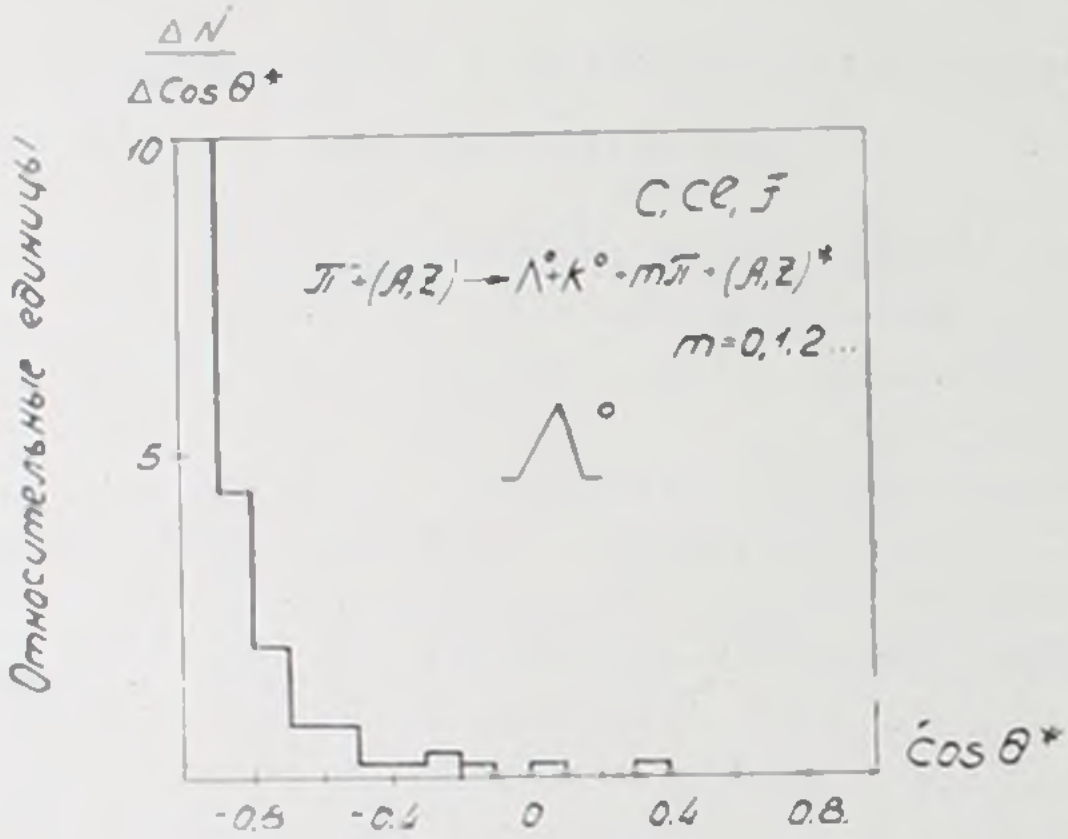


Рис. 1а.

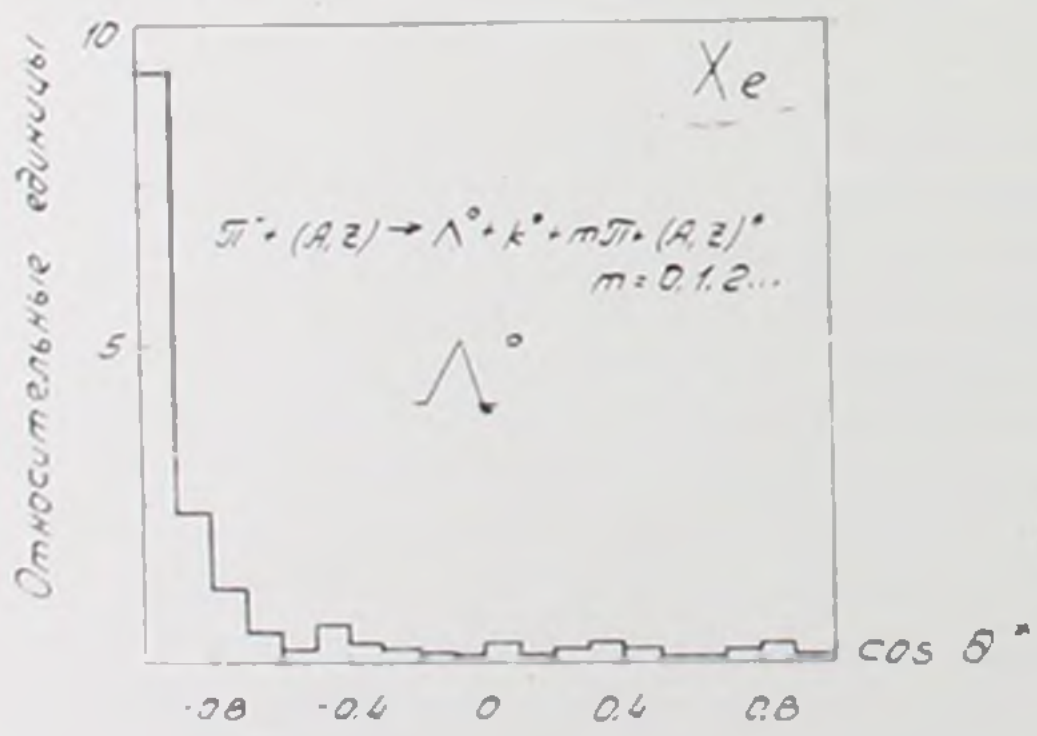


Рис. 1б.

Рис. 1а, 1б. Угловые распределения Λ и K° в системе центра масс πN. Случаи парного рождения, фреон.

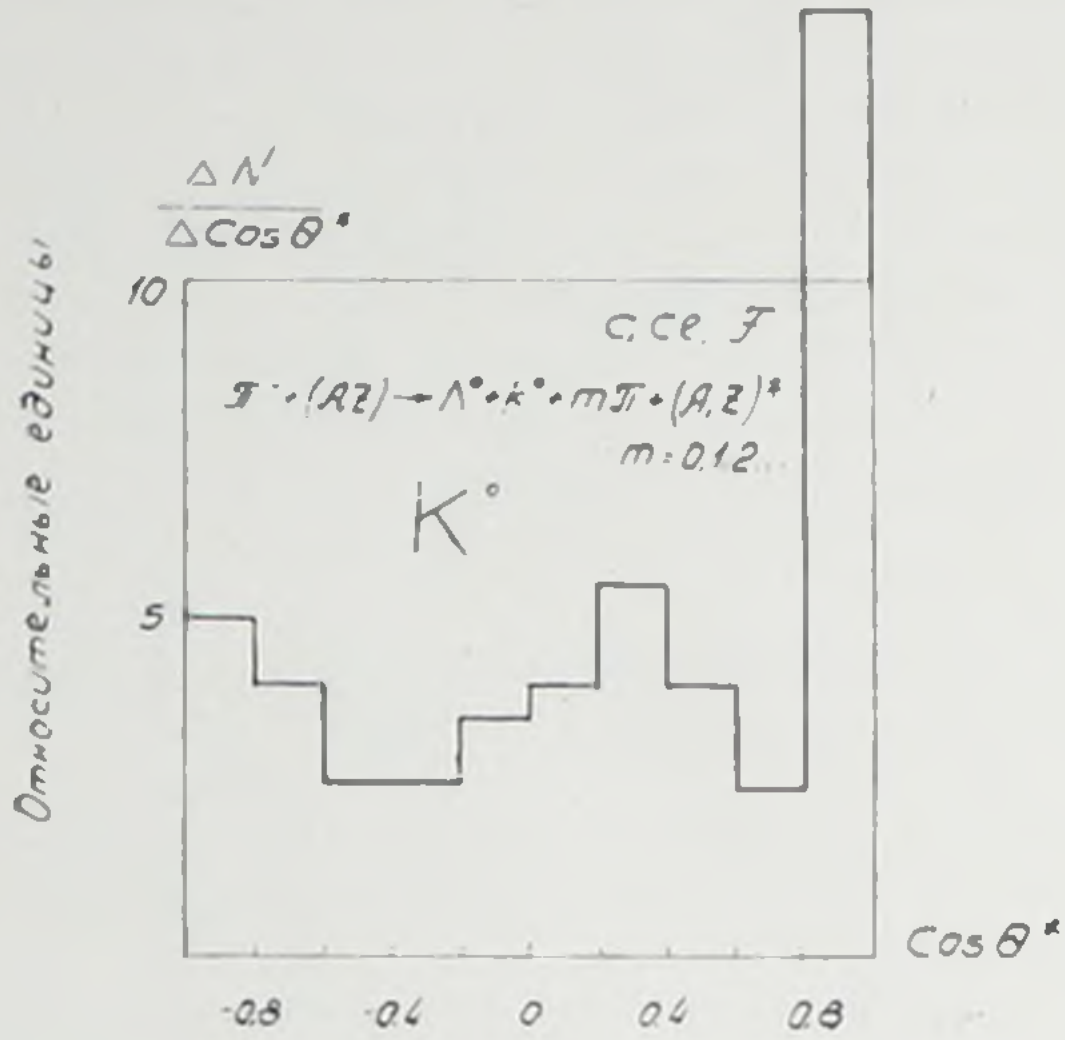


Рис. 1в.

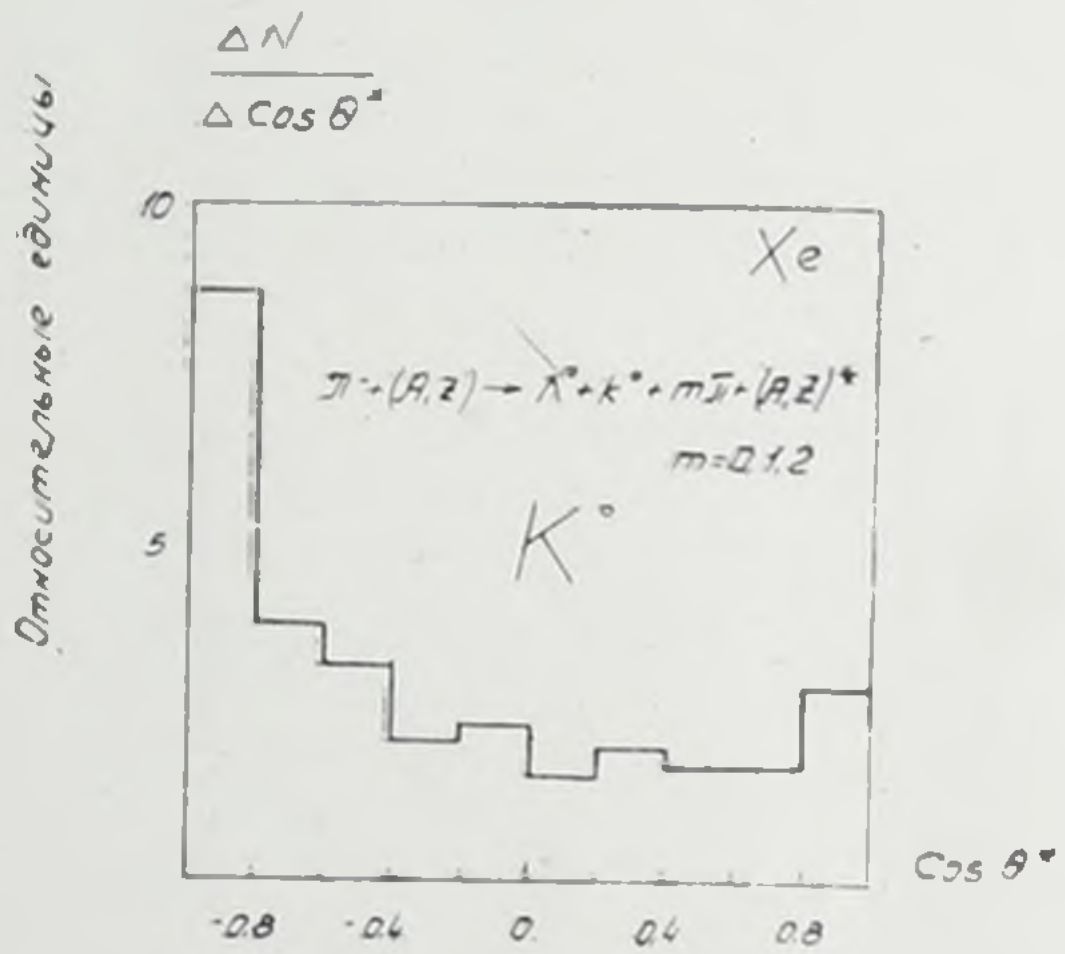


Рис. 1г.

Рис. 1в, 1г. Угловые рождения Λ и K° в системе центра масс πN. Случаи парного рождения, ксенон.

резко направлено вперед. Можно было бы ожидать, что при дополнительном рождении какого-то количества π-мезонов угловое распределение для K°-мезонов в основном сохранит свою форму.

Можно попытаться объяснить полученные угловые распределения реакциями

$$\pi^- + N \longrightarrow \begin{cases} Y^* + K^\circ \text{ (а)} \\ Y^* + K^* \text{ (б)} \\ \Lambda + K^* \text{ (в)} \end{cases} \qquad (2)$$

с последующим распадом $Y^* \to \Lambda + \pi$ и $K^* \to K^\circ + \pi$. Однако кинематические соотношения запрещают K°-мезонам, рожденным в реакциях а и б, лететь в заднюю полусферу и это разрешено только небольшой части K°-мезонов из реакции в.

Угловое распределение K° не может быть объяснено и π-мезоном, рассеявшимся в ядре назад, так как энергия таких π-мезонов мала для генерации пар ΛK°.

В качестве одного из возможных объяснений вида угловых распределений было выдвинуто предположение о том, что часть Λ и K° рождается через промежуточную реакцию

$$\pi^- + N \to Z^\circ + m\pi \qquad (3)$$
$$m = 1, 2, \cdots$$

где Z° некая частица*, быстро распадающаяся по схеме

$$Z^\circ \to \Lambda + K^\circ.$$

Дополнительно приходится предположить, что частица в системе центра масс πN летит назад; в противоположную сторону летят π-мезоны сопровождения.

Для проверки выдвинутого предположения было построено распределение случаев парного рождения K° и Λ по величине Q, т. е. по разности между полной энергией Λ и K° в их системе центра инерции и суммой масс Λ и K°. $Q = E_{k\lambda} - (M_\lambda + M_k)$. Эта величина определялась из значений импульсов Λ и K° и угла между ними в лабораторной системе. Полученные распределения приведены на рис. 2 и 3. При рождении пар K° и Λ без π-мезонного сопровождения при-

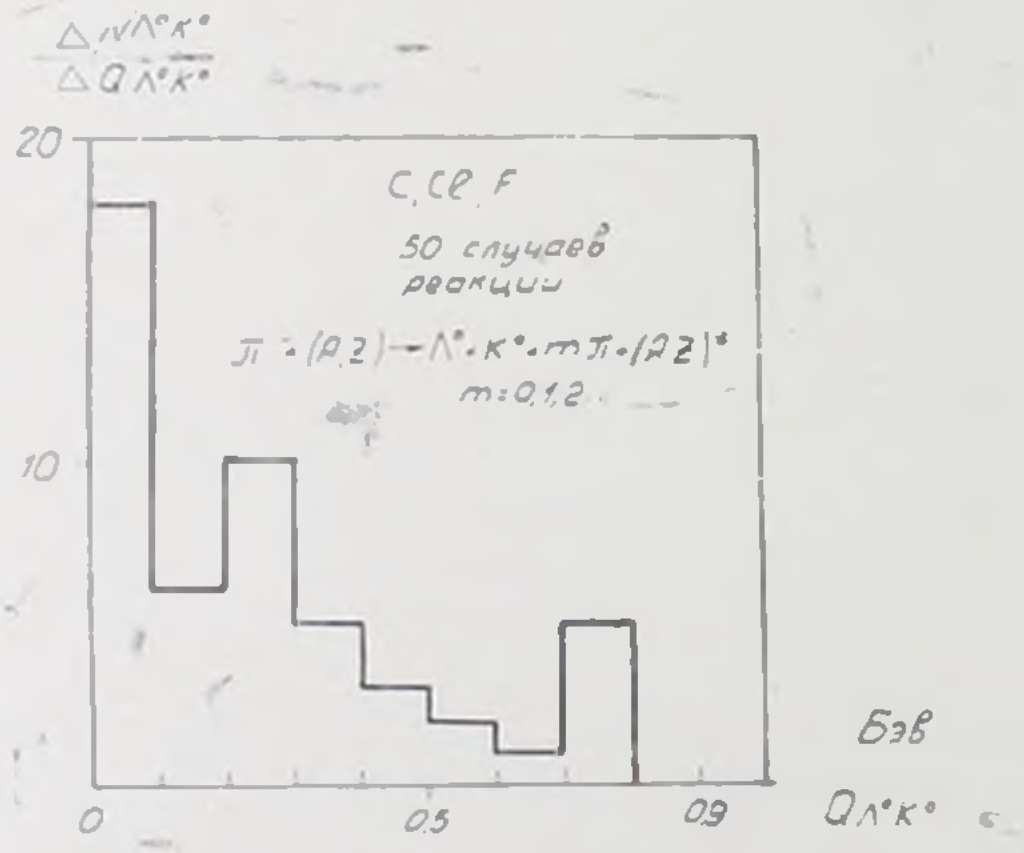


Рис. 2. Распределение по Q для рождения пар $K^\circ\Lambda$ на ядрах фреона (C, Cl, F).

веденное распределение по Q имело бы вид δ-функции, отличной от нуля в точке $Q = 870$ Мэв. При рождении дополнительных π-ме-

* Возможность $K\Lambda$-резонанса вблизи порога подробно обсуждалась Базем и др. [6].

зонов можно было бы ожидать смещения максимума распределения влево и размытия его по всему интервалу Q от нуля до максимально возможного. Экспериментальное распределение по Q никоим образом не соответствует предполагавшейся картине: распределение имеет характерный максимум в области малых Q и согласуется с предположением об образовании промежуточной частицы Z^0. Масса Z^0 получается равной 1650 Мэв (случаи с Q в интервале 0÷100 Мэв). Интересно

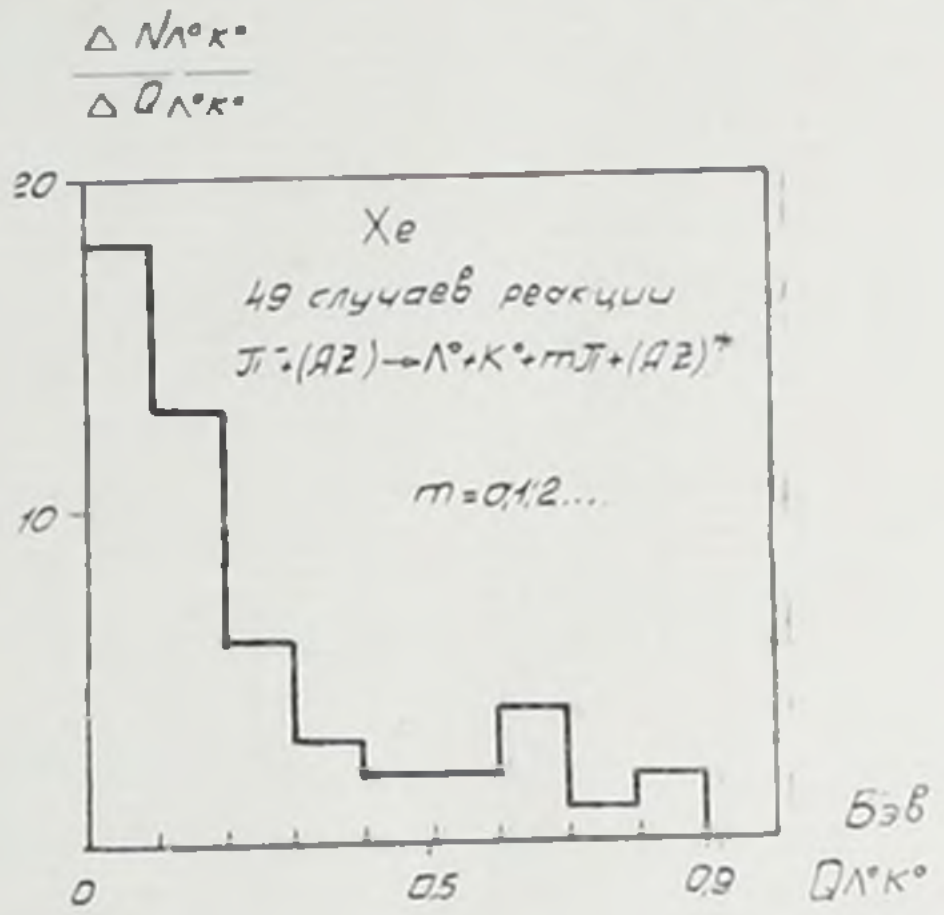


Рис. 3. Распределение по Q для рождения пар $K^0\Lambda$ на ядрах ксенона (Xe).

отметить, что все пары $K\Lambda^0$ в этом интервале сопровождаются двумя π-мезонами.

Возникает естественный вопрос, не объясняется ли вид полученных распределений по Q взаимодействием Λ и K^0 с родительским ядром. При рассеянии Λ и K^0 в ядре изменяется их угловое распределение и уменьшается кинетическая энергия. Последнее обстоятельство приводит, вообще говоря, к уменьшению величины Q и могло бы, в принципе, имитировать образование частицы с массой, близкой к сумме масс K^0 и Λ. Кроме того, полученные нами распределения по Q можно попытаться объяснить рождением пары K^0 и Λ в сопровождении ρ-мезона и некоторыми другими процессами.

Ниже приводятся соображения, которые отвергают эти возможности и указывают, что Z^0 ведет себя как вполне устойчивое и достаточно долгоживущее образование.

1. Распределения по Q имеют практически одинаковую форму для ксенона и фреона (рис. 2 и 3). В интервале 0÷100 Мэв в обоих случаях находится около 40% всех рожденных пар. Если бы появление пар $K^0\Lambda$ с малыми Q было связано с рассеянием по отдельности K^0 и Λ в ядре, то наблюдаемый эффект был бы гораздо резче выражен в случае ксенона, ядро которого содержит в шесть раз больше нуклонов, чем среднее ядро во фреоне.

2. Если бы форма распределений по Q (рис. 2 и 3) была обусловлена некими случайными процессами в родительском ядре, то можно было бы ожидать нечто подобное и при построении распределения Q для пар $K^\circ\ \bar{K}^\circ$. Это распределение приведено на рис. 4.

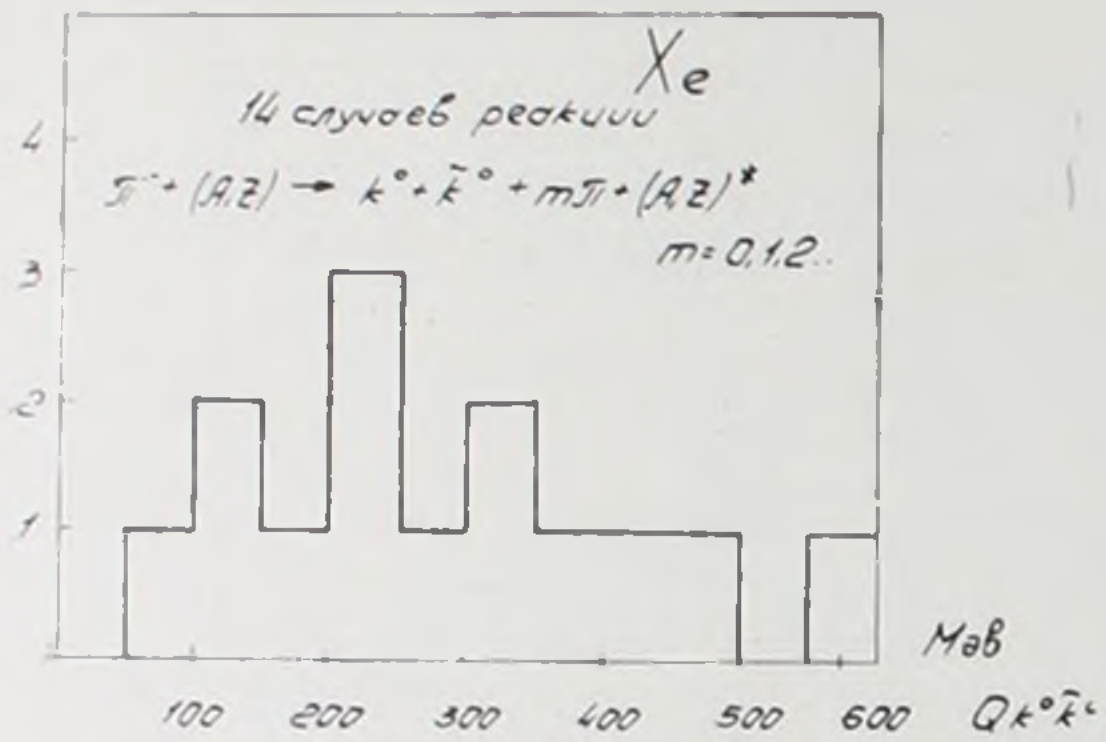


Рис. 4. Распределение по Q для рождения пар $K^\circ\bar{K}^\circ$ на ядрах ксенона.

Статистический материал, правда, здесь очень мал, но видно, что характер распределения совсем иной.

3. В наборе Z°-частиц, рожденных на ядрах ксенона (всего 18 случаев), три частицы рассеиваются в ядре на угол больше 90°, т. е.

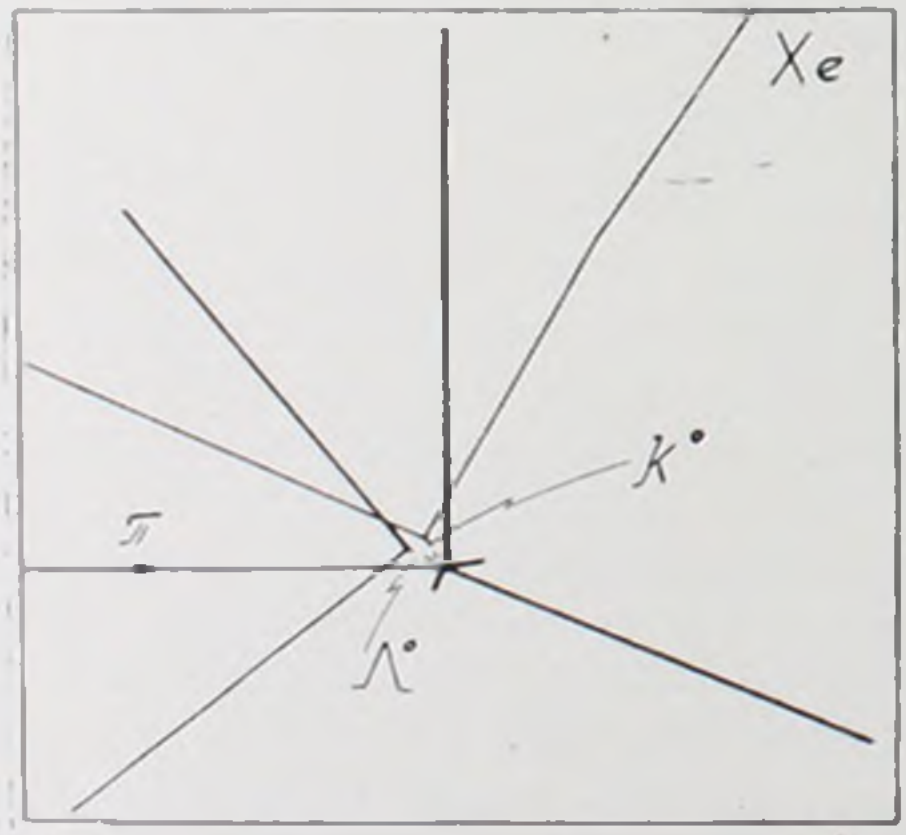


Рис. 5. Рождение Z°-частицы на ксеноне; Z° - частица вылетала под углом 128°.

в заднюю полусферу, сохраняя при этом свою индивидуальность. Такой случай рассеяния Z°-частиц в ядре ксенона на большой угол приведен на рис. 5. Необходимо отметить, что максимальный угол

вылета Z°-частицы в лабораторной системе координат при рождении на свободном нуклоне равен 20°, а максимальный угол вылета Λ-частицы, рожденной в любом из процессов (2), не превышает 48°. Расчет, исходя из экспериментальных угловых распределений Λ- и K°-частиц, показывает, что вероятность одновременного рассеивания в ядре независимых Λ и K° на угол $\geqslant 90°$, приводящего к малому значению Q, на два порядка меньше экспериментального значения. Мы не наблюдали ни одной пары $K^\circ\Lambda$, летящей назад и дающей $Q \leqslant 100$ Мэв, что находится в согласии с результатом расчета.

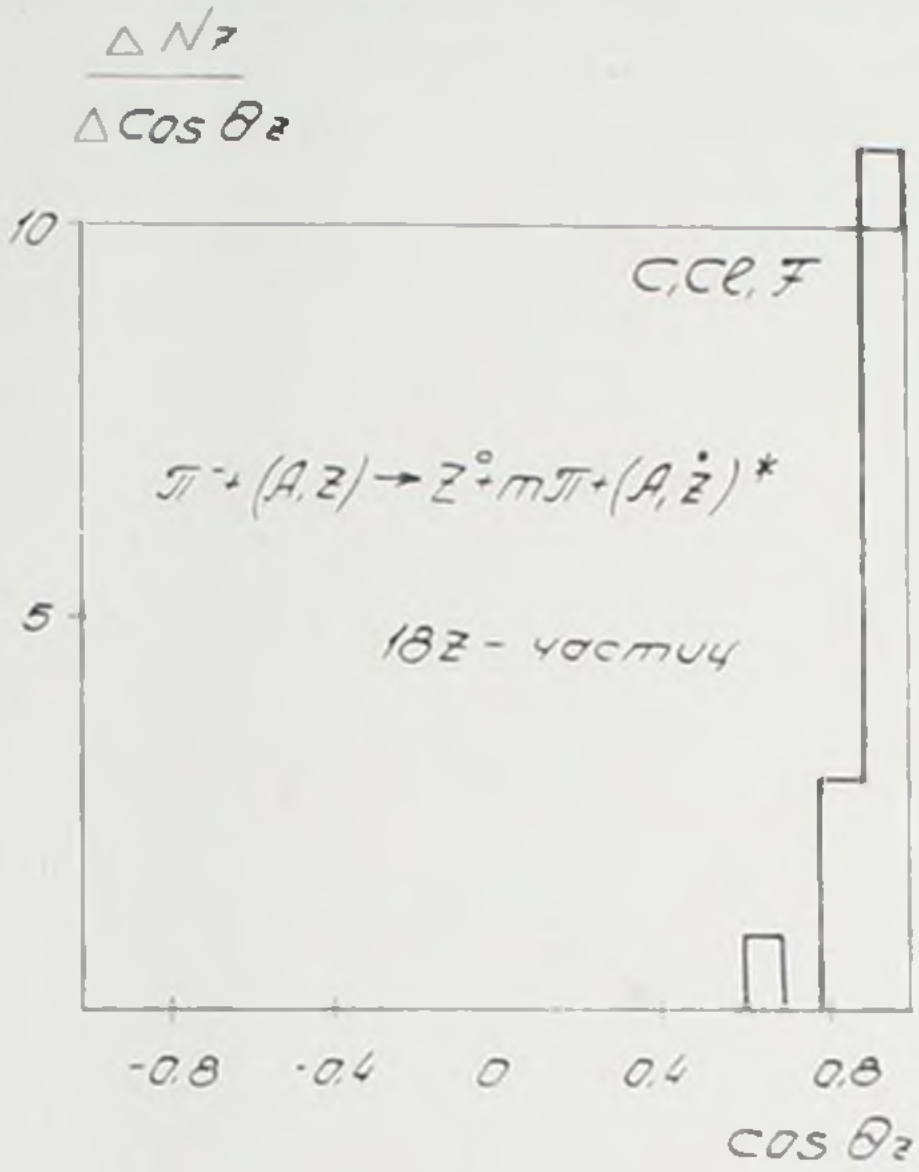


Рис. 6а.

Наконец, отпадает и возможность вылета под углами больше 90° Λ и K°, образованных π-мезоном, испытавшим резкое рассеяние назад в ядре. Даже при упругом рассеянии π⁻-мезон не будет иметь энергии, достаточной для рождения пары K°- и Λ-частиц.

На рис. 6 приведено угловое распределение Z°-частиц для случаев рождения на фреоне (6а) и ксеноне (6б). На рис. 7 приведены импульсные спектры Z°-частиц. Из рисунков видно, что Z° довольно слабо рассеиваются на ядрах фреона (основная доля частиц сосредоточена в углах 0°—26°), но очень сильно на ядрах ксенона. Импульсное распределение Z°-частиц согласуется с угловым распределением — средний импульс Z°-частиц при переходе от фреона к ксенону уменьшается в соответствии с более сильным рассеянием на ксеноне. Во фреоне Z°-частицы с импульсом больше 1 Бэв/с составляют 13/18, а с импульсом меньше 1 Бэв/с—5/18, в

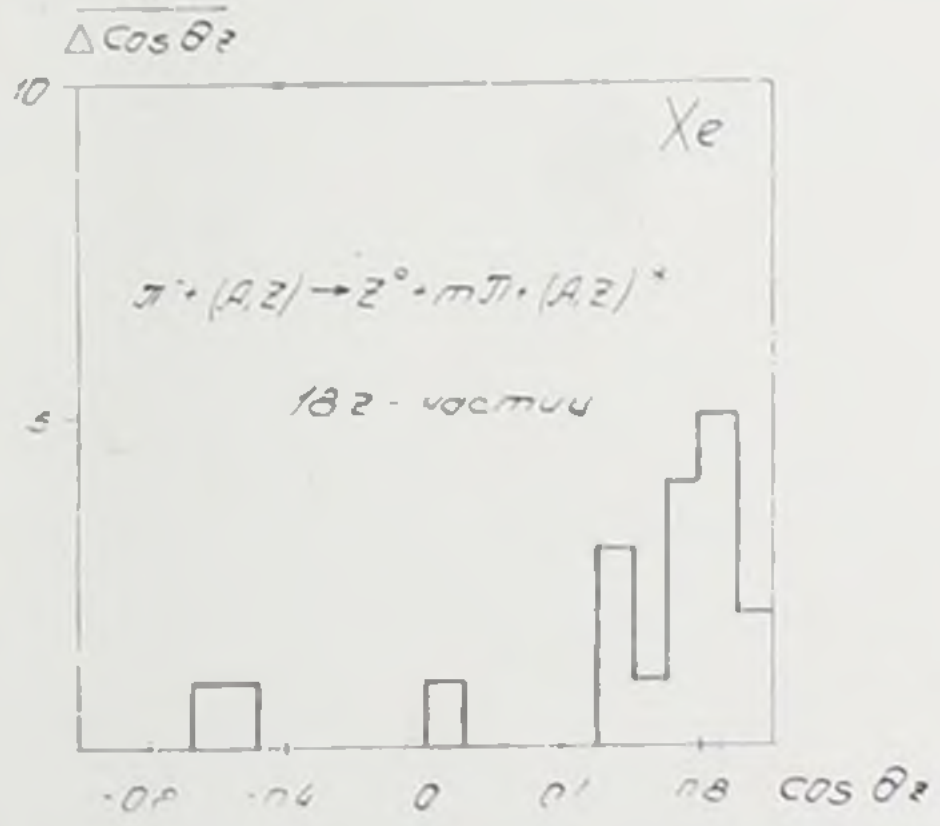


Рис. 6б. Угловые распределения вылета Z°-частицы в лабораторной системе. а) фреон, б) ксенон.

ксеноне наоборот: 5/18 и 13/18. Это обстоятельство еще раз подчеркивает поведение Z°-частицы как единого целого.

Необходимо отметить, что если образование из K° и Λ ведет себя как вполне индивидуальная частица, то рассеивание этой частицы происходит не на одном нуклоне ядра, а на некотором комплексе, состоящем приблизительно из десяти нуклонов—только так можно

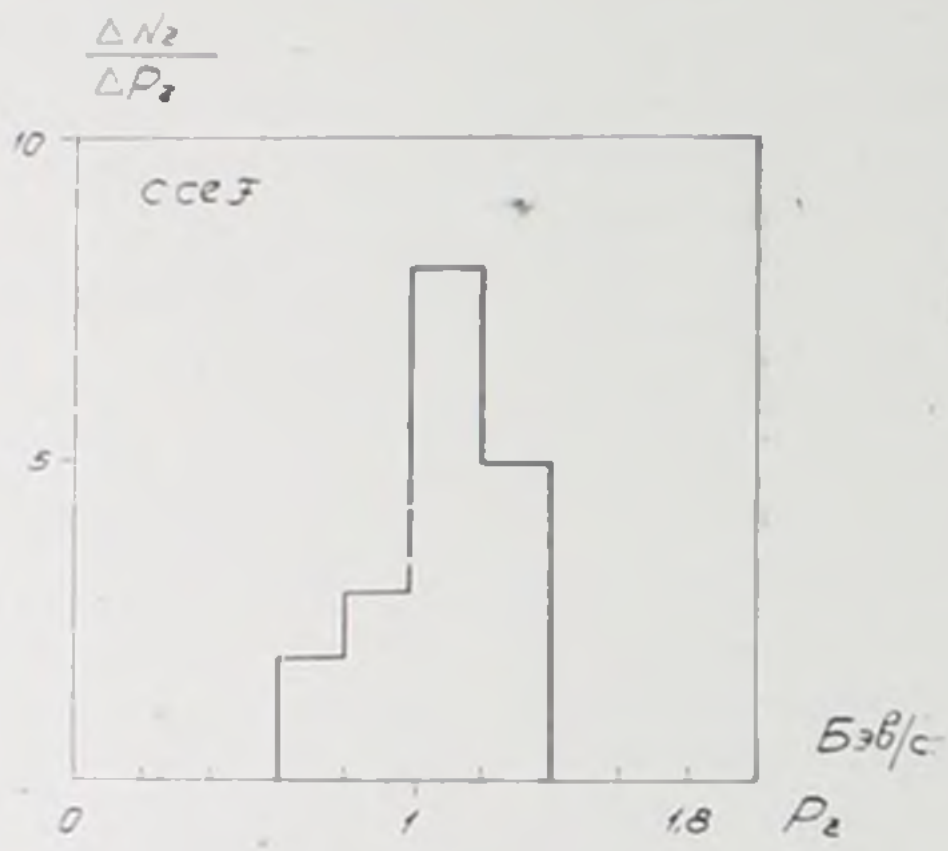


Рис. 7а.

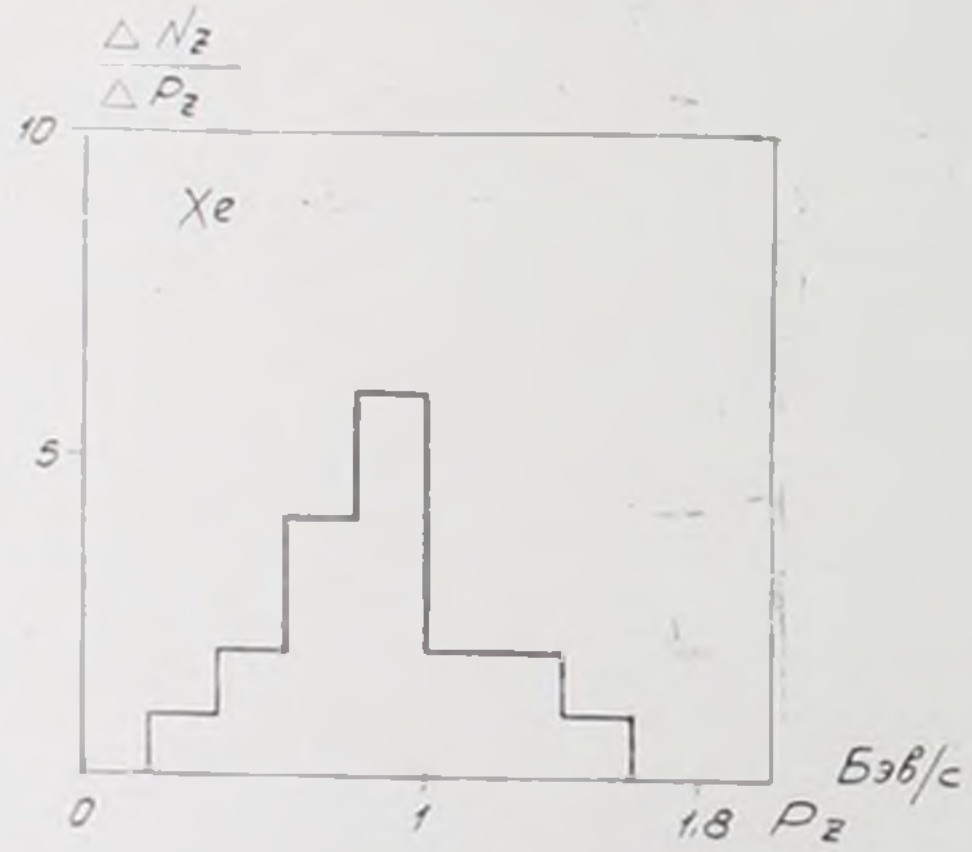


Рис. 7б. Импульсные спектры Z°-частицы. а) фреон, б) ксенон.

кинематически объяснить рассеяние на угол до 130°. Это обстоятельство указывает, что Z°-система имеет довольно большие размеры.

Реакция с образованием $\Lambda + K^\circ + p$, при которой $Q \leqslant 100$ Мэв отвергается как уже изложенными аргументами, так и тем обстоятельством, что импульсы системы $\Lambda + K^\circ$ при этой реакции должны лежать в интервале от 1,65 до 2,13 Бэв/с, в то время как экспериментальные значения этих импульсов сгруппированы около значений 1,1 Бэв/с (фреон) и 0,90 Бэв/с (ксенон) (рис. 7).

Как следует из сравнения распределений по Q для Z-частиц, генерированных на ядрах фреона и ксенона, все Z-частицы успевают вылететь из ядра до распада. Это означает, что время жизни Z-частицы значительно больше, чем время, необходимое для пролета через ядро ксенона ($R = 6{,}9 \cdot 10^{-13}$ *см*), откуда следует, что $\tau \geqslant 10^{-22}$ *сек**. Такое время жизни означает, что полуширина распределения по Q должна быть меньше 7 Мэв и что наблюдаемая нами полуширина определяется аппаратурными неточностями.

Изложенные данные позволяют сделать вывод, что:

а) часть пар K^0 и Λ образуется через некоторое промежуточное образование Z^0;

б) эти образования при взаимодействии с ядром ведут себя как индивидуальные частицы, характеризуемые следующими свойствами. Масса Z^0 равна 1650 Мэв, странность $S = 0$, спин полуцелый $j = 1/2$, $3/2 \cdots$, изотопический спин $I = 1/2$, время жизни $\tau \geqslant 10^{-2}$ *сек*. Можно указать также, что сечение взаимодействия Z^0-частицы, по-видимому, весьма велико.

Возможно, что обнаруженная частица Z^0 является связанным состоянием $K^0\Sigma$ [6]. Такая система должна иметь энергию связи ~ 30 Мэв и распадаться на Λ и K^0 с энерговыделением ~ 40 Мэв. Эта гипотеза согласуется также с тем фактом, что среди странных частиц, рожденных π^--мезонами с импульсом 2,8 Мэв/с на ядрах ксенона, число Σ-гиперонов значительно меньше, чем число Λ-частиц. Этот факт можно было бы объяснить тем, что большинство Σ-гиперонов при рождении образует связанное состояние с K-мезоном с последующим переходом $\Sigma K \to \Lambda K$.

В заключение мы хотели бы выразить глубокую признательность академику А. И. Алиханову за инициирование данного исследования и обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Е. В. Кузнецов, Е. П. Кузнецов, Я. Я. Шаламов, А. Ф. Грашин.* Препринт ИТЭФ (1962).
2. *Г. А. Блинов, М. Ф. Ломанов, А. Г. Мешковский, Я. Я. Шаламов, В. А. Шебанов,* ПТЭ, 1, 35 (1958).
3. *Е. В. Кузнецов, И. Я. Тимошин,* ПТЭ, **4**, 40 (1959).
4. *Я. Я. Шаламов, В. А. Шебанов, А. Ф. Грашин,* ЖЭТФ, 40, 1302 (1961).
5. *И. А. Ивановская, Е. В. Кузнецов, А. Прокеш, И. В. Чувило,* Доклады Киевской конференции (1959).
6. *А. И. Базь, В. Г. Вакс, А. И. Ларкин,* ЖЭТФ, в печати.

* Идея определения границы времени жизни короткоживущей частицы в ядрах различных размеров была предложена А. И. Алихановым.

ДИСКУССИЯ

Вайсенберг А. О. Какова средняя длина пробегов K^0- и Λ-частиц и величина поправок на этот эффект.

Кузнецов Е. П. Для реального распределения K^0- и Λ-частиц геометрические поправки, связанные с вероятностью регистрации K^0- и Λ-частиц из-за вылета за пределы фреоновой камеры, равны 16 и 20% соответственно.

Чувило И. В. Какова степень надежности идентификации K^0 и Λ в камерах, в которых нет магнитного поля.

Кузнецов Е. П. В большинстве случаев углы полета продуктов распада K^0 и Λ таковы, что отбор однозначный. Кроме того, в значительном проценте событий протоны от распада Λ останавливаются в веществе камеры. В случае фреоновой камеры мы не могли решить, какое событие мы наблюдаем $K^0\Lambda$ или $K^0\bar{K}^0$ только в одном случае из 50.

Понтекорво Б. М. Какова точность в определении импульсов K^0- и Λ-частиц.

Кузнецов Е. П. Для V событий, когда длина треков больше или равна 10 *см* $\frac{\Delta P}{P} = 5\%$. Для коротких треков $\frac{\Delta P}{P}$ измеряется несколько хуже. Все события измерялись три раза, причем разброс в значениях Q равен ± 15 Мэв.

Алиханян А. И. Какие предположения были использованы авторами, чтобы получить конечный результат.

Кузнецов Е. П. Мы считали, что события рождения Λ- и K^0-частиц происходят на свободном нуклоне. Авторам кажется, что это единственное предположение.

Цыганов Э. Н. Учитывался ли при обработке фермиевский импульс нуклонов в ядре.

Кузнецов Е. П. При расчете массы Z^0-частицы мы использовали значения импульсов K^0- и Λ-частиц и угол между ними. Если распадается какая-то частица, то акт рождения не играет никакой роли.

Чувило И. В. Пробовали ли Вы разыграть имеющиеся у Вас K^0- и Λ-частицы (импульсы и углы K^0 и Λ) по методу Монте-Карло для выяснения случайного получения распределения по Q.

Кузнецов Е. П. Нет. В распределении по Q мы наблюдаем следующий факт: значение с малыми Q дали события с двумя π_- - мезонами сопровождения ($Q = 0 \div 100$ Мэв). События без π-мезонов легли в область больших Q ($Q = 700 \div 800$ Мэв). В остальной области поместились события с одним в основном и двумя π-мезонами. При наличии такого распределения расчет по Монте-Карло не представляется целесообразным. Например, при рождении пар $K^0\Lambda$ без π-мезонов сопровождения вид распределения по Q представляет δ-функцию. Если такие события разыгрывать по Монте-Карло, то полученное распределение по Q будет грубо имитировать δ-функцию (благодаря наличию в двухчастичной реакции наиболее вероятных импульсов K^0 и Λ и некоторого закрепления угла между Λ и K^0 в лабораторной системе). Сравнение этих двух распределений ничего не даст.

В случае, если бы все взаимодействия шли через образование Z^0-частицы, то повторялась бы такая же ситуация, но с другого конца спектра.

Подобные же соображения не позволяют корректно нанести фазовую кривую.

Кузнецов А. А.[*] Группой сотрудников Лаборатории высоких энергий ОИЯИ на 24-литровой пропановой пузырьковой камере изучались случаи парного рождения ΛK^0 и $K^0\bar{K}^0$. Работа проводилась в пучке π^--мезонов с импульсом 7—8 Бэв/с. Камера располагалась в постоянном магнитном поле 13700 эрстед. Изучались случаи рождения ΛK^0- и $K^0\bar{K}^0$- пар как в $\pi^- p$-, так и в $\pi^- C$-взаимодействиях. Поста-

---

[*] *От редакции.* Окончательный текст выступления и рис. 1, 2, 3 получен редакцией 25 мая 1962 г.

новка опыта, характеристики пучка, методы просмотра и обработка фотографий, введение различных поправок, а также отбор $\pi^- p$-взаимодействий в пропане были сообщены ранее в работах Ван Ган-чана и других (ЖЭТФ, 40, 464, 732 (1961)), и Векслера и других (препринт ОИЯИ, Д—804).

При отыскании парных событий в $\pi^- p$-взаимодействиях было просмотрено 60000 фотографий. После измерений и идентификации V^0-событий случаи распределялись следующим образом:

$\Lambda + K^0$,	$K^0 + \bar{K}^0$,	$(\Lambda \sim K) + K^0$.
52	37	16

16 случаев, которые по кинематике подходили и под Λ и под K^0, мы считали Λ-частицами, так как по ряду оценок, проведенных нами, примерно 80% всех неразделенных случаев были Λ. Для всех парных событий были построены распределения по Q, где

$$Q = \sqrt{2\,(E_{\Lambda(K)}E_K - P_{\Lambda(K)}P_K \cos\Theta_{\Lambda(K)K}) + m^2_{\Lambda(K)} + m^2_K} - m_{\Lambda(K)} - m_K$$

$E_{\Lambda(K)}$; $E_{\Lambda(K)}$; $P_{\Lambda(K)}$; P_K; $m_{\Lambda(K)}$; m_K — энергия импульс и масса Λ-или K-частиц, $\Theta_{\Lambda(K)K}$ угол между Λ (K) и K^0 частицами.

Эти распределения представлены на рис. 1 и 2, где приведено сравнение экспериментального распределения с расчетом, сделанным по методу Монте-Карло. При расчете использовались экспериментальные импульсные спектры Λ- и K^0-час-

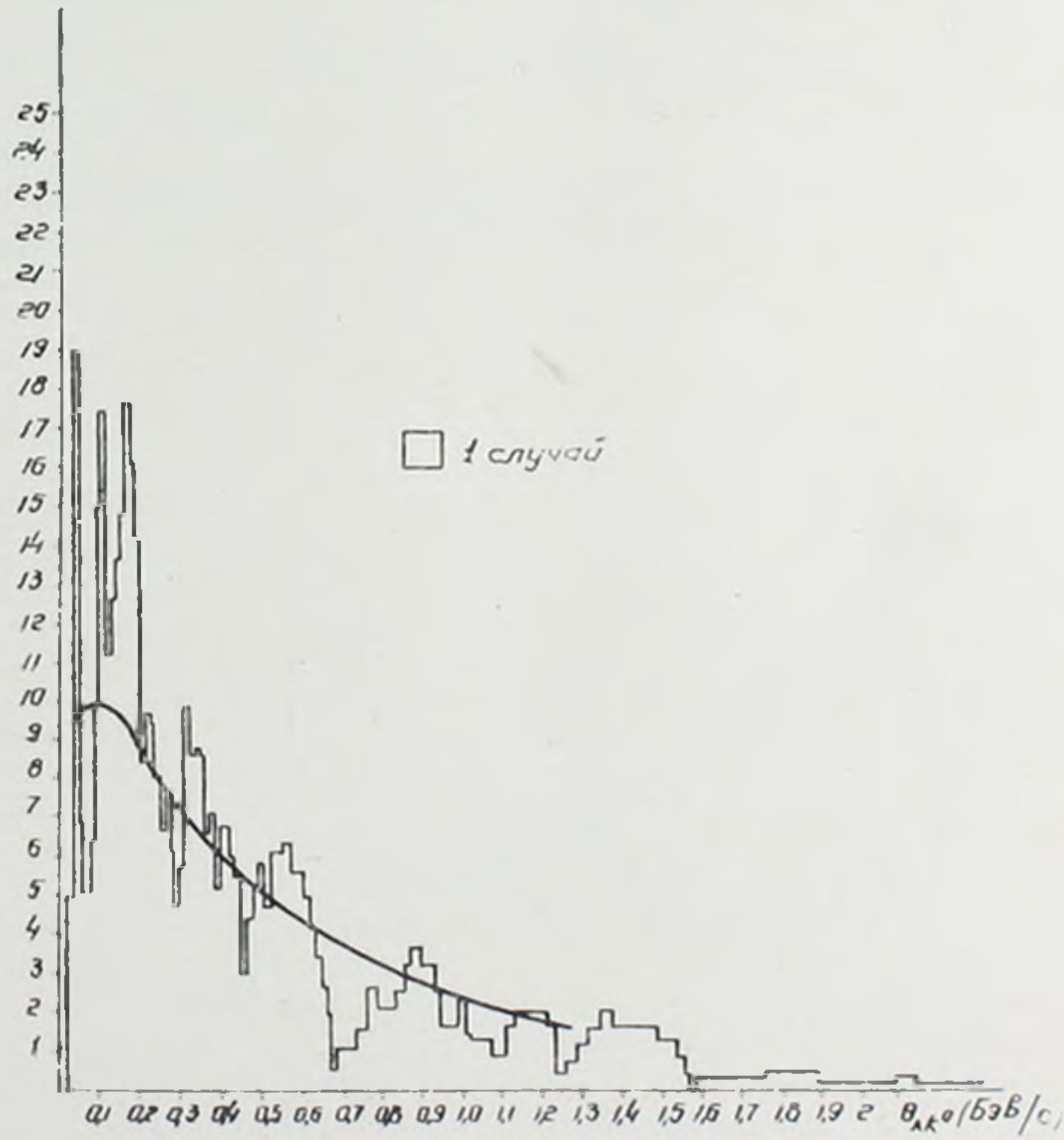


Рис. 1. Идиограмма Q значений для ΛK^0-пар. Кривая рассчитана по методу Монте-Карло.

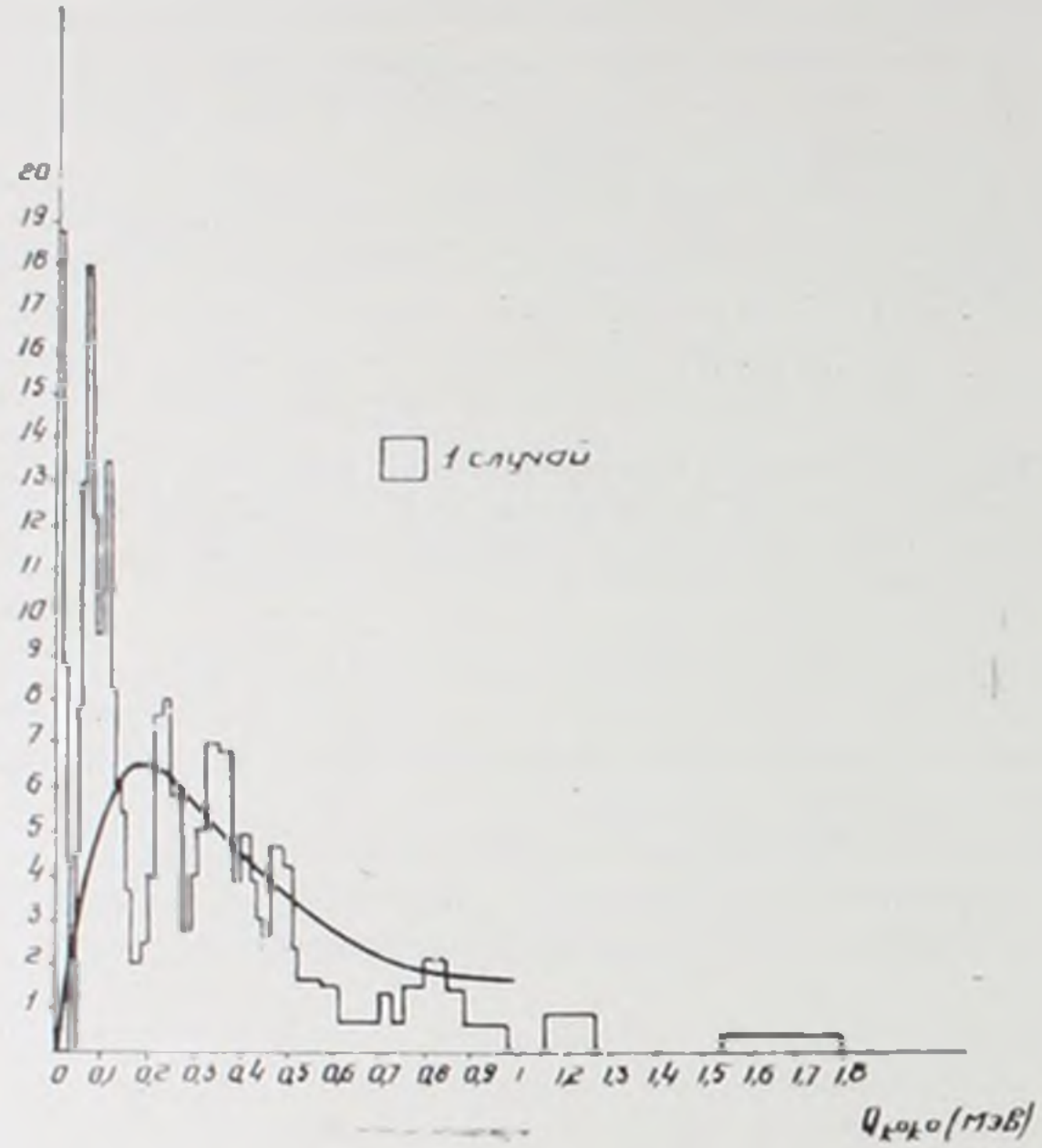


Рис. 2. Идиограмма Θ значений для K^0K^0 - пар. Кривая рассчитана по методу Монте-Карло.

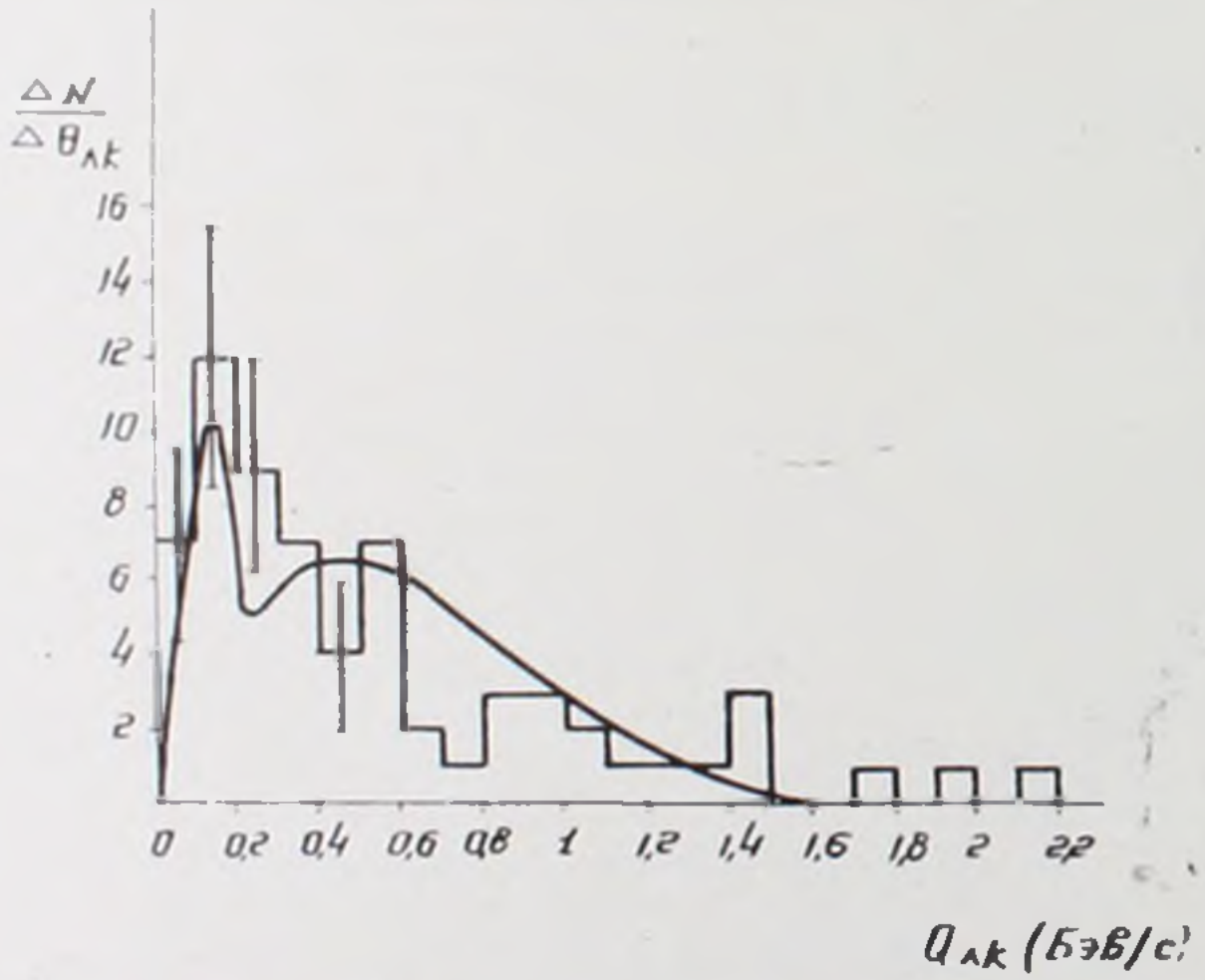


Рис. 3. Гистограмма Q значений для ΛK^0 - пар. На гистограмму пронормирована теоретическая кривая на основании расчета периферической диаграммы.

тип и спектр углов между ними с учетом закона сохранения энергии. Сравнение кривых указывает на наличие отклонения в распределении Q для ΛK^0 в области 100÷200 Мэв и Q для $K^0\bar{K}^0$ в области 50÷150 Мэв. Максимум в распределении Q для $K^0\bar{K}^0$-пар можно интерпретировать наличием максимума в сечении виртуальной реакции $\pi^- + p \to \Lambda + K^0$ (1) при импульсе π^--мезона ~1,1 Бэв/с. На это указывает кривая (рис. 3), рассчитанная на основе диаграммы (рис. 4) для виртуальной реакции (1). В расчете для нижней вершины использовался экспериментальный ход сечения с энергией в области максимума этого сечения, взятый из работы Штейнбергера (Proc. 1958 Ann. Int. Conf. of High Energy Phys., CERN).

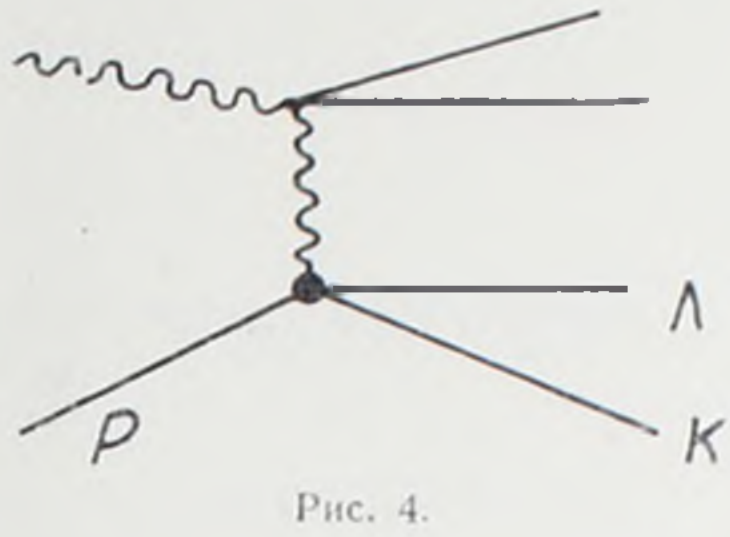


Рис. 4.

Нами было исследовано также угловое распределение K^0K^0-пар в их собственной системе. Это распределение указывает на то, что при рождении $K^0\bar{K}^0$-пар, кроме S-волны, присутствуют состояния с более высокими орбитальными моментами l. Поскольку мы регистрируем только K_1^0 и K_2^0, то могут возникать состояния только с четными l. В распределении по Q для $K^0\bar{K}^0$-пар, как уже отмечалось, имеется максимум Q в области 50—150 Мэв. Угловое распределение случаев из этой области, имеющих одну определенную энергию системы $K^0\bar{K}^0$, также анизотропно. Если с увеличением статистики наблюдаемая анизотропия сохранится, то это будет свидетельствовать о существовании резонансного состояния $K^0\bar{K}^0$-системы со значением углового момента, равного 2. На возможность существования такого резонанса было указано также в работах Огиевецкого (препринт ОИЯИ, в печати) и Фраучи, Гелл-Манна и Захариасена (препринт).

Я благодарю председательствующего проф. А. И. Алиханяна за предоставленную возможность выступить с настоящим сообщением.

Л. Б. ОКУНЬ

УНИТАРНАЯ СИММЕТРИЯ СИЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И РЕЗОНАНСЫ

Эта лекция* посвящена попытке интерпретировать резонансы на основе модели Сакаты.

До недавнего времени было известно 7 мезонов (3 π-мезона и 4 K-мезона), 8 барионов (2 нуклона, один Λ-гиперон, 3 Σ-гиперона и 2 Ξ-гиперона) и несколько нуклонных резонансов. За последние полтора года мы узнали еще несколько десятков частиц-резонансов и число их продолжает расти. Становится почти очевидным, что считать все эти частицы элементарными не более разумно, чем считать элементарными атомные ядра.

Согласно модели Сакаты, все сильно взаимодействующие частицы „построены" из трех фундаментальных полей: протонного (p), нейтронного (n) и лямбда-гиперонного (Λ). В качестве фундаментальных полей можно выбрать любые три барионных поля, но такие, чтобы два из них образовали изотопический дублет и одно — синглет.

Как „построить" из этих полей мезоны? Так как барионный заряд мезонов равен нулю, то самое простое — это образовать их из одного бариона и одного антибариона. Из 3 барионов можно построить $3^2 = 9$ таких комбинаций (см. рис. 1).

	p	n	Λ
$\bar{p}$	$\bar{p}p$	$\bar{p}n$	$\bar{p}\Lambda$
$\bar{n}$	$\bar{n}p$	$\bar{n}n$	$\bar{n}\Lambda$
$\bar{\Lambda}$	$\bar{\Lambda}p$	$\bar{\Lambda}n$	$\bar{\Lambda}\Lambda$

Рис. 1.

Шесть недиагональных состояний, обладающих электрическими зарядами или странностью, не переходят друг в друга. Три диагональных состояния $p\bar{p}$, $n\bar{n}$, $\Lambda\bar{\Lambda}$ могут переходить друг в друга, так как все они истинно нейтральны. Из них можно построить три линейных суперпозиции. Прежде всего это суперпозиция с изотопическим спином I, равным 1

$$\Phi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(p\bar{p} - n\bar{n}).$$

---

* Лекция записана В. Колкуновым и Г. Кузнецовым.

Две другие, Φ_2 и Φ_3, должны иметь $I = 0$, и так как $p\bar{p} + n\bar{n}$ и $\Lambda\bar{\Lambda}$ обладают $I = 0$, то наиболее общее выражение для Φ_2 и Φ_3 следующее:

$$\Phi_2 = \frac{\alpha}{\sqrt{2}}(p\bar{p} + n\bar{n}) + \beta\Lambda\bar{\Lambda},$$

$$\Phi_3 = \frac{\beta}{\sqrt{2}}(p\bar{p} + n\bar{n}) + \alpha\Lambda\bar{\Lambda}.$$

Легко проверить, что состояния Φ_1, Φ_2 и Φ_3 ортогональны:

$$(\Phi_1, \Phi_2) = (\Phi_1, \Phi_3) = (\Phi_2, \Phi_3) = 0.$$

Коэффициенты α и β определяются свойствами сильного взаимодействия между p, n, Λ; они удовлетворяют условию нормировки

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1.$$

Рассмотрим квантовые числа барион-антибарионных состояний. Этими квантовыми числами являются орбитальный момент бариона и антибариона, их суммарный спин j, четность P и, наконец, главное квантовое число n. Классификация барион-антибарионных состояний в этом отношении полностью совпадает с классификацией уровней атома позитрония. Так как четности фермиона и антифермиона противоположны, то полная четность P системы с $I = 0$ и $j = 0$ отрицательна, и этим квантовым числам отвечают псевдоскалярные частицы — π- и K-мезоны. В случае, когда $I = 0$ и $j = 1$, возникает девять векторных частиц. Состояния с $I \neq 0$, могут соответствовать скалярным, аксиально-векторным и тензорным мезонам и т. д.

Заметим, что такая двухчастичная модель мезонов позволяет в ряде случаев установить связь между зарядовой четностью частицы, ее моментом j и пространственной четностью P. Зарядовая четность пары барион-антибарион равна $C = (-1)^{I+j}$, пространственная четность равна $P = (-1)^{j+1}$. Для скалярных состояний $I = j = 0$, для псевдоскалярных $I = j = 1$, и, следовательно, зарядовая четность этих состояний положительна ($C = +1$). Для векторных состояний $I = 0$, $j = 1$ и, следовательно, зарядовая четность аксиальных мезонов может быть любой, так как возможны два типа таких мезонов с $I = 1$, $j = 0$ и с $I = 1$, $j = 1$.

Рассмотрим теперь более подробно псевдоскалярные мезоны. Из девяти состояний рис. 1 на опыте обнаружены пока только 7: 3 π-мезона (π^0-мезон отвечает состоянию Φ_1), и 4 K-мезона (причем, псевдоскалярность последних пока на опыте не доказана!). Два псевдоскалярных мезона типа Φ_2 и Φ_3, которые мы будем обозначать σ_1 и σ_2, пока не обнаружены. Это должны быть нейтральные псевдоскалярные мезоны с $I = 0$.

Так как σ-мезоны не входят в уже известные изотопические мультиплеты, то о их массе ничего сказать нельзя, если не делать дополнительных гипотез. Такой дополнительной гипотезой является

гипотеза унитарной симметрии сильного взаимодействия, к обсуждению которой мы сейчас переходим.

На языке модели Сакаты унитарная симметрия означает, что сильные взаимодействия p, n и Λ одинаковы, а их массы равны, т. е. 3 фундаментальных бариона считаются эквивалентными. На первый взгляд кажется, что это предположение радикально противоречит опыту. Однако есть основания считать, что в действительности различия между нуклонами и Λ-гипероном невелики. Действительно, относительная разность масс нуклонов и Λ-частиц мала: $\frac{\Delta m}{m} \approx \frac{1}{6} \ll 1$. Возможно, что сильные взаимодействия нуклонов и Λ на малых расстояниях отличаются не больше, чем их массы.

Легко видеть, что в приближении унитарной симметрии массы π и K должны быть равны. На самом деле массы π- и K-мезонов различны: $m_\pi \simeq 140$ Мэв, $m_K \simeq 490$ Мэв. Однако, если вместо масс мезонов рассмотреть энергию связи ε бариона и антибариона, образующих мезон, то окажется, что $\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \ll 1$.

Итак, допустим, что унитарная симметрия имеет место. Тогда π- и K-мезоны входят в один и тот же унитарный мультиплет. Мы можем выбрать коэффициенты α и β в Φ_2 и Φ_3 так, чтобы один из σ-мезонов (σ_1) принадлежал к тому же унитарному мультиплету, что и π- и K-мезоны. Другой σ-мезон (σ_2) будет представлять при этом унитарный синглет. Унитарный синглет должен быть полностью симметричен относительно p, n и Λ

$$\sigma_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} (p\bar{p} + n\bar{n} + \Lambda\bar{\Lambda}).$$

Из требования ортонормированности состояний σ_2 и σ_1 и π^0 легко получить, что

$$\sigma_1 = \frac{1}{\sqrt{6}} [(p\bar{p} + n\bar{n}) - 2\Lambda\bar{\Lambda}].$$

Покажем, что такой σ_1-мезон действительно принадлежит к унитарному π- и K-мезонному мультиплету и, следовательно,

$$m_{\sigma_1} = m_\pi = m_K.$$

Барион-антибарионные состояния в модели Сакаты удобно описывать на языке графиков. Эти графики можно разбить на 2 класса: а) типа рассеяния и б) типа аннигиляции (см. рис. 2). Вклад первых мы будем обозначать через „a", вклад вторых — через „b".

Заряженным мезонам отвечают только графики рассеяния. Например, π^+-мезон описывается графиком (рис 3) и ему отвечает амплитуда „a".

Нейтральные мезоны, например π^0-мезон, представляются графиками обоих типов. Однако, если учесть, что амплитуда перехода

$p\bar{p} \to p\bar{p}$ равна амплитуде $n\bar{n} \to n\bar{n}$ и равна $a + b$, а амплитуда переходов $p\bar{p} \rightleftarrows n\bar{n}$ равна b, то легко убедиться, что π^0-мезону также отвечает амплитуда, равная a:

$$\left\langle \frac{1}{\sqrt{2}}(p\bar{p} - n\bar{n}) \middle| \frac{1}{\sqrt{2}}(p\bar{p} - n\bar{n}) \right\rangle = a + b - b = a.$$

Рис. 2.

Рассмотрим теперь σ-мезоны. Если учесть, что в силу унитарной симметрии амплитуда перехода $\Lambda\bar{\Lambda} \to \Lambda\bar{\Lambda}$ равна $a + b$, а амплитуды переходов $\Lambda\bar{\Lambda} \rightleftarrows p\bar{p}$ и $\Lambda\bar{\Lambda} \rightleftarrows n\bar{n}$ равны b, то нетрудно проверить, что σ_1-мезону отвечает амплитуда, равная a, а σ_2-мезону — амплитуда, равная $a + 3b$. Мы видим, таким образом, что амплитуда σ_1-мезона совпадает с π-мезонной и K-мезонной амплитудами и 8 мезонов σ_1, π, K образуют унитарный октет.

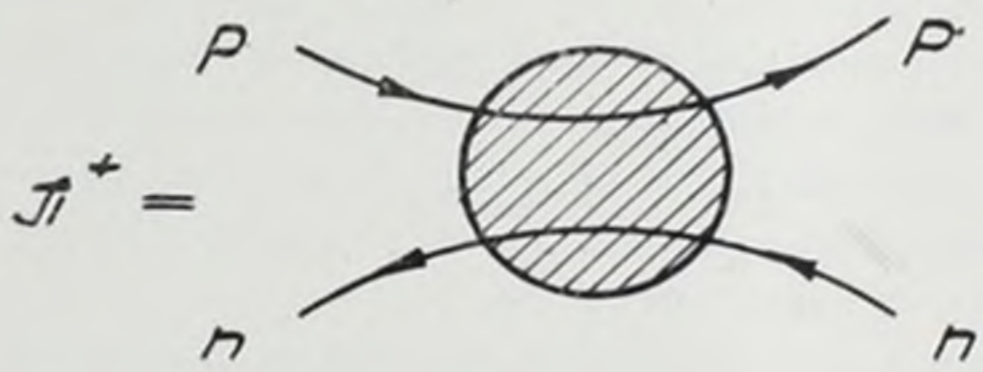


Рис. 3.

Если в природе унитарная симметрия нарушается не очень сильно, то энергии связи барион-антибарионных пар для этих мезонов должны быть близки и масса σ_1-мезона не должна превышать величины порядка 1 Бэв'а. При этом наиболее вероятными схемами распада для σ_1-мезона являются:

$$\sigma_1 \to 2\gamma, \quad \sigma_1 \to \pi^+ + \pi^- + \gamma$$

и, возможно, $\sigma_1 \to 4\pi$ (распад $\sigma_1 \to 2\pi$ запрещен сохранением P-четности; распад $\sigma_1 \to 3\pi$ запрещен сохранением G-четности).

Поиски σ_1-мезона на опыте представляют очень большой интерес с точки зрения проверки гипотезы унитарной симметрии.

Амплитуда σ_2-мезона не равна амплитудам мезонов, входящих в октет, σ_2-мезон представляет собой унитарный синглет и о возможной величине его массы мы ничего сказать не можем.

Аналогично псевдоскалярным мезонам, векторные мезоны также должны группироваться в унитарный октет и унитарный синглет. Ориен-

тировочно можно предложить, что в унитарный октет входят ρ-, ω- и K^*-мезоны, а унитарный синглет представляет η-мезон.

Перейдем к барионам. Очевидно, что наиболее простыми барионными состояниями являются трехчастичные состояния.

Из трех фундаментальных полей p, n, Λ можно построить $3^3=27$ трехчастичных барионных состояний. Построение удобно иллюстрировать следующей пространственной схемой (рис. 4): по осям 1, 2 отложены p, n, Λ, по оси 3 соответствующие античастицы. Каждому барионному состоянию, образованному из трех частиц, в данной схеме соответствует точка. 27 барионов разбиваются на четыре унитарных мультиплета: $27 = 15 + 3 + 6 + 3$. При этом два первых мультиплета $(15 + 3)$ симметричны относительно перестановки фундаментальных барионов, а два вторых $(6 + 3)$ — антисимметричны.

Рис. 4.

Эти мультиплеты содержат как восемь обычных барионов, так и барионные резонансы. Однозначная интерпретация барионных состояний в терминах унитарных мультиплетов в настоящее время невозможна по двум причинам. Во-первых, экспериментальные данные, относящиеся к барионам, очень бедны (в частности, неизвестны спины и четности целого ряда частиц). Во-вторых, есть основания думать, что для „составных" барионов унитарная симметрия должна нарушаться значительно сильнее, чем для мезонов.

Если отнестись к унитарной классификации барионов серьезно, то можно получить целый ряд интересных предсказаний.

Стандартным способом легко получить, что унитарные „супермультиплеты" следующим образом разбиваются на обычные изотопические мультиплеты:

$$15 = 2^{-2} + 1^{-1} + 3^{-1} + 2^{0} + 4^{0} + 3^{+1},$$

$$3 = 1^{-1} + 2^{0},$$

$$6 = 3^{-1} + 2^{0} + 1^{+1},$$

$$3 = 1^{-1} + 2^{0}.$$

Здесь цифра обозначает число частиц в изотопическом мультиплете, а верхний индекс — странность. Из этого разбиения видно, что дублет с $S = -1$ и квартет с $S = 0$ входят в один супермультиплет. Если отождествить квартет с известным нуклонным резонансом $I = \frac{3}{2}$, $j = \frac{3}{2}$, а дублет с Ξ-гиперонами, то спин Ξ-гиперона должен

также равняться $j=\frac{3}{2}$. Если же спин Ξ-гиперона равен $j=\frac{1}{2}$, то должна существовать нуклонная изобара с $I=\frac{3}{2}$ и $j=\frac{1}{2}$.

Обращают на себя внимание два резонанса 3^{+1} и 1^{+1}, которые должны проявляться в рассеянии K^+-мезонов нуклонами, и существование которых пока не подтверждается опытными данными.

В настоящее время неясно, образуют ли физические Λ, p, n отдельный триплет одночастичных барионов или входят в число 27 трехчастичных барионов. В последнем случае все сильновзаимодействующие частицы были бы в равной мере неэлементарны.

Унитарная симметрия приводит к ряду соотношений между сечениями различных процессов, экспериментальная проверка которых очень интересна. Целый ряд таких соотношений может быть получен с помощью диаграммы, которую можно назвать „унитарные часы" (рис. 5).

Рис. 5.

На этой диаграмме мезоны расположены между образующими их барионами. В силу унитарной симметрии „часы" симметричны относительно трех осей: $\Lambda\bar{\Lambda}$, $p\bar{p}$, $n\bar{n}$.

Симметрия относительно оси $\Lambda\bar{\Lambda}$ — это обычная зарядовая симметрия, которая приводит к хорошо известным равенствам, как, например,

$$\sigma(\pi^+ p)=\sigma(\pi^- n).$$

Симметрия относительно осей $\bar{n}n$ и $\bar{p}p$ приводит к ряду нетривиальных соотношений.

Рассмотрим три группы мезон-барионных пар: „ближние", „средние" и „дальние" (см. рис. 5). Каждая из этих групп содержит шесть пар:

1. K^+p, π^+p, K^0n, π^-n, $K^-\Lambda$, $\bar{K}^0\Lambda$.
2. K^0p, $\bar{K}^0p$, K^+n, K^-n, $\pi^-\Lambda$, $\pi^+\Lambda$.
3. π^-p, K^-p, $\bar{K}^0n$, π^+n, $K^0\Lambda$, $K^+\Lambda$.

В силу симметрии „часов" сечения упругих реакций для всех пар данной группы должны быть равны друг другу. Так, например,

$$\sigma(K^-p\to K^+p)=\sigma(\pi^+p\to\pi^-p)=\cdots,$$

$$\sigma(K^0p\to K^0p)=\sigma(\bar{K}^0p\to\bar{K}^0p)=\cdots,$$

$$\sigma(\pi^-p\to\pi^-p)=\sigma(K^-p\to K^-p)=\cdots$$

То же относится и к соответствующим полным сечениям. Кроме того, должны равняться друг другу сечения неупругих переходов между парами одной группы, например:

$$\sigma(\bar{K}^0 p \to \pi^+ \Lambda) = \sigma(K^0 p \to K^+ n),$$

$$\sigma(\pi^- p \to K^0 \Lambda) = \sigma(\pi^+ n \to K^+ \Lambda).$$

Если воспользоваться хорошо известным методом Шмушкевича, то легко получить соотношения между сечениями реакций с участием нейтральных мезонов (σ_1^0 и π^0), например:

$$\sigma(\pi^- p \to \pi^0 n) + \sigma(\pi^- p \to \sigma_1^0 n) = \sigma(K^- p \to \pi^0 \Lambda) + \sigma(K^- p \to \sigma_1^0 \Lambda).$$

Можно думать, что все эти унитарные соотношения будут выполняться при больших энергиях и больших переданных импульсах (порядка нескольких Бэв).

При малых энергиях или при малых переданных импульсах унитарные соотношения, безусловно, должны нарушаться из-за разности масс π- и K-мезонов и связанного с этой разностью масс различия в порогах и в периферийных взаимодействиях для пионных и K-мезонных реакций.

В заключение следует подчеркнуть, что унитарная симметрия, рассмотренная в этой лекции в рамках составной модели Сакаты, не связана с наглядными представлениями о фундаментальных и составных частицах, а имеет более общий групповой смысл.

А. И. ЛАРКИН

О ВОЗМОЖНОЙ СВЯЗИ РЕЗОНАНСОВ С ПОРОГАМИ

Резонансы в реакциях рассеяния и рождения частиц означают, что в промежуточном состоянии образуется сравнительно долгоживущая система — „компаунд-ядро". Во многих случаях эту систему можно рассматривать как связанное состояние двух частиц. Взаимодействие, приводящее к образованию такого состояния, грубо можно разбить на периферическое, обусловленное обменом π-мезонами, и внутреннее, связанное с обменом более тяжелыми частицами. Если связанное состояние образовано за счет внутреннего взаимодействия, энергия связи, вообще говоря, будет порядка массы частиц, как в Ферми-Янговской модели π-мезона, и само понятие связанного состояния требует уточнения. С другой стороны, в случае, если периферическое взаимодействие является притягивающим, можно думать, что образование связанного состояния со сравнительно небольшой энергией связи довольно вероятно. Действительно, квантово-механическое условие существования уровня для частицы приведенной массы M при взаимодействии через потенциал U радиуса a имеет вид

$$MUa^2 \gtrsim 1. \qquad (1)$$

Если принять для оценки периферического взаимодействия $a \sim m_\pi^{-1}$, $U \sim m_\pi$, то критерий (1) выполнен для частиц тяжелее π-мезона. Поскольку энергия связи E очевидно меньше глубины ямы, величина $E < m_\pi$. Поэтому можно ждать существования ряда резонансов, расположенных немного ниже порога рождения тяжелых бозонов и представляющих собой сравнительно слабосвязанные системы бозон-барион. Если оказывается, что энергия связи мала, т. е. осуществляется „дейтонный" случай, то положение и ширину резонанса можно выразить через характеристики сечения рождения частиц выше порога.

Количественно рассмотрение таких околопороговых многоканальных реакций облегчается, если учесть физические требования унитарности, временной обратимости и аналитичности матрицы рассеяния S. Особенно просто эти требования учитываются, если ввести матрицу реакции R, связанную с S и амплитудой рассеяния T формулами

$$S = 1 + 2i\delta(E - E_{in})\,\rho^{-1/2}T'\rho^{-1/2},$$
$$R' = T' - iR'T'. \tag{2}$$

Здесь матричные элементы ρ_i диагональной матрицы ρ представляют собой статистические веса в соответствующих каналах (см. лекцию Б. Л. Иоффе). Так для системы фермион-бозон в состоянии с определенным моментом и четностью

$$\rho_i = \frac{M_i}{\pi E_i} k_i, \tag{3}$$

где k_i — относительный импульс в с. ц. и., M_i — масса фермиона и E_i — полная энергия в i-м канале. Сечение перехода из состояния i в состояние j при моменте J связано с T' соотношением

$$\sigma(i \to j) = \frac{4\pi}{k_1^2}(J + 1/2)|\langle i|T'|j\rangle|^2. \tag{4}$$

Условия временной обратимости и унитарности S-матрицы означают, что R-матрица (2) должна быть симметричной и вещественной; это условие существенно проще сложного нелинейного условия унитарности $|S|^2 = 1$. Кроме того, можно показать [1], что в отличие от S-матрицы, матрица $R = \rho^{-1/2}R'\rho^{-1/2}$ не имеет особенностей по энергии в точках порога, так что вся зависимость от энергии дается здесь статистическим весом $\rho_i \sim k$ околопороговых частиц, а аналитическое продолжение амплитуд в область ниже порога осуществляется заменой $k \to i|k|$.

Пусть в данной реакции возможны только два канала. Тогда, выделяя зависимость от околопорогового импульса k, запишем R-матрицу в виде

$$R' = \begin{pmatrix} \alpha & \beta k^{1/2} \\ \beta k^{1/2} & k/\varkappa \end{pmatrix}, \tag{5}$$

где α, β, $\varkappa$-вещественны. При этом амплитуды рассеяния имеют вид

$$T = \frac{1}{(1 - i\alpha)\left(1 - i\frac{k}{\varkappa}\right) + \beta^2 k} \begin{pmatrix} \alpha\left(1 - i\frac{k}{\varkappa}\right) + i\beta^2 k, & \beta k^{1/2} \\ \beta k^{1/2}, & \frac{k}{\varkappa}(1 - i\alpha) + i\beta^2 k \end{pmatrix}. \tag{6}$$

При отсутствии связи между каналами ($\beta = 0$) R-матрица диагональна, и ее матричные элементы, как легко видеть из (2), равны тангесам фаз рассеяния.

Из формулы (6) видно, что резонансный знаменатель является общим для всех каналов. Можно показать, что структура формулы (6) не изменится и при большем числе каналов. Во всех каналах будет резонансный сомножитель, который, переобозначив постоянные, запишем в виде

$$f \sim \frac{1}{\varkappa - ik}. \tag{7}$$

Теперь $\varkappa$ — комплексная величина, и мнимая часть ее пропорциональна связи между каналами.

Изложенный метод был развит Далицем и Туэном [2] для анализа $\bar{K}$-N-взаимодействия при малых энергиях. В работе Базя, Вакса и моей [3] этот метод применялся для феноменологического анализа явлений вблизи ΣK-порога. Экспериментальные данные [4] по сечению рождения ΣK в реакции $\pi N \to \Sigma K$ с изотопическим спином 1/2 вблизи порога укладываются на кривую $\sigma \sim \frac{k}{k^2 + \varkappa^2}$ с $|\varkappa| \sim 140$ Мэв/с., т. е. амплитуда имеет вид (7). Это означает, что в системе ΣK имеется реальный ($\varkappa < 0$) или виртуальный ($\varkappa > 0$) уровень. Знак $\varkappa$ нельзя определить из данных о сечении рождения ΣK и для его определения использовались данные (4) по сечению реакции $\pi N \to \Lambda K$ в области ΣK-порога; при этом считалось, что в этой области весь энергетический ход сечения определяется зависимостью амплитуды от *относительного* импульса Σ и K, так как импульсы ΛK и πN в этой узкой области меняются *относительно* мало. Существующие данные можно согласовать только при отрицательном знаке $\varkappa$. Это значит, что ΣK образуют реальное связанное состояние, которое должно проявляться как резонанс при образовании ΛK. Формально это следует из того, что в амплитуде рождения ΛK имеется слагаемое, имеющее вид (7). Ниже порога ΣK относительный импульс является мнимым и в (7) следует заменить $k = i|k|$.

Слагаемое (7) дает в сечении Брейт-Вигнеровский член $[(|k| + \mathrm{Re}\,\varkappa)^2 + (\mathrm{Im}\,\varkappa)^2]^{-1}$. Резонанс находится при $|k| = -\mathrm{Re}\,\varkappa \simeq 140$ Мэв/с, что соответствует энергии связи ΣK, равной $E = \varkappa^2/2M_{эф} \simeq 30$ Мэв. Ширина резонанса определяется мнимой частью $\varkappa$, которую можно определить по наклону кривой сечения $\pi N \to \Lambda K$ в точке ΣK порога. Данные работы [4] позволяют сделать очень грубую оценку и дают для полуширины $\Gamma/2 \sim 15$ Мэв. Этот резонанс должен проявляться и в реакциях упругого и неупругого рассеяния π на нуклоне, но в этих реакциях резонанс наблюдать очень трудно, так как его надо искать на фоне большого потенциального рассеяния. Кроме того, можно думать, что связанное состояние ΣK с большей вероятностью распадается на ΛK, чем на πN.

Обсудим теперь какие другие резонансы могут быть связаны с пороговыми эффектами. Из данных [5] по фоторождению $\gamma p \to \Lambda K$ можно думать, что виртуальный или реальный уровень существует в ΛK-системе. Если предположить, что нестабильные мезоны ω и K^* могут образовывать с нуклоном связанное состояние, то третий πN-резонанс с $T_\pi = 900$ Мэв можно рассматривать как связанное состояние N и ω с энергией связи 40 Мэв, а $K^- p$-резонанс Λ^* — с массой 1812 Мэв как связанное состояние NK^* с энергией связи 11 Мэв.

Если относительный орбитальный момент нуклона и мезона в связанном состоянии равен нулю, то спин этих резонансов не может быть выше 3/2. Было бы очень интересно изучить энергетический ход сечений рождения нестабильных мезонов вблизи их порогов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Б. Л. Иоффе* (стр. 148 настоящего сборника).
2. *R. Dalitz, S. Tuan*, Ann. Phys. 8, 100 (1959).
3. *А. И. Базь, В. Г. Вакс, А. И. Ларкин*, ЖЭТФ (в печати).
4. *S. Wolf* et al., Rev. Mod. Phys., 33, 439 (1961).
5. *E. Turkot*, Proc. X Ann. Rochester Conf., 369 (1960).

Б. Л. ИОФФЕ

МАТРИЦА РЕАКЦИИ

В настоящей лекции* будет изложена теория матрицы рассеяния, которая позволяет простым способом подойти к определению амплитуды рассеяния, используя условия аналитичности и унитарности. Мы будем исследовать реакции перехода двух частиц в две, причем будем считать, что эти частицы не имеют спина. Пусть пары частиц $a+b$, $c+d$, $e+f\cdots$ могут переходить друг в друга, образуя всевозможные каналы рассматриваемого процесса. Введем матрицу рассеяния S так, что, например, матричный элемент S, соответствующий переходу $a+b\to c+d$, будет обозначаться как

$$S_{ab\to cd}. \tag{1}$$

Знание S-матрицы дает полную информацию об амплитуде процесса. Будем работать с амплитудой, соответствующей определенному орбитальному моменту l (парциальная амплитуда). Рассмотрим случай $l=0$, обобщение на случай произвольных l производится элементарно. Для дальнейшего удобно ввести матрицу ρ

$$\rho=\begin{pmatrix} \rho_1 & 0\cdots 0 \\ 0 & \rho_2\cdots 0 \\ \cdots\cdots & \\ 0 & 0\cdots\rho_n \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где $\rho_1, \rho_2, \cdots \rho_n$ — величины, пропорциональные статистическому весу,

$$\rho_i=\frac{k_i}{\sqrt{s}}.$$

Здесь s — квадрат полной энергии обеих частиц в системе ц. м.

$$s=(E_a+E_b)^2=(E_c+E_d)^2\cdots,$$

k_i — импульс частицы в этой же системе, i — номер канала реакции.

Например для пары частиц a, b

$$k_i=\frac{1}{2\sqrt{s}}\sqrt{[s-(m_a-m_b)^2][s-(m_a+m_b)^2]}. \tag{3}$$

Если $m_a=m_b=m$, то это выражение переходит в

* Лекцию записали Е. Д. Жижин и В. Д. Михайлов.

$$k_i = \frac{1}{2}\sqrt{s - 4m^2}. \tag{4}$$

S-матрица удовлетворяет условию унитарности $SS^+ = 1$, смысл которого состоит в том, что сумма вероятностей всех процессов сохраняется. Введем вместо матрицы S матрицу T, которая непосредственно связана с амплитудой перехода

$$S = 1 + 2i\rho^{1/2}T\rho^{1/2}. \tag{5}$$

Условие унитарности для T имеет вид

$$T - T^+ = 2iT\rho T^+. \tag{6}$$

Диагональный элемент S-матрицы выражается через фазу рассеяния δ известным образом $S_{ll} = e^{2i\delta_l}$.

Диагональный элемент матрицы T просто связан с амплитудой рассеяния $f = \left(\frac{1}{k}\right) e^{i\delta}\sin\delta$

$$T_{ll} = \frac{1}{2i\rho_l}(S_{ll} - 1) = \frac{1}{\rho_l} e^{i\delta}\sin\delta = \sqrt{s}\, f_{ll}. \tag{7}$$

Если реакция идет только по одному каналу, то условие (6) запишется в виде

$$T - T^* = 2i\frac{k}{\sqrt{s}}|T|^2. \tag{8}$$

Из условия унитарности (8) следует хорошо известное соотношение

$$\operatorname{Im} f = k|f|^2.$$

Рассмотрим T как функцию комплексного переменного s. Она аналитична во всей комплексной плоскости, за исключением двух разрезов по действительной оси $s > s_0$ и $s < s_1$ (рис. 1).

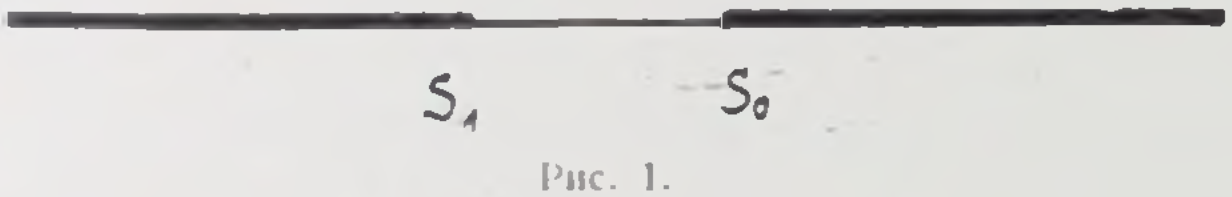


Рис. 1.

Правый разрез идет из точки $s_0 = (m_a + m_b)^2$ до ∞ и определяется кинематикой реакции. Левый разрез начинается в точке s_1 (зависящей от характера взаимодействия) и идет до $-\infty$. Правый разрез иногда называют кинематическим, левый — динамическим. Возникновение левого разреза легко понять на следующем простом примере. Пусть при упругом рассеянии частицы (например нуклоны) могут обмениваться мезоном с массой μ. Тогда амплитуда рассеяния содержит полюсной член, пропорциональный

$$\frac{1}{(q^2 - \mu^2)},$$

где q^2 — квадрат передаваемого при рассеянии импульса. Для частиц

с одинаковой массой $q^2 = -2k^2(1-\cos\theta)$. В парциальной амплитуде рассеяния с моментом l за счет этого члена возникнет выражение

$$\int_{-1}^{1} d\cos\theta \frac{1}{2k^2(1-\cos\theta)+\mu^2} P_l(\cos\theta) = \frac{1}{k^2} Q_l\left(1+\frac{\mu^2}{2k^2}\right), \quad (9)$$

где $P_l(z)$ и $Q_l(z)$ — функции Лежандра 1 и 2-го рода. Если (9) продолжать аналитически на отрицательные k^2, то при $k^2 = -\mu^2/4$ (и $\cos\theta = -1$) знаменатель в левой части (9) обратится в нуль и функция будет иметь особенность. Таким образом, за счет полюсного члена в парциальной амплитуде возникает разрез по k^2 от $k^2 = -\mu^2/4$ до $-\infty$. В том случае, когда частицы обмениваются не одним мезоном, а несколькими, положение аналогично, с той лишь разницей, что ближайшая левая особенность возникнет не за счет полюса, а за счет разреза в дисперсионном соотношении для амплитуды рассеяния по q^2. Соотношения (6), (8) надо понимать, как предел при s, стремящемся к разрезу сверху, т. е. $T \equiv T(s+i\varepsilon)$, где ε — малая вещественная добавка.

При аналитическом продолжении функции $T(s)$ в комплексную плоскость имеет место соотношение $T^*(s^*) = T(s)$. В самом деле, как известно, на отрезке действительной оси между точкам s_1 и s_0 (см. рис. 1) $T(s)$ вещественна (рассматривается случай неперекрывающихся разрезов). Согласно теореме Римана-Шварца, аналитическую функцию, заданную в области выше действительной оси и действительную на некотором отрезке действительной оси, можно аналитически продолжить на всю комплексную плоскость с помощью соотношения

$$T(s^*) = T^*(s). \quad (10)$$

Из (8) и (10) получим

$$T(s+i\varepsilon) - T(s-i\varepsilon) = 2i\frac{k}{\sqrt{s}}|T|^2. \quad (11)$$

Отсюда видно, что T испытывает скачок на разрезе.

Введем теперь матрицу R таким образом, чтобы она не испытывала на разрезе скачка, т. е. чтобы для нее выполнялось соотношение

$$R - R^+ = 0. \quad (12)$$

Покажем, что R-матрица, определенная следующим образом

$$\rho^{1/2} R \rho^{1/2} = \frac{1}{i}\frac{S-1}{S+1}, \quad (13)$$

удовлетворяет этому условию.

Действительно

$$\left(\frac{1}{i}\frac{S-1}{S+1}\right)^+ = -\frac{1}{i}\frac{S^+-1}{S^++1} = \frac{1}{i}\frac{S-1}{S+1},$$

так как $S^+ = S^{-1}$. Легко получить связь между матрицами R и T

$$(1 - iR\rho)T = R \tag{14}$$

или

$$T = (1 - iR\rho)^{-1}R.$$

Кроме свойства эрмитовости (10), матрица R обладает еще свойствами симметрии

$$R_{ik} = R_{ki}, \tag{15}$$

которое вытекает из симметрии матрицы рассеяния $S_{ik} = S_{ki}$, связанной с инвариантностью относительно обращения времени. Используя (12) и (15), получаем

$$R^*(s) = R(s). \tag{16}$$

Чтобы аналитически продолжить R, можно воспользоваться соотношением (14). Для этого необходимо осуществить аналитическое продолжение $\rho(s)$. Покажем, что

$$\rho^*(s^*) = -\rho(s). \tag{17}$$

Определим корень $\sqrt{s-(m_a+m_b)^2}$, входящий в ρ, таким образом, что $0 < \arg\sqrt{s-(m_a+m_b)^2} < \pi$ и аргумент корня равен нулю на верхнем берегу и π — на нижем берегу правого разреза. Корень $\sqrt{s-(m_a-m_b)^2}$ определим так, что $-\frac{\pi}{2} < \arg\sqrt{s-(m_a-m_b)^2} < \frac{\pi}{2}$ и аргумент корня равен $-\frac{\pi}{2}$ на нижнем берегу и $\frac{\pi}{2}$ — на верхнем берегу левого разреза. Пусть s лежит в верхней полуплоскости. Тогда $\sqrt{s-(m_a+m_b)^2} = \alpha_1 e^{i\varphi_1}$, $\sqrt{s-(m_a-m_b)^2} = \alpha_2 e^{i\varphi_2}$, $0 < \varphi_1 < \frac{\pi}{2}$, $0 < \varphi_2 < \frac{\pi}{2}$ и $\rho(s) = \left(\frac{1}{2s}\right)\alpha_1\alpha_2 e^{i(\varphi_1+\varphi_2)}$.

При этом

$$\rho(s^*) = \left(\frac{1}{2s^*}\right)\sqrt{[s^*-(m_a+m_b)^2][s^*-(m_a-m_b)^2]} =$$

$$= \left(\frac{1}{2s^*}\right)\alpha_1\alpha_2 e^{\frac{i}{2}(2\pi-2\varphi_1)} e^{-i\varphi_2} = -\rho^*(s),$$

если учесть, что при извлечении корня из $s^*-(m_a+m_b)^2$ к фазе этого выражения нужно прибавить 2π для того, чтобы аргумент корня лежал в пределах от нуля до π. Аналогично можно рассмотреть случай, когда s лежит в нижней полуплоскости.

Из (17) и (14) получаем

$$R^*(s^*) = T^*(s^*) + iR^*(s^*)\rho^*(s^*)T^*(s^*) = T(s) - iR^*(s^*)\rho(s)T(s).$$

Таким образом, $R^*(s^*)$ удовлетворяет тому же соотношению, что и $R(s)$. Отсюда

$$R^*(s^*) = R(s) \tag{18}$$

или

$$R(s^*) = R^*(s). \tag{18'}$$

Подставляя (18′) в (16), получим

$$R(s^*) = R(s).$$

Приняв $s \to s + i\varepsilon$, приходим к равенству

$$R(s - i\varepsilon) = R(s + i\varepsilon), \tag{19}$$

т. е. значения R выше и ниже разреза одинаковы*.

Таким образом, $R(s)$ представляет собой аналитическую функцию в комплексной плоскости s, удовлетворяющую, кроме того, условию унитарности. Это дает возможность в общем виде получать решения задач на основе условий аналитичности и унитарности (для тех случаев, когда можно ограничиться двухчастичным приближением). Рассмотрим теперь различные применения теории R-матрицы.

1. Одноканальные реакции

Рассмотрим одноканальный случай, что соответствует упругому рассеянию двух частиц. При этом соотношение (14) приобретает вид

$$T(s) = \frac{R(s)}{|1 - ipR(s)|}, \tag{20}$$

где R и p — числовые функции, причем $R(s)$ не имеет разрезов, но может иметь полюса в комплексной плоскости.

Действительно

$$R(s) = \frac{T(s)}{|1 + ipT(s)|}. \tag{21}$$

Поскольку $T(s)$ — не имеет особенностей в комплексной плоскости (кроме действительной оси), то $R(s)$ может иметь особенности только там, где знаменатель (21) обращается в нуль, т. е. $R(s)$ может иметь только полюса.

1) Возьмем простейшее выражение для R: $R = a$ (a — действительно).

Тогда

$$T(s) = \frac{a}{1 - ipa} \qquad f(s) = \frac{1}{\sqrt{s}} T(s) = \frac{a}{\sqrt{s} - ika} = \frac{1}{\frac{\sqrt{s}}{a} - ik},$$

при этом в нерелятивистском случае $\sqrt{s} = m_a + m_b = M$,

$$f = \frac{1}{\frac{M}{a} - ik} = \frac{i}{k + i\alpha}, \quad \text{где} \quad \alpha = \frac{M}{a}.$$

Это выражение имеет тот же вид, что и амплитуда рассеяния ней-

* Это соотношение имеет место только на двухчастичном разрезе. Левый и многочастичный разрез, вообще говоря, остаются.

трона на протоне для случая, когда имеется либо виртуальный, либо реальный уровень. Действительно, рассмотрим два случая.

а) $\alpha > 0$. Амплитуда рассеяния имеет полюс в точке $k = -i\alpha$. При этом аргумент корня отрицательный и, следовательно, лежит на втором листе римановой поверхности, что соответствует виртуальному уровню системы n-p в синглетном состоянии.

б) $\alpha < 0$. Полюс находится на действительной оси, что соответствует связанному состоянию (дейтону).

2) Пусть $R(s) = \dfrac{-a}{(s - s_0)}$. Из соотношения (16) следует, что a и s_0 действительны.

Для f получим выражение

$$f = -\frac{a}{\sqrt{s}\,(s - s_0) + ika}.$$

В нерелятивистском случае

$$s - s_0 = (M + E_{\text{кин.}})^2 - (M + E_0)^2 \approx 2M\,(E_{\text{кин.}} - E_0),$$

$$f = -\frac{a}{2M^2\,(E - E_0) + ika}.$$

Отсюда видно, что выражение для f совпадает с известной формулой Брейта-Вигнера, если положить $\Gamma_{\text{прив.}} = a/M^2$, где $\Gamma_{\text{прив.}}$ есть приведенная ширина уровня, связанная с обычной шириной Γ соотношением

$$\Gamma = k\Gamma_{\text{прив.}}$$

При этом $\Gamma_{\text{прив.}} > 0$, что следует непосредственно из отсутствия полюсов на поверхности Римана (кроме действительной оси). В точке полюса

$$E = E_0 - ik\frac{\Gamma_{\text{прив.}}}{2}$$

и при $\Gamma_{\text{прив.}} > 0$ полюс находится на втором листе.

Отметим, что в случае потенциального рассеяния R имеет особенность далеко влево и соответствующее решение может быть получено из формулы Брейта-Вигнера предельным переходом к большим E_0. При этом левый разрез эффективно заменяется на полюс.

С помощью теории R-матрицы непосредственно может быть рассмотрена задача о рассеянии скалярных мезонов на статическом нуклоне, исследованная Дайсоном, Далицем и Кастильехо иным методом. Действительно, выражение (20) можно записать в виде

$$f(s) = \frac{1}{\left|\dfrac{\sqrt{s}}{R(s)} - ik\right|}$$

по форме, совпадающей с формулой Дайсона, Далица и Кастильехо.

Можно показать, что функция $\frac{1}{R(s)}$ удовлетворяет тем же условиям, что и соответствующая функция в работе Дайсона, Далица и Кастельехо, т. е. является R-функцией. В частности нули $R(s)$ являются полюсами R-функции.

Иногда бывает полезно рассмотреть аналитические свойства амплитуды на втором листе поверхности Римана. Обозначив амплитуду на втором листе через $T^{(2)}$, получим

$$T^{(2)}(s) = \frac{R(s)}{|1 + i\varrho R(s)|},$$

откуда

$$T^{(2)}(s) = \frac{T^{(1)}(s)}{|1 + 2i\varrho T^{(1)}(s)|}. \tag{22}$$

Из этого выражения видно, что $T^{(2)}$ является аналитической функцией там, где аналитична $T^{(1)}$, но может дополнительно иметь полюса в точках, где обращается в нуль знаменитель в (22).

При этом полюса $T^{(1)}$ располагаются только на действительной оси (дейтон), а полюса типа Брейта-Вигнера и виртуальные полюса вообще отсутствуют на первом листе.

Однако все они являются полюсами $T^{(2)}$-амплитуды на втором листе поверхности Римана и в этом смысле выступают совершенно равноправным образом.

2. Двухканальные реакции

В этом случае мы имеем только две пары частиц. Ими могут быть, например, частицы $\Lambda + \pi$ и $K + N$. При этом возможные каналы реакции суть

$$\pi + \Lambda \to \pi + \Lambda$$
$$K + N \to K + N$$
$$K + N \to \pi + \Lambda$$

Матрица рассеяния S будет в этом случае иметь вид

	$\Lambda + \pi$	$K + N$
$\Lambda + \pi$	$S_{\Lambda\pi\to\Lambda\pi}$	$S_{\Lambda\pi\to KN}$
$K + N$	$S_{KN\to\Lambda\pi}$	$S_{KN\to KN}$

R-матрицу запишем в виде

$$R = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \gamma \end{pmatrix},$$

где α, β, γ аналитические функции.

Матрица ρ имеет вид

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_1 & 0 \\ 0 & \rho_2 \end{pmatrix}.$$

Найдем матричные элементы матрицы T

$$T = \begin{pmatrix} F & G \\ G & K \end{pmatrix}.$$

Будем для конкретности считать, что порог первой реакции лежит ниже порога второй. Уравнения (14) являются системой линейных алгебраических уравнений для определения F, G, K. Приведем решения этой системы

$$F = \frac{\alpha(1 - i\rho_2\gamma) + i\rho_2\beta^2}{(1 - i\rho_1\alpha)(1 - i\rho_2\gamma) + \rho_1\rho_2\beta^2},$$

$$G = \frac{\beta}{(1 - i\rho_1\alpha)(1 - i\rho_2\gamma) + \rho_1\rho_2\beta^2}, \qquad (23)$$

$$K = \frac{\gamma(1 - i\rho_1\alpha) + i\rho_1\beta^2}{(1 - i\rho_1\alpha)(1 - i\rho_2\gamma) + \rho_1\rho_2\beta^2}.$$

Для того чтобы получить F, G, K на втором листе (отвечающем обходу вокруг первой точки ветвления), нужно заменить ρ_1 на $-\rho_1$. Амплитуды на третьем листе (обход вокруг первой и второй точек ветвления) и на четвертом листе (обход вокруг одной второй точки ветвления) получаются путем замен $\rho_1 \to -\rho_1$, $\rho_2 \to -\rho_2$ и $\rho_1 \to \rho_1$, $\rho_2 \to -\rho_2$ соответственно.

Из вида выражения (23) следует, что все 3 амплитуды имеют полюс в одной и той же точке. Если в (23) величина $\beta = 0$, т. е. связь между каналами отсутствует, то амплитуды F и K имеют вид такой же, как в одноканальном случае.

Рассмотрим простейший случай, когда α, β, γ константы. Пусть при этом сначала $\beta = 0$. Тогда

$$K = \frac{\gamma}{1 - i\rho_2\gamma}. \qquad (24)$$

Как и в одноканальном случае, если $\gamma < 0$, то (24) будет описывать амплитуду рассеяния при наличии связанного состояния. Пусть γ таково, что это связанное состояние лежит между порогами первой и второй реакции. Энергия связанного состояния s_0 определится из условия обращения в нуль знаменателя в (24), т. е.

$$-i\rho_2(s_0) = |\rho_2(s_0)| = -\gamma. \qquad (25)$$

Включим теперь связь между каналами $\beta \neq 0$. При этом связанное состояние перестанет быть стабильным, поскольку для него окажется возможным распад через первый канал, т. е. возникнет резонанс, ширина которого будет тем меньше, чем меньше связь между каналами β. Для того чтобы убедиться в этом, напишем выражение (23) для амплитуды рассеяния в первом канале F и подставим в него вместо γ (25). Получим

$$F = \frac{\alpha\left(1 + \frac{i\rho_2}{|\rho_2^0|}\right) + i\rho_2\beta^2}{(1 - i\rho_1\alpha)\left(1 + \frac{i\rho_2}{|\rho_2^0|}\right) + \rho_1\rho_2\beta^2}, \tag{26}$$

В области между порогами первой и второй реакции $\rho_2 = i|\rho_1|$ и (26) приобретает вид

$$F = \frac{\alpha\left(1 - \frac{|\rho_2|}{|\rho_2^0|}\right) - |\rho_2|\beta^2}{(1 - i\rho_1\alpha)\left(1 - \frac{|\rho_2|}{|\rho_2^0|}\right) + i\rho_1|\rho_2|\beta^2}. \tag{27}$$

Из (27) видно, что в точке s_0, когда $\rho_2 = \rho_2^0$, $F = \frac{i}{\rho_1^0}$, т. е. как следует из (7), фаза рассеяния δ равна $\frac{\pi}{2}$. Из (7) легко найти $\operatorname{ctg}\delta$:

$$\operatorname{ctg}\delta = \frac{1 + i\rho_1 F}{\rho_1 F}. \tag{28}$$

Подставляя (27) в (28), найдем

$$\rho_1 \operatorname{ctg}\delta = \frac{1 - \frac{|\rho_2|}{|\rho_2^0|}}{\alpha\left(1 - \frac{|\rho_2|}{|\rho_2^0|}\right) - |\rho_2|\beta^2}. \tag{29}$$

Как известно, в нерелятивистской теории в случае резонанса типа Брейта-Вигнера

$$k \operatorname{ctg}\delta = -\frac{E - E_0}{\Gamma_{\text{прив.}}/2}. \tag{30}$$

Если разложить ρ_2 вблизи $E = E_0$, то получим

$$|\rho_2| = |\rho_2^0| + \frac{1}{2}|\rho_2^0|\frac{E - E_0}{E_0}. \tag{31}$$

Подставляя (31) в (29) и ограничиваясь неисчезающими при $E \to E_0$ членами, легко увидеть, что в нерелятивистском приближении (29) имеет вид (30), причем для $\Gamma_{\text{прив.}}$ получается выражение

$$\Gamma_{\text{прин.}} = \frac{4E_0\beta^2}{M}|\rho_2^0|,$$

т. е., действительно, ширина пропорциональна β^2.

Таким образом, если во втором канале при $\beta = 0$ существует стабильный уровень, расположенный между первым и вторым порогами, то при включении связи между каналами появляется резонанс в первом канале.

Иным является случай, когда при $\beta = 0$ в первом канале уже существовал резонанс типа Брейта-Вигнера. Тогда он остается и при $\beta \neq 0$. Этому соответствует, например, следующий вид R-матрицы

$$\alpha = -\frac{a}{s - s_0}, \quad \beta = \text{const}, \quad \gamma = \text{const}.$$

Если вычислить $\operatorname{ctg}\delta$ для таких α, β, γ, согласно (28), то он будет иметь вид (30), но приведенная ширина будет определяться так же, как в одноканальном случае $\Gamma_{\text{прив.}} = \frac{a}{M^2}$, и не будет зависеть от связи между каналами.

На вопрос о том, как можно отличить резонансы первого и второго типов, трудно дать определенный ответ. Очевидно, что когда E близко к E_0 и фаза рассеяния описывается приближенной формулой (40), резонансы обоих типов неотличимы. Поэтому отличие между двумя типами резонансов может сказаться лишь на крыльях резонанса, когда $E - E_0 \gtrsim \Gamma$. Но на крыльях резонанса далеко не всегда можно ожидать, чтобы была корректной теория с одним уровнем.

3. Использование R-матрицы для вывода формулы Брейта-Вигнера в многоканальном случае

С помощью R-матрицы легко вывести формулу Брейта-Вигнера в многоканальном случае. Для этого перепишем соотношение (14), обозначив

$$T' = (-ip)^{1/2} T (-ip)^{1/2}, \quad R' = (-ip)^{1/2} R (-ip)^{1/2}, \quad (1 + R')\, T' = R'. \tag{32}$$

Решение системы линейных уравнений (32) имеет вид:

$$T'_{ik} = [\delta_{ik}\Delta - (-1)^{i+k} M_{ik}]/\Delta, \tag{33}$$

где Δ — детерминат матрицы $1 + R'$, M_{ik} миноры Δ. Нас будет интересовать тот случай, когда в амплитуде рассеяния имеется резонанс, т. е. стоящий в знаменателе в (33) детерминат Δ близок к нулю

$$\Delta \sim E - E_0 + i\Gamma/2. \tag{34}$$

Вблизи точки резонанса в числителе в (33) можно положить $E = E_0$, т. е. приближенно считать $\Delta = 0$. Воспользуемся тождеством, доказываемым в теории детерминантов

$$M_{ik} M_{lm} - M_{im} M_{lm} = N_{iklm}\, \Delta, \tag{35}$$

где N_{iklm} — детерминат, получаемый из Δ вычеркиванием строк i, l и столбцов k, m. При $\Delta = 0$ (35) переходит в

$$\frac{M_{ik}}{M_{im}} = \frac{M_{lk}}{M_{lm}}, \tag{36}$$

т. е. отношение $\frac{M_{ik}}{M_{im}}$ не зависит от состояния i (одинаково для любых i). Обозначая это отношение как $\left(\frac{1}{2}\Gamma_{km}\right)^{1/2}$ и полагая для не-

которого конкретного $m = m_0$, $M_{im_0} \equiv \left(\frac{1}{2}\Gamma_{im_0}\right)^{1/2} \equiv \left(\frac{1}{2}\Gamma_i\right)^{1/2}$, $\Gamma^{1/2}_{km_0} \equiv$ $\equiv \Gamma^{1/2}_k$, имеем из (36)

$$M_{ik} = \left(\frac{1}{2}\Gamma_i\right)^{1/2}\left(\frac{1}{2}\Gamma_k\right)^{1/2}. \tag{37}$$

Отсюда выражение для амплитуды приобретает вид

$$T_{ik} = -\rho_i^{-1/2}\rho_k^{-1/2}\frac{\left(\frac{1}{2}\Gamma_i\right)^{1/2}\left(\frac{1}{2}\Gamma_k\right)^{1/2}}{E - E_0 + \frac{i\Gamma}{2}}. \tag{38}$$

Нетрудно проверить, что это выражение удовлетворяет соотношению унитарности (6), если

$$\Sigma\Gamma_i = \Gamma, \tag{39}$$

т. е. если сумма парциальных ширин равна полной ширине. Формулы (38) совместно с условием (39) являются хорошо знакомыми формулами Брейта-Вигнера в многоканальном случае.

Использованный выше метод вывода формулы Брейта-Вигнера может быть непосредственно перенесен на вывод соотношений между полными сечениями различных процессов при больших энергиях в предположении, что поведение амплитуд упругого рассеяния при больших энергиях определяется крайним правым полюсом в комплексной l-плоскости в аннигиляционном канале (см. лекцию Грибова). При этом вывод становится даже более строгим, поскольку в выражение для полного сечения при больших энергиях входит вычет амплитуды, взятый в точке полюса в комплексной l-плоскости, т. е. детерминант в (33) строго обращается в нуль.

4. Приложение метода R матрицы к задаче о формфакторе π-мезона

Рассмотрим электромагнитный формфактор π-мезона, причем будем учитывать только взаимодействие двух π-мезонов. Диаграмма, описывающая электромагнитный формфактор π-мезона, изображена на рис. 2. I-и R-матрицы могут быть представлены в виде двухрядных матриц, в которых первый канал — γ-квант, второй канал — два π-мезона.

Рис. 1.

Наша цель будет состоять в том, чтобы получить выражение для формфактора через амплитуду π-π-рассеяния.

Матрица T с точностью до e^2 имеет вид

	γ	$\pi\pi$
γ	0	eF
$\pi\pi$	eF	$T_{\pi\pi}$

Здесь $T_{\pi\pi}$ — амплитуда $\pi\pi$-рассеяния, $F(q^2)$ — электромагнитный формфактор π-мезона, q^2 — квадрат передаваемого импульса. Матрицу R можно записать так

	γ	$\pi\pi$
γ	0	$e\beta$
$\pi\pi$	$e\beta$	$\varkappa$

где β и $\varkappa$ некоторые аналитические функции в комплекной плоскости q^2.

Функции β и $\varkappa$ не имеют двухчастичного разреза, т. е. они аналитичны в интервале $4\mu^2 < q^2 < 16\mu^2$ (трехчастичные π-мезонные состояния не вносят вклад в формфактор). Если более далекими четырехчастичными особенностями и особенностями от левого разреза можно пренебречь, то β и $\varkappa$ можно считать функциями аналитическими всюду, за исключением точек, где они имеют простые полюса. Пренебрегая членами $\sim e^2$, с помощью формулы для G (23) легко найти выражение для формфактора π-мезона через функции β, $\varkappa$

$$F = \frac{\beta}{1 - i\varrho_\pi \varkappa}, \tag{40}$$

причем амплитуда $\pi\pi$-рассеяния выражается через функцию $\varkappa$ как

$$f = \frac{\varkappa}{1 - i\varrho_\pi \varkappa}. \tag{41}$$

Формфактор π-мезона нормирован согласно условию $F(0) = 1$. Как видно из (40), знание амплитуды π-π-рассеяния не определяет в данном приближении формфактора π-мезона, в котором остается неопределенность, связанная с наличием произвольной аналитической функции $\beta(q^2)$. Даже если потребовать, чтобы $F(q^2)$ не росла с ростом q^2, то все равно в выражении для β остается некоторый произвол.

ЛИТЕРАТУРА

1. *R. H. Dalitz, S. F. Tuan*, Ann. of. Phys. **10**. 307 (1960).
2. *R. Oehme*, Nuovo Cim. **20**. 334 (1960).
3. *L. Castillejo, R. Dalitz, F. Dyson*, Phys. Rev. **101**. 453 (1956).
4. *Б. Иоффе*, ЖЭТФ, **37**. 1764 (1959).

В. М. ШЕХТЕР

K-НУКЛОННЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРИ МАЛЫХ ЭНЕРГИЯХ И ГИПЕРОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ

1. Длины рассеяния

Обработка экспериментальных данных по низкоэнергетическому рассеянию обычно сводится к определению одного или нескольких параметров — так называемых длин рассеяния. Например, в общеизвестном случае n-p-рассеяния парциальная S-амплитуда (либо синглетная, либо триплетная) $f = e^{i\delta}\sin\delta$ может быть записана в виде $f = \dfrac{kA}{1 - ikA}$, где длина рассеяния определяется следующим образом: $k\,\mathrm{ctg}\,\delta = \dfrac{1}{A}$, k — волновой вектор в системе центра инерции рассеивающихся частиц. Для s-волны A ведет себя как константа при $k \to 0$; в состоянии с орбитальным моментом $l \neq 0$ было бы $A \sim k^{2l}$. Из условия унитарности $\mathrm{Im}\, f = |f|^2$ вытекает, что A должна быть вещественной величиной. В случае применимости теории возмущений положительное значение A соответствует притяжению, отрицательное — отталкиванию. Величины синглетной и триплетной длин в n-p- рассеянии находятся по данным опыта.

Мы будем интересоваться взаимодействием K^--мезонов с протонами и описывать его также с помощью длин рассеяния. Такое описание было наиболее последовательно развито в работах Далица и Туана [1—3], которые, по существу, и являются предметом этой лекции.

При столкновении низкоэнергетических K^- с протоном возможны следующие реакции

$$\begin{aligned} K^- + p &\to K^- + p \\ &\quad \bar{K}^0 + n \\ &\quad \Sigma^+ + \pi^- \\ &\quad \Sigma^- + \pi^+ \\ &\quad \Sigma^0 + \pi^0 \\ &\quad \Lambda + \pi_0,\ \Lambda + \pi^+ + \pi^-,\ \Lambda + \pi^0 + \pi^0 \end{aligned} \qquad (1)$$

$$\begin{matrix} \Lambda + \pi^+ + \pi^- \\ \Lambda + \pi^0 + \pi^0. \end{matrix} \qquad (1)$$

Состояние $K^- p$ не является чистым изотопическим состоянием. Если φ_0 и φ_1 — волновые функции системы $\bar{K}N$ с изоспином 0 и 1, то

$$K^- p = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_0 + \varphi_1), \text{ тогда как } \bar{K}^0 n = \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi_0 - \varphi_1). \qquad (2)$$

При сохранении изотопического спина переходы между φ_0 и φ_1 запрещены, так что амплитуды упругого рассеяния и перезарядки могут быть записаны в виде

$$\langle K^- p | K^- p \rangle = \left\langle \frac{\varphi_0 + \varphi_1}{\sqrt{2}} \middle| \frac{\varphi_0 + \varphi_1}{\sqrt{2}} \right\rangle = \frac{1}{2}(f_0 + f_1),$$
$$\langle K^- p | \bar{K}^0 n \rangle = \left\langle \frac{\varphi_0 + \varphi_1}{\sqrt{2}} \middle| \frac{\varphi_0 - \varphi_1}{\sqrt{2}} \right\rangle = \frac{1}{2}(f_0 - f_1), \qquad (3)$$

где $f_I = \langle \varphi_I | \varphi_I \rangle$ — амплитуда $\bar{K}N$-рассеяния с изотопическим спином I ($I = 0, 1$). Эта амплитуда снова может быть записана в виде

$$f_I = -\frac{kA_I}{1 - ikA_I}, \qquad (4)$$

однако из-за наличия неупругих процессов в условии унитарности теперь $\operatorname{Im} f_I > |f_I|^2$, откуда вытекает, что A_I обязательно должна быть комплексной величиной ($A_I = a_I + b_I$), причем ее мнимая часть b_I должна быть положительна. Сечение упругого рассеяния K^- на N, а также сечение перезарядки выражаются через A_I согласно равенствам

$$\sigma_{\text{упр.}} = \frac{4\pi}{k^2} |\langle K^- p | K^- p \rangle|^2 = \pi \left| -\frac{A_0}{1 - ikA_0} + \frac{A_1}{1 - ikA_1} \right|^2,$$
$$\sigma_{\text{пер.}} = \frac{4\pi}{k^2} |\langle K^- p | \bar{K}^0 n \rangle|^2 = \pi \left| \frac{A_0}{1 - ikA_0} - \frac{A_1}{1 - ikA_1} \right|^2, \qquad (5)$$

Кроме того, интегральные сечения поглощения K^--протоном в состояниях с изотопическим спином $I = 0$ или $I = 1$ также могут быть выражены через $A_I = a_I + ib_I$:

$$\sigma^I_{\text{погл.}} = \frac{1}{2}\frac{4\pi}{k^2}[\operatorname{Im} f_I - |f_I|^2] = \frac{2\pi}{k}\frac{b_I}{|1 - ikA_I|^2}, \qquad (6)$$

где множитель $1/2$ возникает из коэффициента $\frac{1}{\sqrt{2}}$ в разложении $K^- p$ по φ_0 и φ_1.

Из выписанных формул следует, что измерение четырех величин: $\sigma_{\text{упр.}}$, $\sigma_{\text{пер.}}$, $\sigma^0_{\text{погл.}}$, $\sigma^1_{\text{погл.}}$ при какой-либо энергии дает четыре соотношения между неизвестными параметрами a_0 b_0, a_1, b_1 (при такой же энергии), которые отсюда и могут быть найдены. Нетрудно ви-

деть, однако, что задача определения A_l по заданным сечениям неоднозначна и что она допускает четыре разных решения. Это удобнее всего понять, если записать $e^{2i\zeta_l}$ в виде $\eta_l e^{2i\zeta_l}$, где η_l и ζ_l — вещественные параметры ($0 < \eta_l < 1$). Зная сечения поглощения $\sigma_l = \frac{\pi}{2k^2}(1-\eta_l^2)$, можно однозначно найти η_0 и η_1. После этого, измерив $\sigma_{упр}$ и $\sigma_{пер}$, получаем систему двух уравнений второго порядка для двух величин $e^{2i\zeta_0}$ и $e^{2i\zeta_1}$. Такая система имеет, вообще говоря, четыре разных решения.

Поскольку при замене $A_l \to -A_l^*$ (т. е. $a_l \to -a_l$, $b_l \to b_l$) величины выписанных выше сечений не меняются, сразу становится очевидным, что четыре набора решений разбиваются на две пары. Внутри каждой пары решения различаются только знаками вещественных частей у длин рассеяния (a_0 и a_1). Далиц и Туан обозначают такие пары решений соответственно буквами a_+, a_- и b_+, b_- (не путать с длинами a_0, b_0, a_1, b_1!). Знак $\pm$ соответствует знакам вещественных частей a_l.

2. Зависимость длин рассеяния от энергии. Нарушение изотопической инвариантности

К сожалению, сечения поглощения еще не измерены, так как в некоторых из неупругих процессов образуются трудно наблюдаемые нейтральные частицы. Данные о неупругих реакциях с образованием нейтральных частиц имеются лишь при нулевых энергиях, когда K^- захватываются протоном с орбиты мезоатома. Чтобы использовать эти данные, надо иметь в виду следующие обстоятельства.

1. Поскольку используются величины, относящиеся к различным энергиям в системе $K^- p$, надо задаться определенной зависимостью a_l и b_l от энергии. Так как угловые распределения при упругом рассеянии и процессах $K^- + p \to \Sigma^\pm + \pi^\mp$ изотропны, то можно думать, что при малых энергиях (в интервале лабораторных импульсов от 0 до 200—250 Мэв/с) преобладает взаимодействие в состоянии $s_{1/2}$. Этот вывод подтверждается также характером энергетической зависимости сечения образования заряженных гиперонов (Σ^+ и Σ^-). При уменьшении энергии это сечение растет, что характерно для неупругих процессов в s-состоянии. С другой стороны, известно, что захват K^- в мезоатоме также происходит преимущественно с s-орбиты.

Для s-рассеяния при $k \to 0$ A_l ведут себя как константы. Возникает вопрос, в каких пределах можно пренебрегать их зависимостью от энергии. Для ответа на этот вопрос надо определить ближайшую к $k = 0$ особенность амплитуды $K^- p$-рассеяния. График этой амплитуды имеет вид, изображенный на рис. 1:

Такая амплитуда, как известно, характеризуется квадратом полной энергии в системе центра инерции $E^2 = (p_K + p_p)^2$ (обычно эту

величину называют s) и квадратом переданного импульса $t = (p_K - p_{K_1})^2$. E и t выражаются через k и z (косинус угла между векторами импульса падающего и улетающего K^--мезона) следующим образом:

$$E = \sqrt{m_p^2 + k^2} + \sqrt{m_K^2 + k^2},$$
$$t = -2k^2(1 - z). \qquad (7)$$

Та же амплитуда характеризует и процесс аннигиляции $K^- + K^+ \to p + \bar{p}$. При этом роль квадрата энергии играет t. При $t = 4\pi m^2$ возникает особенность, которой соответствует график рис. 2:

Рис. 1.

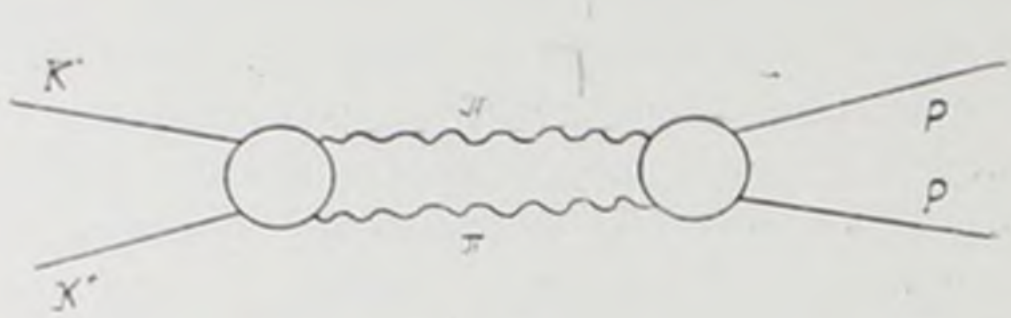


Рис. 2.

Поскольку в крайней точке физической области $z = -1$ и $t = 4k^2$, то это означает, что особенность начинается при $k^2 = -m_\pi^2$, т. е. при $k = i\,140$ Мэв/с, что соответствует

$$E = \sqrt{m_p^2 - m_\pi^2} + \sqrt{m_K^2 - m_\pi^2} \approx m_p + m_K - \left(\frac{m_\pi^2}{2\mu}\right) = m_p + m_K - 30 \text{ Мэв}, \qquad (7)$$

где

$$\mu = \frac{m_K m_p}{m_K + m_p} \approx 325 \text{ Мэв}.$$

Если бы такая особенность оказалась существенной, то это означало бы, что обрабатывать имеющиеся экспериментальные данные с помощью постоянных длин рассеяния нельзя. Далиц и Туан привели, однако, некоторые соображения в пользу того, что указанная особенность не вносит значительного вклада (так будет, например, если мала $KK\pi\pi$-амплитуда). Тем не менее, вопрос от энергетической зависимости длин рассеяния остается невыясненным.

В дальнейшем, следуя Далицу и Туану, мы не будем учитывать зависимость A_0 и A_1 от энергии; таким образом, все рассмотрение будет проводиться в рамках теории „нулевого радиуса".

2. Коль скоро речь заходит об измерении величин при нулевой или чрезвычайно малой $K^- p$-энергии, становятся существенными эффекты, связанные с нарушением изотопической инвариантности. Таких эффектов два: кулоновское притяжение в системе $K^- p$ и наличие разности масс K^- и K^0, n и p ($\Delta \equiv m_n + m_{K^-} - m_p - m_{K^0} \approx 5$ Мэв). Особенно существенным является последнее обстоятельство, к рассмотрению которого мы и перейдем. Эффекты кулоновского взаимо-

действия были также рассмотрены Далицем и Туаном, но оказались не столь существенными (подробнее об этом будет сказано позднее). Далее мы будем вынуждены произвести некоторое количество формальных выкладок. Тем, кому покажется утомительным следить за этими выкладками, могут опустить их, поверив в правильность необходимых для дальнейшего формул (28)—(31) и (34)—(35).

3. Метод R-матрицы и формулы для сечений

Наличие указанной разности масс приводит к изменению величин сечений $\sigma_{упр.}$, $\sigma_{пер.}$, $\sigma^{l}_{погл.}$. Чтобы найти такие изменения, удобно использовать метод R-матрицы, изложенный в предыдущей лекции Иоффе. Матрица рассеяния T ($S = 1 + 2i\rho^{1/2}T\rho^{1/2}$) связана с R-матрицей равенством

$$T = (1 - iR\rho)^{-1}R, \tag{8}$$

где ρ—матрица статистического веса, имеющая в случае n двухчастичных каналов вид

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_1 & 0 \cdots 0 \\ 0 & \rho_2 \cdots 0 \\ \cdots & \cdots \\ 0 & 0 \cdots \rho_n \end{pmatrix}, \qquad \rho_i = \frac{q_i}{E}.$$

Здесь q_i — импульс относительного движения в i—м канале, а E — полная энергия в системе ц. и., $q_K \equiv k$.

Если вместо T и R ввести матрицы

$$T' = \rho^{1/2}T\rho^{1/2}, \quad R' = \rho^{1/2}R\rho^{1/2}, \tag{9}$$

то связь между ними дается соотношением

$$T' = (1 - iR')^{-1}R'. \tag{10}$$

Сечения различных процессов непосредственно выражаются через матричные элементы T'

$$\sigma(i \to j) = \frac{4\pi}{q_i^2} |< i | T' | j >|^2. \tag{11}$$

Следует, однако, иметь в виду, что аналитическими на порогах неупругих процессов являются элементы матрицы R, а не R'.

Рассмотрим R-матрицу в случае $\bar{K}N$-взаимодействий. Поскольку $\bar{K}N$-система может переходить в систему $Y\pi$ ($Y = \Sigma$ или Λ), удобно представить R-матрицу в виде

$$R = \begin{pmatrix} \alpha, & \beta \\ \beta^+, & \gamma \end{pmatrix}, \tag{12}$$

где субматрица α описывает переходы $\bar{K}N \to \bar{K}N$, β — $Y_n \to \bar{K}N$, β^+ —

$-\bar{K}N \to Y\pi$, $\gamma - Y\pi \to Y\pi$. При этом мы пренебрегаем переходами в состояние $\Lambda + 2\pi$, поскольку таким переходам отвечает очень малый статистический вес. Очевидно,

$$R' = \begin{pmatrix} \rho_K^{1/2}\alpha\rho_K^{1/2}, & \rho_K^{1/2}\beta\rho_Y^{1/2} \\ \rho_Y^{1/2}\beta^+\rho_K^{1/2}, & \rho_Y^{1/2}\gamma\rho_Y^{1/2} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \alpha', & \beta' \\ \beta'^+, & \gamma' \end{pmatrix}, \tag{13}$$

где ρ_K и ρ_Y — статвесовые матрицы в системах $\bar{K}N$ и $Y\pi$.

Решая уравнение, связывающее T' и R', нетрудно найти соответствующие субматрицы T'

$$T' = \begin{pmatrix} (1 - iX')^{-1}X', & (1 - iX')^{-1}\beta'(1 - i\gamma')^{-1} \\ (1 - iZ')^{-1}\beta'^+(1 - i\alpha')^{-1}, & (1 - iZ')^{-1}Z' \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} T'_{KK}, & T'_{KY} \\ T'_{YK}, & T'_{YY} \end{pmatrix}, \tag{14}$$

причем

$$\begin{aligned} X' &= \alpha' + i\beta'(1 - i\gamma')^{-1}\beta'^+, \\ Z' &= \gamma' + i\beta'^+(1 - i\alpha')^{-1}\beta'. \end{aligned} \tag{15}$$

Элементы T'_{KK} в представлении K^-p, $\bar{K}^0n$ имеют смысл амплитуд упругого рассеяния и перезарядки. Предположим сперва, что справедлива изотопическая инвариантность. Тогда элементы R, R', T и T', отвечающие переходам между состояниями с разным изотопическим спином, равны нулю. При этом T'_{KK} диагональна в представлении φ_0, φ_1 с элементами

$$T'^I_{KK} = f_I = (1 - iX'_I)^{-1}X'_I. \tag{16}$$

С другой стороны,

$$f_I = \frac{kA_I}{1 - ikA_I}, \tag{17}$$

откуда

$$A_I = \frac{X'_I}{k} = \frac{[\alpha'_I + i\beta'_I(1 - i\gamma'_I)^{-1}\beta'^+_I]}{k}. \tag{18}$$

Выражая штрихованные величины через нештрихованные и имея в виду, что $\rho_K = \frac{k}{E}$, находим, что

$$A_I = \frac{[\alpha_I + i\beta_I(1 - i\rho_Y\gamma_I)^{-1}\rho_Y\beta_I^+]}{E}. \tag{19}$$

Это выражение удобно переписать в несколько ином виде, вводя обозначение $M = \beta(1 - i\rho_Y\gamma)^{-1}$:

$$A_I = a_I + ib_I = \frac{1}{E}[\alpha_I + i\beta_I(1 - i\rho_Y\gamma_I)^{-1}\rho_Y(1 + i\gamma_I\rho_Y)(1 + i\gamma_I\rho_Y)^{-1}\beta_I^+] =$$

$$= \frac{1}{E}[\alpha_I - M_I\rho_Y\gamma_I\rho_YM_I^+ + iM_I\rho_YM_I^+],$$

откуда

$$a_I = \frac{1}{E}\left[\alpha_I - M_I \rho_Y \gamma_I \rho_Y M_I\right],$$
$$b_I = \frac{1}{E} M_I \rho_Y M_I. \tag{20}$$

Здесь всюду подразумевается суммирование по всем возможным типам частиц Y ($Y = \Sigma, \Lambda$).

Выписанные формулы, выражающие длины рассеяния через элементы R-матрицы, не содержат p_K и, следовательно, аналитически продолжимы вблизи $\bar{K}N$-порогов. Так как $\rho_Y = q_Y/E$ слабо меняется в области малых $\bar{K}N$-энергий, a_I и b_I практически не зависят от энергии в том же приближении, в каком константами являются элементы R-матрицы.

Следует, по-видимому, отметить, что импульсы q_Y не очень велики вблизи $\bar{K}N$-порога, так что β_{KY} и $\gamma_{YY'}$ ведут себя соответственно как $q_Y^{l_Y}$ и $q_Y^{l_Y} q_{Y'}^{l_{Y'}}$, где l_Y — орбитальный момент в образующейся системе $Y + \pi$. Если KY-четность отрицательна, то $l_Y = 0$; если она положительна, то $l_Y = 1$ (в исходном канале K^- и p находились в состоянии $s_{1/2}$). В настоящее время, по-видимому, установлено, что $K\Lambda$-четность отрицательна, так что $l_\Lambda = 0$. Имеется работа, в которой такое же утверждение делается и относительно Σ-гиперона ($l_\Sigma = 0$). Эти данные свидетельствуют в пользу предположения о постоянстве α, β, γ и длин рассеяния.

Что происходит при нарушении изотопической инвариантности из-за наличия разности масс? Во-первых, меняется матрица ρ_K. Она остается по-прежнему диагональной в представлении K^-p, $\bar{K}^0 n$, однако ее элементы при этом уже не равны друг другу:

$$\rho_K = \frac{1}{E}\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k_0 \end{pmatrix}. \tag{21}$$

Здесь k_0 означает импульс в системе $\bar{K}^0 n$; $k_0^2 = k^2 - 2\mu\Delta$.

Во-вторых, несколько изменяются элементы R-матрицы α, β, γ; поскольку, однако, они могут быть разложены в степенной ряд по k^2, начинающийся с константы, этим изменением, по-видимому, можно пренебречь. При этом не меняются и длины рассеяния A_I, непосредственно выражающиеся в (29) через α, β, γ и ρ_Y.

Если принять, что влияние различия в массе состоит исключительно в изменении матриц ρ_K, то выписанные формулы позволяют определить амплитуды упругого рассеяния, перезарядки и поглощения. Действительно, матрица X' имеет вид

$$X' = \rho_K^{1/2}\left[\alpha + i\beta\left(1 - i\rho_Y\gamma\right)^{-1}\beta^+\right]\rho_K^{1/2}.$$

В представлении φ_0, φ_1 матрица в квадратных скобках по-прежнему диагональна и выражается через A_I

$$|\alpha + i\beta(1 - i\rho\gamma)^{-1}\beta^{+}| = E\begin{pmatrix} A_0 & 0 \\ 0 & A_1 \end{pmatrix}.$$

В более удобном теперь представлении $K^- p$, $\bar{K}^0 n$ эта матрица равна

$$E = \begin{pmatrix} \frac{A_0 + A_1}{2}, & \frac{A_0 - A_1}{2} \\ \frac{A_0 - A_1}{2}, & \frac{A_0 + A_1}{2} \end{pmatrix}. \tag{22}$$

Поскольку $T_{KK} = (1 - iX')^{-1}X'$, нетрудно убедиться, что амплитуда упругого рассеяния равна

$$T_{K^-K^-} = \frac{k}{2D}(A_0 + A_1 - 2ik_0A_0A_1). \tag{23}$$

где D — определитель матрицы $1 - iX'$:

$$D = 1 - \frac{i}{2}(k + k_0)(A_0 + A_1) - kk_0A_0A_1. \tag{24}$$

Аналогичным образом для амплитуды перезарядки находим

$$T_{K^-\bar{K}^0} = \frac{\sqrt{kk_0}}{2D}(A_0 - A_1). \tag{25}$$

Чтобы найти амплитуду неупругого процесса $K^- + p \to Y + \pi$ с определенным изотопическим спином I в конечном состоянии (поскольку система $Y + \pi$ возникает со сравнительно большой энергией, изотопический спин является для нее хорошим квантовым числом), заметим, что матричный элемент T_{KY}, отвечающий такому переходу, может быть записан в виде (как ранее $M = \rho(1 - i\rho\gamma)^{-1}$):

$$m_I(Y) = \langle K^- p | T_{KY} | Y\pi, I \rangle = \langle K^- p | (1 - iX')^{-1}\rho_K^{1/2} M \rho_Y^{1/2} | Y\pi, I \rangle =$$

$$= \sum_{I=0,1} \langle K^- p | (1 - iX')^{-1}\rho_K^{1/2} | \varphi_I \rangle \langle \varphi_I | M\rho_Y^{1/2} | Y\pi, I \rangle. \tag{26}$$

Здесь было учтено то обстоятельство, что φ_0 и φ_1 образуют полную систему функций. Матрица $M\rho_Y^{1/2}$ не изменилась от включения разности масс $K^- p$ и $\bar{K}^0 n$ и по-прежнему диагональна по изотопическому спину, так что

$$m_I(Y) = \langle K^- p | (1 - iX')^{-1}\rho_K^{1/2} | \varphi_I \rangle \langle \varphi_I | M\rho_Y^{1/2} | Y\pi \rangle.$$

Первый множитель нетрудно вычислить в явном виде; он оказывается равным $\sqrt{\frac{k}{2E}}\frac{(1 - ik_0A_{1-I})}{D}$; при этом

$$m_I(Y) = \sqrt{\frac{k}{2E}}\frac{1 - ik_0A_{1-I}}{D} \langle \varphi_I | M | Y\pi \rangle \rho_Y^{1/2}. \tag{27}$$

Чтобы найти соответствующие сечения с учетом различия в массах,

полученные формулы для амплитуд упругого рассеяния, перезарядки и захвата следует возвести в квадрат и помножить на $\frac{4\pi}{k^2}$.

В результате имеем:

$$\sigma_{\text{упр.}} = \frac{\pi}{|D|^2} |A_0 + A_1 - 2ik_0 A_0 A_1|^2,$$

$$\sigma_{\text{пер.}} = \frac{\pi}{|D|^2} \frac{k_0}{k} |A_0 - A_1|^2, \tag{28}$$

$$\sigma^I_{\text{погл.}}(Y) = \frac{2\pi}{k} \left| \frac{1 - ik_0 A_{1-I}}{D} \right|^2 b_1(Y).$$

Здесь $\sigma^I_{\text{погл.}}(Y)$ означает сечение реакции $K^- + p \to Y + \pi$ ($Y = \Sigma$ или Λ) с заданным изотопическим спином I, а

$$b_I(Y) = \frac{|\langle \varphi_I | M | Y\pi \rangle|^2 \rho_Y}{E}. \tag{29}$$

Для определения полного сечения поглощения в пренебрежении трехчастичными каналами следует просуммировать сечения с разными Y. Поскольку, как было показано в (20),

$$b_I(\Sigma) + b_I(\Lambda) = \sum_{Y=\Sigma,\Lambda} \frac{|\langle \varphi_I | M | Y\pi \rangle|^2 \rho_Y}{E} = b_I,$$

где b_I — мнимая часть A_I, то для полного сечения поглощения находим

$$\sigma^I_{\text{погл.}} = \sigma^I_{\text{погл.}}(\Sigma) + \sigma^I_{\text{погл.}}(\Lambda) = \frac{2\pi}{k} \left| \frac{1 - ik_0 A_{1-I}}{D} \right|^2 b_I. \tag{30}$$

Если положить $k_0 = k$, то выражения для $\sigma_{\text{упр.}}$, $\sigma_{\text{пер.}}$ и $\sigma^I_{\text{погл.}}$ совпадут с формулами, приведенными ранее [см. (5) и (6)].

Если же учесть не только различие в массах, но и наличие кулоновского взаимодействия в системе $K^- p$, то в написанные выше формулы должны быть внесены добавочные изменения. В частности, в выражении для $\sigma_{\text{упр.}}$ появляется интерференция с кулоновской амплитудой, а в $\sigma^I_{\text{погл.}}$ — добавочный множитель $|\psi(0)|^2$ и, кроме того, несколько меняется вид определителя D. При этом, однако, отношение сечений поглощения в состояниях с различными изоспинами

$$\frac{\sigma^0_{\text{погл.}}}{\sigma^1_{\text{погл.}}} = \frac{b_0}{b_1} \left| \frac{1 - ik_0 A_1}{1 - ik_0 A_0} \right|^2 \tag{31}$$

не изменяется.

Прежде чем перейти к сопоставлению написанных выше выражений с опытными данными, получим соотношения между $\sigma^I_{\text{погл.}}$ и сечениями образования различных гиперонов. Поскольку волновая функция системы $\Sigma\pi$ с изотопическим спином 0 или 1 имеет вид

$$\psi_0 = \frac{[\,|\Sigma^+\pi^-\rangle + |\Sigma^-\pi^+\rangle - |\Sigma^0\pi^0\rangle\,]}{\sqrt{3}},$$

$$\psi_1 = \frac{[\,|\Sigma^-\pi^+\rangle - |\Sigma^+\pi^-\rangle\,]}{\sqrt{2}}, \qquad (32)$$

а в системе $\Lambda\pi$

$$\psi_0' = 0, \quad \psi_1' = |\Lambda\pi^0\rangle,$$

то амплитуды неупругих реакций с образованием Σ^+, Σ^0, Λ могут быть выражены через амплитуды неупругих процессов с определенным изотопическим спином — $m_I(Y)$:

$$\langle K^-p\ |T_{KY}|\,\Sigma^+\pi^-\rangle = \frac{m_0(\Sigma)}{\sqrt{3}} - \frac{m_1(\Sigma)}{\sqrt{2}},$$

$$\langle K^-p\,|T_{KY}|\,\Sigma^-\pi^+\rangle = \frac{m_0(\Sigma)}{\sqrt{3}} - \frac{m_1(\Sigma)}{\sqrt{2}}, \qquad (33)$$

$$\langle K^-p\,|T_{KY}|\,\Sigma^0\pi^0\rangle = -\frac{m_0(\Sigma)}{\sqrt{3}},$$

$$\langle K^-p\,|T_{KY}|\,\Lambda\pi^0\rangle = m_1(\Lambda).$$

Из (33) вытекает, что сечения образования различных гиперонов определяются формулами

$$\sigma(\Sigma^+) = \frac{4\pi}{k^2}\left[\frac{1}{3}|m_0(\Sigma)|^2 + \frac{1}{2}|m_1(\Sigma)|^2 - \frac{2}{3}|m_0(\Sigma)\,m_1(\Sigma)|\cos\Phi\right],$$

$$\sigma(\Sigma^0) = \frac{4\pi}{k^2}\frac{1}{3}|m_0(\Sigma)|^2, \quad \sigma(\Lambda) = \frac{4\pi}{k^2}(m_1(\Lambda)|^2, \qquad (34)$$

где Φ — разность фаз $m_0(\Sigma)$ и $m_1(\Sigma)$. Отсюда легко получить

$$\sigma^0_{\text{погл.}} = \sigma^0_{\text{погл.}}(\Sigma) = 3\sigma(\Sigma^0),$$

$$\sigma^1_{\text{погл.}}(\Lambda) = \sigma(\Lambda), \quad \sigma^1_{\text{погл.}}(\Sigma) = \sigma(\Sigma^+) + \sigma(\Sigma^-) - 2\sigma(\Sigma^0), \qquad (35)$$

$$\sigma^1_{\text{погл.}} = \sigma^1_{\text{погл.}}(\Lambda) + \sigma^1_{\text{погл.}}(\Sigma) = \sigma(\Lambda) + \sigma(\Sigma^+) + \sigma(\Sigma^-) - 2\sigma(\Sigma^0).$$

4. Определение длин рассеяния из экспериментальных данных

Перейдем теперь к непосредственному определению длин рассеяния. В первоначальном анализе Далица и Туана [1, 2] исходными являлись следующие данные группы Альвареца по K^-N-взаимодействиям при $k_{\text{лаб.}} = 172$ Мэв/с

$$\sigma_{\text{упр.}} = 79 \pm 10\ m\ барн,$$

$$\sigma_{\text{пер.}} = 15 \pm 4\ m\ барн, \qquad (36)$$

$$\sigma(\Sigma^+) + \sigma(\Sigma^-) = 45 \pm 7\ m\ барн.$$

Оценивая вклад от p-волны в $\sigma(\Sigma^+) + \sigma(\Sigma^-)$ в 4,5 *m барн*, Далиц и

Туан суммы этих сечений приняли значение 40,5 ± 7 *mбарн*; оценка основывалась на экстраполяции данных, полученных при более высоких энергиях.

Сумма сечений образования Σ^+ и Σ^- может быть записана в виде

$$\sigma(\Sigma^+) + \sigma(\Sigma^-) = \frac{2}{3}\sigma^0_{\text{погл.}}(\Sigma) + \sigma^1_{\text{погл.}}(\Sigma) = \frac{2}{3}\sigma^0_{\text{погл.}} + \sigma^1_{\text{погл.}}(1-\varepsilon), \quad (37)$$

где параметр ε определяется как относительная вероятность рождения Λ в канале с $I = 1$

$$\varepsilon = \frac{\sigma^1_{\text{погл.}}(\Lambda)}{\sigma^1_{\text{погл.}}} = \frac{\Lambda}{\Lambda + \Sigma^+ + \Sigma^- - 2\Sigma^0}. \quad (38)$$

Мы видим, таким образом, что приведенных данных недостаточно для определения четырех параметров a_0, b_0, a_1, b_1, поскольку для них имеется всего три соотношения, включающие, вдобавок, неизвестную величину ε. Дополнительные соотношения могут быть получены из данных по захвату K^- из s-орбит К-мезоатома. Были найдены следующие отношения числа гиперонов, испускаемых при таком захвате

$$\frac{\Sigma^+ + \Sigma^-}{\Sigma^0 + \Lambda} = 1{,}79 \pm 0{,}18,$$

$$\frac{\Lambda}{\Sigma^0 + \Lambda} = 0{,}214 \pm 0{,}04, \quad (39)$$

$$\frac{\Sigma^-}{\Sigma^+} = 2{,}18 \pm 0{,}06.$$

Из этих данных нетрудно было вывести, что $\varepsilon = 0{,}5\,^{+0{,}35}_{-0{,}15}$, так что эта величина была определена довольно плохо. Даже если предполагать, что ε слабо зависит от энергии и полученное число можно подставить в приведенную выше формулу, включающую сечения при $k_{\text{лаб.}} = 172$ Мэв/с, необходимо еще получить четвертое соотношение между a_0, b_0, a_1, b_1. Это соотношение можно получить, используя величину отношения $\frac{\sigma^0_{\text{погл.}}}{\sigma^1_{\text{погл.}}} = \frac{3\Sigma^0}{\Lambda + \Sigma^+ + \Sigma^- - 2\Sigma^0}$, известную при нулевой энергии $K^- p$. Формула (31) для этого отношения включает импульс k_0, который при $k = 0$ является чисто мнимым, так что

$$\frac{\sigma^0_{\text{погл.}}}{\sigma^1_{\text{погл.}}} = \frac{b_0}{b_1}\left|\frac{1 + xA_1}{1 + xA_0}\right|^2 = \frac{b_0}{b_1}\frac{(1 + xa_1)^2 + (xb_1)^2}{(1 + xa_0)^2 + (xb_0)^2}, \quad (40)$$

где $x = \sqrt{2\mu\Delta}$. Здесь уместно отметить следующее обстоятельство. Обработка данных при импульсе 172 Мэв/с могла производиться по формулам (5)—(6), полученным без учета разности масс и кулоновского взаимодействия. Эти формулы, как уже указывалось, инвариант-

ны относительно замены $A_l \to -A_l$. Поэтому два решения, отличавшиеся только знаками a_0 и a_1, были одинаково хороши для описания опытных данных. В последней же формуле эта инвариантность нарушается, поскольку импульс k_0 становится мнимым. В результате абсолютные значения a_l и b_l ($l = 0, 1$) в решениях a_+ и a_- или b_+ и b_- перестают совпадать, причем различие между ними оказывается довольно большим.

Приведенных данных достаточно для определения a_0, b_0, a_1, b_1. Согласно [2], в четырех решениях a_+, a_-, b_+, b_- эти величины имеют следующие значения (в единицах 10^{-13} *см*).

	a_0	b_0	a_1	b_1
a_+	$0{,}05 \pm 0{,}2$	$1{,}10^{+0{,}2}_{-0{,}3}$	$1{,}45 \pm 0{,}2$	$0{,}35^{+0{,}09}_{-0{,}07}$
a_-	$-0{,}75^{+0{,}35}_{-0{,}45}$	$2{,}0 \pm 0{,}35$	$-0{,}85 \pm 0{,}15$	$0{,}21 \pm 0{,}04$
b_+	$1{,}25 \pm 0{,}4$	$2{,}0 \pm 0{,}3$	$0{,}75 \pm 0{,}2$	$0{,}24 \pm 0{,}05$
b_-	$-1{,}85 \pm 0{,}15$	$1{,}0 \pm^{0{,}9}_{0{,}3}$	$-0{,}10 \pm 0{,}2$	$0{,}65 \pm 0{,}15$

До сих пор еще не использовалась величина отношения $\frac{\Sigma^-}{\Sigma^+}$ при нулевой энергии. Для этого отношения, согласно (34), имеем формулу

$$\frac{\Sigma^-}{\Sigma^+} = \frac{1 + \frac{3}{2} J^2 + \sqrt{6}\, J \cos \Phi}{1 + \frac{3}{2} J^2 - \sqrt{6}\, J \cos \Phi}, \tag{41}$$

где $J = \left| \frac{m_1(\Sigma)}{m_0(\Sigma)} \right|$, а Φ — фаза обратного отношения $\frac{m_0(\Sigma)}{m_1(\Sigma)}$. При сравнении с (39) замечаем, что в (41) входит только один новый параметр Φ_t (индекс t означает, что значение Φ берется на пороге системы $K^- p$), который оказался равным $\pm 60°$. Если пренебречь энергетической зависимостью матричного элемента $\langle \varphi_l | M | Y\pi \rangle$ при малых энергиях $K^- p$, то окажется, что (в области, где $k_0 \approx k$)

$$\frac{m_1(\Sigma)}{m_0(\Sigma)} = \left(\frac{m_1(\Sigma)}{m_0(\Sigma)} \right) \frac{1 - ikA_0}{1 - ikA_1}, \tag{42}$$

откуда

$$J = J_t \left| \frac{1 - ikA_0}{1 - ikA_1} \right| = J_t \frac{(1 + kb_0)^2 + (ka_0)^2}{(1 + kb_1)^2 + (ka_1)^2}, \tag{43}$$

$$\Phi = \Phi_t + \arg \frac{1 - ikA_1}{1 - ikA_0} = \Phi_t + \operatorname{arctg} \frac{ka_0}{1 + kb_0} - \operatorname{arctg} \frac{ka_1}{1 + kb_1}.$$

Из полученных выражений нетрудно найти энергетическую зависимость отношения $\frac{\Sigma^-}{\Sigma^+}$. Согласно данным опыта это отношение бы-

стро уменьшается с увеличением энергии. Для объяснения самого факта спада требуется, чтобы знак Φ_t был положительным в решениях a_-, b_+ и отрицательным—в a_+, b_-: скорость спадания лучше согласуется с решениями a_- и b_+, чем с a_+ и b_-.

В разобранной процедуре шесть параметров (a_0, b_0, a_1, b_1, ε, Φ_t), описывающих упругие и неупругие процессы при столкновениях K^- с протоном, находились из такого же числа экспериментальных величин. Для проверки правильности полученных результатов требовались новые опыты. Они были поставлены, в частности, Россом и Хамфри [4] и привели к следующим результатам. Сечения упругого $K^- p$-рассеяния и перезарядки были измерены в интервале 100—250 Мэв/с (Далиц [3] приводит кривые, на которые нанесено по 7 экспериментальных точек). Сечения неупругих процессов $K^- + p \to \Sigma^+ + \pi^-$ и $K^- + p \to \Sigma^- + \pi^-$ измерялись в аналогичном интервале (в [3] приводятся, соответственно, 8 и 9 точек). Кроме того, были заново измерены вероятности испускания различных гиперонов при захвате K^- с орбиты мезоатома. Оказалось, что $\Sigma^- : \Sigma^+ : (\Sigma^0 + \Lambda) = 1553:772:1800$, $\dfrac{\Lambda}{(\Sigma^0 + \Lambda)} = 0{,}186 \pm 0{,}17$. Росс и Хамфри использовали метод наименьших квадратов, чтобы наилучшим образом описать все имеющиеся данные по низкоэнергетическим $K^- p$-взаимодействиям с помощью шести констант a_0, b_0, a_1, b_1, ε, Φ_t. В результате ими были найдены вместо четырех только два решения, I и II, приводимые в таблице.

	a_0	b_0	a_1	b_1	ε	Φ_t	χ^2
I	$-0{,}22 \pm 1{,}07$	$2{,}74 \pm 0{,}31$	$0{,}02 \pm 0{,}33$	$0.38 \pm 0{,}08$	$0{,}40 \pm 0{,}03$	$96°$	57,9
II	$-0{,}59 \pm 0{,}46$	$0{,}96 \pm 0{,}17$	$1{,}20 \pm 0{,}06$	$0{,}56 \pm 0{,}15$	$0{,}39 \pm 0{,}02$	$-50°$	73,5

Значения χ^2, соответствующие обоим решениям, довольно малы, так как при расчете имелось 58 степеней свободы. Это означает, что существуют решения, имеющие даже мало общего с I или II, но все же достаточно хорошо описывающие опытные данные. В частности, из кривых, приведенных Далицем, на конференции в Экс-ан-Провансе [3], следует, что старое решение a_- тоже не так уж плохо: ему соответствует $\chi^2 = 92$.

Добавочные сведения о применимости найденных решений могут быть получены при изучении $K_2^0 p$-взаимодействий. В частности, Луэрс и др. [5] исследовали процессы $K_2^0 + p \to \Lambda + \pi^+$, $\Sigma^0 + \pi^+$, $\Sigma^+ + \pi^0$. Поскольку система $K^0 + p$ находится в чистом изотопическом состоянии $I = 1$, отношение $\dfrac{\Lambda}{(\Lambda + \Sigma^0 + \Sigma^+)}$ непосредственно дает величину ε. По данным (5) $\varepsilon = 0{,}33 \pm 0{,}15$ при 220 Мэв/с и $\varepsilon = 0{,}2 \pm 0{,}1$ при 350 Мэв/с. Эти величины не так уж плохо согласу-

ются с приведенным в таблице значением $\varepsilon = 0{,}4 \pm 0{,}03$, полученным при импульсах K^-, меньших или равных 275 Мэв/с, а также с величиной $\varepsilon = 0{,}4 \pm 0{,}15$, найденной в области 300—400 Мэв/с. Перечисленные данные свидетельствуют также о том, что ε действительно слабо зависит от энергии.

Луэрс и др. измеряли еще и сечение реакции $K_2^0 + p \to K_1^0 + p$, которое может быть записано в виде:

$$\pi \left| \frac{1}{2} \left(\frac{B_0}{1 - ikB_0} + \frac{B_1}{1 - ikB_1} \right) - \frac{A_1}{1 - ikA_1} \right|^2, \qquad (44)$$

где B_0 и B_1 — длины $\bar{K}N$-рассеяния в состояниях с $I = 0, 1$. Эти длины известны из опытов по рассеянию K^+ на протонах и нейтронах и обе они являются отрицательными. Эксперимент, проводившийся при $k_{\text{лаб.}} = 230$ Мэв/с, лучше согласуется с параметрами A_I из решения I, и хуже — с решением II.

Данные, полученные из анализа K^-D-взаимодействий, также лучше соответствуют решению I (3). Поскольку, однако, для обработки таких данных требуется дополнительный анализ взаимодействия барионов в конечном состоянии, мы не будем здесь останавливаться на обсуждении K^-D-взаимодействия.

Наконец, если бы было произведено измерение интерференции между кулоновским и ядерным упругим рассеянием, это дало бы прямое указание о знаке вещественной части величины $T_{K^-K^-}$. Имеющиеся данные свидетельствуют скорее о слабой конструктивной интерференции, хотя им, по-видимому, полностью доверять еще нельзя. Конструктивная интерференция согласуется с решением II и не противоречит решению I, в котором a_0 и a_1 малы и даже их знаки неизвестны.

Более определенные сведения об интерференции с кулоновским взаимодействием были получены при рассеянии низкоэнергетических K^--мезонов на малые углы на ядрах. Из этих сведений был сделан вывод, что вещественная часть оптического потенциала отрицательна (притяжение). В рамках метода псевдопотенциалов это означало бы, что вещественная часть амплитуды $Z\frac{1}{2}(f_0 + f_1) + Nf_1$ должна быть положительной (Z и N — числа протонов и нейтронов в ядре, f_I — определены ранее), однако пригодность самого метода псевдопотенциалов вызывает сомнения.

5. $\bar{K}N$-рассеяние и резонансы Y^*

Перейдем теперь к вопросу о возможной взаимосвязи между $\bar{K}N$-рассеянием и наблюденными резонансами Y^*.

Можно рассуждать просто. Согласно (17), амплитуда рассеяния в состоянии с изоспином I, f_I, пропорциональна $(1 - ikA_I)^{-1}$. Если

энергия меньше суммы масс $\bar{K}$ и N, то k становится чисто мнимым. Записав $k = i\varkappa$, получаем в амплитуде множитель $(1 + \varkappa A_l)^{-1} = (1 + \varkappa a_l + i\varkappa b_l)^{-1}$. Если бы отсутствовала связь с другими каналами (этому соответствует $b_l = 0$), а a_l была бы отрицательна, то f_l имела бы полюс при $\varkappa = -1/a_l$, что означало бы наличие связанного состояния с энергией связи $m_K + m_N - \sqrt{m_K^2 - \varkappa^2} - \sqrt{m_N^2 - \varkappa^2} \approx \varkappa^2/2\mu = 1/2\mu a_l^2$. Отличие b_l от нуля означает, что такое связанное состояние отсутствует, но амплитуда по-прежнему имеет полюс, правда уже при комплексном E. Аппроксимируя амплитуду вблизи полюса формулой Брейта-Вигнера, согласно которой

$$f_l \sim (E - E_r + i\Gamma/2)^{-1} \approx \left[\frac{\varkappa_r}{\mu}(\varkappa_r - \varkappa) + i\Gamma/2\right]^{-1}, \tag{45}$$

и сравнивая (45) с выражением $(1 + \varkappa a_l + i\varkappa b_l)^{-1}$, нетрудно найти, что по-прежнему

$$\varkappa_r = \frac{1}{|a_l|}, \qquad E_r = m_K + m_N - \left(\frac{1}{2\mu a_l^2}\right), \tag{46}$$

и что

$$\frac{\Gamma}{2} = \frac{b_l}{\mu |a_l|^3}.$$

В частности, решению a_-, в котором a_1 отрицательно и довольно велико по абсолютному значению, а b_1 мало, соответствуют параметры

$$\begin{aligned} &\varkappa_r = 230 \pm 40 \text{ Мэв/с}, \quad m_K + m_N - E_r = 82 \pm 30 \text{ Мэв}, \\ &M^* = E_r = 1350 \pm 30 \text{ Мэв}. \quad \Gamma/2 = 21 \pm 4 \text{ Мэв}. \end{aligned} \tag{47}$$

Из формул (20) видно, что если полюс имеется в амплитуде T_{KK}, то он появляется также и в T_{KY} и в T_{YY}, поскольку все амплитуды имеют знаменатели $(1 - iX')$, либо $(1 - iZ')$, обращающиеся в нуль одновременно. В амплитуде T_{YY} этот полюс проявляется как резонанс, возможно совпадающий с Y^*. В таком случае Y^* должен иметь спин $^1/_2$.

Положение и ширина резонанса приближенно характеризуются формулами (46). В частности, полученное в (47) значение M^* неплохо согласуется с экспериментальной массой резонанса Y_1^*. Значение $\Gamma/2$ несколько превышает верхний экспериментальный предел. Решения I и II вряд ли могут быть ответственны за появление резонанса Y_1^*, поскольку в решении II $-a_1 > 0$, а в I $-a_1$ очень малы. Тем не менее, как уже отмечалось, опыту не противоречат и другие решения, в том числе и с явно выраженной резонансной ситуацией типа a_-.

Приведенного выше рассуждения по существу достаточно для описания современного положения дел. Поскольку, однако, оно было не слишком строгим, рассмотрим резонансную ситуацию несколько подробнее.

Согласно (13)—(14), T'-матрица, описывающая переходы $Y+\pi \to Y''+\pi$ с изоспином I, дается выражением

$$T^I_{Y'Y} = (1 - iZ_I)^{-1} Z_I, \qquad Z_I = \rho_{Y'}^{1/2} Z_I \rho_Y^{1/2},$$
$$Z_I = \gamma_I + i\beta_I^+ (1 - i\rho_K \alpha_I)^{-1} \beta_I. \tag{48}$$

Ниже $\bar{K}N$-порога, когда $E < m_K + m_N$, отношение $\rho_K = \frac{k}{E}$ становится чисто мнимым. Вводя вещественную и положительную величину $\bar{\rho}_K = \varkappa/E = -i\rho_K$, находим, что при таких E

$$Z_I = \gamma_I - \beta_I^+ (1 + \bar{\rho}_K \alpha_I) \beta_I. \tag{49}$$

Если $a_I < 0$ и достаточно велико по абсолютному значению, выражение $1 + \bar{\rho}_K a_I$ может обратиться в нуль при не очень больших $\varkappa$, вследствие чего Z_I становится бесконечным, а амплитуда T^I_{YY} чисто мнимой; это означает, что фаза Y-π-рассеяния проходит через $\pi/2$, т. е. имеет место резонанс. Таким образом, точное условие появления резонанса в амплитуде T^I_{YY} имеет вид

$$1 + \frac{\varkappa}{E} a_I = 0, \tag{50}$$

что, вообще говоря, не совпадает с условием (46).

С другой стороны, согласно (20),

$$\frac{1}{E} \alpha_I = a_I + M_I \rho_Y \gamma_I \rho_Y M_I. \tag{51}$$

Если γ_I мало и вторым слагаемым в (51) можно пренебречь, то $\frac{1}{E} \alpha_I \approx a_I$ и (50) сводится к первому из равенств (46). В противном случае a_I может быть отрицательным и (50) будет иметь место даже при положительном a_I. В такой ситуации не исключено, что решение I могло бы привести к резонансу. К сожалению, для определения γ_I требуются данные по π-Y-рассеянию, которые в настоящее время отсутствуют.

Несколько слов следует сказать относительно резонанса с $I = 1$. При $I = 1$ возможны состояния как $\Sigma + \pi$, так и $\Lambda^0 + \pi$. Поэтому в представлении $\Sigma\pi$, $\Lambda\pi$ матрица Z' имеет вид (индекс $I = 1$ не выписываем; элементы 1×2 матрицы β обозначаем как β_Σ и β_Λ):

$$Z' = \begin{pmatrix} \rho_\Sigma \gamma_{\Sigma\Sigma}, & \rho_\Sigma^{1/2} \rho_\Lambda^{1/2} \gamma_{\Sigma\Lambda} \\ \rho_\Sigma^{1/2} \rho_\Lambda^{1/2} \gamma_{\Sigma\Lambda}, & \rho_\Lambda \gamma_{\Lambda\Lambda} \end{pmatrix} - \frac{\bar{\rho}_K}{1 + \bar{\rho}_K \alpha} \begin{pmatrix} \rho_\Sigma \beta_\Sigma^2, & \rho_\Sigma^{1/2} \rho_\Lambda^{1/2} \beta_\Sigma \beta_\Lambda \\ \rho_\Sigma^{1/2} \rho_\Lambda^{1/2} \beta_\Sigma \beta_\Lambda, & \rho_\Lambda \beta_\Lambda^2 \end{pmatrix}. \tag{52}$$

Вблизи резонанса первым слагаемым в (52) можно пренебречь. Остающуюся матрицу можно диагонализовать, если ввести вместо $|\Sigma\pi\rangle$ и $|\Lambda\pi\rangle$ взаимно ортогональные состояния

$$\psi_r = (\beta_\Sigma \rho_\Sigma^{1/2} |\Sigma\pi\rangle + \beta_\Lambda \rho_\Lambda^{1/2} |\Lambda\pi\rangle)/B,$$
$$\psi_a = (\beta_\Lambda \rho_\Lambda^{1/2} |\Sigma\pi\rangle - \beta_\Sigma \rho_\Sigma^{1/2} |\Lambda\pi\rangle)/B, \tag{53}$$
$$B = (\beta_\Sigma^2 \rho_\Sigma + \beta_\Lambda^2 \rho_\Lambda)^{1/2}.$$

В представлении ψ_r, ψ_a второе слагаемое (52) имеет вид

$$-\frac{\bar{\rho}_K}{1+\bar{\rho}_K \alpha}\begin{pmatrix} B^2, & 0 \\ 0, & 0 \end{pmatrix}. \tag{54}$$

Действуя на ψ_a, (54) дает нуль; это означает, что резонанс отсутствует в состоянии ψ_a, а имеется только в ψ_r. Поскольку Z' имеет смысл $\operatorname{tg}\delta\left(T' = \dfrac{Z'}{1-iZ'}\right.$, но с другой стороны $\left.T' = e^{i\delta}\sin\delta = \dfrac{\operatorname{tg}\delta}{1-i\operatorname{tg}\delta}\right)$, из (54) вытекает следующее равенство для амплитуды $Y\pi$-рассеяния в состоянии ψ_r:

$$\operatorname{tg}\delta_r = -\frac{\bar{\rho}_K}{1+\bar{\rho}_K \alpha}(\beta_\Sigma^2 \rho_\Sigma + \beta_\Lambda^2 \rho_\Lambda) + C_r, \tag{55}$$

где C_r представляет собой вклад в $\operatorname{tg}\delta_r$ от потенциального рассеяния и может быть найдено как среднее от первого слагаемого в (52) по состоянию ψ_r:

$$C_r = \frac{1}{\beta_\Sigma^2 \rho_\Sigma + \beta_\Lambda^2 \rho_\Lambda}[\gamma_{\Sigma\Sigma}\beta_\Sigma^2 \rho_\Sigma^2 + \gamma_{\Lambda\Lambda}\beta_\Lambda^2 \rho_\Lambda^2 + 2\gamma_{\Sigma\Lambda}\beta_\Sigma \beta_\Lambda \rho_\Sigma \rho_\Lambda]. \tag{56}$$

Наконец, фаза нерезонансного рассеяния может быть найдена как среднее от Z' по ψ_a:

$$\operatorname{tg}\delta_a = C_a = \frac{\rho_\Sigma \rho_\Lambda}{\beta_\Sigma^2 \rho_\Sigma + \beta_\Lambda^2 \rho_\Lambda}[\gamma_{\Sigma\Sigma}\beta_\Lambda^2 + \gamma_{\Lambda\Lambda}\beta_\Sigma^2 - 2\gamma_{\Sigma\Lambda}\beta_\Sigma \beta_\Lambda]. \tag{57}$$

Если C_r велико, то вблизи резонанса, согласно (55), δ_r проходит через 0. Кривая для $\operatorname{tg}\delta_r$ имеет форму, изображенную на рис. 3.

Если предположить, что Y_1^* является резонансом, описываемым формулой (55), то сравнение (55) с экспериментальной формой Y_1^* показывает, что C_r и, соответственно, элементы матрицы γ должны быть малы.

Из формулы (53) для ψ_r вытекает, что при распаде резонансного состояния на $\Lambda + \pi$ и $\Sigma + \pi$ отношение числа испускаемых в резонансе Σ и Λ равно

$$(\Sigma/\Lambda)_r = (\beta_\Sigma^2 \rho_\Sigma/\beta_\Lambda^2 \rho_\Lambda)_r. \tag{58}$$

Индекс r означает теперь, что все величины должны браться при резонансной энергии $E = M^*$.

Сведения об отношении Σ/Λ в состоянии с $I = 1$ имеются лишь при пороговой энергии $E = m_K + m_N$. Согласно (28) и (29), это отношение дается выражением

$$\left(\frac{\Sigma}{\Lambda}\right)_I = \frac{b_1(\Sigma)}{b_1(\Lambda)} = \left| \frac{\langle \varphi_1 | M | \Sigma\pi \rangle}{\langle \varphi_1 | M | \Lambda\pi \rangle} \right|^2 \frac{\rho_\Sigma}{\rho_\Lambda}, \tag{59}$$

где матрица M равна

$$M = \beta_\lambda (1 - i\rho\gamma)^{-1}.$$

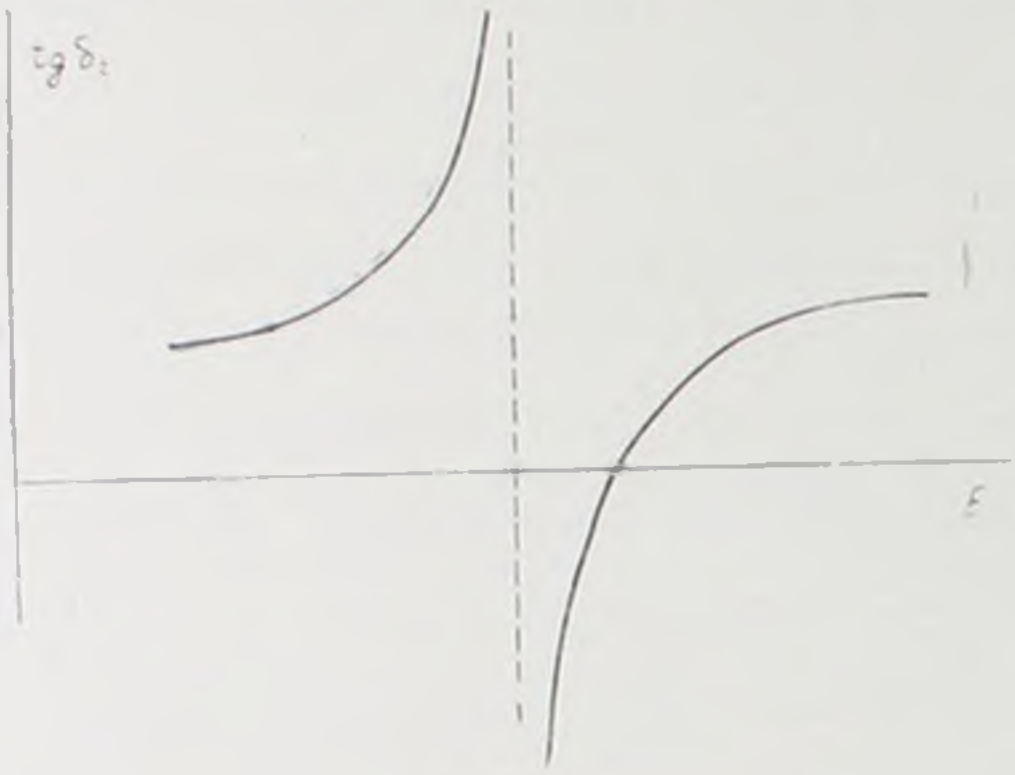


Рис. 3.

Если считать элементы матрицы γ малыми, то (59) сводится к (индекс $I = 1$ опять не выписываем)

$$\left(\frac{\Sigma}{\Lambda}\right)_I = \frac{b_1(\Sigma)}{b_1(\Lambda)} \approx \left(\frac{\beta_\Sigma^2 \rho_\Sigma}{\beta_\Lambda^2 \rho_\Lambda}\right)_I, \tag{60}$$

т. е. к той же формуле, что и (58), но при другой энергии.

Согласно данным опыта $\dfrac{b_1(\Sigma)}{b_1(\Lambda)} = \dfrac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon} \approx 1{,}5$. Даже если (наиболее выгодный случай) четность $K\Lambda$ отрицательна, а $K\Sigma$ положительна, так что системы $\Lambda\pi$ и $\Sigma\pi$ находятся соответственно в $s_{1/2}$- и $p_{1/2}$-состояниях, (58) относится к (60) как $\dfrac{\left(\frac{q_\Sigma^3}{q_\Lambda}\right)_I}{\left(\frac{q_\Sigma^3}{q_\Lambda}\right)_I} \approx \dfrac{1}{6}$. Это предписывает для отношения $\left(\dfrac{\Sigma}{\Lambda}\right)_I$ величину 0,25, в то время как на опыте оно не превышает 0,05. Неясно, насколько отличие элементов матрицы γ от нуля может устранить столь значительное несогласие.

Резюмируя, можно сказать, что в настоящее время совокупность опытных данных говорит, по-видимому, против гипотезы о том, что Y^* является „виртуальным связанным состоянием" системы $K\Lambda$. С

другой стороны, имеющиеся данные ни в коей мере не являются окончательными, и следует ожидать дальнейшего уточнения значений параметров a_0, b_0, a_1, b_1, ε, Φ_t.

ЛИТЕРАТУРА

1. *R. H. Dalitz, S. F. Tuan*, Ann. Phys., **3**, 307 (1960).
2. *R. H. Dalitz*, Rev. Mod. Phys., **33**, 471 (1961).
3. *R. H. Dalitz*, Strong Interaction Physics and the Strange Particles, Лекции, прочитанные в летней школе теоретич. физики в Бангалоре, Индия, 1961.
   R. H. Dalitz, Proc. of the Aix-en-Provence Internat. conf. on Elementary Particles, September, 1961.
4. *R. Ross*, Report UCRL—9749, June 1961. *W. Humpfrey*, Report UCRL—9752, June 1961.
5. *D. Luers, I. Mittra, W. Willis, S. Yamamoto*, Phys. Rev. Lett., **7**, 255 (1961).

В. Н. ГРИБОВ

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ АМПЛИТУД РАССЕЯНИЯ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ *

§ 1. Связь асимптотики амплитуды рассеяния с полюсами амплитуд парциальных волн

Для того, чтобы более четко сформулировать гипотезы, которые необходимо сделать для исследования асимптотического поведения амплитуд рассеяния при высоких энергиях, я вынужден начать с несколько формальных вопросов, связанных с аналитическими свойствами амплитуд как функций энергии и переданного импульса или момента.

Пусть у нас имеется некоторый процесс перехода двух частиц в две, который мы будем изображать графиком вида рис. 1, где l_i — 4-импульсы соответствующих частиц (для симметрии обозначений считается, что все импульсы входящие). Диаграмма рис. 1 может описывать три разных процесса

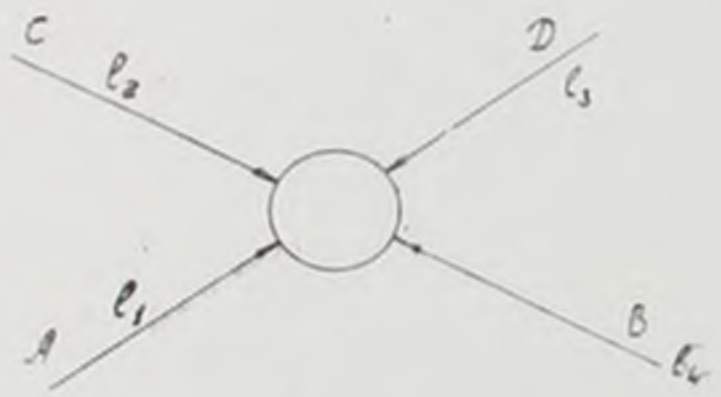


Рис. 1.

$$\begin{aligned} &\text{a)}\quad A + C = B + D \\ &\text{b)}\quad A + \bar{D} = B + \bar{C} \\ &\text{c)}\quad A + \bar{B} = \bar{C} + D \end{aligned} \tag{1}$$

Амплитуда перехода всех этих трех процессов есть функция трех релятивистски инвариантных величин

$$s = (l_1 + l_2)^2,\ t = (l_1 + l_4)^2,\ u = (l_1 + l_3)^2; \tag{2}$$

которые связаны соотношением

$$s + t + u = \Sigma m_i^2 . \tag{3}$$

Для реакции (1a) s есть квадрат энергии частиц A и C в их системе центра инерции, t—квадрат импульса, переданного от частицы A к частице B и u—квадрат импульса, переданного от частицы A к частице D. Для реакций (1b) и (1c) роли величин s, t, u меняются; так,

---

* Лекция прочитана для экспериментаторов.

t является квадратом энергии в Ц-с для реакции (1c). Кинематику всех трех процессов (1) очень удобно изобразить графически на плоскости Мандельстама (см. рис. 2).

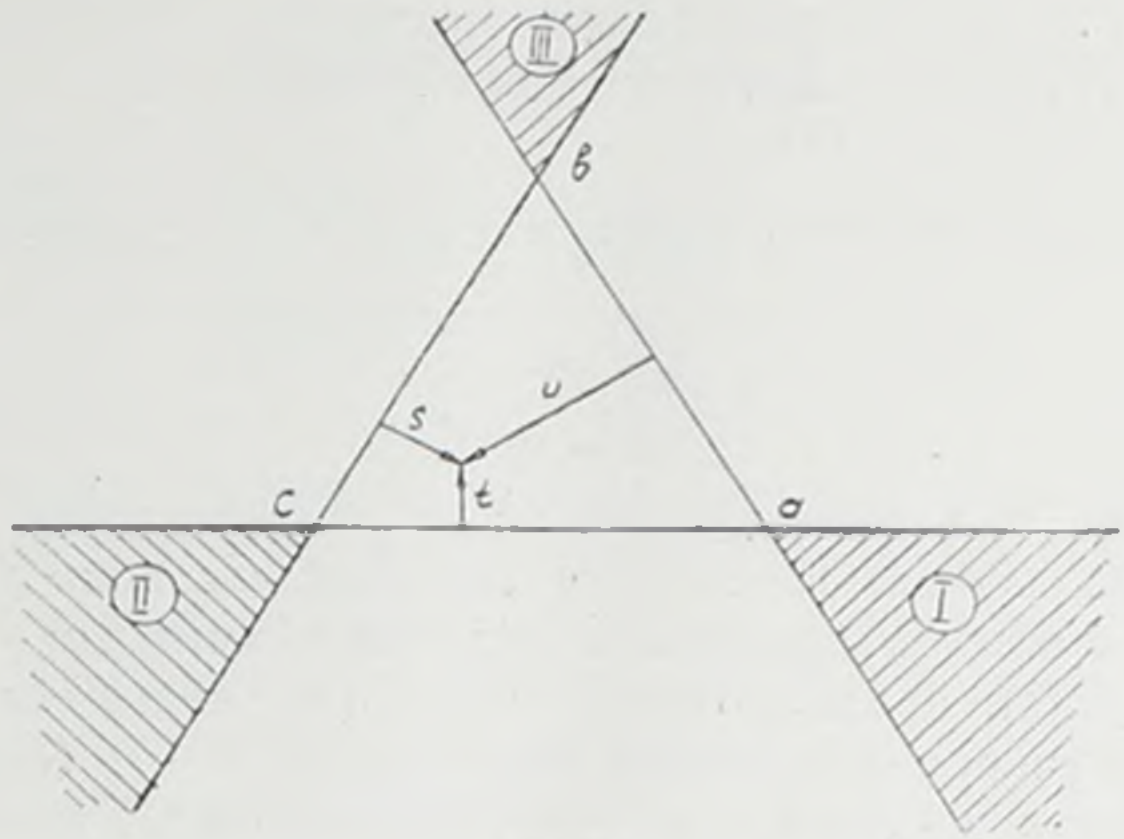


Рис. 2.

Выбирается равносторонний треугольник abc; принимается, что величина s принимает положительные значения правее линии bc, величина u—левее линии ab, а величина t принимает положительные значения выше линии ac. Алгебраическая сумма расстояний произвольной точки плоскости до сторон треугольника есть величина постоянная, как это и требуется соотношением (3). В случае реакции (1a) $s>0$, $t<0$, $u<0$, т. е. кинематически допустимая, или физическая область реакций (1a) дается заштрихованным участком (I) плоскости Мандельстама (для простоты на рис. 2 приведен случай равных масс—$m_i=\mu$). Физические области реакций (1b) и (1c) даются участками II и III соответственно. Поскольку физические области всех трех процессов различны, амплитуды соответствующих переходов, вообще говоря, разные.

Из основных принципов теории поля следует, что амплитуды процессов (I) описываются единой аналитической функцией переменных s, t, u, которая в областях I, II и III совпадает с амплитудами (1a), (1b), (1c).

В дальнейшем нас будет интересовать поведение амплитуды перехода при больших энергиях. Для конкретности рассмотрим амплитуду процесса (1a) при больших значениях s и малых передаваемых импульсах t.

С точки зрения реакции (III) (аннигиляционный канал) мы находимся в области небольших отрицательных кинетических энергий t и больших нефизических значениях переданных импульсов s. Такой подход, как будет видно в дальнейшем, оказывается чрезвычайно плодотворным.

Рассмотрим поэтому амплитуду в канале III в области положительных кинетических энергий $t > 4\mu^2$. Ее разложение по парциальным волнам имеет вид:

$$A(s, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)\, f_n(t)\, P_n(z), \tag{4}$$

где $f_n(t)$ — парциальная амплитуда и $z = \cos\vartheta$, ϑ — угол рассеяния в канале III.

$$z = 1 + \frac{2s}{t - 4\mu^2},$$

при $s \to \infty$ $z \to \infty$, т. е. асимптотике по s соответствует асимптотика по z. Последняя зависит от свойств парциальных волн $f_n(t)$.

Для того чтобы понять, каким образом асимптотика по z связана со свойствами $f_n(t)$, предположим, что $f_n(t)$ являются значениями некоторой аналитической функции переменной l — $f_l(t)$ при целочисленных значениях аргумента $l = n$. Предположим также, что эта функция ведет себя на бесконечности как

$$e^{-\alpha l} \quad (\mathrm{Re}\, l > 0,\ \alpha > 0).$$

В этих предположениях разложение (4) можно записать в виде интеграла

$$A(s, t) = \frac{1}{2i} \int_C \frac{(2l+1)\, f_l(t)\, P_l(-z)\, dl}{\sin \pi l}; \tag{5}$$

контур C изображен на рис. 3. Предположенное поведение $f_l(t)$ при больших l позволяет деформировать контур интегрирования по l так, как изображено на рис. 4.

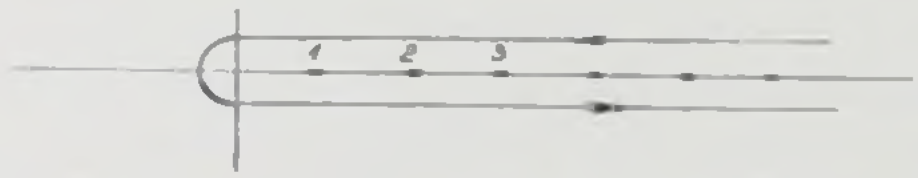


Рис. 3.

Участки $\alpha\beta$ и $\gamma\delta$ контура C' на рис. 4 можно смещать влево — до первой (наиболее правой) особенности $l(t)$ функции $f_l(t)$.

Если первая особенность является полюсом, то контур можно деформировать и дальше влево, если учесть вклад от полюса. Поскольку при больших z

$$P_l(-z) = \frac{\Gamma(2l+1)}{2^l \Gamma^2(l+1)} (-z)^l,$$

($\Gamma(x)$ — гамма-функция); если $\mathrm{Re}\, l > -\frac{1}{2}$, то при $z \to \infty$ полюс будет давать главный вклад в амплитуду рассеяния и асимптотически она будет иметь вид

$$A(s, t) = -\frac{[2l(t)+1]}{\sin \pi l(t)} \cdot \frac{\Gamma(2l+1)}{2^l \Gamma^2(l+1)}\, r(t)\, (-z)^l, \tag{6}$$

где $r(t)$ — вычет $f_l(t)$ в полюсе $l = l(t)$.

Асимптотика (6) была впервые получена в нерелятивистской квантовой механике Редже, и поэтому полюса $f_l(t)$, приводящие к такой асимптотике, называют полюсами Редже.

§ 2. Представление Мандельстама, полюса Редже и асимптотика амплитуд рассеяния

Асимптотическое поведение вида (6) приводит к чрезвычайно интересным следствиям, о которых речь будет идти в дальнейшем. Поэтому мы остановимся подробно на физическом смысле тех гипотез, которые должны быть сделаны для получения такого асимптотического поведения. Эти гипотезы состоят в следующем.

1. Амплитуды парциальных волн являются значениями при целых l аналитической функции $f_l(t)$, которая ведет себя при больших l как $e^{-\alpha l}$ и не имеет особенностей в полуплоскости $\mathrm{Re}\, l > l_0$, где l_0 — некоторое значение момента. Можно показать, что эта гипотеза эквивалентна представлению Мандельстама.

2. Ближайшими особенностями $f_l(t)$ со стороны больших $\mathrm{Re}\, l$ являются простые полюса.

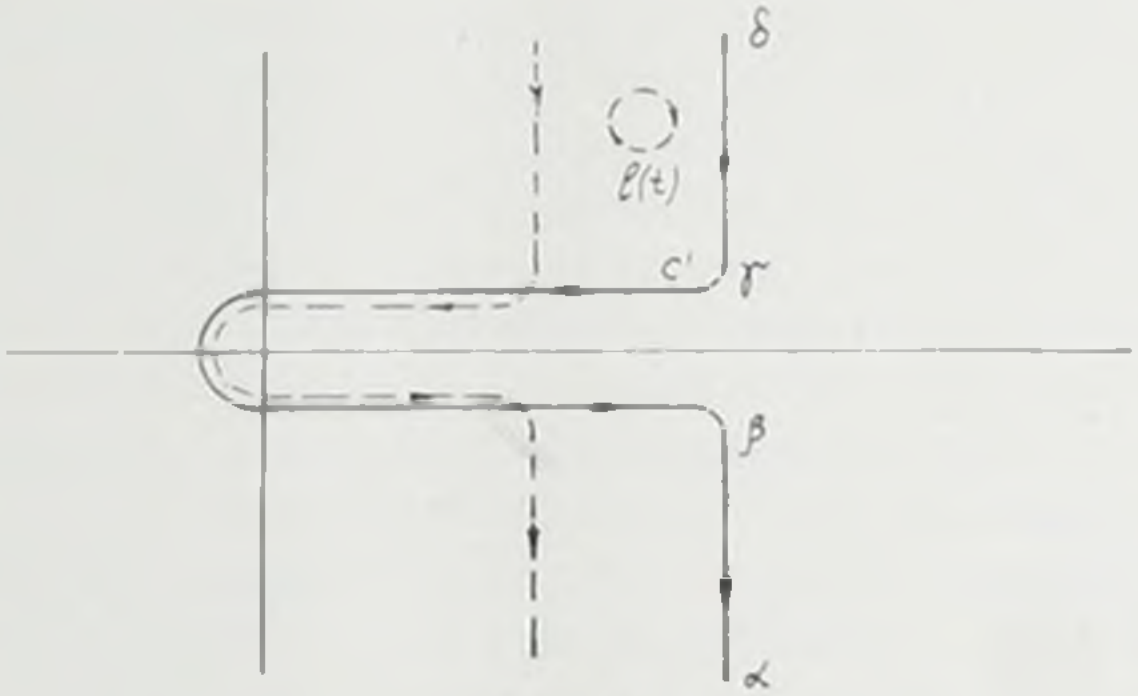


Рис. 4.

1. Выясним прежде всего, почему парциальную амплитуду можно считать аналитической функцией l.

В нерелятивистской квантовой механике это можно показать, исходя из того обстоятельства, что все парциальные волны определяются одним потенциалом.

В теории поля ситуация сложнее, так как эффективный потенциал зависит от l. Однако, если постулировать, что амплитуда рассеяния как функция переданного импульса обладает простыми аналитическими свойствами — удовлетворяет дисперсионному соотношению по переданному импульсу, то можно показать, что амплитуды парциальных волн $f_n(t)$ являются значениям при $l = n$ аналитической функции $f_l(t)$, ведущей себя при больших l как $e^{-\alpha l}$. Таким образом, аналитичность $A(s, t)$ по переданному импульсу означает, что в некотором смысле существует единое взаимодействие в состояниях с разными l.

Имеется только одно интересное усложнение, состоящее в том, что приходится рассматривать две различные аналитические функции $f_l^{\pm}(t)$, совпадающие с $f_n(t)$ соответственно только при четных или нечетных l.

Это обстоятельство можно проиллюстрировать на основе нерелятивисткой механики, если ввести, наряду с обычным потенциалом, также и потенциал обменных сил. Ясно, что при этом парциальные амплитуды, соответствующие четным и нечетным l, определяются разными потенциалами. В этом случае разложение по парциальным волнам для амплитуды разбивается на симметричную и антисимметричную части, соответствующие суммированию по четным и нечетным значениям l.

$$A^{+}(s, t) = \sum_{n=2k}^{\infty} (2n+1)\, f_n(t)\, P_n(z),$$

$$A^{-}(s, t) = \sum_{n=2k+1}^{\infty} (2n+1)\, f_n(t)\, P_n(z), \qquad (7)$$

и каждая из амплитуд (7) должна рассматриваться отдельно.

2. Остановимся теперь на физическом смысле полюсов $f_l(t)$.

Пусть f_l как функция l при фиксированном t имеет полюс при $l = l(t)$. Это значит, что она имеет полюс при $t = t(l)$ как функция t при фиксированном l. Имея в виду, что t есть энергия в аннигиляционном канале (III) и что амплитуды парциальных волн имеют полюса при отрицательных кинетических энергиях, соответствующие связанным состояниям, а при комплексных энергиях — полюса, соответствующие резонансным состояниям, придем к заключению, что функция $t = t(l)$ определяет совокупность связанных и резонансных состояний, если l принимает целочисленные значения.

Общий характер функции $t = t(l)$ можно продемонстрировать следующим образом. Если при некотором $l = n_1$ имеется связанное состояние с энергией t_1, то при увеличении l $t(l)$ увеличивается (центробежный барьер уменьшает энергию связи). При $l = n_1 + 1$ может возникнуть следующее связанное состояние с энергией t_2 и т. д. Поскольку, вообще говоря, не существует связанных состояний со сколь угодно большим моментом, то при некотором $l = \lambda$, $t(\lambda)$ станет равным $4\mu^2$ и при дальнейшем увеличении l станет комплексным (рис. 5) и будет отвечать возможным резонансным состояниям.

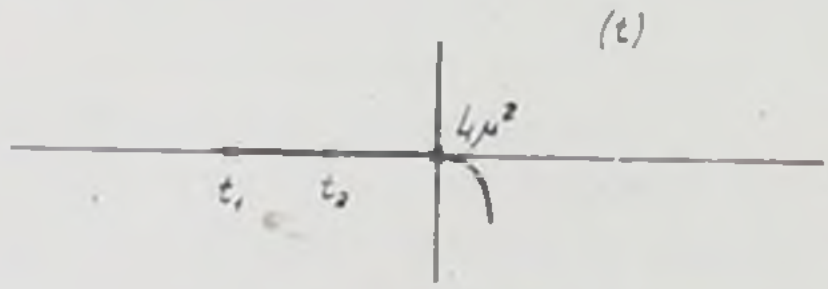


Рис. 5.

Если теперь вернуться к полюсам $f_l(t)$ как функции l, то легко понять, что функция $l = l(t)$ определяет возможные моменты связанных и резонансных состояний с разными энергиями, так же как функция $t = t(l)$ определяет их возможные энергии при разных l.

Общий характер функции $l = l(t)$ при вещественных t изобра-

жен на рис. 6. $l(t)$ вещественно при $t<4\mu^2$ и при $t\to\infty$ либо стремится к конечному пределу, либо к минус бесконечности.

В нерелятивистской квантовой механике первый случай соответствует взаимодействию, которое сингулярно на малых расстояниях, второй — несингулярному взаимодействию. При $t>4\mu^2$ $l(t)$ комплексно и, по-видимому, имеет положительную мнимую часть.

Если имеет место представление Мандельстама с конечным числом вычитаний, то величина $\mathrm{Re}\,l(t)$ должна быть ограничена.

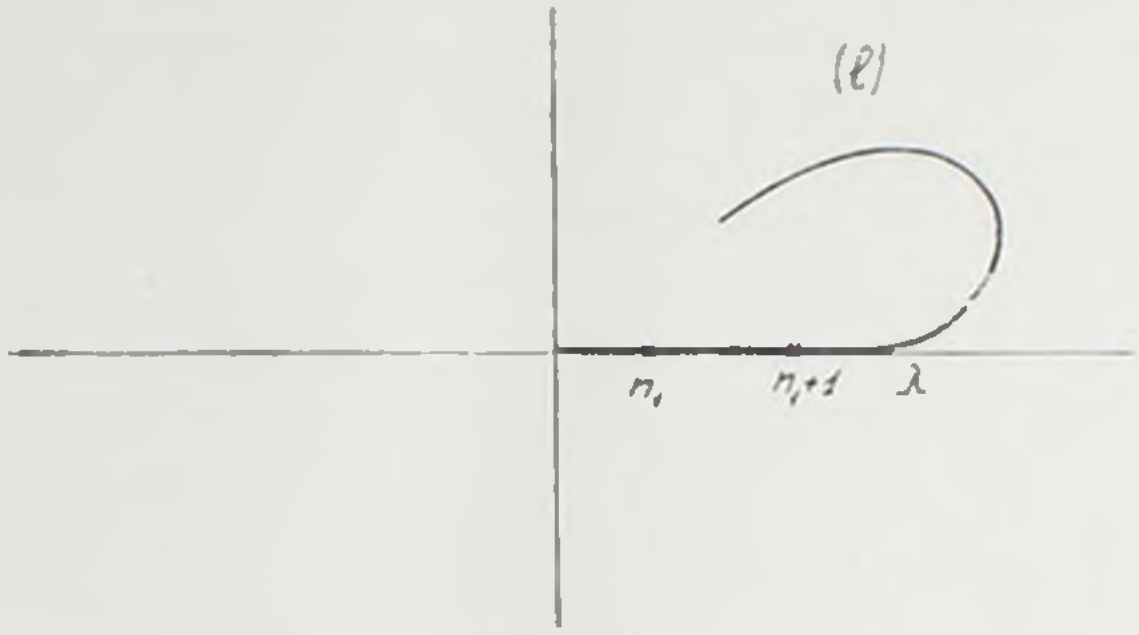


Рис. 6.

Таким образом, оказывается, что асимптотика амплитуды при больших энергиях (s) в первом канале определяется совокупностью связанных состояний и резонансов амплитуды в третьем канале (аннигиляционном). Поскольку в силу оптической теоремы

$$\mathrm{Im}A(s,0)=\frac{s}{16\pi}\,\sigma_{\text{полн}},$$

и полное сечение не возрастает с энергией, то значения $l(t)$ должны быть ограничены: $l\leqslant 1$. Имея в виду, что функция $l(t)$ определяет совокупность всевозможных связанных и резонансных состояний, можно прийти к выводу о том, что состояния с большими спинами невозможны.

§ 3. Обмен виртуальными состояниями с нецелыми l и квантовые числа полюсов

Для качественного понимания свойств рассеяния при больших энергиях можно эффективно описывать рассеяние с помощью диаграммы рис. 7, где соединяющая пунктирная линия соответствует обмену виртуальной частицей с нецелочисленным значением момента. Для вычисления амплитуды процесса при больших энергиях элементам приведенной диаграммы можно сопоставить определенные величины согласно специальной условной рецептуре, аналогичной во многом технике Фейнмана. Можно

Рис. 7.

рассмотреть с точки зрения приведенной „плоской" диаграммы $\pi\pi$-, πN- и NN-рассеяния (рис. 8) (опустим сначала спиновые переменные)

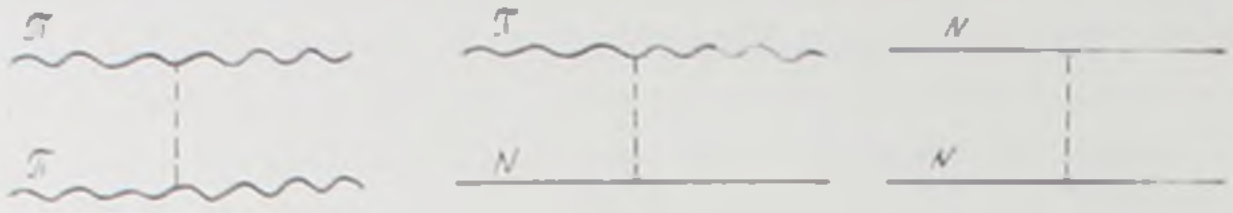


Рис. 8.

Ясно, что „полюс", имеющийся в $\pi\pi$-рассеянии, будет содержаться и в πN-, и в NN-рассеяниях. И поскольку „обмен" этим полюсом $l = l(t)$ определяет поведение амплитуды при больших энергиях, то можно утверждать, что асимптотическая зависимость амплитуд этих трех процессов будет одинаковой и пропорциональной $s^{l(0)}$ (строгое доказательство этого приводится в следующей лекции).

Полюса $j_l(t)$, определяющие асимптотику сечений, могут возникать как в антисимметричной (A^-), так и в симметричной (A^+) частях амплитуды. Кроме того, каждая амплитуда A и j_l характеризуется определенным значением изотопического спина T в аннигиляционном канале. Для других процессов нужно ввести также странность, зарядовую четность и т. д. Обмен виртуальным состоянием соответствует некоторому изменению квантовых чисел системы при переходе из начального состояния A в конечное состояние B. В этом смысле нужно приписывать полюсам определенный набор квантовых чисел.

Можно привести соображения в пользу того, что наибольшие $l(t)$ при $t < 4\mu^2$ (μ-масса π-мезона) имеет полюс симметричной части амплитуды A_T^+ с $I=0$, $J=0$ и $P=+1$. Этот полюс имеет те же квантовые числа, что и вакуум и поэтому его называют вакуумным полюсом (или полюсом Померанчука). Рассеяние с обменом вакуумным полюсом не изменяет никаких квантовых чисел, кроме момента (максимальная когерентность при рассеянии). Поэтому он всегда имеется и дает основной вклад в асимптотическое поведение амплитуды упругого рассеяния.

Как уже указывалось выше, исходя из оптической теоремы и ограниченности полного сечения, следует положить $l(0) = 1$. Независимо от этого, можно показать, что $l(0)$ не может быть больше единицы и, следовательно, условие $l(0)=1$ и постоянство сечения соответствуют максимально сильному взаимодействию. Поскольку вакуумный полюс, определяющий асимптотику при упругом рассеянии, является полюсом симметричной части амплитуды A_T, которая не меняется при замене $z \to -z$, то отсюда следует теорема Померанчука. В самом деле, замена $z \to -z$ соответствует переходу от процесса рассеяния частицы на частице (I канал) к процессу рассеяния античастицы на частице (II канал).

§ 4. Асимптотика упругого рассеяния

Рассмотрим более подробно свойства асимптотики упругого рас-

сеяния. Как уже говорилось, амплитуда упругого рассеяния определяется вакуумным полюсом и имеет вид $A(s,t) = f(t)s^{l(t)}$, где $f(t)$ пропорционально вычету в полюсе $l = l(t)$, $l(0) = 1$.

Заметим, что любой процесс рассеяния описывается такой же амплитудой, но с разными $f(t)$.

Дифференциальное сечение дается формулой

$$\frac{d\sigma}{dt} = |f(t)|^2 s^{2(l-1)}. \tag{8}$$

Известно, что амплитуда чисто диффракционного рассеяния имеет вид $A(s,t) = sf(t)$, и поэтому дифференциальное сечение $\frac{d\sigma}{dt} \sim |f(t)|^2$ не зависит от энергии. Из формулы (8) видно, что такой результат получается только при рассеянии вперед, когда $l(t) = l(0) = 1$.

При рассеянии на ненулевой угол дифференциальное сечение будет падать с увеличением энергии, и угловое распределение будет сужаться (см. рис. 9, где сплошная кривая соответствует диффракционному рассеянию, а пунктирные кривые соответствуют рассматриваемому случаю).

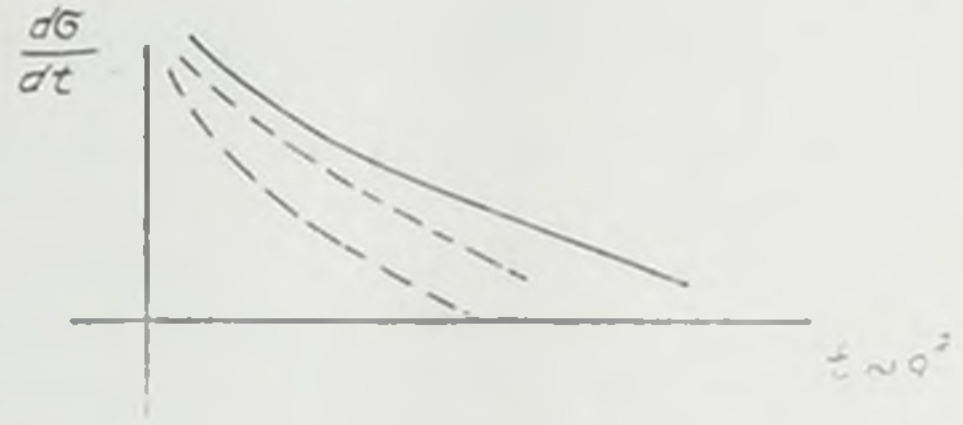


Рис. 9.

Действительно, пусть t отлично от нуля и мало; тогда $l(t) = 1 + \gamma t = 1 - \gamma q^2$, $q^2 = -t$ (можно показать, что $\gamma > 0$, так как $l(t)$ — растущая функция).

Тогда $s^{2(l-1)} = s^{-2\gamma q^2} = e^{-2\gamma q^2 \ln s} = e^{-2\gamma q^2 \xi}$, где $\xi = \ln s$. Поэтому величина $\frac{d\sigma}{dt}$ при $\xi \gg 1$ будет не очень малой только в области малых значений q^2, при $q^2 \lesssim \frac{1}{2\gamma \ln s}$. Таким образом, с ростом энергии угловое распределение сужается; как легко заметить, полное сечение упругого рассеяния стремится к нулю как $\frac{1}{\ln s}$. Однако полное сечение в силу оптической теоремы будет оставаться постоянным.

На языке эффективных прицельных параметров это можно понять следующим образом. Существенные угловые моменты j при рассеянии на угол ϑ есть $j \sim \frac{1}{\vartheta}$; но, как было показано выше, $\frac{1}{\vartheta^2} \sim$

$\sim p^2 2\gamma \ln s$ (p — импульс в системе II). С другой стороны, прицельный параметр $\rho \sim \frac{l}{p}$, следовательно, $\rho^2 \sim 2\gamma \ln s$, т. е. квадрат эффективного радиуса системы логарифмически растет с ростом энергии. Можно сказать, что система становится прозрачнее (система все более и более сереет). Рост эффективных прицельных параметров с энергией компенсируется ростом прозрачности так, что полное сечение не зависит от энергии. Такая компенсация осуществляется в силу того, что $l(0) = 1$. В случае не максимально сильного взаимодействия $l(0) < 1$, и серение системы происходило бы быстрее, чем рост ρ^2.

Зависимость $\frac{d\sigma}{dt}$ от энергии можно проверить экспериментально, сравнивая сечения при разных энергиях и одинаковых t. Кроме того, как следует из предыдущего, сравнивая $\frac{d\sigma}{dt}$ при больших энергиях для реакций $\pi\pi$- , πN- и NN-рассеяний, мы должны получить одинаковые $l(t)$.

§ 5. Соотношение между амплитудами различных процессов

Установим связи между амплитудами перечисленных реакций, т. е. величинами вычетов $f(l)$.

Для этого удобно снова обратиться к графическому представлению процессов рассеяния при больших энергиях (ср. рис. 8).

Для простоты сначала рассмотрим случай бесспиновых частиц (рис. 8). Вершинным частям графиков $\pi\pi$- , πN- и NN-рассеяний сопоставляются функции $\Gamma_\pi(t)$, $\Gamma_N(t)$. Тогда амплитуды соответственно имеют вид

$$A_{\pi\pi} \sim \Gamma_\pi^2 \, s^{l(t)} C_l, \quad A_{\pi N} \sim \Gamma_\pi \Gamma_N \, s^{l(t)} C_l, \quad A_{NN} \sim \Gamma_N^2 \, s^{l(t)} \, C_l,$$

где

$$C_l = -\frac{(2l+1)\,\Gamma(2l+1)\pi}{\sin \pi l \, 2^{l-1} \Gamma^2 (l+1)} \cdot \frac{1}{2}(e^{-i\pi l} \pm 1). \qquad (9)$$

C_l получается аналогично коэффициентам в формуле (6). Появление последнего множителя обусловлено разделением амплитуды на симметричную (верхний знак) и антисимметричную (нижний знак) части. Γ_π, Γ_N вещественны при $t < 4\mu^2$.

Отсюда сразу следует, что

$$A_{\pi\pi} \cdot A_{NN} = A_{\pi N}^2, \quad \sigma_{\pi\pi} \, \sigma_{NN} = \sigma_{\pi N}^2, \qquad (20)$$

σ_{ik} — полные сечения или сечения упругого рассеяния.

Если использовать существующие экспериментальные данные для полных сечений $\sigma_{\pi N}$- и σ_{NN}-рассеяний, то можно получить асимптотическую оценку для полного сечения $\sigma_{\pi\pi} \sim 16$ *мбарн*. Совершенно аналогично для случая K-мезонов получаем

$$\sigma_{KK}\,\sigma_{NN} = \sigma_{KN}^2$$

и для σ_{KK} имеем оценку ~ 12 *мбарн*. Можно показать, что учет спинов приводит к следующим выражениям для амплитуд

$$A_{\pi\pi} \sim \Gamma_\pi^2\, s^{l(t)}\, C_l,$$

$$A_{\pi N} \sim \Gamma_\pi \left(\Gamma_N^{(1)} + \Gamma_N^{(2)} \frac{2m\hat{q}}{s}\right) s^{l(t)}\, C_l,$$

$$A_{NN} \sim \left(\Gamma_N^{(1)} + \Gamma_N^{(2)} \frac{2m\hat{p}''}{s}\right)_{11} \left(\Gamma_N^{(1)} + \Gamma_N^{(2)} \frac{2m\hat{p}'}{s}\right)_{22} s^l C_l\,, \qquad (11)$$

$\hat{q} = \frac{1}{2}(\hat{k}_1 + \hat{k}'_1)$, k_1, k'_1 — импульсы мезона до и после рассеяния, $\hat{p}' = \frac{1}{2}(\hat{p}_1 + \hat{p}'_1)$; $\hat{p}'' = \frac{1}{2}(\hat{p}_2 + \hat{p}'_2)$; p_1, p_2; p'_1 p'_2 — импульсы первого и второго нуклонов соответственно до и после рассеяния.

Скобка $(\quad)_{11}$ или $(\quad)_{22}$ означает, что выражение берется в облаках между спинорами первого или второго нуклона.

Величины Γ_π, $\Gamma_N^{(1)}$ и $\Gamma_N^{(2)}$ вещественны. Амплитуды KK- и KN-рассеяний отличаются заменой Γ_π на Γ_K.

Из (11) видно, что связь между сечениями получается такой же, как в бесспиновом случае.

В силу вещественности коэффициентов в (11) при рассеянии не возникает поляризации неполяризованного пучка. В силу того, что спиновая матрица в NN-рассеянии является произведением матриц отдельных нуклонов, в NN-рассеянии нет спиновых корреляций между нуклонами 1 и 2.

Однако имеет место деполяризация пучка или мишени, причем степень деполяризации определяется отношением $\Gamma_N^{(1)}/\Gamma_N^{(2)}$ и, следовательно, одинакова для πN- , NN- , $N\bar{N}$-, KN- и $\bar{K}N$-рассеяний. Исследование этих поляризационных эффектов явится важной проверкой всей схемы.

Рассмотрим процессы рассеяния на ядрах. Мы можем попытаться, несмотря на наличие аномальных порогов в амплитудах этих процессов, по аналогии с предыдущим написать

$$\sigma_{AA}\,\sigma_{NN} = \sigma_{NA}^2\,.$$

Если это сделать, то возникает следующая интересная ситуация. Поскольку радиус ядра $R \sim A^{1/3}$, где A — атомный номер, то для непрозрачных ядер $\sigma_{NA} \sim A^{2/3}$ и $\sigma_{AA} \sim A^{4/3}$, что физически бессмысленно, так как поперечник рассеяния ядра на ядре в случае их непрозрачности $\sim (2R)^2 \sim 4A^{2/3}$.

Однако, поскольку при увеличении энергии система становится прозрачнее, то естественно считать, что $\sigma_{NA} \sim A$, т. е. $\sigma_{AA} \sim A^2$; таким

образом, можно ожидать, что при увеличении энергии сечения рассеяний ядер на ядрах будут переходить от закона $A^{2/3}$ к закону A^2; область перехода соответствует наступлению асимптотического режима.

Таким образом, ясно, что асимптотические соотношения для ядер, если и могут выполняться, то только при таких энергиях, при которых эффективные прицельные параметры в нуклон-нуклонном рассеянии станут сравнимы или больше размеров ядра. Это может наступить, по-видимому, только при очень больших энергиях, так как экспериментальные данные указывают на то, что $\frac{dI(t)}{dt} = \gamma - \frac{1}{m^2}$ и, следовательно, условие $\varrho^2 \gg \frac{1}{m^2}$ выполняется только при энергиях $s \gg m^2 e^{\frac{2m^2}{\mu^2}}$.

Мы не имеем пока оснований думать, что аналогичного типа условие является условием применимости асимптотических соотношений также и к элементарным частицам.

Формальной причиной отличия условий применимости асимптотических соотношений к ядрам и к элементарным частицам являются, по-видимому, аномальные свойства диаграмм Фейнмана, соответствующих случаю рассеяния на ядрах.

Остановимся еще на одном свойстве вакуумного полюса. Рассмотрим неупругое рассеяние нуклон-нуклон с образованием изобарных состояний (см. рис. 10, где N' означает изобарное состояние).

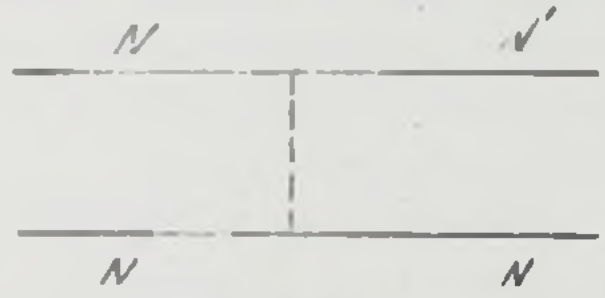


Рис. 10.

Не будем принимать во внимание вопросов, связанных с аномальностями соответствующих диаграмм Фейнмана. Поскольку при обмене вакуумным полюсом все квантовые числа, кроме момента, остаются неизменными, то образование в далекой асимптотике, при $E \to \infty$ изобарного состояния (3/2, 3/2), оказывается невозможным. Образование других изобарных состояний $D_{3/2}$ и $F_{5/2}$, принадлежащих к изотопическому спину $^1/_2$, оказывается возможным. Это обстоятельство, по-видимому, подтверждается экспериментальными данными.

Я смог остановиться сколько-нибудь подробно только на соотношениях между амплитудами процессов, асимптотика которых определяется „вакуумным" полюсом. Имеется ряд вопросов, связанных с влиянием следующих полюсов, содержащихся в амплитудах тех же процессов. Эти полюса обуславливают закон приближения сечений к своим асимптотическим значениям, разность сечений частиц и античастиц, поляризацию в нуклон-нуклонном и других процессах и т. д.

Очень интересные вопросы возникают при исследовании связи полюсов, определяющих асимптотическое поведение амплитуд различных процессов с реально наблюдаемыми резонансами.

Очень важным является вопрос о том, являются ли полюса амплитуд парциальных волн, соответствующие элементарным частицам, движущимися полюсами Редже. Этот вопрос поддается экспериментальному исследованию, например, посредством изучения рассеяния на большие углы.

В заключение я хочу сказать, что хотя мы находимся только на начальной стадии понимания асимптотики процессов при высоких энергиях, однако создается впечатление, что эта область является более простой и более богатой в теоретическом отношении, чем область малых энергий. До сих пор имеется продвижение в понимании асимтотики только в области больших s и малых t или u. Несмотря на то, что наиболее важные закономерности скрыты, по-видимому, в области больших s, t и u, в настоящее время усилия экспериментаторов должны быть направлены на изучение области больших энергий и малых передач импульса. Это позволит установить правильность общей концепции, что является необходимым условием для дальнейшего продвижения.

Н. Г. БИРГЕР

ПОЛНЫЕ СЕЧЕНИЯ ДЛЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТИЦ И АНТИЧАСТИЦ И СЕЧЕНИЯ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

В последние годы появилось много теоретических работ, в которых делаются определенные предсказания относительно сильных взаимодействий при экстремально больших энергиях взаимодействующих частиц. Теории этих процессов посвящены лекции Грибова.

В мою задачу входит дать основные сведения о наших знаниях тех характеристик процессов, относительно которых имеются определенные теоретические предсказания.

К числу таких характеристик принадлежат:

а) зависимость полных сечений для частиц и античастиц от энергии,

б) разность полного сечения частиц и античастиц при $E \to \infty$.

Эта разность при $E \to \infty$ должна подчиняться теореме Померанчука [1], которую можно сформулировать так:

пусть для $E > E_1$, $\sigma_{\text{полн}}(a + b) = \text{const}$

и для $E > E_2$, $\sigma_{\text{полн}}(\bar{a} + b) = \text{const}$,

тогда для $E > E_1, E_2$ $\sigma_{\text{полн}}(\bar{a} + b) - \sigma_{\text{полн}}(a + b) = 0$,

в) зависимость упругого сечения от энергии,

г) связь между полными сечениями взаимодействия различных частиц (например $\sigma(\pi N)$, $\sigma(\pi\pi)$, $\sigma(NN)$). Все эти характеристики, строго говоря, надо получать при $E \to \infty$, поэтому априори нет оснований предполагать, что соотношения, полученные в предположении $E \to \infty$, будут справедливы уже при доступных теперь экспериментаторам энергиях.

В дальнейшем я буду в основном излагать данные, полученные на ускорителях в Женеве, Брукхавене и Дубне, и только совсем немного остановлюсь на данных, получаемых с помощью космических лучей.

1. Полные сечения для взаимодействия p, $\bar{p}$, π^+, π^-, K^+, K^- на протоне

Существует два основных метода измерения полных сечений частиц: 1) метод электроники, 2) метод жидководородных камер.

Первый метод, позволяет получать существенно большую статистику, чем второй и поэтому я буду в дальнейшем использовать данные, полученные этим методом.

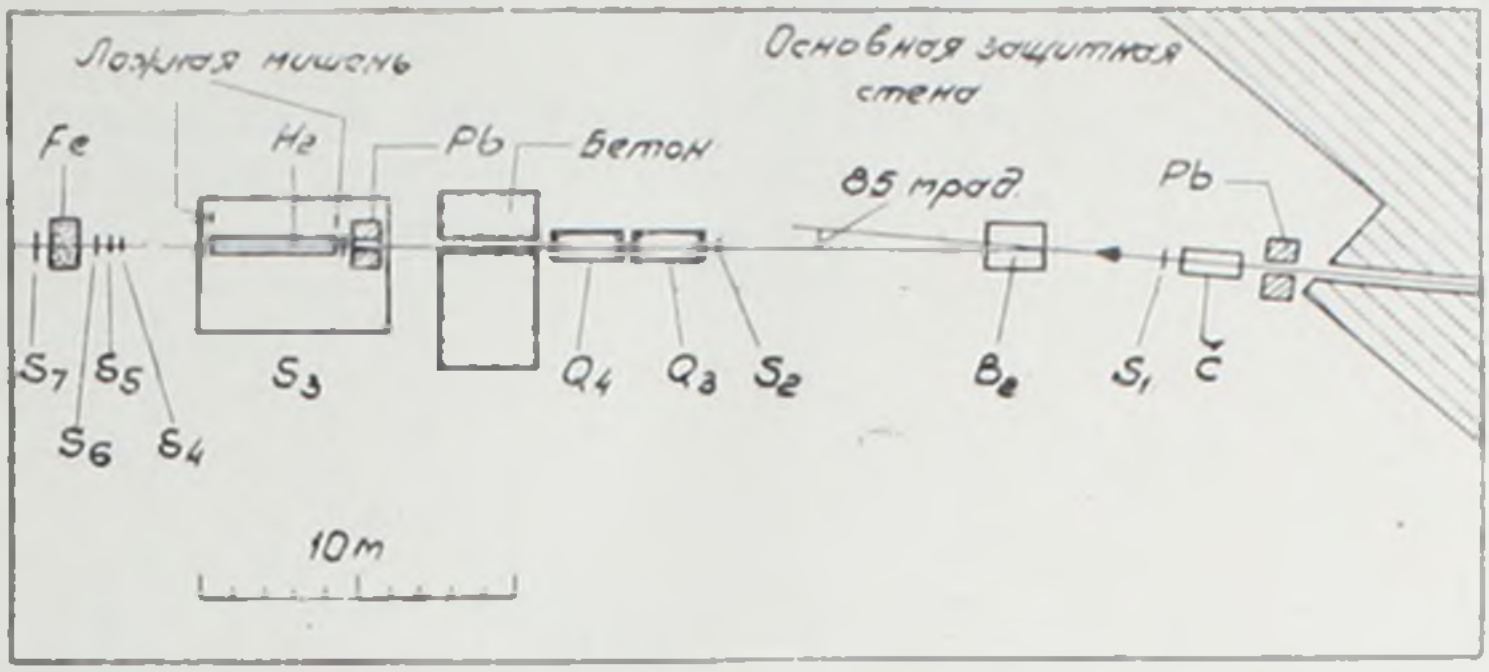


Рис. 1. Схема установки для определения полного сечения взаимодействия частиц с протоном.

На рис. 1 приведена схема установки, заимствованная из работы Фон Дардела и др. [2] (во всех остальных работах использовались аналогичные установки). Пучок вторичных частиц, образованных на внутренней мишени ускорителя, анализируется по импульсам с помощью отклоняющего магнита и фокусируется квадрупольными линзами (на рисунке не показано) в центре черенковского счетчика. Черенковский счетчик выделяет частицы с заданной массой. Отклоняющий магнит B_2 убирает вторичные частицы, образованные в стенках коллиматора, в воздухе и в черенковском счетчике. Квадрупольные линзы Q_3, Q_4 фокусируют дальше пучок на счетчики $S_1 - S_6$, расположенные за жидководородной мишенью.

В опытах с π-мезонами за этими счетчиками располагался железный поглотитель, позволяющий оценить примесь μ-мезонов в пучке π-мезонов. Измерялись совпадения ($S_1\ S_2\ S_3\ \check{C}\ S_i$), где $i = 4, 5, 6$ и совпадения ($S_1\ S_2\ S_3\ \check{C}$) для „пустой" и „полной" мишени. В случае „пустой" мишени устанавливались стальные пластинки, имитирующие стенки жидководородного контейнера. Таким образом, при такой постановке эксперимента измеряется доля частиц, проходящих без взаимодействия через водородную мишень, за исключением случаев рассеяния на малые углы. Для введения поправки на такие события, число совпадений, полученное со счетчиками S_4, S_5, S_6, соответственно, экстраполируется к нулевому углу. Углы, перекрываемые счетчиками, выбираются достаточно малыми с тем, чтобы была возможна линейная экстраполяция $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ к нулю.

На рис. 2 приводится спектр масс отрицательных частиц, полученный в аналогичной установке при импульсе 8 Бэв/с [3]. Доля

K^--мезонов и антипротонов составляет от 0,5 до 2% в интервале импульсов от 3 до 10 Бэв/с.

Для получения абсолютных значений полных сечений необходимо вводить следующие поправки (помимо той, о которой говорилось выше):

а) на кулоновское рассеяние частиц пучка в мишени; эта поправка наиболее существенна при наименьших измеряемых импульсах (так, например, при 4 Бэв/с эта поправка ~ 1%);

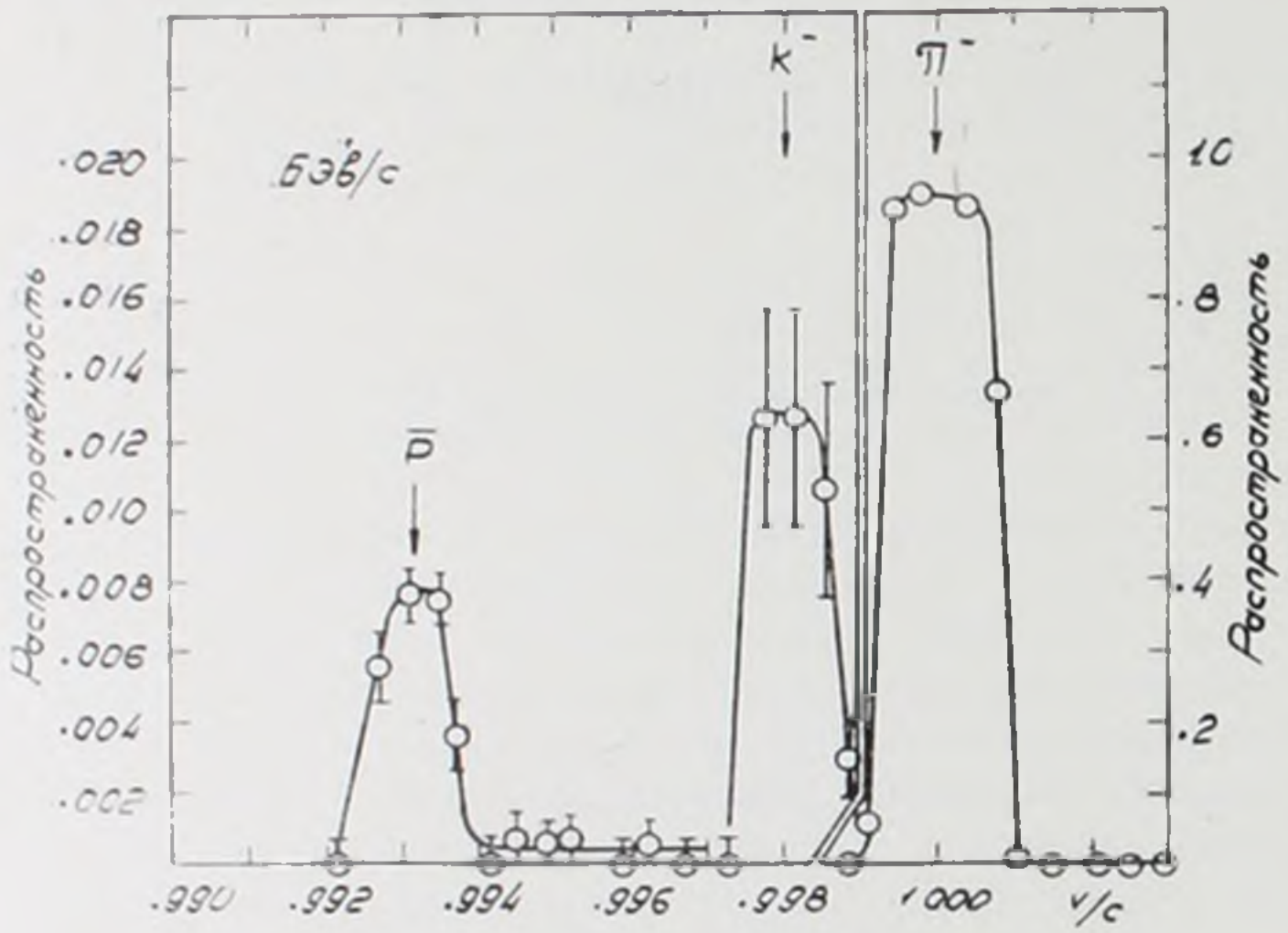


Рис. 2. Спектр масс отрицательных частиц.

б) поправки на примесь частиц другой массы (например μ-мезонов ($\sim 2-3\%$) и электронов ($\sim 1\%$) в пучке π-мезонов);

в) в случае измерения $\sigma(K^-)$ и $\sigma(K^+)$ необходимо вводить поправки на изменение числа распадов налету связанное с ионизационными потерями энергии в мишени;

г) помимо этого возможна ошибка в измерении абсолютных сечений, обусловленная неточностью в определении эффективной длины мишени, калибровкой „пустой" мишени и т. д.

Эта последняя ошибка не скажется на разности сечений частиц и античастиц.

А. $\sigma_{полн}(pp)$ и $\sigma_{полн}(\bar{p}p)$

Основные данные были получены группами Фон Дардела и др. [2], Линденбаума и др. [4], Асмора и др. [5].

На рис. 3 приведены данные для $\sigma_{полн}(pp)$ и $\sigma_{полн}(\bar{p}p)$ в интервале импульсов от 2 до 24 Бэв/с. Для $\sigma_{полн}(\bar{p}p)$ данные имеются вплоть до 28 Бэв/с [5].

Значения полных сечений, а также разность $\sigma_{\text{полн}}(\bar{p}) - \sigma_{\text{полн}}(p)$ при различных импульсах приведены в табл. 1.

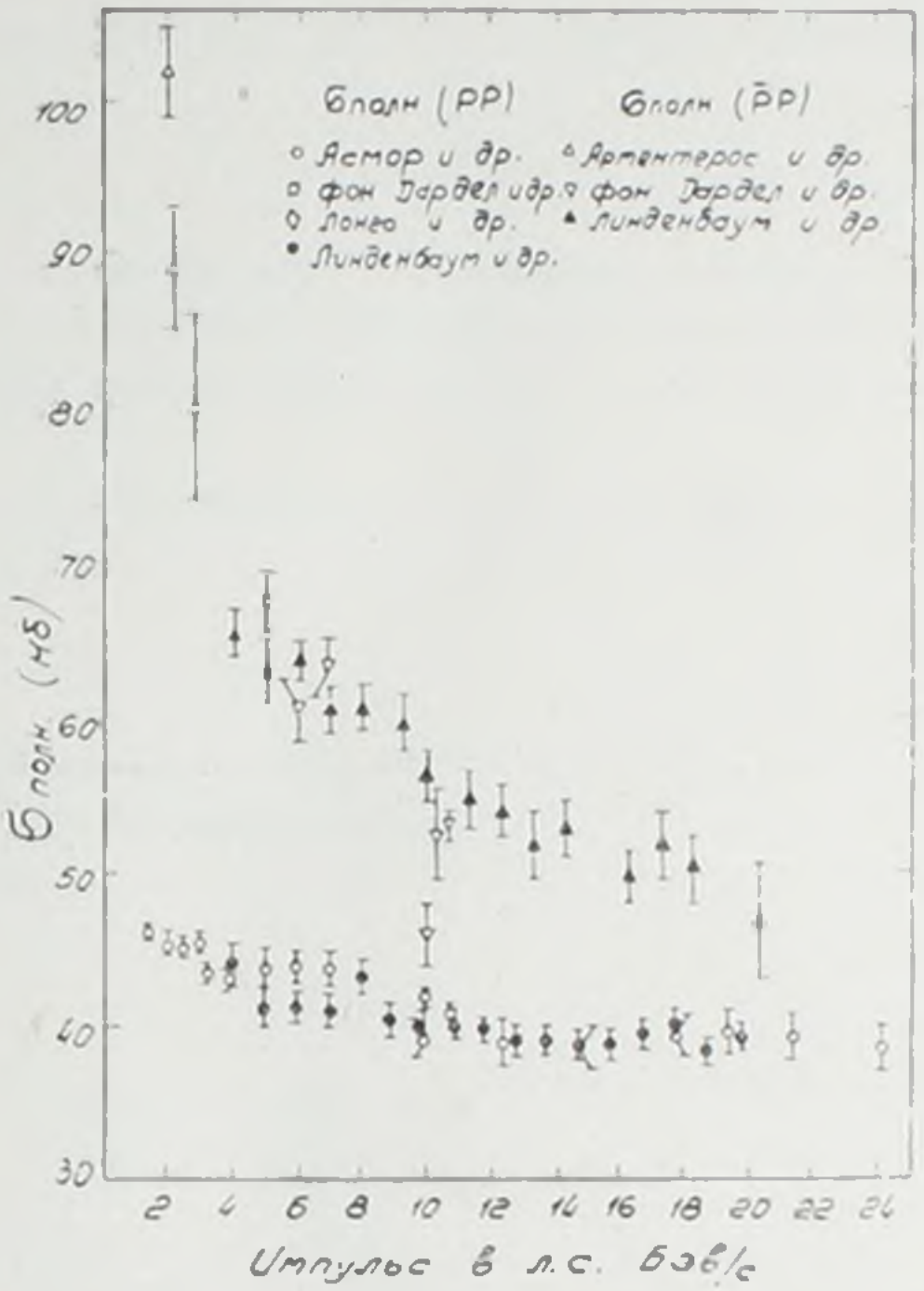


Рис. 3. Полное сечение для pp- и $\bar{p}p$-взаимодействий

Таблица 1

σ (*мбарн*)	$P\left(\frac{\text{Бэв}}{\text{с}}\right)$		
	6	10	20,3
$\sigma_{\text{полн}}(\bar{p}p)$	65 ± 4	58 ± 4	48 ± 4
$\sigma_{\text{полн}}(pp)$	$41 \pm 1{,}5$	$39{,}5 \pm 1{,}0$	$39{,}5 \pm 1{,}0$
$\sigma_{\text{полн}}(\bar{p}p) - \sigma_{\text{полн}}(pp)$	$24 \pm 4{,}2$	$18{,}6 \pm 4{,}2$	$8{,}5 \pm 4{,}2$

В интервале импульсов 10—20 Бэв/с $\sigma_{\text{полн}}(pp)$ измерялось с интервалом в 1 Бэв/с. Сечение оставалось постоянным в пределах ошибок (~2,5%). Причем

$$\sigma_{\text{полн}}(pp)\Big|_{10\ \text{Бэв/с}}^{20\ \text{Бэв/с}} = (39{,}5 \pm 0{,}3)\ \textit{мбарн}.$$

Это же справедливо вплоть до 28 Бэв/с с несколько меньшей точностью (~4%).

В то же время в интервале импульсов от 6 до 20 Бэв/с разность сечений для протонов и антипротонов падает с энергией как $\sim \frac{A}{E}$, где

$A \sim 170$ *мбарн*/Бэв. Если такой ход с энергией сохраняется и при больших значениях E, то теорема Померанчука для протонов и антипротонов будет выполняться с точностью $\sim 1\%$ при энергиях порядка тысячи Бэв.

Б. $\sigma_{полн}(\pi^- p)$ и $\sigma_{полн}(\pi^+ p)$.

Основные результаты принадлежат тем же двум группам (Фон Дардела и др. [3], Линденбаума и др. [6]). Полный интервал промеренных импульсов—4,5—20 Бэв/с. Совместные данные обеих групп приведены на рис. 4.

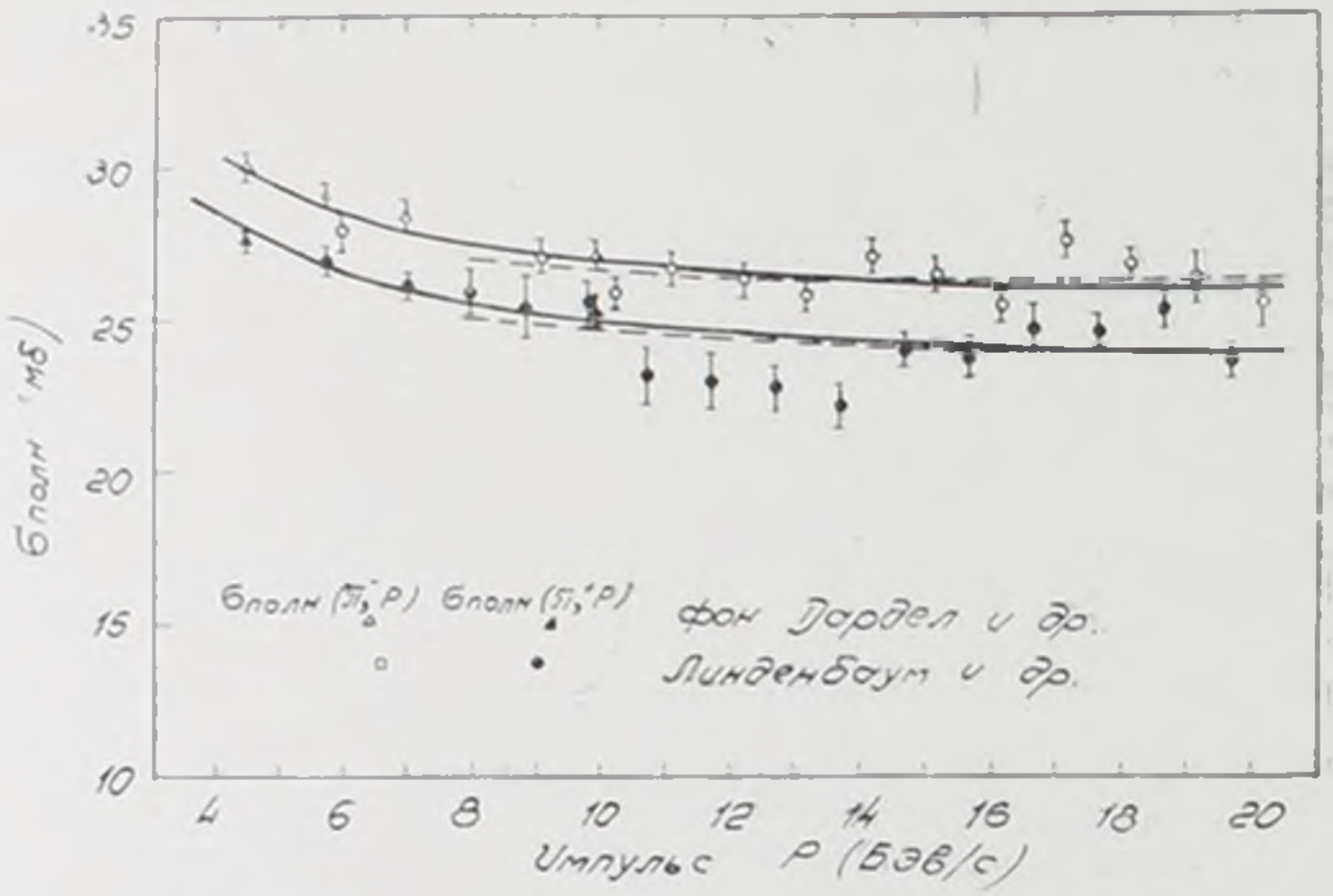


Рис. 4. Полное сечение для π^- p- и π^+ p-взаимодействий.

В табл. 2 приведены значения $\sigma_{полн}(\pi^- p)$ и $\sigma_{полн}(\pi^+ p)$, а также разность $\sigma_{полн}(\pi^-) - \sigma_{полн}(\pi^+)$ для разных импульсов.

Таблица 2

σ (*мбарн*)	$P\left(\frac{\text{Бэв}}{\text{с}}\right)$			
	4,5	7	10	20
$\sigma_{полн}(\pi^- p)$	$30,2 \pm 0,4$	$28,4 \pm 0,4$	$27,0 \pm 0,4$	$25,6 \pm 0,5$
$\sigma_{полн}(\pi^+ p)$	$27,6 \pm 0,3$	$26,1 \pm 0,3$	$25,2 \pm 0,4$	$23,6 \pm 0,5$
$\sigma_{полн}(\pi^-) - \sigma_{полн}(\pi^+)$	$2,6 \pm 0,5$	$2,3 \pm 0,5$	$1,8 \pm 0,6$	$2 \pm 0,7$

Из таблицы видно, что в рассматриваемой области импульсов наблюдается зависимость от импульса, как для $\sigma_{полн}(\pi^- p)$, так и для $\sigma_{полн}(\pi^+ p)$.

Зависимость $\sigma_{полн}$ от P можно описать функцией вида $\sigma_{полн} = a + \frac{b}{P}$, где

$$a_+ = 22{,}3 \pm 0{,}3 \text{ } мбарн, \quad b_+ = 25 \pm 3 \text{ } мбарн \text{ Бэв/с},$$

$$a_- = 24{,}4 \pm 0{,}3 \text{ } мбарн, \quad b_- = 25 \pm 3 \text{ } мбарн \text{ Бэв/с}.$$

При этом в интервале импульсов от 4,5 до 20 Бэв/с

$$\sigma_{\text{полн}}(\pi^- p) - \sigma_{\text{полн}}(\pi^+ p) = \text{const} \ (2 \text{ } мбарн).$$

Таким образом, и для π-мезонов при этих энергиях не выполняется теорема Померанчука. Последние измерения Дардела и др. [26] показали, что в интервале импульсов 4—20 Бэв/с $\sigma_{\text{полн}}(\pi^- p) - \sigma_{\text{полн}}(\pi^+ p)$ описывается функцией $\frac{a}{P^{0,7}}$, где $a = 8$ *мбарн* $\left(\frac{\text{Бэв}}{\text{с}}\right)^{0,7}$.

Если такое изменение имеет место и при больших энергиях, то $\sigma_{\text{полн}}(\pi^- p) - \sigma_{\text{полн}}(\pi^+ p) < 1\% \ \sigma_{\text{полн}}(\pi^- p)$ при $P \sim 100$ Бэв/с.

В. $\sigma_{\text{полн}}(K^- p)$ и $\sigma_{\text{полн}}(K^+ p)$.

На рис. 5 приведены данные для полных сечений $\sigma_{\text{полн}}(K^- p)$ и $\sigma_{\text{полн}}(K^+ p)$ [7]. Для области импульсов больших 5 Бэв/с как для $\sigma_{\text{полн}}(K^- p)$, так и для $\sigma_{\text{полн}}(K^+ p)$ наблюдается медленное падение с энергией.

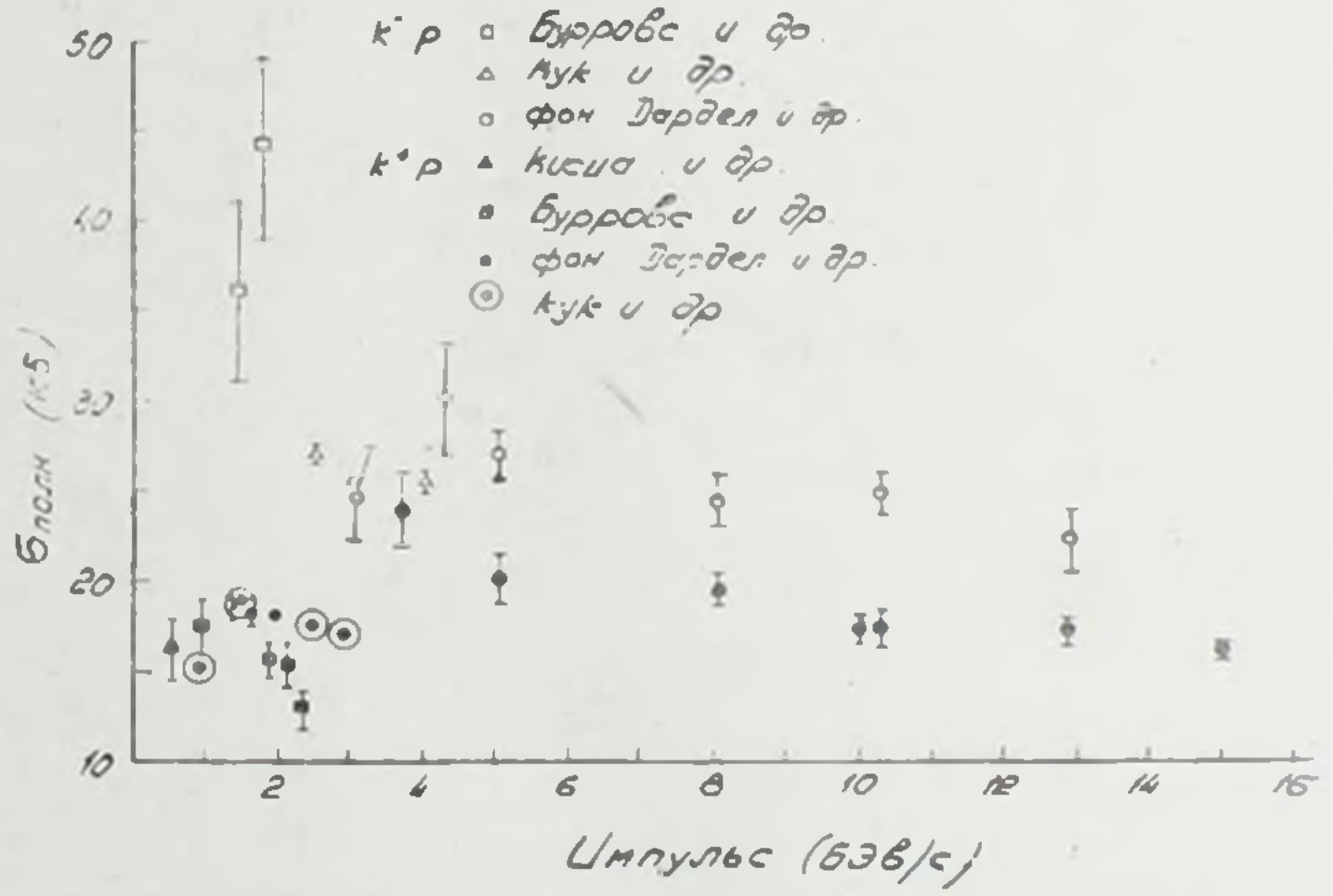


Рис. 5. Полное сечение для $K^- p$- и $K^+ p$-взаимодействий.

В пределах ошибок измерений $\sigma_{\text{полн}}(K^-) - \sigma_{\text{полн}}(K^+)$ не меняется в интервале импульсов от 8 до 13 Бэв/с и равно 5 ± 2 *мбарн*, что составляет примерно 25% от значения $\sigma_{\text{полн}}(K^- p)$ при 13 Бэв/с.

$$\overline{\sigma_{\text{полн}}(K^+ p)}\Big|_{10 \text{ Бэв/с}}^{17 \text{ Бэв/с}} = 17{,}5 \text{ } мбарн.$$

Итак, мы видим, что вплоть до импульсов 20—30 Бэв/с для всех частиц теорема Померанчука строго не выполняется. Однако откло-

нения не превышают 10—20%. Возможно, что это связано с тем, что величина исследованных энергий, еще недостаточно велика. С этой точки зрения большой интерес могли бы представлять данные, получаемые с помощью космических лучей. Однако, к сожалению, эти данные немногое могут добавить в интересующем нас вопросе по следующим причинам:

а) нет данных о взаимодействиях космических частиц с водородом;

б) возможно определение только сечения неупругих процессов;

в) сведения о сечении неупругого взаимодействия при сверхвысоких энергиях ($\geqslant 10^5$ Бэв) в основном могут быть получены из анализа атмосферных ливней. Такой анализ существенно зависит от принимаемой модели образования и развития широких атмосферных ливней в атмосфере. Получаемый при этом разброс значений превышает ту зависимость $\sigma(E)$, которую можно ожидать по теории.

Действительно, если принять, что $\sigma_{\text{полн}} = \text{const}$, а $\sigma_{\text{упр}} = \dfrac{A}{lnE}$, то $\sigma_{\text{неупр}} = \sigma_{\text{полн}} - \dfrac{A}{lnE}$. Если для оценки зависимости $\sigma_{\text{неупр}}$ воспользоваться известными данными о *pp*-взаимодействии $A = 24$ *мбарна* (E измерено в единицах массы нуклона), $\sigma_{\text{полн}} = 40$ *мбарн*, то получим, что при изменении энергии от 25 до 10^6 Бэв $\sigma_{\text{неупр}}$ изменится от значения 32 до значения 38 *мбарн*, т. е. всего на 15%.

Такой ход с энергией не может быть замечен по имеющимся в настоящее время экспериментальным данным. Можно, однако, утверждать, что более сильный ход с энергией, приводящий к изменению $\sigma_{\text{неупр}}$ более чем в 1,5—2 раза, в этом интервале энергий исключается имеющимися экспериментальными данными [8—9].

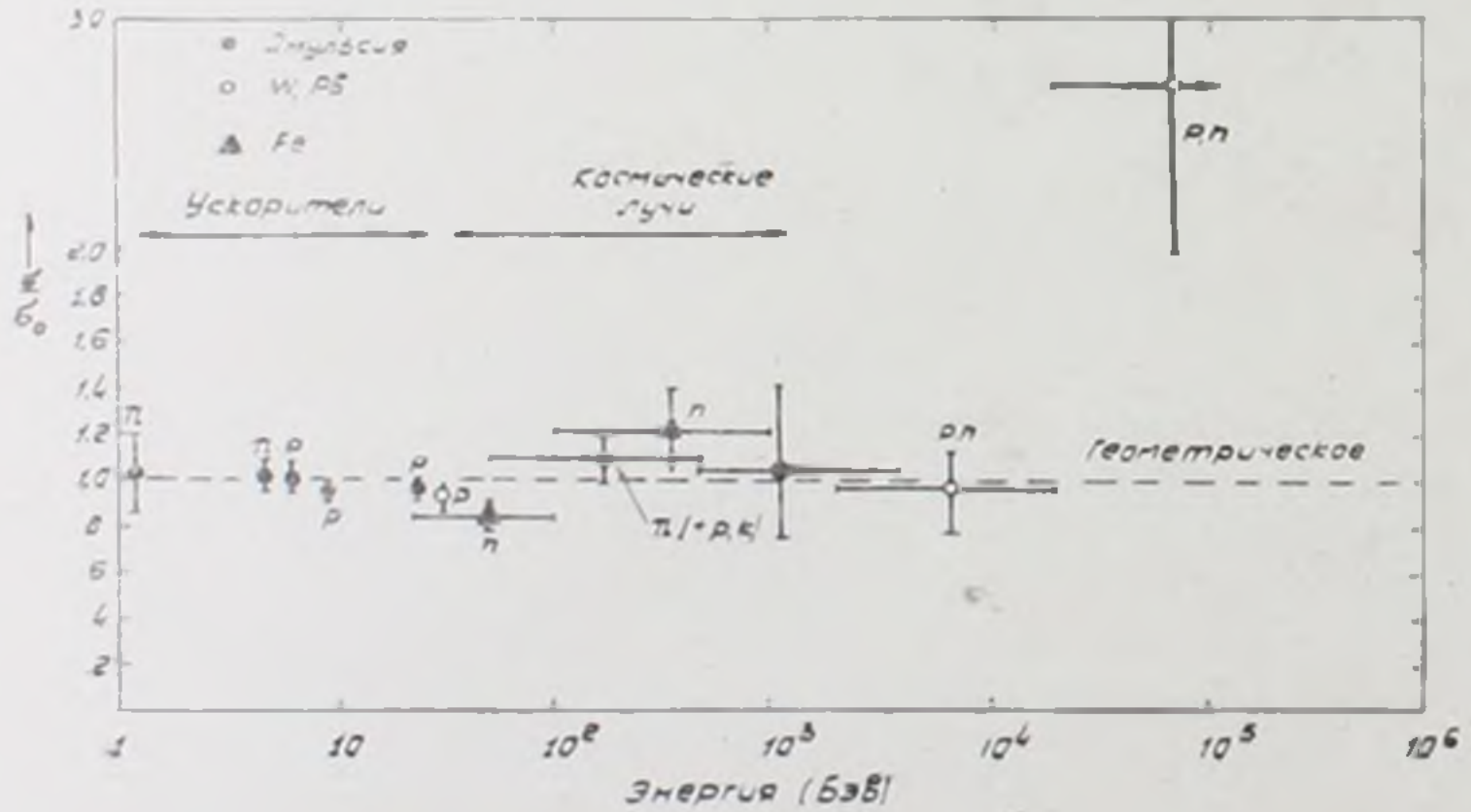


Рис. 6. Сечение неупругого взаимодействия космических лучей с различными ядрами.

На рис. 6 приводятся значения величин $\sigma_{\text{неупр}}$, для различных ядер, отнесенные к $\sigma_{\text{геометр}}$, рассчитанному в предположении, что $\sigma_{\text{геометр}} = \pi r_0^2 A^{2/3}$ ($r_0 = 1{,}26 \cdot 10^{-13}$ *см*) [8].

Обращает на себя внимание то, что вплоть до энергий 10^4 Бэв для одних и тех же ядер $\sigma_{\text{неупр}}(E) = \text{const}$ с точностью примерно 20—30%. Если принять, что $\sigma_{\text{неупр}}(E) = \text{const}$, то имеет место зависимость $\sigma_{\text{неупр}}(A) \sim A^{2/3}$. Закон $\sigma_{\text{неупр}}(A) \sim A$ скорее всего не согласуется с современными экспериментальными данными в этой области энергий.

Я обращаю внимание на это обстоятельство, поскольку в работе Грибова и *др.* [10] указывается, что при $E \to \infty$ возможно имеет место соотношение

$$\sigma(NN) \cdot \sigma(AA) = \sigma^2(NA).$$

Если $\sigma(NA)$ зависит от A как $A^{2/3}$ и в области сверхвысоких энергий (что отвечало бы столкновению нуклонов с „черными" ядрами), то это будет прямо указывать на несправедливость написанного соотношения, так как оно не может иметь места при столкновении двух „черных" ядер.

II. Упругое рассеяние протонов и π-мезонов*

В работах Грибова [11], Грибова и Померанчука [12] делаются предсказания о поведении амплитуды упругого рассеяния сильновзаимодействующих частиц при больших энергиях. Согласно этим представлениям, дифференциальное сечение упругого рассеяния должно описываться выражением вида

$$\frac{d\sigma_{\text{упр}}}{dt} = \frac{1}{k^2} \frac{d\sigma_{\text{упр}}}{d\Omega} = f(t) S^{2[l(t)-1]}, \qquad (1)$$

где t — квадрат передаваемого при рассеянии четырехмерного импульса: $t = 4(hk)^2 \sin^2 \frac{\Theta}{2}$, где k — волновое число и Θ — угол рассеяния в системе центра масс, S — полная энергия частиц в системе центра масс, $\frac{d\sigma_{\text{упр}}}{d\Omega}$ — дифференциальное сечение рассеяния в элемент телесного угла в системе центра масс ($d\Omega = 2\pi \sin \Theta d\Theta$).

Функция $l(t)$ для любой пары сильновзаимодействующих частиц одна и та же. При $t = 0$ $l(t)$ принимает максимально возможное значение, равное 1, если $\sigma_{\text{полн}} = \text{const}$. Особенностью написанной формулы является сильная зависимость дифференциального сечения рассеяния от S при больших передаваемых импульсах t (если бы упругое рассеяние при больших энергиях было чисто дифракционным, причем оптические параметры рассеивающей системы не зависели бы от S, то $\frac{d\sigma_{\text{упр}}}{dt}$ было бы только функцией t).

* При анализе упругого рассеяния в значительной степени использована работа Баюкова, Биргер, Лексина и Сучкова, ЖЭТФ, **43** 339 (1962).

Зависимость $\frac{d\sigma_{упр}}{dt}$ от S такова, что вероятность рассеяния с передачей данного импульса t уменьшается с увеличением S (сужается конус рассеяния)*.

При этом полное сечение упругого рассеяния $\sigma_{упр}$ с возрастанием S падает как $\frac{1}{\ln S}$. Таким образом, рассеяние происходит как бы на системе, прозрачность и радиус которой возрастают с S.

Возникает вопрос—справедливо ли рассмотрение упругого рассеяния с изложенной выше точки зрения при реализуемых в эксперименте энергиях (~ 3—25 Бэв).

Поскольку формула (1) получена в тех же предположениях, что и теорема Померанчука, можно надеяться, что точность результатов, полученных с ее помощью, будет та же, что и точность, с которой выполняется теорема Померанчука ($\sim 10-20\%$).

Перехожу к экспериментальным данным.

Упругое рассеяние протонов и π-мезонов исследуется как с помощью электроники, так и с помощью эмульсий и пузырьковых камер.

Упругое рассеяние выделяется среди неупругих процессов с помощью кинематических соотношений между импульсами и углами рассеянных частиц.

Для измерения упругого рассеяния протонов с помощью электроники применялись две схемы опытов. В опытах Корка и др. [15] использовалось соотношение между углами вылета обеих протонов после рассеяния. В опытах Коккони и др. [16] измерялся импульс протонов, рассеянных под заданным углом. В опытах этих двух групп получена наибольшая статистическая точность в определении дифференциального сечения, а также использован наиболее широкий интервал значений как t, так и S $\left(0{,}2<t<2{,}5\ \left(\frac{\text{Бэв}}{c}\right)^2\ \ 7{,}7<S<55\ (\text{Бэв})^2\right)$

Полученные ими результаты для зависимости $\frac{d\sigma_{упр}}{dt}$ от t представлены на рис. 7. Значение $\frac{d\sigma_{упр}}{dt}$ при $t=0$ определялось из оптической теоремы, в предположении, что реальная часть амплитуды рассеяния при этих энергиях равна 0. $\sigma_{полн}$ принималось равным 40 *мбарн* для всех энергий.

Воспользовавшись данными рис. 7, можно определить численные значения функции $l(t)$. Используя формулу (1), получаем

$$l(t)=1+\frac{\lg\frac{d\sigma_{упр}(S_1)}{dt}-\lg\frac{d\sigma_{упр}(S_2)}{dt}}{2\ (\lg S_1-\lg S_2)}.$$

* На такую зависимость упругого рассеяния от энергии впервые было указано в экспериментальной работе Баюкова и др. [13].

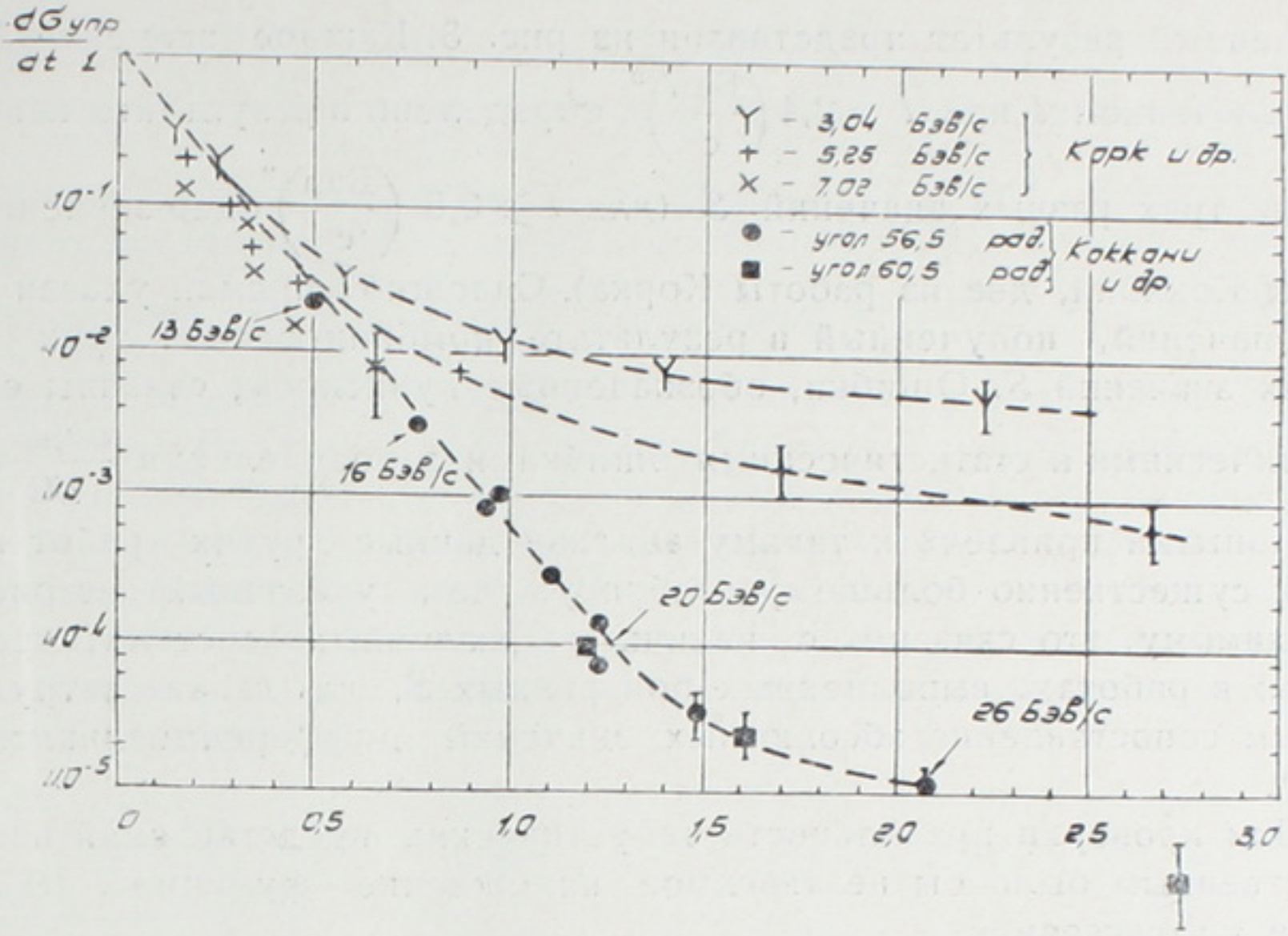


Рис. 7. Зависимость дифференциального сечения упругого *pp*-рассеяния от величины квадрата передаваемого импульса t: $\frac{d\sigma_{упр}}{dt}$ измеряется в единицах $\left(\frac{4\pi}{\sigma_{полн}}\right)^2$, $\sigma_{полн}$ принято равным 40 *мбарн*.

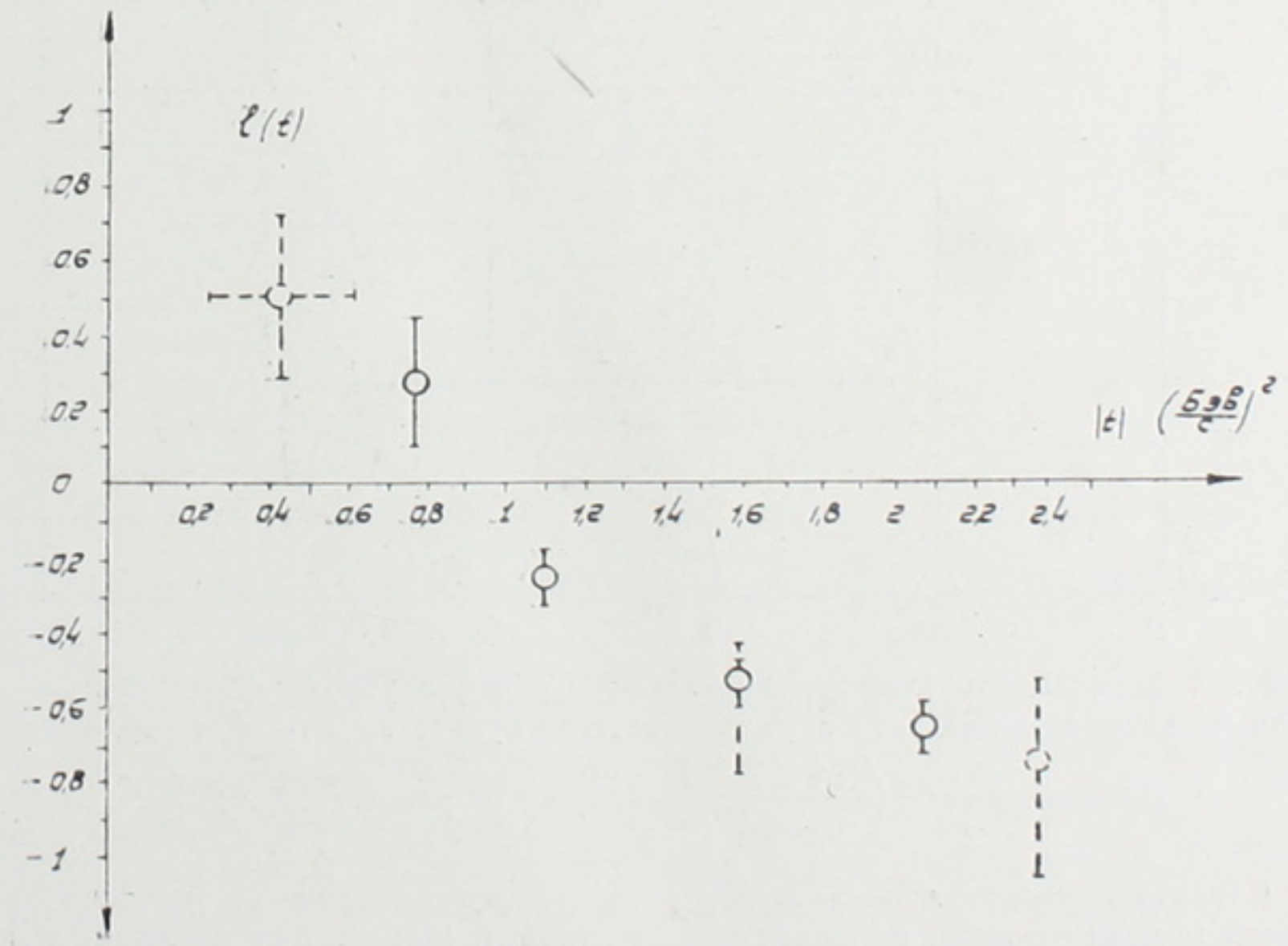


Рис. 8. Функция l (t).

Полученный результат представлен на рис. 8. Каждое значение $I(t)$, за исключением I при $t = 2{,}4 \left(\frac{\text{Бэв}}{\text{с}}\right)^2$, определено в результате использования трех разных значений S (для $t > 0{,}5 \left(\frac{\text{Бэв}}{\text{с}}\right)^2$ одно значение из работы Коккони, две из работы Корка). Сплошной прямой указан разброс значений, полученный в результате комбинирования трех различных значений S. Ошибки, обозначенные пунктиром, связаны с систематическими и статистическими ошибками в определении $\frac{d\sigma_{\text{упр}}}{d\Omega}$.

Попытки привлечь к такому анализу данные других работ привели к существенно большему разбросу, чем указанный на рис. 8. По-видимому, это связано с наличием различных систематических ошибок в работах, выполненных при разных S, что делает затруднительным сопоставление абсолютных значений дифференциальных сечений*.

Для проверки правильности теоретических представлений весьма существенным было бы независимое нахождение функции $I(t)$ для случая πN-рассеяния.

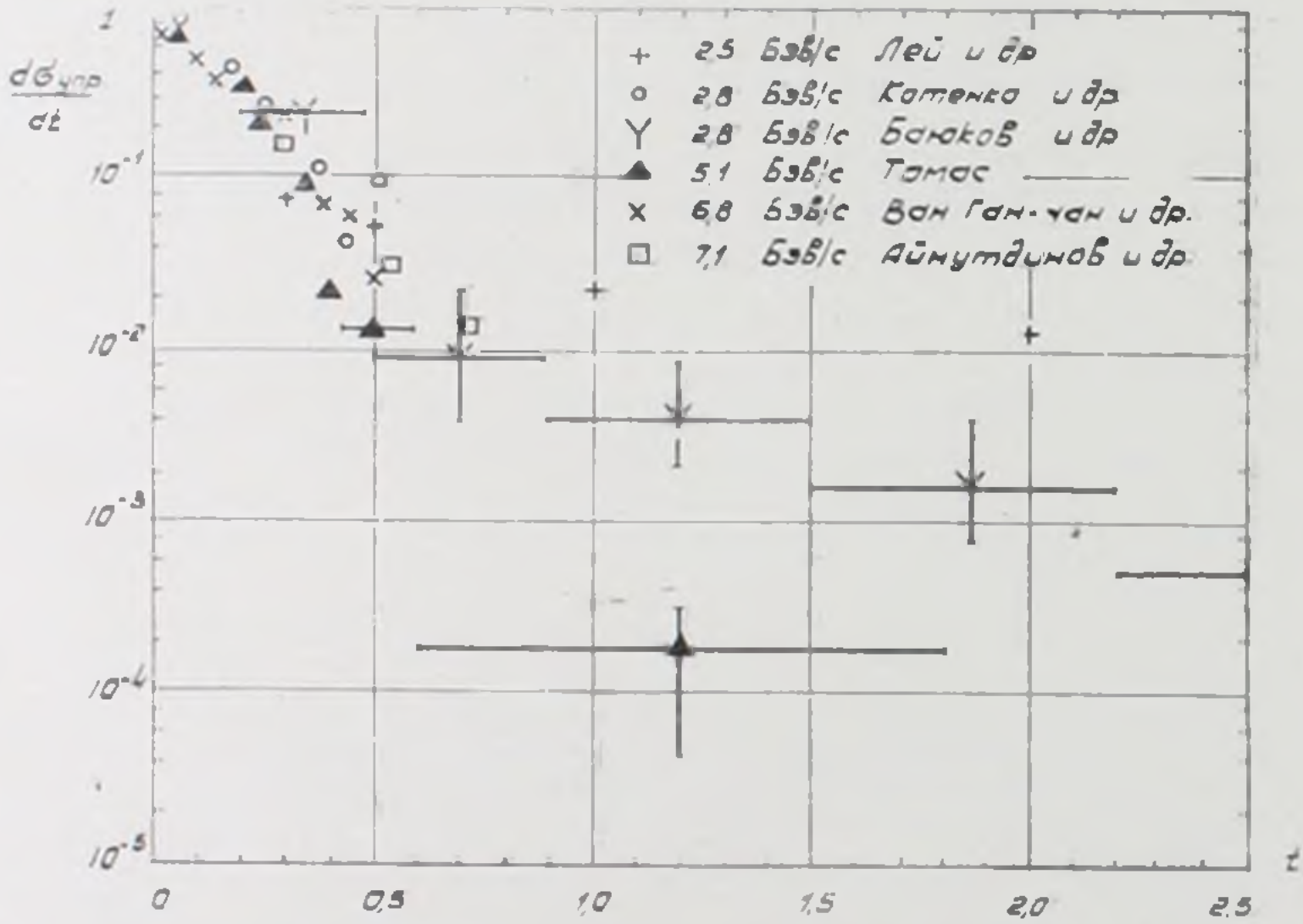


Рис. 9. Зависимость дифференциального сечения упругого πN-рассеяния от величины квадрата передаваемого импульса t. По оси ординат отложено $\frac{d\sigma_{\text{упр.}}}{dt}\left(\frac{4\pi}{\sigma_{\text{полн}}}\right)^2$, $\sigma_{\text{полн}}$ принято равным 27 *мбарн*.

* Следует отметить, что характер упругого pp-рассеяния с использованием оптической модели нуклона, проведенный Цыгановым [21], также приводит к выводу об изменении параметров нуклона с изменением энергии (с ростом энергии растет радиус нуклона).

На рис. 9 представлены основные результаты по определению величины $\frac{d\sigma_{упр}}{dt}$ для упругого πN-рассеяния [17—20] при различных значениях начальной энергии $E_{кин}$ ($6 < S < 28$ (Бэв)^2). Как видно, интервал исследованных импульсов t существенно уже, чем для pp-рассеяния (большинство данных получено для $t < 0{,}5\left(\frac{\text{Бэв}}{c}\right)^2$), а ошибки в измерении дифференциального сечения много больше, чем для pp-рассеяния. Это делает безнадежным в настоящее время получение функции $l(t)$ по πN-рассеянию. Численные значения $l(t)$, определенные по pp-рассеянию, в пределах ошибок, по-видимому, не противоречат данным рис. 9.

В заключение я воспользуюсь таблицей, составленной Цыгановым, чтобы показать зависимость сечения упругого рассеяния протонов от энергии.

Таблица 3

$E_{кин}$ Бэв	2,24[15]	2,85[22]	2,9[23]	2,8—2,85[20]	4,40[15]	6,2[15]	8,5[24]	24.[25]
$\sigma_{упр}$ (*мбарн*)	17 ± 3	$15{,}4 \pm 0{,}7$	$14{,}5 \pm 0{,}7$	$18{,}0 \pm 0{,}8$	10 ± 2	$9{,}7 \pm 1{,}0$	$8{,}7 \pm 0{,}4$	$7{,}8 \pm 0{,}7$

В пределах ошибок $\sigma_{упр}$ не меняется в интервале энергий от 4 до 24 Бэв. В случае логарифмической зависимости $\sigma_{упр}$ от S в этом интервале энергий можно было бы ожидать

$$\frac{\sigma_{упр}(4{,}4)}{\sigma_{упр}(24)} = 1{,}5.$$

Как видно из таблицы, ошибки в определении $\sigma_{упр}$ не позволяют исключить и такую зависимость сечения упругого рассеяния от энергии.

ЛИТЕРАТУРА

1. *И. Я. Померанчук*, ЖЭТФ, **34**, 725 (1956)
2. *G. Von Dardel* et al., Phys. Rev. Lett. **7**, 127 (1961).
3. *G. Von Dardel* et al., Phys. Rev. Lett. **5**, 333 (1960).
4. *S. L. Lindenbaum* et al., Phys. Rev. Lett. **7**, 185 (1961).
5. *A. Ashmore* et al., Phys. Rev. Lett. **5**, 577 (1960).
6. *S. L. Lindenbaum* et al., Phys. Rev. Lett. **7**, 352 (1961).
7. *K. Winter*, Int. Conf. of Theoretical Aspects of Very High Energy Phenomena p. 145, CERN (1961).
8. *D. Perkins*, Та же конференция, стр. 100.
9. *И. Л. Розенталь, Л. И Сарычева* (не опубликовано).
10. *В. Н. Грибов, Б. Л. Иоффе, И. Я. Померанчук, А. П. Рудик*, ЖЭТФ, **42**, 5 (1962).
11. *В. Н. Грибов*, ЖЭТФ, **41**, 1962 (1961).
    В. Н. Грибов, ЖЭТФ, **41**, 667 (1961).
12. *В. Н. Грибов, Г. А. Лексин, Я. Шаламов*, ЖЭТФ, **42** (1962).
13. *Ю. Д. Баюков, Г. А. Лексин, Я. Шаламов*, ЖЭТФ, **41**, 1025 (1961)
14. *С. А. Азимов, До Ни Себ, А. Ф. Кириллова, Э. М. Хабибулина, Э. Н. Цыганов, М. Г. Шафранова, Б. А. Шахбазян, А. А. Юлдашев*, ЖЭТФ, **42**, 2 (1962)
15. *B. Cork*, et al., Phys. Rev. **107**, 859 (1957)

16. *G. Cocconi* et al., Phys. Rev. Lett. 7, 450 (1961).
17. *Л. П. Котенко, Е. Н. Кузнецов, Г. Н. Мерзон, Ю. Б. Шаров,* ЖЭТФ, **42**, 1158 (1962).
18. *R. E. Thomas* Phys. Rev. **120**, 1015 (1960).
19. *Ван Ган-Чан, Ван Цу-Цзен, Дин-Да-Цао, В. Г. Иванов Ю. В. Катышев, Е. Н. Кладницкая, Л. А. Кумокина, Нгуен-Ди-Ты, Н. В. Никитин, С. З. Отвиновский, М. Н. Соловьев, Р. Сосновский, М. Д. Шафранова.* ЖЭТФ, **36**, 426 (1960).
20. *М. С. Айнутдинов, С. М. Зомбковский С. Я. Никитин, Я. М. Селектор,* ЖЭТФ, **42**, 1495 (1962).
21. *Э. Н. Цыганов,* ЖЭТФ, **42**, 1456 (1962).
22. *G. Smith* et al. Proc. 1960 Ann. Int. Conf. of High Energy Physics at Rochester p. 203.
23. *W. M. Preston* et al., Phys. Rev. **118**, 579 (1960).
24. *До Ин Себ* и др. ЖЭТФ, **41**, 1748 (1961).
25. Конференция по элементарным частицам. Экс-эн-Прованс (1961).
26. *G. Von Dardel* et al., Phys. Rev. Lett., **8**, 173 (1962).

ДИСКУССИЯ

Э. Н. Цыганов (ОИЯИ). Я расскажу о некоторых результатах, относящихся к зависимости радиуса протон-протонного взаимодействия от энергии налетающего протона.

Если на графике зависимости $\frac{d\sigma}{dt}(t)$ отложить имеющиеся данные по дифференциальным сечениям упругого рассеяния в области энергий 2 – 9 Бэв, то можно отметить, что величина $\frac{d\sigma}{dt}$ для данного переданного импульса зависит от энергии и для всех переданных импульсов уменьшается с энергией. Эта зависимость слаба в области малых переданных импульсов и сильно увеличивается с ростом t. В частности, из этого факта можно утверждать, что средний переданный импульс в упругом pp-рассеянии уменьшается с энергией. Это должно определенным образом отразиться на размере области pp-взаимодействия

Нами был проделан расчет среднеквадратичного радиуса pp-взаимодействия в рамках квазиклассического приближения. Именно, принималось, что pp-взаимодействие определяется комплексным бесспиновым потенциалом с гауссовской зависимостью от расстояния вида $(U + iW)\, e^{-\gamma r^2}$. Исходя из этого потенциала, в квазиклассическом приближении вычислялись фазы рассеяния, и по ним вычислялось дифференциальное сечение упругого рассеяния и полное сечение взаимодействия. Расчет производился на электронно-счетной машине, и методом наименьших квадратов определялись параметры модели U, W, γ, наилучшим образом удовлетворяющие экспериментальным данным по дифференциальным и полным сечениям. Результаты расчета среднеквадратичного радиуса приведены в таблице.

Таблица

E_λ (Бэв)	Использованные данные	Среднеквадратичный радиус (в ферми)
2,24	Cork et al.	$0,65 \pm 0,02$
2,85	Smith et al., ОИЯИ, ФТИ АН УзССР.	$0,69 \pm 0,02$
3,0	Preston et al.	$0,70 \pm 0,11$
4,0	Cork et al.	$0,84 \pm 0,03$
6,20	Cork et al., ОИЯИ, Болгарская АН.	$0,95 \pm 0,04$
8,50	ОИЯИ	$1,20 \pm 0,05$

Из полученных результатов видно, что в рамках рассматриваемой модели среднеквадратичный радиус pp-взаимодействия растет с энергией.

Л. Л. Гольдин. Но не логарифмически, а быстрее.

В. Н. Грибов. Мне не кажется это противоречием, поскольку не вполне понятна связь между среднеквадратичным радиусом, вычисляемым по оптической модели, и эффективным прицельным параметром, о котором шла речь ранее.

В. Н. ГРИБОВ

АНАЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПАРЦИАЛЬНЫХ АМПЛИТУД В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ

§ 1. Общие свойства амплитуд парциальных волн

В настоящей лекции* рассмотрены аналитические свойства парциальных амплитуд, как функций орбитального момента l. Полученные результаты использованы для изучения асимптотического поведения взаимодействий при больших энергиях. Для простоты ограничимся случаем рассеяния бесспиновых частиц с одинаковыми массами μ.

Диаграмма, изображенная на рис. 1, описывает три процесса:

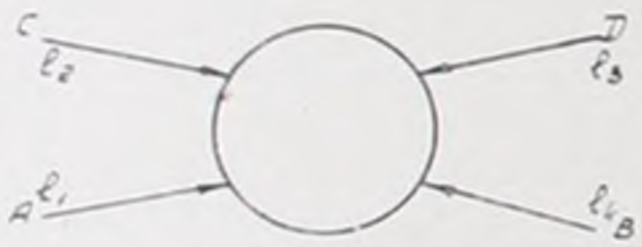


Рис. 1.

$$A + C \to B + D \quad \text{(I)}$$
$$A + \bar{D} \to B + \bar{C} \quad \text{(II)} \qquad (1)$$
$$A + \bar{B} \to \bar{C} + D \quad \text{(III)}$$

Соответствующая амплитуда зависит от трех инвариантов

$$s = (l_1 + l_2)^2, \quad t = (l_1 + l_4)^2, \quad u = (l_1 + l_3)^2,$$

связанных соотношением $s + t + u = 4\mu^2$.

Физические области этих процессов обозначены на Мандельстамовской плоскости (рис. 2) соответствующими номерами.

Аналитичность амплитуды дает возможность связать между собой значение ее в различных каналах. Для изучения асимптотического поведения амплитуды в канале (I) при очень больших s и фиксированных t используем аналитическое продолжение амплитуды из области III в нефизическую область очень больших s и $t \lesssim 4\mu^2$. Чтобы попасть теперь в физическую область канала I, достаточно аналитически продолжить амплитуду по t в область $t \lesssim 0$. В физической области III амплитуда может быть разложена в ряд по парциальным волнам:

---

* Лекция записана Я. И. Азимовым, А. Н. Москалевым, Г. В. Фроловым.

$$A(s, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n + 1) f_n(t) P_n(z), \tag{2}$$

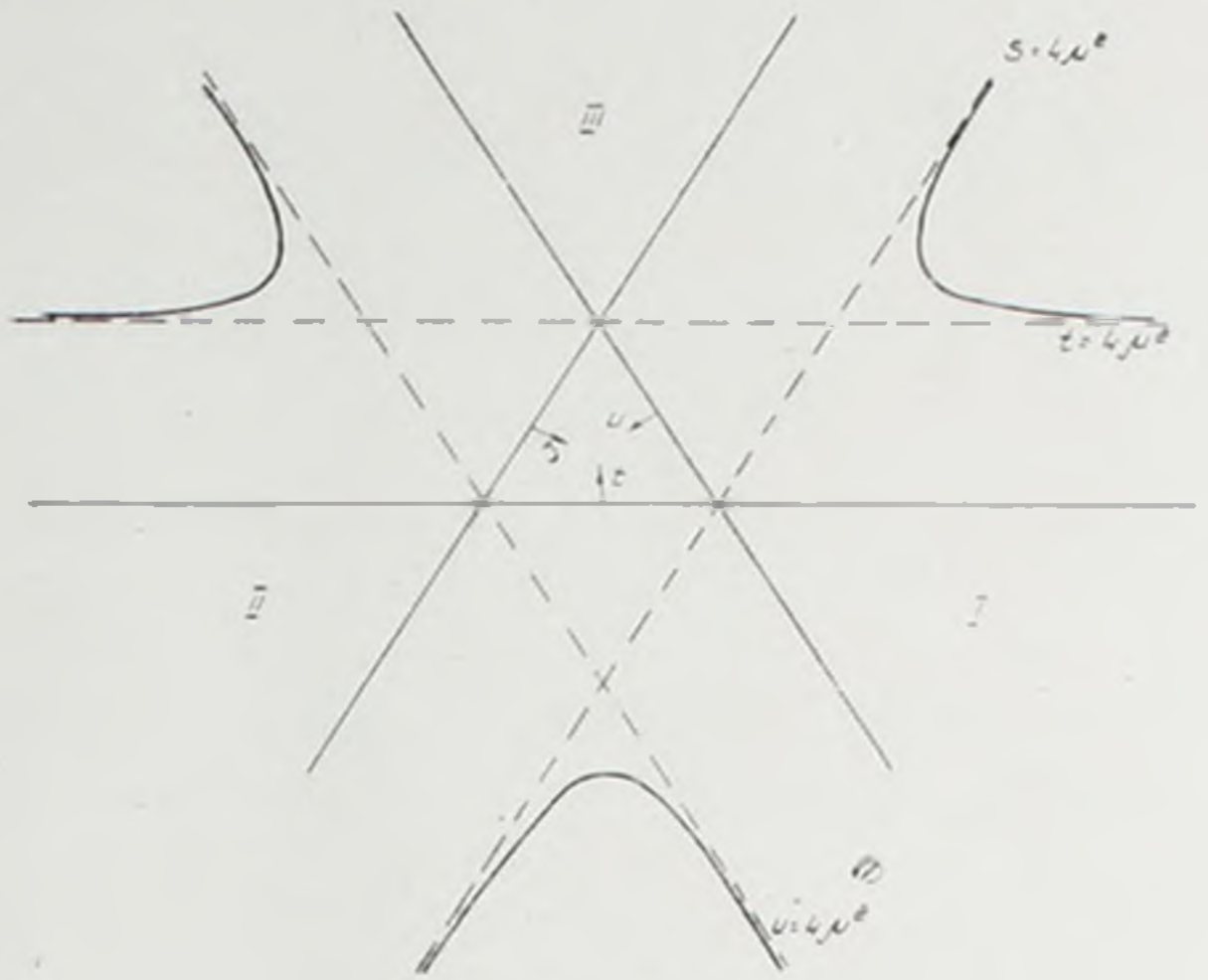


Рис. 2.

где z — косинус угла рассеяния

$$z = 1 + \frac{2s}{t - 4\mu^2}. \tag{3}$$

В области III $-1 < z < 1$.

Напишем дисперсионное соотношение при фиксированном t, предполагая, что аномальные особенности отсутствуют

$$A(s, t) = \frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{ds' A_1(s', t)}{s' - s} + \frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{du' A_2(u', t)}{u' - u}. \tag{4}$$

Из (4) следует, что $A(s, t)$ имеет ближайшие особенности при $s = 4\mu^2$, $u = 4\mu^2$. Поэтому, если увеличивать z ($z > 1$), то разложение (2) остается справедливым не только в области III, но и в более широкой области, вплоть до $s < 4\mu^2$.

Для доказательства исследуем поведение членов ряда (2) при больших n. В формуле (4) перейдем от интегрирования по s и u к интегрированию по z

$$A(s, t) = \frac{1}{\pi} \int_{z_0}^{\infty} \frac{dz'}{z' - z} A_1(s', t) + \frac{1}{\pi} \int_{z_0}^{\infty} \frac{dz'}{z' + z} A_2(u', t), \tag{5}$$

где

$$z_0 = 1 + \frac{8\mu^2}{t - 4\mu^2}.$$

Из разложения (2) следует, что

$$f_n(t) = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} P_n(z)\, A(s, t)\, dz. \tag{6}$$

или, подставляя для $A(s, t)$ выражение (5),

$$f_n = \int_{z_0}^{\infty} Q_n(z')\, A_1(s', t)\, dz' + (-1)^n \frac{1}{\pi}\int_{z_0}^{\infty} Q_n(z')\, A_2(u', t)\, dz', \tag{7}$$

где

$$Q_n(z') = \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} \frac{P_n(z)}{z' - z}\, dz$$

функция Лежандра второго рода. При выводе (7) во втором интеграле произведена замена $z \to -z$ и использовано равенство $P_n(-z) = (-1)^n P_n(z)$.

При больших n $Q_n(z')$ ведет себя как $e^{-\alpha n}$, где $\mathrm{ch}\alpha = z'$. Поэтому в интегралах (7) существенны малые α, т. е. малые z'. Следовательно, при больших n $f_n(t) \sim e^{-\alpha_0 n}$, где $\mathrm{ch}\alpha_0 = z_0$. Полиномы Лежандра при $z > 1$ и больших n ведут себя как $e^{\varphi n}$, где $\mathrm{ch}\varphi = z$. Поэтому ряд (2) сходится, если $\varphi < \alpha_0$, т. е. $z < z_0$ ($s < 4\mu^2$).

Рассмотрим, как продолжить ряд (2) дальше, в область $s > 4\mu^2$. Можно было бы, например, заменить ряд (2) контурным интегралом, допускающим аналитическое продолжение по z. Для этого нужно ввести функцию f_l, удовлетворяющую следующим требованиям:

1) при целочисленных $l = n$ значения функции f_l совпадают с f_n;

2) f_l, как функция комплексного переменного l, аналитична в некоторой полуплоскости $\mathrm{Re}\, l > l_0$;

3) f_l ограничена в этой полуплоскости при $l \to \infty$ по любому направлению.

Рассмотрим, можно ли построить такую функцию и однозначен ли ее выбор.

В нерелятивистской квантовой механике это построение возможно и единственно. Однако при наличии обменного потенциала взаимодействие оказывается разным в состояниях с четными и нечетными орбитальными моментами. Поэтому необходимо ввести две различные аналитические функции, соответствующие четным и нечетным моментам. В теории поля обменное взаимодействие существует всегда, поэтому нельзя построить единую функцию f_l, удовлетворяющую всем требованиям. Например, если определять f_l с помощью формул (6) или (7), заменяя в них n на l, то f_l удовлетворяет требованиям 1 и 2, но требование 3 оказывается невыполненным.

Рассмотрим отдельно симметричную f_l^+ и антисимметричную f_l^- функции, совпадающие с f_n соответственно в точках $n = 2k$ и $n = 2k+1$ и удовлетворяющие условиям 2) и 3)

$$f_l^{\pm}(t) = \frac{1}{\pi}\int_{z_0}^{\infty} Q_l(z')\, A_1(s', t)\, dz' \pm \frac{1}{\pi}\int_{z_0}^{\infty} Q_l(z')\, A_2(u', t)\, dz'. \qquad (8)$$

Выражение (8) определяет функции, аналитические по l в тех областях, где интегралы сходятся. При больших z $Q_l(z) \sim z^{-(l+1)}$. Если $|A_1| < z^{n_0}$ при $z \to \infty$, что соответствует $n_0 + 1$ вычитаниям в дисперсионных соотношениях, то интегралы в (8) сходятся при $\mathrm{Re}\, l > n_0$. В этом случае парциальные волны f_n $(n \leqslant n_0)$, вообще говоря, не определяются аналитическими функциями $f_l^{\pm}$.

Условие 3 выполнено, так как $Q_l(z')|_{l\to\infty} \sim e^{-\alpha l}$, где $\mathrm{ch}\,\alpha = z'$. Полученные таким способом функции $f_l^{\pm}$ единственные. Действительно, если существуют две такие функции $f_l^{\pm}$ и $f_l^{\pm *}$, то их разность имеет нули при четных l, аналитична и ограничена в полуплоскости $\mathrm{Re}\, l > n_0$. Такая функция тождественно равна нулю.

Будем теперь рассматривать симметричную и антисимметричную по z части амплитуды

$$A^{\pm}(s, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1)\, f_n(t)\, P_n(z)\, \frac{1}{2}\,[1 \pm (-1)^n]. \qquad (9)$$

При $z < z_0$ суммирование по $n > n_0$ можно заменить контурным интегрированием.

$$A^{\pm}(s, t) = \sum_{n=0}^{n_0} (2n+1)\, f_n(t)\, P_n(z)\, \frac{1}{2}\,[1 \pm (-1)^n] +$$

$$+ \frac{1}{4i}\int_C \frac{dl\,(2l+1)}{\sin l\pi}\, f_l^{\pm}(t)\,\{P_l(-z) \pm P_l(z)\}. \qquad (10)$$

При $z < z_0$ контур интегрирования C можно деформировать так, чтобы он совпал с контуром C' (см. рис. 3). Так как подынтегральное выражение в полуплоскости $\mathrm{Re}\, l > l_0$ имеет лишь полюса на вещественной оси, то при такой деформации контур не пересекает особенностей.

При больших l подынтегральное выражение имеет вид

$$\frac{1}{\sin l\pi}\,(2l+1)\, e^{-\alpha l}\cos l\vartheta \quad \text{или} \quad \frac{1}{\sin l\pi}\,(2l+1)\, e^{-\alpha l}\cos l\,(\pi - \vartheta),$$

где $z = \cos\vartheta$. Если $-1 < z < 1$, т. е. $0 < \vartheta < \pi$, то подынтегральное выражение экспоненциально убывает при $|l| \to \infty$, так что интеграл по правой большой полуокружности не дает вклада и остается интеграл по прямой $\mathrm{Re}\, l = l_0$. Покажем теперь, что этот интеграл является аналитической функцией при любых z в комплексной плоскости.

Пусть $z = \cos\vartheta = \cos\varphi' \operatorname{ch}\varphi'' - i \sin\varphi' \operatorname{sh}\varphi''$; $\vartheta = \varphi' + i\varphi''$. Вследствие периодичности $\cos\vartheta$ достаточно считать, что $0 < \varphi' < \pi$. На контуре интегрирования $l = l_0 + il'$. При больших $|l'|$ подынтегральное выражение содержит убывающий множитель $e^{-|l'|(\pi-\varphi')}$ или $e^{-|l'|\varphi'}$, поэтому интеграл сходится для любых комплексных z. Особенности могут быть лишь при вещественных z, за исключением промежутка $-1 < z < 1$. Вычислим абсорбционную часть $A_1^{\pm}(s, t)$ амплитуды при $z > 1$.

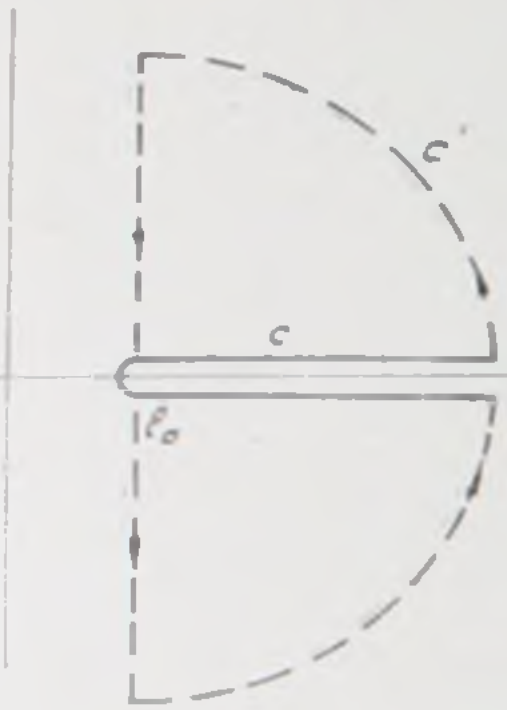


Рис. 3.

По определению

$$A_1^{\pm}(s, t) = \frac{A^{\pm}(s + i\varepsilon, t) - A^{\pm}(s - i\varepsilon, t)}{2i}. \tag{11}$$

Как видно из формулы (10), скачок возникает только за счет интеграла. $P_l(-z)$ имеет разрез от 1 до ∞, скачок на этом разрезе равен

$$P_l(-z - i\varepsilon) - P_l(-z + i\varepsilon) = 2iP_l(z) \sin l\pi. \tag{12}$$

Поэтому

$$A_1^{\pm}(s, t) = \frac{1}{4i} \int_{l_0 - i\infty}^{l_0 + i\infty} (2l + 1)\, f_l^{\pm}(t)\, P_l(z)\, dl. \tag{13}$$

Если вычислить скачок на левом разрезе, то аналогичным образом можно найти $A_2^{\pm}(u, t)$.

Легко вычислить также спектральные функции $\rho^{\pm}(s, t)$ и $\rho^{\pm}(s, u)$

$$\rho(s, t) = \frac{1}{4i} \int_{l_0 - i\infty}^{l_0 + i\infty} (2l + 1)\, P_l(z)\, \frac{1}{2i} (f_l - f_{l^*})\, dl. \tag{14}$$

Введем функции $f_l^{(1)}$ и $f_l^{(2)}$, соответствующие двум членам в (8) (вклад от правого или левого разреза)

$$f_l^{\pm} = f_l^{(1)} \pm f_l^{(2)}.$$

Абсорбционная часть полной амплитуды $A(s, t)$ равняется

$$A_1(s, t) = A_1^{+}(s, t) + A_1^{-}(s, t) = \frac{1}{2i} \int_{l_0 - i\infty}^{l_0 + i\infty} P_l(z) f_l(t) (2l + 1)\, dl. \tag{15}$$

Поскольку

$$f_l^{(1)} = \frac{1}{\pi} \int_{z_0}^{\infty} Q_l(z') A_1(s', t)\, dz', \tag{16}$$

то связь между $f_l^{(1)}$ и A_1 напоминает прямое и обратное преобразование Меллина. Убедимся, что $A_1(s, t) = 0$ при $s < 4\mu^2$. При больших

l $f_l \sim e^{-\alpha_0 l}$, $P_l \sim e^{lz}$, где $\operatorname{ch}\varphi = z$, $\operatorname{ch}\alpha_0 = z_0$. Если $\varphi < \alpha_0$, т. е. $s < 4\mu^2$, контур интегрирования в (15) можно замкнуть справа. Так как внутри контура интегрирования нет особенностей, то интеграл равен нулю.

Важным свойством функции f_l является то обстоятельство, что они удовлетворяют простому условию унитарности при комплексных l. Определим функции f_l^a следующим образом:

$$f_l^{\pm a} = \frac{1}{\pi}\int_{z_0}^{z_0} Q_l(z')\, A_1^{\pm}(s', t)\, dz' \pm \frac{1}{\pi}\int_{z_0}^{\infty} Q_l(z')\, A_2^{\pm}(u', t)\, dz'. \qquad (17)$$

Эти функции обладают такими же аналитическими свойствами, что и $f_l^{\pm}$. При вещественных l $f_l^a = f_l^{\pm}$. Если $4\mu^2 < t < 16\mu^2$, то условие унитарности при целых $l = n$ имеет вид:

$$\operatorname{Im} f_n = \frac{k}{\omega} f_n f_n^*, \qquad (18)$$

где

$$k = \frac{1}{2}\sqrt{t - 4\mu^2}, \qquad \omega = \frac{1}{2}\sqrt{t}.$$

Условие (18) можно переписать, используя f_n^a.

$$\frac{1}{2i}(f_n - f_n^a) - \frac{k}{\omega} f_n f_n^a = 0. \qquad (19)$$

Для простоты значки $\pm$ у функции f_l и f_l^a здесь и в дальнейшем опускаются.

Если перейти теперь к произвольным l, то функция

$$F_l = \frac{1}{2i}(f_l - f_l^a) - \frac{k}{\omega} f_l f_l^a = 0 \qquad (20)$$

должна быть тождественно равна нулю, так как F_l аналитична, ограничена и равна нулю в четных (или нечетных) точках. Продолжение здесь единственно, так же как и в случае f_l и f_l^a.

Поскольку $Q_{l^*} = (Q_l)^*$, то из (17) следует, что $f_l^a = (f_{l^*})^*$. Поэтому условие унитарности (20) можно переписать в виде

$$\frac{1}{2i}(f_l - f_{l^*}^*) = \frac{k}{\omega} f_l f_{l^*}^*. \qquad (21)$$

Отметим следующее, почти очевидное обстоятельство, что уравнение Мандельстама, связывающее спектральные функции и абсорбционные части, будет автоматически выполнено, если для $\rho(s, t)$ и $A_{1,2}(s, t)$ проставить выражения в формуле (13), (14) и считать, что $f_l(t)$ удовлетворяет условию унитарности (21).

§ 2. Особенности амплитуды как функции момента и энергии

Исследуем аналитические свойства f_l по l в области $\mathrm{Re}\, l > l_0$. Как будет видно из дальнейшего, эти свойства связаны с асимптотическим поведением амплитуд при больших s. Если $16\mu^2 > t > 4\mu^2$, то можно воспользоваться условием унитарности (21). При любых вещественных l

$$\mathrm{Im}\, f_l = \frac{k}{\omega} |f_l|^2. \tag{22}$$

Определив фазу δ_l с помощью равенства

$$\frac{k}{\omega} f_l = e^{i\delta_l} \sin\delta_l, \tag{23}$$

получим из (22), что δ_l вещественна.

Следовательно,

$$\frac{k}{\omega} |f_l| < 1 \quad \text{при} \quad \mathrm{Im}\, l = 0. \tag{24}$$

Условие (24) означает, в частности, отсутствие полюсов на вещественной оси у f_l, f_l^1 и $f_l^{(1)}$. Тем самым исключается асимптотическое поведение $A_1 \underset{s\to\infty}{\sim} sf(t)$, что соответствует обычной дифракционной картине. Действительно,

$$f_l^{(1)} = \frac{1}{\pi} \int_{z_0}^{\infty} Q_l(z)\, A_1(z)\, dz.$$

При $l = 1$ этот интеграл расходится. Поэтому при $l \to 1$ существенна область больших z, в которой подынтегральное выражение можно заменить его асимптотическим значением. Тогда

$$f_l^{(1)} \sim \frac{-1}{l-1}.$$

Таким образом, имеется полюс при $l = 1$, что противоречит условию (24).

Условие унитарности (21) исключает также полюса в комплексно-сопряженных точках.

Мы видели, что в промежутке $16\mu^2 > t > 4\mu^2$ f_l не имеет полюсов на вещественной оси. Каковы же особенности $f_l(t)$? Разобьем их на два типа;

1) неподвижные особенности, положение которых не зависит от t,

2) движущиеся особенности, положение которых зависит от t.

Если имеются только неподвижные особенности, то асимптотика по s при $t > 4\mu^2$ и $t < 4\mu^2$ одинакова.

В этом случае, используя положительность $A_1(s, t)$ в области $t < 4\mu^2$, о которой речь будет идти ниже, и тот факт, что в силу условия унитарности f_l не может обращаться в бесконечность при вещественных l, можно прийти к заключению, что асимптотика $A_1(s, t)$ имеет вид

$$A_1(s, t) = sB(\xi, t), \quad \xi = \ln s, \int B(\xi, t)\, d\xi < \infty,$$

что соответствует логарифмически убывающему сечению взаимодействия. Движущуюся особенность по l можно одновременно рассматривать как особенность по t, положение которой зависит от l. Поэтому для изучения движущихся особенностей можно использовать аналитические свойства по t.

$$f_s^{(1)} = \frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} Q_l\left(1 + \frac{2s}{t - 4\mu^2}\right) A_1(s, t)\, \frac{2ds}{t - 4\mu^2}. \qquad (25)$$

Для простоты написания мы рассматриваем $f_l^{(1)}$ вместо f_l, так как их аналитические свойства одинаковы.

Будем предполагать, что существует такое l_0, что при $\mathrm{Re}\, l > l_0$ интеграл в (25) сходится при любых t. Это означает, что число вычитаний в дисперсионных соотношениях при фиксированном l ограничено при любых t. Такое предположение является необходимым условием существования представления Мандельстама. В дальнейшем ограничимся случаем $\mathrm{Re}\, l > l_0$. Функция $f_l^{(1)}(t)$ всегда имеет разрез от $t = 4\mu^2$ до бесконечности, обусловленный особенностями Ландау функции $A_1(s, t)$. При нецелом l $f_l^{(1)}(t)$ имеет дополнительную особенность при $t = 4\mu^2$. Действительно, когда $t \to 4\mu^2$,

$$Q_l \sim \frac{(t - 4\mu^2)^{l+1}}{(2s)^{l+1}},$$

следовательно,

$$f_l \sim (t - 4\mu^2)^l, \text{ т. е. } \sim k^{2l}.$$

Если l—нецелое, то это—дополнительная точка ветвления. Поэтому при $t < 4\mu^2$ f_l остается комплексной, хотя A_1 вещественна. Чтобы избавиться от этой комплексности, введем функцию

$$\varphi_l = \frac{f_l}{(t - 4\mu^2)^l}. \qquad (26)$$

При переходе через точку $t = 4\mu^2$ z изменяется с $+\infty$ на $-\infty$. При дальнейшем уменьшении t абсолютное значение z убывает, так что z может достигнуть точки $z = -1$, в которой Q_l имеет точку ветвления. Это произойдет при

$$1 + \frac{2s}{t - 4\mu^2} = -1,$$

т. е при

$$s = 4\mu^2 - t.$$

Но, с другой стороны, в интеграле (25) $s > 4\mu^2$. Таким образом, возникает разрез в плоскости t, от $t = -\infty$ до $t = 0$. При дальнейшем уменьшении t возникают дополнительные разрезы в точках t_1, t_2 и т. д., обусловленные особенностями Ландау функции $A_1(s, t)$. Положение особенностей $\varphi_l(t)$ в комплексной плоскости t изображено на рис. 4.

Вычислим скачок φ_l на левом разрезе. Для отрицательных t скачок Q_l равен $P_l(-z)$, если $4\mu^2 \leqslant s \leqslant 4\mu^2 - t$, и обращается в нуль вне этой области. Поэтому скачок φ_l равен

$$\Delta\varphi_l = \frac{1}{\pi}\int_{4\mu^2}^{4\mu^2 - t} P_l(-z)\, A_1(s, t)\, \frac{2ds}{(t - 4\mu^2)^{l+1}} + \int_{s<s_0} R(s)\, ds. \qquad (27)$$

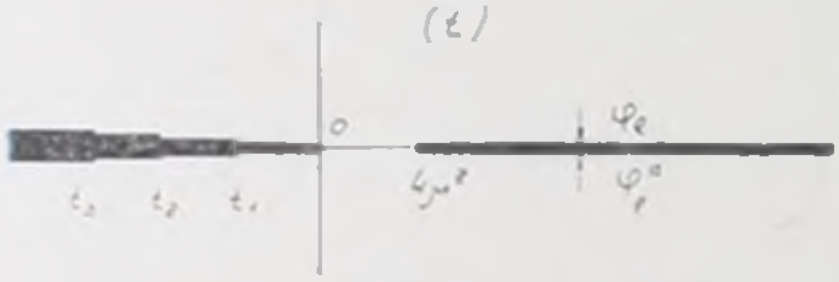


Рис. 4.

Второй интеграл возникает за счет скачка функции $A_1(s, t)$ при $t > t_1$. Для нас важно лишь то обстоятельство, что при конечных отрицательных t функция $\Delta\varphi_l$ определяется интегралами по конечной области и поэтому не имеет особенностей по l.

Рассмотрим теперь скачок на правом разрезе. Из условия унитарности (20) и определения (26) получаем, что при $4\mu^2 < t < 16\mu^2$

$$\frac{\varphi_l - \varphi_l^a}{2i} = \frac{(t - 4\mu^2)^{l+\frac{1}{2}}}{t^{l+\frac{1}{2}}}\, \varphi_l \varphi_l^a = \rho_l \varphi_l \varphi_l^a. \qquad (28)$$

Произведенное исследование особенностей по l относилось к случаю $\mathrm{Re}\, l > l_0$. Будем теперь уменьшать $\mathrm{Re}\, l$. При этом могут возникнуть новые особенности по l на физическом листе. При $\mathrm{Re}\, l > l_0$ эти особенности находились на нефизических листах и при изменении l они могут переходить на физический лист через разрезы. Поэтому, чтобы найти особенности на физическом листе при $\mathrm{Re}\, l < l_0$, необходимо знать особенности при $\mathrm{Re}\, l > l_0$, но на нефизических листах.

Чтобы получить сведения об этих особенностях, нужно произвести аналитическое продолжение на нефизические листы. Начнем с правого разреза (рис. 4) По определению φ_l может быть продолжена в верхнюю полуплоскость, φ_l^a — в нижнюю. Чтобы продолжить φ_l в нижнюю полуплоскость, выразим ее через φ_l^a с помощью (28)

$$\varphi_l = \frac{\varphi_l^a}{1 - 2i\rho_l \varphi_l^a}. \tag{29}$$

Поскольку φ_l^a аналитична в нижней полуплоскости, единственными особенностями φ_l на нефизическом листе при $\mathrm{Re}\, l > l_0$ являются полюса, соответствующие нулям выражения $1 - 2i\rho_l \varphi_l^a$.

На левом разрезе $\varphi_l = \varphi_l^a + 2i\Delta\varphi_l$. Так как $\Delta\varphi_l$ не имеет особенностей по l, никаких особенностей φ_l на нефизическом листе (соответствующем левому разрезу), зависящих от l, не может появиться. Легко рассмотреть также случай, когда имеется несколько двухчастичных каналов (см. лекцию Б. Л. Иоффе).

Результаты при этом не меняются. Что касается 3-частичных разрезов, то в случае целых l при $t > 16\mu^2$ к $\Delta\varphi_l$ добавляется интеграл по фазовому объему Γ

$$\int \psi_l(s_{ik})\, \psi_{l'}^*(s_{ik})\, d\Gamma,$$

где $\psi_l(s_{ik})$—парциальные волны амплитуд рождения.

Если сделать некоторые правдоподобные предположения о поведении $\psi_l(s_{ik})$, как функции l, то можно снова прийти к выводу, что на нефизическом листе единственными особенностями, зависящими от l, являются полюса.

Таким образом, особенностями, зависящими от l, по-видимому, могут быть только полюса, лежащие в комплексной плоскости при $t > 4\mu^2$. Эти полюса просто связаны с резонансами.

§ 3. Траектория главного полюса

Изучим в комплексной плоскости l траекторию одного из этих полюсов, имеющего наибольшее значение $\mathrm{Re}\, l$. Этот полюс будем называть главным полюсом. Нам понадобится следующая теорема: при $0 < t < 4\mu^2$ мнимая часть амплитуды в области 1 $A_1(s, t)$ положительна и имеет все положительные производные по t — $A_1^{(n)}$. Разложим $A_1(s, t)$ по парциальным волнам в канале 1

$$A_1 = \sum_n a_n'(s)\,(2n+1)\,P_n(\tilde{z}), \tag{30}$$

где

$$\tilde{z} = 1 + \frac{2t}{s - 4\mu^2},$$

$a_n'(s)$—мнимая часть парциальной волны в канале 1.

Из условия унитарности в канале 1 следует, что

$$a_n(s) = \frac{\eta_l e^{2i\delta_n} - 1}{2i},$$

где

$$0 < \eta_l < 1, \quad \operatorname{Im} \delta_n = 0, \tag{31}$$

тогда

$$a_n^l(s) = \operatorname{Im} a_n(s) = \frac{1}{2} - \frac{\eta_l}{2} \cos 2\delta_n > 0.$$

При $0 < t < 4\mu^2$ $z > 1$, поэтому $P_n(z) > 1$ и, как известно, имеет все положительные производные. Таким образом, каждый из членов ряда (30) положителен и ряд сходится в области $t < 4\mu^2$. Отсюда следует, что $A_1(s, t)$ в этой области положительна и имеет все положительные производные.

Рассмотрим асимптотическое поведение $A_1(s, t)$ при больших s. Если крайней правой особенностью $f_l(t)$ в комплексной плоскости l является полюс, то контур интегрирования в (15) можно сдвинуть налево до следующей особенности, взяв вычет в полюсе. Вклад от полюса имеет вид

$$\frac{\pi}{2} r_l(t)(2l+1) P_l(z), \tag{32а}$$

где $r_l(t)$ — вычет f_l в полюсе и $l = l(t)$ — положение полюса. При $s \to \infty$ z также растет. При этом вклад полюса растет быстрее оставшегося интегрального члена. Поэтому именно он определяет асимптотическое поведение $A_1(s, t)$. Если выразить z через s, то

$$A_1 \sim f(t) s^{l(t)}. \tag{32б}$$

Свойства A_1 позволяют получить некоторые сведения о движении главного полюса при изменении t. При $t > 4\mu^2$ полюс находился в комплексной плоскости. При $t < 4\mu^2$ $A_1(s, t)$ вещественна. Это возможно лишь в случае, если полюс выходит на вещественную ось. Так как в этой области $A_1 > 0$, то и $f(t) > 0$. Теперь продифференцируем A_1 по t при больших s

$$A_1' \sim f' s^{l(t)} + f l' \ln s \cdot s^{l(t)}.$$

Асимптотически, при $\ln s \to \infty$, главным является второе слагаемое. Поэтому положительность A_1' означает, что $l'(t) > 0$ при $t < 4\mu^2$. Следовательно, при уменьшении t ниже $4\mu^2$ главный полюс движется по вещественной оси налево. Получить такой же результат для высших производных $l(t)$ не удается. В нерелятивистской теории неравенство $\frac{dl}{dt} > 0$ следует из того, что при увеличении центробежного барьера энергия связи уменьшается. В релятивистской теории канал 1 является чем-то вроде потенциала для канала III, так что полученный результат не удивителен.

Рассмотрим поведение $l(t)$ вблизи $t = 4\mu^2$. Пусть f_l имеет полюс вблизи вещественной оси при

$$l = l_0(t) = l_0'(t) + il_0''(t). \tag{33}$$

Найдем общее выражение функции, удовлетворяющей (21) и имеющей полюс при $l_0(t)$. Эта задача эквивалентна задаче нахождения общего выражения для парциальной волны вблизи резонанса (формулы Брейта-Вигнера). Повторяя обычные рассуждения, приводящие к формуле Брейта-Вигнера, получим, что

$$f_l = \frac{\omega}{2ik}\left\{ e^{2i\eta_l(t)} \frac{l - l_0'(t) + il_0''(t)}{l - l_0'(t) - il_0''(t)} - 1 \right\}, \tag{34}$$

где $\eta_l(t)$ вещественно при вещественном l и не имеет полюса при $l = l_0(t)$.

Множитель $e^{2i\eta_l}$ соответствует потенциальному рассеянию. Если при фиксированном $l_0 \neq l_0(4\mu^2)$ стремить t к $4\mu^2$, то для того, чтобы $f_l(t)$ стремилось к нулю как $(t-4\mu^2)^l$ (см. выше), необходимо, чтобы

$$\eta_l(t) = n\pi + \gamma (t - 4\mu^2)^{l+\frac{1}{2}}. \tag{35}$$

Поэтому при малых $t - 4\mu^2$ множитель $e^{2i\eta_l}$ можно опустить и написать $f_l(t)$ в виде

$$f_l(t) = \frac{\omega}{k} \frac{l_0''(t)}{l - l_0(t)}. \tag{34'}$$

Вычет в полюсе и его мнимая часть совпадают. Для того чтобы при l, близких к l_0, f_l также вело себя, как $(t-4\mu^2)^l$, необходимо, чтобы

$$l_0''(t) = \alpha (t - 4\mu^2)^{l_0(t)+\frac{1}{2}}. \tag{36}$$

Отсюда следует, что $l(t)$ имеет точку ветвления при $t = 4\mu^2$. Предполагая, что точка $t = 4\mu^2$ является изолированной особой точкой функции $l_0(t)$, мы можем с помощью формулы Коши по мнимой части l_0'' восстановить вещественную часть l_0' в окрестности $t = 4\mu^2$. При этом получим, обозначая $l(4\mu^2) = \lambda$,

$$l_0(t) = \lambda + \sum_{n=0}^{n_0} C_n (t - 4\mu^2)^n - \alpha \frac{(4\mu^2 - t)^{\lambda+\frac{1}{2}}}{\cos \pi\lambda}, \tag{37a}$$

если $\lambda + \frac{1}{2}$ не равно целому числу; здесь

$$\lambda - \frac{1}{2} < n_0 < \lambda + \frac{1}{2}.$$

Если же $\lambda + \frac{1}{2}$ — целое, то

$$f_0(t) = \lambda + \sum_{n=0}^{\lambda+\frac{1}{2}} C_n (t-4\mu^2)^n - \frac{\alpha}{\pi} (t-4\mu^2)^{\lambda+\frac{1}{2}} \ln(4\mu^2 - t). \qquad (37б)$$

В формулах (37а, 37б) $\arg(4\mu^2 - t) = 0$ при $t < 4\mu^2$. Интересно, что степень особенности определяется значением функции в особой точке λ. Легко проверить, что из формул (37а, 37б) следует значение (36) для мнимой части $f_0(t)$.

Покажем, что при $t > 4\mu^2$ полюс уходит в верхнюю полуплоскость. Продолжая (35) в область $t < 4\mu^2$, найдем вычет в полюсе вблизи точки $t = 4\mu^2$

$$r(t) = 2\mu\alpha (4\mu^2 - t)^{\lambda} \cdot e^{i\pi\lambda}. \qquad (38)$$

С другой стороны, как видно из (32а), в области $t < 4\mu^2$

$$A_l = \frac{\pi}{2} r \cdot e^{-i\pi\lambda} (2l+1) P_l(-z) > 0, \qquad (39)$$

потому что при переходе точки $t = 4\mu^2$ (в которой $l(t)$ равно λ) в $P_l(z)$ возникает множитель $e^{-i\pi\lambda}$. Подставляя (38) и (39), находим, что $\alpha > 0$. Следовательно, при $t > 4\mu^2$ полюс уходит в верхнюю полуплоскость (см. (36)). Траектория полюса в плоскости l при увеличении t изображена на (рис. 5). Очень важно понять, остается ли

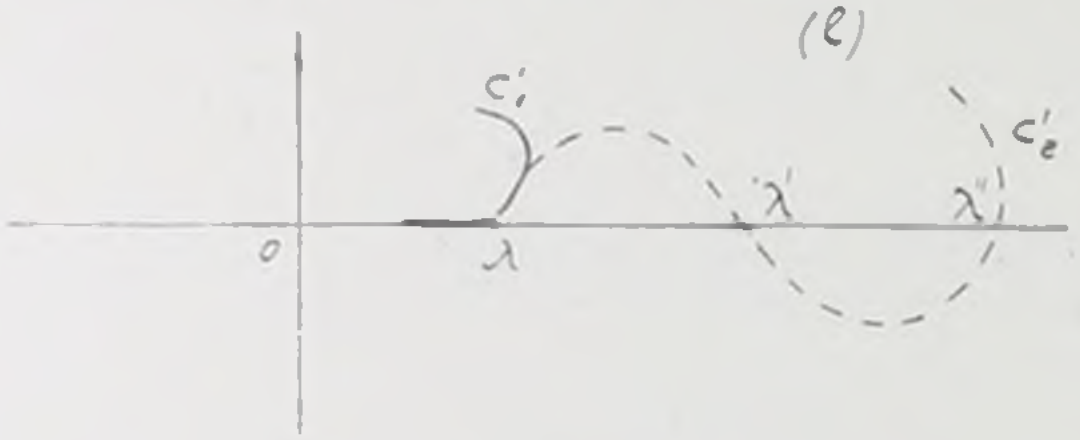


Рис. 5.

полюс в верхней полуплоскости (l) при любых вещественных $t > 4\mu^2$, как это имеет место в нерелятивистской теории.

Для того чтобы понять, что бы это означало, рассмотрим движение этого полюса в комплексной плоскости (t) при вещественных l (рис. 6). Можно показать, пользуясь (37а) и (37б), что переход полюса при вещественном $t > 4\mu^2$ в плоскости l (рис. 5) с вещественной оси в верхнюю полуплоскость соответствует тому, что при вещественном $l > \lambda$ полюс в плоскости комплексного переменного t уходит через разрез на нефизический лист (рис. 6).

Если при некотором $l = \lambda'$ (рис. 5) полюс на плоскости l уходит в нижнюю полуплоскость, то в плоскости t (рис. 6) полюс выходит на физический лист при $t = t'$.

Так как при достаточно большом l, определяемом числом вычитаний в дисперсионном соотношении по s, $f_l(t)$ не имеет комплексных особенностей на физическом листе, то при некотором $l = \lambda''$

полюс должен опять уйти на нефизический лист плоскости t (рис. 6). Следовательно, в плоскости l (рис. 5) при некотором $t = t''$ полюс опять выходит в верхнюю полуплоскость l.

Представляется чрезвычайно привлекательной гипотеза о том, что полюса $f_l(t)$ при $t > 4\mu^2$ могут находиться только в верхней

Рис. 6.

полуплоскости плоскости l. Мы будем предполагать, что эта гипотеза справедлива. Кроме того, предположим, что $l_0(t)$ имеет особенности только на вещественной оси. Тогда для l_0 можно написать дисперсионное соотношение

$$l_0(t) = l_0(0) + \frac{t}{\pi}\int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{l_0''(t')}{t'(t'-t)}\,dt'. \tag{40}$$

Нетрудно убедиться, что нужно сделать не более одного вычитания в (40). Из формулы (40) в предположении, что $l_0''(t) = \mathrm{Im} l_0(t) \geqslant 0$ (полюс находится в верхней полуплоскости), следует, что при $t < 0$ все производные $l_0(t)$ больше нуля.

Рассмотрим вопрос о вычислении спектральной функции $\rho(s, t)$, исходя из асимптотического вида $A_1(s, t)$ (32б). Используя (37а), получаем при $t > 4\mu^2$.

$$\rho = \frac{A_1(t+i0) - A_1(t-i0)}{2i} \sim \frac{s^\lambda}{2i}\left\{ s^{i\alpha(t-4\mu^2)^{\lambda+\frac{1}{2}}} - s^{-i\alpha(t-4\mu^2)^{\lambda+\frac{1}{2}}} \right\}. \tag{41}$$

Когда

$$(t-4\mu^2)^{\lambda+\frac{1}{2}} \ln s \ll 1,$$

$$\rho \sim s^\lambda (t-4\mu^2)^\lambda \ln s \sqrt{t-4\mu^2}. \tag{42}$$

Следующий полюс дает вклад $\sim [s(t-4\mu^2)]^{\lambda_1}$,
где

$$\mathrm{Re}\,\lambda_1 < \mathrm{Re}\,\lambda.$$

Поэтому, чтобы главный полюс давал основной вклад в ρ, необходимо, чтобы

$$s(t-4\mu^2) \gg \mu^4, \tag{43}$$

в то время как условием применимости асимптотики для A_1 является $s \gg \mu^2$.

Условие (43) означает, что асимптотический полюсной режим определяет ρ только тогда, когда вклад в ρ дает большое число особенностей Ландау, что и следовало ожидать. Аналогичный результат получается из (37в) при $\lambda + \frac{1}{2}$ целом.

§ 4. Асимптотическое поведение рассеяния, обусловленного одним полюсом Редже

Переходим теперь к некоторым физическим следствиям, вытекающим из выполненного анализа особенностей амплитуды рассеяния. Используя оптическую теорему и выражение (32б), получаем

$$A_1(s, 0) = f(0)\, s^{l(0)} = \frac{s}{4\pi}\, \sigma_T, \tag{44}$$

где σ_T — полное сечение.

Фруассар показал, что, если $|\rho(s, t)|^2 < \text{const}\, s^N t^m$, то

$$A_1(s, 0) < \text{const} \cdot s \ln^2 s; \tag{45}$$

N, m — целые числа.

Из сравнения (45) и (44) следует, что $l(0) \leqslant 1$. Условие (45) на $\rho(s, t)$, по-видимому, эквивалентно существованию Мандельстамовского представления.

Случай $l(0) = 1$ в некотором смысле означает предельно сильное взаимодействие. Полное сечение в этом случае асимптотически стремится к постоянной величине, упругое сечение падает $\sim \frac{1}{\ln s}$, дифракционный конус с ростом энергии сужается. Физически это соответствует следующей картине: с увеличением энергии прозрачность системы возрастает, но при этом растет также эффективный радиус системы.

Рассмотрим теперь, в какой из амплитуд, A_1^+ или A_1^-, может быть главный полюс, такой, что $l(0) = 1$. Если бы этот полюс был в $A_1^-(s, t)$, то это соответствовало бы одной из двух возможностей.

1. Физическая P-волна имеет полюс при $t = 0$, т. е. существует реальная частица с $m = 0$ и спином 1. Такая частица не обнаружена. Эта частица не может быть фотоном, так как рассматриваются сильные взаимодействия.

2. Физическая парциальная амплитуда $f_1(t)$ не определяется значением аналитической функции $f_1(t)$ при $l = 1$. Подобный пример имеется в нерелятивистской теории, когда потенциал состоит из гладкой $U(r)$ и δ-образной частей. В этом случае все парциальные амплитуды, кроме s-волны, являются значениями аналитической функции, а s-волна определяется отдельно.

Однако, если бы мы встали на эту точку зрения, то пришли бы к заключению, что амплитуда рассеяния при $s \to \infty$ имеет вид

$$A(s, t) = f_1(t) \frac{2s}{t - 4\mu^2},$$

где $f_1(t)$ вещественно, так как $t < 4\mu^2$. Таким образом, асимптотически амплитуда рассеяния была бы вещественна. Это означало бы, что полное сечение стремится к нулю, в то время как сечение упругого рассеяния остается постоянным, что бессмысленно.

Будем теперь считать, что главный полюс при $l = 1$ дает вклад в A_1^+. Это не приводит к особенностям в физической парциальной амплитуде, так как f_l^+ имеет физический смысл только при четных l. При этом предположении автоматически выполняется теорема Померанчука. Действительно, $A_1^+(z) = A_1^+(-z)$, т. е. имеется симметрия между s и u. Рассеяние в первом и втором каналах поэтому одинаково.

Чтобы применить полученные результаты к π-π-рассеянию, учтем изотопический спин. Имеются три изотопические амплитуды—A_0, A_1, A_2, соответствующие трем возможным значениям изоспина системы π—π в канале III. В силу того, что π-мезоны—бозоны, амплитуды A_0 и A_2—четные, A_1—нечетная. Поэтому главный полюс не дает вклада в A_1.

Нет оснований думать, что главный полюс дает вклад в каждую из амплитуд A_0, A_2, поскольку состояния с $T = 0,2$ независимы с точки зрения условия унитарности. С другой стороны, естественно считать, что главный полюс определяет поведение в канале s истинно упругого рассеяния без перезарядок.

Наличие чисто упругого рассеяния соответствует следующему соотношению между изотопическими амплитудами в канале s

$$A_0^s = A_1^s = A_2^s.$$

Такое соотношение будет иметь место, если главный полюс дает вклад только в амплитуду A_0 канала t.

Соотношения унитарности для комплексных l (21) приводят к связи между амплитудами и полными сечениями различных процессов при больших энергиях s. Рассмотрим πN-рассеяние (для простоты спин не учитывается). Пусть f_l—парциальная амплитуда $\pi\pi$-рассеяния, g_l—амплитуда аннигиляции $N + \bar{N} \to \pi + \pi$, h_l—амплитуда $N \sim \bar{N}$-рассеяния.

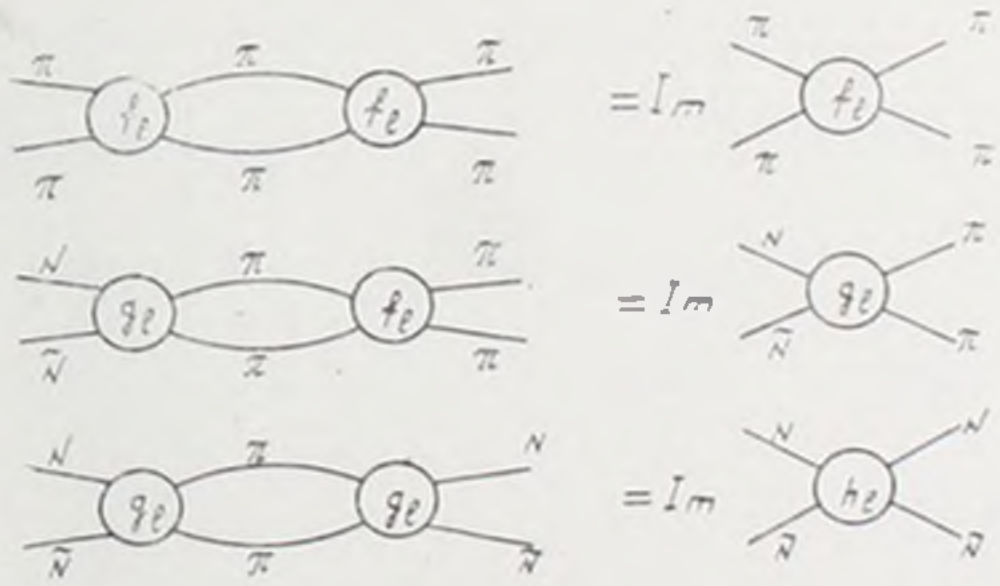


Рис. 7.

При $4\mu^2 < t < 16\mu^2$ соотношения унитарности для этих амплитуд имеют вид (см. рис. 7):

$$\frac{1}{2i}(f_l - f_{l^*}^*) = \frac{k}{\omega} f_l f_{l^*}^*, \tag{46а}$$

$$\frac{1}{2i}(g_l - g_{l^*}^*) = \frac{k}{\omega} g_l f_{l^*}^*, \tag{46в}$$

$$\frac{1}{2i}(h_l - h_{l^*}^*) = \frac{k}{\omega} g_l g_{l^*}^*. \tag{46б}$$

Отсюда получаются следующие выражения для парциальных амплитуд через их значения в сопряженных точках:

$$f_l = \frac{f_{l^*}^*}{1 - 2i\frac{k}{\omega} f^*}, \tag{47а}$$

$$g_l = \frac{g_{l^*}^*}{1 - 2i\frac{k}{\omega} f_{l^*}^*}, \tag{47в}$$

$$h_l = h_{l^*}^* + 2i\frac{k}{\omega}\frac{(g_{l^*}^*)^2}{1 - 2i\frac{k}{\omega} f_{l^*}^*}. \tag{47с}$$

Из этих выражений видно, что эти парциальные амплитуды имеют полюс в одной и той же точке, определяемой условием:

$$\frac{k}{\omega} f_{l^*}^* = \frac{1}{2i}.$$

Рассмотрим, чему равны вычеты в полюсах.

При l, близких к полюсу, имеем

$$f_{l^*}^* = \frac{\omega}{2ik}\left[1 - \frac{1}{\beta}(l - l_0(t)\right], \tag{48}$$

$$f_l = \frac{\beta}{l - l_0}\cdot\frac{\omega}{2ik}, \tag{49а}$$

$$g_l = \frac{\beta}{l - l_0} g_{l_0}^*, \tag{49в}$$

$$h_l = \frac{\beta}{l - l_0}\cdot\frac{2ik}{\omega}(g_{l_0}^*)^2. \tag{49с}$$

Легко видеть, что вычеты в этих полюсах связаны простым соотношением:

$$r_f \cdot r_h = r_g^2. \tag{50}$$

Из того, что положение полюсов совпадает, следует, что амплитуды $\pi\pi$-, πN- и NN-рассеяния имеют одинаковую асимптотику по энергии. При больших энергиях абсорбционные части этих амплитуд имеют вид

$$A_1^{\pi\pi}(s, t) = f(t)\, s^{l(t)}, \tag{51a}$$

$$A_1^{\pi N}(s, t) = g(t)\, s^{l(t)}, \tag{51в}$$

$$A_1^{NN}(s, t) = h(t)\, s^{l(t)}. \tag{51с}$$

Функции $f(t)$, $g(t)$, $h(t)$ выражаются через r_f, r_g, r_h с помощью формул (32 а-б).

В результате имеем

$$A_1^{\pi\pi}(s, t)\, A_1^{NN}(s, t) = [A_1^{\pi N}(s, t)]^2. \tag{52}$$

При $t = 0$ по оптической теореме (44) получаем соотношение между полными сечениями

$$\sigma_{\pi\pi}\, \sigma_{NN} = \sigma_{\pi N}^2. \tag{53}$$

Соотношение типа (52) выполняется также для амплитуд в целом, приводя к соотношению между дифференциальными сечениями упругого рассеяния.

Для случая частиц со спином удобно использовать амплитуды, соответствующие состояниям с определенной спиральностью. Амплитуда π-N-рассеяния в t канале с учетом спина имеет вид:

$$\langle 0 | G | \lambda'\lambda \rangle = \sum_j (2j + 1)\, G_j(\lambda\lambda')\, d^j_{0, \lambda - \lambda'}(z)\, e^{-i(\lambda - \lambda')\varphi}. \tag{54}$$

Как было показано Якобом и Виком (Ann. of Phys., 7, 404, 1959) это соотношение заменяет в случае частиц со спином обычное разложение амплитуды по полиномам Лежандра. Здесь $d^j_{\mu\lambda}$ —известная матрица представления группы вращений. Амплитуды $G_j(\lambda\lambda')$ удовлетворяют условию унитарности:

$$\frac{1}{2i}\, [G_j(\lambda\lambda') - G^*_{j^*}(\lambda\lambda')] = \frac{k}{\omega}\, G_j(\lambda\lambda')\, f^*_{j^*}. \tag{55}$$

Аналогичным образом вводится амплитуда N-$\bar{N}$-рассеяния

$$\langle \lambda_2\lambda_2' | H | \lambda_1\lambda_1' \rangle = \sum_j (2j + 1)\, H_j(\lambda_2\lambda_2' | \lambda_1\lambda_1')\, d^j_{\lambda_2 - \lambda_2',\ \lambda_1 - \lambda_1'}(z). \tag{56}$$

Условие унитарности для них имеет вид

$$\frac{1}{2i}\, \{H_j(\lambda_2\lambda_2' | \lambda_1\lambda_1') - H^*_{j^*}(\lambda_2\lambda_2' | \lambda_1\lambda_1')\} = \frac{k}{\omega}\, G_j(\lambda_2\lambda_2')\, G^*_{j^*}(\lambda_1\lambda_1'). \tag{57}$$

Если использовать эти формулы, можно показать, что соотношение (53) между полными сечениями остается неизменным.

Более подробно следствия этих соотношений были обсуждены на предыдущей лекции. Поэтому здесь не будем на этом останавливаться.

В заключение приведем только ответ на следующий вопрос: сколько всего типов полюсов Редже с различными квантовыми числами могут давать вклад в асимптотику нуклон-нуклонного рассеяния.

Для того чтобы ответить на этот вопрос, достаточно заметить, что у системы нуклон-антинуклон в аннигиляционном канале имеется три не переходящих друг в друга состояния без учета изоспина

$$J=0 \quad j=l, \quad J=1 \quad j=l, \quad J=1 \quad j=l\pm 1.$$

J—полный спин, l-орбитальный момент. Каждому из этих состояний соответствуют два значения изотопического спина

$$I=0 \quad \text{и} \quad I=1.$$

Кроме того, как мы видели выше, к разным полюсам Редже приводят состояния с четным и нечетным j. Поэтому мы имеем всего 12 раз-

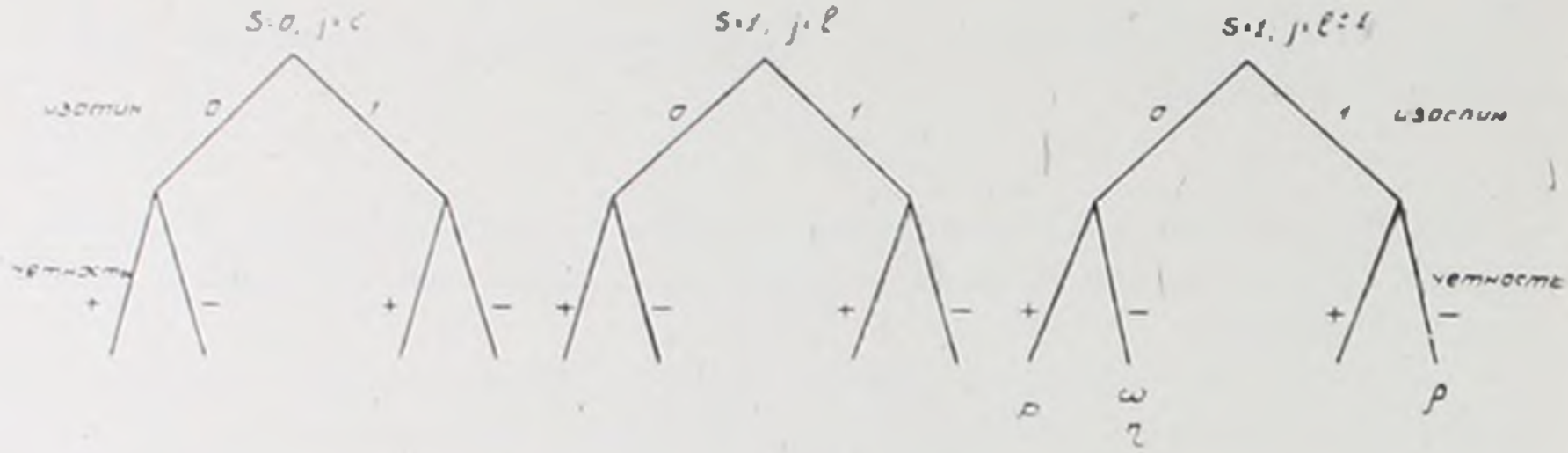


Рис. 8.
(P—вакуумный полюс).

личных типов полюсов Редже в нуклон-нуклонном рассеянии.

Интересно, что уже сейчас некоторые из этих полюсов можно пытаться связать с известными резонансами (ρ, η, ω).

ЛИТЕРАТУРА

1. *M. L. Goldberger*, Phys. Rev., **99**, 979 (1955).
2. *И. Я. Померанчук*, ЖЭТФ, **34**, 725 (1958).
3. *S. Mandelstam*, Phys Rev., **112**, 1344 (1958).
4. *В. Б. Берестецкий, И. Я. Померанчук*, ЖЭТФ, **39**, 4 (1960).
5. *V. R. Gribov*, Nucl. Phys., **22**, 249 (1961).
6. *G. F. Chew, S. C. Frautschi*, Phys. Rev., **123**, 1478 (1961).
7. *M. Froissart*, Phys. Rev., **123**, 1053 (1961).
8. *T. Regge*, Nuovo Cim., **14**, 951 (1959); **18**, 947 (1960).
9. *В. Н. Грибов*, ЖЭТФ, **41**, 667, 1962 (1961); **42**, 1260 (1962).
10. *G. F. Chew, S. C. Frautschi*, Phys. Rev. Lett., **7**, 394 (1961); **8**, 41 (1962).
11. *S. C. Frautschi, M. Gell-Mann, F. Zachariasen*, препринт.
12. *S. C. Frautschi, G. F. Chew, S. Mandelstam*, Phys. Rev., **126**, 1202 (1962).
13. *В. Н. Грибов, И. Я. Померанчук*, препринт ИТЭФ, 61, 15 (1961).
14. *Г. Домокош*, препринт ОИЯИ, Д—900, Д—922.
15. *M. Gell-Mann*, Phys. Rev. Lett., 8, 263 (1962).
16. *В. Н. Грибов, И. Я. Померанчук*, ЖЭТФ, **43**, 308 (1962); Phys. Rev. Lett., **8**, 343, 412 (1962).
17. *B. Udgaonkar*, Phys. Rev., Lett., **8**, 142 (1962).

Н. Н. МЕЙМАН

НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

1°. С тех пор как аналитичность наряду с унитарностью стала одним из основных принципов квантовой теории поля, роль аналитических функций существенно изменилась. Раньше аналитические функции в теоретической физике имели чисто вспомогательное вычислительное значение, и достаточно было уметь вычислять контурные интегралы и пользоваться различными интегральными представлениями и методом перевала. Теперь этого явно не хватает, и особое значение приобретает ряд более тонких свойств, сравнительно мало популярных и редко излагаемых в учебной литературе. Цель лекции и состоит в том, чтобы обратить внимание аудитории на некоторые из этих свойств.

2°. Начну с обобщения принципа максимума.

Классический принцип максимума состоит в том, что функция, регулярная в некоторой области и непрерывная вплоть до границы области, принимает наибольшее по модулю значение на границе области. Другими словами, если на границе области $|f(\zeta)| \leqslant M$, то внутри области $|f(z)| < M$. Допустим, что непрерывность функции и неравенство $|f(\zeta)| \leqslant M$ выполняется во всех граничных точках, за исключением одной точки границы, в которой значение функции вообще может быть не определено. Сохраняется ли при этом принцип максимума? Пример функции e^{-iz} в верхней полуплоскости показывает, что принцип максимума не сохраняется. Действительно, вдоль вещественной оси $|e^{-ix}| < 1$, а по мнимой полуоси $y > 0$ функция растет, как экспонента. Роль исключительной точки в этом случае играет точка $z = \infty$. Нахождение ее на бесконечности не существенно. Преобразование $t = \dfrac{z - i}{z + i}$ переводит верхнюю полуплоскость $\operatorname{Im} z \geqslant 0$ в единичный круг $|t| \leqslant 1$, тогда $z = \infty$ переходит в точку $t = 1$, и функция e^{-iz} в функцию $e^{\frac{t+1}{t-1}}$. Во всех точках окружности $|t| = 1$, отличных от точки $t = 1$, функция по модулю равна 1; при стремлении $t \to 1$ (по радиусу) стремится к бесконечности. Этот пример показывает, что для сохранения в этом случае принципа максимума нужно наложить на функцию дополнительное условие. Это будет ус-

ловие на поведение функции вблизи исключительной точки границы.

Забегая вперед, скажу, что в случае полуплоскости достаточно, чтобы $|f(z)|$ рос медленней любой экспоненты. Другими словами, если для любого $\varepsilon > 0$, начиная с некоторого $R_0(\varepsilon)$, выполняется неравенство

$$M(R) < e^{\varepsilon R},$$

где $M(R)$ максимум $|f(Re^{i\varphi})|$ вдоль верхней полуокружности радиуса R, то $|f(z)| < M$, где M максимум $|f(x)|$ вдоль вещественной оси.

Полезно видоизменить формулировку, сказав, что условие $|f(x)| \leqslant M$ влечет альтернативу: либо $|f(z)| < M$ во всей полуплоскости, либо существует такое $\varepsilon > 0$, что, при достаточно больших R, $M(R) > e^{\varepsilon R}$.

В обратную сторону формулировка следующая: если при $R \to \infty$ $M(R)$ не ограничено, но растет медленней любой экспоненты, то функция $f(x)$ не ограничена вдоль вещественной оси.

3. Пусть G некоторая область, Γ граница этой области и α дуга или система дуг на Γ. Обозначим через $\omega(z;\ \alpha,\ J)$ гармоническую функцию в G, определяемую следующими граничными условиями: $\omega = 1$ в точках α, $\omega = 0$ в остальных точках Γ. Если α не сводится к точке или всей границе, то

$$0 < \omega(z;\ \alpha,\ G) < 1.$$

Очевидно, $\omega(z;\ \alpha)$ аддитивна относительно системы дуг α, в частности

$$\omega(z;\ \alpha) + \omega(z,\ \beta) = 1,$$

где $\beta = \Gamma - \alpha$. Функция $\omega(z;\ \gamma)$ называется гармонической мерой дуги α в точке z. С помощью гармонической меры любую гармоническую в G функцию $u(z)$ можно записать через ее граничные значения в виде

$$u(z) = \int_{\Gamma} u(\zeta)\, d\omega(z),$$

где $d\omega(z)$ гармоническая мера дуги $d\zeta$ в точке z.

Пусть $f(z)$ аналитическая в G функция. Если $f(z)$ не имеет нулей в G, то $\ln|f(z)|$ гармоническая функция и

$$\ln|f(z)| = \int_{\Gamma} \ln|f(\zeta)|\, d\omega(z).$$

Если функция $f(z)$ имеет нули в области G, то знак равенства в этой формуле нужно заменить знаком $<$.

Действительно, окружим нули $f(z)$ кружками сколь угодно малых радиусов. В области с выкинутыми кружками $\ln|f(z)|$ — гармоническая функция, причем на кривой Γ значения этой функции совпадают с граничными значениями гармонической функции

$$\int_{\Gamma} \ln|f(\zeta)|\, d\omega(z),$$

а на маленьких окружностях значения $\ln|f(z)|$ сколь угодно близки к $-\infty$ и, следовательно, меньше значения $\int_\Gamma \ln|f(\zeta)|\,d\omega(z)$ на этих окружностях Итак

$$\ln|f(z)| \leqslant \int_\Gamma \ln|f(\zeta)|\,d\omega(z).$$

Если Γ разбита на две системы дуг α и β, а M_α и M_β, соответственно, максимумы $f(\zeta)$ на дугах α и β, то

$$\ln|f(z)| \leqslant \ln M_\alpha \int_\alpha d\omega(z) + \ln M_\beta \int_\beta d\omega(z) = \ln M_\alpha\, \omega(z;\alpha, G) + \ln M_\beta\, \omega(z;\beta, G). \quad (1)$$

Это неравенство служит основой для доказательства обобщения принципа максимума. Рассмотрим как это делается на примере полуплоскости.

4°. Будем исчерпывать полуплоскость верхними полукругами радиуса R с $R\to\infty$ (рис. 1).

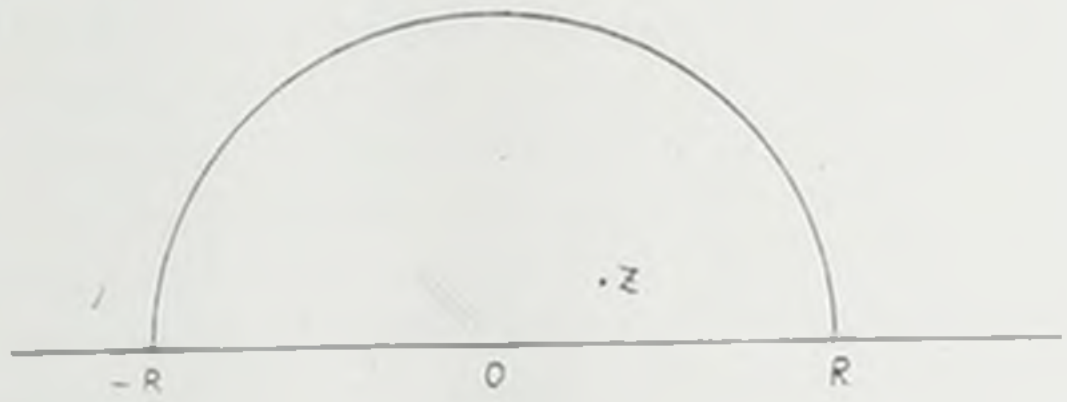


Рис. 1.

В качестве α возьмем диаметр полукруга, а в качестве β — верхнюю полуокружность. Определим гармоническую меру верхней полуокружности в точке z, т. е. построим гармоническую функцию, равную единице на полуокружности и нулю на диаметре. Угол, под которым виден диаметр из точки z, равен

$$\arg\frac{z-R}{z+R} = \operatorname{Im}\ln\frac{z-R}{z+R},$$

т. е. является гармонической функцией точки z. При стремлении точки z к окружности этот угол стремится к $\frac{\pi}{2}$, а при стремлении точки z к диаметру угол стремится к π, поэтому

$$\omega(z;\beta) = \frac{2}{\pi}\left(\pi - \arg\frac{z-R}{z+R}\right).$$

Если $z = x + iy$ фиксировать, а $R\to\infty$, то

$$\omega(z;\beta) \sim \frac{4y}{\pi R}.$$

Пусть функция $f(z)$ такова, что $\varlimsup_{R\to\infty}\left\{\ln\frac{M(R)}{R}\right\}=0$ ($\varlimsup$ означает, что рассматривается нижний предел соответствующей величины), тогда можно выбрать такую последовательность радиусов $R_1, R_2\cdots R_n\to\infty$, что вдоль соответствующих полуокружностей

$$\{\ln M(R)\}\frac{4y}{\pi R}\to 0,$$

т. е. второе слагаемое в правой части (1) стремится к нулю и

$$\ln|f(z)|\leqslant\ln M,\ \text{или}\ |f(z)|\leqslant M, \tag{2}$$

где M — максимум $|f(z)|$ на вещественной оси.

В этом неравенстве знак $\leqslant$ нужно заменить знаком $<$. Действительно, предположим что в некоторой точке $|f(z)|=M$. Окружим эту точку окружностью $z+\rho e^{i\varphi}$, $0\leqslant\varphi\leqslant\pi$. Согласно классическому принципу максимума, в некоторой точке $z+\rho e^{i\varphi_0}$ этой окружности функция по модулю больше, чем в центре, и в этой точке $|f(z+\rho e^{i\varphi_0})|>M$, что невозможно.

5°. Рассмотрим область J вне замкнутой кривой Γ (рис. 2).

Граница области состоит из кривой Γ и точки $z=\infty$. Уже для функции $f(z)=z$ принцип максимума не имеет места. Найдем условие, при котором принцип максимума сохраняется. В качестве областей исчерпания возьмем области, ограниченные кривой Γ и окружностью радиуса $R\to\infty$. Можно показать, что при фиксированном z, гармоническая мера большой окружности стремится к нулю, как $[\ln R]^{-1}$*.

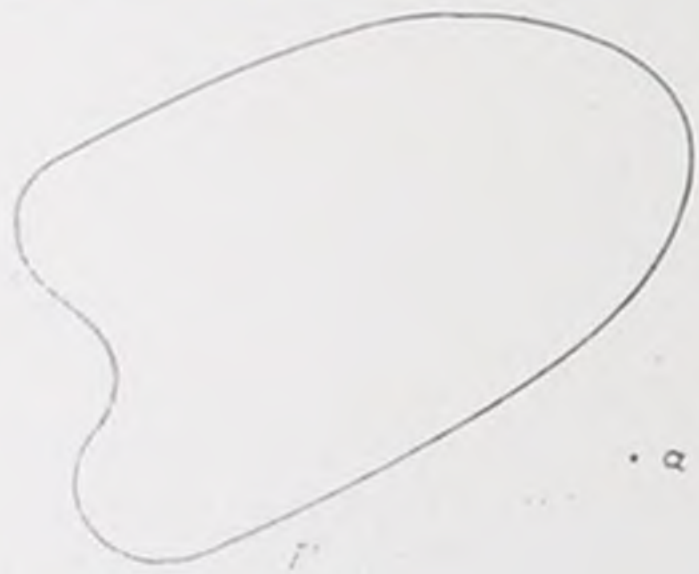


Рис. 2.

Отсюда следует, что если нижний предел отношения при $R\to\infty$ равен нулю

$$\varlimsup_{R\to\infty}\left\{\frac{\ln M(R)}{\ln R}\right\}=0, \tag{3}$$

то принцип максимума действует, т. е. $f(z)<M_\Gamma$. Полученный результат можно усилить (это связано с тем, что точка $z=\infty$ изолирована от остальной границы). Принцип максимума верен, если

* Пусть кривая Γ содержит кружок $|z|=\rho_1$ и лежит внутри круга $|z|=\rho_2$, тогда $\omega_{\rho_2}(z)<\omega_\Gamma(z)<\omega_{\rho_1}(z)$, где $\omega_\Gamma(z)$ гармоническая мера большого круга относительно области, ограниченной большим кругом и кривой Γ, а $\omega_\rho(z)$ гармоническая мера большого круга относительно области, ограниченной большим кругом и кругом $|z|=\rho$. Так как $\omega_\rho(z)=\frac{\ln|z|-\ln\rho}{\ln R-\ln\rho}$, то $\omega_\Gamma(z)\sim\frac{1}{\ln R}$.

$$\lim_{R\to\infty}\left|\frac{\ln M(R)}{\ln R}\right| = \alpha < 1.$$

Действительно, из этого неравенства следует, что

$$f(z) = f(a) + \frac{1}{2\pi i}\int_{\Gamma} f(\zeta)\left|\frac{1}{\zeta - z} - \frac{1}{\zeta - a}\right| d\zeta,$$

откуда, в свою очередь, следует, что $f(z)$ ограничена по модулю, и заведомо выполняется условие (3).

6°. Весьма важен и интересен вопрос о поведении мероморфной функции в окрестности существенно особой точки. Пусть G односвязная, уходящая на ∞ область и Γ'—ветвь границы, уходящая на ∞ в отрицательном относительно G направлении, а Γ''—ветвь границы, уходящая на ∞ в положительном относительно G направлении, так что $\Gamma = \Gamma' + \Gamma''$ составляет границу области G (рис. 3). Пусть $f(z)$ мероморфна в G и конечных точках Γ (на границе допустимы также изолированные точки ветвления конечного порядка). Что можно сказать о поведении функции $f(z)$, когда z, оставаясь в области G, стремится к ∞? В том весьма важном случае, когда вдоль ветвей Γ' и Γ'' функция $f(z)$ стремится к определенным пределам a и b при $z \to \infty$*, имеют место некоторые очень существенные утверждения (они в основном принадлежат шведскому математику Линделесру), которые мы приведем без доказательства.

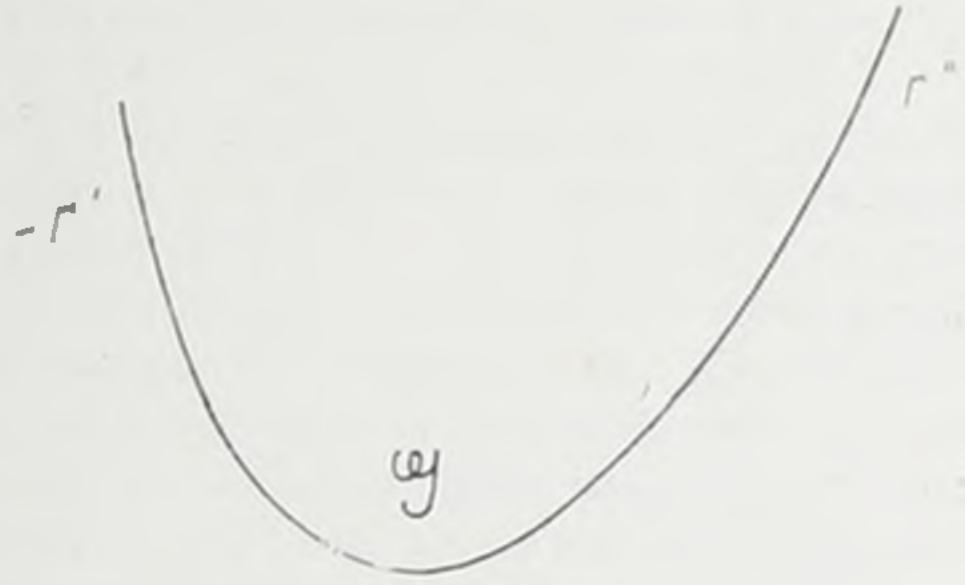


Рис. 3.

1. Если $a \neq b$, то функция $f(z)$ при стремлении z к ∞ принимает в области G все значения (за исключением, быть может, двух), бесчисленное число раз.

Пример. В качестве G возьмем полуплоскость, тогда Γ' — отрицательная полуось, Γ'' — положительная полуось. В качестве $f(z)$ вазьмем e^z. Так как $\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$, $\lim_{x\to\infty} e^x = \infty$, то $a = 0$, $b = \infty$. Функция e^z в верхней полуплоскости (в нижней тоже) принимает все значения (за исключением 0 и ∞) бесчисленное число раз.

Совпадение исключительных значений с предельными имеет случайный характер. Например, для функции

$$f(z) = e^{\int_0^z e^{-z^2}dz}, \qquad a = e^{-\frac{\sqrt{\pi}}{2}}, \qquad b = e^{\frac{\sqrt{\pi}}{2}},$$

а исключительные значения по-прежнему 0 и ∞.

* a и b могут быть конечными или бесконечными. Под ∞ понимается точка числовой сферы, т. е $-\infty = i\infty = +\infty = \infty$.

Заметим, что если $f(z)$ регулярна в верхней полуплоскости (полюса не допускаются) и пределы a и b конечны, то $|f(z)|$ ограничен на вещественной оси, и, так как $|f(z)|$ не может оставаться ограниченным в верхней полуплоскости, то, как было показано в пункте 4°, $M(R)$ растет не медленней некоторой экспоненты.

II. Если $a = b$, т. е. пределы $f(z)$ вдоль Γ' и Γ'' совпадают, то имеет место альтернатива: либо $f(z)$ при $z \to \infty$ в G равномерно стремится к этому общему пределу, либо имеет место та же ситуация, что и при различных a и b.

В частности, если заранее известно, что при $z \to \infty$ в J функция $f(z)$ ограничена, то ситуация I невозможна, и функция равномерно стремится к общему пределу.

Предложение I остается в силе и при более слабых предположениях о поведении функции вдоль Γ' и Γ''.

Достаточно, например, чтобы $\operatorname{Im} f(z)$ вдоль Γ' и Γ'' стремилась к двум разным пределам β_1 и β_2, а $\operatorname{Re} f(z)$ оставалась при этом ограниченной. При этих условиях функция $f(z)$ не может оставаться ограниченной при $z \to \infty$ в области G. Для полуплоскости при этом получается следующий результат:

III. Пусть функция $f(z)$ регулярна в верхней полуплоскости, ограничена на вещественной оси и при $x \to -\infty$ и $x \to +\infty$ стремится к разным пределам, тогда максимум $f(Re^{i\varphi})$ на верхней полуокружности растет не медленнее некоторой экспоненты — $e^{\alpha R}$, $\alpha > 0$.

7°. Из предложения III, сформулированого в предыдущем пункте, сразу же следует теорема Померанчука о равенстве полных сечений рассеяния античастицы и частицы на частице. Напомним, что амплитуда рассеяния $A(E)$ есть аналитическая функция в плоскости с разрезами $(-\infty, -\mu)$ и $(\mu, +\infty)$, и что по оптической теореме сечения античастицы и частицы соответственно равны пределам

$$\sigma_- = \lim_{E \to -\infty} \frac{\operatorname{Im} A(E)}{\sqrt{E^2 - \mu^2}}, \qquad \sigma_+ = \lim_{E \to +\infty} \frac{\operatorname{Im} A(E)}{\sqrt{E^2 - \mu^2}}.$$

Если предположить, что отношение $\dfrac{A(E)}{\sqrt{E^2 - \mu^2}}$ ограничено на левом и правом разрезах при $E \to \infty$, и амплитуда $A(E)$ во всей плоскости растет медленней любой экспоненты при $E \to \infty$, то $\sigma_- = \sigma_+$.

Для доказательства рассмотрим в верхней полуплоскости функцию

$$\frac{A(E) - A(0)}{E}.$$

Эта функция удовлетворяет всем условиям предложения III, при этом мнимая часть ее вдоль отрицательной полуоси стремится к σ_-, а вдоль положительной — к σ_+. Если бы $\sigma_- \neq \sigma_+$, то эта функция росла бы не медленнее некоторой экспоненты, но это противоречит предположению.

Итак, $\sigma_- = \sigma_+$ и отношение $\dfrac{A(E)}{\sqrt{E^2-\mu^2}}$ ограничено при $E \to \infty$ во всей плоскости с разрезами. Отсюда следует, что для функции $\dfrac{A(E)}{E^2-\mu^2}$ соответствующий интеграл по большему кругу стремится к нулю, и эта функция удовлетворяет дисперсионному соотношению.

Вывод И. Я. Померанчука, наоборот, основан на предположении, что функция $\dfrac{A(E)}{E^2-\mu^2}$ удовлетворяет дисперсионному соотношению. После того как доказано равенство $\sigma_- = \sigma_+$, можно убедиться, что функция $\dfrac{A(E)}{\sqrt{E^2-\mu^2}}$ ограничена при $E \to \infty$ во всей плоскости с разрезами. A posteriori оба предположения равносильны, но в качестве исходного предположения наше является значительно более естественным и менее ограниченным.

8°. Последний вопрос, который мы здесь затронем, это единственность аналитической функции. Хорошо известно, что нули аналитической функции расположены изолированно, т. е. каждый нуль является центром некоторого кружка, не содержащего других нулей. Отсюда следует, что если в области аналитичности функции расположено бесчисленное число нулей, то все предельные точки множества нулей лежат на границе области. Например, функция $\sin z$ имеет бесчисленное число нулей с единственной предельной точкой на бесконечности.

Мы разберем следующий вопрос: каким условиям подчиняются нули функции, регулярной в полуплоскости и растущей не скорее экспоненты.

Для решения этого вопроса выведем формулу Карлемана, выражающую связь между расположением нулей функции в полукруге и поведением функции на границе полукруга.

Пусть функция $f(z)$, регулярная в верхнем полукруге

$$|z| \leqslant R, \quad \operatorname{Im} z \geqslant 0,$$

есть функция с нулями в точках $a_\nu = r_\nu e^{i\theta_\nu}$ и нормированная условием $f(0) = 1$. Тогда

$$\sum_{r_\nu < R} \left(\frac{1}{r_\nu} - \frac{r_\nu}{R^2}\right) \sin\theta_\nu = \frac{1}{\pi R}\int_0^\pi \ln|f(Re^{i\theta})| \sin\theta d\theta +$$

$$+ \frac{1}{2\pi}\int_0^R \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{R^2}\right) \ln|f(x) f(-x)|\, dx + \frac{1}{2}\operatorname{Im} f'(0). \qquad (4)$$

Доказательство. Правая и левая части формулы равны мнимой части интеграла

$$K=\frac{1}{2\pi i}\int_C\left(\frac{1}{R^2}-\frac{1}{z^2}\right)\ln f(z)\,dz,$$

взятого по контуру C, с начальной точкой $z=\rho$ при $\rho\to 0$ (рис. 4).

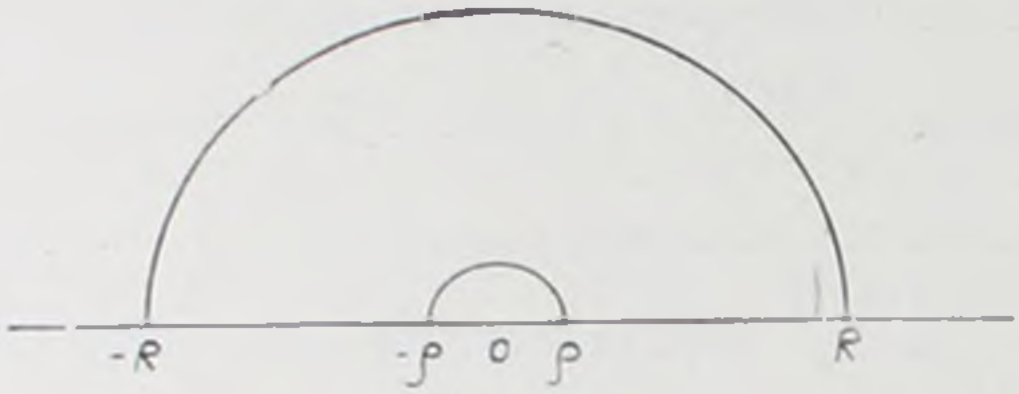


Рис. 4.

Для правой части это почти очевидно*; для левой части нужно интеграл K проинтегрировать по частям

$$K=\frac{1}{2\pi i}\Delta\left|\left(\frac{z}{R^2}+\frac{1}{z}\right)\ln f(z)\right|-\frac{1}{2\pi i}\int_C\frac{f'(z)}{f(z)}\left(\frac{z}{R^2}+\frac{1}{z}\right)dz,$$

где Δ означает приращение вдоль контура C. Первый член является вещественным, а второй член равен

$$-\sum_{r_\nu<R}\left(\frac{r_\nu e^{i\theta_\nu}}{R^2}+\frac{1}{r_\nu}e^{i\theta_\nu}\right),$$

поэтому

$$\operatorname{Im}K=\sum_{r_\nu<R}\left(\frac{1}{r_\nu}-\frac{r_\nu}{R^2}\right)\sin\theta_\nu,$$

т. е. левой части формулы Карлемана.

Заметим, что все слагаемые $\left(\frac{1}{r_\nu}-\frac{r_\nu}{R^2}\right)\sin\theta_\nu$ в левой части положительны. Отсюда следует, что, если при $R\to\infty$ правая часть формулы Карлемана ограничена сверху константой A, то ряд

---

* Интеграл по малой полуокружности $\frac{1}{2\pi i}\int\left(\frac{1}{R^2}-\frac{1}{z^2}\right)\ln f(z)\,dz$ в силу $f(0)=1$ стремится к интегралу $\frac{1}{2\pi i}\int\left(\frac{1}{R^2}-\frac{1}{z^2}\right)f'(0)\,z\,dz=-\frac{1}{2}f'(0)$.

$$\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\sin\theta_\nu}{r_\nu}=\sum_{\nu=1}^{\infty}\left|\operatorname{Im}\frac{1}{a_\nu}\right| \tag{5}$$

сходится.

Доказательство. Пусть N произвольно велико, но фиксировано. Выберем R настолько большим, что

$$\sum_{\nu=1}^{N}\frac{r_\nu}{R^2}\sin\theta_\nu<1,$$

тогда

$$\sum_{\nu=1}^{N}\frac{\sin\theta_\nu}{r_\nu}<A+1.$$

Так как неравенство справедливо при любом N, то ряд

$$\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\sin\theta_\nu}{r_\nu}<A+1.$$

Если функция $f(z)$ растет не скорее некоторой экспоненты, то правый член справа в формуле Карлемана ограничен, и можно сформулировать следующую теорему единственности.

Теорема. Пусть функция $f(z)$ регулярна в верхней полуплоскости и растет не скорее некоторой экспоненты и a_ν ее нули.

Если интеграл

$$\int_{-R}^{R}\frac{1}{x^2}\ln\left|f(x)f(-x)\right|dx$$

ограничен сверху при $R\to\infty$, то ряд

$$\sum_{\nu=1}^{\infty}\left|\operatorname{Im}\frac{1}{a_\nu}\right|$$

сходится.

Для приложений более применима следующая формулировка: если ряд

$$\sum_{(\nu)}\left|\operatorname{Im}\frac{1}{a_\nu}\right| \tag{6}$$

расходится и выполняются условия теоремы, то функция $f(z)$ тождественно равна нулю. В частности, если две функции $f_1(z)$ и $f_2(z)$ совпадают в точках a_ν ряд (6) расходится и разность $f(z)=f_1(z)-f_2(z)$ удовлетворяет условиям теоремы, то функции $f_1(z)$ и $f_2(z)$ совпадают.

Например, пусть функции совпадают в точках iv ($v = 1, 2, 3 \cdots$), тогда, в силу расходимости ряда

$$\sum_{v=1}^{\infty} \left| \operatorname{Im} \frac{1}{iv} \right| \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v}$$

функции тождественно совпадают.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Р. Неванлинна*, Однозначные аналитические функции, ОГИЗ-ГИТТЛ, 1941, М.—Л.
2. *Н. Г. Чеботарёв, Н. Н. Мейман*, Труды Математического института им. В. А. Стеклова АН СССР, том 26, 1949.
3. *Н. Я. Померанчук*, ЖЭТФ, **33**, вып. 3, 1958.

РАЗДЕЛ II

СВОЙСТВА ρ-МЕЗОНОВ И ФИЗИКА НЕЙТРИНО

Под редакцией
чл.-корр. АН СССР **А. И. Алиханяна**
(отв. редактор), **С. М. Дарбиняна**

А. О. ВАЙСЕНБЕРГ

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ μ-МЕЗОНОВ

В этой лекции будут рассмотрены экспериментальные данные об электромагнитных взаимодействиях μ-мезонов. Основная часть этих данных известна, но в течение последнего года—полутора лет появилось несколько новых работ, которые мы кратко рассмотрим совместно с прежними данными. В настоящее время именно электромагнитные взаимодействия μ-мезонов могут быть измерены наиболее точным образом. При этом ряд параметров, характеризующих эти взаимодействия, известны настолько точно, что это накладывает сильнейшие ограничения на мыслимые эксперименты, посвященные поискам различного рода аномалий. Этот вопрос будет подробно рассмотрен в следующей лекции, которую прочтет И. Ю. Кобзарев.

Мы рассмотрим следующие явления:

а) измерение энергии сверхтонкого расщепления в мюонии [1];

б) измерения энергии $2p - 1s$ переходов в μ-мезоатомах с $Z = 13 \div 30$, выполненные в работе Джонсона, Хикса и Андерсона [2];

в) сравнение рассеяния μ^--мезонов с импульсом 2 Бэв/с на большие углы с рассеянием электронов при тех же значениях переданного ядру импульса, выполненное в работах Мазека и др. [3];

г) измерения магнитного и дипольного моментов μ-мезона—работы группы *CERN* [4, 5].

Измерение энергии сверхтонкого расщепления в мюонии

Начнем с самой простой системы, с водородоподобного атома мюония. Это водородоподобный атом, в центре которого находится μ^+-мезон и электрон на орбите. Он образуется при замедлении μ^+-мезона в веществе.

Из-за взаимодействия магнитных моментов μ-мезона и электрона в $1s$-состоянии этого атома возникает расщепление сверхтонкой структуры, благодаря которому энергия $1s_1$- и $1s_0$-состояний отличается на величину порядка

$$\Delta W \sim 2 \times 10^{-5} \text{ эв},$$

что составляет в частотах

$$\Delta\nu \sim 4440 \text{ Мц/сек}.$$

До последнего времени величина этого расщепления была измерена весьма грубо. По-видимому, из этих грубых определений величины ΔW или $\Delta\nu$ наилучшим являлось определение нашей группы. Мы определили величину $\Delta\nu$ с точностью, близкой к 10^0_0; при этом оказалось, что измеренное значение $\Delta\nu$ отличается от теоретического не более чем на $3^0/_0$.

Совсем недавно Цюок, Хьюз и другие определили эту величину методами микроволновой атомной спектроскопии. Идея опыта заключалась в следующем: μ^+-мезоны останавливались в мишени, представлявшей собой аргон под давлением 55 атм., помещенный в сильное магнитное поле. Предыдущие опыты этих авторов показали, что аргон является той средой, где происходит образование триплетного мюония. Если мюоний находится в сильном магнитном поле, порядка 10^1 кгаусс, то в этом случае хорошими квантовыми числами являются проекции электронного и мезонного спина на ось H:

$$(m_\mu;\ m_e).$$

Спиральность μ-мезона отрицательна, его спин противоположен импульсу. Рассмотрим состояние

$$\left(\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right).$$

В этом состоянии наблюдается некоторая асимметрия распада. Создадим в аргоновой бомбе высокочастотное поле, частота которого находится в резонансе с энергией, необходимой для переворачивания проекции спина μ-мезона. Возникнут переходы

$$\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)\rightarrow\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$$

и асимметрия уменьшится по абсолютной величине или даже изменит знак. Опыт производился при постоянной частоте, близкой к $1{,}8\times$ $\times 10^3$ Мц/*сек*, и менялось магнитное поле. При этом энергия перехода зависит от поля H и от частоты $\Delta\nu$, соответствующей энергии сверхтонкого расщепления ΔW.

Эта зависимость дается формулой Брейта-Раби. Зная величину H, можно определить и $\Delta\nu$. Точность измерения в этом опыте близка к 2 Мц/*сек*

$$\Delta\nu = 4440\ \text{Мц/сек} \pm 2{,}2\ \text{Мц/сек}.$$

В пределах ошибок опыта эта величина совпадает с ожидаемым значением, которое получается после введения всех электродинамических поправок.

$2p-1s$ переходы в мезоатомах

Из опытов Фитча и Райнвотера, Бьютмента, Стирисов и др. авторов, выполненных в прошлые годы, было известно, что размеры

ядер, определенные по энергии μ-мезоатомных переходов, совпадают с размерами, следующими из Хофстадтеровских опытов по рассеянию электронов ядрами. Точность этого совпадения была порядка одного процента. Она свидетельствовала о применимости уравнения Дирака к вычислению μ-мезоатомных термов. Работа Джонсона и др. является уточнением этих опытов для μ-мезонных атомов с зарядами ядра $13 < Z < 30$.

Схема опыта показана на рис. 1.

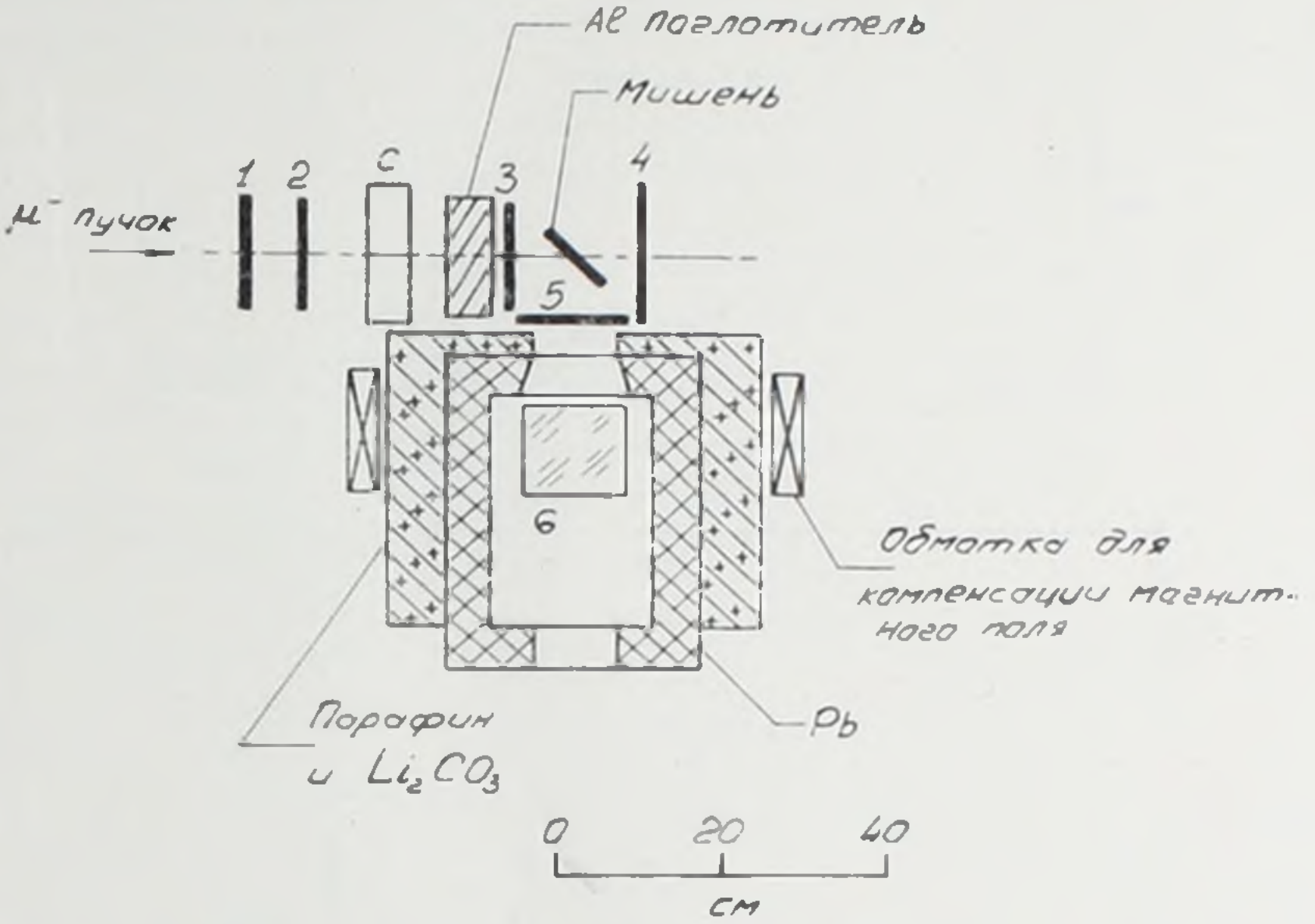


Рис. 1.

Остановка μ-мезонов в мишени отличается совпадениями 1, 2, 3, 4, $\bar{C}$. Черенковский счетчик C и счетчик 4 включены на антисовпадения. Излучение мезоатомов мишени регистрируется и измеряется счетчиком 6, представляющим собой большой кристалл NaJ (Tl), попадания в кристалл фотона отмечаются совпадениями 1, 2, 3, $\bar{4}$, $\bar{C}$, 5, 6. Для калибровки спектрометра 6 были использованы линии 1,17 и 1,33 Мэв Co^{60} и 0,511 и 1,28 Мэв Na^{22}. Из калибровочных кривых следует, что полная ширина линий на половине высоты близка к 8—10%. Типичный спектр излучения для мезоатома Fe показан на рис. 2. Здесь видна K_α-линия, представленная фотопиком в кристалле, и K_β-линия, представляющая собой $3p - 1s$, $4p - 1s$ и т. п. переходы. Сплошной кривой показан фон измерений. Результаты этих опытов приведены на рис. 3, где на оси абсцисс отложен заряд ядра Z, по оси ординат — выраженная в процентах разность между измеренной энергией $2p - 1s$ перехода и вычисленной энергией. Эти вычисления произвели Форд и Вилсон, которые использовали данные о размерах

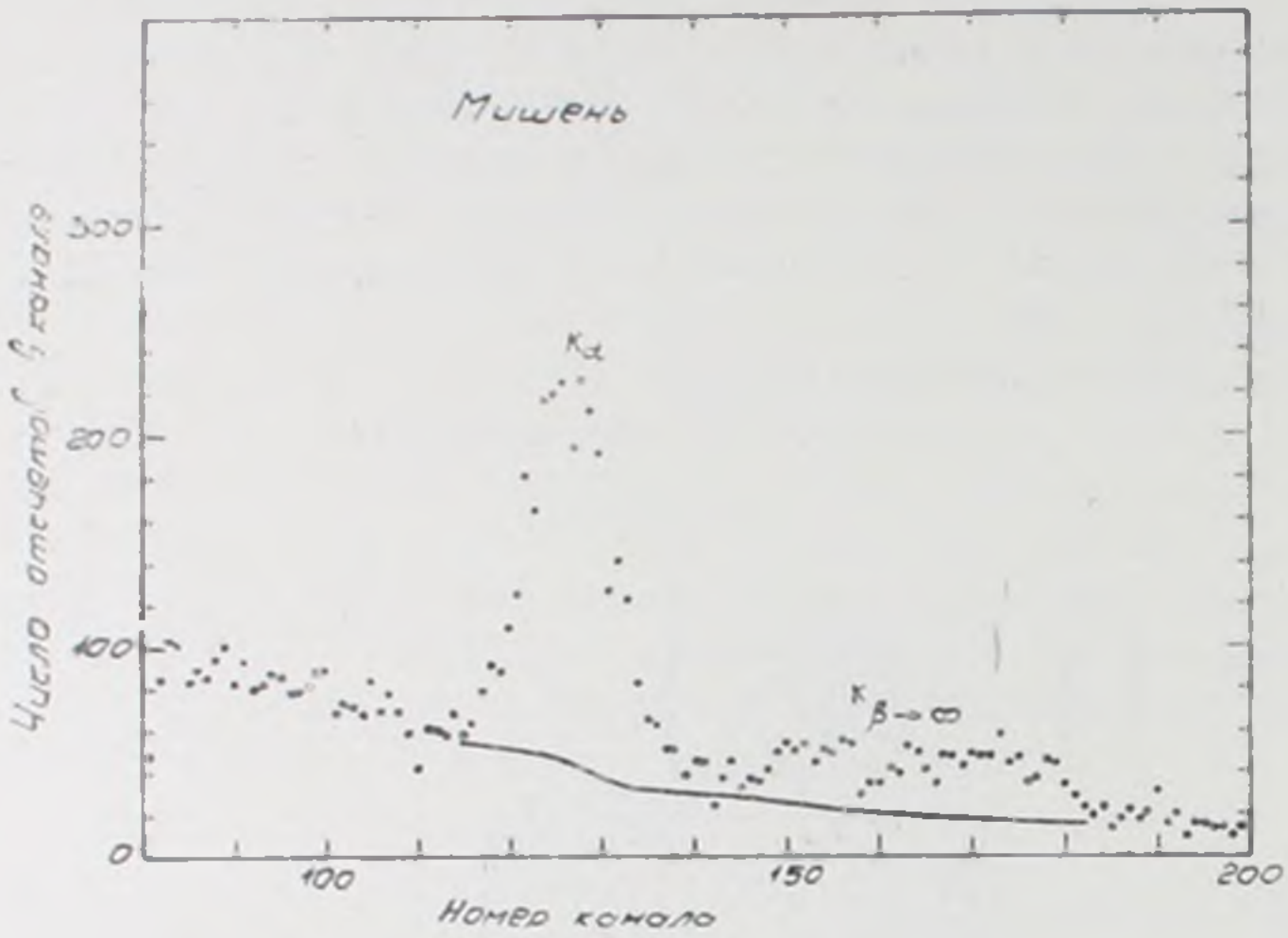


Рис. 2.

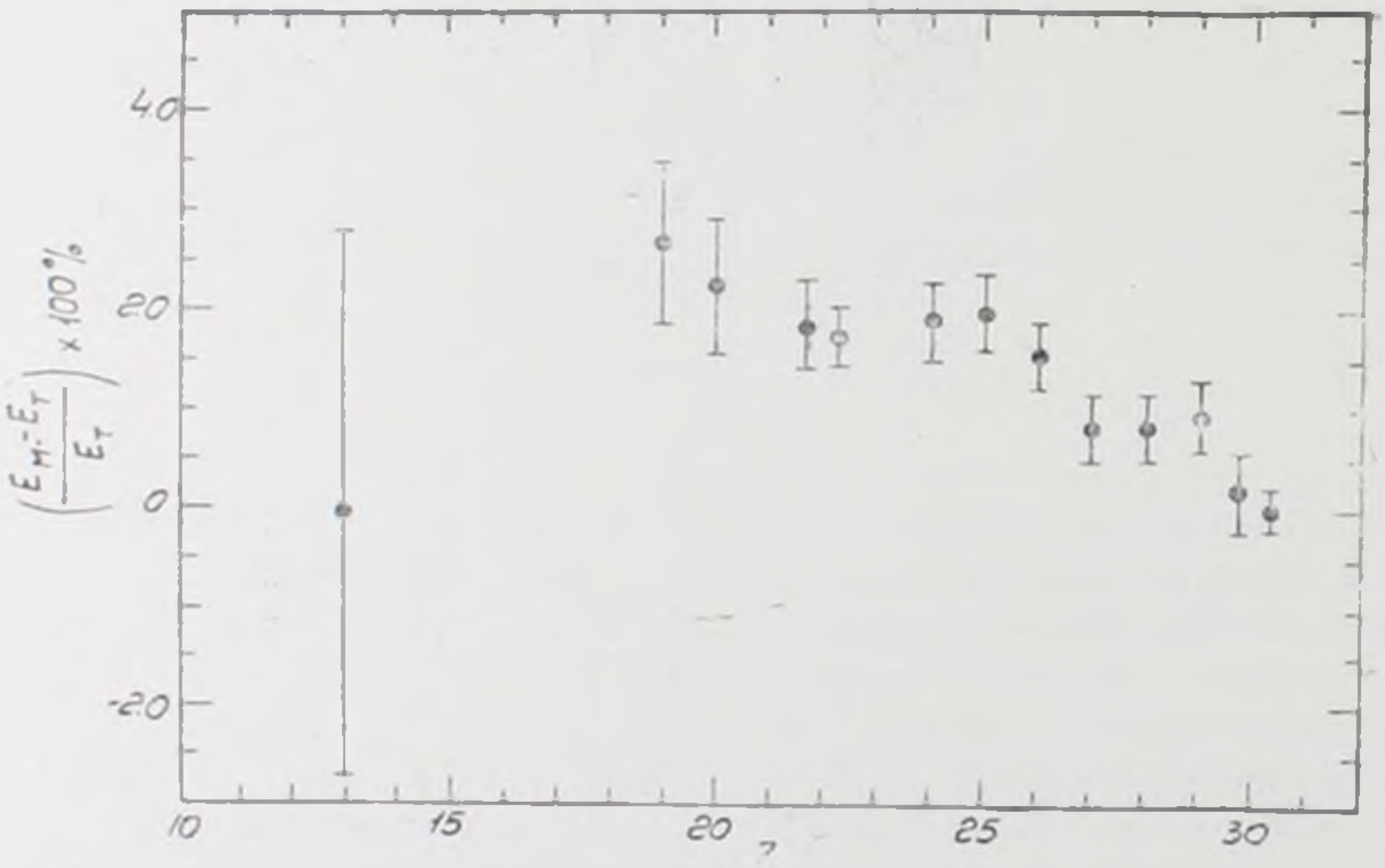


Рис. 3.

ядра и о распределении заряда в нем, полученные Хофстадтером в опытах по рассеянию электронов. Из этих данных следует, что между теорией и опытом существует расхождение, близкое к 2—3%. Возможно, что эти расхождения можно будет устранить, использовав более точные данные Хофстадтера. Во всяком случае, и это будет подробно рассказано И. Ю. Кобзаревым, столь большая аномалия противоречит возможным размерам аномалии, следующим из измерений магнитного момента μ-мезона.

Сравнение рассеяния электронов с рассеянием μ-мезонов

Изучение рассеяния μ-мезонов ядрами было начато в космическом излучении и прошло через стадию обнаружения различного рода „аномалий". Более тщательные опыты показали, однако, что во всех случаях, когда такие „аномалии" наблюдались, для них имелись соответствующие экспериментальные причины. Перечислим основные источники возможных ошибок. Прежде всего в этих опытах часто не удавалось полностью избавиться от фона сильно взаимодействующих с ядрами частиц (протонов, π-мезонов). Далее, при измерениях рассеяния μ-мезонов большой энергии существенны ошибки в измерении импульса, и, наконец, статистика всех этих измерений, в общем, весьма мала.

На Берклиевском бэватроне был создан пучок μ^--мезонов с импульсом 2 Бэв/с. Это позволило выполнить опыты по рассеянию μ-мезонов в условиях хорошей геометрии, в отсутствии примеси посторонних частиц и при больших значениях переданного ядру импульса. Основные характеристики пучка следующие:

Импульс — 2,00 ± 0,03 Бэв/с.

Поверхность пучка на рассеивателе ~ 15×20 $см^2$.

Число μ-мезонов на один импульс ускорителя (2×10^{11} протонов) ~ 400.

Примесь π-мезонов, относительная, ~ 5×10^{-6}.

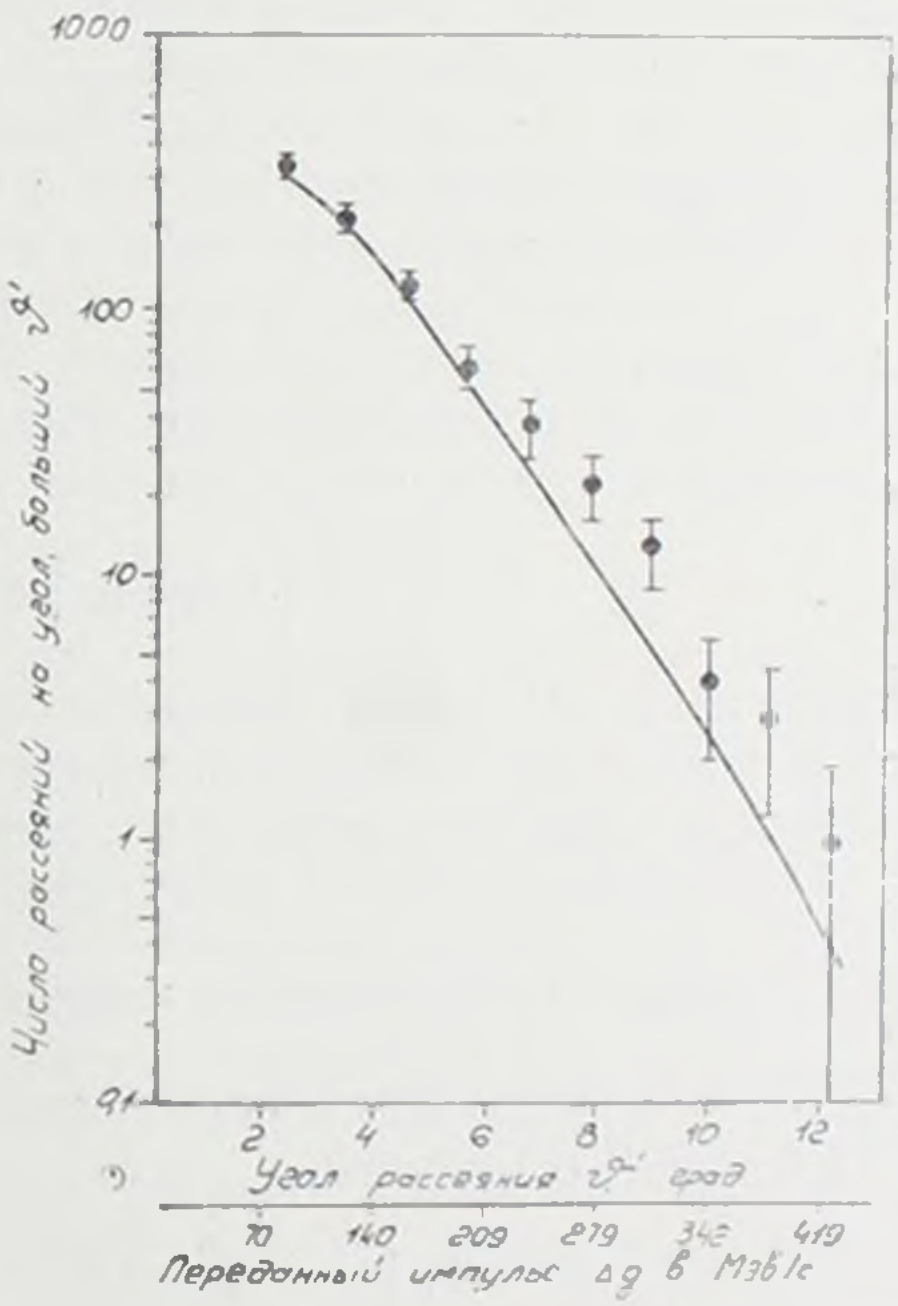


Рис. 4.

Измерения рассеяния были выполнены двумя методами: фотоэмульсией и с помощью сцинтилляционного годоскопа. В первом случае они доведены до переданных импульсов $\Delta q = 100$ Мев/с, во втором, для рассеяния в графите, — до $\Delta q = 420$ Мэв/с. Сравнение экспериментальных данных с теоретически ожидаемым однократным рассеянием на протяженном ядре графита показано на рис. 4, где по оси абсцисс отложен угол рассеяния или переданный импульс, а по оси ординат — число рассеяний на угол, больший данного. Из этих данных, а также из фотоэмульсионных данных следует, что рассеяние не имеет заметных аномалий и хорошо описывается теорией.

Рассмотрим теперь, о какой, собственно, теории идет речь. Этот опыт отличается от Хофстадтеровских опытов тем, что здесь нет магнитного анализа рассеянных частиц и поэтому нельзя отличать упругое рассеяние от неупругого. В этом случае эффективное сечение рассеяния может быть описано следующим выражением, полученным Дреллом и Шварцем:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dp'} = \frac{Z^2e^4}{4E^2}\,\frac{\cos^2\vartheta/_2}{\sin^4\vartheta/_2}\left\{Q\,(q^2,\,\Delta E) + tg^2\,\vartheta/_2\left[\frac{q^2}{2M}R\,(q^2,\,\Delta E)\right]\right\}. \qquad (*)$$

Это выражение получено на основании обычной квантовой электродинамики, при учете таких факторов, как распределение заряда в ядре, отдача, магнитное рассеяние и формфактор нуклона. Обозначения здесь следующие: ϑ—угол рассеяния в лабораторной системе, ΔE—потеря энергии при рассеянии, Δq—переданный четырехмерный импульс

$$(\Delta q)^2 = |\vec{p} - \vec{p}'|^2 - (\Delta E)^2,$$

а функции Q и R содержат все указанные факторы. Эти функции были вычислены Дреллом и Шварцем для рассеяния электронов легкими ядрами, теория была проверена, в частности, Фридманом, экспериментально исследовавшим рассеяние электронов в дейтерии и обнаружившим прекрасное согласие с теорией Дрелла и Шварца.

К этой проблеме возможен и более прямой, экспериментальный подход, если определить эффективные формфакторы Q и R непосредственно из рассеяния электронов для тех же значений переданного импульса, что и при рассеянии μ-мезонов. Подставив затем эти экспериментально определенные значения

$$\int Q dp' \quad \text{и} \quad \int R dp'$$

в выражение (*), можно непосредственно сравнить рассеяние μ-мезонов с рассеянием электронов. Такие сравнения были сделаны для углов 5 и 8°. Они показали с точностью, близкой к 10%, что формула (*) в одинаковой степени применима и к μ-мезонам и к электронам.

Измерения магнитного и дипольного моментов мезона

Квантовая электродинамика дает следующее выражение для магнитного момента мезона:

$$M = \mu_0\left(1 + \frac{\alpha}{2\pi} + 0{,}75\,\frac{\alpha^2}{\pi^2}\right) = \mu_0 \cdot 1{,}0011654,$$

где $\mu_0 = \frac{e\hbar}{2mc}$ — магнитный момент дираковской частицы. Величина

$$2\left(1 + \frac{\alpha}{2\pi} + 0{,}75\,\frac{\alpha^2}{\pi^2}\right) = g$$

представляет собой так называемый g-фактор мезона, т. е. отношение его магнитного момента к механическому, выраженные в единицах $e/2mc$. Весь интерес в измерении g-фактора μ-мезона связан с отклонением этой величины от значения $g=2$ (следующего из уравнения Дирака)

$$a=\frac{g-2}{2}=0.0011654.$$

Идея непосредственного измерения величины „$g-2$" достаточно хорошо известна. Она заключается в том, что из-за наличия радиационной поправки частота прецессии спина μ-мезона опережает частоту обращения μ-мезона по орбите на величину

$$\omega_a=a\,\omega_c,$$

где ω_c — циклотронная частота для нерелятивистского μ-мезона. С такой частотой спин μ-мезона прецессирует относительно направления магнитного поля в системе покоя μ-мезона. За N оборотов в магнитном поле угол „отворота" спина от импульса будет равен

$$\varphi=a\omega_c\gamma t=2\pi N\gamma a.$$

γ здесь фактор Лоренца, равный $\gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Асимметрия распада μ-мезонов на выходе из закручивающей их системы будет пропорциональна $1+p\sin\varphi$ и, измерив период этой синусоиды, можно получить величину a.

Этот опыт хорошо известен и я приведу лишь окончательный результат, который заключается в том, что измеренная на опыте радиационная поправка a совпадает с теоретической при точности измерений, близкой к 2%

$$a_{\text{теор}}=0.001165,$$

$$a_{\text{эксп}}=0.001145\pm0.000022.$$

В последнее время появились сведения о том, что точность этих измерений улучшена до $0{,}5\%$, и полученное значение a опять оказывается в согласии с теорией.

Из теоремы Людерса-Паули о CPT-инвариантности ($CPT=1$) следует, что электрический дипольный момент элементарной частицы равен нулю. Ландау показал, что сохранение так называемой комбинированной четности ($CP=1$) также означает отсутствие дипольного момента у элементарной частицы. Для поисков нарушений квантовой электродинамики представляет интерес выяснить, с какой точностью выполняется это требование теории поля.

Измерения дипольного момента были сделаны для электрона, позитрона, протона и нейтрона. Эти измерения действительно не обнаружили дипольных моментов у этих частиц. Анализ чувствительности указанных измерений дал возможность установить верхний пре-

дел дипольного момента этих частиц. Он для электрона, позитрона и протона равен

$$\sim e \times 10^{-13} \text{ см}$$

и для нейтрона

$$\sim e \times 10^{-17} \text{ см}.$$

Измерения дипольного момента μ-мезона были произведены Черпаком и др. в тех же опытах, в которых измерялась величина „$g-2$". Они основаны на следующих соображениях: пусть дипольный момент μ-мезона совпадает по направлению с его спином и равен

$$D = f \frac{eh}{mc}.$$

Наличие такого дипольного момента вызовет дополнительную прецессию μ-мезона в опыте по определению „$g-2$". Действительно, в системе покоя μ-мезона, совершающего обороты в магнитном поле, на дипольный момент D действует электрическое поле

$$\vec{L} = \gamma \vec{\beta} \times \vec{B}.$$

Здесь $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $\vec{\beta} = \frac{\vec{v}}{c}$, $\vec{B}$ — вектор магнитной индукции в зазоре магнита.

В результате дипольный момент μ-мезона будет прецессировать вокруг мгновенной оси, перпендикулярной вектору магнитной индукции $\vec{B}$. Можно показать, что эта прецессия вызывает появление вертикальной составляющей поляризации

$$p_v \simeq p_0 \frac{2f\beta}{\sqrt{a^2 + 4f^2\beta^2}} \sin\omega_a t.$$

Здесь ω_a — частота прецессии спина μ-мезона относительно его скорости, вызванная наличием разности „$g-2$". В опыте „$g-2$" была использована система электронных телескопов, расположенных в горизонтальной плоскости. Эти телескопы регестрировали прецессию спина μ-мезона в горизонтальной плоскости. Чтобы обнаружить вертикальную составляющую спина, возникшую от прецессии дипольного момента, достаточно повернуть эти телескопы таким образом, чтобы их ось стала вертикальной, и повторить в этих условиях опыт по измерению „$g-2$".

Результат этого опыта, выполненного Черпаком и др., показан на рис. 5, где по оси абсцисс отложено время нахождения μ-мезона в магнитном поле, пропорциональное числу оборотов, а по оси ординат—наблюдаемая асимметрия пространственного распределения электронов распада. Кривая D на этом графике представляет собой приведенную для сравнения кривую асимметрии, возникшую из-за наличия разности „$g-2$" в опыте с электронными телескопами, расположенными в горизонтальной плоскости. Экспериментальные точки

относятся к вертикальному расположению телескопов. Мы видим, что они группируются около нулевой асимметрии, что указывает на отсутствие у μ-мезона дипольного момента.

Следующее из этих данных значение верхнего предела дипольного момента равно

$$f = (3 \pm 6) \times 10^{-5},$$

или в единицах $e \cdot см$

$$(0{,}6 \pm 1{,}1) \times 10^{-17}\ e \cdot см.$$

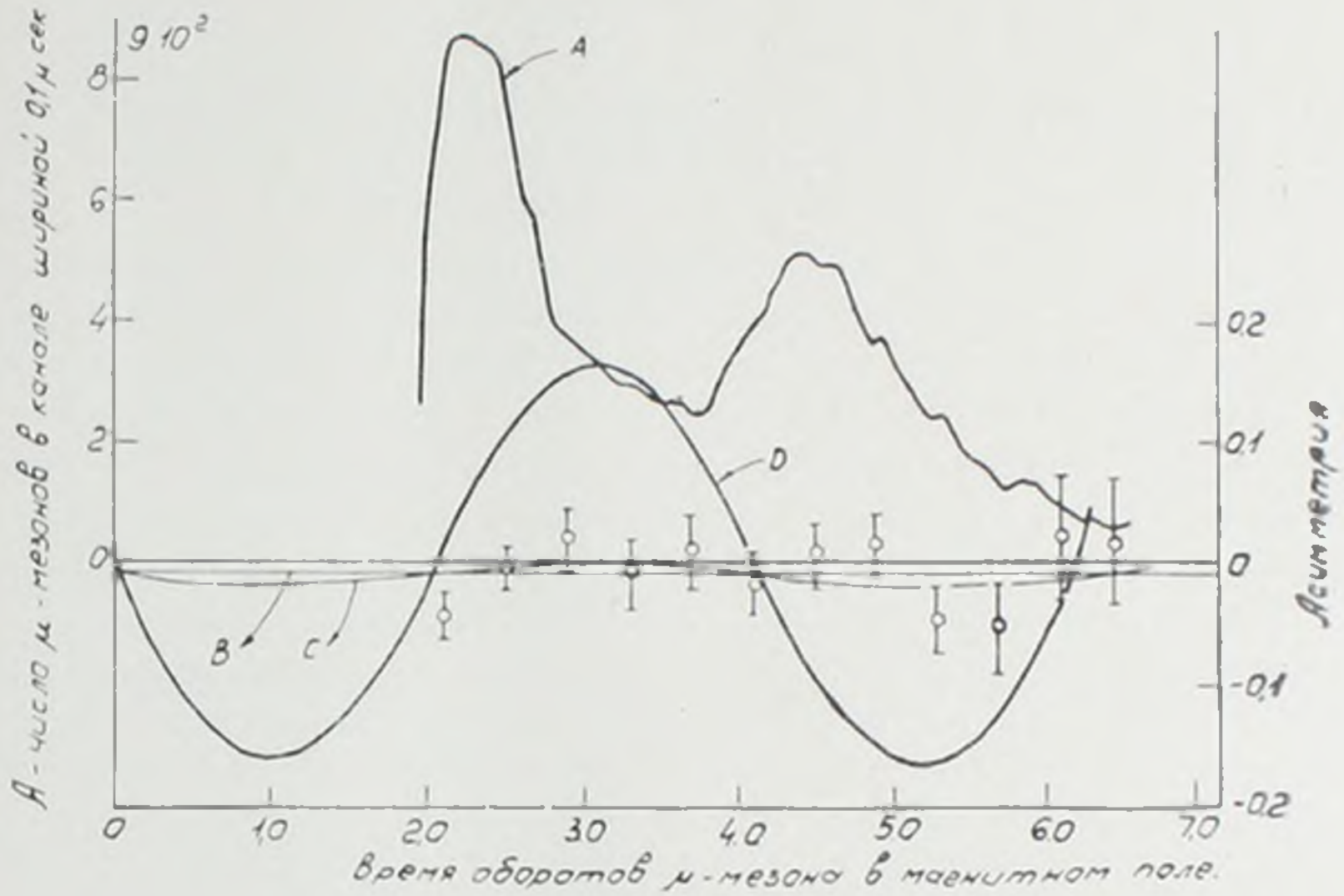


Рис. 5.

Выводы

Из рассмотренных данных следует, что μ-мезон взаимодействует с электромагнитным полем так же, как и электрон. В рассмотренных нами опытах точность этого вывода была весьма велика. Для всякого рода возможностей остается, в сущности, область, ограниченная экспериментальными ошибками рассмотренных опытов. Этот анализ будет сделан в лекции Н. Ю. Кобзарева.

ЛИТЕРАТУРА

1. *K. Ziock* et all., Phys. Rev. Lett., **8**, 103 (1962).
2. *C. Johnson, E. P. Hincks, H. L. Anderson*, Preprint.
3. *G. E. Masek* et. all., Phys. Rev. Lett., **122**, 937 (1961).
4. *G. Charpak*, et. all., Phys. Rev. Lett., **6**, 128 (1961).
5. *G. Charpak* et all., Nuov. Cim., **22**, 1043 (1961).

И. Ю. КОБЗАРЕВ

О ПРЕДЕЛАХ ДЛЯ АНОМАЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ μ-МЕЗОНА

1. μ-мезон является исключительно интересной частицей. Сейчас нам известны два взаимодействия, в которых он участвует — электромагнитное и слабое. Оба эти взаимодействия в точности одинаковы для μ-мезона и электрона. Масса же μ-мезона m_μ равна $206\,m_e$.

Это всегда наводило на мысль, что у мюона есть еще какое-то взаимодействие, как-то связанное с появлением у него массы. Такое взаимодействие все время искали, но, несмотря на все увеличивающуюся точность, не находили. Однако, как будет показано ниже, существующие опыты не исключают существования у μ-мезона взаимодействия с константой в 10^4 раза большей, чем константа слабого взаимодействия, так что здесь мы имеем еще интервал для поисков.

Поиски такого взаимодействия очень интересны: если бы оно нашлось, то это означало бы, что наряду с тремя известными нам взаимодействиями: сильным, слабым и электромагнитным, существует еще одно до сих пор неизвестное взаимодействие.

Вторая причина, по которой интересен μ-мезон, связана с тем, что величина $1/m_\mu$ определяет „электромагнитные размеры" частицы. Так, радиус боровской орбиты мюона равен $1/Z\alpha m_\mu$, а расстояние, на котором сидит интеграл, определяющий электромагнитную швингеровскую поправку к g-фактору мюона, порядка $1/m_\mu$, поэтому μ-мезон гораздо лучше, чем электрон, чувствует возможные изменения электродинамики на малых расстояниях.

Заметим, что формально эти два эффекта—аномальное взаимодействие и изменение электродинамики—одинаковы. Действительно, изменение электродинамики на малых расстояниях в том виде, в каком его обычно рассматривают, означает, что пропагатор фотона $1/k^2$ заменяется на

$$\frac{1}{k^2}\,\frac{\Lambda^2}{\Lambda^2+k^2},$$

что можно представить в виде

$$\frac{1}{k^2}-\frac{1}{k^2+\Lambda^2}.$$

Появление члена $\frac{1}{k^2+\Lambda^2}$ означает, что к взаимодействию μ-мезона с электромагнитным током

$$\frac{4\pi e^2}{k^2} j_\alpha^{el} (\bar{\mu}\gamma_\alpha\mu)$$

добавляется

$$-\frac{4\pi e^2}{k^2+\Lambda^2} j_\alpha^{el} (\bar{\mu}\gamma_\alpha\mu). \tag{1.1}$$

В j^{el} входит ток самого мюона $\bar{\mu}\gamma_\alpha\mu$, а также токи других заряженных частиц $\bar{e}\gamma_\alpha e$ и $\bar{p}\gamma_\alpha p$ (в модели Сакаты других заряженных частиц нет, в обычной теории надо добавить токи других сильно взаимодействующих заряженных частиц).

Взаимодействие (1.1) при $k^2 \ll \Lambda^2$ ведет себя как четырехфермионное взаимодействие

$$-\frac{4\pi e^2}{\Lambda^2} j_\alpha^{el} j_\alpha^{el} \tag{1.2}$$

с константой

$$F = -\frac{4\pi e^2}{\Lambda^2}. \tag{1.3}$$

В дальнейшем мы будем оценивать пределы, налагаемые на величину F экспериментальными данными, записывая F в виде $F = \frac{\beta}{M_n^2}$, где β — безразмерная постоянная и M_n — масса нуклона. Тогда соответствующее расстояние для модели „испорченной электродинамики" равно

$$\frac{1}{\Lambda} \approx \frac{1}{M_n}\sqrt{10\beta} = 2\cdot 10^{-14}\sqrt{10\beta}.$$

С другой стороны, в качестве возможной модели аномального взаимодействия μ-мезона можно взять взаимодействие некоторого тока с самим собой

$$F j_\alpha^{an} j_\alpha^{an}, \tag{1.4}$$

где j_α^{an} содержит, наряду с $\bar{\mu}\gamma_\alpha\mu$, еще токи других частиц. Тогда взаимодействие собственно μ-мезона дается выражением

$$F j_\alpha^{an} (\bar{\mu}\gamma_\alpha\mu). \tag{1.5}$$

Мы видим, что взаимодействие (1.2) является частным случаем (1.4) с $j^{an} = j^{el}$. В нашей работе [1] рассматривались аномальные токи с сильновзаимодействующей составляющей

$$\bar{p}\gamma_\alpha p + \bar{n}\gamma_\alpha n, \tag{1.6}$$

$$\bar{\Lambda}\gamma_\alpha\Lambda. \tag{1.7}$$

Заметим, что если предположить, что аномальное взаимодействие возникает за счет обмена нейтрального векторного мезона с массой

M_v и константой f, то получим для аномального взаимодействия формулу, аналогичную (1.1), но отличающуюся от нее знаком. Соответствующая константа эффективного четырехфермионного взаимодействия равна

$$F = \frac{4\pi f^2}{M_v^2}.$$

Это означает, что изменение электродинамики на малых расстояниях и векторная модель аномального взаимодействия дают эффекты противоположного знака, так что в принципе их можно различить.

Теперь мы рассмотрим конкретные эффекты, порожденные аномальным взаимодействием (или порчей электродинамики).

2. Наиболее точно известен магнитный момент мюона. Из сравнения результатов группы *CERN* [2] с расчетами [3] следует, что магнитный момент мюона с точностью до 10^{-5}* не содержит никаких поправок, кроме электромагнитных. Аномальное взаимодействие (1.4) дало бы поправку $\delta\mu$ к магнитному моменту μ:

$$\frac{\delta\mu}{\mu} = \frac{1}{12\pi^2} F m_\mu^2. \tag{2.1}$$

Из результатов *CERN* следует: $\frac{\delta\mu}{\mu} \leqslant 10^{-5}$. Откуда

$$F \leqslant \frac{10^{-3}}{m_\mu^2} = \frac{10^{-1}}{M_n^2}. \tag{2.2}$$

Сравнивая с константой слабого взаимодействия $G = \frac{10^{-5}}{M_n^2}$, мы видим, что верхний предел для F на четыре порядка выше. Заметим, что границе (2.2) соответствует расстояние $l = 2 \cdot 10^{-14}$ *см*.

Таким образом, мы сейчас знаем, что, по крайней мере, до $\frac{1}{M_n}$ электродинамика не портится.

3. Аномальное взаимодействие μ-мезона в принципе могло бы быть CP-неинвариантным. Тогда у μ-мезона появился бы дипольный момент d.

Из опытов группы *CERN* [4] следует, что

$$d \leqslant 3 \cdot 10^{-5} \frac{e}{m_\mu}. \tag{3.1}$$

С другой стороны, из соображений размерности следует, что d выражается через эффективную четырехфермионную константу F' CP-неинвариантного аномального взаимодействия (оно должно иметь вид, отличный от (1.4)) следующим образом:

$$d \sim \frac{e}{m_\mu} F' m_\mu^2. \tag{3.2}$$

---

* В работе [2] дана точность $0{,}5 \cdot 10^{-5}$.

Из (3.2), (3.1) следует, что верхний предел для F' того же порядка, что и для F.

4. Аномальное взаимодействие привело бы к сдвигу уровней в μ-мезоатомах. Для простоты мы оценим величину этого сдвига, считая ядро точечным.

Величина δE для 1s-уровня для взаимодействия (1.2) равна

$$\delta E = FZ\psi^2(0) = ZF\frac{1}{\pi a^3},$$

где a — радиус боровской орбиты,

$$a = \frac{1}{m_\mu Z\alpha}.$$

С другой стороны,

$$E_B = \frac{1}{2}\frac{Z\alpha}{a},$$

откуда

$$\frac{\delta E}{E} = \frac{2}{\pi}\frac{F}{a^2\alpha} = \frac{2}{\pi}Z^2\alpha F m_\mu^2. \tag{4.1}$$

Используя оценку (2.2), получим для $Z \sim 20$.

$$\frac{\delta E}{E} \sim 2\cdot 10^{-3}. \tag{4.2}$$

В работе [5] получены при $Z \sim 20$ отклонения от вычисленных положений уровней порядка $3\,^0/_0$. Как видно из (4.2), это противоречило бы верхнему пределу на F, полученному из измерения g-фактора. Можно видеть, что для случая аномального взаимодействия с током (1.6)

$$\frac{\delta E}{E} \sim \frac{2}{\pi}ZA\alpha F m_\mu^2. \tag{4.3}$$

В случае взаимодействия с током (1.7) μ-мезон взаимодействует не с „аномальным зарядом", пропорциональным A для тока (1.6), а соответственно с „аномальными магнитными моментами", возникающими при виртуальных переходах $N \to \Lambda + K$. В этом случае сдвиги будут существенно меньше

$$\frac{\delta E}{E} \sim Z\alpha^3 m^3/M_n. \tag{4.4}$$

5. До сих пор мы рассматривали эффекты, в которых непосредственно проверялось — не отличаются ли взаимодействия мюона от электромагнитных либо за счет порчи электродинамики, либо за счет новых взаимодействий. Эти опыты не дают непосредственных сведений о том, различны или одинаковы взаимодействия у мюона и электрона. Более того, во втором случае (порчи электродинамики) такое различие отсутствует. Поэтому с точки зрения вопроса о природе массы μ-мезона особенно интересны опыты, в которых непосредственно проверяется тождественность взаимодействий мюона и электрона. Первым из таких опытов является рассеяние мюонов на ядрах.

В случае, когда у мюона есть аномальное взаимодействие с $j^{an} = j^{el}$ и константой F, рассеяние мюонов отличается от рассеяния электронов заменой $\frac{4\pi e^2}{q^2}$ на $\frac{4\pi e^2}{q^2} + F$. Из эксперимента Мазека и др. [6] следует, что взаимодействие μ-мезонов и электронов с ядрами при $q \simeq 400$ Мэв/с совпадает с 20% точностью. Отсюда следует верхний предел для F

$$F \gtrsim \frac{10^{-3}}{m_\mu^2},$$

что совпадает с пределом, возникающим из измерения g-фактора. Для токов (1.6), (1.7) получаются оценки такого же порядка.

6. Другой возможностью для обнаружения аномального взаимодействия мюона является исследование отношений вероятностей распадов $\omega \to \mu^+ + \mu^-$ и $\omega \to e^+ + e^-$, где ω — векторный мезон с массой 785 Мэв и основным распадом $\omega \to 3\pi$. Такие распады возникают из-за того, что ω-мезон может переходить в γ-квант с последующим превращением γ-кванта в пару (см. рис. 1).

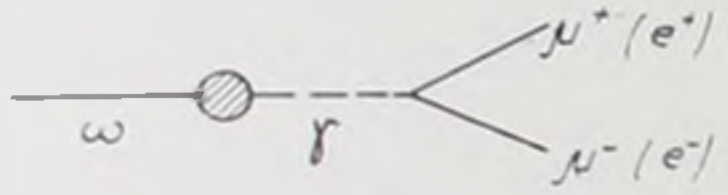


Рис. 1.

Вероятность таких распадов относительно основного распада $\omega \to 3\pi$ по оценке Е. Д. Жижина и В. В. Соловьева [7] составляет от 10 до 1%. Отношение вероятностей процессов $\omega \to \mu^+ + \mu^-$ и $\omega \to e^+ + e^-$ очень близко к единице. При наличии аномального взаимодействия с $j^{an} = j^{el}$ для мюона вместо фотонного пропагатора $\frac{4\pi e^2}{q^2}$ надо подставить $\frac{4\pi e^2}{q^2} + F$, что при $F = \frac{10^{-1}}{M_n^2}$ изменит отношение $\frac{\omega \to \mu^+ + \mu^-}{\omega \to e^+ + e^-}$ приблизительно в три раза. Для взаимодействия с токами (1.6), (1.7) $\frac{4\pi e^2}{q^2}$ заменяется на $\frac{4\pi e^2}{q^2} \pm 2F$ соответственно (мы предполагаем здесь, что волновая функция ω-мезона имеет вид $\frac{\bar{p}p + \bar{n}n - 2\bar{\Lambda}\Lambda}{\sqrt{6}}$; основание для этого изложено, например, в [8]). Это соответствует значениям 5 и 0.1 для отношения $\frac{\omega \to \mu^+ + \mu^-}{\omega \to e^+ + e^-}$.

ЛИТЕРАТУРА*

1. *И. Ю. Кобзарев, Л. Б. Окунь*, ЖЭТФ, **41**, 1205 (1961).
2. *G. Charpak* et all., Phys. Lett., **1**, 16 (1962).
3. *C. M. Sommerfield*, Phys. Rev., **107**, 328 (1957).
4. *G. Charpak* et. all., Nuov. Cim., **22**, 1043 (1961).
5. *C. S. Jonston* et. all., Phys. Rev., **125**, 2102 (1962).
6. *G. E. Masek* et. all., Phys. Rev., **122**, 937 (1961).
7. *Е. Д. Жижин, В. В. Соловьев*, ЖЭТФ, **43**, 268 (1962).
8. *И. Ю. Кобзарев, Л. Б. Окунь*, ЖЭТФ, **42**, 1651 (1962).

* Существует большое количество экспериментальных и теоретических работ, посвященных вопросу об аномальном взаимодействии μ-мезона.

Список теоретических работ дан в [1]. Нужно, однако, заметить, что ряд формул и оценок, содержащихся в этих работах, ошибочен.

Новейшие экспериментальные работы см. [2, 5, 6]; в этих статьях даны ссылки на предшествующие работы.

Л. Г. ЛАНДСБЕРГ

АНОМАЛЬНЫЕ РАСПАДЫ μ-МЕЗОНА

I. Общие замечания

Настоящая лекция посвящена проблеме аномальных распадов μ-мезонов и некоторым близким вопросам физики слабого взаимодействия.

Для μ-мезона в настоящее время известны три типа распада.

Таблица 1

№ п/п	Тип распада	Относительная вероятность	Литература
1	$\mu^{\pm} \to e^{\pm} + \nu + \tilde{\nu}$	$R = 1{,}0$	
2	$\mu^{\pm} \to e^{\pm} + \nu + \tilde{\nu} + \gamma$	$R = (1{,}4 \pm 0{,}4) \cdot 10^{-2}$ ($E_\gamma > 10$ Мэв) $R = (3{,}3 \pm 1{,}3) \cdot 10^{-3}$ ($E_\gamma > 20$ Мэв)	[1]
	$\mu^{\pm} \to e^{\pm} + \nu + \tilde{\nu} + e^{+} + e^{-}$	$R = (2{,}2 \pm 1{,}5) \cdot 10^{-5}$ ($E_{\text{пары}} > 10$ Мэв	[1]

Процесс (1)—это хорошо изученный обычный распад мюона.

Процессы (2) и (3) носят тривиальный характер и являются модификациями (1), возникающими из-за дополнительного электромагнитного взаимодействия (внутреннее тормозное излучение и внутреннее рождение пары). Они имеют характерные черты электромагнитных процессов: вероятности их сильно уменьшаются с ростом энергии γ-кванта (или пары), а угловые распределения обнаруживают резкий спад при увеличении угла между γ-квантом и электроном в процессе (2) и между компонентами пары в процессе (3). Кроме перечисленных схем распада, существует хорошо известный захват μ-мезонов нуклонами:

$$\mu^{-} + p \to n + \nu. \qquad (4)$$

Была предположена также возможность других процессов, связанных с μ-мезонами и приведенных в табл. 2.

В настоящее время нет строгих законов сохранения, которые могли бы запретить эти процессы. Вместе с тем, ни один из них не наблюдался на опыте, и установлены только верхние границы для их вероятности (по отношению к основным процессам (1) и (4)).

Проблема этих аномальных процессов тесно связана с фундаментальными вопросами физики слабого взаимодействия, такими, как пределы применимости локального четырехфермионного взаимодействия, природа нейтрино, существование промежуточного бозона и т. д.

Таблица 2

№ п/п	Процесс
5	$\mu^{\pm} \to e^{\pm} + \gamma$
6	$\mu^{\pm} \to e^{\pm} + e^{+} + e^{-}$
7	$\mu^{-} + N \to e^{-} + N$

Прежде всего мы остановимся на экспериментах, установивших отсутствие аномальных процессов, а затем рассмотрим связанные с этим теоретические вопросы.

II. Экспериментальные поиски аномальных процессов

1. $\mu \to e + \gamma$

Сложность поисков $\mu \to e + \gamma$-распада усугубляется тем обстоятельством, что существует хорошо известный радиационный распад $\mu \to e + \nu + \bar{\nu} + \gamma$, который может быть ошибочно принят за $\mu \to e + \gamma$. Для определения этого фонового процесса можно воспользоваться двумя обстоятельствами.

1. Измерение энергии e и γ. Для $\mu \to e + \gamma$-распада энергии электрона и γ-кванта равны 53 Мэв. Для процесса $\mu \to e + \nu + \bar{\nu} + \gamma$ мы имеем дело с целым спектром энергий с верхней границей 53 Мэв. Чем точнее будет произведено измерение энергий, тем сильнее можно подавить фоновый радиационный процесс.

2. Коллинеарность процесса $\mu \to e + \gamma$-распада. Увеличение точности измерения коллинеарности также позволяет снизить вероятность регистрации радиационного $\mu \to e + \nu + \bar{\nu} + \gamma$-распада.

В первой серии экспериментов, в которых искался $\mu \to e + \gamma$-распад [2—7] для подавления радиационного фона использовалась дискриминация по энергии. Процесс $\mu \to e + \gamma$ не был обнаружен, и была установлена верхняя граница его вероятности $\rho_{\text{эксп}}\ (\mu \to e + \gamma) < (1{,}2 \pm 1{,}5)\ 10^{-6}$. Попытки использования коллинеарности $\mu \to e + \gamma$-распада делались в работах, выполненных на пузырьковых фреоновых камерах [1,8], в которых эффективность регистрации γ-квантов достаточно велика. Однако из-за малого потока мезонов, который могли „переварить" камеры, эти работы дали для $\mu \to e + \gamma$ больший верхний предел, чем эксперименты с электроникой ($\rho_{\text{эксп}}\ (\mu \to e + \gamma) < 6 \cdot 10^{-5}$, с 90% достоверностью).

Существенный прогресс был достигнут с появлением нового физического инструмента—искровой камеры. Открылась возможность создания установок, представляющих собой сочетание быстрой электроники и искровых камер и обладающих хорошим временным и про-

страственным разрешением, достаточно большой эффективностью, надежностью регистрации и пригодностью для работы в интенсивных мезонных пучках.

Первая работа по поискам $\mu \to e + \gamma$, выполненная с помощью такой методики, была проведена группой ИТЭФ [9] на синхроциклотроне ОИЯИ, а через несколько недель появились результаты аналогичных работ, выполненных в Колумбийском университете [10] и в Беркли [11].

Схемы установок группы ИТЭФ и колумбийской группы приведены на рис. 1, 2. Ни в одной из этих работ процесс $\mu \to e + \gamma$ также

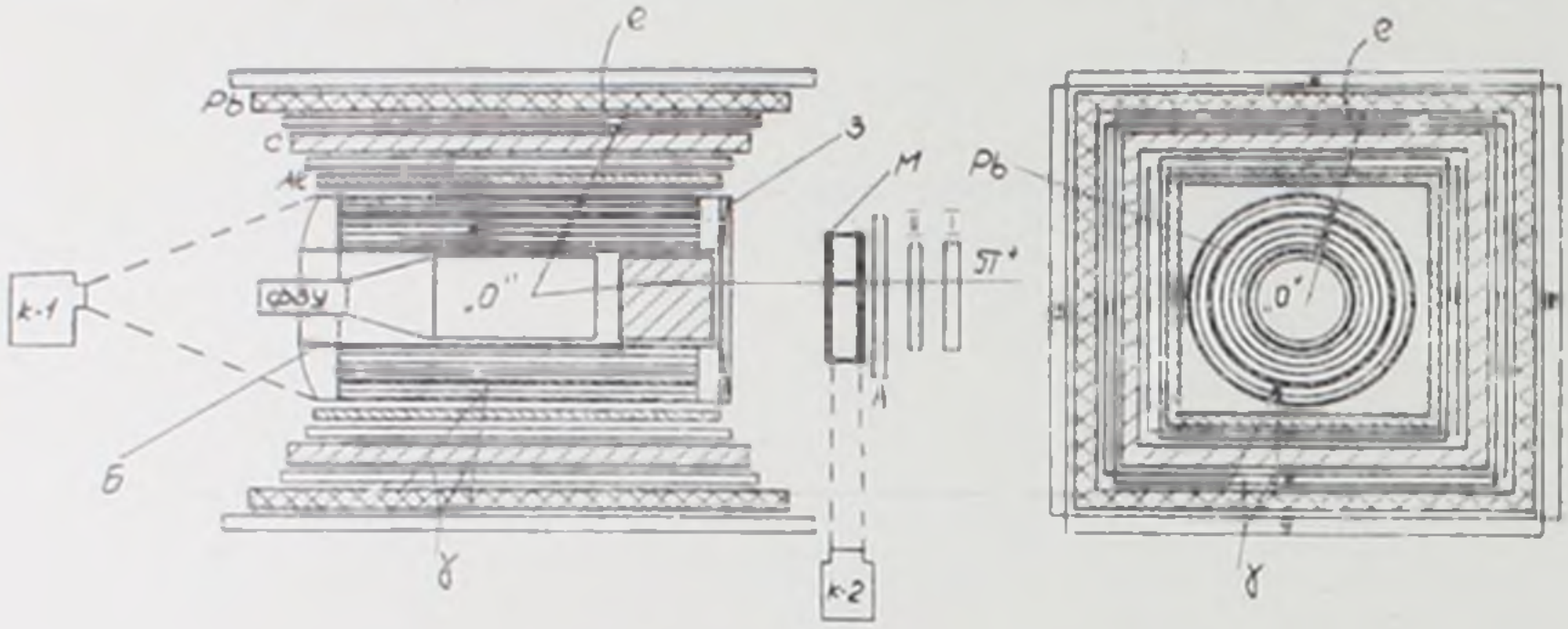


Рис. 1. Схема эксперимента группы ИТЭФ по поискам $\mu \to e + \gamma$. Б—шестислойная алюминиевая искровая камера со свинцовым слоем для конверсии γ-квант. М—однослойная плоская искровая камера для определения координат точки входа π-мезона в счетчик 0. К-1 и К-2—киноаппараты. З—зеркало для получения стереоскопического снимка события в камере: 0, 1, II, А, 1—12—сцинтилляционные счетчики. Мезоны останавливались в счетчике 0. Быстрые совпадения (0, 4, 5, 7, 8, 6, 9, $\bar{A}$) и (0, 1, 2, 10, 11, $\bar{3}$, $\bar{12}$, $\bar{A}$) вызывали мастерный сигнал, подающий высокое напряжение на электроды искровых камер. Если электрон и γ-квант коллинеарны в пределах углового разрешения установки, то событие считается $\mu \to e + \gamma$-распадом. Возможный вид такого случая показан на рисунке.

не был обнаружен и была только установлена верхняя граница для его вероятности. Наилучшая точность достигнута в работе колумбийской группы [10]:

$$\rho_{\text{эксп}}\ (\mu \to e + \gamma) = \frac{\omega(\mu \to e + \gamma)}{\omega(\mu \to e + \nu + \bar{\nu})} < 6 \cdot 10^{-8} \qquad (8)$$

(с достоверностью 90%).

Результаты всех работ по поискам $\mu \to e + \gamma$-распада приведены в табл. 3.

2. $\mu \to 3e$

Мы опишем только одну работу, посвященную поискам этого процесса, а именно работу группы ИТЭФ, выполненную на установ-

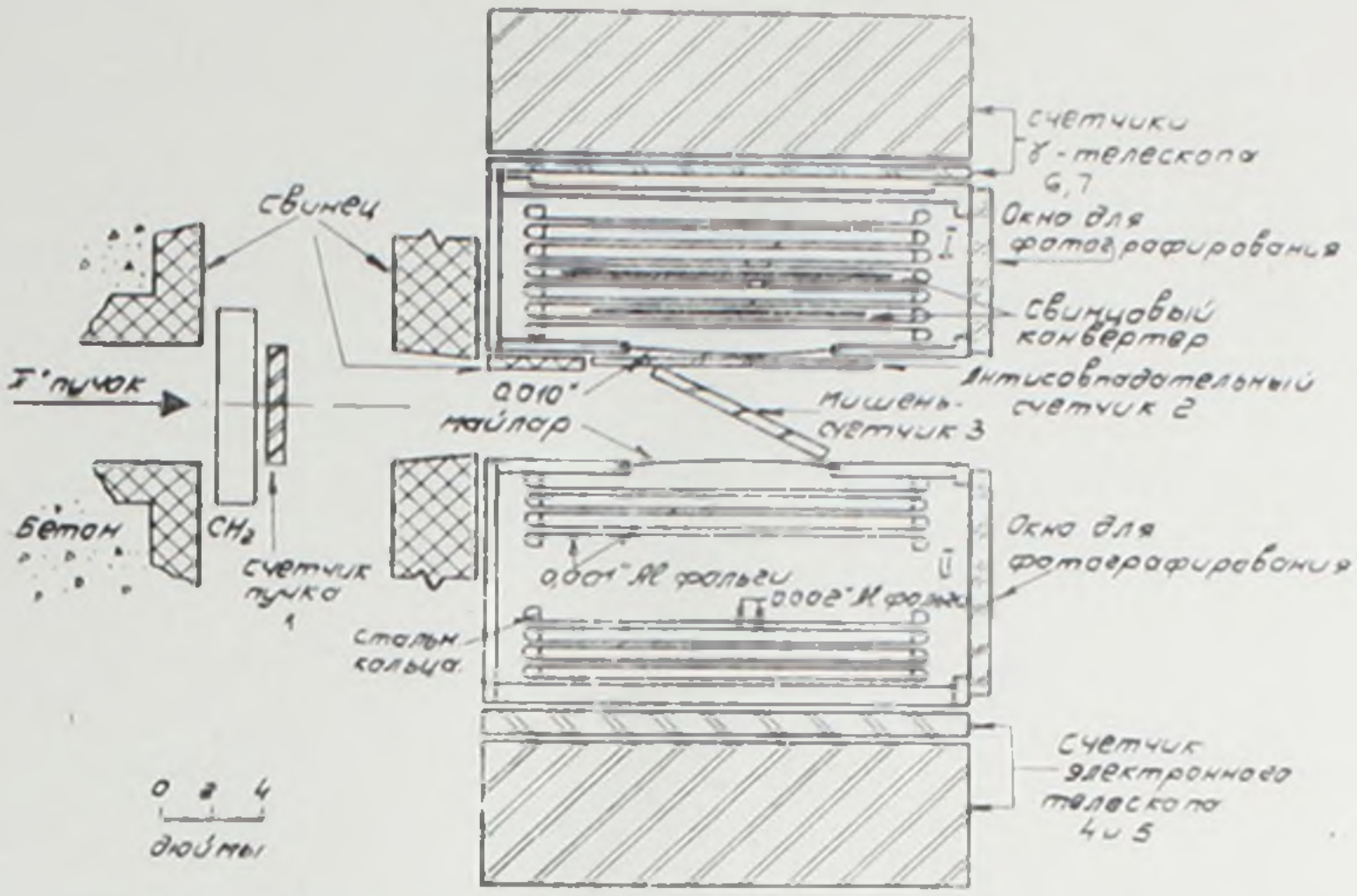


Рис. 2. Схема эксперимента колумбийской группы по поискам $\mu \to e + \gamma$. π-мезоны останавливались в счетчике 3. Искровая камера I с двумя свинцовыми пластинками служила для регистрации γ-кванта, а искровая камера II для регистрации электрона от $\mu \to e + \gamma$-распада. Электроды камер делались из алюминиевых фольг. Мастерным сигналом, подающим высокое напряжение на камеры, являлись совпадения (3, 4, 5, 6, 7, $\bar{1}$, $\bar{2}$). Стереофотографирование камер производилось под углом 90°. Идентификация событий типа $\mu \to e + \gamma$ велась, как и в установке, показанной на рис. 1.

ке, очень близкой к описанной ранее (рис. 1). Отличие заключалось только в том, что в искровой камере свинцовый слой заменялся на алюминиевый, а электроника была переделана таким образом, что давала мастерные сигналы каждый раз, когда происходили быстрые совпадения между любыми тремя группами боковых счетчиков. Такие мастера вызывали срабатывание искровых камер, причем на снимках отбирались случаи, когда следы трех частиц исходили из одной точки и удовлетворяли некоторым критериям, вытекающим из кинематики процесса.

В данном случае фоновым процессом является процесс конверсии γ-кванта от распада $\mu \to e + \nu + \bar{\nu} + \gamma$ внутри мишени, а также процесс внутренней конверсии $\mu \to e + \nu + \bar{\nu} + e^+ + e^-$. За 70 часов работы установки в мишени (счетчик 0) произошло $6{,}98 \cdot 10^8$ μ-распадов, и не было зарегистрировано ни одного случая $\mu \to 3e$-распада.

Полная эффективность установки к регистрации $\mu \to 3e$-распада составляла 1,8% (при этом предполагалось, что процесс $\mu \to 3e$ имеет природу, независимую от $\mu \to e + \gamma$-распада и не является по отношению к $\mu \to e + \gamma$ вторичным электромагнитным процессом, имеющим

Таблица 3

Авторы	Верхний предел вероятности $\rho(\mu \to e+\gamma)$ на уровне 90% достоверности	Методика	Год
Локанатан и др. [3]	$\rho < 2\cdot10^{-5}$ (уровень достоверности неизвестен)	Электроника	1955
Лэнис и др. [4]	$\rho < 10^{-5}$ (уровень достоверности 50%)	»	1959
Берли и др. [5]	$\rho < (1.6+2)\cdot10^{-6}$	»	1959
О'Кинфи и др. [6]	$\rho < 5{,}8\cdot10^{-6}$ (с 99% достоверностью)	»	1959
Ашкин и др. (CERN) [2]	$\rho = (1.2\pm1.5)\cdot10^{-6}$ т. е. $\rho < 3{,}0\cdot10^{-6}$ *	»	1959
Френкель и др. [7]	$\rho < 1{,}6\cdot10^{-6}$	»	1960
Крестников и др. [8]	$\rho < 1\cdot10^{-4}$ *	Фреоновая камера	1959
Критенден и др. [1]	$\rho < 6\cdot10^{-5}$ *	»	1961
Алиханов и др. (ИТЭФ) [9]	$\rho < 4{,}0\cdot10^{-7}$	Электроника и искровая камера	1961
Френкель и др. (Беркли) [11]	$\rho < 1{,}9\cdot10^{-7}$	»	1962
Бартлет и др. (Колумб. унив.) [10]	$\rho < 6{,}0\cdot10^{-8}$	»	1962

* Верхний предел пересчитан на 90% уровень достоверности.

на два порядка меньшую вероятность; подробнее об этом будет сказано в разделе III).

Из данного эксперимента была найдена верхняя граница относительной вероятности $\mu \to 3e$-распада

$$\rho_{\text{эксп}}\ (\mu \to 3e) = \frac{\omega\ (\mu \to 3e)}{\omega\ (\mu \to e+\nu+\bar{\nu})} < 2\cdot10^{-7}\ \text{(с достоверностью 90\%)}. \quad (9)$$

В табл. 4 сведены результаты всех работ, в которых искался $\mu \to 3e$-распад.

3. $\mu^- + N \to e^- + N$

Этот процесс получил название безнейтринной конверсии мюона в электрон в кулоновском поле ядра. Все работы, посвященные поискам этой реакции, были сделаны на ядрах Cu, так как расчет показывает, что для этого ядра можно ожидать максимальное отношение вероятности безнейтринной конверсии к вероятности захвата мюона.

Проведенные оценки [22] приводят к выводу, что примерно в 85% случаев безнейтринная конверсия (если она вообще возможна) должна идти упругим образом, а в 15% случаев она сопровождается

Таблица 4

Авторы	Верхний предел для ρ ($\mu \to 3e$) (с 90% достоверностью)	Методика	Год
Крестников и др. [8]	$\rho < 2{,}5 \cdot 10^{-5}$	Фреоновая камера, ни одного случая на 92000 μ-распадов	1959
Критенден и др. [1]	$\rho < 9 \cdot 10^{-6}$ *	Фреоновая камера, ни одного случая на $2{,}8 \cdot 10^3$ μ-распадов	1961
Гуревич и др. [13]	$\rho < 5 \cdot 10^{-5}$ *	Эмульсии, ни одного случая на 50000 μ-распадов	1959
Ли и др. [14]	$\rho < 1 \cdot 10^{-5}$	Жидководородная камера, ни одного случая на $2{,}2 \cdot 10^3$ μ-распадов	1959
Вайсенберг и др. [34]	$\rho < 6 \cdot 10^{-6}$ *	Эмульсии, ни одного случая на $4 \cdot 10^5$ μ-распадов	1960
Линч и др. [16]	$\rho < 6 \cdot 10^{-5}$ *	Эмульсии, ни одного случая на 42000 μ-распадов	1958
Сумма данных [1, 8, 13, 14, 16, 34]	$\rho < 2{,}2 \cdot 10^{-6}$ *	Ни одного случая на $1{,}1 \cdot 10^6$ μ-распадов	
Паркер и др. [15]	$\rho < 5 \cdot 10^{-7}$	Электроника	1961
Бабаев и др. (ИТЭФ) [12]	$\rho < 2{,}0 \cdot 10^{-7}$	Электроника и искровые камеры	1962

* Верхний предел пересчитан на 90% уровень достоверности.

небольшим возбуждением ядра. В первом случае образующиеся электроны монохроматичны и имеют энергию 103,6 Мэв, а во втором случае их спектр размыт на ~20 Мэв с максимумом ~ 95 Мэв.

Таким образом, задачей эксперимента являются поиски электронов с энергией ~ 100 Мэв, возникающих при остановке μ-мезонов в веществе, на фоне электронов от μ-распада. При этом следует иметь в виду, что при распаде связанного μ-мезона в кулоновском поле ядра энергия образующихся электронов может превышать граничную энергию для электронов от распада свободных мюонов (53 Мэв) за счет эффекта связи. Однако вероятность распада с образованием электрона с энергией 80—100 Мэв очень мала (по оценкам М. Терентьева).

В табл. 5 приведены данные по всем работам, в которых искалась безнейтринная конверсия мюона в электрон.

В этих работах измерение энергии электронов осуществлялось различными способами: с помощью магнитного спектрометра [18], сцин-

тилляционными спектрометрами полного поглощения [18, 20], пороговым телескопом из большого числа счетчиков [17, 19].

В таблице сравниваются характеристики использованных установок и сообщаются полученные результаты.

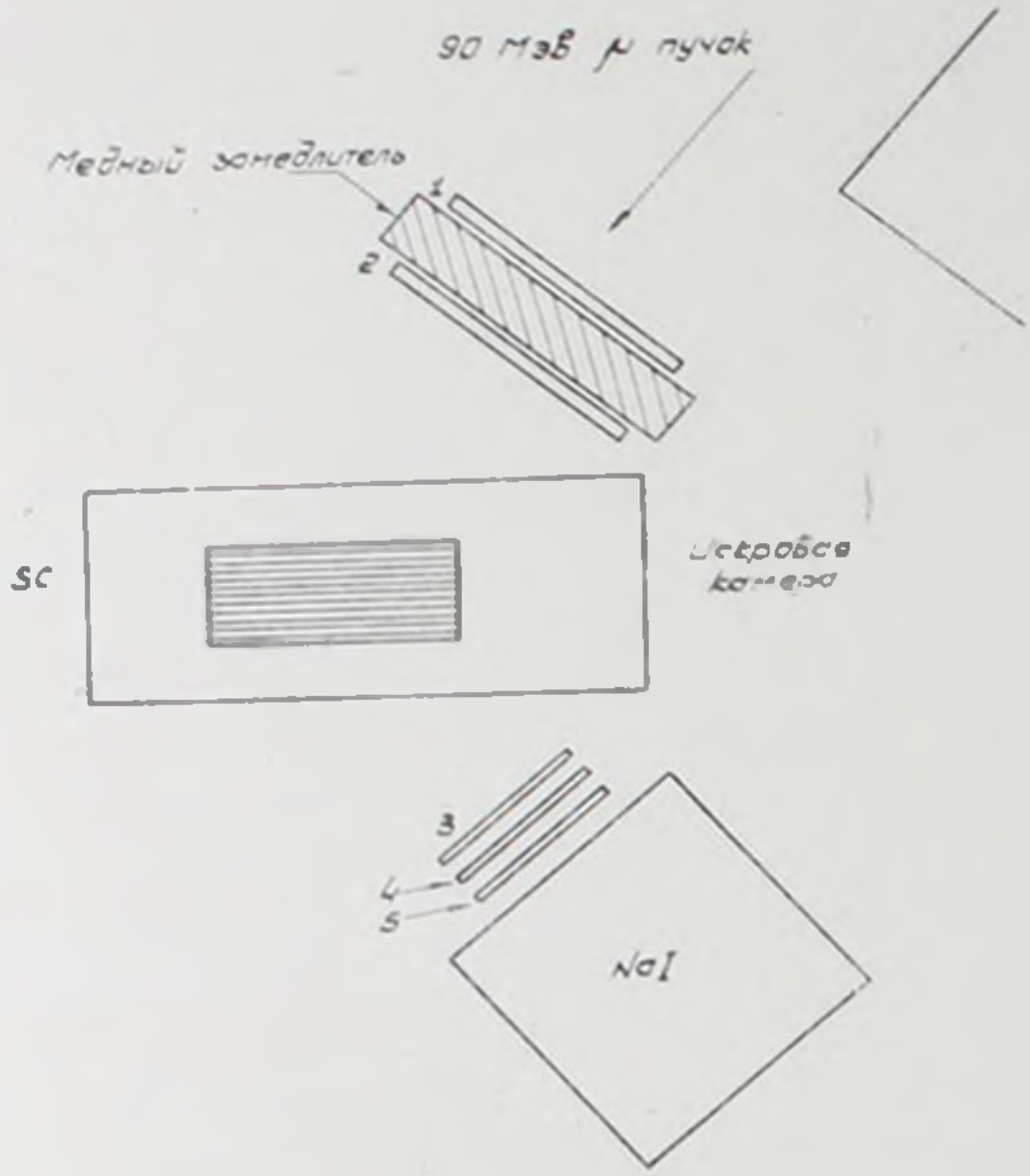


Рис. 3. Схема второго эксперимента группы Конверси по поискам $\mu^- + N \to e^- + N$. Использовался уникальный мюонный пучок установки CERN. μ-мезоны останавливались в медных пластинках искровой камеры (первые 9 пластин медные, остальные алюминиевые). Число остановок достигало 33000 *сек*$^{-1}$. На снимках искровой камеры устанавливалась пространственная связь между треками μ-мезона и электрона. Энергия электронов измерялась в пластинах камеры и телескопом из счетчиков 3, 4, 5, NaJ. Величина кристалла: диаметр 20 *см*, длина 20 *см*.

Наилучшая точность достигнута в последней работе группы Конверси [20], выполненной в *CERN*, с использованием спектрометра из NaJ и искровой камеры (рис. 3).

Было найдено четыре случая появления электронов с энергией больше 90 Мэв, связанных с остановкой мюонов.

Однако они не могли быть надежно интерпретированы как случаи безнейтринной конверсии из-за возможных ошибок в измерении энергии электронов и неточного знания вероятности регистрации жесткого конца спектра электронов от распада связанных мюонов.

Таблица 5

	Штейнбергер [17] 1955 год	Сард [18] 1961 год	Конверси и др. [19] 1961 год	Конверси и др. [2] 1962 год
Способ измерения энергии электрона и точность измерения	Пороговый телескоп из 4 счетчиков	Магнитный и сцинтилляционный спектрометры. 10%	Пороговый телескоп из 9 счетчиков	Искровая камера и большой кристалл NaJ. Порог 90 Мэв
Телесный угол	—	—	$5{,}5\cdot10^{-3}$	0,017
Общая эффективность	—	—	0,06%	1%
Число наблюдаемых случаев	—	3 случая при ожидаемом фоне 0,23	ни одного случая	4 случая
Результат $\rho_{\text{эксп}}(\mu^- + N \to e^- + N)$	$\rho < 6\cdot10^{-4}$ (с 90% достоверностью). С учетом поправки в [18]	$\rho = (4 \pm 3)\cdot10^{-6}$ т. е. $\rho < (7-8)\cdot10^{-6}$ (с достоверностью 90%)	$\rho < 5{,}9\cdot10^{-6}$ (с достоверностью 90%)	$\rho = (1{,}6 \pm 0{,}8)\cdot10^{-7}$ т. е. $\rho < 2{,}4\cdot10^{-7}$ (с достоверностью 90%)

Установлена верхняя граница для вероятности безнейтринной конверсии:

$$\rho_{\text{эксп}}\ (\mu^- + N \to e^- + N) = \frac{\omega\ (\mu^- + \text{Cu} \to e^- + \text{Cu})}{\omega_{\text{погл}}\ (\mu^- + \text{Cu})} < 2{,}4\cdot10^{-7} \qquad (10)$$

(с достоверностью 90%).

III. Некоторые вопросы теории

1. Вид слабого взаимодействия и отсутствие нейтральных лептонных токов

Как уже отмечалось выше, нет строгих законов сохранения, которые бы запрещали процессы $\mu \to e + \gamma$, $\mu \to 3e$ и $\mu^- + N \to e^- + N$. Однако тот экспериментальный факт, что эти процессы не наблюдаются, накладывает определенное ограничение на вид лагранжиана слабого взаимодействия.

Именно в обычной универсальной V—A теории слабого взаимодействия с лагранжианом

$$\frac{G}{\sqrt{2}}\ j_w\ j_w^{+}, \qquad (11а)$$

где $G = (1{,}00 \pm 0{,}01)\ 10^{-5}\ m_p^{-2}$, делается предположение, что слабый ток имеет вид

$$j_w = (eO_\alpha\nu) + (\bar{\mu}\,O_\alpha\nu) + (\bar{n}\,O_\alpha\,p) + (\bar{\Lambda}\,O_\alpha\,p) \qquad (11б)$$

(в духе модели Сакаты) и что отсутствуют нейтральные лептонные

токи, т. е. члены $(\bar{e}O_\alpha e)$, $(\bar{\mu}O_\alpha e)$ и т. д.* В самом деле, если бы такие токи существовали, то, например, процесс $\mu \to 3e$ был бы разрешен в первом порядке по слабому взаимодействию и вероятность этого процесса была бы сравнима с вероятностью $\mu \to e + \nu + \bar{\nu}$-распада. Аналогичная ситуация имела бы место и для других аномальных мюонных процессов, а также для ряда ненаблюдаемых схем распада K-мезонов.

Однако лагранжиан слабого взаимодействия, записанный в виде (11а), приводит при расчетах по теории возмущений к противоречиям. Например, из него следует, что для реакции $\nu + e \to \nu + e$ сечение бесконечно возрастает с энергией, что находится в противоречии с требованием унитарности. По-видимому, при каких-то достаточно больших энергиях, или другими словами, на каких-то достаточно малых расстояниях начинает проявляться нелокальная структура слабых взаимодействий.

В следующих разделах лекции мы исследуем связь этой структуры взаимодействия с возможным существованием процессов (5)—(7).

2. Феноменологическое рассмотрение аномальных процессов

Прежде всего, следуя работам [22, 23, 24], проведем общий феноменологический анализ процессов $\mu \to e + \gamma$, $\mu \to 3e$ и $\mu^- + N \to e^- + N$, изображенных на рис. 4, 5 и 6.

Здесь прямоугольник означает неизвестную пока структуру взаимодействия.

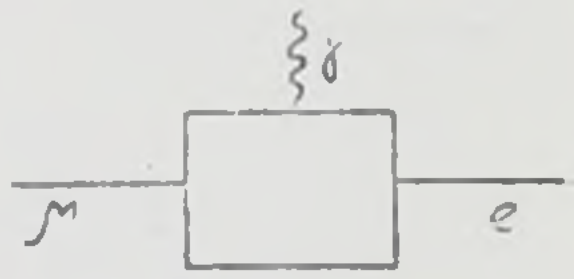


Рис. 4.

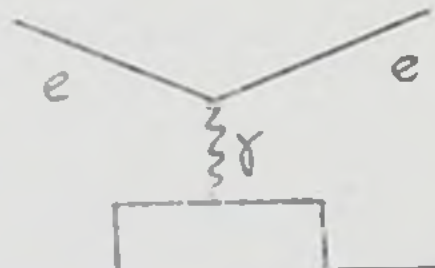


Рис. 5.

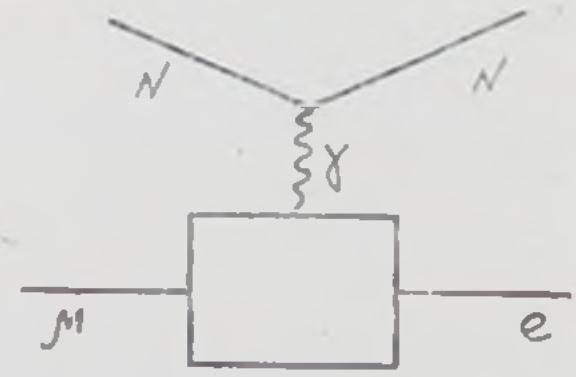


Рис. 6.

В общем виде мы можем представить эти диаграммы как взаимодействие некоторого тока $\langle e|j_\alpha|\mu\rangle$ с полем виртуальных или реальных фотонов $A_\alpha(k)$, т. е. как

$$A_\alpha(k)\,\langle e|j_\alpha|\mu\rangle. \qquad (12)$$

Четырехвектор $\langle e|j_\alpha|\mu\rangle$ записывается в виде

$$\langle e|j_\alpha|\mu\rangle = -ie(2\pi)^{-3}\bar{u}_e\Big\{\Big[f_{E_0}(k^2) + \gamma_5 f_{M_0}(k^2)\Big]\Big(\gamma_\alpha + i\,k_\alpha\,\frac{m_\mu}{k^2}\Big) + \Big[f_{E_1}(k^2)\,\gamma_5 + f_{M_1}(k^2)\Big|\sigma_{\alpha\beta}\,\frac{k_\beta}{m_\mu}\Big|\Big]u_\mu, \qquad (13)$$

где $f_{E_0}(k^2)$, $f_{M_0}(k^2)$, $f_{E_1}(k^2)$, $f_{M_1}(k^2)$ — электрический монопольный, магнитный монопольный, электрический дипольный и магнитный дипольный формфакторы соответ-

* Для запрещения рассматриваемых нами аномальных процессов достаточно предположить отсутствие тока $(\bar{\mu}O_\alpha e)$.

ственно. Для реальных фотонов $k^2=0$ и $k_a A_a=0$. Это означает, что в процессе $\mu \to e+\gamma$ могут внести вклад только $f_{E_1}(0)$ и $f_{M_1}(0)$, а $f_{E_0}(0)=f_{M_0}(0)=0$, иначе выражение для тока потеряет смысл.

Физический смысл этого условия сводится к тому, что в испускании реальных фотонов монопольные электрический и магнитный члены не могут участвовать, так как реальные фотоны не могут уносить нулевой момент. Минимальное значение их момента равно единице, т. е. реальные γ-кванты могут быть дипольными, но не могут быть монопольными.

Разлагая формфакторы в ряд по k^2 и ограничиваясь первыми членами, получим [24]

$$f_{E_0}(k^2)\approx \bar{f}_{E_0}k^2,\ f_{M_0}(k^2)\approx \bar{f}_{M_0}k^2,\ f_{E_1}(k^2)\approx \bar{q}_{E_1},\ f_{M_1}(k^2)\approx \bar{q}_{M_1}, \qquad (14)$$

где $\bar{f}_{E_0}$ и т. д. уже не зависят от переданного импульса.

Введем величины

$$\xi_0^2=\frac{1}{2}\left\{|\bar{f}_{E_0}|^2+|\bar{f}_{M_0}|^2\right\},\ \xi_1^2=\frac{1}{2}\left\{|\bar{q}_{E_1}|^2+|\bar{q}_{M_1}|^2\right\}. \qquad (15)$$

Вероятность процессов (5)—(7) можно выразить через ξ_0 и ξ_1.

а) $\underline{\mu \to e+\gamma}$ [22]

$$p(\mu\to e+\gamma)=\frac{\omega(\mu\to e+\gamma)}{\omega(\mu\to e+\nu+\bar{\nu})}=\frac{\xi_1^2}{3{,}57\cdot 10^{-16}}<p_{\text{эксп}}(\mu\to e+\gamma)=6\cdot 10^{-8} \qquad (16)$$

и $\xi_1^2<1{,}5\cdot 10^{-22}$.

b) $\underline{\mu \to 3e}$ [24]

Из выражения для матричного элемента $\mu\to 3e$-распада видно, что если этот распад обусловлен дипольными формфакторами, т. е. представляет собой вторичный электромагнитный процесс по отношению к $\mu\to e+\gamma$, то его относительная вероятность должна быть $\sim 5{,}10^{-10}$. При этом распад $\mu\to 3e$ должен иметь характерные черты электромагнитного процесса, а именно, два электрона из трех идут в основном под очень малыми углами, а третий электрон идет в противоположном направлении и имеет энергию, близкую к $\frac{1}{2}m_\mu$.

Более интересным является случай, в котором процесс $\mu\to e+\gamma$ запрещен или сильно подавлен ($\xi_1^2=0$ или очень мало), а процесс $\mu\to 3e$ может происходить и определяется в основном монопольными формфакторами. Полученная в таком приближении вероятность $\mu\to 3e$-распада дается выражением

$$\rho(\mu \to 3e) = \frac{\omega(\mu \to 3e)}{\omega(\mu \to e + \nu + \tilde{\nu})} = \frac{\xi_0^2}{80G^2} < \rho_{\text{эксп.}}(\mu \to 3e) = 2 \cdot 10^{-7} \tag{17}$$

$$\text{и} \quad \xi_0^2 G^2 < 1{,}6 \cdot 10^{-5}.$$

Расчет показывает, что в этом случае электроны от $\mu \to 3e$-распада образуют большие углы между собой.

c) $\mu^- + N \to e^- + N$ [22, 23].

μ-мезон, находясь на s-орбите вокруг ядра, может поглотить виртуальный фотон кулоновского поля и перейти в электрон.

Для ядер меди

$$\rho(\mu^- + N \to e^- + N) = \frac{\omega(\mu^- + \text{Cu} \to e^- + \text{Cu})}{\omega_{\text{поглощ}}(\mu^- + \text{Cu})} = \frac{\xi_0^2}{32G^2} < \rho_{\text{эксп}}(\mu^- + N \to e^- + N) = 2{,}4 \cdot 10^{-7} \tag{18}$$

$$\text{и} \quad \xi_0^2 G^2 < 0{,}77 \cdot 10^{-5}.$$

Таким образом, мы видим, что эксперименты по исследованию процессов $\mu \to 3e$ и $\mu^- + N \to e^- + N$ обладают примерно одинаковой чувствительностью для установления верхней границы ξ_0^2 (с учетом приближенности расчетов).

Перейдем к изучению различных механизмов, могущих привести к нелокальности слабого взаимодействия и к появлению аномальных процессов.

3. Промежуточный векторный бозон

В ряде работ (см. обзор [21]) вводится гипотеза, согласно которой слабое взаимодействие, имеющее при малых энергиях вид контактного четырехфермионного взаимодействия, на самом деле обусловлено тяжелым промежуточным заряженным векторным бозоном. Взаимодействие этого бозона со слабым током можно записать как

$$f(\Phi_a j_{w1} + \Phi_a^+ j_{w2}^+), \tag{19}$$

где Φ — волновая функция бозонного поля, f — константа взаимодействия. При этом

$$\frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{4\pi f^2}{M} \tag{20}$$

(M-масса промежуточного бозона).

Таким образом, промежуточный бозон характеризуется „полуслабым" взаимодействием со слабым током ($f \sim \sqrt{G}$).

Аномальные процессы в теории с промежуточным векторным бозоном могут идти по схемам рис. 7, 8, 9.

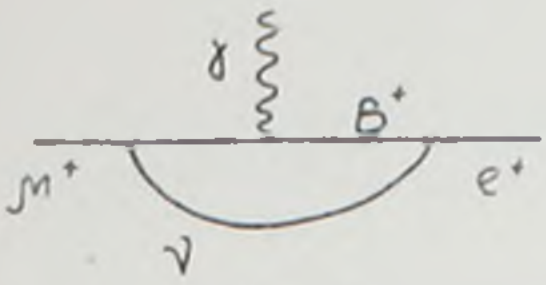


Рис. 7.

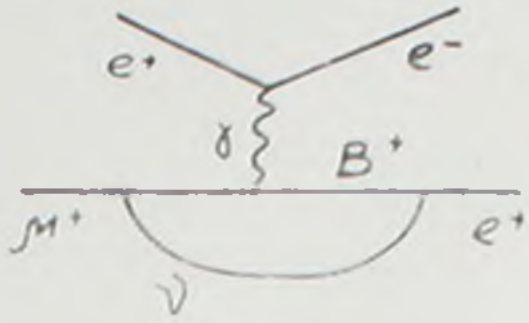


Рис. 8.

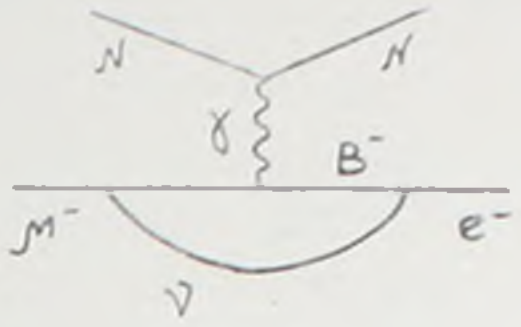


Рис. 9.

Использование модели промежуточного бозона для анализа процессов $\mu \to e + \gamma$, $\mu \to 3e$ и $\mu^- + N \to e^- + N$ производилось в ряде работ [25–29].

В [29] показано, что

$$\xi_1^2 = 2^{-9}\pi^{-4} G^2 m_\mu^4 N^2,$$

$$\xi_0^2 = 2^{-9}\pi^{-4} G^2 N'^2, \qquad (21)$$

где N и N' выражения, зависящие от аномального магнитного момента промежуточного бозона и от Λ/M — отношения параметра обрезания к массе бозона.

Тогда

$$\rho(\mu \to e + \gamma) = \frac{3\alpha}{8\pi} N^2 \approx 10^{-3} N^2. \qquad (22)$$

Если использовать более точные выражения для $\mu \to 3e$ и $\mu^- + N \to e^- + N$ чем те, которые были приведены нами ранее (т. е. если учесть влияние дипольных формфакторов), то

$$\rho(\mu \to 3e) = 2{,}7 \cdot 10^{-7} [N'^2 - 4NN' + 25 N^2], \qquad (23)$$

$$\rho(\mu^- + N \to e^- + N) = 6{,}3 \cdot 10^{-7} (N - N')^2. \qquad (24)$$

Пусть $\mu_{ан}$ и μ_0 аномальный и нормальный магнитные моменты промежуточного бозона. Тогда оценки для N показывают, что $N \sim 1$ при $\mu_{ан} = 0$ и $\mu_{ан} = \mu_0$ и $N \approx 0$ при $\mu_{ан} = 0{,}7\mu_0$ (при $\Lambda/M \sim 1$). Наиболее разумное значение $\mu_{ан} = 0$, так как промежуточный бозон не участвует в сильных взаимодействиях. Тогда из (22) $\rho(\mu \to e + \gamma) \approx 10^{-3}$, т. е. резко расходится с экспериментальной величиной $\rho_{эксп}(\mu \to e + \gamma) < 6 \cdot 10^{-8}$.

Большая вероятность $\mu \to e + \gamma$-распада в теории с промежуточным бозоном связана с тем, что этот процесс идет в первом порядке по слабому взаимодействию и пропорционален αG^2, в то время как обычный распад пропорционален G^2, т. е. $\rho(\mu \to e + \gamma) \sim \alpha$.

Чтобы получить согласие с опытом при $\mu_{ан} = 0$, надо взять Λ/M для бозона $\sim 0{,}1$, что явно неразумно.

Если предположить $\mu_{ан} \approx 0{,}7\mu_0$, то $\mu \to e + \gamma$-распад можно запретить очень сильно. При этом оценка фактора N', приведенная в работе [29]*, показывает, что при $\Lambda/M \approx 1$ вероятности двух других аномальных процессов будут

* В работе [29] допущены численные ошибки в расчетах в оценке вероятностей $\mu \to 3e$ и $\mu^- + N \to e^- + N$.

$$p\ (\mu \to 3e) \approx 4 \cdot 10^{-8}\ ,\ p\ (\mu^- + N \to e^- + N) \approx 10^{-7}\ ,$$

т. е. не противоречат существующим экспериментальным данным.

Однако предположение о том, что $\mu_{ан} = 0{,}7\mu_0$, является искусственным и выглядит малоубедительно.

Несмотря на очень грубый характер приведенных расчетов, можно сделать заключение, что теория промежуточных бозонов наталкивается на серьезные трудности при объяснении отсутствия аномальных процессов.

4. Вероятности аномальных процессов в высших приближениях по теории возмущений

Как отмечалось выше, отсутствие нейтральных лептонных токов позволяет запретить аномальные распады мюонов в первом порядке теории возмущений. Однако эти процессы могут идти в высших приближениях.

Мы будем использовать обычный вариант теории слабого взаимодействия (отсутствие промежуточного бозона, одно нейтрино). Из формул (11а) и (11б) следует, что в этой теории имеют место взаимодействия отдельных компонент слабого тока с самими собой, т. е. взаимодействия типа $\frac{G}{\sqrt{2}}(\bar{e}\,O_\alpha\,\nu)\,(\bar{\nu}\,O_\alpha\,e)$, приводящие к таким процессам, как рассеяние нейтрино электронами и т. д.

Однако, так как подобные реакции еще не наблюдались, в принципе возможна такая ситуация, при которой они оказываются запрещенными. Поэтому мы в дальнейшем будем рассматривать оба эти варианта теории.

а) $\mu \to e + \gamma$

Если есть взаимодействие $(\bar{e}\,\nu)(\bar{\nu}\,e)$, то $\mu \to e + \gamma$-распад определяется диаграммой второго порядка (рис. 10). Расчет, проведенный Б. Л. Иоффе, дает [30]

$$p\ (\mu \to e + \gamma) = \frac{8\alpha G^2}{3\pi^4}\,\Lambda^4 \left[\ln \frac{\Lambda^2}{m_\mu^2}\right]^2, \qquad (25)$$

где Λ — параметр обрезания, который вводится в теорию, чтобы избавиться от расходимостей. Сравнение с $p_{\text{эксп}}\,(\mu \to e + \gamma) < 6 \cdot 10^{-8}$ показывает, что $\Lambda < 25$ Бэв. Если взаимодействие $(\bar{e}\,\nu)(\bar{\nu}\,e)$ отсутствует, то $\mu \to e + \gamma$-распад может идти в третьем порядке по слабому взаимодействию (рис. 11).

Рис. 10.

Из соображений размерности [31] в этом случае

Рис. 11.

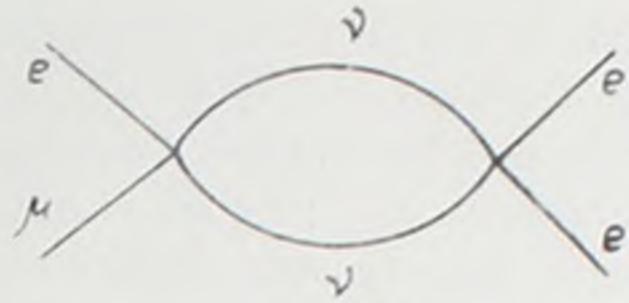


Рис. 12.

$$\rho\ (\mu \to e + \gamma) \sim G^4 \left(\frac{\Lambda}{2\pi}\right)^8 \tag{26}$$

и для Λ мы получим оценку $\Lambda \lesssim 300$ Бэв.

b) $\mu \to 3\ e$

Диаграмма второго порядка рассчитана в работе [32] (см. рис. 12)

$$\rho\ (\mu \to 3\ e) = \frac{G^2\Lambda^4}{64\pi^4}. \tag{27}$$

Сравнение с $\rho_{\text{эксп}}\ (\mu \to 3e) < 2 \cdot 10^{-7}$ дает для параметра обрезания оценку $\Lambda \lesssim 60$ Бэв.

Если взаимодействие $(\bar{e}\,\nu)(\bar{\nu}\,e)$ отсутствует или нейтринная петля дает нулевой вклад (см. [30]), то $\mu \to 3\,e$-распад может идти в третьем порядке по диаграмме рис. 13. При этом оказывается, что $\Lambda \lesssim 400$ Бэв.

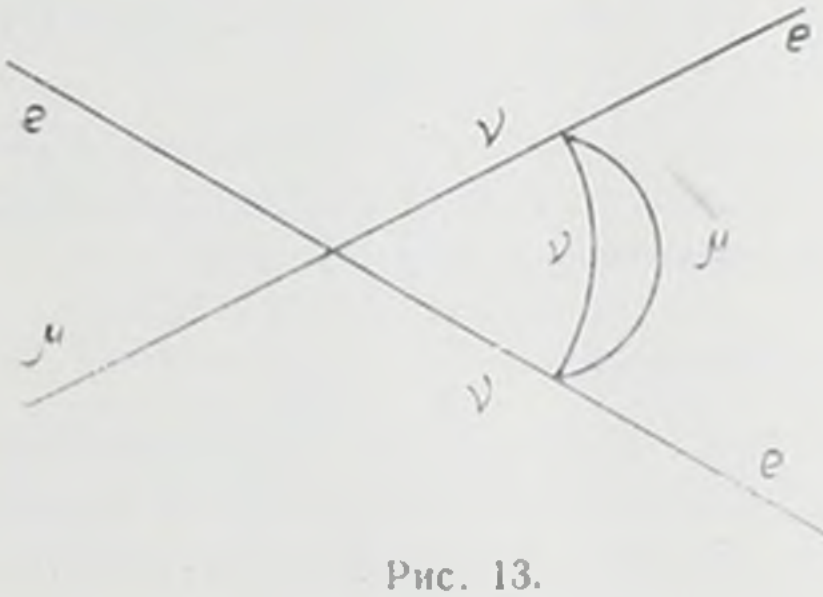


Рис. 13.

c) $\mu^- + N \to e^- + N$

Рассмотрим сначала случай $\mu^- + p \to e^- + p$.

Этот процесс может идти во втором порядке, даже если взаимодействия отдельных компонент слабого тока с самими собой запрещены (рис. 14). Однако, так как в промежуточной петле участвует нуклон, необходимо проводить обрезание при $\Lambda \sim m_p$ (формфактор сильного взаимодействия). При этом $\rho\,(\mu^- + p \to e^- + p) \leqslant 10^{-13}$.

Рис. 14.

Однако, как уже отмечалось ранее, безнейтринная конверсия может идти когерентным образом в кулоновском поле ядра. При этом во втором порядке теории возмущений для $\mu^- + N \to e^- + N$ имеют место диаграммы рис. 15 (для случая дипольных γ-квантов) и рис. 16 (для случая монопольных квантов). Расчетов для этих диаграмм не проводилось.

Если взаимодействие $(\bar{e}\,\nu)(\bar{\nu}\,e)$ запрещено, то имеют место аналогичные диаграммы третьего порядка.

Итак, мы установили, что если аномальные процессы идут во втором порядке по слабому взаимодействию, то для согласования расчетов с результатами эксперимента необходимо ввести обрезание при величине $\Lambda \sim 25 \div 60$ Бэв (в различных процессах). Однако это не избавляет нас от трудностей. Дело в том, что если Λ так мала, то это означает, что слабое взаимодействие имеет достаточно большой радиус ($10^{-15} \div 10^{-16}$ *см*). Это приводит к тому, что γ-кванты (e^+e^- пары) начнут испускаться из этого объема уже в первом поряд-

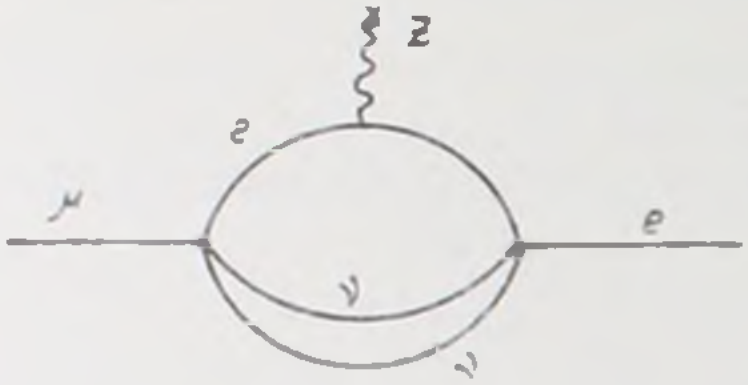


Рис. 15.

Рис. 16.

ке по теории возмущений, как это имело место для случая промежуточных бозонов.

Если взаимодействие $(\bar{e}\,\nu)(\bar{\nu}\,e)$ запрещено, аномальные процессы возможны только в третьем порядке по слабому взаимодействию и отсутствие их не противоречит теоретическим оценкам.

Вопрос о существовании рассеяния $(e$ и $\nu)(\nu e)$ является весьма важным для теории слабого взаимодействия и, несмотря на большие трудности, должен быть выяснен экспериментальным путем.

5. Теория двух нейтрино

Понтекорво [33] предложил весьма радикальный путь для разрешения трудностей, связанных с аномальными процессами. Он предложил существование двух различных типов нейтрино-электронных и мюонных. В этом случае слабый ток j_α выглядит так

$$j_\alpha = (\bar{e}\, O_\alpha\, \nu_e) + (\bar{\mu}\, O_\alpha\, \nu_\mu) + (\bar{n}\, O_\alpha\, p) + (\bar{\Lambda} O_\alpha\, p). \qquad (28)$$

Возникающие в распаде $\mu \to e + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$ электронные и мюонные нейтрино не могут превратиться в γ-квант или пару e^+e^- из-за сохранения мюонного заряда. При этом все рассмотренные нами аномальные процессы оказываются строго запрещенными, так что обсуждавшиеся выше трудности автоматически будут устранены.

Гипотеза о двух нейтрино в настоящее время проверяется в прямых экспериментах с нейтрино высоких энергий (см. лекцию Б. Понтекорво).

ЛИТЕРАТУРА

1. *R. R. Crittenden* et all., Phys. Rev., **121**, 1823 (1961).
2. *J. Ashkin, T. Fazzini* et all., Nuov. Cim., **14**, 1266 (1959).
3. *S. Lokanathan, J. Steinberger*, Phys. Rev., **98**, 240 (1955).
4. *H. F. Davis* et all., Phys. Rev. Lett., **2**, 211 (1959).
5. *D. Berley* et all., Phys. Rev. Lett., 2, 357 (1959).
6. *T. W. O'Keeffe* et all., Proc. Phys. Soc., **73**, 951 (1959).
7. *S. Frankel* et all., Phys. Rev., **118**, 589 (1960).
8. *Ю. С. Крестников* и др., ЖЭТФ, **37**, 873 (1959).
9. *А. И. Алиханов* и др., Препринт ИТЭФ ноябрь 1961 г., ЖЭТФ, **42**, 630 (1962).
10. *D. Bartlet, S. Devons, A. M. Sachs*, Phys. Rev. Lett., 8, 120 (1962).
11. *S. Frankel, J. Halpern* et all., Phys. Rev. Lett., 8, 123 (1962).
12. *А. И. Бабаев* и др., Препринт ИТЭФ март 1962 г.; ЖЭТФ, **42**, 1685 (1962).
13. *И. И. Гуревич* и др., ЖЭТФ, **37**, 318 (1959).
14. *T. Lee, Samios*, Phys. Rev. Lett., **3**, 55 (1959).
15. *S. Parker, S. Penman*, Nuov. Cim., **23**, 485 (1962).
16. *G. Lynch* et all., Phys. Rev. Lett., 1, 471 (1958).
17. *J. Steinberger, H. B. Wolf*, Phys. Rev., **100**, 1490 (1955).
18. *R. D. Sard, K. M. Crowe, H. Kruger*, Phys. Rev., **121**, 619 (1961).
19. *M. Conversi* et all., Phys. Rev., **122**, 687 (1961); Nuov. Cim., **18**, 1283 (1960).
20. *M. Conversi* et all., Phys. Rev. Lett., 8, 125 (1962); Препринт CERN 1961 г.
21. *Л. Б. Окунь*, Лекции по теории слабых взаимодействий. Препринт ОИЯИ, 1961 г. Р-833.
22. *S. Weinberg*, G. *Feinberg*, Phys. Rev. Lett., **3**, 111, 244 (1959).
23. *N. Cabbibo, R. Catto*, Phys. Rev., **116**, 1334 (1959).
24. *M. Bander, G. Feinberg*, Phys. Rev., **119**, 1427 (1960).
25. *G. Feinberg*, Phys. Rev., **110**, 1482 (1958).
26. *M. E. Ebel, F. J. Ernst*, Nuov. Cim., 15, 173 (1960).
27. *Ph. Meger, G. Salzman*, Nuov. Cim., **14**, 1310 (1959).
28. *S. P. Rosen*, Nuov. Cim., 15, 7 (1960).
29. *F. J. Ernst*, Phys. Rev. Lett., **5**, 478 (1960).
30. *Б. Л. Иоффе*, ЖЭТФ, **38**, 1608 (1960).
31. *Nillson*, Marshak, Конференция в CERN по физике сверхвысоких энергий (1961).
32. *J. Nillson*, Nuov. Cim., **21**, 135 (1961).
33. *Б. Понтекорво*, X Международная Киевская конференция по физике высоких энергий (1959).
34. *А. О. Вайсенберг*, Диссертация.

ДИСКУССИЯ

Б. Понтекорво—Имеется, по-видимому, одна возможность избежать трудности с малой вероятностью процесса $\mu \to e + \gamma$ даже в том случае, если в природе имеется только одно нейтрино.

Взаимодействия токов $(e\nu)$ и $(e\nu)$ нельзя отбросить, не нарушая в заметной степени общности схемы универсального слабого взаимодействия. Тем не менее существует возможность исключить процесс электрон-нейтринного рассеяния, включая симметричные нейтральные токи (ee) и $(\nu\nu)$ и не включая несимметричный ток (μe).

Противоречит ли опыту включение в схему симметричных токов?

1. Опыты по электрон-нейтринному рассеянию пока не поставлены. Поэтому отсутствующее в этой схеме $e\nu$-рассеяние не противоречит известным данным.

2. Возможный процесс испускания возбужденными ядрами пары нейтрино-антинейтрино за счет взаимодействия токов (pp) и $(\nu\nu)$ очень мало вероятен. Даже в тех случаях, когда электромагнитный 0→0-переход запрещен, испускание двух фотонов во много раз более вероятно, чем испускание двух нейтрино.

3. Рассеяние электрона протоном с несохранением четности (Байер, Зельдович), содержащееся в этой схеме, так же трудно экспериментально проверить.

Замечу в заключение, что в схеме с одним нейтрино нейтральные токи (ee) и $(\nu\nu)$ не имеют отношения к правилу $\Delta T = {}^1/_2$.

С. С. ГЕРШТЕЙН

МЕЗОМОЛЕКУЛЯРНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ВОДОРОДЕ

В настоящее время в нескольких лабораториях мира (Колумбийский университет, Чикагский университет, *CERN*) проводятся опыты по определению вероятности захвата μ^--мезонов в водороде. Изучение элементарного процесса захвата μ^--мезона протоном

$$\mu^- + p \to n + \nu \qquad (1)$$

должно дать ценные сведения относительно универсальности четырехфермионного взаимодействия и влияния на него сильных взаимодействий. При изучении элементарного процесса на протоне естественно не возникает тех трудностей в интерпретации, которые имеют место при захвате μ^--мезонов сложными ядрами и связаны с незнанием волновой функции ядра. Однако процесс (1) в водороде оказывается осложненным рядом мезоатомных и мезомолекулярных явлений, существенно изменяющих вероятность захвата. Эти явления составляют довольно своеобразный раздел физики, интересный сам по себе. Поэтому в цикл лекций, посвященных свойствам μ-мезонов, включена моя лекция о мезомолекулярных процессах.

Как известно, обычные атомные и молекулярные процессы практически совершенно не влияют на вероятности ядерных процессов. В отличие от них мезоатомные процессы могут оказывать весьма существенное влияние на ход ядерных переходов. Можно привести несколько примеров такого влияния.

1) изменение вероятности захвата μ^--мезонов в водороде и дейтерии;

2) катализ ядерных реакций $p + d$, $d + d$ и т. д. μ^--мезонами;

3) необходимость захвата остановившихся в водороде π^-, K^--мезонов и антипротонов из s-состояния (эффект Дэя, Сноу, Сачера);

4) возбуждения ядер, вызванные мезоатомными переходами в тяжелых мезоатомах.

В дальнейшем мы остановимся на первых двух из перечисленных эффектов.

Каким образом мезоатомные процессы могут изменить вероятность захвата μ^--мезонов в водороде, я говорил здесь в прошлогодней лекции. Дело в том, что вероятность реакции (1) существенно

зависит от взаимной ориентации спинов μ^--мезона и протона. В мезоатоме водорода захват μ^--мезона протоном происходит независимо от двух уровней сверхтонкой структуры: из триплетного состояния $F=1$, в котором спины μ-мезона и протона параллельны, и синглетного $F=0$, в котором спины антипараллельны. Эти состояния отличаются по энергии примерно на 0,2 *ев*, причем из верхнего состояния ($F=1$) вероятность захвата в случае универсального $V-A$ взаимодействия близка к нулю*.

Если бы между состояниями сверхтонкой структуры не было переходов, то можно было бы ожидать, что μ^--мезоны распределены по уровням сверхтонкой структуры согласно их статистическому весу и, таким образом, только 1/4 состояний, соответствующих синглетному состоянию сверхтонкой структуры, привела бы к захвату μ^--мезонов протонами. Влияние мезоатомных процессов на захват μ^--мезона протоном заключается в том, что благодаря этим процессам происходит практически полный переход из триплетного состояния мезоатома в синглетное и, следовательно, вероятность захвата (в случае $(V-A)$-варианта) возрастает в 4 раза. Механизм такого перехода, грубо говоря, состоит в следующем: мезоатом $p\mu^-$ будучи электрически нейтральным и имея размеры в 207 раз меньше электронных, свободно диффундирует в водороде и может подходить к другим ядрам на расстояние порядка боровского радиуса мезоатома ($a_\mu \approx 2{,}5\cdot 10^{-11}$ *см*). Если мезоатом находился в триплетном состоянии сверхтонкой структуры, то при столкновении с протоном молекулы водорода, имеющим противоположное направление спина, μ-мезон может быть перехвачен этим протоном, так что произойдет переход в синглетное состояние (рис. 1). Расчет показывает, что вероятность такого перехода в жидком водороде составляет $5\cdot 10^6$ *сек*$^{-1}$. Аналогичная ситуация имеет место для μ^--мезонов в дейтерии. Здесь переходы между уровнями сверхтонкой структуры мезоатомов дейтерия $F=3/2 \to 1/2$ увеличивают вероятность захвата в случае $V-A$-варианта в 3 раза.

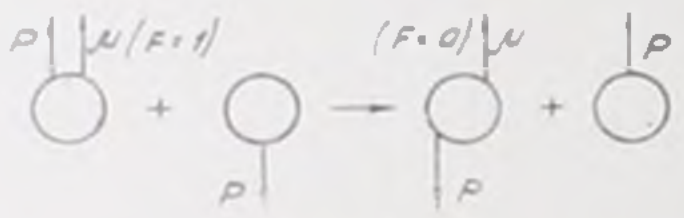


Рис. 1.

Существенно отметить, что в случае $V+A$-взаимодействия указанного увеличения вероятности процесса (1) в результате мезоатомных переходов в синглетное состояние не происходит. Это объясняется тем, что в случае $V+A$-взаимодействия захват μ^--мезона происходит с одинаковой вероятностью как из синглетного, так и из триплетного состояния сверхтонкой структуры (причем эта вероятность составляет 1/4 вероятности захвата из синглетного состояния в случае $V-A$-взаимодействия). Таким образом, вероятность захвата μ^--мезона в водороде благодаря переходу $F=1 \to F=0$ в случае

* Вероятность захвата из состояния $F=1$ точно равна нулю, если отношение векторной и аксиально-векторной констант равно -1 и не учитывается индуцированный псевдоскаляр и слабый магнетизм.

$V-A$-варианта должна быть в 4 раза больше, нежели в случае $V+A$-варианта взаимодействия. Именно это обстоятельство позволило установить экспериментально относительный знак векторного и аксиально-векторного взаимодействия в законе μ^--захвата (это было сделано недавно группой Ледермана в Колумбийском университете и группой Хильдебранда в Чикаго).

Описанная выше картина захвата μ^--мезонов в водороде была слишком грубой и не учитывала того факта, что в водороде атом $p\mu^-$ за время жизни μ^--мезона может присоединить протон и образовать мезомолекулу $pp\mu^-$.

В грубом приближении мезомолекула $pp\mu^-$ подобна обычному молекулярному иону H_2^+, с размерами, уменьшенными в 207 раз. Однако для колебательных и вращательных уровней мезомолекулы подобия с соответствующими уровнями H_2^+, естественно, не будет. Величины колебательных и вращательных квантов, которые для обычных молекул составляют по порядку величины соответственно $(m_e/M)^{1/2}$ и m_e/M от электронной энергии, в случае мезомолекул сравнимы с глубиной потенциальной ямы. Поэтому мезомолекулы имеют всего один-два вращательных и колебательных уровня.

В частности мезомолекула $pp\mu^-$ имеет основной уровень с энергией связи $\sim 250\,ev$ и один вращательный уровень с моментом 1 и энергией связи порядка 100 ev. Теоретические оценки показывают, что наиболее вероятным является следующий механизм образования мезомолекул: мезоатом $p\mu^-$, сталкиваясь с протоном молекулы H_2, образует мезомолекулу $pp\mu^-$ во вращательном состоянии с моментом 1, а энергия связи отдается электрону атомной оболочки путем электрического дипольного перехода $E1$. Для вероятности образования мезомолекул в жидком водороде получается, согласно нашим оценкам, величина $1.3\cdot10^8\,сек^{-1}$ и $6.8\cdot10^6\,сек^{-1}$ — согласно оценкам Коэна, Джада и Ридделя. Это означает, что захват μ^--мезонов протонами в жидком водороде должен происходить в основном из состояния мезомолекулы, а не мезоатома. Указанное обстоятельство и составляет основную трудность в интерпретации захвата μ^--мезонов в водороде. Помимо того, что в мезомолекуле вероятность нахождения μ^--мезона у протона отличается от соответствующей величины в мезоатоме (что, естественно, меняет вероятность захвата), главное влияние образования мезомолекул на захват заключается в изменении относительной ориентации спинов μ^--мезона и протонов. Действительно, пусть до образования мезомолекул происходит переход мезоатомов $p\mu^-$ в синглетное состояние сверхтонкой структуры ($F=0$) (как это следует из теоретических оценок). Тогда после образования мезомолекулы $pp\mu^-$ полный спин двух протонов и μ^--мезона должен быть равен $J=1/2$ (поскольку в процессе образования мезомолекулы не происходит переворота спинов). С другой стороны, так как мезомолекула образуется во вращательном состоянии с орбитальным моментом $K=1$, суммарный спин обоих протонов, согласно принципу симметрии,

должен быть равен $I = 1$ (ортоводород). Такое спиновое состояние, когда сумма спинов протонов равна 1, а полный спин системы $pp\mu^-$ равен 1/2, соответствует вполне определенной ориентации спина μ^--мезона относительно каждого из протонов. Эта ориентация соответствует тому, что относительно каждого из протонов μ^--мезон находится на 3/4 в синглетном и на 1/4 в триплетном состоянии сверхтонкой структуры*.

Рис. 2.

Поскольку далее оценки показывают, что за время жизни μ^--мезона переход из вращательного состояния $K = 1$ в основное состояние мезомолекулы $pp\mu^-$ практически не происходит, можно было бы думать, что несмотря на образование мезомолекул опыты по захвату μ^--мезонов в водороде легко интерпретируются, так как в мезомолекуле имеется простое соотношение между ориентациями спинов протонов и μ^--мезона. Необходимо только измерить вероятность образования мезомолекул $pp\mu$ и рассчитать плотность вероятности нахождения μ-мезона у протона в мезомолекуле (отметим, что эта величина в мезомолекуле не очень сильно отличается от значения ее в мезоатоме $p\mu^-$). В действительности, однако, дело обстоит несколько сложнее. Дело в том, что во вращательном состоянии $K = 1$ существует взаимодействие между вращением мезомолекулы и ее спином. Сохраняющейся величиной является только полный момент молекулы $\vec{j}$, который представляет сумму вращательного момента молекулы $\vec{K}$ и ее полного спина $\vec{J}$: $\vec{j} = \vec{K} + \vec{J}$ (полный спин молекулы, в свою очередь, равен сумме спинов протонов ($\vec{I}$) и μ-мезона ($\vec{s}$): $\vec{J} = \vec{I} + \vec{s}$; $I = 1$). Состояния с моментом $j = 3/2$ и $j = 1/2$ получаются от сложения вращательного момента K ($K = 1$) с полным спином молекулы $J = 1/2$ и $J = 3/2$, и, таким образом, взаимодействие спина с вращением приводит к тому, что помимо состояний $J = 1/2$ появляются состояния с $J = 3/2$, соответствующие тому, что μ^--мезон находится в триплетном состоянии относительно протонов.

Ввиду очень большой разницы между захватом из триплетного и синглетного состояний, дополнительное появление триплетного состояния за счет взаимодействия спина мезомолекулы с вращением может существенно изменить вероятность захвата. В принципе, конечно, спиновое состояние мезомолекулы при учете указанного взаимодействия можно рассчитать. Однако я не думаю, чтобы точность этого расчета была бы лучше, чем несколько процентов, поскольку отношение масс μ^--мезона и протона не столько мало, как в случае

* Отметим, что, согласно „наивному" представлению (рис. 2), можно было бы подумать, что μ^--мезон находится относительно каждого из протонов полностью в синглетном состоянии.

обычных молекул, и обычно применяемое адиабатическое приближение требует существенного уточнения.

Таким образом, резюмируя, можно сказать, что грубые оценки спинового состояния мезомолекулы позволяют из данных опытов группы Хильдебранда и группы Ледермана заключить (в предположении универсальности Ферми-взаимодействия), что Ферми-взаимодействие $(\mu\nu)(pn)$ имеет вид $V-A$, а не $V+A$, однако надежных и достаточно точных количественных данных о взаимодействии $(\mu\nu)(pn)$ из опытов по захвату μ^--мезонов в жидком водороде в настоящее время извлечь еще нельзя. В этом смысле очень привлекательно предположение Ледермана и др. — измерять выход реакции $\mu^- + p \to n + \nu$ за очень короткое время ($\sim 10^{-7}$ *сек*) после влета μ^--мезона в мишень, т. е. тогда, когда мезомолекулы еще не успевают образоваться и наблюдаемый захват идет в основном из мезоатомного состояния.

Остановимся на экспериментальных возможностях определения вероятности образования мезомолекул. Пусть в чистом водороде „протии" содержится небольшая примесь дейтерия. Тогда в результате столкновений мезоатомов $p\mu^-$ с ядрами дейтерия будет происходить переход μ^--мезонов от протона к дейтрону. Теоретические оценки дают для вероятности процесса

$$p\mu^- + d \to d\mu^- + p \qquad (2)$$

в жидком водороде величину $W_{p\to d} = 1{,}3\cdot 10^{10} C_d\ сек^{-1}$, где C_d — концентрация дейтерия по отношению к протонам (плотность жидкого водорода в условиях пузырьковой камеры соответствует концентрации протонов $N = 3{,}5\cdot 10^{22}\ см^{-3}$). Поскольку из-за разницы в приведенных массах энергия связи атома $d\mu$ на 135*эв* больше, чем $p\mu$, то в условиях жидкого водорода процесс (2) необратим. В дальнейшем атом $d\mu$ может образовать мезомолекулу $pd\mu$ (механизм образования которой в основном аналогичен образованию $pp\mu$). Далее в мезомолекуле $pd\mu$, в которой ядра находятся на расстоянии порядка $5\cdot 10^{-11}\ см$, может подбарьерно произойти ядерная реакция $p + d \to He_3$, причем выделяющаяся энергия 5,4 Мэв может быть испущена в виде γ-кванта или передана μ-мезону конверсии. Такого рода ядерные реакции между изотопами водорода, вызываемые μ-мезонами, были предсказаны теоретически независимо Франком, А. Д. Сахаровым и Я. Б. Зельдовичем и в 1957 г. открыты группой Альвареца.

Пусть концентрация дейтерия в водороде мала. Тогда зависимость выхода ядерной реакции от концентрации дейтерия определяется числом μ-мезонов, перешедших от протонов к дейтронам. Таким образом, если $W_{p\to d} = \lambda_e C_d$ — вероятность перехода (2) в единицу времени, λ_{pp} — вероятность образования мезомолекулы $pp\mu$ в единицу времени, а $\lambda_0 = 0{,}45\cdot 10^6\ сек^{-1}$ — вероятность распада $\mu \to e + \nu + \tilde{\nu}$, то выход ядерной реакции $p + d \to He_3$ Y зависит от концентрации дейтерия следующим образом:

$$Y = \frac{\lambda_e C_d}{\lambda_0 + \lambda_{pp} + \lambda_e C_d} k, \qquad (3)$$

где k — коэффициент пропорциональности, зависящий от вероятности образования мезомолекул $pd\mu$ и вероятности ядерной реакции в ней.

Удобно представить эту зависимость для обратных величин $1/Y$ и $1/C_d$.

$$\frac{1}{Y} = \frac{1}{k}\left(1 + \frac{\lambda_0 + \lambda_{pp}}{\lambda_e}\frac{1}{C_d}\right).$$

Исследуя зависимость выхода ядерной реакции от концентрации дейтерия (что можно сделать либо наблюдая μ-мезоны конверсии в жидководородной камере, как это было сделано Альварецом с сотрудниками в 1957 г. и недавно Шифом, или по выходу γ-квантов от реакции $p + d \to He_3 + \gamma$—Ашмор с сотрудниками, группа Ледермана), можно экспериментально определить отношение $\frac{\lambda_0 + \lambda_{pp}}{\lambda_e}$, которое по последним данным равно

$$\frac{\lambda_0 + \lambda_{pp}}{\lambda_e} = (1{,}06 \pm 0{,}11)10^{-4}. \qquad (4)$$

Отметим, что малость указанного отношения приводит к тому, что уже при сравнительно малых концентрациях, $\sim 0{,}1\ \%$, практически все μ-мезоны переходят к дейтронам и выход ядерной реакции (3) перестает зависеть от концентрации дейтерия — наступает насыщение. Если независимо измерить величину λ_e, то из соотношения (4) можно определить вероятность образования мезомолекул $pp\mu$. Величина λ_e была определена независимо двумя способами: в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ группой В. П. Джелепова, П. Ф. Ермолова, В. Н. Москалева и др. и в Колумбийском университете группой Ледермана. В диффузионной камере, использованной в опытах В. П. Джелепова и др., можно было зарегистрировать пробег мезоатома $d\mu$, приобретавшего энергию в результате процесса (2), по появлению „щели" порядка 1 $см$ между точкой остановки μ^--мезона и точкой распада $\mu \to e + \nu + \bar{\nu}$. Поскольку в условиях газообразного водорода при давлении 20 атм. можно было пренебречь образованием мезомолекул $pp\mu$, частота появления „щели" определялась отношением $\frac{\lambda_e C_d}{\lambda_0}$ (λ_e соответствовала плотности газообразного водорода; λ_e для жидкого получается умножением на отношение плотностей). Группой Ледермана величина λ_e была определена из временного хода γ-квантов от реакции $p + d \to He_3 + \gamma$, вызываемой μ-мезоном. Как величина λ_e, так и вероятность образования мезомолекул $pp\mu$ оказались близки к расчетным.

БРУНО ПОНТЕКОРВО

ВОПРОСЫ ФИЗИКИ НЕЙТРИНО

1. Введение

Сегоднейшей моей лекции* я должен буду обсудить те процессы физики нейтрино, которые до сих пор не разрешены. Дело в том, что в физике нейтрино имеется ряд вопросов качественного характера (например, существование двух сортов нейтрино), на которые мы даже не можем дать ответа „да" или „нет".

Я расскажу об этих проблемах—как они возникли и каким образом физики собираются их решить экспериментально. Но, прежде чем перейти к такому обсуждению, разрешите мне кратко и элементарно дать обзор основных известных свойств нейтрино. Это желательно сделать еще и потому, что сегодня здесь присутствуют товарищи из Бюраканской астрофизической обсерватории, которые не столь хорошо знакомы с физикой нейтрино, как остальные слушатели.

2. Известные свойства нейтрино

Большинство свойств нейтрино стало известно сразу после того, когда Паули около 30 лет тому назад теоретически „изобрел" нейтрино. Несколько слов об этом „изобретении". В то время по существу был изучен только процесс β-распада некоторых тяжелых радиоактивных элементов, причем было известно, что спектр электронов непрерывен. В связи с этим следует сказать, что „изобретение" нейтрино для объяснения кажущегося исчезновения энергии в процессе β-распада требовало хорошей дозы фантазии. Как мы знаем сейчас, непрерывность β-спектра связана с тем, что в конечном состоянии имеется три частицы—электрон (e), нейтрино (ν) и протон (p). После открытия ряда элементарных частиц были найдены двухчастичные процессы распада, в которых конечная исчезающая энергия имеет всегда одну и ту же величину. Например, в процессе π—μ-распада всегда исчезает 28 Мэв. При захвате мюона в He^3

$$\mu^- + He^3 \rightarrow H^3 + \nu,$$

---

* Лекцию записали А. Ц. Аматуни, Р. О. Шархатунян и В. А. Шахбазян

который был обнаружен в ОИЯИ в 1961 г.,* исчезает 100 Мэв. На рис. 1* показан пример этой реакции: тритий отдачи имеет всегда определенный пробег. Если двухчастичные процессы с участием нейтрино были бы известны раньше, то может быть не было бы необходимости в гении Паули для „изобретения" этой частицы.

Рис. 1. Типичный случай реакции $\mu^- + He^3 \to H^3 + \nu$. Короткие следы, видимые на фотографии, образованы тепловыми нейтронами в реакции $n + He^3 \to H^3 + p$ ($R_{H^3} + R_p = 0{,}86$ *мг/см²*).

Основные свойства нейтрино получаются, так сказать, по определению: заряд равен нулю, масса должна быть много меньше массы электрона, спин — полуцелый, проникающая способность — колоссальная. Посмотрим, как она велика. Столкновения нейтрино в веществе обусловлены тем взаимодействием, которое ответственно за β-распад. Иными словами, нейтрино, например, будет вызывать процессы типа

$$\bar{\nu} + p = e^+ + n, \qquad (1)$$

которые являются обратными обычному процессу β-распада нейтрона:

$$n \to e^- + p + \bar{\nu}.$$

Максимальную величину сечения процесса (1) можно получить из соображений размерности

$$\sigma \leqslant \frac{1}{\tau}\frac{\lambda}{c}\lambda^2.$$

Здесь τ — типичное время, характерное для β-распада (десятки секунд), λ — длина волны нейтрино, самая большая длина, с которой мы имеем дело в данном процессе. Получается, что $\sigma \leqslant 10^{-43}$ *см²* для нейтрино с энергией ~ 1 Мэв, что соответствует длине свободного пробега нейтрино, равной примерно 10^{16} *км* плотного вещества.

Необходимо сразу же сказать, что „свободные" нейтрино, т. е. нейтрино вдали от источника, были недавно наблюдены в опытах Райнса и Коуна. Их взаимодействие с веществом грубо соответствует длине свободного пробега, которую можно ожидать из вышеупомянутых соображений размерности. Опыты со свободными нейтрино будут играть очень важную роль при решении тех задач, о которых будет идти речь ниже. Поскольку до сих пор были выполнены всего только два опыта, в которых использовались свободные нейтрино, то я в нескольких словах расскажу о них.

В них использовались пучки $\bar{\nu}$ от реакторов, т. е. антинейтрино с энергией порядка нескольких Мэв. Поток антинейтрино от очень

* Снимок заимствован из работы О. А. Займидороги, М. М. Кулюкина, Б. Понтекорво и др., ЖЭТФ, **41**, 1804 (1961).

мощного реактора (мощность, скажем, в несколько сот тысяч киловатт), который можно получить за его защитой, в условиях, когда пучок антинейтрино достаточно очищен от нейтронов и γ-лучей, равен приблизительно 10^{13} *см*$^{-2}$ *сек*$^{-1}$.

В опытах Райнса и Коуна детектором антинейтрино служил жидкий сцинтилляционный счетчик объемом ~ 1 *м*^{3}. При регистрации реакции (1) были измерены энергии позитрона и нейтрона, были детектированы два γ-кванта от аннигиляции позитрона и были зарегистрированы после замедления нейтрона γ-лучи, соответствующие его ядерному захвату. Таким образом, для уменьшения фона полностью использовалась удивительная последовательность событий, характерная для реакции (1). Регистрировалось несколько событий в час. Конечно, большое значение этого опыта состоит в том, что впервые были наблюдены эффекты, связанные с нейтрино независимо от их процесов рождения, что сняло с нейтрино его мистический характер. Точность этих измерений была достаточна для проверки того обстоятельства, что сечение реакции (1), в согласии с теорией продольного нейтрино, в два раза превышает сечение, которое можно было бы ожидать в случае сохранения четности. О несохранении четности речь будет идти ниже.

Сейчас я скажу несколько слов о нетождественности нейтрино и антинейтрино. То, что нейтрино и антинейтрино—разные частицы, недавно было доказано при помощи довольно трудного опыта. Об этом опыте я кратко расскажу, так как его важность состоит не только в доказательстве нетождественности ν и $\bar{\nu}$, но также в его значении для определения потока космических нейтрино, в частности нейтрино от солнца (между прочим, нейтрино от солнца до сих пор не регистрировались).

Мы определили антинейтрино как частицу, испускаемую в β^--распаде нейтрона, а нейтрино—как частицу, испускаемую в β^+-распаде протона, оставляя открытым вопрос о том, являются ли эти частицы тождественными. Мы знаем, что реакция (1) имеет ожидаемую величину сечения. Реакция

$$\bar{\nu} + n \to p + e^-$$

вызвана тем же взаимодействием, что и реакция (1). Поэтому она может быть использована в принципе для регистрации нейтрино. Но поскольку мишеней из свободных нейтронов не существует, можно использовать сложные ядра, например дейтерий или более тяжелые ядра. Реакция

$$\nu + Cl^{37} \to Ar^{37} + e^- \qquad (2)$$

очень удобна и по техническим причинам (CCl_4 дешевый продукт и, кроме того, ничтожные количества радиоактивного Ar можно выделить из больших масс CCl_4). Что же касается реакции $\bar{\nu} + n \to p + e^-$, или

$$\bar{\nu} + Cl^{37} \to Ar^{37} + e^-, \qquad (3)$$

то здесь уже нельзя сказать заранее, наблюдаема она или нет. Это зависит от того, тождественны ли ν и $\bar{\nu}$. Опыт показывает, что сечение реакции (3) меньше 5% ожидаемой величины сечения реакции (2). Из этого следует, что $\nu \neq \bar{\nu}$. В чем различие ν и $\bar{\nu}$? Мы сейчас знаем, что нейтрино продольно поляризованы. Нейтрино—левовращающийся объект, а антинейтрино—правовращающийся объект. Таким образом отличие ν и $\bar{\nu}$ заключается в различии направлений их „спиральностей". Здесь можно заметить, что поведение нейтрино, описанное в теории продольного нейтрино, служит, так сказать, прототипом поведения всех других частиц (конечно, речь идет об их слабых взаимодействиях).

В таблице перечислены все известные свойства нейтрино.

Таблица

	По теории продольного нейтрино	Эксперимент
Заряд	0	0
Масса	0	<250 *ev*
Спин	$h/2$	$h/2$
„Нейтральность"	$\nu \neq \bar{\nu}$	$\nu \neq \bar{\nu}$
Спиральность	Полностью продольно поляризован	Степень поляризации $>97\%$
Магнитный момент	0	$<10^{-9}\ \mu_Б$

3. Некоторые замечания о макроскопических эффектах, связанных с нейтрино

Здесь я хочу упомянуть о некоторых данных, которые указывают, что нейтрино обязательно должно играть роль в явлениях макроскопического масштаба. Как мы уже видели, проникающая способность ν потрясающая. Чтобы ее почувствовать, представьте себе чугунную плиту толщиной, в миллиарды раз превышающей расстояние от Земли до Солнца. Это—длина свободного пробега нейтрино с энергией ~ 1 Мэв. Естественно, что нейтрино выходят, скажем, из Солнца без всяких затруднений. Поток нейтрино от Солнца $\sim 10^{11}\ см^{-2}\ сек^{-1}$. При этом перенос энергии, связанный с потоком нейтрино на поверхность Земли, составляет около нескольких процентов от солнечной постоянной.

Еще один макроэффект. Урановый реактор с мощностью в сотни тысяч киловатт „теряет" в виде нейтрино десятки тысяч киловатт.

Как будет указано в лекции С. Матиняна, энергия, испускаемая звездами в некоторой стадии их эволюции в виде излучения нейтрино, может превышать их фотонную светимость.

Плотность энергии нейтрино в прошлом могла бы быть больше, чем плотность материи в виде водорода. Это связано с интересными

космогоническими проблемами, и, может быть, с природой рождения миров и антимиров, эти вопросы будут обсуждаться в лекции В. Харитонова.

Здесь я хотел бы заметить, что ответы на довольно тонкие проблемы физики элементарных частиц (как, например, существование $\sigma\tau$-взаимодействия или существование так называемых нейтральных токов в слабых взаимодействиях) имеют далеко идущие астрофизические следствия.

Я не буду подробно говорить о нейтринной астрономии как экспериментальной науке, так как ее перспективы пока довольно туманны. Конечно, рано или поздно будет зарегистрирован поток нейтрино от Солнца и это очень важно. Я хочу указать об одной теоретической возможности, пока очень далекой от экспериментальной реализации. Мы знаем, что фотоны — истинно нейтральные частицы. Это значит, что свет от миров и антимиров неразличим. Что же касается нейтрино, то тут дело обстоит иначе, так что в принципе имеется возможность отличать миры от антимиров, если уметь регистрировать направленные потоки нейтрино и антинейтрино.

Как мы видели, нейтрино полностью поляризованы по направлению движения, согласно теории продольного нейтрино. В случае продольного нейтрино мы встречаемся с очевидным случаем несохранения четности и неинвариантностью по отношению к зарядовому сопряжению (замена частиц на античастицы). Я скажу по этому вопросу несколько слов, чтобы у астрофизиков создалось впечатление (правильное или нет, я не знаю) о том, что и несохранение четности могло бы иметь макроскопические следствия. И мне хотелось бы, чтобы они задумались над этим вопросом.

Закон инвариантности по отношению к пространственной инверсии можно сформулировать следующим образом: любое зеркальное отражение физического процесса является реально существующим физическим процессом. Поэтому любая корреляция спин-импульс типа σp несовместима с законом сохранения четности, поскольку при зеркальном отражении σ не меняет знака, а p — меняет. В частности, продольная поляризация элементарных частиц, например продольность нейтрино и электронов в β-распаде, несовместима с сохранением четности. Какие макроэффекты могут вытекать из продольности ν? Я хочу сначала указать на один простой пример.

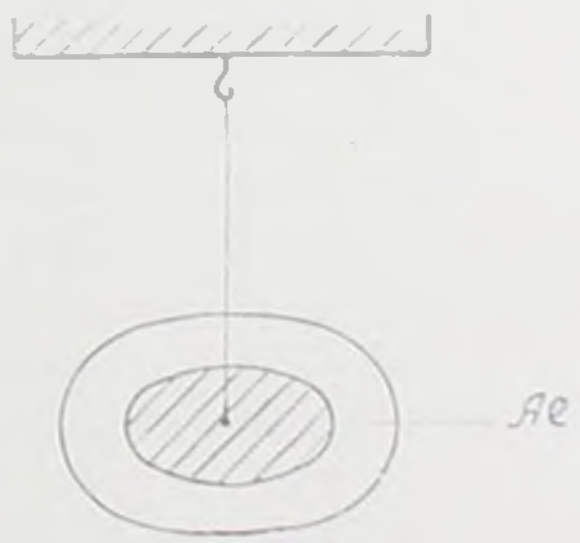


Рис. 2.

Пусть β—активная тонкая пластина склеена с алюминиевой пластинкой и свободно подвешена на тонкой нити (рис. 2). Электроны выходят только вверх, так как при выходе вниз они поглощаются в алюминии. Поскольку они продольно поляризованы, вся система будет при этом вращаться. Этот опыт практически осуществить очень трудно.

но мы знаем, что в природе и во вселенной большое значение имеют явления, которые в лабораторных условиях кажутся незначительными. Наиболее ярким примером этого является гравитация. Я совсем не уверен, что есть макроскопические эффекты несохранения четности, но мне кажется, что стоило бы обратить внимание на этот вопрос.

4. Физика нейтрино высоких энергий

Я приступаю сейчас к вопросу о нерешенных задачах физики нейтрино, представляющих интерес для теории элементарных частиц. В последние годы появилась новая область физики элементарных частиц—физика нейтрино высоких энергий. Если дать точное определение этой области, то можно было бы сказать, что к физике нейтрино высоких энергий относятся все лептонные процессы, кроме β-распада. Но сейчас принято включать в физику нейтрино высоких энергий в основном процессы взаимодействия высокоэнергичных нейтрино с другими частицами. В ряде работ были предложены различные постановки опытов и сделан ряд теоретических предсказаний в этой новой области физики. Сейчас кажется очень правдоподобным, что экспериментальные результаты, которые будут получены в этой области, способны сыграть решающую роль при построении будущей теории элементарных частиц.

Я перечислю ряд вопросов, обращая особое внимание на те стороны проблемы, которые связаны с опытами со свободными нейтрино.

5. Является ли четырехфермионное взаимодействие первичным?

Известно, что все слабые процессы можно „объяснить", по крайней мере феноменологически, в терминах взаимодействия между четырьмя фермионами. Но сразу возникает вопрос, является ли четырехфермионное взаимодействие первичным? Я напомню вам, что в первых работах Юкавы о ядерных силах была сделана попытка интерпретировать β-распад ядер через виртуальное испускание мезона нуклоном с последующим распадом этого мезона. Назовем B промежуточный мезон, который по предположению является переносчиком слабого взаимодействия (конечно, для B-мезона требуется значение спина, равное единице). Пусть g_B—константа связи B-мезона с нуклоном.

Четырехфермионное слабое взаимодействие характеризуется уже феноменологической константой Ферми

$$G = \frac{10^{-5}}{M_N^2} \quad (\hbar = c = 1),$$

где M_N — масса нуклона. В этом случае оно—взаимодействие второго порядка по отношению к константе первичного взаимодействия B-ме-

зона, которое имеет „промежуточную" интенсивность. Поскольку g_B, как и e и g_π—безразмерная константа, то из соображений размерности очевидно, что $G \sim \frac{g_B^2}{M_B^2}$, где M_B—масса промежуточного бозона. Поэтому, если $M_B \sim M_N$, то $g_B^2 \sim 10^{-5}$. Эту величину необходимо сравнить с $e^2 = \frac{1}{137}$, $g_\pi^2 \sim 10$. Эта частица B будет распадаться с характерным временем

$$\frac{1}{\tau} \approx g_B^2 \, M_B \sim 10^{18} \; сек^{-1}$$

по каналам

$$B \to \pi + \pi$$
$$\to K + \pi$$
$$\to e + \nu$$
$$\to \mu + \nu$$

Когда энергия процессов слабого взаимодействия недостаточна для реального рождения B, то эффекты нелокальности, связанные с существованием B-мезона, малы и трудно наблюдаемы. Но если B может реально рождаться, то это приведет к ощутимым эффектам. Это связано с тем, что раз B родился, то он должен распасться, в частности, по одному из лептонных каналов. Отсюда следует, что если $M_B = M_N$, то в ядерных взаимодействиях при высоких энергиях мы должны наблюдать испускание лептонов из „звезд". Их количество $\sim 10^{-5}$ на „звезду". Это относительно большая величина. Трудность наблюдения лептонов от „звезд" не связана с малым числом событий. Трудность связана скорее с обработкой большого количества событий. Во всяком случае, было бы крайне интересно установить испускание лептонов (или отсутствие их) в „звездах".

Другая очень интересная возможность обнаружения B-мезонов состоит в бомбардировке ядер нейтрино больших энергий.

$$\nu + A \to B + \begin{cases} \mu \\ e \end{cases} + A$$

$$B \to \mu + \nu \qquad (4)$$
$$\to e + \nu$$

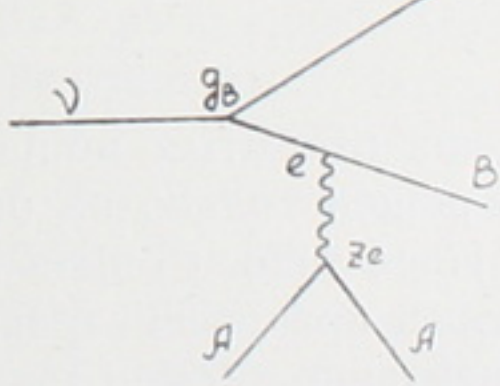


Рис. 3.

Из соображений размерности сечение этого процесса есть

$$\sigma = Z^2 \, e^4 \, \frac{g_B^2}{M_B^2}$$

(см. диаграмму рис. 3). Для нейтрино с энергией в несколько Бэв при $M_B = M_N$ $\sigma \sim 10^{-37}$ $см^2$/ нуклон (в случае Fe). Это больше, чем сечения, которые получаются в случае локального слабого взаимодействия, разумеется, с учетом формфактора нуклона. Сечение реакции (4) быстро увеличивается с энергией нейтрино и уменьшается с увеличением M_B.

По этому вопросу следует заметить, что:

1. Масса B-мезона должна подчиняться соотношению $M_B > M_k$ для того, чтобы не имел места процесс $K \to B + \pi$.

2. В реакции (4) имеется возможность наблюдать „неестественную" пару μe. Появление такой „неестественной" пары очень типично для реакций с образованием B с помощью высокоэнергичного нейтрино.

Энергичные нейтрино получаются от распада на лету π-мезонов. Поскольку спектр нейтрино от распада пионов имеет вид ступеньки, простирающейся от нуля до некоторой максимальной энергии 0,42 E_π, то образующиеся нейтрино довольно мало энергичны, и для поисков B-мезонов особенно важно иметь синхрофазотроны максимально большой энергии.

Интенсивность пучков нейтрино, которые можно получить от ускорителей типа *CERN* или Брукхейвенского на расстоянии ~ 100 *м* от внутренней мишени, составляет $\sim 10^4$ на $см^2$ на импульс для нейтрино с энергией, большей чем 1 Бэв.

Если сравнить условия опыта с высокоэнергичными нейтрино от ускорителей с опытами с нейтрино от реакторов, то будет видно, что абсолютное число событий во втором случае на несколько порядков больше, чем в первом. С другой стороны, условия фона гораздо более благоприятны в опытах с нейтрино высоких энергий, особенно благодаря импульсному характеру работы ускорителей.

О состоянии поисковых опытов с нейтрино высоких энергий будет сказано несколько позже.

6. Являются ли ν_e и ν_μ тождественными частицами?

Совершенно неизвестно являются ли нейтрино, испущенное в β-распаде, и нейтрино, испущенное в $\pi-\mu$-распаде, тождественными. Мы определим электронное нейтрино (ν_e) и мюонное нейтрино (ν_μ) следующими реакциями:

$$e^- + p \to n + \nu_e,$$

$$\mu^- + p \to n + \nu_\mu,$$

оставляя открытым вопрос о тождественности ν_e и ν_μ, который может быть решен только на опыте.

Идея такого опыта напоминает идею опыта с Cl^{37}, о котором говорилось при рассмотрении вопроса о тождественности нейтрино и антинейтрино. Рассмотрим реакцию

$$\bar{\nu}_\mu + p \to e^+ + n.$$

Сечение этой реакции равно нулю, если $\nu_\mu \neq \nu_e$; если же $\nu_\mu \equiv \nu_e$, то можно рассчитать, чему оно будет равно. Для нейтрино с энергией 2 Бэв сечение

$$\sigma \approx (0{,}4 \div 0{,}8) \cdot 10^{-38}\ см^2.$$

В настоящее время для выяснения этого вопроса проводятся опыты в Брукхейвенской лаборатории. Ожидается определенный ответ на поставленный вопрос буквально в течение ближайших нескольких месяцев*.

Для обнаружения заряженных лептонов в реакции, вызванной нейтрино, используется большая искровая камера с железными пластинками толщиной примерно 0,5 *см* (0,5 единиц радиационной длины). Порядок величины общего веса используемого железа составляет 10 т. Ожидается одно событие в день на тонну вещества. Для уменьшения фона, который может быть связан с космическим излучением, удалось достичь длительности импульса от синхрофазотрона порядка 35 микросекунд. Кроме того, пучок имеет тонкую структуру: каждые 200 наносекунд получается плевок длительностью около 10 наносекунд. Таким образом, различие во времени пролета нейтрона и нейтрино в таких условиях позволяет значительно уменьшить нейтронный фон.

7. Имеется ли аномальное взаимодействие между ν_μ и N?

С теоретической точки зрения этот вопрос был обсужден Кобзаревым и Окунем (см. лекцию Кобзарева). Предположим, что имеется два типа нейтрино. Разные опыты, например опыт по определению $g-2$ для мюона, не исключают относительно сильного аномального (т. е. не электромагнитного) взаимодействия мюона.

Если выразить аномальное взаимодействие в терминах некоторого четырехфермионного взаимодействия с константой F, то максимальная величина F, совместимая с опытом по $g-2$, дается соотношением $F < \frac{10^{-1}}{M_N^2}$. Видно, что F_{max} на четыре порядка больше, чем константа слабого взаимодействия G.

Если аномальное взаимодействие испытывают и мюонное нейтрино, и нуклон, то, согласно идеям Окуня и Кобзарева, имеет смысл искать процесс рассеяния нейтрино на нуклоне ($\nu_\mu N$-рассеяние). Можно сделать вывод, что сечение $\nu_\mu N$-рассеяния при энергии 2 Бэв может достигать значения $10^{-31}\ см^2$.

Этот опыт представляет интерес с чисто феноменологической точки зрения, вне рамок работы Окуня и Кобзарева, так как нет никаких данных по νN-рассеянию, процессу, который никак не связан со слабым взаимодействием. Опыты такого типа находятся в стадии выполнения в ОИЯИ.

8. Имеется ли νe-взаимодействие?

На этот вопрос теория дает положительный ответ, но ясно, что имеется необходимость экспериментального исследования поставлен-

* Результаты этого эксперимента, опубликованные в Phys. Rev. Lett., 9, 36, июль 1962 г., подтвердили гипотезу о существовании двух типов нейтрино—ν_e и ν_μ.

ного вопроса. Разумеется, речь идет о νe-рассеянии первого порядка по константе слабого взаимодействия.

Эксперименты в принципе могут быть выполнены с нейтрино малой энергии (около 1 Мэв от реакторов).

Такой опыт в настоящее время планирует Райнс.

С другой стороны, думается, что эти эксперименты можно проводить и с нейтрино высоких энергий.

При постановке опытов с нейтрино малых энергий трудности в основном связаны с наличием фона. Райнс собирается сделать этот опыт при помощи нескольких сотен сцинтилляционных счетчиков NaI общим весом около двух тонн. Сечение рассеяния $e\nu$ по расчету равно $8 \cdot 10^{-42} E\ см^2$, где E—энергия нейтрино в Бэв.

Вместо реактора можно использовать моноэнергетические нейтрино от таких реакций, как

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu,$$
$$\mu^- + A \to \nu + A.$$

В первой реакции нейтрино имеет энергию 28 Мэв, а во второй реакции — около 100 Мэв. Ускорителем для этой цели может служить циклотрон с пространственной вариацией магнитного поля, который способен давать ток ускоренных протонов, близкий к миллиамперу. Использование моноэнергетических нейтрино дает возможность использовать кинематические особенности различных реакций для уменьшения фона.

Заключение

Опыты с нейтрино высоких энергий, по-видимому, в недалеком будущем способны будут разрешить некоторые фундаментальные вопросы физики слабых взаимодействий, а именно: вопрос о тождественности ν_e и ν_μ, вопрос о первичности четырехфермионного взаимодействия, вопрос о существовании аномального взаимодействия ν_μ, а также вопрос о существовании νe-взаимодействия первого порядка.

Существование νe-рассеяния важно не только для физики элементарных частиц, но имеет важные астрофизические следствия.

С. Г. МАТИНЯН

АСТРОФИЗИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФИЗИКИ НЕЙТРИНО

Еще в 1941 году Гамов и Шенберг [1] указали на существенную роль нейтрино в отводе энергии звезд, находящихся на последней стадии эволюции, когда их недра характеризуются высокими плотностями и температурами.

В этих условиях становится возможным процесс захвата электронов ядрами и последующий β-распад, в результате чего испускается нейтрино:

$$\begin{aligned} N_Z^A + e^- &\to N_{Z-1}^A + \nu, \\ N_{Z-1}^A &\to N_Z^A + e^- + \bar{\nu}. \end{aligned} \tag{1}$$

Хотя сечение этих процессов крайне мало ($\sim G^2$; G — константа слабого взаимодействия, равная $10^{-5}/M^2$, где M — масса протона) по сравнению с процессами, приводящими к образованию γ-квантов, тем не менее (и как раз по той же самой причине—малости сечений с участием нейтрино) энергия, уносимая нейтрино из звезды за счет процесса (1), может значительно превышать, при больших плотностях звездного вещества, энергию, уносимую фотонами. Иначе говоря, имеет место следующее соотношение между свободными пробегами нейтрино λ_ν и фотона λ_γ и линейными размерами звезды d

$$\lambda_\nu > d \gg \lambda_\gamma. \tag{2}$$

Таким образом, как только произойдет процесс типа (1), нейтрино беспрепятственно выйдет из недр звезды, в то время как фотоны могут излучаться только внешней оболочкой звезды $\left(\frac{\lambda_\nu}{\lambda_\gamma} \approx \right.$ $\left. \approx 10^{20}\right)$. Звездное вещество высокой плотности и температуры, будучи полностью поглощающим в отношении фотонов, остается прозрачным для нейтрино. Это обстоятельство и лежит в основе астрофизических приложений физики нейтрино.

Надо отметить, что в процессе (1) первая реакция обладает энергетическим порогом Q и мощность нейтринного излучения существенно зависит от наличия внутри звезд ядер с низким энергетическим порогом по отношению к процессу e^--захвата. Кроме того, надо,

чтобы были немалыми ядерные матричные элементы перехода для процессов (1). Эти обстоятельства в значительной мере, как мы увидим ниже, ограничивают роль процесса (1) в нейтринном отводе энергии звезд.

Большие успехи теории универсального слабого $V-A$-взаимодействия вновь возбудили интерес к нейтринному механизму потерь энергии звезд.

Как известно, универсальность слабого взаимодействия в полном смысле этого термина означает, что все слабые взаимодействия возникают от взаимодействия тока фермионов

$$J_\alpha = (\bar{p}n) + (\bar{\nu}e) + (\bar{\nu}\mu) + \cdots$$

с самим собой (здесь между символами частиц, обозначающими и их волновые функции, стоят операторы $\gamma_\alpha(1+\gamma_5)$). Следовательно, каждый член в выражении тока должен быть связан со всеми остальными и с самим собой.

В то время как связь отдельных членов тока с остальными соответствует наблюденным в лаборатории процессам, связь их с самим собой еще не обнаружена. В частности, неизвестно — имеет ли место рассеяние нейтрино на электронах в первом порядке по G, связанное с взаимодействием $(\bar{\nu}e)(\bar{e}\nu)$, или оно может идти только во втором порядке по G. Если реализуется первая возможность, т. е. имеет место прямое электрон-нейтринное взаимодействие

$$\frac{G}{\sqrt{2}}\,[\bar{e}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)\nu]\,[\bar{\nu}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)e], \qquad (3)$$

то, как отметил Б. М. Понтекорво [2], в электромагнитных процессах вместо испускания γ-кванта возможно испускание пары нейтрино-антинейтрино. Таким образом, мы получаем целое семейство электромагнитных процессов с участием нейтрино, о лабораторной проверке которых сегодня вряд ли может идти речь. Однако их существование может приводить, в соответствии с теми рассуждениями, которые были приведены в связи с процессом Гамова-Шенберга (1), к макроскопическим эффектам в астрофизике, представляя собой новый механизм отвода энергии звезд. Сечения этих процессов пропорциональны $\alpha^n G^2$ ($\alpha = 1/137$), где показатель n определяется спецификой соответствующего электромагнитного процесса.

В связи с большим астрофизическим значением подобных процессов за последние два года появился примерно десяток работ, связанных с исследованием таких процессов применительно к астрофизике.

Приведем исследованные процессы вместе с соответствующими диаграммами Фейнмана (крестик означает кулоновское поле ядра):

„Тормозное" испускание нейтринных пар электроном в поле ядра [2, 3] (рис. 1)

$$e^- + A \to e^- + A + \nu + \bar{\nu}. \qquad (4)$$

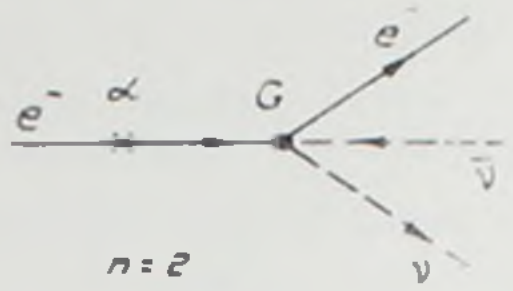


Рис. 1.

Рис. 2.

Рис. 3.

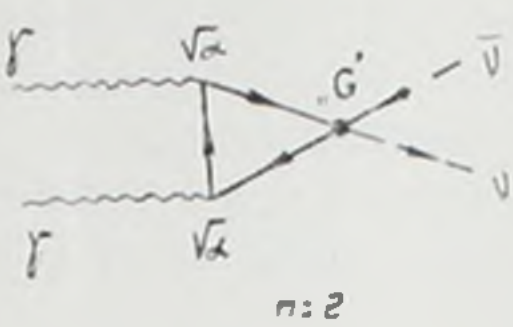


Рис. 4.

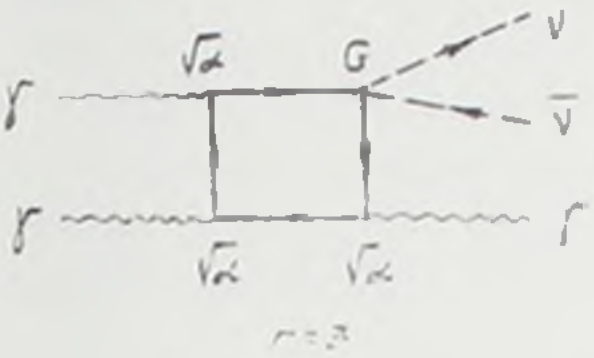


Рис. 5.

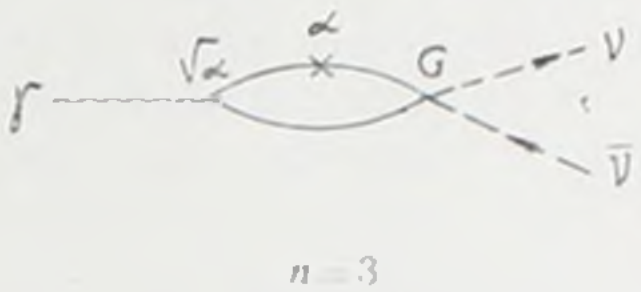


Рис. 6.

Фоторождение $\nu\bar{\nu}$ на электроне („нейтринный комптон-эффект на электроне") [4, 5, 6] (рис. 2)

$$\gamma + e \to e + \nu + \bar{\nu}. \tag{5}$$

Нейтринная аннигиляция электронно-позитронной пары[4, 6, 7, 8] (рис. 3)

$$e^- + e^+ \to \nu + \bar{\nu}. \tag{6}$$

Превращение двух фотонов в нейтринную пару [4, 9, 10] (рис. 4)

$$\gamma + \gamma \to \nu + \bar{\nu}. \tag{7}$$

Рождение пары $\nu\bar{\nu}$ при столкновении двух фотонов (рис. 5)

$$\gamma + \gamma \to \gamma + \nu + \bar{\nu}. \tag{8}$$

Расщепление γ-кванта на пару $\nu\bar{\nu}$ в кулоновском поле ядра (рис. 6)

$$\gamma + A \to A + \nu + \bar{\nu}. \tag{9}$$

Эффективность этих процессов применительно к звездным условиям определяется как величиной сечения σ и зависимости его от энергии, так и спектром начальных частиц в недрах звезд.

Так, например, хотя σ для процесса (6) не уменьшается, в отличие от остальных процессов, присутствием электромагнитных взаимодействий, не исключено, что процесс (8) будет с ним сравним, хотя его сечение содержит дополнительную малость $\sim \alpha^3$. Дело в том, что энергетический спектр фотонов сдвинут в сторону больших энергий по сравнению со спектром электронов при той же температуре. Поэтому процессы с γ-квантами в этом отношении выгоднее, чем процессы с электронами. При больших температурах плотность фотонов превышает плотность электронов и ядер. Кроме того, есть одно обстоятельство, которое связано с тем, что в звездных условиях элек-

тронный газ часто находится в вырожденном состоянии, в то время как для фотонов вырождения нет. При данной температуре вырождение, как показывает анализ, всегда уменьшает нейтринную светимость звезд, повышая светимость оптическую (фотонную). При этом вырождение требует особого рассмотрения.

Относительно процесса (7) следует отметить, что, как указал Гелл-Манн [9], в случае локального $(e\nu)(\nu e)$-взаимодействия эта реакция запрещена из-за инвариантности относительно зарядового сопряжения, невозможности частицы со спином единица распасться на два фотона из-за нулевой массы ν. Однако, если один из фотонов заменить кулоновским полем, то второй аргумент больше не действует и соответствующий процесс (9) имеет место, причем градиентная инвариантность обеспечивает конечность амплитуды процесса.

Что касается процесса (7), то он может идти, если в вершине „G" имеется нелокальность, обязанная, например, промежуточному векторному бозону [9, 10].

Прежде чем закончить это теоретическое рассмотрение характерных сторон рассматриваемых процессов, укажем, что процесс (8) еще не рассчитан как следует (хотя бы в достаточном для звезд нерелятивистском приближении); имеется только очень грубая оценка сечения этого процесса [4], показывающая, что этот эффект — один из существеннейших среди приведенных. Было бы желательно, если бы кто-нибудь просчитал его основательно. Зная сечение этих процессов, можно найти энергию q, уносимую нейтрино из 1 $см^3$ вещества в 1 *сек*, если задаться распределением частиц, участвующих в реакции. Для фотонов — это распределение Планка, для электронов — Максвелла, если не рассматривать вырождение, и Ферми-Дирака, если его надо учесть.

Приведем окончательное выражение мощности нейтринного излучения от кубического сантиметра вещества (в *эрг/сек. см*^{3}).

Процесс (4)

$$q_\nu = 2{,}75\cdot 10^{-10}\frac{\rho^2}{\nu\mu_e}\,T^{9}$$

(электроны не вырождены)

$$q_\nu = 0{,}82\cdot 10^{-7}\frac{\rho}{\nu}\,T^{6}\ln\left|\,4{,}51\cdot 10^{-5}\,\frac{m}{T}\left(\frac{\rho}{\mu_e}\right)^{2/3}\right]$$

(электроны вырождены).

Процесс (5)

$$q_\nu = 3{,}32\cdot 10^{-8}T^{5}\,\frac{\rho}{\mu_e}$$

(электроны не вырождены)

$$q_\nu = 1{,}5\cdot 10^{-7}T^{9}\left(\frac{\rho}{\mu_e}\right)^{5/3}$$

(электроны сильно вырождены).

Процесс (6)

$$q_\nu \approx 4 \cdot 10^{15} \left(\frac{T}{10^9} \right)^9$$

(электроны не вырождены)

$$q_\nu \approx 5 \cdot 10^{18} \left(\frac{T}{10^9} \right)^3 e^{-\frac{11{,}9 \cdot 10^9}{T}}$$

(электроны вырождены, $kT \ll mc^2$).

Процесс (7) (оценка)

$$q_\nu \approx 1{,}8 \cdot 10^{-8} T^8.$$

Процесс (9)

$$q_\nu = 3{,}4 \cdot 10^{-8} \frac{\rho}{\nu} T^6.$$

Во всех формулах T дано в Кэв; исключение сделано для q_ν в процессе (6), где удобнее T выражать в градусах Кельвина; ρ — плотность вещества в $г/см^3$, $\mu_e = \sum_i \frac{C_i Z_i}{A_i}$, $\nu = \sum_i \frac{C_i Z_i^2}{A_i}$, где C_i — весовая концентрация элемента с атомным весом A_i и зарядом Z_i.

Часто (особенно в астрофизических приложениях) пользуются вместо q мощностью излучения одного грамма вещества $\frac{1}{\rho} q$.

Каковы же реальные цифры?

Прежде всего, конечно, очевидно, что если в звезде интенсивно идут водородные реакции синтеза (т. е. звезда является „молодой"), то q, соответствующие этим процессам, будут в десятки миллионов раз выше нейтринных. Поэтому можно ставить вопрос о роли нейтринного излучения звезд только для последней стадии их эволюции, когда в звезде практически замедлены ядерные реакции. Известно, что эта стадия эволюции характеризуется высокими ρ и $T > 10^{9°} K$ в центре звезд.

Если взять, например, $T = 10^{9°} K$ и $\rho = 10^6$ $г/см^3$, то один грамм такого вещества в одну секунду выделяет через нейтрино от процесса $e^- + e^+ \to \nu + \bar{\nu}$ энергию, равную 10^7 *эрг*, — величину очень большую. Для сравнения приведем соответствующее значение для Солнца — $\lesssim 1$ *эрг/г сек*. Приведем соответствующие значения и для других процессов с испусканием нейтрино

$T = 10^9 K$,	$\rho = 10^3$.	$\gamma + e \to e + \nu + \bar{\nu}$,	$\frac{1}{\rho} q_\nu \approx 10^6$,
		$\gamma + \gamma \to \gamma + \nu + \bar{\nu}$,	$\approx 10^7$.
		$\gamma + A \to A + \nu + \bar{\nu}$,	$\approx 10^5$,
		$e + A \to e + \nu + \bar{\nu} + A$.	$\approx 8 \cdot 10^7$.

Исследование всех этих процессов можно подытожить следующим образом. Для не очень больших температур ($T < 10^{9°} K$) в широкой области температур и плотностей из всех этих процессов наиболее значительны процесс $\gamma + e \to e + \nu + \bar{\nu}$ и, по-видимому, если верна оценка и последующее точное рассмотрение подтвердит ее, процесс $\gamma + \gamma \to \gamma + \nu + \bar{\nu}$. Для больших температур наиболее эффективен процесс аннигиляции $e^+ + e^- \to \nu + \bar{\nu}$, приводящий при температуре $5 \cdot 10^{9°} K$ и $\rho = 6 \cdot 10^6$ к значению $\frac{1}{\rho} q_\nu = 1{,}5 \cdot 10^{13}$ *эрг/г сек*.

Прежде чем понять, в каком направлении работает нейтринный отвод энергии звезд, надо выяснить — в каком отношении находятся перечисленные выше процессы с β-процессами Гамова-Шенберга (*URCA*-процессы) и с механизмом фотонного отвода энергии звезд.

Как уже отмечалось, процесс Гамова-Шенберга существенно определяется наличием в звездах элементов с малыми Q и величиной матричных элементов β-переходов. Максимум вероятности этого процесса имеет место при $Q \sim 2T$, а при больших Q затухает как $e^{-Q/T}$.

Важнейшие изотопы, имеющиеся в звездах, с малыми Q ($\leqslant 300K$ *эв*) — это He^3, N^{14}, Cl^{35}, Sc^{45}, Ga^{72}, Ni^{60}. He^3 приводит к величине $\frac{1}{\rho} q$ для этого процесса, равной $6 \cdot 10^8$ *эрг/г сек* при $T \approx 6 \cdot 10^{8°} K$. Однако He^3 вряд ли имеется в количестве, достаточном, чтобы *URCA*-процесс мог конкурировать с рассмотренными нейтринными процессами. По той же причине малы $\frac{1}{\rho} q_\nu$ для *URCA*-процессов остальных элементов. Исключение составляет N^{14} — распространенный изотоп. Однако C^{14}, образующийся из него путем e^--захвата, имеет аномально-малый матричный элемент второго β-перехода, так что при температуре $6 \cdot 10^{8°} K$ и $\rho = 10^5$ процесс Гамова-Шенберга для N^{14} дает вклад в несколько процентов от вклада одного из наименее эффективного процесса с испусканием нейтрино: $e + A \to e + A + \nu + \bar{\nu}$[3].

Это рассмотрение показывает, что при существующих данных о распространенности эффекты, связанные с существованием прямого $e\nu$-взаимодействия, преобладают над механизмом Гамова-Шенберга. Несомненно, надо иметь более полные данные о распространенности тех или иных изотопов в звездах.

Сравним теперь нейтринную (L_ν) и фотонную (L_γ) светимость звезд. Для этого надо задаться распределением плотности ρ и температуры T в звезде как функциями радиуса вектора, причем можно ввести плотность ρ_c и температуру T_c в центре звезды в качестве независимых переменных. Светимость определится как интеграл от q по объему звезды: $L = \int q dV$. Если нет вырождения, то радиус R и масса M звезды выразятся через ρ_c и T_c вне зависимости от меха-

низма выделения энергии при ядерных реакциях и механизма потерь энергии.

Фотонная светимость L_γ определяется формулой Крамерса $L_\gamma = \text{const}\, T_c^8/\rho_c^{2,5}\mu^{0,5}$, где const можно найти для конкретной звездной модели численным интегрированием уравнений равновесия звезды. Есть две крайние модели: 1) модель с точечным источником, когда в звезде имеется конвективное ядро с малым радиусом $r = 0{,}169\,R$; 2) модель с однородным распределением энергии по всей звезде.

В случае, когда звезда, находясь на последней стадии эволюции, состоит из тяжелых элементов, больше подходит первая модель. В случае вырождения звезда в основном характеризуется постоянной температурой из-за высокой теплопроводности вырожденного электронного газа.

Как же относятся между собой L_ν и L_γ. Как показал В. И. Ритус [5], в области $\rho > 5\cdot 10^2$ и $T > 6\cdot 10^7\,^\circ K$ нейтринная светимость, обусловленная процессом $\gamma + e \to e + \nu + \bar{\nu}$, сравнивается с фотонной светимостью и затем превышает ее. Для других процессов L_ν сравнивается с L_γ при гораздо больших плотностях. Так, для процесса $e + A \to A + e + \nu + \bar{\nu}$ $\dfrac{L_\nu}{L_\gamma} = 1$ при $\rho = 10^5$ и $T = 1{,}2\cdot 10^8\,^\circ K$; для процесса $\gamma + A \to A + \nu + \bar{\nu}$ $\dfrac{L_\nu}{L_\gamma} = 1$ при $\rho = 10^5$, $T = 3\cdot 10^8\,^\circ K$.

Наиболее широкая область ρ и T (для не очень высоких температур $kT < mc^2$), где $L_\nu > L_\gamma$, имеется для процесса фоторождения нейтринных пар на электроне.

Когда $kT \approx mc^2$ ($T \approx 6\cdot 10^9\,^\circ K$), вступает в силу очень мощный механизм нейтринного излучения $e^- + e^+ \to \nu + \bar{\nu}$. В этих условиях пары находятся в равновесии с излучением, ибо время релаксации для установления равновесия между излучением и парами $< 10^{-11}$ *сек*. Величина плотности пар может быть оценена из чисто статистических соображений (Ландау, Лифшиц, „Статистическая физика“) и при $kT \approx mc^2$ равна $m^3c^3/h^3 \approx 10^{30}$. Темп выделения энергии одним граммом вещества нетрудно подсчитать:

$$\frac{1}{\rho} q \approx \frac{1}{\rho} n^2 \sigma_{ee\ldots\nu\nu} c\, mc^2 \approx \frac{1}{\rho}\, 10^{19}\, \frac{эрг}{г\cdot сек}.$$

Тепловая энергия, содержащаяся в одном грамме материи при $kT \approx mc^2$, равна 10^{19} *эрг/г*.

Следовательно, время τ для охлаждения звезды, связанное с этим процессом, оказывается равным $\tau \approx \rho$ (*сек*). Для $\rho = 10^7$, $\tau = 1$ год, так что это время очень мало в шкале звездной эволюции ($\gtrsim 10^9$ лет). Эти цифры показывают, что все нейтринные процессы не могут изменить равновесия между материей и излучением. Поэтому нейтринные процессы не меняют температуру звезд. В каком же направлении влияет излучение нейтрино? Чтобы это понять, рассмотрим звезду

при больших температурах $T > 10^9\ ^\circ K$. При этом ядерная энергия выделяется уже мало (она берется за счет синтеза $Si^{28} \rightarrow Fe^{56}$) и энергия в звезде выделяется в основном за счет гравитационного сжатия. За счет чего уносится тепловая энергия звезды? — Только за счет нейтрино, ибо при такой температуре ($T > 10^9\ ^\circ K$, $\rho > 10^6$) $L_\nu > 10^6 L_\odot$ $\left(L_\odot$ — светимость Солнца, равная $3{,}78 \cdot 10^{33}\ \frac{эрг}{сек}\right)$, тогда как, насколько нам известно, до сих пор не найдено стабильных звезд с $L_\gamma > 10^5 L_\odot$ (взрывы Новых и Сверхновых звезд длятся короткое время). Таким образом, при $T \gtrsim 10^9\ ^\circ K$ оптическая светимость звезд гораздо меньше, чем нейтринная $\left($уже при $T = 5 \cdot 10^9\ ^\circ K$ $\frac{L_\nu}{L_\gamma} = 10^{13}$ для процесса $e^- + e^+ \rightarrow \nu + \bar{\nu}\right)$.

По теореме вириала гравитационная энергия равна со знаком минус удвоенной тепловой энергии, что, другими словами, означает, что звезда может эволюционировать только излучая энергию. Таким образом, на поздних стадиях ($T > 10^9\ ^\circ K$) эволюция звезд определяется только ν-процессами. Нейтринный отвод энергии обеспечивает дальнейшее сжатие (без взрыва) звезд, стабилизируя, таким образом, звезды, ибо температура звезды повышается не так сильно, как это требуется для обеспечения последних звеньев цикла $p \rightarrow He^4 \rightarrow C^{12} \rightarrow \rightarrow \cdots \rightarrow Si^{28} \rightarrow Fe^{56}$, приводящих к образованию ядра звезды из железа.

Можно показать [11], что если нет препятствий для развития этого цикла, то на самой последней его стадии температура звезды очень резко возрастает (это рассуждение применимо для массы звезды, большей, чем несколько десятых от массы Солнца $M_\odot$), ядро оказывается нестабильным и происходит взрыв (коллапс) — образуется Сверхновая. Однако взрывы Сверхновых относительно редки, не все звезды становятся Сверхновыми. Это можно понять, если считать, что на какой-то стадии синтез элементов прекращается прежде, чем образуется железное ядро звезды, — звезда спокойно становится „Белым карликом", не проходя стадии взрыва Сверхновой.

Существенно в этом рассуждении, что, как показано в [11], гравитационное сжатие достаточно для обеспечения всех этапов ядерного синтеза (если масса звезды не очень велика), если только не вступают в силу какие-то новые механизмы потерь энергии. Таким процессом, прерывающим последовательность ядерного синтеза, является нейтринный отвод энергии звезд. Не нарушая теплового равновесия звезды, нейтринный отвод обеспечивает сжатие звезды без значительного повышения температуры, приводящего к взрыву Сверхновой.

Скажем несколько слов о наибольших светимостях звезд. Как мы видим, нейтринная светимость звезд очень резко зависит от их тем-

пературы. Во время вспышки Новой нейтринный поток вряд ли увеличится существенно, ибо энергия, выделяющаяся во время вспышки Новой порядка 10^{45} *эрг*, что составляет $\sim 10^{-4}$ от всей тепловой энергии звезды. Поэтому температура звезды, а следовательно, и нейтринная светимость во время вспышки Новой повысится незначительно.

При взрывах Сверхновых выделяющаяся энергия $\sim 10^{50}$ *эрг*, что сравнимо с тепловой энергией звезды. При этом звезда массы $\sim 2\cdot 10^{33}$ *г* ($\approx M_\odot$) нагреется примерно до 50—100 Кэв ($6\cdot 10^8$—$1{,}2\cdot 10^9$ °*K*).

При таких температурах мощность фотонейтринного излучения ($\gamma + e \to e + \nu + \bar{\nu}$), выделяемая 1 *г*, порядка $10^6 \frac{эрг}{г\,сек}$ и $L_\nu \sim 10^{41} \frac{эрг}{сек}$, что сравнимо с обычной светимостью Сверхновых ($10^8 L_\odot$). Если вспышка длится 50—100 дней, то нейтрино унесут примерно 10^{48} *эрг*, что составляет сотую часть всей выделившейся энергии. Таким образом, хотя L_ν во время вспышки колоссально, тем не менее в энергетическом балансе Сверхновых ν-процессы (которые, следуя Чью [11], можно назвать еще P-процессами — по имени Б. Понтекорво, впервые предложившего их) не играют той роли, которую они могут играть в звездах с малой фотосветимостью L_γ, эволюционирующих в Белые карлики.

Из предыдущего ясно, что ν-процессы существенно ускоряют эволюцию звездного ядра.

Известно, что время существования звезд с высокой фотонной светимостью мало по сравнению с возрастом Галактики. Это „молодые звезды".

С другой стороны, у звезд с малой светимостью L_γ очень сильно увеличен эволюционный масштаб времени, иногда значительно превосходящий возраст звезд, вытекающий из общих космологических соображений, если принять за основу эволюции звезды процесс выгорания водорода [12]. В связи с этим надо указать, что привлечение нейтринной светимости к рассмотрению возраста белых карликов, по-видимому, должно привести к уменьшению их эволюционного масштаба времени.

В этой же связи можно поставить вопрос о первоначальном содержании водорода в тех Белых карликах, которые не прошли этапа взрыва Новой, а являются конечными продуктами эволюции целой звезды, в которой истощились источники ядерной энергии и энергия выделяется за счет сжатия.

При малых количествах излучаемой на единицу массы энергии и конечной шкале времени Белые карлики смогли бы израсходовать свой водород только при условии малости его первоначального запаса. Вопрос о нейтринной светимости подобных звезд, по-видимому, изменит представление о малости их водородосодержания.

Как бы, однако, заманчивы ни были эти соображения, надо иметь в виду, что вопрос о большой величине нейтринной светимости звезд

связан с еще не решенным вопросом — есть или нет в природе прямое *ev*-взаимодействие первого порядка по G.

Быть может, детальный анализ всех следствий гипотезы о прямом *ev*-взаимодействии применительно к звездным условиям послужит косвенным средством выяснения вопроса о существовании этого явления микромира.

ЛИТЕРАТУРА

1. *G. Gamow, M. Schönberg*, Phys. Rev., **59**, 539 (1941).
2. *Б. М. Понтекорво*, ЖЭТФ, **36**, 1615 (1959).
3. *Г. М. Гандельман, В. С. Пинаев*, ЖЭТФ, **37**, 1072 (1959).
4. *H. Y. Chiu, P. Morrison*, Phys. Rev. Lett., **5**, 573 (1960).
5. *В. И. Ритус*, ЖЭТФ, **41**, 1285 (1961).
6. *H. Y. Chiu*, Annals of Phys., **16**, 1 (1961).
7. *H. Y. Chiu*, Phys. Rev., **123**, 1040 (1961).
8. *H. Y. Chiu, R. Stabler*, Phys. Rev., **122**, 1317 (1961).
9. *M. Gell-Mann*, Phys. Rev. Lett., **6**, 70 (1961).
10. *С. Г. Матинян, Н. Н. Цилосани*, ЖЭТФ, **41**, 1681 (1961).
11. *H. Y. Chiu*, Annals of Phys., **15**, 1 (1961).
12. *Д. А. Франк-Каменецкий*, „Физические процессы внутри звезд", Физматгиз (1959).

В. М. ХАРИТОНОВ

НЕКОТОРЫЕ КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ФИЗИКИ НЕЙТРИНО

На настоящей стадии развития известной нам части Вселенной не видно процессов, в которых могли бы эффективно поглощаться нейтрино, непрерывно образующиеся в звездах и других источниках. С другой стороны, чрезвычайно слабое взаимодействие нейтрино с веществом и полная прозрачность видимой части Вселенной для нейтрино позволяет предполагать, что имеющиеся в свободном пространстве потоки нейтрино и антинейтрино несут информацию о самой начальной стадии развития видимой части Вселенной и о чрезвычайно отдаленных ее областях. Сечение взаимодействия медленных антинейтрино в реакции $p + \bar{\nu} \to n + e^+$ составляет $\sim 10^{-43}$ $см^2$. При средней плотности межгалактического вещества $\sim 10^{-5}$ протон/$см^3$ получим длину свободного пробега антинейтрино $\sim 10^{18}$ $см = 10^{30}$ световых лет (видимая часть Вселенной не превышает 10^{10} лет).

Основным вопросом космологии является вопрос о начальной стадии развития нашей Вселенной и о ее дальнейшей судьбе.

Твердо установленным экспериментальным фактом современного состояния Вселенной является так называемое „красное смещение", которое может быть интерпретировано двояко. С одной стороны, можно считать, что красное смещение является следствием расширения Вселенной; с другой, что фотоны, по мере своего распространения „стареют" так, что их энергия уменьшается пропорционально времени их существования. Обычно принимается первая интерпретация, вытекающая также из общей теории относительности, хотя возможно, что имеют место оба фактора одновременно.

По общей теории относительности, в рамках однородной модели Фридмана, ход дальнейшего развития Вселенной зависит от средней плотности вещества в пространстве. Существенное значение имеет понятие критической плотности ρ_0. Если средняя плотность вещества во Вселенной $\rho_{ср} < \rho_0$, то Вселенная должна расширяться неограниченно долго (так называемая „открытая модель"); если $\rho_{ср} > \rho_0$, то Вселенная к некоторому моменту перестанет расширяться, а затем начнет сжиматься („закрытая модель").

При наблюдающемся в нашу эпоху значении гравитационной постоянной величина $\rho_0 \approx 2 \cdot 10^{-29}$ *г/см*^{3}. Наблюдаемое значение $\rho_{ср} \approx \approx 10^{-29}$ *г/см*^{3} близко к ρ_0 и наблюдательные данные не позволяют пока исключить ни открытую, ни закрытую модель. Отсюда появляются гипотезы „расширяющейся Вселенной" и „пульсирующей Вселенной" (расширение—сжатие—переход через состояние, в котором современные уравнения общей теории относительности неприемлемы—снова состояние расширения и т. д.). Некоторыми авторами выдвигаются также гипотезы" стационарной Вселенной", в которой Вселенная непрерывно расширяется в смысле увеличения ее общего объема и количества вещества в ней, тогда как средняя плотность вещества остается без изменения—на смену умирающим звездам и галактикам приходят новые звезды и галактики. Само собой разумеется, что детали механизма порождения галактик остаются в области фантазии.

Необходимо здесь сделать следующее замечание. Вывод о всеобщем расширении Вселенной (по крайней мере—ее видимой части) является экспериментальным фактом, если только красное смещение интерпретировать как „убегание галактик". Переход к всеобщему сжатию Вселенной при $\rho_{ср} > \rho_0$ в „закрытой модели" получается только в так называемой модели Фридмана, в которой предполагается однородное и изотропное распределение вещества во Вселенной. В действительности, распределение вещества далеко не однородно и возможно неизотропно. Неясно, сохраняются ли в этом случае выводы модели Фридмана при $\rho_{ср} > \rho_0$: будет ли при этом сжиматься вся Вселенная одновременно, или же особые состояния, в смысле чрезвычайно большой плотности вещества, при которых неприменимы уравнения общей теории относительности, будут наступать в различных частях Вселенной неодновременно, или же, наконец, таких состояний вообще не будет. В недавней работе Лифшица, Халатникова и Судакова, по-видимому, показано, что таких состояний („особых точек") вообще не будет.

Вернемся теперь к роли нейтрино в развитии Вселенной.

Если по уравнениям общей теории относительности экстраполировать в прошлое наблюдаемое сейчас расширение Вселенной, то мы придем к заключению, что примерно 10 миллиардов лет назад все вещество видимой части Вселенной находилось в чрезвычайно малой области пространства. Анализ ряда других данных (движения галактик и звезд, звездных подсистем и т. п.) также приводит к заключению, что с момента зарождения этих объектов, примерно в том виде, в каком мы их сейчас наблюдаем, прошло около $6 \div 10 \cdot 10^9$ лет (заметим, что возраст планетарной системы Солнца и возраст Земли оказываются примерно того же порядка—по совокупности данных возраст Земли $\sim 5 \div 6 \cdot 10^9$ лет).

Из чего образовалось 10 миллиардов лет назад известное нам сейчас вещество Вселенной, в каком состоянии находилось оно до этого?

Одна из гипотез, имеющая прямое отношение к нашей теме, была предложена недавно Понтекорво и Смородинским [2]. По гипотезе Понтекорво и Смородинского, видимое нами вещество возникло в результате флуктуаций на плотном фоне энергичных („ультрарелятивистских") нейтрино и антинейтрино, существовавшем до появления нашей Вселенной. Флуктуационная гипотеза не является новой. Она выдвигалась еще во времена Больтцмана. Однако для всех предыдущих флуктуационных гипотез не хватало одного—„фона", на котором произошла флуктуация. Вероятность флуктуации тем больше, чем меньше ее относительная величина. Вероятность такой флуктуации, когда весь фон сфлуктуировал бы, исчезающе мала. Между тем, в видимой части Вселенной нигде не наблюдается остатков такого „фона". Тем не менее, более „естественные" гипотезы всегда желательны. Примем теперь гипотезу Понтекорво и Смородинского и сосредоточим наше внимание на нейтринно-антинейтринном „прафоне", плотность энергии которого в свое время (скажем, 10 миллиардов лет назад) должна была быть на много порядков выше плотности „обычного" вещества. Под „обычным" веществом мы подразумеваем вещество, состоящее из частиц с массами покоя, не равными нулю; масса покоя нейтрино равна нулю, так что в смысле их скорости нейтрино, так же как и фотоны, всегда ультрарелятивистские—их скорость всегда равна скорости света. Ниже мы увидим, что это обстоятельство чрезвычайно существенно для гипотезы Понтекорво и Смородинского. Под термином „ультрарелятивистские" нейтрино—мы подразумеваем, что их энергия много больше энергии покоя нуклонов. Имеется ли сейчас такой „фон" нейтрино и антинейтрино? Прямые экспериментальные данные, которые мы рассмотрим ниже, не дают возможности ответить на этот вопрос с полной определенностью, особенно относительно нейтрино с очень малой энергией. Однако есть одно соображение, указанное Зельдовичем, которое позволяет предполагать, что плотность энергии нейтринно-антинейтринного фона не может быть намного больше средней плотности „обычного" вещества. Мы видели, что плотность „обычного" вещества по наблюдательным данным близка к ρ_0. Если бы плотность энергии нейтринно-антинейтринного фона была велика по сравнению с плотностью „обычного" вещества, то $\rho_{ср}$, в которое следует включать и плотность энергии $\nu-\bar{\nu}$-фона, была бы много больше ρ_0. Тогда, экстраполируя в прошлое наблюдаемое сейчас расширение Вселенной, мы получили бы возраст Вселенной много меньше тех 6 ÷ 10 миллиардов лет, которые необходимы для образования существующего в настоящее время состояния звездных систем, подсистем, планетных систем, планет и т. п., т. е. пришли бы к решительному противоречию с большой совокупностью фактических данных. Следовательно, плотность энергии $\nu-\bar{\nu}$-фона сейчас не может быть существенно больше ρ_0. Казалось бы, мы приходим к противоречию с гипотезой Понтекорво и Смородинского (обычному для

флуктуационных гипотез). Это противоречие было разрешено Понтекорво и Смородинским следующим образом.

Красное смещение, которое соответствует расширению Вселенной, приводит не только к уменьшению энергии фотонов, но и к такому же уменьшению импульса всех частиц. Для релятивистских частиц полная энергия пропорциональна импульсу, и, следовательно, красное смещение приводит к деградации энергии всех релятивистских частиц пропорционально времени их существования (радиусу Вселенной). Энергия же покоя нерелятивистских частиц остается без изменений. В результате, при расширении Вселенной плотность энергии фона должна убывать по отношению к плотности энергии „тяжелых" (нерелятивистских) частиц пропорционально радиусу Вселенной.

Развитые Понтекорво и Смородинским представления позволяют сделать некоторые оценки плотности $\nu - \nu$-фона в момент флуктуации и средней энергии соответствующих нейтрино и антинейтрино в наше время. Такая оценка была сделана в работе [5]. Для степени расширения Вселенной k с момента флуктуации получается выражение

$$k \approx (E_0/E_k)^{1/2},$$

где E_0 — плотность полной энергии видимого вещества, а E_k — плотность кинетической энергии этого вещества, которая „сохранилась" с момента его образования. Если принять для последней величины в качестве верхней оценки среднюю кинетическую энергию межгалактического вещества, то в качестве нижней оценки для k получим величину порядка $3 \cdot 10^6$. Отсюда сразу же получается, что поскольку плотность энергии $\nu - \nu$-поля E_ν в наше время не может превышать плотность полной энергии (включая массу покоя) „обычного" вещества в наше же время, то в момент флуктуации E_ν превышало плотность энергии появившегося в результате флуктуации вещества не более чем k раз. Средняя энергия оставшихся от $\nu - \nu$-фона „реликтовых" нейтрино получается порядка $10^9/k$ эв, или не более 300 эв, а их поток меньше $3 \cdot 10^5\ k$ частиц/$см^2$ $сек$.

Никаким экспериментальным данным эти величины не противоречат.

Перейдем теперь к судьбе нейтрино, образующихся в „звездной" стадии развития Вселенной.

В работе [1] рассмотрена интенсивность генерации нейтрино в звездах. При этом посредством нейтрино с энергиями в несколько Мэв должно излучаться примерно столько же энергии, сколько в форме видимого света. Так, например, Солнце является источником нейтрино с интенсивностью $\sim 2{,}2 \cdot 10^{38}$ нейтрино в секунду, что составляет на земле поток $\sim 10^{11}$ нейтрино на 1 $см^2$ в секунду. В лекции Матиняна показано, что при некоторых условиях нейтринная светимость звезд может быть во много раз больше их фотонной светимости. Звезды ан-

тимиров, если таковые существуют (по флуктуационной гипотезе Понтекорво и Смородинского антимиры должны быть), должны давать столь же интенсивные потоки антинейтрино.

Источником нейтрино и антинейтрино больших энергий должны служить ядерные взаимодействия космических лучей с частицами межзвездной среды. Образующиеся в таких взаимодействиях нестабильные частицы (мезоны, гипероны) распадаются с испусканием, в конечном счете, быстрых нейтрино и антинейтрино. Соответствующие потоки были вычислены в [1]. Дополнительный вклад может появиться также от взаимодействий межгалактических космических лучей с межгалактическим веществом.

Количество нейтрино и антинейтрино, которые могли бы образоваться описанными выше способами за 10 миллиардов лет существования нашей Вселенной, невелико. Однако совсем другая картина получится в случае некоторых моделей „стационарной" Вселенной. Здесь непрерывная „инжекция" нейтрино и антинейтрино должна привести к их накоплению. В масштабах времени $10^{15} \div 10^{20}$ лет мы должны были бы прийти к ощутимым потокам. Здесь уместно было бы отметить указанную Вайнбергом [4] связь с так называемым парадоксом Ольберса. Парадокс Ольберса, установленный еще в прошлом веке, состоит в том, что в неизменной, однородной, бесконечной и бесконечно существующей эвклидовой Вселенной плотность светового потока в любой точке должна быть бесконечна: в самом деле, интенсивность света, приходящего в данную точку от удаленной звезды, обратно пропорциональна квадрату расстояния, а число звезд в слое от R до $R + dR$ растет как R^2. Следовательно, полный поток, приходящий из слоя с радиусом R, не зависит от величины R и, после интегрирования по R до $R \to \infty$, получим расходящуюся величину.

Два обстоятельства, по меньшей мере, ликвидируют парадокс Ольберса для света: во-первых, поглощение в межзвездной и межгалактической среде, и, во-вторых, красное смещение. Деградация энергии фотонов с расстоянием, наряду даже с незначительным поглощением, приводит к сходимости соответствующего интеграла. Неоднородная структура Вселенной дает дополнительные факторы.

Красное смещение должно действовать в полную силу и на нейтрино, так как их масса покоя, так же как и в случае фотонов, равна нулю. Если плотность энергии нейтринного поля достаточно велика, то убыль этой энергии вследствие красного смещения может сравняться с ее увеличением в результате инжекции нейтрино из звезд и ядерных взаимодействий космических лучей. После этого плотность энергии нейтрино и антинейтрино увеличиваться уже не будет, хотя их число (на единицу объема) будет продолжать расти за счет увеличения числа нейтрино с исчезающе малой энергией. Соответствующие предельные плотности энергии были рассчитаны в [5] и равны $10^{-6} \div 10^{-5}$ Мэв/$см^3$ для нейтрино от звезд и $2 \cdot 10^{-3} \div 10^{-4}$ Мэв/$см^3$ для нейтрино от ядерных расщеплений, вызываемых галактическим косми-

ческим излучением. Средние энергии соответствующих нейтрино в наше время во много раз меньше, чем в момент генерации, составляя 1 ÷ 100 эв. для звездных нейтрино и $10^2 \div 10^4$ эв для нейтрино, генерированных космическими лучами.

Таким образом, если учесть красное смещение, то гипотеза стационарной Вселенной, казалось бы, не противоречит требованиям нейтринной физики—нейтрино все время накапливаются, их плотность неограниченно растет за счет нейтрино исчезающе малых энергий, а плотность их энергии не превышает предельных значений, написанных выше. Зарегистрировать такие нейтрино было бы очень трудно.

До сих пор физика нейтрино в нашем изложении ничем не отличалась от физики фотонов, за исключением меньшего сечения взаимодействия. Вайнберг впервые указал, что отсутствие парадокса Ольберса для нейтрино в смысле плотности энергии не снимает соответствующего парадокса в смысле числа частиц. Для нейтрино сколь угодно малых энергий возможна реакция индуцированного распада свободного нейтрона $\nu + n \to p + e^-$. Эта реакция отличается от обычной реакции радиоактивного распада нейтрона $n \to p + e^- + \tilde{\nu}$ тем, что энергия электронов всегда будет лежать выше границы бета-спектра распада нейтрона на величину энергии нейтрино. Следовательно, если бы были очень интенсивные потоки сколь угодно малоэнергичных нейтрино, то β-спектр распада свободного нейтрона у границы выглядел бы так, как показано на рис. 1. Из отсутствия каких-либо аномалий на конце β-спектров Вайнберг заключает, что поток малоэнергичных нейтрино в окрестности Земли, по крайней мере, менее 10^{12} частиц на 1 *см*^{2} в 1 *сек* [4]. К этому же вопросу можно подойти и с другой стороны. В отличие от фотона нейтрино обладает полуцелым спином. Это значит, что мы не можем „впихнуть" в данный фазовый объем сколь угодно нейтрино. Найдем число нейтрино (или антинейтрино) с энергиями до 1 Мэв, которые могут уместиться в 1 *см*^{3}. Это число

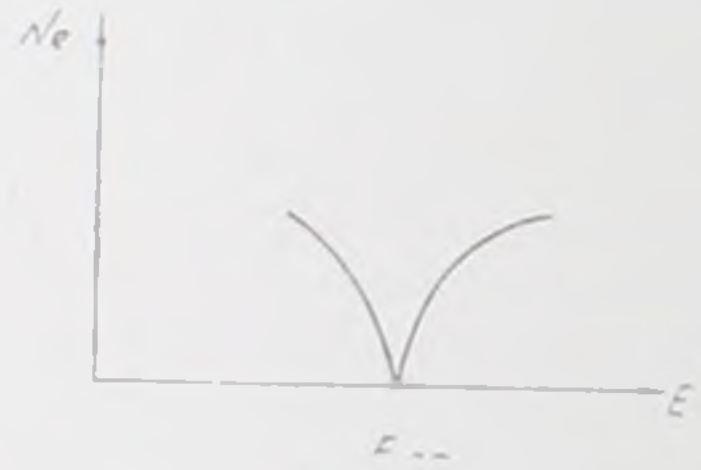


Рис. 1.

$$n_0 = (1\ \text{Мэв})^3 / (2\pi\hbar)^3 = 5 \cdot 10^{30}\ \text{частиц}/см^3,$$

что соответствует потоку $1{,}5 \cdot 10^{11}$ частиц/*см*^{2} *сек*. Средняя энергия таких нейтрино составит $^3/_4\ E_{max}$, или 0,75 Мэв, а плотность энергии $4 \cdot 10^{29}$ Мэв/*см*^{3}. Если принять, что все уровни заполнены, а плотность энергии равна ρ_0 (10^{-2} Мэв/*см*^{3}), то максимальная энергия нейтрино составит всего $\sim 10^{-2}$ эв.

Таким образом, оказывается, что энергия нейтрино не может деградировать из-за красного смещения до бесконечности. Это обстоятельство может оказаться неустранимым противоречием для некоторых „стационарных моделей" Вселенной, если только не постулировать существование эффективных стоков нейтрино и антинейтрино (та-

кими стоками могут служить достаточно большие сгустки вещества с ядерной плотностью [1]).

Необходимо сделать некоторые замечания и относительно „пульсирующих моделей". Такие модели Вселенной могут быть двух типов: вся Вселенная пульсирует как единое целое, или же отдельные части ее пульсируют независимо от других.

В первом случае Вселенная обязательно должна проходить через стадии эффективного поглощения нейтрино и антинейтрино [1,4]. Во втором случае ситуация может оказаться более сложной, так как помимо эффективного поглощения нейтрино и антинейтрино в сжатой части Вселенной надо избежать диффузии нейтрино из той части Вселенной, где их плотность будет очень высока, в соседние несжатые области с малой плотностью. В противном случае по-прежнему будет происходить накопление нейтрино со временем, хотя и в более замедленном темпе.

В заключение нашей лекции рассмотрим экспериментальные оценки плотности потока энергии нейтрино E_ν в окрестностях Земли. Прямых экспериментов для определения E_ν пока не сделано, но некоторые выводы можно сделать из экспериментов, поставленных с другими целями [2] и по некоторым косвенным данным [1].

В опыте Райнса и Коуна определялось сечение реакции $\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+$ для антинейтрино, генерируемых в ядерном реакторе.

Если весь эффект (фон), который наблюдался при выключенном реакторе, приписать космическим антинейтрино, то их поток не должен превышать 10^{13} *см*$^{-2}$ *сек*$^{-1}$, а плотность энергии должна быть не выше 10^3 Мэв/*см*^{3}, что на пять порядков выше ρ_0 (в опыте Райнса и Коуна могли регистрироваться антинейтрино с энергией порядка 3÷10 Мэв). Поскольку мы уже знаем, что E_ν не может существенно превосходить ρ_0, опыт Райнеса и Коуна не дает нам в этом отношении ничего нового.

Опыт Дэвиса был поставлен с целью зарегистрировать поток нейтрино от Солнца с помощью реакции $\nu + Cl^{37} \rightarrow Ar^{37} + e$. Определенных результатов получено не было, так как чувствительность метода оказалась недостаточной. Поскольку поток солнечных нейтрино соответствует плотности энергии ~ 10 Мэв/*см*$^3 = 10^3\ \rho_0$, опыт Дэвиса также не дает существенно новых данных.

Следующую оценку можно получить из опытов Джорджа и Эванса, выполненных под землей на глубине 6000 *г*/*см*^{2} с помощью фотоэмульсий. Джордж и Эванс нашли, что число μ-мезонов, приходящих из нижней полусферы и останавливающихся в эмульсии, порядка 10^{-8} *сек*$^{-1}$ *см*$^{-3}$. Отсюда получается максимальная оценка величины E_ν для нейтрино с энергией около Бэв: $E_\nu \leqslant 0{,}1$ Мэв/*см*^{2} [2]. Эта граница уже близка к ρ_0. Еще более низкая предельная оценка должна получиться из опытов Миезовича, Туркевича и Массальского, выполненных с помощью счетчиков на глубине 10^5 *г*/*см*^{2}. Оценка по-

казывает, что в специально поставленном эксперименте можно детектировать потоки нейтрино или антинейтрино с энергией от ~ 10 Мэв до нескольких Бэв, соответствующие плотности энергии $E_\nu \sim (10^{-2} \div 10^{-4})$ g_0 [1—3].

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. М. Харитонов*, ДАН СССР, **141**, 66 (1961).
2. *Б. Понтекорво, Я. Смородинский*, ЖЭТФ, **41**, 239 (1961).
3. *В. М. Харитонов*, Изв. АН СССР, сер. физич., **26**, 742 (1962).
4. *S. Weinberg*. Neutrino problem in cosmology: report ИСRL 9855 september 1961.
5. *В. М. Харитонов*. О деградации звездных и космических нейтрино, ДАН СССР (в печати).

РАЗДЕЛ III

ЭКСПЕРИМЕНТЫ ВО ВСТРЕЧНЫХ ПУЧКАХ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Под редакцией
проф. *В. Б. Берестецкого* (ответ. редактор),
В. М. Арутюняна

С. А. ХЕЙФЕЦ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ СТОЛКНОВЕНИЙ ВО ВСТРЕЧНЫХ ПУЧКАХ

1. Физические соображения

Исследования взаимодействий элементарных частиц друг с другом до настоящего времени проводились всегда таким образом, что одна из частиц до столкновения практически покоилась в лабораторной системе координат (лабораторная система). В этом случае часть энергии сталкивающих частиц, связанная с движением их центра инерции, не используется в реакции. Энергия частицы в системе центра инерции (ц-система) равна (при $E \gg m$)

$$E_0 = \sqrt{\frac{mE}{2}}, \tag{1.1}$$

где E—энергия налетающей частицы в лабораторной системе, m — масса покоя частицы-мишени. Отсюда видно, что при высоких энергиях E налетающей частицы в столкновениях с легкой частицей используется лишь ничтожная часть ее энергии. Так при столкновении электрона с энергией $E = 6$ Бэв с покоящимся электроном E_0 составляет всего ~ 40 Мэв.

В настоящее время появилась реальная возможность исследовать процессы столкновения, в которых обе взаимодействующие частицы движутся в лабораторной системе навстречу друг другу.

Если при этом их импульсы равны по величине, то лаботорная система совпадает с ц-системой и вся энергия частиц используется в реакции: $E = E_0$. Для получения в ц-системе энергии E_0, скажем 1,5 Бэва, при столкновении с покоящимся электроном второй электрон необходимо ускорить до энергии

$$E = \frac{2E_0^2}{m}, \tag{1.2}$$

откуда $E \simeq 9 \cdot 10^4$ Бэв.

Такую энергию невозможно, по крайней мере пока, получить на ускорителе. Поэтому эксперимент со сталкивающимися пучками электронов является в настоящее время единственной возможностью для исследования процессов столкновений легких частиц с передачей импульса порядка 1 Бэв/с и выше.

Что касается столкновения нуклонов друг с другом, то из формул (1.1) или (1.2) видно, что ощутимый выигрыш в энергии от совмещения лабораторной и ц-систем получается лишь при энергии $E \gg m$, т. е. при $E \gg 1$ Бэва.

Рассмотрим коротко процессы, происходящие при столкновении электронов с электронами и электронов с позитронами при высоких энергиях. При этом мы не будем касаться вопросов сравнения теоретических формул с ожидаемыми результатами экспериментов; нас сейчас будут интересовать только величины сечений процессов, а также их зависимость от энергий и углов.

Рассмотрим, например, упругое рассеяние электрона на электроне. В табл. 1 приведены значения сечения упругого рассеяния для различных энергий и углов разлета электронов θ, вычисленных без радиационных поправок и возможных формфакторов.

Таблица 1

Дифференциальное сечение упругого рассеяния электрона на электроне $d\sigma/d\Omega$ при различных энергиях E_0 налетающих частиц и углах рассеяния θ.

E_0 Мэв \ θ	10°	30°	60°	90°
500	$3{,}46\cdot10^{-28}$	$4{,}45\cdot10^{-30}$	$3{,}75\cdot10^{-31}$	$1{,}8\cdot10^{-31}$
1000	$8{,}65\cdot10^{-29}$	$1{,}11\cdot10^{-30}$	$9{,}4\cdot10^{-32}$	$4{,}5\cdot10^{-32}$
1500	$3{,}85\cdot10^{-29}$	$4{,}95\cdot10^{-31}$	$4{,}17\cdot10^{-32}$	$2{,}0\cdot10^{-32}$
2000	$2{,}16\cdot10^{-29}$	$2{,}78\cdot10^{-31}$	$2{,}34\cdot10^{-32}$	$1{,}1\cdot10^{-32}$

Неупругие процессы при электрон-электронных столкновениях происходят в более высоком (по e^2) приближении (рис. 1, б). Тем не менее, при достаточно высоких энергиях за счет малых передаваемых импульсов сечение неупругого процесса может стать достаточно

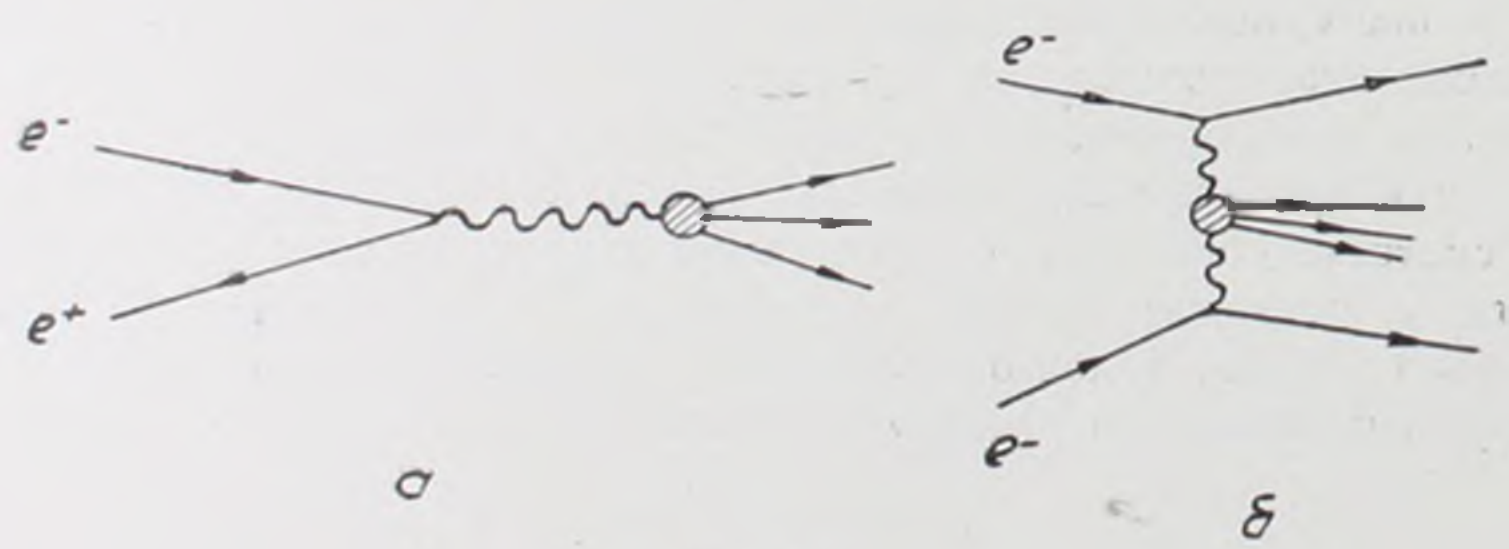


Рис. 1.

большим. Необходимо, однако, иметь в виду, что кинематически эти процессы значительно более сложны, чем рассмотренные ниже процессы рождения тех же частиц при аннигиляции электрон-позитронной пары (рис. 1, а).

Столкновения электронов с позитронами представляют значительно более широкие возможности. Система $e^- + e^-$ является нейтральной по всем „зарядам“ (электрическому, барионному, лептонному и странности).

При столкновении электронов с позитронами может осуществляться большое число самых разнообразных реакций с рождением пар частиц-античастиц и частиц нейтральных по всем перечисленным выше „зарядам“ (π^0, γ).

В табл. 2 перечислены основные реакции с указанием порогов и оценок для дифференциальных сечений, вычисленных без учета формфакторов. Характерной особенностью для всех сечений является уменьшение их с энергией, как $\left(\frac{m}{E_0}\right)^2$. Что же касается их угловой зависимости, то почти все они максимальны при $\theta = \frac{\pi}{2}$. Сечение всех этих процессов в области энергий $E_0 \simeq 1$ Бэва имеет порядок $10^{-32} - 10^{-33}$ *см*^{2} стерадиан.

Таблица 2

Пороги и сечения реакций, происходящих при столкновении электронов с позитронами, m, μ—массы покоя электрона и вторичной частицы, η—аномальный магнитный момент бариона

Реакция	Порог реакции, Мэв	Оценки дифференциальных сечений $d\sigma/d\Omega$ для вылета частиц под $\theta = 90°$ *см*^{2}/*стер* [1]
$e^- + e^+$	Без порога	$4{,}5 \cdot 10^{-26}\left(\frac{m}{E_0}\right)^2$
$\mu^- + \mu^+$	103	$0{,}5 \cdot 10^{-26}\left(\frac{m}{E_0}\right)^2 \left[1 - \frac{\mu^2}{E_0^2}\right]^{1/2} \left[1 + \frac{\mu^2}{E_0^2}\right]$
$\pi^- + \pi^+$	140	
$K^- + K^+$	470	$2{,}5 \cdot 10^{-27}\left(\frac{m}{E_0}\right)^2 \left[1 - \frac{\mu^2}{E_0^2}\right]^{3/2}$
$K^0 + \bar{K}^0$	470	
$\pi^0 + \gamma$	70	
$\pi^+ + \pi^- + \pi^0$	210	
$N + \bar{N}$	940	$10^{-26}\left(\frac{m}{E_0}\right)^2 \left[1 - \frac{\mu^2}{E_0^2}\right]^{1/2} (1 + \eta)^2$

Кинематический анализ этих реакций, в особенности двухчастичных, максимально прост. Изучение этих реакций может дать сведения о границах применимости квантовой электродинамики, величины электромагнитных формфакторов различных элементарных частиц, данные о взаимодействиях сильновзаимодействующих частиц в конечном состоянии (в том числе и о резонансах и связанных состояниях). В столкновениях электронов и позитронов могут рождаться по-

вые неизвестные частицы. Более подробно эти вопросы будут рассмотрены в лекции В. Н. Байера.

II. НАКОПЛЕНИЕ

1. Вероятность взаимодействия при столкновениях пучков (необходимость накопления)

Для осуществления экспериментов в сталкивающихся пучках необходимо обеспечить такие условия, при которых значение вероятности данного процесса в единицу времени было бы достаточно велико, и во всяком случае превышало бы фон. При одном столкновении двух сгустков вероятность какого-либо процесса, сечение которого, приходящееся на телесный угол, занимаемый регистрирующей аппаратурой, есть σ, равна

$$W = 2N_1N_2\frac{\sigma}{S}\left\{\frac{l}{l_0}\right\}, \tag{2.1}$$

где N_1N_2 — числа частиц в каждом сгустке, S — поперечное сечение сгустка, l_0 — его длина, l — длина области взаимодействия, события из которой регистрируются аппаратурой. Множитель $\left\{\frac{l}{l_0}\right\}$ равен 1, если $l > l_0$. Вероятность в одну секунду W_1 можно получить отсюда, умножая W_1 на число столкновений сгустков в одну секунду. При обращении сгустков по замкнутой траектории число столкновений в одном месте орбиты равно частоте обращения $\frac{q}{T_0}$, где T_0 — период обращения сгустков, q — кратность радиочастоты. Если под N_1 и N_2 понимать теперь полное число частиц на орбите, то

$$W_1 = \frac{2N_1N_2\sigma}{qT_0S}\left\{\frac{l}{l_0}\right\}. \tag{2.2}$$

Как мы видели выше, характерная величина сечения порядка 10^{-32} *см*^{2}. Считая $l/l_0 \sim 0{,}1$; $S \sim 5$ *см*^{2}; $T_0 \sim 10^{-6}$ *сек*, $q \sim 10^2$, из (2.2) получим, что для того чтобы W_1 было порядка, скажем, 10^{-2} *сек*$^{-1}$, N_1N_2 должно быть порядка 10^{27}. При одинаковом числе частиц на орбите должно быть $\sim 3\cdot10^{13}$ частиц. Это число примерно на два-три порядка больше, чем полученное в лучших современных ускорителях.

Подобные оценки показывают, что для осуществления экспериментов на сталкивающихся пучках необходимо устройство, в котором 1) размеры пучка были существенно меньше или 2) можно было бы накапливать частицы. Эти условия осуществляются в накопителях.

2. Схемы накопления

Устройство для накопления электронов (накопитель) в основных чертах напоминает ускоритель того или иного типа. Так же как

ускоритель, накопитель имеет магнитную дорожку для удержания и формирования пучка. Для компенсации потерь энергии на излучение в накопителе создается электрическое поле нужной частоты. Для захвата частиц в режим устойчивого движения накопитель имеет вводные устройства и т. д.

В зависимости от знаков заряда сталкивающихся пучков, типа магнитной системы и способа ввода частиц в накопитель возможны разные схемы накопления. Основные из них следующие:

а) Накопитель сталкивающихся электронов. Для столкновения частиц одного знака необходимо накапливать их на двух кольцевых дорожках. На каждой из дорожек электроны могут двигаться либо в одну сторону (при одинаковом направлении магнитного поля, рис. 2, а), либо в разные („восьмерка", рис. 2, б). Во втором случае достаточно иметь одно вводное устройство вместо двух.

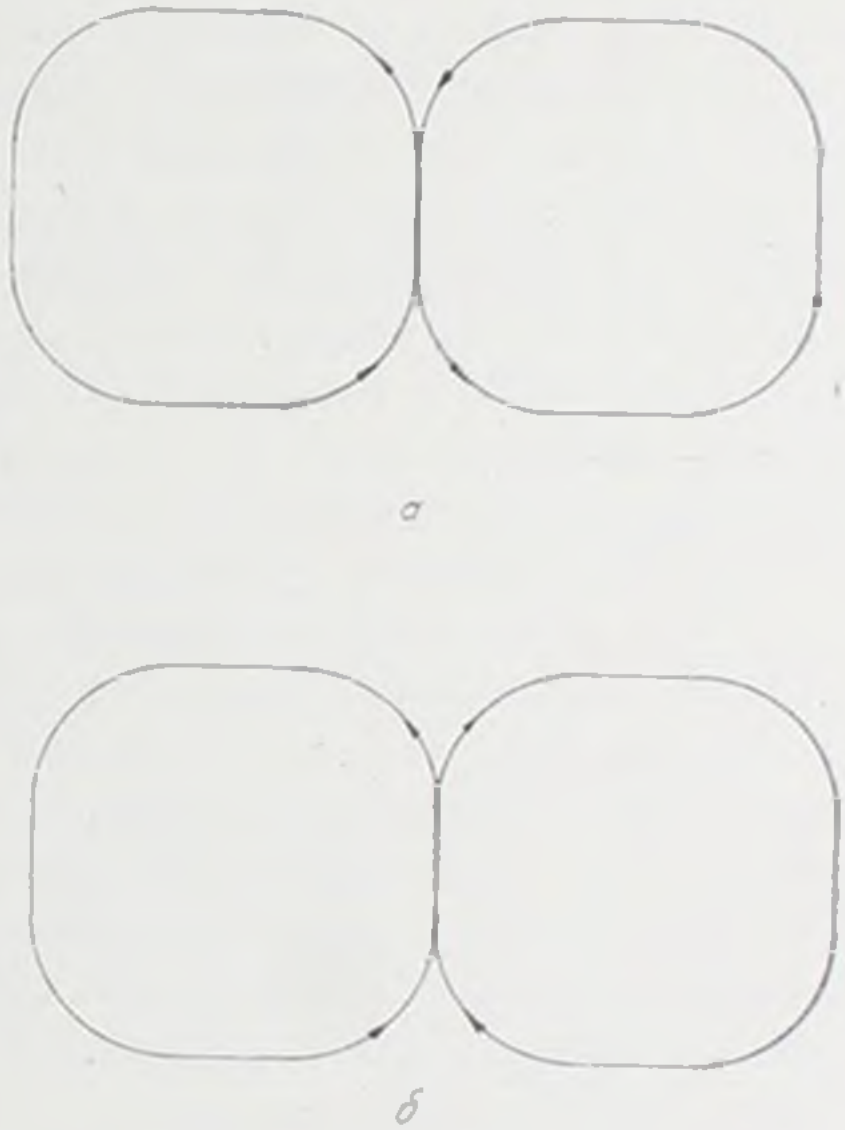


Рис. 2.

б) Накопитель электронов и позитронов (НЭП). Так как на позитрон, движущийся в магнитном поле в направлении обратном по отношению к электрону, действует та же сила, то траектории электронов и движущихся им навстречу позитронов совпадают. Поэтому для накопления электронов и позитронов достаточно иметь одно кольцо.

Ввод электронов и позитронов в НЭП может быть осуществлен по-разному. Каждый из сортов частиц может быть ускорен до нужной энергии вне накопителя, либо можно ускорить электроны, которые затем на мишени внутри ускорителя дадут γ-кванты. γ-кванты на той же или другой мишени конвертируют в пары электронов и позитронов, которые и вводятся затем в накопитель.

Назовем коэффициентом конверсии отношение числа позитронов, попадающих в заданные телесный угол и энергетический интервал, к числу электронов, падающих на мишень. Коэффициент конверсии зависит от энергии позитронов, энергии электронов, толщины и материала мишеней. При расчете коэффициента конверсии необходимо учитывать многократное рассеяние электронов и позитронов в мишени, изменение энергетического спектра из-за тормозного излучения при прохождении через мишень, поглощение квантов в мишени. Для

толстых мишеней ($t \gtrsim t_{pad}$) расчет нужно производить по каскадной теории.

Как расчет, так и эксперимент показывают, что коэффициент конверсии можно сделать лучше, чем 10^{-4}, и тем выше, чем выше энергия накапливаемых частиц.

в) Наконец, возможны схемы накопления непосредственно в ускорителе. Одна из таких возможностей — использование симметричного кольцевого фазотрона, в котором возможно одновременное ускорение частиц обоих знаков с их накоплением на внешнем радиусе. Другой возможностью является использование синхротрона, в котором величина тока подмагничивания больше амплитуды переменной составляющей тока. Достоинством таких схем являются: ненужность специальных накопительных колец, низкая энергия инжекций, облегчающая проблему создания инфлектора, изменение энергии сталкивающихся пучков в широком интервале, что представляет интерес с точки зрения эксперимента. Однако эти схемы страдают серьезными недостатками. Симметричный кольцевой фазотрон на большую энергию становится громоздким и неэкономичным. Главными недостатками схемы с использованием синхротрона являются неодинаковость токов электронного и позитронного пучков (что увеличивает требуемую мощность ВЧ)* и изменение магнитного поля со временем (что ухудшает характеристики магнита, затрудняет создание сверхвысокого вакуума систем компенсации и коррекции и т. д.).

3. Затухание и время жизни (возможность накопления).

Для реального увеличения плотности частиц в накопителе необходимо преодолеть трудность, вытекающую из теоремы Лиувилля. Согласно этой теореме фазовый объем, занимаемый гамильтоновой системой, остается постоянным. Отсюда следует, что в такой системе невозможно увеличение плотности частиц в фазовом пространстве. Последовательно инжектируемые порции частиц могут только увеличивать объем, занимаемый частицами, не увеличивая плотности. Это обстоятельство и является главным препятствием на пути создания накопителей протонов.

Для накопителей электронов (и позитронов) эта трудность не имеет места, так как благодаря синхротронному излучению движение электрона в магнитном поле не является гамильтоновым. Наличие излучения приводит к возникновению специфического радиационного затухания, уменьшающего фазовый объем, занятый сгустком [2]. При этом плотность частиц в фазовом пространстве растет, а высвобождающийся объем можно заполнять новыми частицами.

Затухание колебаний в накопителе характеризуется временем τ, в течение которого квадрат амплитуды колебания уменьшается в e раз.

---

* При заданной величине произведения N_+N_- (см. 2.2) минимум суммы $N_+ + N_-$ (определяющей величину тока пучка) достигается при $N_+ = N_-$. Практически в таких схемах накопления $N_+ - N_-$ не может быть сделано таким, как в накопителе.

Для вертикальных колебаний, не связанных с другими колебаниями частиц, это время равно

$$\tau_z = \frac{E}{\Delta E_{изл}} T_0, \tag{2.3}$$

где $\Delta E_{изл}$ энергия, излученная частицей за один оборот. Соответствующие времена для радиальных и фазовых колебаний равны

$$\tau_r = \beta_\gamma^{-1} \tau_z, \tag{2.4}$$

$$\tau_\phi = \beta_\phi^{-1} \tau_z, \tag{2.5}$$

Коэффициенты β_γ и β_ϕ зависят от структуры магнитной системы, но всегда удовлетворяют условию

$$\beta_\gamma + \beta_\phi = 3. \tag{2.6}$$

Для слабофокусирующей системы

$$\beta_\gamma = \frac{n}{(1-n)}, \qquad \beta_\phi = \frac{(3-4n)}{(1-n)}.$$

Наибольшее из времен τ определяет интервал времени Δt между двумя последовательными впусками частиц в накопитель. Этот интервал должен удовлетворять неравенству

$$\Delta t > \tau_{max}. \tag{2.7}$$

Если при каждой инжекции захватывается в накопитель ΔN частиц, то установившееся число частиц определяется соотношением

$$N = \tau \frac{\Delta N}{\Delta t}, \tag{2.8}$$

где τ эффективное время жизни пучка (время, за которое число частиц при отсутствии инжекции уменьшается в e раз).

Имеется много причин, по которым частицы теряются из накопителя. Все их можно считать независимыми. Если для каждой причины ввести свое парциальное время жизни τ_i, то эффективное время жизни определяется из формулы

$$\tau = \left(\sum_i \frac{1}{\tau_i} \right)^{-1}. \tag{2.9}$$

Основными причинами потерь частиц в накопителе являются:

1. Тормозное излучение. Излучение кванта с энергией $\Delta E > \Delta E_{доп}$, где $\Delta E_{доп}$ ширина сепаратриссы, происходящее при столкновении электрона с ядрами остаточного газа, приводит к выпадению частицы из области устойчивости продольного движения. Частица постепенно теряет свою энергию (путем синхротронного излучения), траектория ее сворачивается до тех пор, пока частица не потеряется на стенке вакуумной камеры. Время жизни по отношению к этому процессу равно [3]:

$$\tau_{br} = \frac{6{,}5\cdot 10^{-2}}{Z^2 P \ln \dfrac{E}{\Delta E_{доп}}} \approx \frac{2{,}7\cdot 10^{-4}}{P}\ сек, \qquad (2.10)$$

где P — давление в *мм рт.* столба остаточного газа с зарядом ядер Z. Как видно, время τ_{br} практически не зависит ни от каких других параметров накопителя. Для того чтобы пучок существовал $\gtrsim 3\cdot 10^5$ *сек*, давление в камере не должно превышать $\sim 10^{-9}$ *мм рт. ст.*

2. Однократное кулоновское рассеяние на большие углы. Частица теряется из-за столкновения со стенкой камеры (в основном горизонтальной), если угол рассеяния превышает

$$\vartheta_{\min} \approx 4b_z/\lambda \sim 4b_z M\nu/L,$$

где b_z полувысота камеры, λ длина волны бетатронных колебаний, $M\nu$ — число бетатронных колебаний на длине орбиты L. Время жизни по отношению к этому процессу равно [3]:

$$\tau_{sc} = 1{,}9\cdot 10^{-3}\,\frac{\operatorname{tg}^2 \vartheta_{\min}/2}{Z^2 P}\left(\frac{E}{m}\right)^2 сек. \qquad (2.11)$$

(P в *мм рт.* столба). τ_{sc} растет, как $\left(\dfrac{E}{m}\right)^2$, а при заданной угловой аппертуре камеры $\left(\dfrac{b_z}{L}\right)$ пропорционально $(M\nu)^2$.

3. Флуктуации излучения приводят к стохастическому увеличению радиальных и продольных размеров пучка и, следовательно, к потерям частиц.

Затухание колебаний препятствует увеличению размеров, так что совместное действие затухания и флуктуаций приводит к установлению равновесных, не зависящих от времени, среднеквадратичных амплитуд радиальных и фазовых колебаний. Оценки величин этих среднеквадратичных амплитуд имеют вид [4]. Радиальные колебания:

$$\overline{A^2_{r\text{сш}}} = \frac{10^3 r_0 \rho}{(M\nu)^4 \varkappa \beta_{r}}\left(\frac{E}{m}\right)^2. \qquad (2.12)$$

Радиально-фазовые колебания

$$\overline{A^2_{r\text{вын}}} = \frac{10^3 r_0 \rho}{(M\nu)^4 \varkappa \beta_{\phi}}\left(\frac{E}{m}\right)^2. \qquad (2.13)$$

Фазовые колебания

$$\overline{A^2_{\phi}} = 4\cdot 10^2\,\frac{q\alpha\varkappa}{\beta_{\phi}\operatorname{tg}\phi_s}\,\frac{m}{E}. \qquad (2.14)$$

Здесь $\varkappa = \dfrac{2\pi\rho}{L}$. ρ — радиус кривизны траектории, q — отношение частоты электрического поля к частоте обращения (кратность), α — логарифмическая производная длины орбиты по импульсу, ϕ_s — равновесная фаза. Время жизни пучка является функцией отношения

$\frac{A^2_{доп}}{\overline{A^2}}$, где $A_{доп}$ размер соответствующей области устойчивости колебаний. Чтобы $\tau_{rad} \sim 3 \cdot 10^5$ *сек* (при времени $\tau_{затух} \simeq 10^{-2}$ *сек*), необходимо выполнение неравенства

$$Z = \frac{A^2_{доп}}{\overline{A^2}} \gtrsim 30.$$

На рис. 3 приведен график $\frac{\tau_{rad}}{\tau_{зат}}(z)$.

4. Многократное кулоновское рассеяние на атомах остаточного газа приводит к стохастической раскачке бетатронных колебаний (радиальных и вертикальных). Величину установившейся среднеквадратичной амплитуды из-за рассеяния можно оценить по формуле [3].

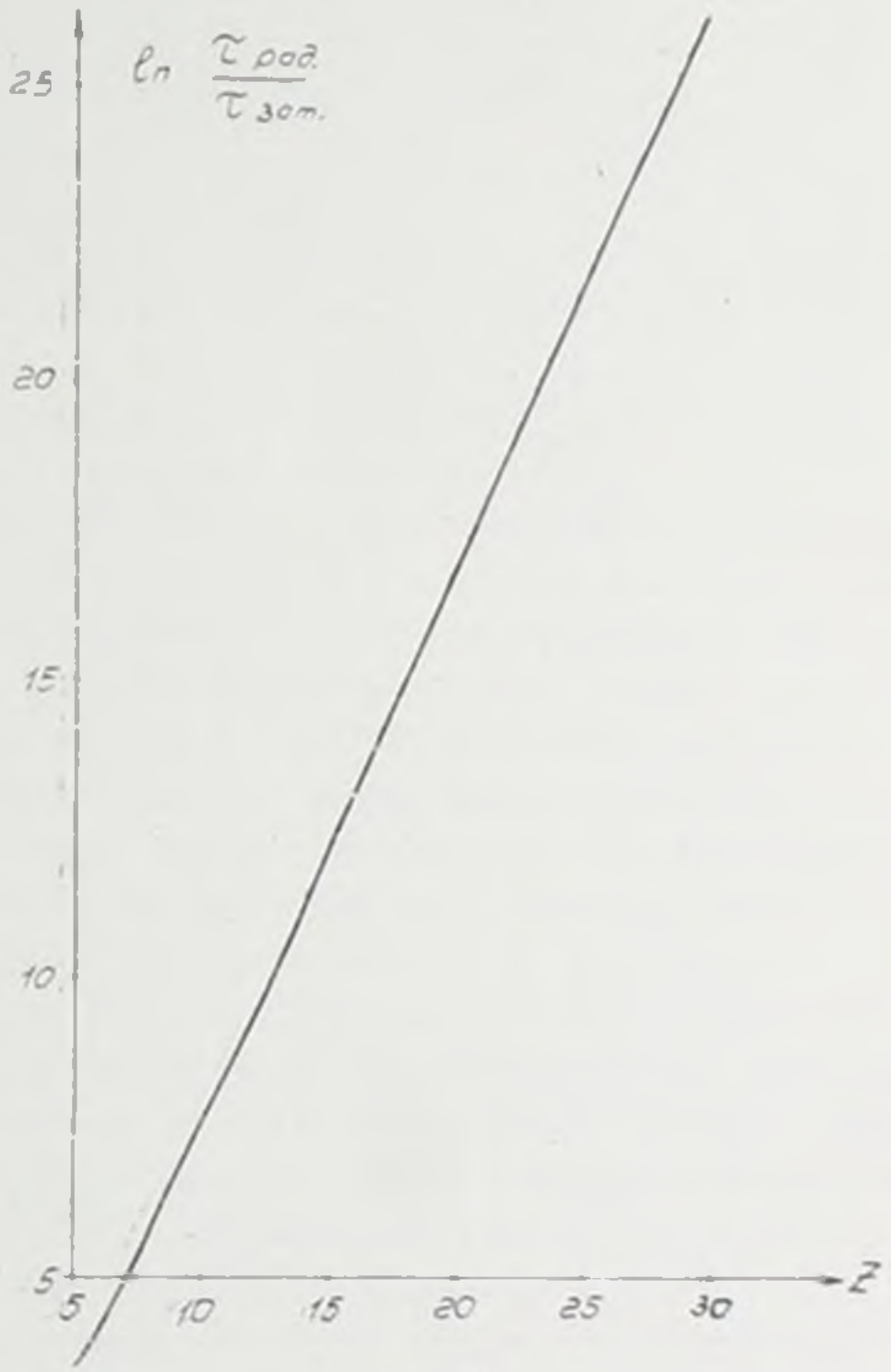


Рис. 3.

$$\overline{A^2_{r,z}} = \frac{6{,}8 \cdot 10^6 Z^2 \varrho^4_{см} P_{изм}}{\varkappa^2 (Mv)^2_{r,z} \beta_{r,z}} \times$$

$$\times \left(\frac{m}{E}\right)^5 см^2. \qquad (2.15)$$

Именно этот эффект определяет вертикальные размеры сгустка.

К потерям частиц (и к уменьшению времени жизни) могут приводить и другие причины, увеличивающие амплитуды колебаний частиц (шумы частоты и напряжения электрического поля, прохождение через мелкие нелинейные резонансы и т. п.).

Предельный ток частиц в накопителе определяется взаимодействием встречающихся пучков между собой. При числе накопленных частиц, большем некоторого, пучки электронов и позитронов расходятся в вертикальной плоскости и вообще перестают встречаться. Предельное число частиц N можно оценить по формуле, которую можно записать в виде, пригодном как для слабо-, так и для сильнофокусирующих ускорителей

$$N < \frac{qMvS_z}{8\pi r_0 \rho} \frac{\varepsilon}{m} \operatorname{ctg} \frac{\pi M\nu}{2q}. \qquad (2.16)$$

Для слабофокусирующих накопителей аналогичная формула была получена Е. Морозом.

Кроме того, взаимодействие сгустков приводит к сдвигу частот бетатронных колебаний. Это также ограничивает величину тока накапливаемых частиц. Для компенсации этого эффекта система должна быть снабжена квадрупольными линзами.

III. Сравнительные особенности накопителей

1. Несмотря на большое внешнее сходство с ускорителем, накопитель обладает целым рядом существенных особенностей, резко отличающих его от ускорителя. Для правильного выбора параметров накопителя необходимо четко понимать эти различия, а также различия разных типов накопителей. Бросающейся в глаза разницей между ускорителем и накопителем является большая плотность тока при малых размерах сгустков, а также различная роль в потерях частиц однократных и многократных процессов. В то время как в ускорителе определяющую роль играют многократные процессы (квантовые флуктуации излучения, многократное кулоновское рассеяние), в накопителе время жизни пучка определяется в основном однократным тормозным излучением и однократным упругим рассеянием. Причина такого различия лежит в следующем: параметры ускорителя выбираются таким образом, чтобы обеспечить малость потерь за сравнительно небольшое время ускорения. Это время обычно много меньше времени жизни по отношению к однократным процессам. В этих условиях определяющую роль в потерях частиц играют многократные процессы. Это тем более верно, что начало цикла ускорения происходит при сравнительно низкой энергии, когда сечение рассеяния велико, отсутствует радиационное затухание, а размеры пучка сравнимы с размерами рабочей области.

Инжекция в накопитель (по крайней мере, при некоторых схемах накопления) происходит при высокой энергии частиц. Радиационное затухание действует в течение всего времени жизни пучка, размеры пучка быстро становятся много меньше допустимых размеров областей устойчивости. Поэтому время удержания пучка в накопителе определяется однократными процессами.

2. Второй особенностью накопителя является характер работы электрического поля. Частота электрического поля в накопителе определяется двумя соображениями. Во-первых, необходимо, чтобы число столкновений в одну секунду W_1 было максимально. Из формулы (2.2) следует, что q (а следовательно и частоту) нужно выбирать как можно меньшим. Во-вторых, кратность определяет места столкновений пучков.

Низкое значение кратности вытекает также из требования минимальности продольного размера сгустка (см. (2.14)) и максимальности ширины сепаратриссы (3.4). Большая длина волны электрического поля (в особенности для накопителя большого радиуса) в свою очередь является причиной низкой добротности электрических промежутков.

В сочетании с непрерывностью работы высокочастотной системы это приводит к существенному увеличению требуемой мощности ВЧ.

3. Свои особенности имеет магнитная система накопителя на большую энергию. Мощность излучения быстро растет с энергией

$$P_\gamma = \frac{\Delta E_{изл}}{T_0} = 3 \cdot 10^{-3} \frac{\varkappa}{\rho^2_{см}} \left(\frac{E}{m}\right)^4 Мэв/сек. \qquad (3.1)$$

Чтобы это не приводило к чрезмерному увеличению требуемой для компенсации потерь энергии мощности ВЧ, нужно увеличивать радиус кривизны ρ или, что то же самое, снижать величину магнитного поля на равновесной орбите. С другой стороны, градиент магнитного поля выгодно увеличивать. Действительно, величина W_1 увеличивается при уменьшении площади поперечного сечения пучка в месте столкновения. Площадь эту можно определить из формул (2.12, 2.13, 2.15). Если принять, что поперечные размеры сгустка равны удвоенному квадратному корню из соответствующей среднеквадратичной амплитуды, то

$$S = 4\sqrt{A_z^2(A_{rcb}^2 + A_{rвын}^2)} = \frac{2{,}4\sqrt{P_{мм}}\,\rho_{см}^{5/2} \cdot 10^{-5}}{E_{Бэв}^{3/2}\,(M\nu)^3\,\varkappa^{5/2}\sqrt{\beta_r\beta_z}\,\beta_ф}. \qquad (3.2)$$

Отсюда видно, что площадь сечения пучка обратно пропорциональна кубу числа бетатронных колебаний $M\nu$.

Большое значение $M\nu$ можно сделать лишь в накопителе с сильной фокусировкой при больших значениях градиента магнитного поля.

При заданной ширине магнитной дорожки большой градиент можно получить при меньших значениях поля на равновесной орбите. Увеличение числа $M\nu$ связано также с увеличением числа M (число периодов градиента), если рабочая точка лежит в первой области устойчивости.

Перейти в более высокую область устойчивости в обычной симметричной системе не представляется возможным, так как допустимые отклонения параметров накопителя (допуска) уже в следующей области становятся на два порядка строже. Для размещения инфлекторов, электрических промежутков и физической аппаратуры в накопителе выгодно иметь небольшое число возможно более длинных прямолинейных промежутков. В случае, когда число промежутков $m < M$, возникает интересное явление — рассыпание области устойчивости на отдельные полосы. Действие таких промежутков можно рассматривать как возмущение градиента, а возникающие при этом полосы неустойчивости являются следствием параметрического резонанса. Их положение определяется условием возникновения параметрического резонанса:

$$2M\nu = km, \qquad k = 1, 2, \cdots \frac{M}{m}. \qquad (3.3)$$

На рис. 4 показано возникновение таких полос неустойчивости для случая $\frac{M}{m} = 3$. По оси ординат отложена функция $\cos 6\pi\nu$. Условие

устойчивости можно записать в виде $|\cos 6\pi\nu| < 1$. По оси абсцисс отложена функция $\chi = \sqrt{n}\, l_м/\rho$, где n — показатель спада магнитного поля, $l_м$ — длина одного магнита.

Заметим, что такую систему можно рассматривать как состоящую из m периодов. С этой точки зрения возникающие полосы являются как раз теми более высокими областями устойчивости, о которых шла речь выше.

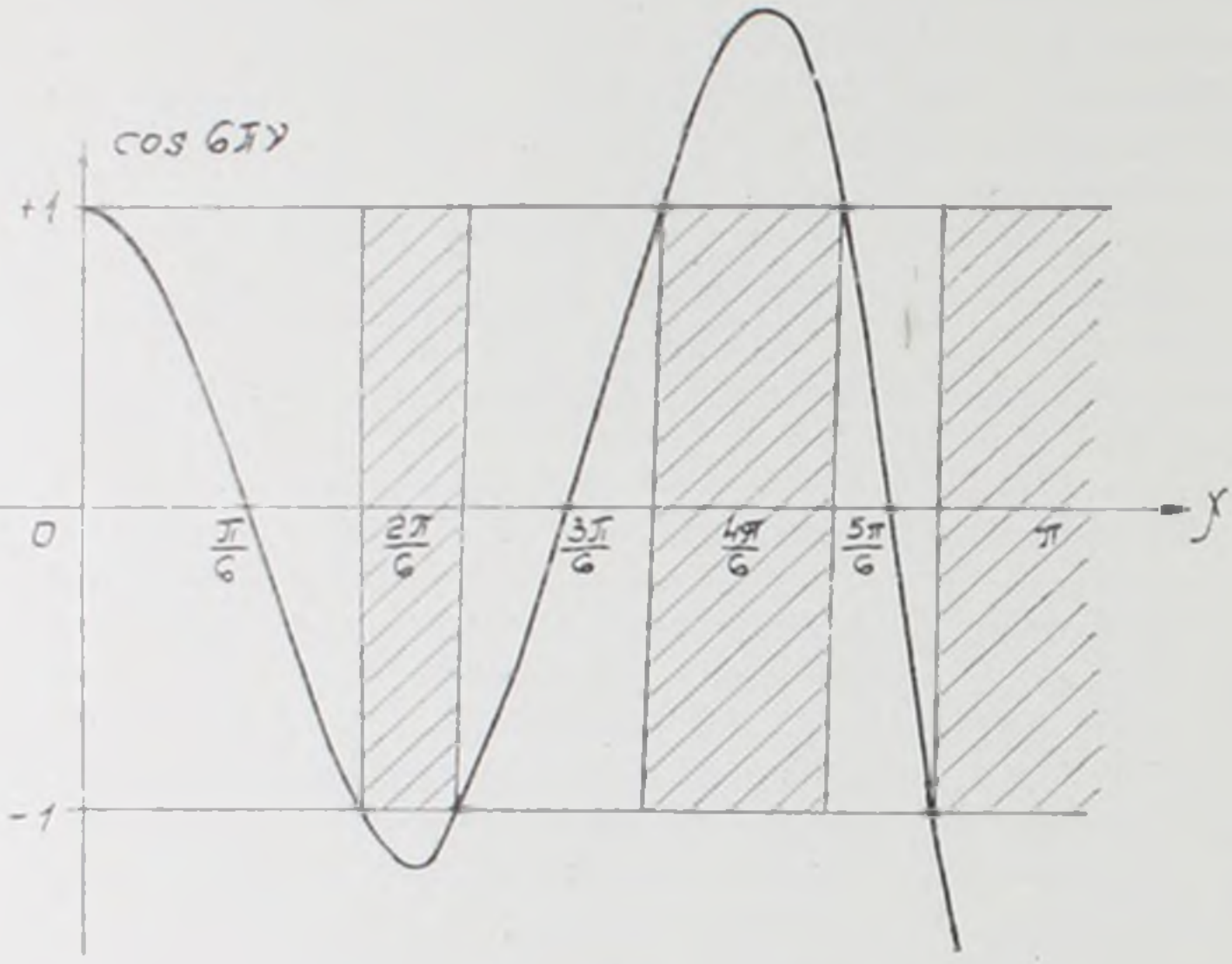


Рис. 4.

Допуска, определяемые производной $\frac{d}{d\nu}\left|\cos 2\pi \frac{M}{m}\nu\right|_{\nu=\nu_{раб}}$, оказываются в более высоких областях в несколько раз более жесткими, чем в первой. Однако, если учесть, что накопитель работает на средних постоянных полях, то такое ужесточение допусков является вполне выполнимым.

4. Использование сильнофокусирующей системы для накопителя на большие энергии является, по-видимому, единственно целесообразным.

О преимуществах систем с большим $M\nu$ с точки зрения поперечных размеров пучка уже говорилось.

Не менее важным преимуществом сильнофокусирующих накопителей является уменьшение требуемого напряжения электрического поля. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим ширину сепаратриссы по E:

$$\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{доп} = \sqrt{\frac{2\Delta E_{изл}}{\pi q \alpha E}(\operatorname{tg}\phi_s - \phi_s)} \qquad (3.4)$$

и среднеквадратичную амплитуду колебаний энергии

$$\overline{\left(\frac{\Delta E}{E}\right)^2} = 32{,}5\left(\frac{m}{E}\right)^2 \frac{\Delta E_{изл}}{m} \frac{\varkappa}{\zeta_\phi}. \tag{3.5}$$

При заданной величине излучения за один оборот $\Delta E_{изл}$ амплитуда V напряжения электрического поля определяется равновесной фазой

$$V = \frac{\Delta E_{изл}}{e \cdot \cos \phi_s}. \tag{3.6}$$

Требуемая величина напряжения электрического поля в накопителе определяется двумя соображениями. Во-первых, интервал энергий частиц, захватываемых в накопитель, должен быть возможно шире, т. е. $\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{доп}$ возможно больше. Как видно из (3.4) $\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{доп} \sim \varkappa^{-1/2}$. Поскольку

$$\varkappa \approx (M\nu)^{-2}, \tag{3.7}$$

то $\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{доп} \sim M\nu\sqrt{V}$. Таким образом, при заданной величине $\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{доп}$ V тем меньше, чем более сильная фокусировка имеет место в накопителе. Во-вторых, как я уже упоминал выше, для удержания частиц в накопителе достаточно долго необходимо, чтобы выполнялось неравенство

$$z = \frac{\left(\frac{\Delta E}{E}\right)^2_{доп}}{\overline{\left(\frac{\Delta E}{E}\right)^2}} \gtrsim 30.$$

Разделив (3.4) на (3.5), получим

$$z = 2 \cdot 10^{-2} \frac{\beta_\phi}{\varkappa} \frac{(\operatorname{tg} \phi_s - \phi_s)}{q\varkappa} \cdot \frac{E}{m}, \tag{3.8}$$

откуда видно, что чем меньше $\varkappa$, тем меньшую равновесную фазу можно выбрать. В сильнофокусирующем накопителе на большую энергию оказывается вполне достаточно выбрать $\phi_s \approx \frac{\pi}{4}$. Выше я допускал неточность, когда говорил, что интервал захватываемых энергий определяется сепаратриссой $\left(\frac{\Delta E}{E}\right)_{доп}$. Фактически в сильнофокусирующем накопителе допустимый интервал энергий может определяться зависимостью бетатронных частот ν от энергии. Если это так, то для того, чтобы не сужать допустимые $\frac{\Delta E}{E}$, необходимо произвести компенсацию зависимости $\nu(E)$. Это можно сделать, используя правильно подобранную квадратичную нелинейность поля [5].

Наконец, в сильнофокусирующей системе радиально-фазовая связь колебаний приводит к возникновению антизатухания радиальных колебаний (и к более сильному затуханию фазовых [2]). С по-

мощью специальных мер можно произвести перераспределение декрементов затухания так, чтобы затухали как фазовые, так и радиальные колебания (демпфирование [6]). Одним из наиболее простых способов демпфирования может явиться уменьшение величины напряженности магнитного поля в фокусирующих по радиусу магнитах [7].

Последние замечания. Накопитель в отличие от ускорителя не требует вывода частиц (имеются в виду не вторичные частицы реакций). При одинаковой эффективной аппаратуре сильнофокусирующий накопитель имеет более узкую магнитную дорожку и более легкий магнит.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Л. М. Африкян, Г. М. Гарибян*, ЖЭТФ, **33**, 425 (1957).
N. Cabbibo, R. Gatto, Phys. Rev., **124**, 1577 (1961).
R. Gatto, Proceedings of Intern. Conf. on the theor. aspects of very high-energy, phenomena, CERN 61—22, p. 75 (1961).
N. Cabbibo, R. Gatto, Nuovo Cim., **20**, 184, (1961).
В. Н. Байер, Взаимодействие электронов и позитронов при больших энергиях, УФН (в печати).
2. *А. А. Коломенский*, ДАН СССР, **107**, 398 (1956).
А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев, ЖЭТФ, **30**, 205 (1956).
А. А. Коломенский, А. Н. Лебедев, ЖЭТФ, **30**, 1161 (1956).
3. *С. А. Хейфец*, ПТЭ, № 6, 18 (1960).
4. *С. А. Хейфец*, ПТЭ, № 6, 14 (1960).
5. *Ю. Ф. Орлов*, ПТЭ, № 2, 17 (1959).
6. *Ю. Ф. Орлов, Е. К. Тарасов*, ЖЭТФ, **34**, 652 (1958).
7. *Ю. Ф. Орлов, Е. К. Тарасов, С. А. Хейфец*, ПТЭ, № 1, 17 (1959).
8. *B. Touschek*, Proceedings, CERN 61—22, p. 67 (1961).
C. Bernardini, Nuovo Cim., **18**, 517 (1960).
9. *B. Richter*, Proceedings, CERN 61—22, p. 57 (1961). *O'neill* et al. „A proposed experiment on the limits of Quantum Electrodynamics", Stanford University Stanford, California (1958).

ДИСКУССИЯ

Ауслендер В. Л. Мне хочется обратить внимание на некоторые экспериментальные возможности, связанные с накопителями частиц. Накопители значительно могут расширить возможные применения ускоренного пучка. С помощью накопителя можно импульсный ток ускоренных частиц превратить в постоянный ток на мишени, причем потери в среднем токе ускоренных частиц будут определяться только системой канализации пучка из ускорителя в накопитель и коэффициентом захвата в режим накопителя. Для целого ряда экспериментов такой режим работы имеет несомненные преимущества.

Имеется также и обратная возможность, т. е. накопление на орбите большого числа частиц, значительно превышающего среднее число частиц в современных ускорителях 10^{13} частиц) и затем одновременный сброс их на мишень.

Для экспериментов, где требуются большие импульсные интенсивности, накопление ускоренных частиц является единственной возможностью.

Кроме накопления частиц, непосредственно ускоряемых в ускорителях, можно проводить накопление и вторичных частиц, родившихся в результате столкновения ускоренных частиц с мишенью. Таким образом, можно получить, например, в накопителе протонов значительный ток антипротонов.

Можно указать также на интересную возможность получения моноэнергетических γ-квантов. Если использовать установку для осуществления $e^+ - e^-$-встречных пучков такого типа, какой применяется в эксперименте в Стенфорде, и на одной из дорожек накапливать позитроны той же энергии, то, поскольку в общей секции электроны и позитроны двигаются в одном направлении и, следовательно, их относительные энергии малы, сечение аннигиляции на лету относительно велико. Образовавшиеся при этом γ-кванты будут летать в направлении движения электрона (позитрона) и их энергия будет равна $2E_{e^-}$ ($2E_{e^+}$). Так, в Стэнфордовском эксперименте при энергиях $E_{e^+} = E_{e^-} = 500$ *Мев* и токе, равном 1 амперу, можно будет получить до 10^4 квантов в секунду с энергией 1000 Мэв.

В заключение мне хочется сказать несколько слов о проекте со встречными пучками, предложенном в CERN (аналогичный эксперимент был предложен О'Нейлом для осуществления эксперимента со встречными $p - p^-$-пучками).

В проекте CERN рассматривается возможность создания накопителей при использовании протонного синхротрона на 30 Бэв в качестве инжектора в накопительные устройства.

Проект CERN отличается большой универсальностью. Авторы указывают на возможность использования протонного синхротрона для ускорения электронов, дейтонов и тяжелых ионов вплоть до ионов C^{12} с дальнейшей инжекцией их в накопительные устройства. При этом энергия электронов и позитронов порядка 3 *Бэв*, а при взаимодействии тяжелых ионов—порядка 12,5 *Бэв* на нуклон. Накопительное устройство представляет собой два пересекающихся кольца; магнитную систему накопителя предполагается сделать аналогичной магнитной системе женевского синхротрона CERN. Этот проект находится в стадии разработки.

Ю. Ф. ОРЛОВ

ПОЛУЧЕНИЕ ВСТРЕЧНЫХ ПУЧКОВ ПРОТОНОВ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ В УСКОРИТЕЛЕ С НЕЛИНЕЙНОЙ ФОКУСИРОВКОЙ

1. Введение

Использование встречных пучков протонов позволит достигнуть „космических" энергий $\gtrsim 100$ Бэв в системе центра инерции. При этом экспериментаторы будут иметь в своем распоряжении инструмент, дающий не только значительно больший выход реакций по сравнению с космическими лучами, но и точно (с точностью $\sim 1\%$) определенную энергию первичных частиц при хорошей геометрии. Это пока совершенно недостижимо в опытах с космическими лучами.

В настоящее время представляется реальным получение встречных пучков с энергиями ~ 50 Бэв для каждого из протонов. При этих энергиях практически еще отсутствуют процессы, которые можно было бы использовать для накопления протонов с помощью затухания бетатронных колебаний. Излучение в магнитном поле при этих энергиях еще очень мало. Если бы столкновения протонов с атомами остаточного газа в камере ускорителя приводили только к ионизационным потерям импульса, то это давало бы нужное затухание колебаний. Однако резерфордовское рассеяние раскачивает колебания и не позволяет накапливать протоны таким способом.

Были предложены различные магнитные системы для получения сталкивающихся пучков протонов [1, 2, 3, 4, 5]. В этой короткой лекции я покажу только, как можно использовать для получения встречных пучков протонов предложенный недавно [6] ускоритель с нелинейной фокусировкой. От обычного ускорителя с жесткой фокусировкой нелинейно-фокусирующий ускоритель отличается, вообще говоря, большим фазовым объемом захватываемых частиц, т. е. большей величиной допустимого разброса по углам и поэтому большей величиной плотности частиц ρ, входящей в формулу для числа реакций в единицу времени

$$w = \frac{2N\rho\sigma l}{\tau L_D/L} \text{ сек}^{-1}, \qquad (1)$$

где N—число сталкивающихся частиц в одном из пучков, σ—сечение реакции, которое мы примем здесь равным 3×10^{-26} см^2, l—длина вдоль пучка, на которой происходят наблюдаемые соударения, τ—период обращения на орбите, L_D/L—общая относительная длина продольных сгустков протонов в режиме фазовых колебаний. В ускорителе с нелинейной фокусировкой можно получить встречные пучки протонов в одном и том же магнитном кольце (так же, как и в симметричном фазотроне [3]).

Прежде чем описывать нелинейно-фокусирующий ускоритель для встречных пучков, я расскажу о нелинейной фокусировке вообще.

2. Принцип нелинейной фокусировки

Мы рассмотрим простейший пример нелинейной фокусировки: кольцевое аксиально-симметричное магнитное поле ($H_z = 0$) с нелинейным ходом по радиусу (рис. 1, а, б). Такое поле может быть по-

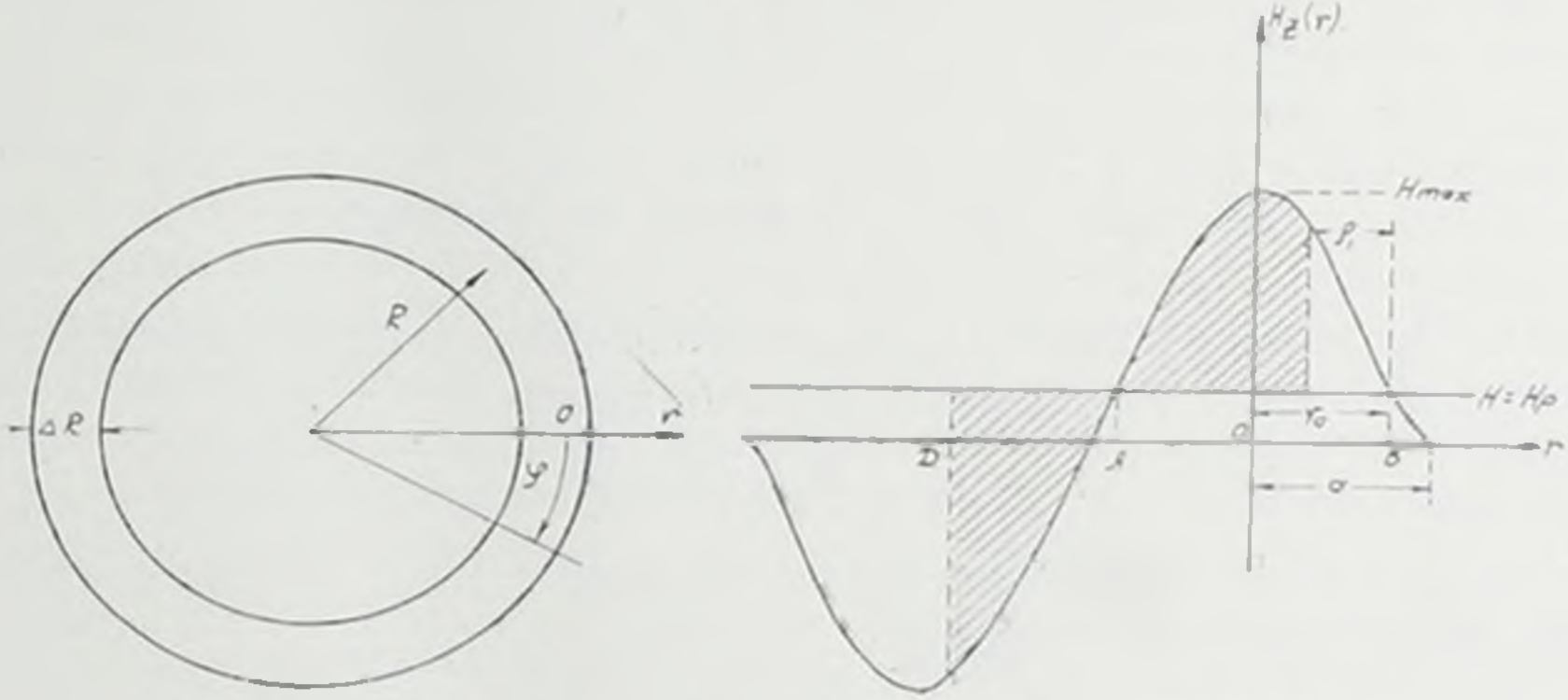


Рис. 1.

лучено, например, в кольцевом магните с сечением типа рис. 2. Стрелки на этом русунке указывают направление поля. В поле, изображенном на рис. 1б, частица с заданным импульсом p имеет две равновесных орбиты в точках A и B по радиусу. Для каждой из них $eH_pR_p = cp$, где H_p—равновесное поле, R_p—равновесный радиус. Если магнитное кольцо достаточно узко, так что $\Delta R \ll R$ (см. рис. 1, а) или, точнее, $a \ll R$ (см.рис. 1, б), то равновесные радиусы, а значит и равновесные поля в точках A и B, можно считать одинаковыми. Обе круговые равновесные орбиты неустойчивы по отношению к малым отклонениям от нее, если искать одновременную устойчивость по обеим поперечным степеням свободы. Действительно, градиенты магнитного поля здесь достаточно

велики и $n = \left| \frac{\partial H_z}{\partial r} \frac{R}{H_p} \right| \gg 1$. Поэтому в точке B, где имеется сильно спадающее по радиусу магнитное поле, неустойчивы малые r-колебания. В точке A r-колебания устойчивы, но неустойчивы z-колебания. Эта неустойчивость малых колебаний не случайна. Если пренебречь зависимостью центробежной силы pv/R от радиуса (т. е. пренебречь единицей по сравнению с $n \gg 1$), то потенциальная энергия малых колебаний $U(r, z)$ в аксиально-симметричном поле совпадет с некоторым вектор-потенциалом $A_\varphi(r, z)$, который, как известно, не может иметь экстремума на плоскости (r, z). Это утверждение я еще поясню ниже.

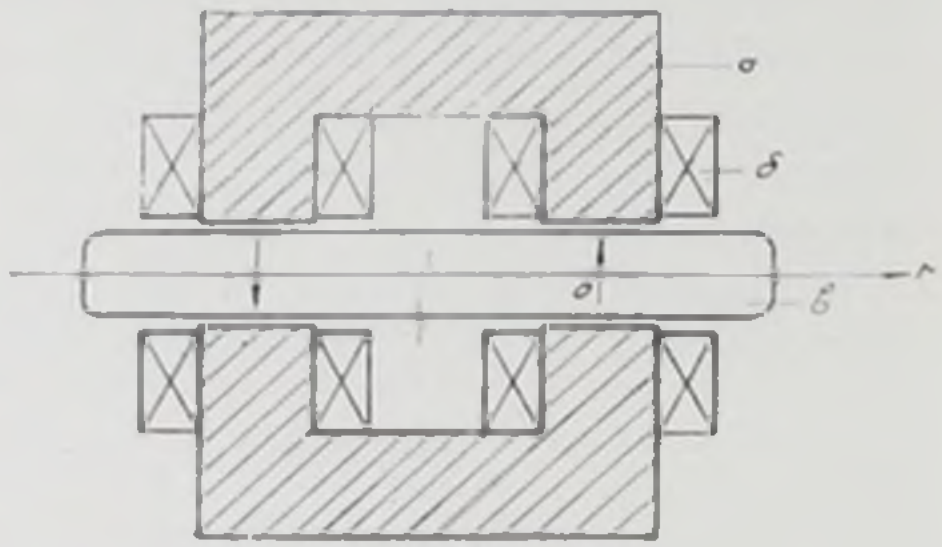


Рис. 2.

Уравнения движения поперечных колебаний при $H_\varphi = 0$ имеют вид

$$\frac{\varepsilon v^2}{c^2} \frac{1}{R^2} \frac{d^2 r}{d\varphi^2} = \frac{pv}{R} + \frac{e}{c} [\vec{v}\vec{H}]_r \equiv \frac{pv}{R_0\left(1 + \frac{2}{R_0}\right)} - \frac{e}{c} v_\varphi H_z, \tag{2}$$

$$\frac{\varepsilon v^2}{c^2} \frac{1}{R^2} \frac{d^2 z}{d\varphi^2} = \frac{e}{c} [\vec{v}\vec{H}]_z \equiv \frac{e}{c} v_\varphi H_r, \tag{3}$$

где v_φ — проекция скорости на круговую орбиту. Если пренебречь квадратичными по r и z членами в соотношении

$$v^2 = v_\varphi^2 + \dot{r}^2 + \dot{z}^2, \tag{4}$$

то $v_\varphi \approx v$. Если пренебречь также членами $\sim r/R_0$, то после простейших преобразований получим

$$\frac{d^2 r}{d\varphi^2} + \frac{H_z - H_p}{H_p} R_p = 0, \tag{5}$$

$$\frac{d^2 z}{d\varphi^2} - \frac{R_p}{H_p} H_r = 0, \tag{6}$$

где $eH_p R_p = p$, H_p — равновесное поле, т. е. такое поле, при котором на радиусе R_p частица находится в равновесии (не обязательно устойчивом). Введем теперь поле $H_z' = H_z - H_p$, совпадающее с H_z с точностью до аддитивной постоянной H_p. H_z' и H_r, подчиняются уравнению Максвелла как z и r-компоненты магнитного поля. Этому полю соответствует некоторый вектор потенциал A_φ, такой, что

$$H_z' = -\frac{\partial A_\varphi}{\partial r}, \qquad H_r = \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}. \tag{7}$$

Уравнения (5) и (6) перепишутся теперь в виде

$$r'' - \frac{R_p}{H_p}\frac{\partial A_\varphi}{\partial r} = 0; \quad z'' - \frac{R_p}{H_p}\frac{\partial A_\varphi}{\partial z} = 0. \tag{8}$$

Первый интеграл движения, получаемый отсюда, есть

$$H_{r,z} = (r')^2/2 + (z')^2/2 - \frac{R_p}{H_p} A_\varphi(r, z) \tag{9}$$

с потенциальной энергией $U(r, z) = -\frac{R_p}{H_p} A_\varphi(r, z)$. Как и скалярный потенциал, Ф ($H_z = -\partial\Phi/\partial z$, $H_r = -\partial\Phi/\partial r$), A_φ подчиняется в пустоте уравнению Лапласа. $A_\varphi + i\Phi$ является аналитической функцией от $r + iz$ и поэтому ни A_φ, ни Ф не имеют экстремумов на плоскости (r, z), $U(r, z)$ не имеет впадин и малые r-, z-колебания всегда неустойчивы.

Эта теорема неустойчивости малых колебаний в аксиально-симметричном поле не имеет отношения к случаю больших колебаний. Под большими нелинейными колебаниями мы понимаем здесь такие r-колебания, при которых частица проходит через горб магнитного поля $H_z = H_{max}$ (см. рис. 1, б). При этом r-колебания устойчивы, если частица не заходит вправо от точки B. На всем интервале $A < r < B$ на частицу действует сила, пропорциональная $(H_z - H_p)$ и возвращающая ее к точке равновесия A. Слева от точки A на нее также действует возвращающая сила по радиусу. Подчеркнем, что устойчивость радиальных колебаний определяется не градиентом поля, а самим полем, разностью между полем H_z и его равновесным значением H_p. Совершая большие радиальные колебания в большом, вообще говоря, поле H_z, частица в среднем набирает нужное ей поле H_p, как бы мало оно ни было

$$\bar{H}_z = H_p, \quad \bar{H}_z = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} H_z\, d\varphi \tag{10}$$

(см. уравнение (5)).

Устойчивость вертикальных колебаний определяется полем H_r. Если поле H_z симметрично относительно плоскости $z = 0$, как это обычно и бывает, то можно написать

$$H_z(r, z) = H_z(r) + a(r) z^2 + b(r) z^4 + \cdots \tag{11}$$

$$H_r(r, z) = \frac{\partial H_z}{\partial r} z + c(r) z^3 + \cdots \tag{12}$$

Здесь использованы уравнения Максвелла, точнее, одно соотношение $\frac{\partial H_r}{\partial z} = \frac{\partial H_z}{\partial r}$. Мы можем потребовать, чтобы z-колебания оставались малыми (по сравнению с r-колебаниями), т. е.

$$\overline{z^2/r^2} \ll 1. \tag{13}$$

Если это выполняется, то в первом приближении

$$H_z(r, z) = H_z(r); \quad H_r(r, z) = \frac{\partial H_z(r)}{\partial r} z; \tag{14}$$

и вместо (5), (6) имеем

$$\frac{d^2r}{d\varphi^2} + \frac{R_p}{H_p}(H_z(r) - H_p) = 0; \tag{15}$$

$$\frac{d^2z}{d\varphi^2} - \frac{R_p}{H_p}\frac{\partial H_z(r)}{\partial r} z = 0. \tag{16}$$

Еще раз напомню, что выброшено в этих уравнениях: члены $\sim r/R_0$, члены $\sim z^2/r^2$, члены $\sim r^2/v^2$ и z^2/v^2. Все эти члены остаются малыми при нелинейных r-колебаниях и могут быть учтены по теории возмущений. Анализ показывает, что они не нарушают механизма устойчивости в нелинейной фокусировке.

Из (16) видно, что устойчивость z-колебаний определяется ходом градиента $\partial H_z/\partial r$ вдоль колеблющейся траектории частицы. $\frac{\partial H_z}{\partial r}$ зависит от r, т. е. от положения частицы на рис. 1, б, а $r = r(\varphi)$ есть периодическая функция азимута φ. Поэтому $\frac{\partial H_z}{\partial r}$ является периодической функцией азимута φ, зависящей от начальных значений $\left(r_0 \text{ и } \frac{dr_0}{d\varphi}\right)$ r-колебаний. При определенном ходе этой функции мы можем получить знакопеременную фокусировку z-колебаний. Для этого нужно, во всяком случае, чтобы при r-колебаниях частица заходила за горб $H_z = H_{\max}$.

На рис. 3 изображена потенциальная яма r-колебаний, соответствующая полю $H_z(r)$ на верхнем графике рисунка. Для удобства формул нуль выбран в точке горба потенциальной энергии. Внутри ямы частица совершает периодические колебания с энергией радиальных колебаний H. На рис. 4 нанесен (схематично, конечно) ход градиента по азимуту в соответствии с радиальными колебаниями частицы. На рис. 4 подробно нанесены точки по r, последовательно проходимые частицей при r-колебаниях и вращении. Через Ф обозначен период r-колебаний

$$\Phi = 2\int_{\rho_1}^{\rho_2} [2(H - U)]^{-1/2}\, dr, \qquad U(r) = \frac{R_p}{H_p}\int (H_z - H_p)\, dr, \tag{17}$$

ρ_1 и ρ_2 — точки возврата (см. рис. 3).

Докажем основную для нелинейной фокусировки теорему: внутри потенциальной ямы r-колебаний имеется бесконечное число полос с некоторой шириной ΔH, внутри которых z-колебания устойчивы. По-

лосы устойчивости сгущаются при стремлении $H \to 0$ (в обозначениях рис. 3).

Для доказательства разобьем период φ на три части (см. рис. 4)

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2' + \Phi_2''; \qquad \Phi_2'' = \int_{\rho_1}^{\bar{r}_0} [2(rH - U)]^{-1/2} dr. \tag{18}$$

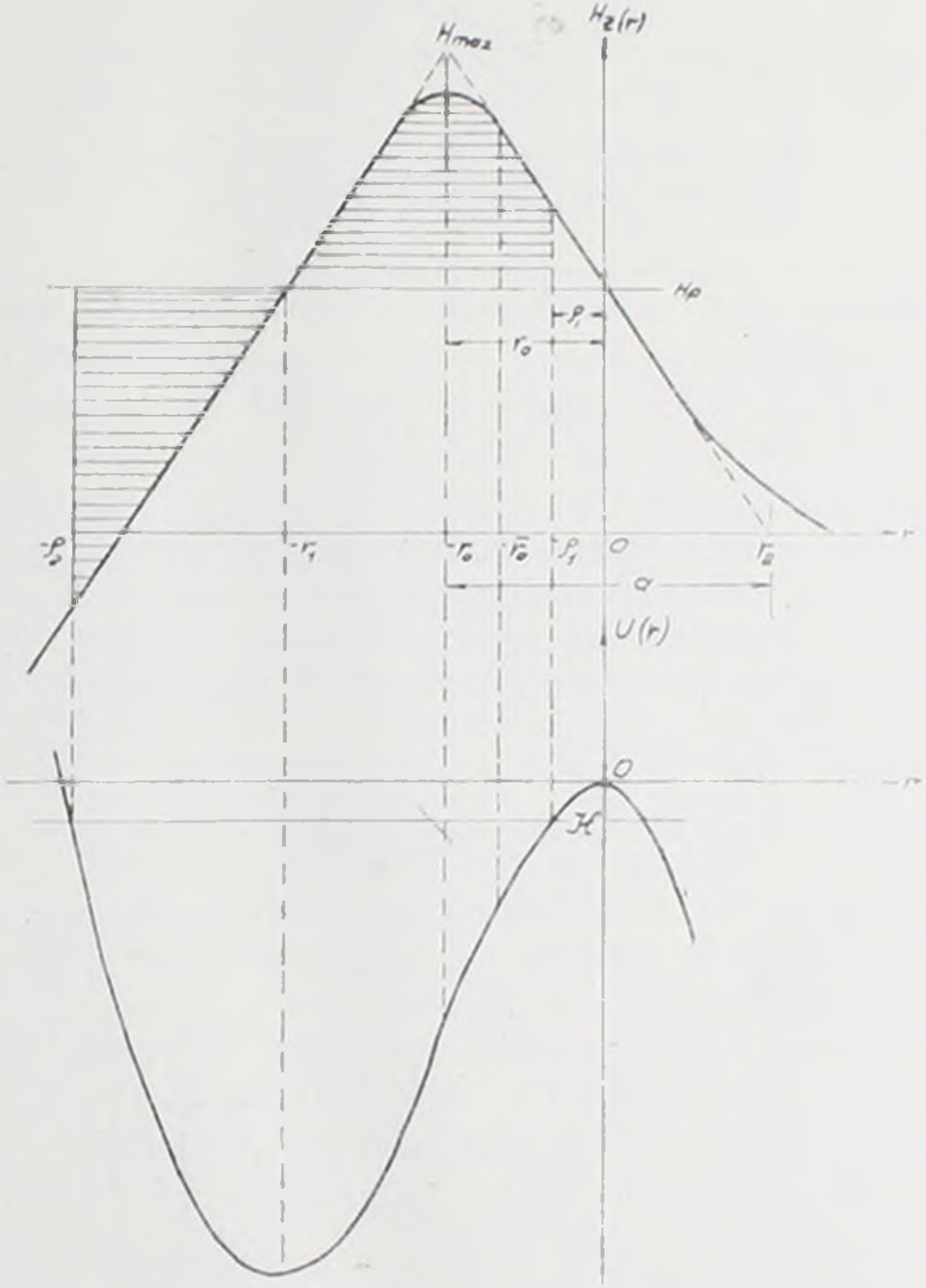


Рис. 3.

Точка $\bar{r}_0$ (см. рис. 3) выбирается так, что на участке $0 > r > -\bar{r}_0$ можно считать поле линейной функцией радиуса

$$H_z = H_0\left(1 - n_0 \frac{r}{R_0}\right), \quad 0 > r > -\bar{r}_0. \tag{19}$$

Это всегда возможно при достаточно малом H. При $H \to 0$ $H \approx -$

$-n_0\rho_1^2/2$, $n_0 = \left|\frac{R_\mu}{H_\rho}\frac{\partial H_\rho}{\partial r}\right|$. Теперь заметим, что при $\rho_1 \to 0$ Φ_r^* логарифмически стремится к бесконечности

$$\Phi_2^* \approx 2\int_{\rho_1}^{\bar{r}_0} [n_0(r^2-\rho_1^2)]^{-1/2}\,dr \to \frac{2}{\sqrt{n_0}}\ln \bar{r}_0/\rho_1, \tag{20}$$

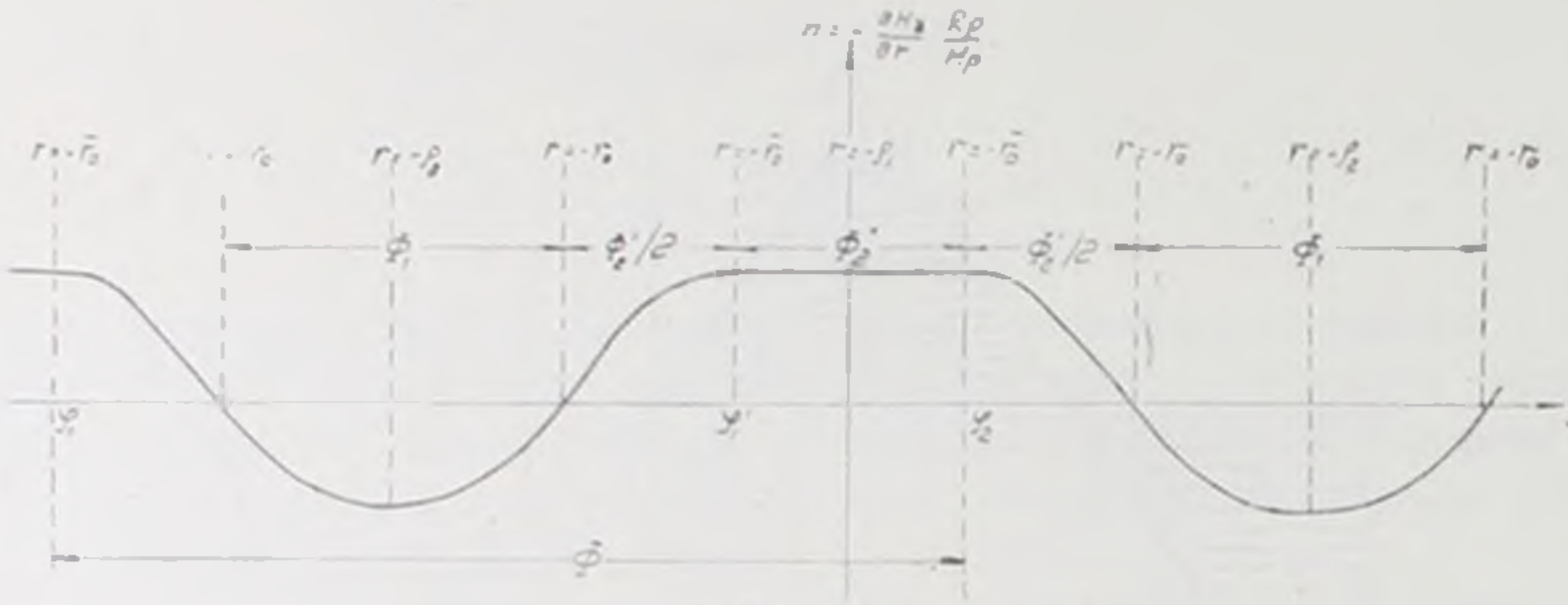


Рис. 4.

тогда как длины остальных участков и ход градиента внутри них перестают зависеть от H. Устойчивость z-колебаний определяется величиной следа матрицы, описывающей переход от точки φ_1 до точки φ_2 (см. рис. 4), т. е. матрицы перехода на длине периода градиента. Матрица перехода, по определению, входит в соотношение

$$\begin{pmatrix} z \\ \frac{dz}{d\varphi} \end{pmatrix}_{\varphi_2} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ \frac{dz}{d\varphi} \end{pmatrix}_{\varphi_1}. \tag{21}$$

Эта матрица разбивается на произведение двух, из которых одна (от точки φ_1 до точки φ_1') не зависит от H, а другая (от φ_1' до φ_2) зависит от H логарифмически:

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(2\ln\frac{\bar{r}_0}{\rho_1}\right) & \frac{1}{\sqrt{n}}\sin\left(2\ln\frac{\bar{r}_0}{\rho_1}\right) \\ -\sqrt{n}\sin\left(2\ln\frac{\bar{r}_0}{\rho_1}\right) & \cos\left(2\ln\frac{\bar{r}_0}{\rho_1}\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}. \tag{22}$$

Вид левой матрицы в произведении требует пояснения. На участке от φ_1' до φ_2 уравнение (16) приобретает вид

$$z'' + n_0 z = 0 \tag{23}$$

отсюда

$$z = z_0\cos\sqrt{n_0}\,\varphi + z_0'\frac{1}{\sqrt{n_0}}\sin\sqrt{n_0}\,\varphi,$$

$$z' = -z_0\sqrt{n_0}\sin\sqrt{n_0}\,\varphi + z_0'\cos\sqrt{n_0}\,\varphi.$$

Подставляя вместо z_0 и z_0' их значения в точке φ_1', вместо z, z'—значения в точке φ_2, вместо $\varphi - \Phi_2'$, получим (22).

Обозначим через μ_z число z-колебаний на длине периода Φ, т. е. на длине периода r-колебаний. По общей формуле теории уравнений с периодическими коэффициентами из (22) имеем

$$\cos 2\pi\mu_z = \frac{A_{11} + A_{22}}{2} = \frac{a_{11} + a_{22}}{2} \cos\left(2 \ln \frac{r_0}{\rho_1}\right) +$$

$$+ \frac{1}{2}\left(\frac{a_{21}}{\sqrt{n_0}} - a_{12}\sqrt{n_0}\right) \sin\left(2 \ln \frac{r_0}{\rho_1}\right). \qquad (24)$$

z-колебания устойчивы, если μ_z вещественна, т. е. $|\cos 2\pi\mu_z| \leqslant 1$. Но из (24) видно, что при $\rho_1 \to 0$ $(H \to 0)$ $\cos 2\pi\mu_z$ бесконечное число раз проходит через нули. Поэтому в потенциальной яме (рис. 3) имеется бесконечное число полос устойчивости шириной ΔH, которая должна уменьшаться при $H \to 0$. На границах этих полос $|\cos 2\pi\mu_z| = 1$.

Доказательство того, что отброшенные члены $\sim z^2/r^2$ не влияют в принципе на механизм фокусировки, содержится в [6]. Воспроизведение этого доказательства завело бы нас довольно далеко.

Я покажу здесь в общих чертах, как надо учитывать члены типа $\dot{r}^2/v^2$, которые могут быть не очень малы при больших (и с высокой частотой) r-колебаниях. В уравнение (15) входят неучтенные мной члены $\sim \xi = \frac{1}{2}\dot{r}^2/v^2 = \frac{1}{2R^2}\left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2$, члены $\sim \xi^2$ и т. д. Ищем ξ в виде ряда

$$\xi = \xi_0(r) + \xi_1(r) + \cdots,$$

причем $\xi_0(r)$ берем из первого интеграла уравнения (15)

$$H = R^2\xi_0 + U(r), \quad \xi_0 = \frac{1}{R^2}(H - U(r)).$$

Подставляя это значение в уравнение (15) с учтенными членами ξ, ξ^2 и т. д., получаем более точное, чем (15) без членов ξ и т. д., уравнение, имеющее, как и (15), интегрируемый вид

$$\frac{d^2r}{d\varphi^2} + F(r) = 0.$$

Это уравнение даст уточненную потенциальную яму $U(r)$, при помощи которой найдем новую, более точную $\xi(r)$ и т. д. Так находится более точное решение $r = r(\varphi)$, по которому анализируется устойчивость z-колебаний.

3. Различные режимы ускорения в поле с нелинейной фокусировкой

В обычном синхротроне магнитное поле растет во времени пропорционально импульсу, т. е. $H_z(t) \sim H_p$. В этом случае уравнения (15), (16) не изменяют своего вида в процессе ускорения. Это не значит, что решения этих уравнений не изменяются во времени. Существует адиабатическое затухание колебаний, которое уменьшает амплитуды поперечных колебаний, по закону $A^2 \sim 1/H_p$. Легко понять это затухание, если вспомнить, что адиабатический инвариант определяется временным уравнением для импульса, а не уравнением для координаты в переменной r, например:

$$J_r \sim \oint p_r\, dr \sim \varepsilon \left(\oint r dr \sim \varepsilon\omega \left(\oint r'_r\, dr \sim H_p \left(\oint r'_r\, dr; \right.\right.\right. \qquad (25)$$

$\omega = ecH_p/\varepsilon$ — частота обращения, ε — полная энергия частицы.

В нелинейной фокусировке строгий синхротронный режим недопустим. Из-за адиабатического затухания все уровни H в потенциальной яме (рис. 3) опускаются вниз в процессе ускорения и первоначально устойчивые (для z-колебаний) уровни выходят из областей устойчивости. Отсюда ясно, что в нелинейной фокусировке нужно искать другой закон изменения поля H_z во времени. Это изменение можно описывать изменением величины $H_{\max} = H_{\max}(t)$, если форма поля по радиусу не изменяется, скажем, из-за насыщения железа. Мы найдем этот закон для простой идеализированной модели магнитного поля, аппроксимированного углом (пунктир, рис. 3). Для некоторого упрощения расчетов будем считать, кроме того, одинаковыми градиенты на обоих скатах поля. Что нужно сделать? Надо вычислить $\cos 2\pi\mu_r$, вычислить адиабатический инвариант радиальных колебаний и из постоянства той и другой величины найти закон изменения $H_{\max}$ по отношению к импульсу, т. е. по отношению к H_p. При этом адиабатический инвариант сохраняется во времени автоматически, а для устойчивости z-колебаний мы потребуем сохранения равенства $\cos 2\pi\mu_z = \text{const}$.

Период радиальных колебаний Φ разбивается в рассматриваемом поле на две величины (см. (17), $H = -nr_1^2/2$):

1) время пребывания на участке, фокусирующем по радиусу $\left(\text{слева от точки перегиба функции } U(r), \text{ где } U(r) = U_{\min} + \frac{n}{2}(r + r_1)^2\right)$

$$\Phi_1 = 2\int_{r_0}^{r_1} [2(H - U)]^{-1/2} dr = \frac{2}{\sqrt{n}}\left(\frac{\pi}{2} + \arcsin\left(2 - \frac{r_1^2}{r_0^2}\right)^{-1/2}\right); \qquad (26)$$

2) время пребывания на участке, фокусирующем по z (где $U(r) = -nr^2/2$)

$$\Phi_2 = 2\int_{\rho_1}^{r_0} [2(H-U)]^{-1/2}\, dr = \frac{2}{\sqrt{n}} \operatorname{arch} r_0/\rho_1. \qquad (27)$$

Здесь хорошо видно, что при $\rho_1 \to 0$ $\Phi_1 \to \text{const}$, $\Phi_2 \to \frac{4}{\sqrt{n}} \ln \frac{r_0}{\rho_1}$. На первом участке уравнение z-колебаний имеет вид

$$z'' - nz = 0,$$

и матрица перехода для z при прохождении первого участка есть

$$\begin{pmatrix} \operatorname{ch}\sqrt{n}\,\Phi_1 & \frac{1}{\sqrt{n}}\operatorname{sh}\sqrt{n}\,\Phi_1 \\ \sqrt{n}\operatorname{sh}\sqrt{n}\,\Phi_1 & \operatorname{ch}\sqrt{n}\,\Phi_1 \end{pmatrix}.$$

Для второго участка

$$z''\varphi^2 + nz = 0,$$

и матрица перехода равна

$$\begin{pmatrix} \cos\sqrt{n}\,\Phi_2 & \frac{1}{\sqrt{n}}\sin\sqrt{n}\,\Phi_2 \\ -\sqrt{n}\sin\sqrt{n}\,\Phi_2 & \cos\sqrt{n}\,\Phi_2 \end{pmatrix}.$$

Перемножая матрицы и вычисляя след, получим

$$\cos 2\pi\mu_z = \cos\left(2\operatorname{arch}\frac{r_0}{\rho_1}\right)\operatorname{ch}\left(\pi + 2\arcsin\left(2 - \frac{\rho_1^2}{r_0^2}\right)^{-1/2}\right). \qquad (28)$$

Далее, адиабатический инвариант, согласно (25), оказывается равным

$$J_r = 2H_p\int_{\rho_1}^{r_0}\sqrt{2(H-U)}\,dr = H_0\sqrt{n}\,r_0^2\left(2\left(1-\frac{\rho_1^2}{r_0^2}\right) - \frac{\rho_1^2}{r_0^2}\operatorname{arch}\frac{r_0}{\rho_1} + \right.$$

$$\left. + \left(1-\frac{\rho_1^2}{2r_0^2}\right)\left(\pi + 2\arcsin\left(2-\frac{\rho_1^2}{r_0^2}\right)^{-1/2}\right)\right). \qquad (29)$$

Мы видим, что и $\cos 2\pi\mu_z$ и величина скобки в (29) зависят только от отношения ρ_1/r_0. Поэтому для сохранения устойчивости в процессе ускорения достаточно выполнения равенства

$$H_p\sqrt{n}\,r_0^2 = \text{const}. \qquad (30)$$

Если это выполняется, то все первоначально устойчивые уровни остаются устойчивыми и в процессе ускорения. Рассмотрим более подробно условие (30). Из рис. 3

$$r_0 = \frac{H_{\max} - H_p}{H_{\max}}\,a = \left(1 - \frac{H_p}{H_{\max}}\right)a, \qquad (31)$$

$$n = \frac{\partial H}{\partial r}\frac{R_p}{H_p} = \frac{H_{max}}{a}\frac{R_p}{H_p} = n_{геом}\frac{H_{max}}{H_p}, \quad n_{геом} = \frac{R_p}{a}. \tag{32}$$

Здесь a и $n_{геом}$ — постоянные (если считать, что в процессе ускорения изменяется только величина H_{max}). Поэтому (30) дает формулы, связывающие H_{max} и H_p через параметр y

$$\frac{H_{max}(t)}{H_{max}(0)} = \sqrt{\frac{y_0}{y}}\left(\frac{1-y_0}{1-y}\right)^2, \quad \frac{H_p(t)}{H_p(0)} = \sqrt{\frac{y}{y_0}}\left(\frac{1-y_0}{1-y}\right)^2. \tag{33}$$

$$y = \frac{H_p(t)}{H_{max}(t)} = \frac{n_{геом}}{n(t)} < 1, \quad y_0 = \frac{H_p(0)}{H_{max}(0)}, \tag{34}$$

$H_{max}(0)$, $H_p(0)$ — поле H_{max} и равновесное поле в начале ускорения. Производная $\frac{dH_p}{dy} > 0$ для $y_0 < y < 1$, поэтому в процессе ускорения y монотонно растет, так же как и H_p. Ход $H_{max}(t)$ во времени существенно зависит от величины y_0 (см. рис. 5). При $y_0 < 1/5$ магнитное поле должно в начале ускорения падать с ростом импульса; рост поля начинается после прохождения через минимум при $y = 1/5$. При $y_0 > 1/5$ магнитное поле растет, однако не так быстро, как равновесное поле H_p. Чем ближе y_0 к единице, тем более „синхротронным" является режим ускорения. При $y_0 \sim 0{,}1$ и $0{,}1 \lesssim y \lesssim 0{,}4$ режим ускорения очень близок к фазотронному (поле изменяется здесь только на 10%). Правда, если закончить ускорение при $y \sim 0{,}4$, то магнитное поле не будет использовано полностью. Например, при радиусе $R \sim 170$ м и $H_{max} \sim 20$ килоэрстед может быть получена энергия 100 Бэв. При энергии инжекции ~ 10 Бэв имеем как раз $y_0 \sim 0{,}1$. Режим, близкий к фазотронному, закончится уже при $y \sim 0{,}4$, т. е. при энергии ~ 40 Бэв, $H_p \sim 8$ килоэрстед. Мы увидим, однако, дальше, что использование встречных пучков в таком кольце также возможно лишь до энергий ~ 40 Бэв. Заметим также, что равновесное поле $H_p \sim 8$ килоэрстед не так уж мало по сравнению с

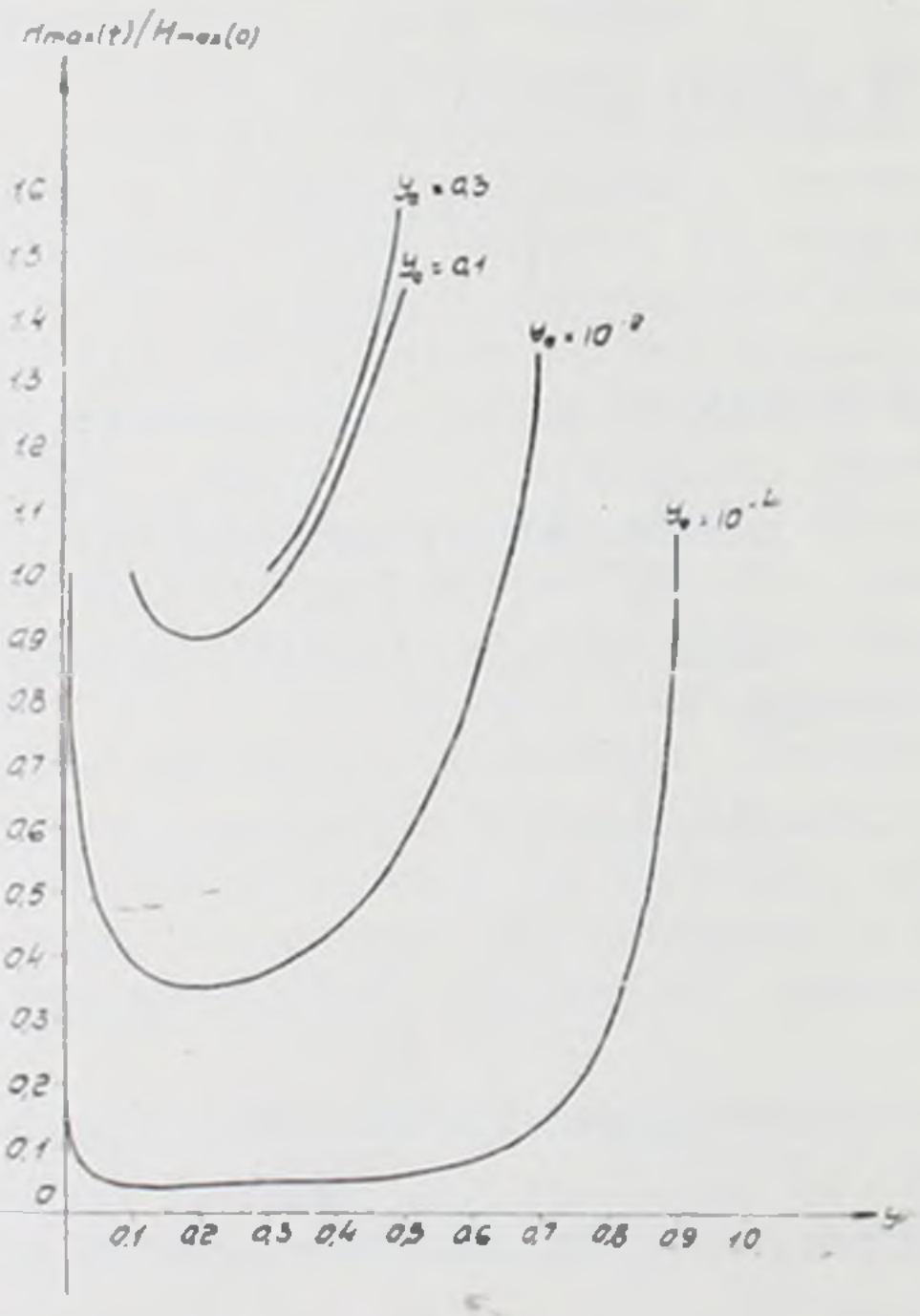


Рис. 5.

полями, применяемыми в жесткой фокусировке. Кроме того, совершенно очевидно, что рассмотренная здесь модель магнитного поля, выбранная лишь из соображений простоты расчетов, не является оптимальной. Серия численных расчетов поможет найти оптимальный ход поля по радиусу, при котором поле строго постоянно во времени в течение ускорения для некоторого интервала $y_0 < y < y_{max}$; я надеюсь, что при этом удастся понизить y_0 до значения $\sim (1 \div 3)\cdot 10^{-2}$, таким образом, понизить энергию инжекции в нелинейно-фокусирующий фазотрон (при $y_0 \sim 3\cdot 10^{-2}$ в рассмотренной модели поле меняется во времени на 40% при ускорении до $y \sim 0{,}6$).

4. Интенсивность пучка и допуски в нелинейно-фокусирующем ускорителе

Рассмотрим захват в режим бетатронных колебаний в упрощенной модели (рис. 3). Вычислим фазовый объем поперечных колебаний при инжекции и сравним его с фазовым объемом в жестко-фокусирующем ускорителе.

Согласно (28), в центрах полос устойчивости

$$(\cos 2\pi\mu_z = 0) \quad 2\operatorname{arch} r_0/\rho_1 = (2k+1)\,\pi/2, \quad r_0/\rho_1 = \operatorname{ch}(2k+1)\,\pi/4,$$

а полная ширина каждой полосы, на границах которой $\cos 2\pi\mu_z = \pm 1$, равна

$$\frac{\Delta\rho_1}{\rho_1} = \frac{1}{2}\frac{\Delta H}{H} \approx \sqrt{1-\frac{\rho_1^2}{r_0^2}}\left|\operatorname{ch}\left(\pi + 2\arcsin\left(2-\frac{\rho_1^2}{r_0^2}\right)^{-1/2}\right)\right|^{-1/2}. \tag{35}$$

Для основной полосы ($k=0$), $\rho_1/r_0 = 0{,}755$, $\Delta\rho_1/\rho_1 = 8\times 10^{-13}$, $\Phi = 6.67/\sqrt{n}$; для $k \gg 1$ $\Delta\rho_1/\rho_1 = 1.8\times 10^{-2}$, $\Phi \to \dfrac{(2k+1)\,\pi}{2\sqrt{n}}$. На фазовой плоскости r-колебаний каждая полоса устойчивости имеет вид овального кольца (рис. 6). Площадь такого кольца найдем из соотношения $\Delta J = \Phi\Delta H$:

$$\Delta r\Delta\theta_r = \frac{\Delta r}{R}\,\Delta\frac{dr}{d\varphi} = 2\,\frac{\Delta\rho_1}{\rho_1}\,H\frac{\Phi}{R} = \frac{\Delta\rho_1}{\rho_1}\,\frac{\Phi}{R}\,n\rho_1^2 = \frac{\Delta\rho_1}{\rho_1}\,\frac{\Phi}{R}\,nr_0^2\left(\frac{\rho_1}{r_0}\right)^2. \tag{36}$$

Все частицы, захваченные в этот фазовый объем при инжекции, сохраняют далее устойчивость, если выполнены условия (30), (33). Учитывая, что $\Phi \sim 1/\sqrt{n}$, условие (30) и то, что ρ_1^2/r_0^2 сохраняется в процессе ускорения, найдем, что объем $\Delta r\Delta\theta_r$ затухает по закону $1/H_p$.

Фазовый объем вертикальных колебаний определяется допустимой амплитудой $z_{доп}$; если выполняется условие $z^2/r^2 \ll 1$, то $z_{доп}$ определяется вертикальным размером камеры. Строго говоря, этот вопрос еще недостаточно изучен. Неясно, скажем, допустима ли вели-

чина $z^2/r^2 \sim 0{,}1$ или $z^2/r^2 \sim 0{,}01$.[1] На этот вопрос ответит подробный анализ нелинейных резонансов. Мы будем считать пока $z^2/r^2 \sim 0{,}03$.

Согласно известной теории линейных колебаний с периодическими коэффициентами, на которой я не имею возможности подробно останавливаться,

$$\Delta z \Delta \theta_z = \frac{2\pi^2 z_{доп}^2}{R\Phi |\chi|^2_{max}}, \tag{37}$$

где χ — фукция Флоке вертикальных колебаний, нормированная величиной Вронскиана

$$\chi^* \chi_z - \chi \chi_z^* = \frac{4\pi i}{\Phi}. \tag{38}$$

Функция Флоке χ является решением уравнения с периодическим коэффициентом (16) и отличается от других решений свойством

$$\chi(\varphi + \Phi) = e^{2\pi i \mu_z} \chi(\varphi). \tag{39}$$

В области устойчивости $\chi^*(\varphi)$ является вторым независимым решением, так что любое z-колебание может быть представлено в виде суперпозиции

$$z(\varphi) = a\chi(\varphi) + a^* \chi^*(\varphi). \tag{40}$$

В нашем примере $|\chi|^2_{max} = \frac{2\pi}{\Phi \sqrt{n}} (\mathrm{sh}\gamma + \mathrm{ch}\gamma)$, $\gamma = \pi + 2\arcsin \times \times \left(2 - \frac{r_1^2}{r_0^2}\right)^{-1/2}$. Для основной полосы $|\chi|^2_{max} \sim 150$. Теперь мы можем представить суммарный фазовый объем поперечных колебаний при инжекции в виде

$$(\Delta r \Delta z \Delta \theta_r \Delta \theta_z)_k = \varkappa_k \frac{n r_0^2 z_{доп}^2}{R^2} = \alpha k z_{доп}^2 / y_0 n_{геом}, \quad n_{геом} = \frac{R}{a}, \tag{41}$$

k — номер полосы устойчивости. Для основной полосы $\varkappa_1 \approx 6 \times 10^{-4}$, для следующей $\varkappa_2 \approx 1.6 \times 10^{-4}$. Этот фазовый объем не теряется при ускорении, так как вертикальные колебания затухают по закону $z^2 \sim 1/H_p \sqrt{n} \sim \frac{1-y}{1-y_0}$.

Характерно для нелинейной фокусировки, что фазовый объем захвата пропорционален $1/y_0 = H_{max}(0)/H_p(0)$. Понять этот результат не трудно. Сила фокусировки определяется величиной градиента. Градиент в момент инжекции в обычном ускорителе $\sim H_p/a$, тогда как в нелинейном $\frac{\partial H}{\partial r} \sim H_{max}/a$. При $y_0 \ll 1$ $H_{max}/a \gg H_p/a$, система более жесткая, чем обычная знакопеременная фокусировка, и дает больший фазовый объем, пропорциональный $H_{max}(0)/H_p(0) = 1/y_0$. Чем меньше энергия инжекции в нелинейной фокусировке, тем больше захват. К

сожалению, как мы видели, для получения фазотронного режима необходимо достаточно большое $y_0 \sim 0{,}1$. Фазотронный режим кажется пока более предпочтительным из-за жестких допусков в нелинейно-фокусирующем ускорителе, о чем будет сказано подробнее.

Следует заметить, что реальное магнитное поле в магните (рис. 2) имеет вид рис. 1, б, а не рис. 3. В начале ускорения частица попадает на „завалы" поля как справа, так и слева. Это приводит к тому, что в начале ускорения время, проводимое на дефокусирующем по z участке (величина Φ_1), разрывается посередине участком, фокусирующем по z (на левом „завале", рис. 1, б). Несомненно, это в несколько раз уменьшает величину $|\gamma|^2_{\max}$ по сравнению с оценкой, приведенной выше, увеличивает фазовый объем и ослабляет допуски. Однако этот режим еще строго не рассмотрен.

Фазовый объем в жесткой фокусировке по порядку величины равен

$$\Delta r\, \Delta z \Delta\theta_r \Delta\theta_z \sim \frac{r^2_{\text{доп}}\, z^2_{\text{доп}}}{a_1^2\, n_{\text{геом}}}, \qquad n_{\text{геом}} = R/a_1, \tag{42}$$

причем a_1 имеет в (42) несколько иной смысл, чем a в (41): по порядку величины $a_1 \sim a/2$. Прежде чем сравнивать (41) и (42), заметим, что в жесткой фокусировке не используются не только завалы магнитного поля, которые всегда реально существуют, но и вообще участки с нелинейностью $\lesssim 1\%$. Поэтому в жесткой фокусировке $r^2/a^2 \sim z^2/a^2 \sim 10^{-2}$. При сравнимых весах магнитов и при $y_0 \sim 3\times 10^{-2}$ (что, по-видимому, возможно в фазотронном режиме) фазовые объемы (41) и (42) одного порядка. Если бы можно было выдерживать допуски, которые я укажу ниже, в переменном магнитном поле, то переход к нелинейной фокусировке в ускорителе на большие энергии позволил бы увеличить захват на 2 ÷ 3 порядка (при $y_0 \sim 10^{-4}$) по сравнению с жесткой фокусировкой (в бетатронных колебаниях; в фазовых колебаниях захват здесь также увеличен, о чем речь будет идти ниже).

В фазотронном режиме можно увеличить частоту повторения циклов ускорения по сравнению с жесткой фокусировкой. Отсутствие реактивной мощности питания магнитов позволит, по-видимому, кроме того, увеличить аппертуру. Поэтому реально интенсивность пучка на выходе в фазотронном режиме нелинейной фокусировки должна быть выше, чем в синхротроне с жесткой фокусировкой — даже без учета разницы в фазовых объемах по синхротронным колебаниям.

Отметим еще, что нелинейная фокусировка идеально приспособлена для многооборотной инжекции. Впуск частиц с некоторым фазовым объемом $\Delta\Omega$ производится на какой-либо участок кольцевого фазового объема (рис. 6), скажем, на координату $r = 0$. По прошествии одного оборота фазовый объем $\Delta\Omega$ сместится по кольцу, освободив место для нового впуска (на ту же координату $r = 0$); так будет происходить до тех пор, пока не будет заполнено все фазовое кольцо.

Обратимся к важному вопросу о допусках в системе с нелинейной фокусировкой. Согласно (26), (27), угловой период радиальных колебаний растет при ускорении как $1/\sqrt{n} \sim \sqrt{H_p/H_{max}} = \sqrt{y}$. При изменении y, скажем, в пределах $0{,}03 < y < 0{,}6$ Ф увеличивается в 4,5 раза. Число z-колебаний μ_z на длине периода r-колебаний остается неизменным (в центре полосы устойчивости $\mu_z = 1/4$), поэтому число z-колебаний на одном обороте падает как $1/\Phi \sim 1/\sqrt{y}$. Это значит, что ча-

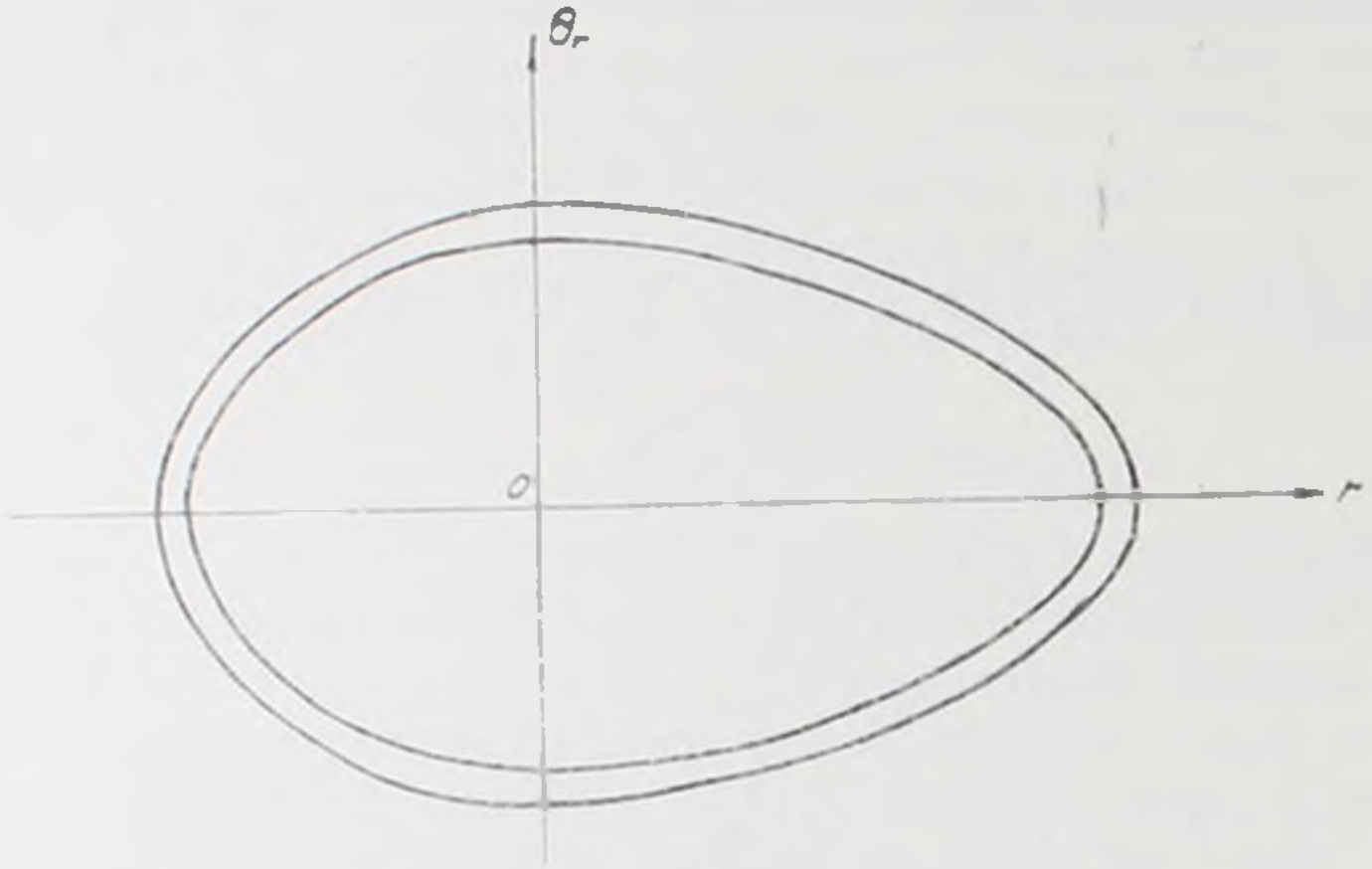


Рис. 6.

стицы в процессе ускорения проходят через большое число резонансов z-колебаний. Резонанс наступает каждый раз, когда на одном обороте укладывается целое число z-колебаний (если рассматривать только основные, так называемые „внешние", резонансы. Резонансные гармоники возмущений возникают из-за искажений магнитного поля вдоль орбиты, в частности, из-за возмущений фундамента. Главную роль играют возмущения вертикальных колебаний — уже потому, что по радиусу частица находится в глубокой потенциальной яме, далеко от ее края (горба).

Допуск на резонансные гармоники возмущений поля, т. е. возмущений типа $\frac{\Delta H}{H} = \beta_m \cos m\varphi$, в ускорителе с жесткой фокусировкой равен $\beta_{доп} \sim 10^{-4}$. Этот допуск при средних полях, по-видимому, выполняется без системы коррекции. В фазотроне, т. е. в системе с постоянным магнитным полем, может быть выполнен допуск $\beta_{доп} \sim 10^{-5}$ (он соответствует точности измерения поля $\sqrt{\left(\frac{\Delta H}{H}\right)^2} \sim 10^{-4}$), за исключением, однако, гармоник, вызванных возмущением фундамента.

В фазотроне (или в ускорителе с режимом, близким к фазотронному) с нелинейной фокусировкой существует возможность периодически, скажем раз в сутки, корректировать разонансные гармоники, не проводя ускорения частиц, а только впуская их и наблюдая за поведением пучка при вращении. Действительно, внутри полосы устойчивости шириной ΔH имеются самые различные частоты z-колебаний: от нуля на одной границе области ($\mu_z = 0$) до $\sim \sqrt{n}/2$ ($\mu_z \sim 1/2$) на другой границе. Впуская частицы в полосы шириной, много меньшей ΔH, можно наблюдать действие различных резонансов (в количестве $\sim 15 \div 30$ для фазотрона), не ускоряя частицы. Можно надеяться что система коррекции, действующая на основании наблюдения за пучком, может реально уменьшить величину амплитуды каждой гармоники β, по-видимому, до $\sim 10^{-6}$.

Исходя из этой величины, вычислим $\bar{A}_z^2$ — средний квадрат амплитуды z-колебаний, возбуждаемых при многократном прохождении через резонансы, и определим на основании этого расчета необходимую аппертуру камеры.

Если фундамент возмущен по косинусоиде, $z = z_m \cos m\varphi$, то уравнение для z принимает вид

$$z'' - \frac{\partial H_z(r)}{\partial r}\frac{R}{H_p} z = \frac{H_r}{H_p} R \equiv \frac{R}{H_p}\frac{\partial H_z(r)}{\partial r} z_m \cos m\varphi. \qquad (43)$$

Градиент $\partial H_z/\partial r$ является функцией от φ с периодом Φ (рис. 4) и числом колебаний на одном обороте $2\pi/\Phi$. Число z-колебаний на одном обороте равно $2\pi\mu_z/\Phi$. Условие резонанса есть

$$\frac{2\pi\mu_z}{\Phi} = k\frac{2\pi}{\Phi} \pm m \quad \text{или} \quad \frac{2\pi}{\Phi}(k - \mu_z) = \pm m, \qquad (44)$$

m, k—целые числа. При $k = 0$ в правую часть (43) входит среднее значение градиента, так что амплитуда правой части $\lesssim 1/2nz_m$ и частота m. При $k = 1$ амплитуда резонансной гармоники в (43) также $\lesssim 1/2nz_m$ $\left(\text{и частота } \frac{2\pi}{\Phi} m\right)$, но эти резонансы проходятся в три раза быстрее (при $\mu_z \sim 1/4$), чем резонансы на $k = 0$ (скорость прохождения через резонанс определяется скоростью изменения левой части правого равенства (44)). Поэтому главную роль играют резонансы $k = 0$. Таким образом, нужно рассмотреть уравнение

$$z'' - \frac{\partial H_z}{\partial r}\frac{R}{H_p} z = R\frac{H_{\max}}{H_p}\beta_m \cos m\varphi, \qquad (45)$$

в котором, по предположению, $\beta_m \sim \frac{H_r}{H_{\max}} \sim 10^{-6}$ (после коррекции по пучку) и не зависит от m. Расчет прохождения через многие резонансы типа (45) с учетом затухания z-колебаний приводит к формуле прироста квадрата амплитуды

$$\overline{\Delta A_z^2} = \frac{1}{8}\beta^2 R^2 |\chi|^2_{\max} \overline{|\chi|^2} \sqrt{\frac{H_p(0)\, H_{\max}(0)}{H_p\, H_{\max}}} \times$$

$$\times \int_{p_0}^{p} \Phi^2 \left(\frac{H_p\, H_{\max}}{H_p(0)\, H_{\max}(0)} \right)^{1/2} \frac{n^2}{n^2_{\text{геом}}} \frac{dp}{\Delta p}\,; \qquad (46)$$

Δp — прирост импульса на одном обороте. Мы будем считать постоянным прирост энергии $\Delta\varepsilon$ на одном обороте. В фазотронном режиме $H_{\max}/H_{\max}(0) \sim 1$ и для главной полосы устойчивости

$$\frac{\overline{\Delta A_z^2}}{a^2} \approx 6 \times 10^1 \times \beta^2 n_{\text{геом}} \frac{p_{\max}}{\Delta\varepsilon} \sqrt{\frac{p_0}{p}} \int_{p_0}^{p} \sqrt{\frac{p}{p_0}} \frac{dp}{\sqrt{p^2 + m^2 c^2}}. \qquad (47)$$

где $c\, p_{\max} = e H_{\max} R$. Для кольцевого фазотрона на малые энергии $p < mc$ и

$$\frac{\overline{\Delta A_z^2(p)}}{a^2} \sim 4 \times 10^4 \beta^2 n_{\text{геом}} \frac{p_{\max}}{\Delta\varepsilon} \frac{p}{mc}. \qquad (48)$$

Для кольцевого фазотрона на большие энергии и с релятивистской энергией инжекции $p \gg mc$ и

$$\frac{\overline{\Delta A_z^2}}{a^2} \sim 10^5 \beta^2 n_{\text{геом}} \frac{p_{\max}}{\Delta\varepsilon}. \qquad (49)$$

Пусть $p_{\max} \sim 100$ Бэв, $\Delta\varepsilon \sim 30$ Мэв, $\beta^2 \sim 3 \times 10^{-13}$, $\Delta A_z^2/a^2 \sim 3 \times 10^{-2}$, Тогда $n_{\text{геом}} \sim 300$. При радиусе $R \sim 170$м это дает $a \sim 55$ см, $z_{\text{доп}} \lesssim 10$ см.

Сделаю еще замечание о фазовых колебаниях в нелинейно-фокусирующем ускорителе. Поскольку по радиусу в нелинейной фокусировке знакопостоянная, а не знакопеременная фокусировка, величина $\alpha = \dfrac{d \ln L}{d \ln p}$, L — длина орбиты, здесь меньше, чем в жесткой фокусировке: здесь $\alpha \sim 1/n$, а в жесткой фокусировке $\alpha \sim 5/n$. Это дает больший захват в режим фазовых колебаний. Допустимый разброс по импульсам $\dfrac{\Delta p}{p}$ здесь не ограничивается допуском на отклонение бетатронных частот от номинала, так как в нелинейной фокусировке все равно частица проходит через резонансы бетатронных колебаний.

5. Кольцевой нелинейно-фокусирующий фазотрон со встречными пучками протонов

В ускорителе с нелинейной фокусировкой можно получить встречные пучки протонов в одном и том же кольце. Для этого магнит ускорителя должен иметь в сечении вид, изображенный прибли-

зительно на рис. 7. На этом рисунке а)—сечение магнита, б)—вакуумная камера, в)—область соударения пучков, г)—обмотки питания магнитов. Стрелки указывают направления магнитного поля в разных областях по r. Ход магнитного поля по радиусу изображен на рис. 8. На этом рисунке А—положение равновесия для прямого пучка протонов, Б—положение равновесия для обратного пучка, H_p и $-H_p$—соответствующие равновесные поля, $H_p \sim H'_p$.

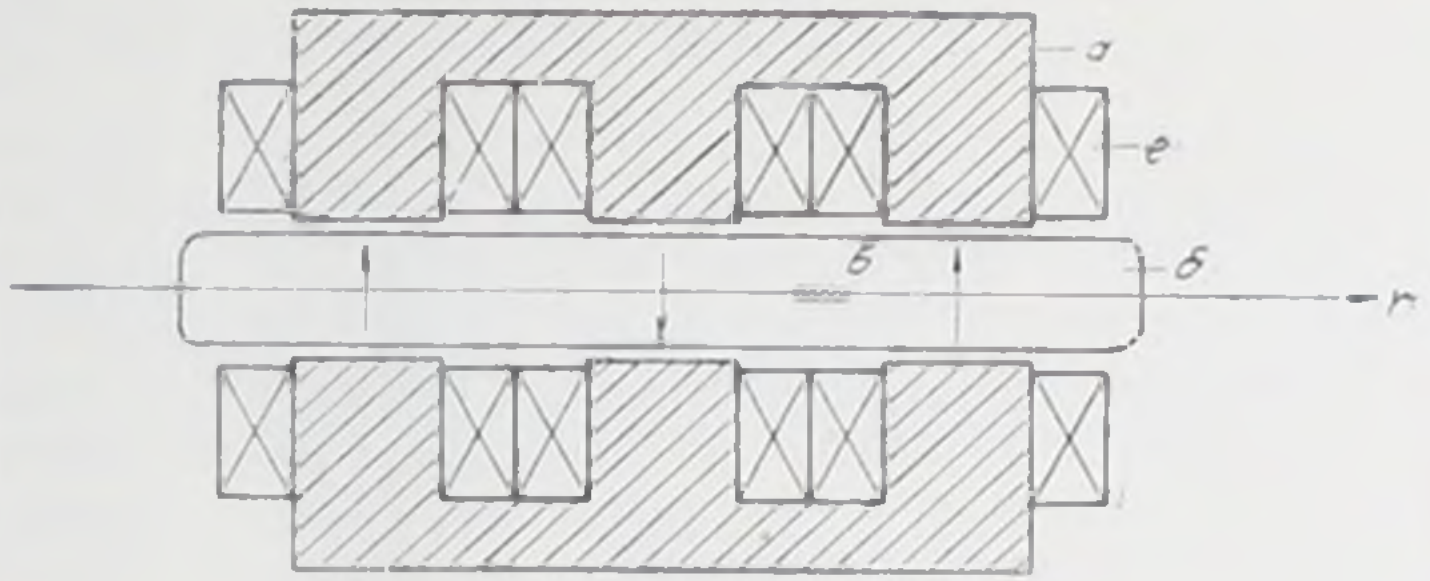


Рис. 7.

В начале ускорения встречные пучки перекрываются сильно, но по мере роста энергии область перекрытия пучков по радиусу сокращается. Если работать в первой области устойчивости, то перекрытие пучков прекращается уже при $\frac{H_p}{H_{max}} \sim 0{,}2$, т. е. остаются не-

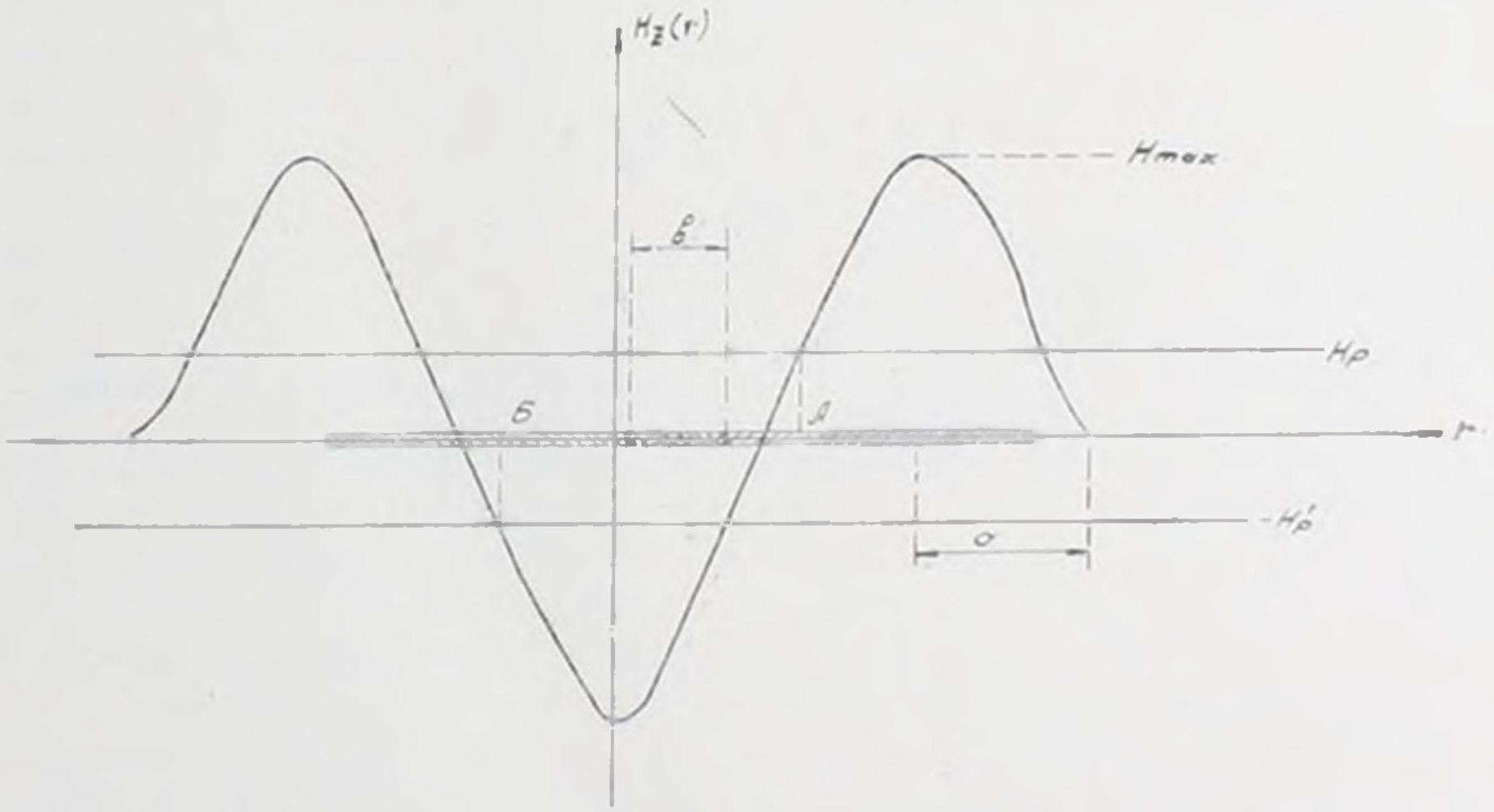


Рис. 8.

использованными $\sim 70\%$ магнитного поля. Поэтому нужно работать во второй области устойчивости, для которой $p_1/r_0 \ll 1$. В этом случае перекрытие пучков прекращается при $H_p/H_{max} \sim 0{,}4$, т. е. половина магнитного поля все же остается неиспользованной (как в жесткой

фокусировке с сильным градиентом). Переход ко второй области устойчивости может только улучшить допуски в z-колебаниях, но уменьшает (примерно в 4 раза) захват в режим ускорения.

Оценим число реакций в единицу времени на длине вдоль пучка ~ 30 см с площадью перекрытия ~ 200 см^2 в кольцевом фазотроне с радиусом $R \sim 170$ м ($p_{max} \sim 100$ Бэв, максимальная энергия каждого из соударяющихся пучков ~ 40 Бэв, относительная энергия в системе покоя одной из частиц $\sim 3{,}2\times10^3$ Бэв). Будем считать $y_0 = \frac{H_p(0)}{H_{max}} \times$ $\sim 3\times10^{-2}$, $n_{геом} \sim 300$, $a \sim 55$ см, $z_{доп} \sim 10$ см (это дает вес магнита ~ 100 тысяч тонн). По формуле (41), взяв $\varkappa_2 = 1.6\times10^{-4}$, получим $\Delta r \Delta z \Delta\theta_r \Delta\theta_z \sim 1.6\times10^{-3}$. В этот фазовый объем на длину орбиты $\sim 10^3$ м можно впустить по меньшей мере $\sim 10^{15}$ частиц (без учета выигрыша в фазовом объеме синхротронных колебаний по сравнению с жесткой фокусировкой). Однако на площадь ~ 200 см^2 приходится лишь $\sim 2\times10^{11}$ частиц. В качестве инжектора следует использовать, возможно, спирально-секторный циклотрон на энергию $\sim 3 \div 10$ Бэв. Число столкновений в единицу времени на длине 30 см, рассчитанное по формуле (1), при $\rho \sim 10^{15}/10^9 = 10^7$ см$^{-3}$, считая даже $L_D/L \sim 1$, дает $w \sim 10^3$ сек$^{-1}$; на самом деле эта величина больше, по крайней мере, на порядок.

В заключение можно сказать, что предварительное рассмотрение встречных пучков протонов в нелинейно-фокусирующем фазотроне дает весьма обнадеживающие результаты.

ЛИТЕРАТУРА

1. *O Neill*, CERN, Symp 1, стр. 64—65, (1956).
2. *O Neill*, CERN, Proceedings, стр. 125—136 (1959).
3. *Коломенский А. А.* ЖЭТФ, 33, стр. 298—299 (1957).
4. *Ohkawa T.* Rev. Sci Instr, 29, стр. 108—117 (1958).
5. *Владимирский В. В., Кошкарев Д. Г.* К реализации эксперимента со сталкивающимися пучками без накопления. Препринт ИТЭФ—20—61.
6. *Орлов Ю. Ф.* Устойчивые бетатронные колебания в нелинейном магнитном поле, ЖЭТФ (в печати).

В. Н. БАЙЕР

ПРОВЕРКА ПРИМЕНИМОСТИ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ НА МАЛЫХ РАССТОЯНИЯХ В ОПЫТАХ НА ВСТРЕЧНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ И ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПУЧКАХ

Введение

В лекции С. А. Хейфеца показана экспериментальная осуществимость опытов на встречных пучках. В данной лекции рассмотрено применение такого рода экспериментов для проверки применимости квантовой электродинамики на малых расстояниях.

Квантовая электродинамика — наиболее современное описание взаимодействия зарядов с электромагнитным полем — окончательно сформировалась в конце 40-х годов, когда была развита теория перенормировок. Измерение сдвига уровней атомных электронов, аномального магнитного момента электрона и ряда других эффектов показало прекрасное согласие теории с опытом. Однако этот успех был достигнут с помощью систематического использования метода вычитания расходящихся интегралов, носящего чисто рецептурный характер. Несмотря на значительное развитие теории дисперсионных соотношений и спектральных представлений остаются неясными вопросы, связанные со структурой и способами количественного описания сильных взаимодействий. При построении теории остается открытой основная проблема: каково строение пространства-времени и структура взаимодействий на малых расстояниях. Мы не говорим уже о том, что теория не позволяет вычислить массы, спины, заряды и другие характеристики элементарных частиц.

Поскольку отсутствует количественная теория сильных взаимодействий, расхождение между опытом и современными теоретическими представлениями может быть установлено только в случае обнаружения новых качественных закономерностей. Что касается слабых взаимодействий, то, хотя $V-A$-вариант теории при малых энергиях хорошо согласуется с опытом, неясно, применим ли этот вариант, да и само четырехфермионное взаимодействие, при больших энергиях. Совсем иначе дело обстоит в случае электромагнитных взаимодействий, где имеется теория, находящаяся в прекрасном количествен-

ном согласии с опытом, и всякое отклонение теории от эксперимента может привести к существенному пересмотру наших представлений о событиях, разыгрывающихся на малых расстояниях. Именно поэтому электродинамические эксперименты представляются в настоящее время одним из наиболее перспективных методов исследования пределов применимости современной теории.

По кинематическим соображениям, связанным с переходом из лабораторной системы в систему центра инерции, такие эксперименты могут быть поставлены только на встречных пучках.

Наиболее удобными экспериментами для проверки применимости квантовой электродинамики на малых расстояниях являются: 1) рассеяние электронов на электронах; 2) рассеяние позитронов на электронах; 3) двухквантовая аннигиляция электрон-позитронной пары. Ниже будет подробно рассмотрена информация, даваемая каждым из этих опытов. Ясно, что для установления отклонения эксперимента от теории прежде всего необходим корректный учет всех теоретических вкладов. Мы подробно рассмотрим учет теоретических вкладов на примере рассеяния электрона на электроне. В остальных случаях расчет проводится аналогичным способом.

§ 1. Радиационные поправки

Рассеяние электрона на электроне в низшем порядке теории возмущений представляется двумя диаграммами Фейнмана (рис. 1). Сечение рассеяния в этом приближении было впервые вычислено Меллером; оно имеет вид

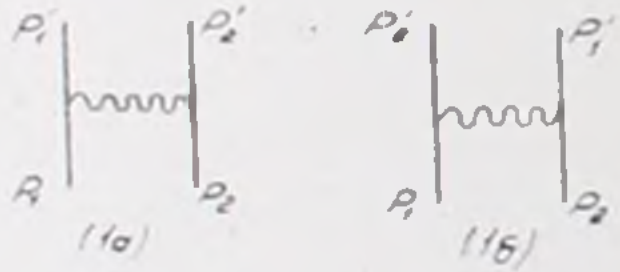


Рис. 1.

$$\sigma_0'(\vartheta) = \frac{r_0^2}{8\gamma^2}\left[\frac{s^4+q'^4}{q^4} + \frac{2s^4}{q^2q'^2} + \frac{s^4+q^4}{q'^4}\right], \tag{1}$$

где r_0 — классический радиус электрона; $\gamma = \frac{E}{m}$; E — энергия электрона; $s = p_1 + p_2$; $q = p_1 - p_1'$; $q' = p_1 - p_2'$. Здесь и ниже используется система центра инерции, где

$$\begin{aligned} q^2 &= -2p^2(1-\cos\vartheta), \\ q'^2 &= -2p^2(1+\cos\vartheta), \\ s^2 &= 4E^2. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь ϑ — угол рассеяния, p — импульс электрона.

Для ультрарелятивистских электронов формула Меллера может быть приведена к следующему простому виду:

$$\sigma_0(\vartheta) = \frac{r_0^2}{\gamma^2}\left[\frac{2}{\sin^2\vartheta} - \frac{1}{2}\right]^2. \tag{3}$$

Для оценки точности этой формулы необходимо вычислить следующие члены ряда теории возмущений, т. е. найти радиационные

поправки. В этом случае необходимо рассмотреть диаграммы, приведенные на рис. 2, добавив к ним обменные ($p_1' \longleftrightarrow p_2'$). Здесь не приведены графики, содержащие собственную энергию электрона, так как при регуляризации, которая проводится стандартными методами, они выпадают. Матричные элементы диаграмм 2, 3, 5, 5′ расходятся

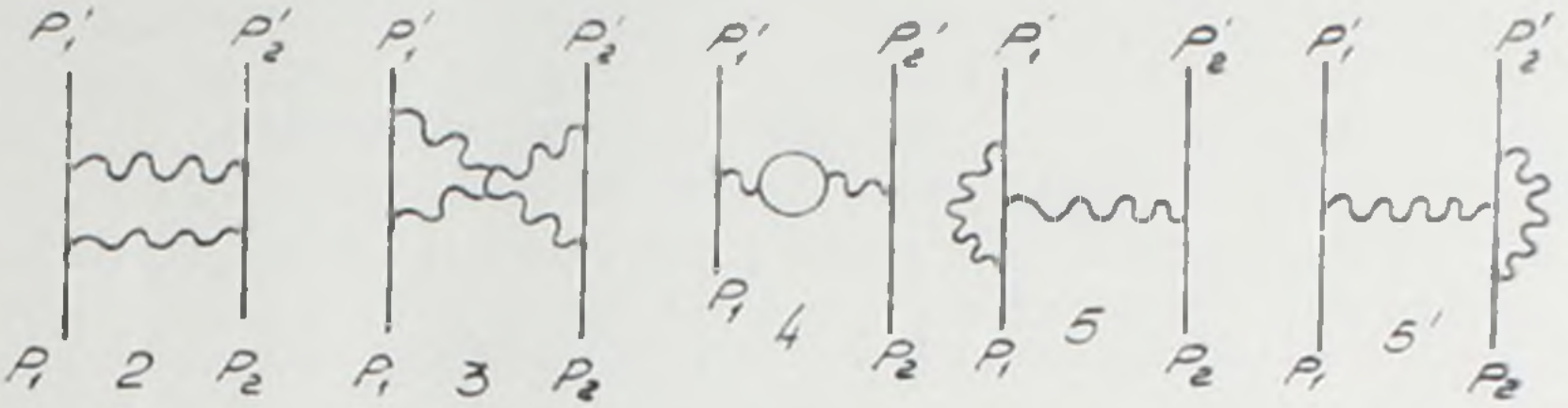


Рис. 2.

при интегрировании в области малых импульсов виртуальных фотонов (инфракрасная катастрофа). Это связано с тем, что само понятие упругого процесса является чисто условным, поскольку в каждом акте рассеяния заряженных частиц излучаются мягкие кванты, причем сечение излучения также расходится в области малых частот. Однако суммарное сечение упругого и неупругого рассеяния не содержит расходимости. Таким образом, для устранения инфракрасной катастрофы необходимо учесть диаграммы с излучением реальных фотонов (рис. 3, к этим диаграммам необходимо добавить обменные).

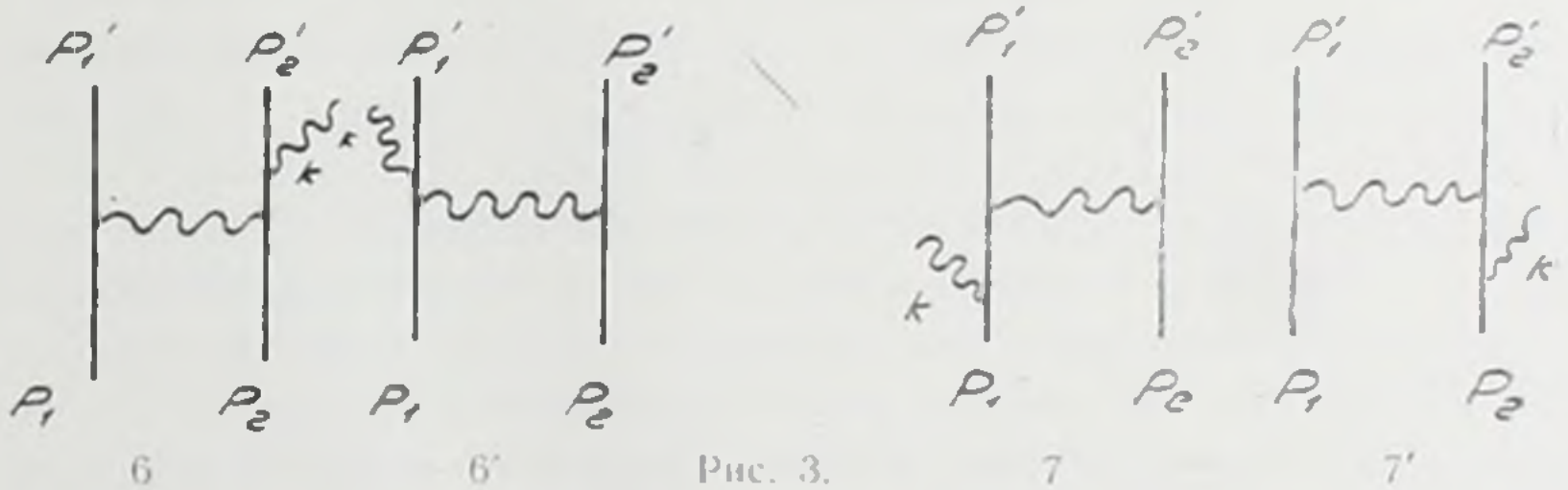


Рис. 3.

Учет излучения реальных фотонов существенно усложняет задачу исследования рассеяния, поскольку измеряемое сечение зависит от конкретных условий эксперимента.

Для устранения инфракрасной катастрофы достаточно учесть излучение только мягких фотонов ($\Delta E \ll m$, где ΔE — полная энергия, уносимая фотонами). Однако для опытов на встречных пучках недостаточно учета излучения только мягких фотонов. В самом деле, рассеянные электроны регистрируются парами счетчиков (рис. 4), включенными по схеме совпадений. Поскольку энергетический порог счетчиков значительно меньше начальной энергии электронов, они будут регистрировать практически все электроны, попавшие в счетчики, независимо от потери ими энергии. Таким образом, необходимо

учесть излучение жестких фотонов, для которых ΔE может быть порядка E. Следует заметить, что для учета излучения жестких фотонов достаточно учесть низший порядок теории возмущений, что, вообще говоря, неверно для мягких фотонов, где необходимо учитывать излучение большого числа фотонов.

Матричный элемент, соответствующий диаграммам 6 и 6′, может быть представлен в виде:

$$M_{6,\,6'} = \frac{e^3}{(2\pi)^{3/2}} \frac{m^2}{(2\omega E_1 E_2 E_1' E_2')^{1/2}} \frac{\bar{u}(p_2')\,\gamma^\mu u(p_2)}{(p_2' - p_2)^2} \times$$

$$\times \bar{u}(p_1') \left\{ \left[\frac{(ep_1')}{(kp_1')} - \frac{(ep_1)}{(kp_1)} \right] \gamma_\mu + \frac{1}{2} \left[\frac{\hat{e}\hat{k}\gamma_\mu}{(kp_1')} + \frac{\gamma_\mu \hat{k}\hat{e}}{(kp_1)} \right] \right\} u(p_1). \qquad (4)$$

Аналогичный вид имеет матричный элемент диаграмм 7 и 7′, только в знаменателях стоят комбинации (kp_2'), (kp_2). Выражая скалярные произведения через угол между импульсами электрона и фотона и их энергии, получим:

Рис. 4.

$$(kp_i) = \omega E_i (1 - \beta_i \cos\vartheta_i), \qquad (5)$$

здесь β_i — скорость электрона. Таким образом, в выражении для вероятности излучения фотона появляются характерные знаменатели типа (5). Это приводит к тому, что фотоны излучаются ($\beta_i \to 1$) преимущественно в узкие конуса вокруг направлений начальных и конечных электронов.

Фотоны, излучаемые при неупругом столкновении электронов, можно условно подразделить на два класса — мягкие и жесткие. Это разделение тесно связано с геометрией опыта. Предположим, что один из рассеянных электронов попал в центр счетчика, тогда будем считать фотон мягким, если второй электрон попадет в противоположный счетчик, независимо от направления излучения фотона; в противном случае будем считать фотоны-жесткими.

Максимальная энергия мягких фотонов, излученных в конуса вокруг направлений p_1, p_2, есть:

$$\varepsilon = \frac{E\Delta\vartheta}{\sin\vartheta + \Delta\vartheta\left(\frac{1+\cos\vartheta}{2}\right)}. \qquad (6)$$

Здесь $\Delta\vartheta$ — половина угловой аппертуры счетчика.

Прежде всего мы рассмотрим суммарное сечение упругого процесса и неупругих процессов с излучением мягких фотонов, максимальная энергия которых ε. Ввиду технической сложности, при вычислении вкладов диаграмм 2, 3 (рис. 2) пренебрегается членами, не содержащими большие логарифмы типа $\ln\left(\frac{-q^2}{m^2}\right)$, $\ln\frac{E}{\varepsilon}$. Вследствие этого окончательное выражение для суммарного сечения упругого

и неупругого рассеяния может быть выписано только с указанной точностью

$$\sigma_M(\vartheta) = \sigma_0(\vartheta)\left\{1 + \frac{\alpha}{\pi}\left[4\left(1 - 2\ln\frac{E\sin\vartheta}{m}\right)\ln\frac{E}{\varepsilon} + \frac{22}{3}\ln\frac{E}{m}\right]\right\}. \qquad (7)$$

Поскольку нас интересуют большие углы рассеяния (фактически $\vartheta > 30°$), мы не можем учитывать логарифмическую зависимость от углов в членах, содержащих один логарифм, например, не следует оставлять члены, содержащие $\ln\sin\vartheta$, и никаких других логарифмов, поскольку соответствующие члены порядка отброшенных. В пределах точности формулы зависимость от углов следует учитывать только в членах, в которых логарифм угла умножается на большой логарифм.

Теперь мы должны учесть вклад жестких фотонов с энергией, большей ε. При вычислении следует учесть также вклады членов, содержащих k в числителе в формуле (4), которые опускались при вычислении вкладов мягких фотонов, что давало существенные упрощения (вообще говоря, для конкретных экспериментов ε столь велико, что указанные члены нужно учитывать и при вычислении вкладов мягких фотонов). Расчеты при этом становятся столь громоздкими, что их приходится выполнять на электронных вычислительных машинах. При этом можно либо вычислять непосредственно диаграмму, либо можно проинтегрировать точную формулу излучения одного фотона при электрон-электронном столкновении, полученную в свое время Гарибяном.

Складывая вклады жестких и мягких фотонов, получим полные радиационные поправки. Отметим, что важную для опытов на встречных пучках угловую зависимость содержат только члены с $\ln\frac{1}{\Delta\vartheta}$.

Точный расчет такого рода членов проведен в последнее время в Институте ядерной физики Сибирского отделения АН СССР.

Выше были подробно рассмотрены радиационные поправки к формулам рассеяния электрона на электроне. Радиационные поправки к формулам рассеяния электрона на позитроне могут быть получены с помощью простой подстановки. Если начальный импульс позитрона p_+, а конечный импульс p'_+, то в полученных формулах необходимо провести замену

$$\begin{aligned} p_2 &\to -p'_+, \\ p'_2 &\to -p_+. \end{aligned} \qquad (8)$$

Очевидно, что при этом

$$s^2 \to q'^2, \qquad q^2 \to q^2. \qquad (9)$$

Например в формуле (7) при этой замене $\sin\vartheta \to 2\,\mathrm{tg}\frac{\vartheta}{2}$. Естественно, что при этой замене $\sigma_0(\vartheta)$ переходит в формулу рассеяния электрона

на позитроне, так называемую формулу Баба, явный вид которой можно получить из (1).

Аналогичным же образом получаются радиационные поправки к формулам аннигиляции электронно-позитронной пары в пару фотонов.

§ 2. Высшие радиационные поправки, роль сильных и слабых взаимодействий

Мы видим, что в формулах для радиационных поправок возникают члены, в которых константа связи $\alpha = 1/137$ умножается на большие логарифмические члены, среди которых самыми большими могут оказаться члены, содержащие произведение двух больших логарифмов $\ln\frac{E}{m}\ln\frac{E}{\Delta E}$; такие члены называются дважды логарифмическими.

Тот факт, что разложение теории возмущений ведется не по $\alpha = 1/137$, а по $\alpha\ln\frac{E}{m}\ln\frac{E}{\Delta E}$ является характерным для квантовой электродинамики при больших энергиях. Ясно, что при достижимых в настоящее время энергиях члены, содержащие один логарифм, не могут стать порядка единицы, так что такие члены с большей или меньшей точностью могут быть учтены в низшем порядке теории возмущений. Что касается дважды логарифмических членов, то при больших точностях измерения энергии детекторами электронов (ΔE — мало) может оказаться, что $\alpha\ln\frac{E}{m}\ln\frac{E}{\Delta E} \sim 1$; тогда для получения вклада дважды логарифмических членов необходимо просуммировать ряд теорий возмущений. Это удается сделать с помощью метода, развитого в свое время Абрикосовым. Полное сечение упругого и неупругого процессов имеет тогда в дважды логарифмическом приближении вид

$$\sigma(s) = \sigma_0(s)\exp\left\{-\frac{8e^2}{\pi}\ln\frac{E}{\Delta E}\ln\frac{E}{m}\right\}. \qquad (10)$$

Таким образом, мыслимы две различные ситуации: 1) детекторы имеют весьма хорошее разрешение по энергии (ΔE — мало); тогда среди радиационных поправок наиболее существенную роль играют дважды логарифмические члены; процессы с излучением жестких фотонов не регистрируются, и однологарифмические члены можно непосредственно учитывать согласно формуле (7); 2) детекторы имеют плохое разрешение по энергии (ΔE — велико); в этом случае дважды логарифмические члены малы, так что радиационные поправки можно вычислять в e^6-порядке теории возмущений. В этом случае необходим корректный учет излучения жестких фотонов.

Мы рассмотрели электродинамические радиационные поправки. Теперь нам следует учесть возможные вклады сильных и слабых

взаимодействий. Если бы эти вклады были велики, то, естественно, о проверке квантовой электродинамики не могло быть и речи. К счастью оказывается, что даже по грубым верхним оценкам эти вклады весьма малы.

Поскольку электроны могут взаимодействовать с другими полями только через фотоны, то прежде всего необходимо учесть вклад сильных взаимодействий в функцию Грина фотона, поскольку вклад мезонного и барионного облака электрона весьма мал.

Известно, что величина поляризации вакуума частицами обратно пропорциональна их массам, причем поляризация вакуума скалярными частицами в несколько раз меньше поляризации частицами со спином 1/2. Поэтому, если не рассматривать взаимодействия между поляризующими вакуум частицами, то мы получим поправку порядка 10^{-4}. Учитывать эту поправку нет смысла, так как электродинамические радиационные поправки вычислены с гораздо меньшей точностью. Таким образом, остается учесть сильное взаимодействие между поляризующими вакуум частицами. Прежде всего это необходимо сделать для пионов, так как остальные частицы вносят гораздо меньший вклад из-за большой величины их масс. Подставляя в интеграл резонансную форму форм-фактора пиона (ρ-мезон), получим, что поправка, даваемая пионами, меньше 1 %.

Вклад слабых взаимодействий при достижимых в настоящее время энергиях очень мал. Даже если предположить, что существует прямое слабое взаимодействие между электронами, что само по себе весьма проблематично, то и в этом случае при энергии электронов 3 Бэв вклад слабых взаимодействий не превышает 0,1 %.

§ 3. Феноменологическое исследование квантовой электродинамики на малых расстояниях

Нарушение квантовой электродинамики на малых расстояниях может вызываться:

1) нелокальностью взаимодействия: в этом случае локальный оператор взаимодействия $H_л = e A_\mu(x) J^\mu(x)$, в котором ток и поле взаимодействуют в одной точке, перейдет в нелокальный типа

$$H_{\text{нелок}} = e \int A_\mu(x) J^\mu(y) F(x-y)\, d^4y, \tag{11}$$

где ток в точке y взаимодействует с полем в некоторой малой области, определяемой функцией $F(x-y)$;

2) изменением геометрии пространства-времени на малых расстояниях;

3) полями, проявляющимися только на очень малых расстояниях.

Мы введем фундаментальную длину L, определяемую так, что на расстояниях, больших L, перечисленные выше факторы не играют роли, а начиная с $r = L$ они вступают в игру. Ниже мы оценим

верхний предел L и, поскольку удается сделать лишь грубые оценки, полученное значение L может относиться к любому из перечисленных выше факторов.

Ясно, что расстояния, промеряемые на эксперименте, порядка $1/q$; более точные оценки можно сделать либо вводя формфакторы в электрон-фотонных вершинах, либо модифицируя функции распространения электрона или фотона. Оценки, даваемые этими способами, отличаются лишь на численный множитель.

Рассмотрим для определенности рассеяние электрона на электроне (позитроне). С большой степенью точности можно рассматривать класс диаграмм с обменом одним фотоном [основные вклады диаграмм с обменом больше, чем одним фотоном, во всех известных случаях (в e^6-приближении и в дважды логарифмическом приближении) взаимно сокращаются]. Тогда матричный элемент диаграммы на рис. 5 может быть представлен в виде

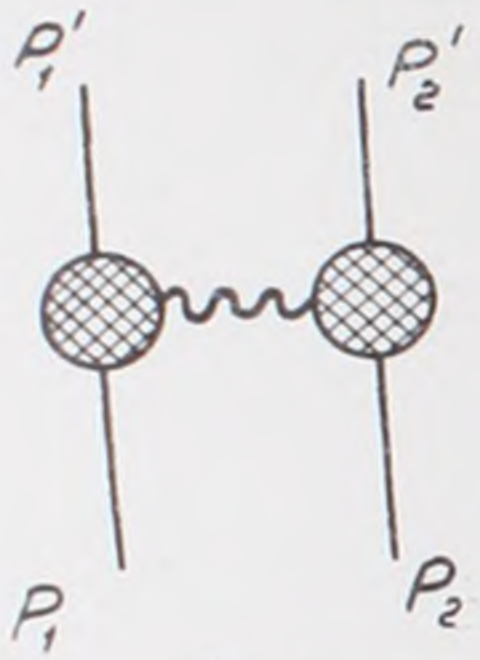


Рис. 5.

$$\Gamma_\mu(p_1', p_1) D^{\mu\nu}(q^2) \Gamma_\nu(p_2, p_2'), \qquad (12)$$

Вид вершинной функции Γ_μ может быть определен, если сделать следующие весьма общие предположения: 1) Γ_μ есть 4-вектор; 2) выполняется закон сохранения тока $(p_1' - p_1)_\mu \Gamma^\mu = 0$

$$\Gamma_\mu(q^2) = e\left[\gamma_\mu f_1(q^2) + \frac{\mu\sigma_{\mu\nu}}{2m} q^\nu f_2(q^2)\right]. \qquad (13)$$

Здесь скалярные функции f_1 и f_2 описывают внутреннюю структуру электрона и являются релятивистскими обобщениями формфакторов вида

$$F(q^2) = \int \rho(r)\, e^{iqr}\, d^3r,$$

где $\rho(r)$ — радиальная плотность заряда; радиационные поправки могут быть учтены в функциях f_1 и f_2. Для частицы с точечным зарядом e и точечным аномальным магнитным моментом μ $f_1 = f_2 = 1$. При малых q^2 функции f_1 и f_2 можно разложить в ряд по q^2

$$f_{1,2} = 1 - \frac{a_{1,2}^2 q^2}{6}; \qquad \frac{a_{1,2}^2 q^2}{6} \ll 1. \qquad (14)$$

В настоящее время ничего не известно о функциях f_1 и f_2; поэтому для грубых оценок мы положим $f_2 = 0$. Тогда сечение рассеяния электрона на электроне может быть представлено в виде

$$\sigma_f(\vartheta) = \frac{r_0^2}{8\gamma^2}\left[\frac{s^4 + q'^4}{q^4} f_1^4(q^2) + \frac{2s^4}{q^2 q'^2} f_1^2(q^2) f_1^2(q'^2) + \frac{s^4 + q^4}{q'^4} f_1^4(q'^4)\right]. \qquad (15)$$

Рассмотрим сечение рассеяния на угол 90°, когда $q^2 = q'^2 = -2E^2$, тогда

$$\sigma_f = \sigma_0\left(1 - \frac{4a^2q^2}{6}\right) = \sigma_0 - \Delta\sigma. \qquad (16)$$

Относительное отклонение от меллеровского сечения будет

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} = \frac{4a^2q^2}{6}. \tag{17}$$

Если предположить, что меняется не вершинная функция, а функция Грина фотона $\frac{1}{q^2} \to \frac{1}{q^2} - \frac{1}{q^2 + 1/\lambda^2}$, что соответствует изменению закона Кулона $\frac{1}{r} \to \frac{1}{r}(1 - e^{-r/\lambda})$, и если $q^2\lambda^2 \ll 1$, то $\frac{1}{q^2} \to \frac{1}{q^2}(1 - q^2\lambda^2)$. Если мы опять рассмотрим рассеяние на угол 90°, то

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} = 2q^2\lambda^2. \tag{18}$$

На основании только опытов по рассеянию вообще невозможно отличить изменение вершинной части от изменения функции Грина фотона, так что обе интерпретации являются равноправными, а расстояния, на которых нарушается квантовая электродинамика, есть a (или λ). Чтобы учесть одновременно оба вклада, введем эффективную длину

$$l^2 = \frac{a^2}{3} + \lambda^2. \tag{19}$$

Для того чтобы обнаружить отклонение $\Delta\sigma$, необходимо проводить измерения с точностью не ниже $\delta\sigma = \frac{\Delta\sigma}{2}$; тогда длина l, промеряемая в экспериментах по рассеянию электронов на электронах при рассеянии на угол 90°, есть

$$l = \frac{u_0}{E}\sqrt{\frac{\delta\sigma}{2\sigma_0}} \cdot 10^{-13}\ см, \tag{20}$$

здесь u_0 — характерная энергия $u_0 \sim 200$ Мэв. Промеряемые расстояния при некоторых энергиях и точностях приведены в таблице.

Таблица

Эффективные расстояния l, промеряемые при данной точности опыта и энергии электронов в единицах 10^{-13} *см*

$\frac{\delta\sigma}{\sigma}$	E Мэв			
	100	300	500	1500
0,10	0,44	0,15	0,09	0,03
0,05	0,32	0,10	0,06	0,02
0,03	0,24	0,08	0,05	0,02
0,01	0,14	0,05	0,03	0,01

Для обнаружения отклонений от квантовой электродинамики на малых расстояниях нет необходимости проводить весьма сложные измерения абсолютных сечений. Так как при рассеянии на малый угол $q^2 \sim 0$, то достаточно провести измерения относительных дифференциальных сечений, нормируя их на малых углах на меллеровскую кривую. Именно поэтому столь важна зависимость радиационных поправок от углов.

Использование рассеяния электронов на позитронах для проверки применимости квантовой электродинамики на малых расстояниях дает некоторые новые возможности: 1) исследо-

вать формфакторы во времени-подобной области $|f(s^2);\ s^2>0|$; при прочих равных условиях промерять меньшие длины, что связано с возможностью исследовать рассеяние на углы, большие 90°; правда сечение рассеяния при таких углах существенно меньше соответствующего меллеровского.

Исследование процесса $e^+ + e^- \to 2\gamma$ (рис. 6) позволяет определить функцию распространения электрона $G(p)$ и вершинную часть, которая, вообще говоря, должна быть записана в виде $\Gamma_\mu(p^2, p'^2, k^2)$. По сравнению со случаем рассеяния электрона на электроне или позитроне, где исследуется функция $\Gamma_\mu(m^2, m^2, k^2)$, в случае аннигиляции исследуется функция $\Gamma_\mu(p^2, m^2, 0)$, т. е. в другой области изменения аргументов. Именно поэтому изучение процесса аннигиляции представляет весьма большой интерес для проверки применимости квантовой электродинамики.

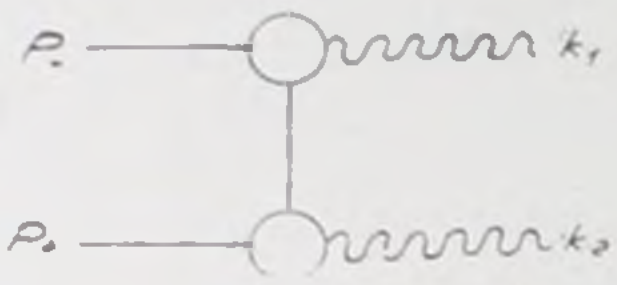


Рис. 6.

Перейдем теперь к оценке верхнего предела длины L, до которого квантовая электродинамика заведомо применима. Ниже мы перечислим опыты, на основании которых может быть сделана указанная оценка.

Опыты Хофштадтера по исследованию электромагнитной структуры нуклонов позволили определить структурные функции $F_1(q^2)$ и $F_2(q^2)$ в широком интервале передаваемого импульса q. Если предположить, что отклонение функций F_1 и F_2 от единицы связано не только с мезонным облаком нуклонов, но и с нарушением квантовой электродинамики, то

$$\langle r^2\rangle_{\text{набл}} = \langle r^2\rangle_p + 6l^2 = (0{,}8\cdot 10^{-13}\ см)^2,$$

$$l < 0{,}3\cdot 10^{-13}\ см.$$

Очевидно, что существенная часть эффекта обусловлена мезонным облаком нуклона, поэтому можно считать, что из опытов Хофштадтера следует применимость квантовой электродинамики до расстояний порядка 10^{-14} *см*.

При вычислении аномального магнитного момента электрона (мюона) возникают интегралы по импульсам виртуальных фотонов. Если принять, что квантовая электродинамика нарушается на расстоянии l, то радиационные поправки к магнитному моменту электрона приобретают вид

$$\frac{\alpha}{2\pi}\left(1-\frac{2}{3}l^2\mu^2\right) \qquad (21)$$

(ввиду большой массы использование мюонов предпочтительней). Последние измерения аномального магнитного момента мюона показали, что эксперимент согласуется с теорией с точностью 0,5% от радиа-

ционной поправки $\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)$. Из формулы (21) тогда немедленно следует, что $\frac{2}{3} l^2 \mu^2 < 0{,}5 \cdot 10^{-2}$, или $l \leqslant 1{,}5 \cdot 10^{-14}$ *см*.

Указанные расстояния и являются минимальными расстояниями, до которых проверена применимость квантовой электродинамики, следовательно $L \leqslant 10^{-14}$ *см*.

Измерения лэмбовского сдвига и сверхтонкой структуры в водороде позволяют также получить верхний предел величины L. Из этих опытов следует, что $L < 5 \cdot 10^{-14}$ *см*.

Как следует из таблицы, опыты на встречных пучках позволяют существенно расширить область промеряемых длин (приблизительно на порядок); этим и объясняется столь исключительный интерес к встречным пучкам.

Следует откровенно заметить, что в промеряемой области нет никаких характерных параметров, которые указывали бы на возможность неприменимости квантовой электродинамики на этих расстояниях.

ЛИТЕРАТУРА

1. *В. Н. Байер*, УФН, **77**, № 3—4, 1962.

В. Б. БЕРЕСТЕЦКИЙ

ОБ АННИГИЛЯЦИИ ЭЛЕКТРОННО-ПОЗИТРОННЫХ ПАР С ОБРАЗОВАНИЕМ СИЛЬНОВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЧАСТИЦ

1. Квантовая электродинамика является до сих пор единственной теорией, которая в совершенстве, с точностью, пока превышающей возможности эксперимента, описывает определенную группу явлений, связанных с взаимодействиями элементарных частиц. Она явилась тем образцом, по которому теоретики пытались построить, иногда с некоторым относительным успехом, как в случае слабых взаимодействий, иногда вовсе без существенного успеха, как в случае сильных взаимодействий, теорию элементарных частиц как теорию квантованных полей.

Обиды, вызванные неудачами попыток построить квантовую теорию полей, породили острое желание поломать и тот современный образец — электродинамику, детским подражанием которой, по выражению Фейнмана, и являлась вся „квантово-полевая" деятельность. Хотелось бы, чтобы была универсальная причина, кардинально ломающая существующие до сих пор представления, в особенности представления о пространстве и времени, как раз при тех масштабах, при которых начинаются сильные взаимодействия.

Столь обоснованное чувство обиды можно продемонстрировать на примере слабых взаимодействий. Я имею в виду не те процессы распадов, в которых запутаны сильные взаимодействия, а чисто лептонные процессы — только слабые и электромагнитные взаимодействия, например проблему распада $\mu \to e + \gamma$. Казалось бы, здесь выполнены все условия для применимости теории возмущений и получения теоретических результатов еще более точных, чем чисто электродинамические. Но, несмотря на малость взаимодействия, вычислить, строго говоря, ничего нельзя, ибо слабые взаимодействия, трактовать ли их как четырехфермионные или с помощью обмена векторным мезоном, относятся к категории неперенормируемых. И хотя мы думаем, что если отрицательный результат опытов по $\mu \to e + \gamma$-распаду будет продолжать систематически двигаться по шкале времени к нулю, а мюонное и электронное нейтрино окажутся

тождественными, то возникнет тот самый долгожданный „*puzzle*" — строго говоря, можно было бы при этом отнести все за счет неудовлетворительности теории слабых взаимодействий.

Но за последние годы чувство обиды притупилось. Развилось направление, пытающееся построить описание сильных взаимодействий без существенного использования понятий поля. Появилось много частиц-резонансов и стало очевидным, что наивно описывать каждую частицу своим полем ибо их слишком много. Если еще окажется, что есть два различных нейтрино, то желание „ломки" электродинамики станет еще меньше.

Из предыдущего отнюдь не следует, что квантовая электродинамика не нуждается в экспериментальной проверке в той области энергий, которую нам предоставляют электронные встречные пучки. Такие опыты имеют первостепенный интерес, ибо одно дело—чувства и ожидания, а другое — факты. Но не меньший интерес представляет исследование столкновений электронов для изучения структуры сильных взаимодействий.

Нужно отметить, что вообще факт существования квантово-электродинамических явлений в чистом виде, как теории фотонов и электронов, отнюдь не является понятным на уровне наших современных знаний. Он связан с малостью массы электрона в сравнении с массой легчайшей из сильновзаимодействующих частиц — пиона. Обычно считают, что потому пион и существенно тяжелее электрона, что он сильновзаимодействующий. Такое утверждение естественно, но, к сожалению, мало что реально означает. Оно было бы убедительным, если бы не существовало мюона, который, обладая массой порядка массы пиона, пока ничем не отличается по взаимодействиям от электрона. Существование мюона показывает, что у нас нет серьезных представлений о природе массы. Можно себе представить такой мир, в котором масса „лептона" даже больше массы пиона. В этом мире электродинамика была бы существенно иной, и радиационные поправки, в особенности связанные с поляризацией вакуума, искажались бы сильными взаимодействиями. В нашем же мире эффекты сильных взаимодействий в обычных процессах проявляются из-за большого отношения масс в далеких знаках после запятой. (Впрочем для магнитного момента мюона это „всего лишь" еще два-три порядка.) Поэтому особые возможности открывают здесь встречные пучки электронов и позитронов с энергией выше порога рождения пары пионов.

2. Процесс аннигиляции электронно-позитронной пары с образованием сильновзаимодействующих частиц обладает некоторыми интересными и своеобразными особенностями.

Рассмотрим диаграмму такого процесса (рис. 1). Вверху изображена электронно-позитронная пара (сплошные линии). Она превращается в виртуальный фотон (волнистая линия), который затем (нижний блок) превращается в мезоны или другие частицы. Эта диаграмма изображает первое (однофотонное) приближение. Высшими, многофо-

тонными процессами можно пренебречь, поскольку они будут составлять долю порядка $\alpha = \frac{1}{137}$ от первого приближения, так как электроны не имеют других взаимодействий, кроме электромагнитных. Поэтому все процессы, происходящие при аннигиляции, можно рассматривать как распад одной частицы — виртуального фотона. С этим связана значительная простота в классификации продуктов распада.

Рис. 1.

Система конечных частиц должна обладать всеми интегралами движения, которые имеет виртуальный фотон.

Рассмотрим их. Во-первых он обладает массой, и можно, точно так же, как в случае самой обыкновенной частицы, выбрать систему, в которой он покоится. Это есть система центра инерции аннигилирующей пары. Действительно, импульс пары равен импульсу виртуального фотона и равен нулю. Энергия же равна энергии пары W — это и есть масса фотона.

Далее, виртуальный фотон обладает моментом (спином), равным единице. Это следует из того, что электромагнитное поле описывается потенциалом, являющимся 4-х вектором a_μ, удовлетворяющим условию Лоренца $a_\mu k_\mu = 0$, где k_μ — 4-х импульс фотона (равный 4-х импульсу аннигилирующей пары). В системе центра инерции пары (покоя фотона) $\vec{k} = 0$, так что условие Лоренца сводится к

$$k_0 a_0 = 0,$$

и так как $k_0 = W \neq 0$, то $a_0 = 0$. Следовательно, фотон является покоящейся частицей, описывающейся трехкомпонентной волновой функцией (потенциалом $\vec{a}$). Это и значит, что его спин равен единице.

Так как мы знаем, $\vec{a}$ является полярным вектором (компоненты которого меняют знак при инверсии координатных осей), то четность фотона отрицательная.

Таким образом, состояние системы частиц, образующихся в результате аннигиляции, обладает определенным моментом и четностью. Они образуются в состоянии 1^-. Можно сказать, что происходит как бы процесс электрической дипольной конверсии. Эта дополность определяет характер углового распределения образующихся частиц. Так, в случае образования двух π-мезонов имеет место распределение по закону $\sin^2\theta$, где θ угол между осями, вдоль которых движется (в системе центра инерции) аннигилирующая и образующаяся пары. В случае образования трех π-мезонов распределение будет тоже выражаться законом $\sin^2\theta$, где θ — угол между осью движения аннигилирующей пары и нормалью к плоскости, образуемой тремя импульсами π-мезонов.

Виртуальный фотон обладает также определенной зарядовой четностью, именно отрицательной. Это также следует из свойств

вектор-потенциала, который меняет знак при перемене знака зарядов. Зарядовая четность есть тоже сохраняющаяся величина. Поэтому совокупность образующихся частиц также зарядово-нечетна. Отсюда сразу следует, что невозможно образование одних только π^0-мезонов (при отсутствии заряженных). Действительно π^0-мезон зарядово-четен, и совокупность π^0-мезонов зарядово-четна. Зарядовая четность пары $\pi^+\pi^-$ равна $(-1)^l$, где l — орбитальный момент их относительного движения. Поэтому состояние 1^- имеет нужную зарядовую четность и распад на пару $\pi^+\pi^-$ разрешен.

Рассмотрим распад на три π-мезона. Полный заряд равен нулю, поэтому это должна быть система $\pi^+\pi^-\pi^0$, причем пара $\pi^+\pi^-$ должна находиться в зарядово-нечетном состоянии, т. е. иметь нечетный относительный орбитальный момент l. Таким образом, пространственная четность пары $\pi^+\pi^-$, $P=(-1)^l$ тоже отрицательна. А так как и внутренняя четность π^0 отрицательна, а вся система должна иметь $P=-1$, то нечетным должен быть и орбитальный момент L π^0-мезона относительно пары $\pi^+\pi^-$. То, что оба момента l и L не меньше единицы, уменьшает вероятность распада вблизи энергетического порога.

Интересной особенностью отличается случай образования нейтральных K-мезонов[1]. Этот процесс в отличие от случая π^0-мезонов не запрещен. Чтобы учесть требования закона сохранения зарядовой четности удобно рассматривать не K^0- и $\bar{K}^0$-мезоны, не являющиеся истинно-нейтральными, т. е. не имеющими определенной зарядовой четности, а K_1^0- и K_2^0-мезоны, отличающиеся по зарядовой четности. Таким образом, если образуется пара нейтральных K-мезонов, то требования зарядовой нечетности означают, что эта пара состоит из одного K_1^0- и одного K_2^0-мезона (то же будет, если эта пара сопровождается одним или несколькими π-мезонами). Этот факт можно проверить наблюдая известные эффекты, связанные с распадом K_1^0- и K_2^0-мезонов.

Рассмотрим еще вопрос об изотопических состояниях системы образовавшихся частиц. Пусть это будут только π-мезоны. Каждый из π-мезонов обладает определенной изотопической или G-четностью, именно отрицательной. Вся система обладает изотопической четностью $G=(-1)^n$, где n — число мезонов. Но, кроме того, она обладает отрицательной зарядовой четностью $C=-1$. Эти два квантовых числа совместимы только в том случае если состояние системы представляет собой набор либо только четных (при нечетном n), либо только нечетных (при четном n) значений изотопического спина I. Так как образование системы происходит за счет взаимодействия, не сохраняющего изотопической спин, то, вообще говоря, образующиеся мезоны могли бы не иметь определенного значения I. Однако в случае распада виртуального фотона есть основания полагать, что

[1] *Gabbibo*, Gatto-Phys. Rev., 124, 1577 (1961).

система π-мезонов будет обладать определенным изотоп-спином, что при n-четном $I=1$, а n-нечетном $I=0$. Это связано с тем, что фотон является как бы суперпозицией состояний с $I=0$ и 1. Это справедливо, если осуществляется так называемый принцип минимального электромагнитного взаимодействия, при котором взаимодействие определяется оператором тока, пропорциональным зарядам частиц, которые, в свою очередь, содержат линейную проекцию оператора изотопического спина (вектора в изотопическом пространстве). Этот принцип очень правдоподобен, но на современном этапе развития теории не вполне ясно, что он означает, если нельзя всерьез говорить о токах и лагранжианах. Можно себе в принципе представить, что фотон распадается, предварительно превращаясь в некую сильновзаимодействующую частицу, изотопический спин которой $I=2$. Утверждение о том, что при распаде фотона образуется система с $I=0$ или 1 и является безлагранжевой формулировкой принципа минимального взаимодействия.

Итак, квантовые числа виртуального фотона $J=1$, $P=-1$, $C=-1$, $I=0$, 1 совпадают с квантовыми числами ρ- и ω-мезонов. Поэтому наблюдение этих резонансов при аннигиляции электронно-позитронной пары должно проявляться в наиболее отчетливом виде. То, что квантовые числа предписываются фотонам, очень облегчает анализ и индентификацию резонансов.

3. Процесс аннигиляции электронно-позитронной пары при больших энергиях интересен для исследования электромагнитной структуры сильновзаимодействующих частиц.

Рассмотрим диаграмму, изучавшуюся ранее, с двумя мезонными линиями внизу (рис. 2).

Рис. 2.

Как объяснялось на прошлогодней сессии школы, эта диаграмма описывает два процесса. Если смотреть сверху вниз, как мы делали до сих пор, то это аннигиляция электронной пары в пионную пару (аннигиляционный или t-канал). Если смотреть справа налево, то это рассеяние π-мезонов на электронах, т. е. процессы типа опытов Хофстадтера, пока не осуществлявшихся. Это канал рассеяния или s-канал. Если $t=k^2$, где k импульс фотона, то в t-канале $t=W^2>(2m_\pi)^2$, а в s-канале $t<0$. В этом случае $t=-2p^2(1-\cos\theta)$, где p — импульс в системе центра инерции сталкивающихся частиц (электрона с π-мезоном), а θ — угол рассеяния, так что в s-канале фотон не только виртуален, но является как бы частицей с мнимой массой. Изобразим шкалу t (рис. 3).

Амплитуда реакции является единой аналитической функцией от t. Поэтому знание ее в одной области определяет всю функцию.

Амплитуда, отвечающая диаграмме, пропорциональна формфактору π-мезона $F(t)$. Если он известен при $t<0$ (s-канал), то путем

преобразования Фурье можно найти пространственное распределение заряда π-мезона ρ

$$\rho = \frac{1}{4\pi^2 r} \int_{-\infty}^{0} F(t) \sin(|\sqrt{-t}r)\, dt.$$

В области $t < 0$, $F(t)$ действительно.

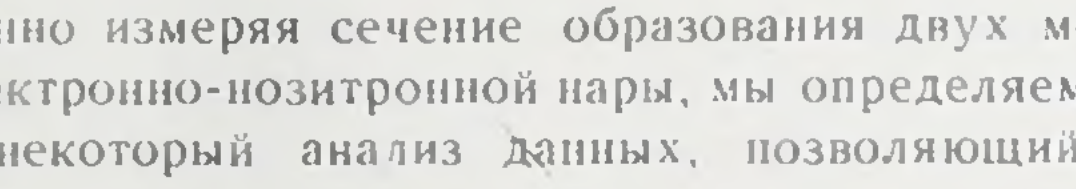


Рис. 3.

Распределение заряда π-мезона можно определить также если известно $F(t)$ в t-канале (т. е. амплитуда аннигиляции). Здесь $F(t)$ комплексно и ρ определяется через ее мнимую часть

$$\rho = \frac{1}{4\pi^2} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \operatorname{Im} F(t)\, e^{-\sqrt{t}r}\, dt.$$

$F(t)$ и $\operatorname{Im} F(t)$ связаны дисперсионным соотношением

$$F(t) = 1 + \frac{t}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} \frac{\operatorname{Im} F(t')}{t'(t'-t)}\, dt'.$$

Непосредственно измеряя сечение образования двух мезонов при аннигиляции электронно-позитронной пары, мы определяем не F, а только $|F|$. Однако некоторый анализ данных, позволяющий найти формфактор, можно провести.

Не буду подробно разбирать этот вопрос. Это может быть еще преждевременно. Отметчу некоторые характерные черты такого анализа.

В лекции Иоффе приводился пример построения матрицы реакции для интересующего нас случая. Эта матрица имеет вид

	$e\bar{e}$	$\pi^-\pi^+$
$e\bar{e}$		$e\beta$
$\pi^-\pi^+$	$e\beta$	$\varkappa$

Формфактор определяется двумя действительными величинами β, $\varkappa$, причем последняя определяет рассеяние π-мезона π-мезоном. Именно

$$k\varkappa = \operatorname{tg}\delta,$$

где k — импульс в системе центра инерции, а δ—фаза рассеяния p-волны. Выражение для формфактора таково

$$F = \frac{\beta}{1 - ik\varkappa} = \beta \cos\delta\, e^{i\delta}.$$

Таким образом, фаза формфактора совпадает с фазой рассеяния π-мезонов. Знание $|F|$ и позволяет, следовательно, найти $\operatorname{Im} F$. Совокупность таких данных позволила бы проверить высказывавшиеся гипотезы о том, что поведение формфактора определяется в основном резонансным рассеянием π-мезонов или наличием ρ-мезона.

Исследование мезонного формфактора имеет существенное значение и для электромагнитного формфактора нуклона.

Сравнения с непосредственными измерениями типа опытов Хофстадтера позволяют выяснить, какова относительная роль двухмезонных и многомезонных структур (или структур, отвечающих нуклонным парам) в формировании распределения заряда и магнитного момента нуклона.

В. И. БАЙЕР

ИССЛЕДОВАНИЕ РОЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ И ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ В ОПЫТАХ НА ВСТРЕЧНЫХ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПУЧКАХ

Опыты по рождению элементарных частиц при аннигиляции электрон-позитронной пары являются уникальными по количеству информаций о взаимодействии между элементарными частицами. Сечения соответствующих процессов того же порядка по e^2, что и сечение упругого рассеяния (речь идет о рождении заряженных частицы-античастицы), поэтому все эти процессы являются вполне наблюдаемыми. Ниже мы перечислим возможные опыты по рождению частиц при аннигиляции электрон-позитронной пары, указывая информацию, которую они могут дать. Затем мы рассмотрим более детально некоторые из этих опытов.

1. Проверка того, существуют ли пары заряженных частиц (помимо открытых до настоящего времени) независимо от свойств этих частиц по отношению к сильным взаимодействиям, если масса их меньше предельной энергии пучков и время жизни не меньше $10^{-9} - 10^{-10}$ *сек*. Указанные частицы могут наблюдаться непосредственно. В случае более короткого времени жизни будут наблюдаться продукты их распада.

2. Проверка существования сильновзаимодействующих частиц, независимо от их времени жизни, по аномалиям в сечениях других процессов и пороговым эффектам.

3. Процесс $e^+ + e^- \to \pi^0 + \gamma$; исследование электромагнитного формфактора π^0-мезона, исследование ω, η и ρ, ζ-мезонов, дающих пики в сечении указанного процесса. Порог реакции—70 Мэв.

4. Процесс $e^+ + e^- \to \mu^+ + \mu^-$; исследование электромагнитного формфактора мюона, порогового эффекта, бимюония, радиационных поправок. Порог 106 Мэв.

5. Процесс $e^+ + e^- \to \pi^+ + \pi^-$; исследование формфактора пиона для временно-подобных передач импульса, исследование $\pi\pi$-взаимодействия, исследование ρ и ζ- мезонов. Порог—140 Мэв.

6. Процесс $e^+ + e^- \to \pi^+ + \pi^- + \pi^0$, исследование изоскалярного формфактора пиона, изучение $\pi\pi$-взаимодействия в других (по срав-

нению с процессом 5 состояниях по изотопическому спину и моменту, исследование ω- и η-мезонов.

7. Процесс $e^+ + e^- \to K^+ + K^-$ $(K^0 + \bar{K}^0)$; исследование электромагнитного формфактора K-мезона, KK- и πK-взаимодействий. Порог—494 Мэв.

8. Процесс $e^+ + e^- \to 2K + \pi$; исследование πK-взаимодействия, K^*-мезона. Порог—564 Мэв.

9. Процесс $e^+ + e^- \to p + \bar{p}$ $(n + \bar{n})$; исследование электромагнитных формфакторов нуклонов для временно-подобных аргументов (в отличие от опытов Хофштадтера, где исследовалась область пространственно-подобных передач импульса). Порог—940 Мэв.

10. Процесс $e^+ + e^- \to X + \bar{X}$ (рождение пар гиперонов); исследование электромагнитных формфакторов гиперонов.

11. Процессы с рождением $X\bar{X}\pi$ для исследования πX-взаимодействия, различных гиперонных резонансов (Y_0^*, Y_1^*, Y_0^{**}).

12. Процессы с рождением K-мезонов и гиперонов (например $\Sigma^- n K^+$) для исследования соответствующих взаимодействий и резонансов.

Перечисленные опыты являются одними из наиболее прямых опытов, из которых можно непосредственно определить свойства элементарных взаимодействий $\pi\pi$, πK, KK, πX. В последнее время эти взаимодействия широко исследуются в ряде других экспериментов, в частности в процессах с аннигиляцией протон-антипротонной пары. Последние эксперименты в известной степени аналогичны опытам с электрон-позитронной аннигиляцией. В остальных опытах необходимо отделять сильное взаимодействие продуктов реакции в конечном состоянии, что удается сделать весьма грубо и далеко не однозначно. Хотя сечение рождения частиц при аннигиляции нуклон-антинуклонной пары на четыре порядка больше, чем сечение рождения частиц при электрон-позитронной аннигиляции, набор статистики в последних опытах может идти значительно быстрее, поскольку различие в интенсивностях антипротонного и позитронного пучков значительно больше. Преимущество опытов с электрон-позитронными встречными пучками состоит в том, что измерения можно произвести во всем спектре энергий, в отличие от опытов с нуклон-антинуклонной аннигиляцией, где имеется порог около 2 Бэв, и поэтому значительная и весьма интересная область становится нефизической.

1. Рождение пары мюонов

В предыдущей лекции мы видели, что с большой степенью точности мюоны взаимодействуют только электромагнитно. Сечение рождения пары мюонов при аннигиляции электрон-позитронной пары во втором порядке теории возмущений (рис. 1) имеет вид:

$$\sigma_c(\vartheta) = \frac{r_0^2}{16\gamma^2}\,\frac{q}{E}\left[1 + \frac{\mu^2}{E^2} + \frac{q^2}{E^2}\cos^2\vartheta\right]. \qquad (1)$$

Здесь q — импульс мюона, ϑ — угол разлета мюонов по отношению к направлению движения электронов.

Радиационные поправки к этой формуле могут быть вычислены стандартным способом. Мы на этом здесь не будем останавливаться. Обратим внимание на интересный эффект изменения сечения на пороге, возникающий при вычислении радиационных поправок в дважды логарифмическом приближении (см. предыдущую лекцию). Фактически у порога могут излучаться только мягкие кванты и основную роль играют дважды логарифмические члены.

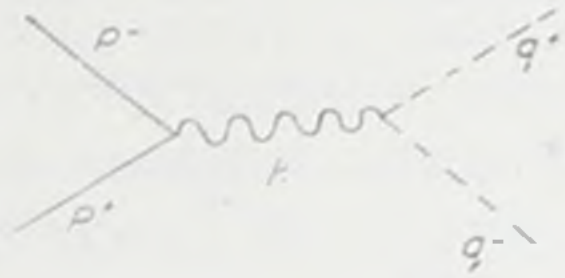


Рис. 1.

Вследствие скачка массы полная энергия, уносимая фотонами, не может превышать $\Delta E \leqslant E - \mu$, причем в случае произвольного излучения (детектор регистрирует все мюоны, независимо от потери ими энергии) $\Delta E = E - \mu$. Этот случай именно из-за скачка массы принципиально отличается от процессов рассеяния и аннигиляции в фотоны, где в случае произвольного излучения $\Delta E = E$ и уменьшение сечения основного процесса, без излучения дополнительных квантов, вызванное учетом радиационных поправок, полностью компенсируется увеличением сечений с множественным дополнительным излучением фотонов. В данном случае такой компенсации не происходит и при произвольном излучении

$$\sigma(\vartheta) = \sigma_0(\vartheta)\,\varphi^2(4E^2)\exp\left\{-\frac{4e^2}{\pi}\ln\frac{E}{E-\mu}\ln\frac{E}{m}\right\}. \qquad (2)$$

Здесь $\varphi(E^2)$ — формфактор мюона, равный, как отмечалось на основании современных данных, единице, μ — масса мюона. У порога, где этот эффект существенен, получаем (мюоны нерелятивистские)

$$\sigma(\vartheta) = \sigma_0(\vartheta)\,\varphi^2(4E^2)\left(\frac{q}{\sqrt{2\mu E}}\right)^{\frac{8e^2}{\pi}\ln\frac{E}{m}}|\psi(0)|^2. \qquad (3)$$

Множитель $|\psi(0)|^2$ учитывает кулоновское взаимодействие конечных мюонов, существенное также вблизи порога

$$|\psi(0)|^2 = \frac{\frac{2\pi e^2}{v}}{1-\exp\left(-\frac{2\pi e^2}{v}\right)}. \qquad (4)$$

Оба указанных эффекта меняют зависимость сечения процесса от импульса вылетающих частиц. В области, где кулоновское взаимодействие несущественно $\left(\frac{2\pi e^2}{v} \ll 1\right)$, вместо $\sigma \sim q$ имеем $\sigma \sim q^{1,1}$.

Кулоновское взаимодействие между образующимися мюонами может привести к образованию связанного состояния положительного и отрицательного мюонов-бимюония. Бимюоний может распадаться не только на фотоны (время жизни парабимюония $\sim 0{,}6 \cdot 10^{-12}$ *сек*), но и на электрон-позитронную пару (время жизни ортобимюония по отношению к этому распаду $\sim 2 \cdot 10^{-12}$ *сек*). Исследование бимюония представляет интерес для изучения свойств мюонов. Кроме того, рассеяние электрона на позитроне и аннигиляция электрон-позитронной пары в фотоны могут идти через промежуточное связанное состояние. При этом в сечении возникает весьма узкий ($\sim 10^{-3}$ эв) и очень высокий ($\sim 10^{-25}$ *см*^{2}) пик. Заметим, что сечение без учета этого эффекта $\sim 10^{-31}$ *см*^{2}. Вследствие разброса энергии во встречных пучках этот эффект смазывается, тем не менее при определенных условиях он может наблюдаться.

2. Рождение пионов в электрон-позитронных столкновениях*

Исключительный интерес представляет исследование $\pi\pi$-взаимодействия, как одного из фундаментальных взаимодействий. Это взаимодействие дает вклад в сечения большого числа процессов с участием пионов и барионов. Сведения об этом взаимодействии получаются в настоящее время из анализа реакций: 1) $p + \bar{p} \to n\pi$; 2) $p + \pi \to 2\pi + N$ и ряда других процессов. Из этих опытов следует, что $\pi\pi$-взаимодействие действительно существует и носит резонансный характер.

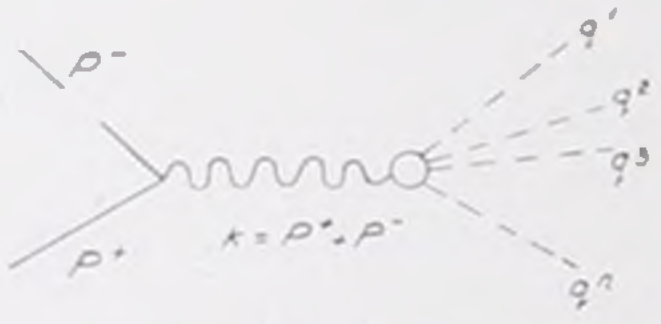


Рис. 2.

Одним из наиболее прямых способов исследования $\pi\pi$-взаимодействия является реакция (рис. 2)

$$e^+ + e^- \to n\pi, \qquad (5)$$

которая дает сведения о вершине $\gamma \to n\pi$ и, следовательно, об электромагнитном формфакторе пиона, который может быть связан с фазами $\pi\pi$-рассеяния (см. лекцию Берестецкого); кроме того, электромагнитный формфактор пиона сам по себе является фундаментальной величиной и входит в сечения ряда процессов.

Мы рассмотрим реакцию (5) в низшем приближении теории возмущений по электродинамике. В этом приближении конечное состояние должно иметь (это подробно рассмотрено в лекции Берестецкого) отрицательную четность, отрицательную зарядовую четность, полный момент, равный 1, и полный изотопический спин 1 для n-четных и 0 для n-нечетных. Отсюда видно, что в этом приближении, в частности, запрещен процесс, в котором все конечные частицы π^0-мезоны.

* Эта задача впервые была решена в работе Л. М. Африкяна и Г. М. Гарибяна „О некоторых электромагнитных эффектах с участием сильновзаимодействующих частиц". ЖЭТФ, Т 33, 1957, стр. 425.

Нас интересует ток перехода

$$\langle q^1 q^2 \cdots q^n | J_\mu(0) | 0 \rangle = \frac{1}{(2\pi)^{3n/2}} J_\mu(q^1, q^2, \cdots q^n). \quad (6)$$

Здесь q^i — импульсы родившихся мезонов. Из закона сохранения тока следует, что $k_\nu J_\nu = 0$; и поскольку в системе центра инерции пространственная часть k равна 0, то отсюда следует, что $EJ_4 = 0$. Поэтому мы будем рассматривать только пространственную компоненту тока перехода $\vec{J}$. Так как $\vec{J}$ умножается на полярный вектор, то из закона сохранения четности следует, что $\vec{J}$ есть полярный вектор, составленный из векторов $\vec{q}^1$, $\vec{q}^2 \cdots$, $\vec{q}^n$, если n — четное, и аксиальный вектор, если n — нечетное. Учитывая это, легко получить выражение для сечения образования n π-мезонов

$$d\sigma = \frac{e^2}{32E^4} \frac{1}{(2\pi)^{3n-5}} \int \prod_{i=1}^{n} d\vec{q}_i \, \delta(\Sigma\omega_i - 2E) \, \delta(\Sigma\vec{q}_i) \, |\vec{J}|^2 \sin^2\vartheta. \quad (7)$$

Так как в начальном состоянии имеется только один вектор — направление столкновения, то ϑ — угол между линией столкновения и вектором $\vec{J}$. В случае рождения двух пионов имеется единственный вектор $\vec{J}$ $(\vec{q}^1 = -\vec{q}^2)$ и угловое распределение полностью определяется фактором $\sin^2\vartheta$. В случае рождения трех пионов $\vec{J}$ должен быть пропорционален аксиальному вектору $(\vec{p}_1 \times \vec{p}_2) = -(\vec{p}_1 \times \vec{p}_3)$ и т. д.; отсюда следует, что вектор $\vec{J}$ нормален плоскости рождения и, следовательно, угловая зависимость сечения от угла между нормалью к плоскости рождения и линией столкновения опять определяется фактором $\sin^2\vartheta$.

В случае рождения двух пионов они рождаются в состоянии с относительным моментом 1. Сечение процесса

$$\sigma_{2\pi}(\vartheta) = \frac{r_0^2}{32\gamma^2} \frac{q^3}{E^3} \sin^2\vartheta \, |F_\pi(4F^2)|^2. \quad (8)$$

В опытах может быть непосредственно измерен изовекторный электромагнитный формфактор пиона $F(\xi)$. Область определения формфактора для различных процессов приведена на рис. 3. Обычно принято нормировать $F_\pi(0) = 1$. В опытах по рождению пары пионов формфактор исследуется во временно-подобной области, формфактор в пространственно подобной области может быть в принципе измерен в опытах по рассеянию пионов на электронах.

Формфактор $F_\pi(\xi)$ может быть выражен через фазы $\pi\pi$-рассеяния в состоянии с изотопическим спином 1 и моментом 1. Первоначально он исследовался теоретиками, которые предложили резонансную форму $\pi\pi$-взаимодействия. Такое взаимодействие может быть описано как

нестабильный мезон с $I = 1$ и отрицательной четностью, быстро распадающийся на пару $\pi^+\pi^-$.

Открытые в последнее время ρ- и ζ-мезоны обладают именно такими свойствами и, следовательно, формфактор, как функция энергии, будет обладать, по крайней мере, двумя пиками. Если бы опыты по рождению пары пионов в электрон-позитронных столкновениях

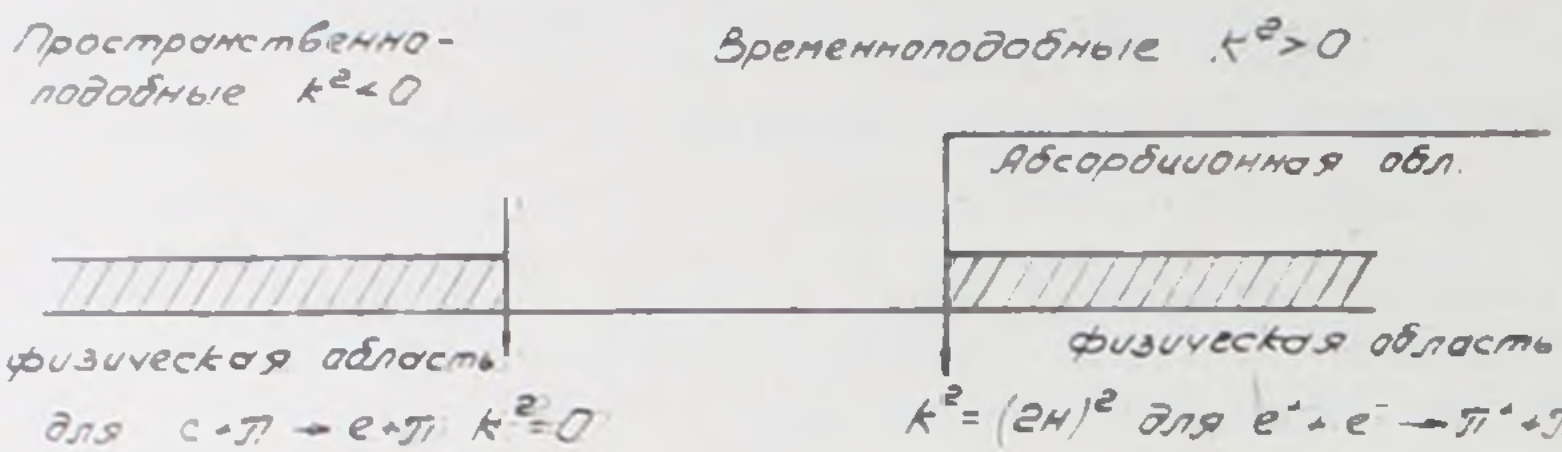


Рис. 3.

могли быть поставлены в настоящее время, то, учитывая высокую разрешающую способность по энергии, которая может быть достигнута в такого рода опытах, можно было снять точную форму пиков, в частности определить, расщепляется ли пик ρ^0-мезона на два. Изучение формфактора в нерезонансной области также представляет интерес, так как таким образом могут быть непосредственно определены фазы $\pi\pi$-рассеяния, а также их зависимость от энергии. Это особенно интересно вблизи порога, где несущественно влияние многочастичных состояний. Обстоятельства исключительно благоприятны при исследовании $\pi\pi$-взаимодействия, так как абсорбционный разрез начинается прямо на пороге, так что многочастичная область расположена довольно далеко.

Вид зависимости формфактора от энергии приведен на рис. 4. Заметим, что высота пиков в максимуме порядка 20—30.

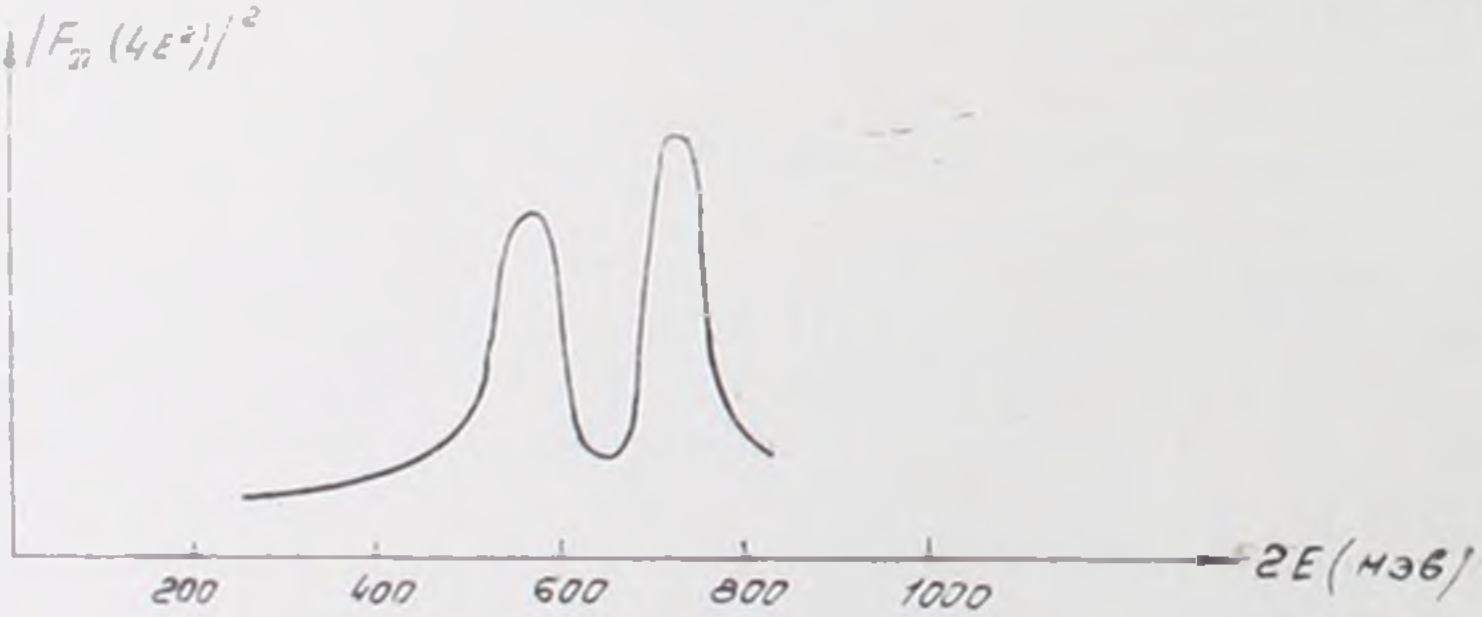


Рис. 4.

Три пиона (π^+, π^-, π^0) рождаются в состояниях $L = l = 1$, $L = l = 3$, $L = l = 5$ и т. д., где l—относительный момент положительного и отрицательного пионов, а L—относительный момент π^0-мезона по отношению к центру тяжести системы $\pi^+\pi^-$ (см. лекцию

Берестецкого). Ток перехода (6) в этом случае может быть представлен в виде

$$J^\nu(q^+, q^-, q^0) = \frac{-ie}{\sqrt{8\omega_+\omega_-\omega_0}}\,\varepsilon^{\nu\alpha\beta\gamma}\,q_\alpha^+\,q_\beta^-\,q_\gamma^0\,iH(E, \omega_+, \omega_-). \tag{9}$$

Изоскалярный формфактор пиона является функцией трех переменных (выбраны E, ω_+, ω_-). Вектор $\vec{J}$ имеет вид

$$\vec{J} = 2\,\frac{eE}{\sqrt{8\omega_+\omega_-\omega_0}}\,(\vec{q}^+ \times \vec{q}^-)\,H(E, \omega_+, \omega_-). \tag{10}$$

При нашем выборе независимых кинематических параметров сечение может быть представлено в виде

$$\frac{d^3\sigma}{d\Omega d\omega_+ d\omega_-} = \frac{e^4}{(2\pi)^5}\,\frac{H^2}{64E^2}\,|(\vec{q}^+ \times \vec{q}^-)|^2 \sin^2\vartheta, \tag{11}$$

где, как уже отмечалось, ϑ-угол между линией столкновения и нормалью к плоскости рождения.

Изоскалярный формфактор пиона H играет важную роль в обьяснении изоскалярной части электромагнитных формфакторов нуклонов. Теоретическое исследование его весьма затруднительно и были предприняты лишь качественные попытки. Однако весьма

Рис. 5.

большую информацию о свойствах формфактора можно получить из факта существования ω- и η-мезонов. В самом деле (рис. 5, б), виртуальный фотон может переходить в ω (η)-мезон, который затем распадается на три пиона. Зависимость H от энергии приведена на рис. 6.

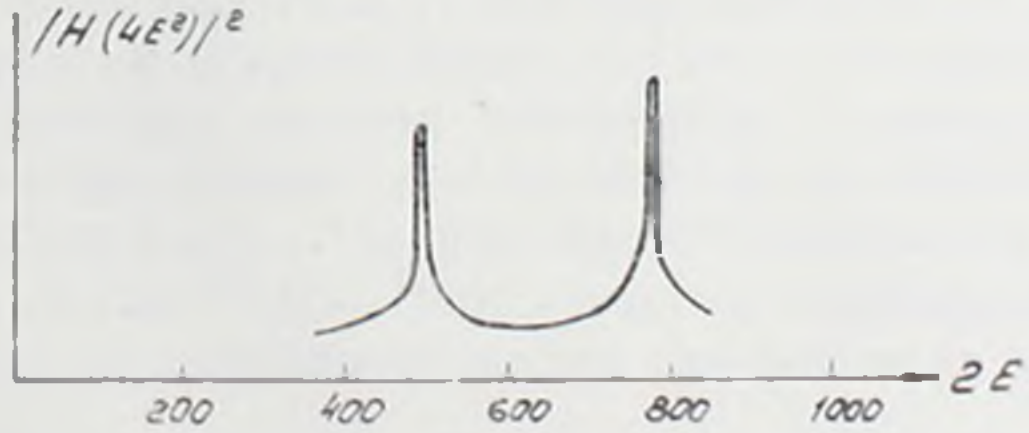


Рис. 6.

Пики в формфакторе H значительно уже, чем в формфакторе $F_\pi(\vec{s})$, поскольку ширины уровней ω- и η-мезонов значительно уже, чем ρ и ζ мезонов.

3. Процессы с участием π^0-мезонов

Распад π^0-мезона на два фотона может быть описан с помощью феноменологического взаимодействия

$$H_{int} = \frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{8\pi}{\mu\tau}}\,\varphi(x)\varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}\frac{\partial A^{\alpha}(x)}{\partial x_{\beta}}\frac{\partial A^{\gamma}(x)}{\partial x_{\delta}}. \qquad (12)$$

Большой интерес представляют процессы, в которых один из фотонов является виртуальным; в этих процессах может быть исследован электромагнитный формфактор π^0-мезона. Три процесса, представлен-

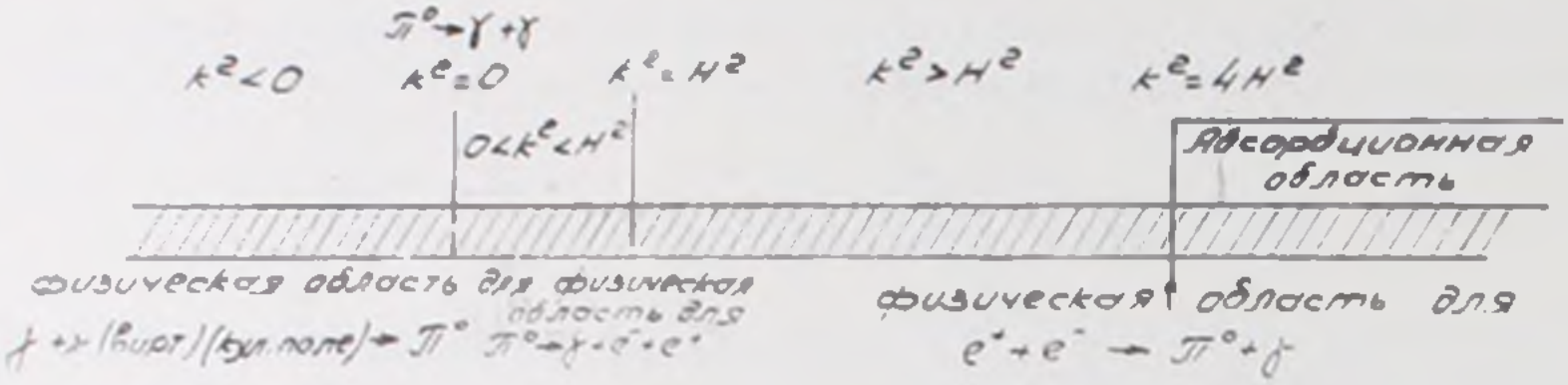


Рис. 7.

ные на рис. 7, перекрывают всю область передач импульсов в функции $\Gamma_{\pi^0}(k^2, 0, \mu^2)$. На встречных пучках может быть изучен процесс $e^+ + e^- \to \pi^0 + \gamma$ (рис. 8); его сечение

$$\sigma_{\pi^0\gamma}(\vartheta) = \frac{e^2}{4\tau\mu^3}\frac{q^2}{E^3}(1 + \cos^2\vartheta)\, g^2(4E^2). \qquad (13)$$

Здесь τ—время жизни π^0-мезона ($\tau = 2{,}2 \cdot 10^{-16}$ сек), μ—его масса, q—импульс. $g(4E^2) = \Gamma_{\pi^0}(4E^2, 0, \mu^2)$. Исследование процесса с рождением $\pi^0\gamma$ весьма затруднительно, поскольку без учета формфактора сечение не превышает 10^{-35} *см*^{2}, что связано с относительно большим временем жизни π^0-мезона по сравнению с характерным электромагнитным временем. Однако учет новых

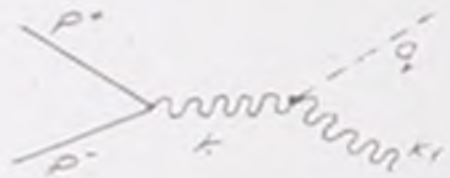


Рис. 8.

резонансов существенно меняет дело: виртуальный фотон может перейти в любой из четырех мезонов ρ, ζ, ω, η, и любой из четырех мезонов может распасться на $\pi^0\gamma$. Более того, по имеющимся данным (см. лекцию Селектора) вероятность распада η-мезона на $\pi^0\gamma$ втрое больше, чем вероятность распада на 3π. Поэтому сечение процесса с рождением $\pi^0\gamma$ становится того же порядка, что и сечение рождения 3π и может в резонансах достигать $10^{-29} - 10^{-30}$ *см*^{2}. Таким образом, в этом процессе скажутся все четыре резонанса.

4. Рождение К-мезонов и барионов в электрон-позитронных столкновениях

Электромагнитный формфактор К-мезонов может быть исследован в реакции $e^- + e^- \to K^+ + K^-$; сечение этого процесса дается

формулой (8), только функция F будет обозначать электромагнитный формфактор К-мезона F_K. Теоретическое исследование формфактора F_K весьма затруднительно, поскольку он в значительной мере, по-видимому, определяется πK-взаимодействием, о котором в настоящее время почти ничего неизвестно. Информацию об этом взаимодействии может дать также процесс $e^+ + e^- \to 2K + \pi$, в котором будет проявляться K^*-резонанс (K^*-мезон).

Наряду с заряженными К-мезонами могут рождаться пары нейтральных К-мезонов (в отличие от рождения нейтральных пионов). Поскольку пара $(K_0, \bar{K}_0)$ должна находиться в состоянии с зарядовой четностью -1, то функция конечного состояния должна иметь вид $K_0\bar{K}_0 - \bar{K}_0 K_0$; переходя к K_1^0 и K_2^0-мезонам, получим $K_1^0 K_2^0 - K_2^0 K_1^0$. Отсюда ясно, что может рождаться только пара K_1^0-K_2^0, но не K_1^0-K_1^0 или K_2^0-K_2^0-пары.

Сечение рождения пары фермионов со спином $1/2$ при аннигиляции электрон-позитронной пары имеет вид

$$\sigma_f(\vartheta) = \frac{r_0^2}{16\gamma^2}\frac{q}{E}\left\{|F_1(4E^2) + \mu F_2(4E^2)|^2(1+\cos^2\vartheta) + \right.$$

$$\left. + \sin^2\vartheta\left|\frac{M}{E}F_1(4E^2) + \frac{E}{M}\mu F_2(4E^2)\right|^2\right\}. \qquad (14)$$

Здесь μ — статический аномальный магнитный момент, F_1 и F_2 аналитическое продолжение электрического и магнитного формфакторов фермиона в область времени-подобных k^2. На рис. 9 изображена си-

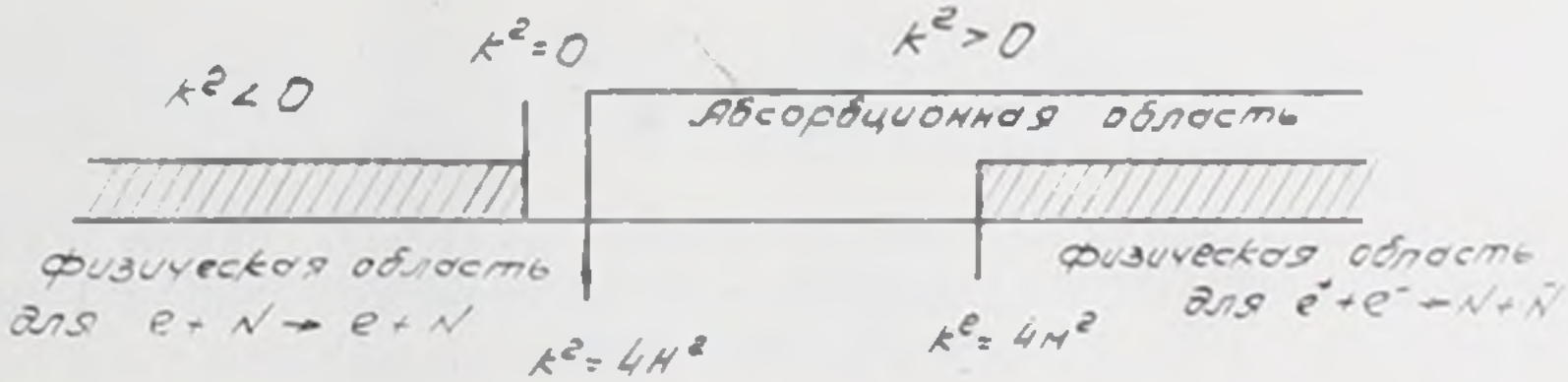


Рис. 9.

туация для специального случая изовекторной части электромагнитных формфакторов нуклона. Формфакторы имеют мнимую часть вдоль абсорбционного разреза. Поэтому возникает поляризация фермионов, нормальная к плоскости рождения. Отметим, что в процессе $e + f \to e + f$ с точностью до радиационных поправок такая поляризация возникнуть не может, что следует из инвариантности по отношению к отражению времени. Поляризация фермионов дается формулой

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}p(\vartheta) = -\frac{r_0^2}{16\gamma^2}\frac{q^3}{E^3}\frac{E}{M}\operatorname{Im}[F_1(k^2)\,\mu F_2^*(k^2)]\cdot\sin^2\vartheta. \qquad (15)$$

Поляризация антифермиона равна $-p(\vartheta)$, что следует прямо из CPT-теоремы.

Конечная пара частиц рождается в состояниях $^3S_1$, $^3D_1$, что следует из сохранения четности и того, что полный момент равен 1. Что касается изотопической структуры вершины γff, то она разбивается на изоскалярную и изовекторную части (для Λ и Σ^0 имеется только скалярная часть). Абсорбционный разрез начинается с $4\mu^2$ для изовекторной части и с $9\mu^2$ для изоскалярной части. Исключение составляет вершина $\gamma\Sigma\Sigma$, для которой переход $\Sigma \to \Lambda + \pi$ приводит к аномальному порогу.

Исследование электромагнитных формфакторов нуклонов во временно-подобной области представляет весьма большой интерес, поскольку не исключено, что наблюдаемая в настоящее время на опыте сердцевина нуклона связана с сингулярностями при больших положительных k^2.

Наряду с рождением пары фермион-антифермион может идти реакция $e^+ + e^- \to \Sigma^0 + \bar{\Lambda}; \Lambda + \bar{\Sigma}^0$. Сечение для этого процесса зависит от относительной четности $\Sigma - \Lambda$; этот эффект может быть исследован прямо по поведению сечения рождения у порога. В самом деле, если относительная $\Sigma - \Lambda$-четность положительна, то конечные частицы будут рождаться в состояниях $^3S_1$ и $^3D_1$; если же она отрицательна, то конечные состояния будут $^1P_1$ и $^3P_1$. Следовательно, для положительной четности сечение возрастает линейно с конечным импульсом p и изотропно, а для отрицательной четности оно возрастает как p^3 и, вообще говоря, содержит члены типа $\cos^2\vartheta$.

5. Обнаружение существования новых частиц

Как мы уже отмечали, встречные пучки могут быть использованы для обнаружения пар частица-античастица как заряженных, так и нейтральных.

Мы уже приводили сечения рождения частиц со спином 0 (8) и со спином 1/2 (14). Сечение образования частицы со спином 1 (векторный бозон с аномальным магнитным моментом μ_B) есть:

$$\sigma_B(\vartheta) = \frac{r_0^2}{32\gamma^2}\frac{q^3}{E^3}\left\{2(1+\mu_B)^2\left(\frac{E}{m_B}\right)^2(1+\cos^2\vartheta) + \right.$$

$$\left. + \left| 2 + \left(\frac{E}{m_B}\right)^4\left(\frac{m_B^2}{E^2} + 2\mu_B\right)^2 \right| \sin^2\vartheta \right| . \qquad (16)$$

Поиски промежуточного векторного бозона слабых взаимодействий представляют большой интерес. Отметим, что такой бозон может иметь собственный квадрупольный момент и, вообще говоря, характеризуется тремя формфакторами.

Даже если исключить в (16) члены с аномальным магнитным моментом и квадрупольным моментом, которые возрастают как E^2, то сечение образования векторного мезона не убывает с энергией. Это связано с неперенормируемым характером взаимодействия. Из соображений

унитарности сечение не может быть больше, чем $3/4\,\pi\lambda^2$. Поэтому, начиная с некоторых энергий, сечение должно убывать, что может быть обеспечено формфакторами. Если формула (16) имеет некоторую область применимости (область, где формфакторы несущественны), то сечение образования векторного бозона может стать больше других сечений. Вследствие малого времени жизни ($\sim 10^{-17}$ *сек*) векторный мезон может быть обнаружен только по продуктам распада.

Опыты на встречных пучках очень удобны для выделения нейтральных связанных (резонансных) состояний (или нестабильных мезонов). Мы видели это на примерах резонансов в форм-факторах и бимюония. Проведем общее рассмотрение этого вопроса. Рассмотрим диаграмму на рис. 10. При аннигиляции электрон-позитронной пары образуется резонансное состояние с массой M, спином J, распадающееся с относительной вероятностью Γ_f, при полной ширине уровня Γ. Следует

Рис. 10.

рассмотреть случаи разного соотношения между шириной уровня Γ и разрешением по энергии ΔE: 1) узкий резонанс $\Delta E > \Gamma$; 2) широкий резонанс $\Delta E < \Gamma$; 3) промежуточный случай $\Delta E \sim \Gamma$. Резонансный вклад в процесс $e^+ + e^- \to$ конечное состояние, усредненный по интервалу ΔE, будет: для случая 1) $\sigma^{\mathrm{I}}_{\mathrm{ср}} = 2\pi\lambda^2\left(\frac{\pi}{4}\right)(2J+1)\frac{\Gamma_f\Gamma_i}{\Gamma^2}\frac{\Gamma}{2\Delta E}$; для случая 2) $\sigma^{\mathrm{II}}_{\mathrm{ср}} = \pi\lambda^2(2J+1)\frac{\Gamma_f\Gamma_i}{\Gamma^2}$; для случая 3) можно пользоваться любой из формул. Наиболее просто наблюдать резонансное состояние с $J=1$, $C=-1$, что мы видели в разделах 2, 3. Вклады других резонансных состояний будут содержать лишнюю малость по α (так как при этом должны участвовать по меньшей мере две фотонные линии).

6. Исследование слабых взаимодействий в опытах на встречных пучках

Характерной особенностью теории локальных слабых взаимодействий является квадратичный рост сечений с энергией. Поэтому на первый взгляд может показаться, что сечения, очень малые при низких энергиях, могут сравняться с сечениями электромагнитных и сильных взаимодействий при высоких энергиях. Однако из общих положений современной теории (см. лекцию Грибова) следует, что сечение любого процесса при больших энергиях, по крайней мере, не должно возрастать. Очень важно установить, где прекращается рост сечений с энергией для слабых взаимодействий. При этих энергиях вступают в игру формфакторы, изучение которых представляет большой интерес, поскольку, в частности, это может быть проявлением фундаментальной длины.

С помощью техники встречных пучков могут быть достигнуты такие энергии, при которых, по крайней мере в принципе, можно

вести исследования слабых взаимодействий при больших энергиях.

Для иллюстрации мы рассмотрим сечение рассеяния электрона на электроне, если включить слабые взаимодействия. Мы примем схему слабых взаимодействий с нейтральными токами (см. лекцию Понтекорво); в этой схеме рассеяние электрона на электроне проходит в первом порядке по константе связи слабых взаимодействий G. Если пользоваться схемой слабых взаимодействий с заряженными токами, то такое рассеяние будет идти только во втором порядке по G. В этом смысле мы получим верхний предел сечений за счет слабых взаимодействий.

Полное сечение процесса можно представить в виде

$$\sigma = \sigma_э + \sigma_и + \sigma_с, \tag{17}$$

где $\sigma_э$ — сечение электромагнитного взаимодействия, $\sigma_с$ — сечение слабого взаимодействия, $\sigma_и$ — интерференционный член электромагнитного и слабого взаимодействий.

Сечение слабого рассеяния электрона на электроне

$$\sigma_с = r_0^2\left(\frac{Gm^2}{e^2}\right)^2\left(\frac{E}{m}\right)^2(5+\cos^2\vartheta), \tag{18}$$

а интерференционный член имеет вид

$$\sigma_и = \frac{r_0^2}{\sqrt{2}}\,\frac{Gm^2}{e^2}\,\frac{5+3\cos^2\vartheta}{\sin^2\vartheta}. \tag{19}$$

Видно, что вклад слабых взаимодействий весьма мал; так при энергии 3 *Бэв* вклад не превышает $0{,}2\%$.

Кроме отмеченного процесса рассеяния, возможны еще процессы слабой аннигиляции $e^+ + e^- \to \mu^+ + \mu^-$, $e^+ + e^- \to N + \bar{N}$. Сечения их имеют тот же порядок величины.

Отметим, что если слабое взаимодействие осуществляется через промежуточный бозон, то это приведет к существенному искажению приведенных угловых сечений при энергиях, больших массы бозона. Кроме того, если из интерференционного члена будет следовать, что константа G отрицательна, то это означает, что промежуточного бозона не существует.

ЛИТЕРАТУРА

1. *N. Cabibbo, R. Gatto*, Phys. Rev., **124**, 1577, 1961.
2. *В. Н. Байер*, УФН, **77**, № 3—4, 1962.

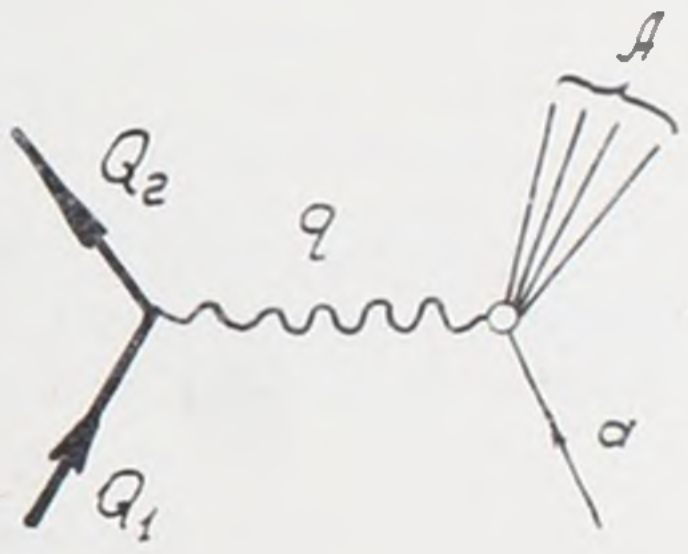
В. М. АРУТЮНЯН

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ γ-КВАНТА С НЕСТАБИЛЬНЫМИ ЧАСТИЦАМИ

1. Рассмотрим некоторые вопросы, связанные с взаимодействием γ-кванта с нестабильными частицами. Так как такие процессы экспериментально осуществить невозможно, то имеет смысл рассматривать взаимодействие нестабильной частицы a с кулоновским фотоном ядра. Ограничимся при этом такими процессами, при которых ядро получает отдачу без возбуждения или перехода

$$a + Ze \to Ze + A. \tag{1}$$

Здесь A означает полный набор образованных частиц. Процесс (1) может происходить как на отдельных нуклонах ядра, так и в кулоновском поле ядра. Последнему будет соответствовать диаграмма (рис. 1).



Фиг. 1.

Жирные линии на этом графике относятся к ядру (Q_1—начальный, Q_2—конечный импульс ядра), а волнистая линия с импульсом $q = Q_1 - Q_2$— к кулоновскому фотону. Вкладу кулоновского фотона в матричном элементе соответствует фактор $1/q^2$, поэтому амплитуда данного графика имеет полюс при $q^2 = 0$ и вклад указанного графика быстро растет при уменьшении q^2. Если процесс (1) идет через ядерно-активные частицы, то ближайшая особенность амплитуды будет соответствовать π-мезонному полюсу и достигается при $q^2 = m_\pi^2$.

Естественно, поэтому ожидать, что при малых q^2, а именно, при

$$q^2 \ll m_\pi^2 \tag{2}$$

вкладами всех остальных диаграмм, за исключением диаграммы на рис. 1, можно пренебречь. С другой стороны, при малых q^2 (точнее в предельном случае $q^2 = 0$) правая часть графика на рис. 1 соответствует амплитуде образования частиц набора A при взаимодействии фотона с нестабильной частицей a

$$\gamma + a \to A. \tag{3}$$

Последнее обстоятельство позволяет довольно просто связать сечение σ_c процесса (1) с сечением σ_Φ фотообразования (3). Указанная процедура соответствует хорошо известному методу Вайцзекера-Вильямса и ковариантный метод нахождения этой связи дается в работе Померанчука и Шмушкевича [1]. Приведем здесь лишь окончательный результат для случая релятивистских частиц a

$$\frac{\partial^2\sigma_c}{\partial q^2\partial\omega^2} = \frac{Z^2\alpha}{\pi q^4}(\omega^2 - m^2)^{-1}\left[q^2 - \left(\frac{\omega^2 - m^2}{2E_L}\right)^2\right]\sigma_\Phi(\omega). \tag{4}$$

Здесь m — масса, E_L — лабораторная энергия частицы a, $\alpha = 1/137$, $\sigma_\Phi(\omega)$ — полное сечение фотообразования (3), соответствующее полной энергии ω набора A в собственной Ц-системе. При выводе формулы (4) ядро принималось точечным, что приводит к более жесткому ограничению на q^2, а именно:

$$q^2 \ll m_\pi^2 A^{-2/3}. \tag{5}$$

Чтобы иметь представление о том, при каких q^2 рассматриваемый кулоновский механизм становится основным, просуммируем (4) по всем возможным неупругим фотопроцессам (3) при данном ω и проинтегрируем по ω^2 в предположении, что полное сечение фотопроцесса, начиная с некоторого $\omega > \varepsilon$, стремится к постоянному пределу σ_Φ^t (см [1]). Тогда получаем для распределения по q^2 выражение

$$\frac{d\sigma_c^t}{dq^2} = \frac{Z^2\alpha}{\pi q^2}\sigma_\Phi^t \ln\frac{2E_L}{(\varepsilon^2 - m^2)}\sqrt{\frac{q^2}{e}}. \tag{6}$$

Для соответствующего сечения $d\sigma_N/dq^2$ образования частиц A при ядерных взаимодействиях можно брать грубое значение, соответствующее геометрическому сечению

$$\frac{d\sigma_N}{dq^2} \sim \frac{\pi A^{2/3}}{m_\pi^2}\frac{1}{\bar{q}^2}, \tag{7}$$

где $\bar{q}$ есть среднее значение передаваемого ядру импульса при ядерных столкновениях и по порядку величины $\bar{q} \sim (2 \div 3)\, m_\pi$. Предполагая далее, что $\sigma_\Phi^t \sim \alpha/m_\pi^2$, мы найдем те возможные значения q^2, при которых σ_c^t и σ_N становятся равными

$$\sqrt{\overline{q^2}} \sim \bar{q}\frac{Z\alpha}{\pi A^{1/3}}. \tag{8}$$

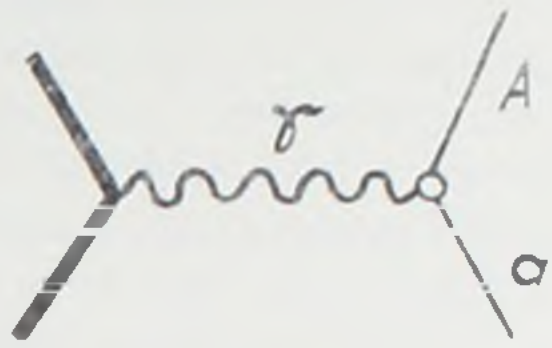
Условие (8) соответствует передаваемым ядру импульсам

$$\sqrt{\overline{q^2}} \sim (10 \div 20)\ \text{Мэв}/c.$$

Таким образом, исследование взаимодействия быстрых частиц с ядром при малых передаваемых импульсах может служить средством

определения как сечения взаимодействия γ-кванта с нестабильными частицами, так и электромагнитных свойств этих частиц.

2. В случае, когда весь набор A состоит из одной частицы A, т. е., когда процесс (1) описывается диаграммой на рис. 2, правая часть графика, согласно (4), дает нам некоторые сведения относительно электромагнитного взаимодействия частицы A. Предполагая для простоты, что масса частицы A больше m и частица A может распадаться по каналу $\gamma + a$, мы придем к тому, что правая часть графика на рис. 2. определится амплитудой распада $A \to \gamma + a$ и, соответственно, в (4) вместо $\sigma_\phi(\omega)$ должно входить время жизни частицы A по отношению к электромагнитному распаду $A \to \gamma + a$.



Фиг. 2.

Например, изучение фоторождения π^0-мезонов в кулоновском поле ядра

$$\gamma + Ze \to Ze + \pi^0 \tag{9}$$

при малых передаваемых импульсах позволит определить время жизни π^0-мезона [эффект Приманова (2)]. Изучение же реакций

$$\pi^- + Ze \to Ze + \rho^-, \tag{10}$$

$$K + Ze \to Ze + K^* \tag{11}$$

в принципе дает возможность получить некоторые сведения относительно вероятностей процессов $\rho \to \pi + \gamma$ и $K^* \to K + \gamma$. Идея Приманова, несмотря на значительные трудности ее осуществления, является особенно привлекательной для таких короткоживущих частиц, у которых электромагнитный канал распада не является основным.

3. В случае фоторождения π^0-мезонов в поле бесконечно тяжелого ядра вкладу графика на рис. 2 в дифференциальное сечение соответствует выражение

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} = \frac{\alpha}{8} |F_\pi(t)|^2 F^2(t) \frac{kp^3}{t^2} \sin^2\theta. \tag{12}$$

где F_π — формфактор π^0-мезона, F — формфактор распределения заряда ядра, θ — угол между направлением падающего фотона и вылетающего π^0-мезона, k_μ и p_μ 4-х импульсы фотона и π^0-мезона, $t = q^2 = (p - k)^2$ — квадрат передаваемого импульса. Особенностью углового распределения (12) является наличие резкого максимума в направлении вперед при $t = t_0/kp$, где t_0 — значение t при $\theta = 0$. Значение сечения в максимуме очень быстро растет с энергией нападающего фотона. Подтверждение на эксперименте такой картины в принципе позволит определить формфактор F_π π^0-мезона. В действительности указанный механизм доминирует лишь при малых q^2 (малые углы), поэтому фактически мы в состоянии определить только значение $|F_\pi(0)|^2$,

которое связано со временем жизни π^0-мезона посредством простого соотношения

$$\frac{1}{\tau} = \frac{m_\pi^3}{64\pi} |F_\pi(0)|^2. \tag{13}$$

4. Строго говоря, формула (12) справедлива лишь для ядер со спином $s = 0$. На первый взгляд кажется, что спиновые эффекты несущественны при малых q^2 (для нуклона поправки на отдачу и аномальный магнитный момент исчезают в пределе малых q^2). В действительности же в силу векторного характера γ-кванта (множитель $\sin^2\theta$) сечение достаточно мало при малых углах (отметим еще раз, что в указанном на рис. 2 одночастичном наборе А малые q^2 реализуются лишь при больших энергиях и малых углах), поэтому поправки на отдачу и аномальный магнитный момент при $s = 1/2$ хотя и малы при $q^2 \ll m_\pi^2$, тем не менее при малых углах θ такого же порядка, что и члены, оставленные в (12), и необходимо эти поправки учитывать.

Например, сечение фоторождения на нуклоне с учетом этих поправок имеет вид

$$\frac{d\sigma_c(\theta)}{d\Omega} = \frac{\alpha}{16\pi} |F_\pi(t)|^2 \frac{kp^2}{t^2 W'^2} \left\{ t\cos^2\theta (F_1 + F_2)^2 + \right.$$

$$\left. + W^2 \sin^2\theta \left(2F_1^2 + \frac{t}{2} F_2^2 \right) \right\}. \tag{14}$$

Здесь W—полная энергия столкновения, F_1 и F_2—формфакторы нуклона; энергетические величины, как и в (12), выражены в нуклонных массах. В отличие от результата (12) в угловом распределении уже не наблюдается резкого максимума и, в частности, для фоторождения вперед при высоких энергиях можно получить оценку

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} \approx 10^{-30} k^6 \frac{\text{см}^2}{\text{стер}}. \tag{15}$$

Начиная с энергии γ-кванта 2, 5 Бэв в лабораторной системе, это сечение очень быстро растет.

5. При фоторождении π^0-мезонов на тяжелых ядрах, кроме кулоновского механизма, имеет место также обычный механизм фоторождения на ядре в целом без перехода или возбуждения. Амплитуда такого механизма интерферирует конечно с амплитудой кулоновского фоторождения. При максимальной интерференции можно полное дифференциальное сечение представить в виде

$$d\sigma_T = d\sigma_c + d\sigma_N \pm 2\sqrt{d\sigma_c d\sigma_N}, \tag{16}$$

где $d\sigma_N$—сечение чистого когерентного ядерного фоторождения. Чтобы иметь возможность определить время жизни π^0, естественно требовать

выполнения условия $d\sigma_c \gg d\sigma_N$. Сечение когерентного фоторождения можно представить при малых углах в виде [2]

$$d\sigma_N/d\Omega = CA^n \sin^2\theta F^2. \tag{17}$$

$\sin^2\theta$ соответствует сохранению z-компоненты полного момента. Действительно, если ось z направим по импульсу падающего фотона, то полная z-проекция момента в начальном состоянии равна просто z-проекции спина фотона. В силу поперечности фотона эта проекция будет ± 1. Так как мы рассматриваем бесспиновое ядро, то полная z-проекция момента в конечном состоянии равна проекции орбитального момента π^0-мезона. Если π^0-мезон образуется в направлении вперед, то проекция его момента равна нулю и в силу сохранения проекции момента сечение когерентного фоторождения должно при малых углах исчезать. Множитель A^n (A — атомный вес ядра) соответствует как раз когерентности, и показатель n учитывает поглощение фотонов. В силу поглощения не все нуклоны в ядре эффективно взаимодействуют с γ-квантом. Так как мы интересуемся все-таки большими энергиями, то это поглощение не очень существенно и можно положить $n = 2$. Здесь F зарядовый формфактор ядра. Постоянное C, конечно, зависит от энергии и, естественно, связано с сечением фоторождения на одном нуклоне. При энергии падающего фотона $k = 1$ Бэв эксперименты дают для C значение

$$C \sim 0{,}5 \cdot 10^{-30} \text{ см}^2/\text{стерадиан}$$

Составляя отношение

$$\frac{d\sigma_N}{d\sigma_c} = C \frac{A^2}{Z^2} \frac{137}{8} \frac{m^3}{\hbar^{-N}} \frac{(1 + v^2 - 2v\cos\theta)^2}{v^3}, \tag{18}$$

можно довольно просто сравнить кулоновское и когерентное сечения. Из этого отношения легко найти, что для ядра с $Z = 82$ и $A = 208$ при энергии $k = 1$Бэв до углов $4-5^\circ$ кулоновский механизм всегда будет доминировать.

6. В случае образования ρ^--мезонов π^--мезонами в поле ядра [процесс (10)] угловое распределение мезонов имеет вид

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{Z^2\alpha}{16} \frac{\Lambda^2}{4\pi} x \frac{\sin^2\theta}{(\Delta^2 + \sin^2\theta/_2)^2}, \tag{19}$$

где

$$x = v_\rho/v_\pi,$$

$$4\Delta^2 = x + x^{-1} - 2, \tag{20}$$

а Λ — константа электромагнитного взаимодействия $\pi\rho\gamma$, связанная с вероятностью распада $\rho^- \to \pi^- + \gamma$. Как и в эффекте Приманова, в угловом распределении наблюдается резкий пик в направлении вперед при

$$\theta = 2\Delta \tag{21}$$

и сечение при этом достигает значения

$$\frac{d\sigma_{\max}}{d\Omega} = \frac{Z^2\alpha}{16}\,\frac{\Lambda^2}{4\pi}\,x/\Delta^2. \qquad (22)$$

Пик в направлении вперед быстро растет с увеличением энергии падающего фотона. Например, если максимум достигается при $\vartheta = 1^\circ$, то

$$\frac{d\sigma_{\max}}{d\Omega} \simeq Z^2\,10^{-26}\ см^2/\text{стерадиан} \qquad (23)$$

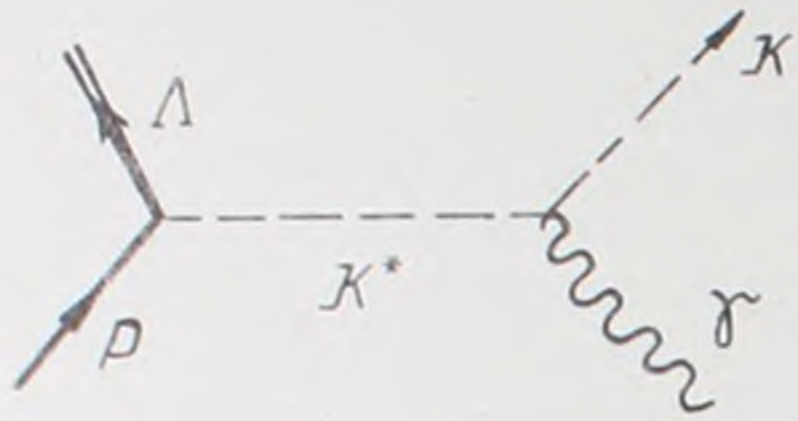


Рис. 3.

7. Некоторые сведения относительно электромагнитных свойств K^*-резонанса можно получить при изучении фоторождения

$$\gamma + p \to \Lambda^0 + K^+ \qquad (24)$$

вблизи порога, если предположить, что процесс (24) происходит в основном через обмен K^*-частицей (рис. 3).

Такой механизм правильно описывает угловое распределение K-мезонов вблизи порога лишь при $P_{K\Lambda} = -1$, где $P_{K\Lambda}$ —относительная четность $\Lambda^0 K^+$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *И. Я. Померанчук, И. М. Шмушкевич*, Nucl. Phys., 23, 3, 452 (1961).
2. *V. Glaser* and *R. Ferrell*; Phys. Rev., 121, 886 (1961).

ПРИЛОЖЕНИЕ К РАЗДЕЛУ I

В. Н. ГРИБОВ

ПОЛЮСА РЕДЖЕ В УРАВНЕНИИ ШРЕДИНГЕРА

(три лекции)

ЛЕКЦИЯ 1.

Уравнение Шредингера

В этих лекциях* мы будем изучать аналитические свойства амплитуды рассеяния как функции орбитального момента частиц l.

В основном в дальнейшем излагаются результаты Редже, рассмотревшего простое нерелятивистское рассеяние на потенциале $V(r)$. Уравнение Шредингера в этом случае имеет вид:

$$\left(-\frac{h}{2m}\nabla^2 + V(r) - E\right)\psi\left(\vec{r}\right) = 0$$

Положив $\psi_l = R_l(r)\, Y_{lm}(\theta, \varphi)$, $R_l = \dfrac{\chi_l(r)}{r}$, получим обычное уравнение для $\chi_l(r)$:

$$\frac{d^2\chi_l}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2}\chi_l + [k^2 - U(r)]\chi_l = 0, \qquad (1)$$

$$k^2 = \frac{2mE}{h^2}, \quad U = \frac{2mV}{h^2}.$$

---

* **От редакции.** Эти лекции были прочитаны В. Н. Грибовым в конце 1961 г. для теоретиков ЛФТИ им. А. Ф. Иоффе. Ввиду того, что они являются хорошим введением к двум Нор-Амбердским лекциям В. Н. Грибова, публикуемых в разделе I настоящего сборника, редакция сочла целесообразным включение, с согласия автора, настоящего приложения в сборник. Содержание приложения было опубликовано без авторской обработки в препринте ЛФТИ, № 105 за 1962 год. При перепечатке указанного препринта редакция (В. М. Арутюнян и В. А. Шахбазян) опустила последний пункт третьей лекции, относящийся к релятивистскому случаю, поскольку в основном тексте дано подробное изложение этих вопросов, а также пункт «Случай $c_1 = 0$» третьей лекции. В остальном редакция ограничилась некоторой стилистической правкой, главным образом относящейся к подзаголовкам.

При целом l ψ_l представляет собой однозначную функцию. Легко определить шаровую функцию Y_{lm} при целом m и произвольном l. Тогда однозначность по φ сохраняется, а как функция $\cos\theta$ Y_{lm} имеет точку ветвления (логарифмическую) при $\cos\theta = -1$. В физической области ($-1 < \cos\theta < 1$) функция Y_{lm} остается однозначной.

Граничное условие

Будем искать теперь решение уравнения (1) при комплексном l, удовлетворяющее граничному условию

$$\chi_l = r^{l+1} \quad r \to 0. \tag{2}$$

Второе линейно независимое решение уравнения (1) ведет себя при малых r как $\mathrm{const}\, r^{-l}$. Условие (2) однозначным образом отбирает нужное нам решение в области комплексных l, где:

$$\mathrm{Re}\, l > -\frac{1}{2}.$$

В самом деле, в этой области $|r^{l+1}| < |r^{-l}|$ при $r \to 0$, так что к χ_l нельзя уже добавить второго решения, не входя в противоречие с условием (2). Если же $\mathrm{Re}\, l < -\frac{1}{2}$, то $|r^{l+1}| > |r^{-l}|$ при малых r, и к выражению r^{l+1} всегда может быть прибавлено второе решение без изменения характера поведения при малых r. При $\mathrm{Re}\, l = -\frac{1}{2}$ оба решения ведут себя одинаково, когда $r \to 0$.

Таким образом, можно ожидать, что условие (2) действительно однозначно определяет решение уравнения (1) в области $\mathrm{Re}\, l > -\frac{1}{2}$.

Интегральное уравнение

Уравнение (1) и граничное условие (2) содержат l аналитическим образом. Поэтому можно ожидать аналитической зависимости χ_l от l. Чтобы доказать это, попытаемся построить решение (1) в виде:

$$\chi_l = r^{l+1} + \int_0^\infty G_l(r, r')\,|k^2 - U(r')|\,\chi_l(r')\,dr'. \tag{3}$$

Решение интегрального уравнения (3) будет решением (1), если функция Грина G_l удовлетворяет уравнению

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2}\right) G_l(r, r') = -\delta(r - r'). \tag{4}$$

Легко найти G_l, исходя из решений свободного уравнения (4):

$$G_l(r, r') = \begin{cases} \frac{1}{2l+1}\left(\frac{r^{l+1}}{r'^l} - \frac{r'^{l+1}}{r^l}\right), & r > r' \\ 0, & r < r'. \end{cases} \tag{5}$$

Выражение (5) всюду удовлетворяет уравнению (4), кроме точки $r = r'$. В этой точке первая производная меняется скачком, согласно (5), от единицы до нуля. Поэтому вторая производная G_l имеет в этой точке требуемую δ-образную особенность. Таким образом χ_l является решением уравнения (1), если

$$\chi_l = r^{l+1} + \frac{1}{2l+1}\int_0^r \left(\frac{r^{l+1}}{r'^l} - \frac{r'^{l+1}}{r^l}\right)[k^2 - U(r')]\,\chi_l(r')\,dr'. \tag{6}$$

Чтобы показать, что выписанное решение удовлетворяет граничному условию (2), надо доказать, что интеграл в правой части (6) стремится к нулю при малых r быстрее, чем r^{l+1}. По отношению к первому из интегралов в (6) для этого необходимо, чтобы интеграл

$$\int_0^r \frac{\chi_l(r')}{r'^l}\,[k^2 - U(r')]\,dr' \tag{7}$$

сходился при малых r. Если $U(r') \sim \frac{1}{r'^n}$, когда $r' \to 0$, а $\chi_l \sim r'^{l+1}$ (мы проверяем согласованность этого предположения), условие сходимости интеграла (7) есть

$$-l-n+l+1 > -1,$$

$$n < 2. \tag{8}$$

Во втором члене необходимо, чтобы

$$\int_0^r dr' r'^{l+1}\,\chi_l(r')\,[k^2 - U(r')] \sim r^s,$$

$$s > 2l+1. \tag{9}$$

Для этого нужно, чтобы

$$2(l+1) - n + 1 > 2l + 1,$$

т. е. мы снова приходим к условию (8).

Оценка интеграла (9) должна быть дополнена условием его сходимости

$$2(l+1) - n > -1,$$

т. е.

$$l > \frac{n-3}{2}. \tag{10}$$

Неравенства (8) и (10) представляют собой условия, при которых интегральное уравнение (6) определяет нужное нам решение. Ограничение $n < 2$, накладываемое на потенциал, вполне естественно, так как при $n > 2$ поведение волновой функции на малых расстояниях определяется свойствами потенциала, а не центробежного члена (или и тем, и другим при $n = 2$), для потенциалов притяжения с $n > 2$ происходит падение частицы на центр, при $n = 2$ это падение имеет место лишь в состояниях с низкими орбитальными моментами. Подробнее эти вопросы будут обсуждаться в следующих лекциях. Ограничение (10) (накладываемое, конечно, по существу на $\mathrm{Re}\, l$) при $n < 2$ является менее жестким, чем условие (3), и мы поэтому можем считать его заведомо выполненным.

Уравнение (6) является обычным уравнением типа Вольтерра, которое можно итерировать произвольное число раз. Его решение будет поэтому аналитической функцией параметра l в области $\mathrm{Re}\, l > -\frac{1}{2}$.

Асимптотика χ_l при $r \to \infty$ и S-матрица

Рассмотрим теперь поведение нашего решения при $r \to \infty$.

$$\chi_l = a_l(k)\, e^{ikr} + b_l(k)\, e^{-ikr}. \tag{11}$$

При этом считается, что потенциал убывает на бесконечности быстрее кулоновского.

Из вида уравнения для χ_l и граничного условия (2) следует, что при вещественном k^2

$$\chi_{l^*}(r) = \chi_l^*(r) \tag{12}$$

и, следовательно,

$$b_l^*(k) = a_{l^*}(k). \tag{13}$$

Перепишем выражение (11) для χ_l в виде

$$\chi_l = b_l e^{-\frac{il\pi}{2}} \left[e^{-i\left(kr - \frac{l\pi}{2}\right)} + \frac{a_l}{a_{l^*}^*} e^{il\pi} e^{i\left(kr - \frac{l\pi}{2}\right)} \right] \tag{14}$$

и сравним его с другим обычным выражением для асимптотики χ_l:

$$\chi_l = C_l \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l\right) = -\frac{C_l e^{-i\delta_l}}{2i} \left[e^{-i\left(kr - \frac{l\pi}{2}\right)} - e^{i\left(kr - \frac{l\pi}{2} + 2\delta_l\right)} \right] \tag{15}$$

Фаза δ_l не является, конечно, вещественной при комплексном l. Из (15) и (14) получаем:

$$S_l = e^{2i\delta_l} = -\frac{a_l}{a_{l^*}^*} e^{il\pi}. \tag{16}$$

Формула (16) дает продолжение S-матрицы на комплексные значения l.

Вместо обычного условия унитарности $|S_l|^2 = 1$ имеем теперь

$$S_l S_{l^*}^* = 1, \tag{17}$$

что видно непосредственно из выражения для S_l. Следует подчеркнуть, что полученное продолжение S-матрицы не является единственным, так как мы продолжаем с дискретных точек комплексной переменной l (целые l). Если бы, например, определить S-матрицу при комплексных l по формуле

$$\frac{S_l' - 1}{2ik} = \frac{1}{2}\int_{-1}^{+1} f(\theta) P_l(\cos\theta)\, d\cos\theta \tag{18}$$

(P_l — функция Лежандра первого рода, $f(\theta)$ — амплитуда рассеяния), то S_l' не совпадало бы с S_l нигде, кроме целых значений l. Принятое нами определение, однако, удобнее, что можно пояснить например тем, что если подставить в формулу (18) разложение $f(\theta)$ по полиномам Лежандра, то при l, не равном положительному целому числу, в правую часть (18) будут давать вклад все парциальные волны. Условие унитарности для S_l' не будет иметь простого вида и т. д. Поскольку $\chi_l(r)$, а следовательно, и $a_l(k)$ и $b_l(k)$ являются аналитическими функциями l при $\operatorname{Re} l > -\frac{1}{2}$, в этой области единственными особенностями S_l могут быть полюса, соответствующие нулям функции $b_l(k) = a_{l^*}^*(k)$. Отсюда следует, что S-матрица мероморфна в полуплоскости $\operatorname{Re} l > -\frac{1}{2}$.

Положение полюсов S_l в l-плоскости при $E > 0$

Докажем, что эти полюса могут лежать только в верхней полуплоскости l, если $\operatorname{Re} l > -\frac{1}{2}$. Для этого напишем, кроме уравнения (1), аналогичное уравнение для l' и, помножив первое на $\chi_{l'}$, а второе на χ_l, вычтем одно из другого. Имеем:

$$\chi_{l'}\frac{d^2\chi_l}{dr^2} - \chi_l\frac{d^2\chi_{l'}}{dr^2} = (l - l')(l + l' + 1)\frac{\chi_l\chi_{l'}}{r^2}. \tag{19}$$

Интегрируем (19) по r от нуля до ∞. Тогда:

$$(l - l')(l + l' + 1)\int_0^\infty \frac{\chi_l\chi_{l'}}{r^2}\, dr = \left(\chi_{l'}\frac{d\chi_l}{dr} - \chi_l\frac{d\chi_{l'}}{dr}\right)\Bigg|_0^\infty. \tag{20}$$

При $r = 0$ правая часть (20) исчезает в силу условий $\operatorname{Re} l > -\frac{1}{2}$.

$\mathrm{Re}\, l' > -\frac{1}{2}$; при $r \to \infty$ мы можем воспользоваться выражением (11). Члены, содержащие r, сокращаются, и мы приходим к соотношению

$$(l-l')(l+l'+1)\int_0^\infty \frac{\chi_l \chi_{l'}}{r^2}\, dr = 2ik\,(a_l b_{l'} - a_{l'} b_l). \tag{21}$$

Положим $l' = l^*$ и используем (12) и (13). Получаем

$$2\,\mathrm{Im}\, l \cdot \mathrm{Re}\left(l+\frac{1}{2}\right)\int_0^\infty \frac{|\chi_l|^2}{r^2}\, dr = k\,|\,|a_l|^2 - |b_l|^2|. \tag{22}$$

Точка l_0, в которой S_l имеет полюс, является нулем функции b_l, $b_{l_0} = 0$. Так как $\mathrm{Re}\left(l_0 + \frac{1}{2}\right) > 0$, из (22) следует

$$\mathrm{Im}\, l_0 > 0, \tag{23}$$

чем и доказано, что полюса функции S_l могут лежать только в верхней полуплоскости.

Ограничение на разность соседних фаз

Можно получить еще одно интересное следствие уравнения (21). Будем считать l и l' вещественными и перейдем в (21) к пределу $l' \to l$. Тогда

$$\int_0^\infty \frac{\chi_l^2\, dr}{r^2} = \frac{1}{2l+1} \lim_{l' \to l} \frac{1}{l-l'} [a_l b_{l'} - a_{l'} b_l] =$$

$$= -\frac{2ik}{2l+1}\, a_l b_l \frac{d}{dl}\left[\ln\left(\frac{b_l}{a_l}\right)\right] = -\frac{2k}{2l+1}\, a_l b_l (2\delta_l' - \pi). \tag{24}$$

В последнем равенстве штрих означает дифференцирование по l; так как при вещественных $l b_l = a_l^*$, $a_l b_l = |a_l|^2$, из (24) следует следующее ограничение на производную фазы по l:

$$\delta_l' < \frac{\pi}{2} \tag{25}$$

или

$$\delta_{l+1} - \delta_l < \frac{\pi}{2}. \tag{26}$$

Таким образом, фазы с соседними значениями орбитального момента отличаются не больше, чем на $\frac{\pi}{2}$.

Вещественность l при $E<0$

До сих пор мы изучали случай положительных энергий $k^2>0$; рассмотрим теперь отрицательные энергии, когда $k^2<0$ (при этом на физическом листе следует положить $k=i\varkappa$, $\varkappa>0$). Полюса S_l, или нули функции b_l, соответствуют теперь наличию связанных состояний, так как асимптотический вид функции χ_l в этом случае есть

$$\chi_l = a_l e^{-\varkappa r}. \tag{27}$$

Эти полюса могут, конечно, лежать на вещественной оси, и довольно очевидно, что они не могут находиться в комплексной плоскости. Последнее означало бы существование связанного состояния с вещественной энергией (асимптотика (27)) у неэрмитова гамильтониана (центробежный член $\frac{l(l+1)}{r^2}$ — не вещественен при комплексном l).

Непосредственно убедиться в справедливости этого утверждения легче всего, воспользовавшись формулой (21) при $k=+i\varkappa$. Далее, при $k^2<0$ условие (13) заменяется, очевидно, на:

$$a_{l^*} = a_l^*, \qquad b_{l^*} = b_l^*. \tag{28}$$

Положив $l=l_0$ — нулю функции b_l и $l'=l_0^*$, приходим в этом случае к равенству

$$\operatorname{Im} l_0 = 0. \tag{29}$$

Как и исходная формула (21), (29) справедливо при $\operatorname{Re} l_0 > -\frac{1}{2}$.

Движение полюсов при $E<0$

Докажем, наконец, что при отрицательных энергиях $E<0$ положение любого полюса $l_0(E)$, как функция от энергии, перемещается с ростом энергии слева направо по вещественной оси

$$\frac{dl_0(E)}{dE} > 0. \tag{30}$$

Это утверждение также почти очевидно, так как с ростом l_0 растет величина центробежного барьера, и любой уровень должен смещаться к нулю. Для доказательства умножим уравнение (1) для χ_{l_0} на χ_{l_0} и проинтегрируем от нуля до бесконечности. Отбросив члены, исчезающие при $r\to 0$ и $r\to\infty$, получаем

$$J(\chi_{l_0}, E, l_0) = -\int_0^\infty \left(\frac{d\chi_{l_0}}{dr}\right)^2 dr - \int_0^\infty U(r)\,\chi_{l_0}^2\,dr + \\ + \frac{2mE}{\hbar^2}\int_0^\infty \chi_{l_0}^2\,dr - l_0(l_0+1)\int_0^\infty \frac{\chi_{l_0}^2\,dr}{r^2} = 0. \tag{31}$$

Проварьируем равенство (31) по E и l_0, так чтобы соотношение между ними по-прежнему соответствовало полюсу S_l. Величина

$$\frac{\delta J}{\delta \chi_{l_0}} = 0$$

в силу уравнения для χ_l (это, по-существу, вариационный принцип для уравнения Шредингера). Поэтому мы приходим к равенству

$$\frac{\partial J}{\partial E} dE + \frac{\partial J}{\partial l_0} dl_0 = \left(\frac{2m}{h^2} \int_0^\infty \chi_{l_0}^2 dr \right) dE - \left[(2l_0 + 1) \int_0^\infty \frac{\chi_{l_0}^2 dr}{r^2} \right] dl_0$$

или

$$\frac{dl_0}{dE} = \frac{2m}{h^2} \frac{1}{2l_0 + 1} \frac{\int_0^\infty \chi_{l_0}^2 dr}{\int_0^\infty \frac{\chi_{l_0}^2 dr}{r^2}} > 0. \qquad (32)$$

Таким образом, мы имеем следующий характер движения полюсов S_l, когда энергия меняется от отрицательных к положительным значениям. При $E < 0$ полюса находятся на вещественной оси и движутся направо с ростом E (рис. 1). Мы рассматриваем случай, когда они уже находятся правее точки $l = -\frac{1}{2}$. При $E = 0$ все полюса выходят в верхнюю полуплоскость l.

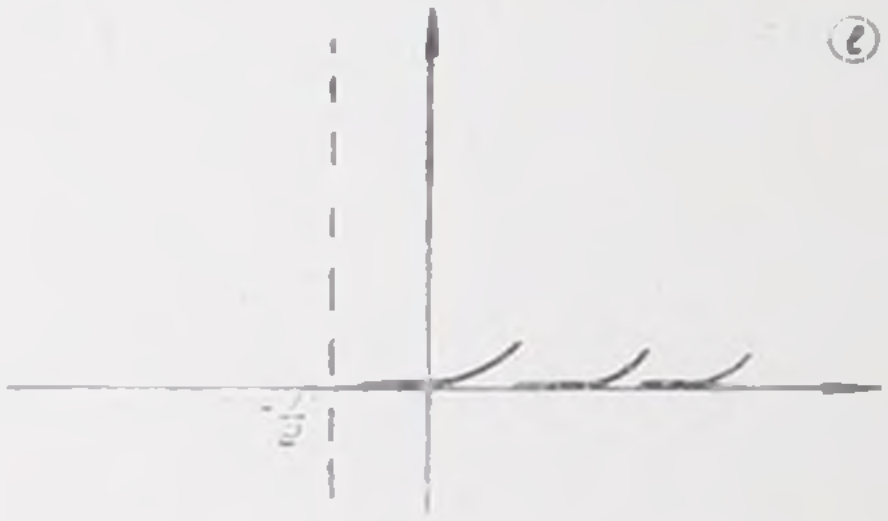


Рис. 1.

Дальнейшее движение полюсов в комплексной плоскости будет описано в следующей лекции, где, в частности, будет показано, что при изменении энергии они не могут уходить на бесконечность.

Заключительные замечания

Приведем теперь некоторые пояснения, почему изучение аналитических свойств амплитуды по l представляет существенный интерес.

Легко видеть, что аналитические свойства по l тесно связаны с поведением потенциала на малых расстояниях. Пусть, например, потенциал не удовлетворяет тому условию, что его сингулярность в

нуле меньше $\frac{1}{r^2}$. Для определенности рассмотрим просто $U=\frac{\alpha}{r^2}$. Тогда очевидно, что величина фазы δ_l есть

$$\delta_l = \frac{l\pi}{2} - \frac{\gamma\pi}{2},$$

где γ определяется уравнением

$$\gamma(\gamma+1) = l(l+1)+\alpha, \qquad \gamma = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(l+\frac{1}{2}\right)^2+\alpha}.$$

Мы видим, что в этом случае δ_l имеет точку ветвления при $l=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{-\alpha}$. При $\alpha<0$ (притяжение) эта точка находится в области $\mathrm{Re}\, l > -\frac{1}{2}$. Любопытно, что аналогичная ситуация возникает при релятивистском рассмотрении кулоновского взаимодействия. В этом случае фаза имеет корневую точку ветвления типа $\sqrt{\left(j+\frac{1}{2}\right)^2 - Z^2e^4}$, расположенную правее $j=-\frac{1}{2}$ (j—полный момент частицы). Для того чтобы существовали все фазы рассеяния, включая фазу с $j=\frac{1}{2}$, необходимо, чтобы $Ze^2<1$ или $Z<137$. В противном случае происходит падение на центр в состояниях с низким j. Все сказанное становится понятным, если вспомнить, что релятивистское уравнение включает член вида $(eA)^2=\left(\frac{Ze^2}{r}\right)^2$, ведущий себя как $\frac{1}{r^2}$. Если мы имеем дело с δ-образным потенциалом, то отличной от нуля оказывается только s-фаза, так что вообще в этом случае ни о какой аналитичности по l говорить не приходится.

Далее следует подчеркнуть, что в отличие от аналитических свойств амплитуды по импульсу или энергии аналитические свойства по l существенно не укладываются в рамки теории возмущений и в теории поля соответствуют изучению одновременно большого числа диаграмм. Наконец, в дальнейшем будет показано, что при наличии кроссинг симметрии аналитические свойства амплитуды по l могут быть связаны с асимптотическим поведением амплитуды при большой энергии в другом канале.

ЛЕКЦИЯ 2

Движение полюсов S_l при $E>0$

В предыдущей лекции было показано, что полюса S-матрицы по орбитальному моменту l при отрицательных энергиях $k^2<0$ лежат на вещественной оси и двигаются направо с ростом энергии. При

$k^2=0$ они выходят в верхнюю полуплоскость (рис. 1). Зададимся теперь целью определить дальнейшее движение полюсов. При отрицательных энергиях существует ограничение на положение полюса l_0 сверху (так как не может быть связанного состояния при сколь угодно большом центробежном барьере), при положительных энергиях существует похожее ограничение, хотя в этом случае l_0—комплексная величина.

Рассмотрим формально чисто мнимые значения r, введя $r=iy$ (y—вещественно). Если l_0 есть полюс S_l (нуль функции b_l), то асимптотика функции $\chi_l(r)=\chi_l(iy)=\varphi_l(y)$ имеет вид

$$\varphi_l(y)=a_l(k^2)\,e^{-ky}. \tag{1}$$

Напишем уравнения Шредингера для $\varphi_l(y)$ и $\varphi_l^*(y)$ (l-полюс S_l), помножим первое на φ_l^*, а второе на φ_l, вычтем одно из другого и проинтегрируем по y от нуля до бесконечности. Имеем

$$\int_0^\infty [\varphi_l^*\varphi_l'-\varphi_l\varphi_l^{*\prime}]\,dy-\left|\left(l+\frac{1}{2}\right)^2-\left(l^*+\frac{1}{2}\right)^2\right|\int_0^\infty\frac{|\varphi_l|^2\,dy}{y^2}+$$

$$+2i\int_0^\infty|\varphi_l|^2\,\mathrm{Im}\,U(iy)\,dy=0. \tag{2}$$

Предполагается, что потенциал имеет аналитический вид, так что $U(iy)$ имеет определенный смысл. Первый интеграл в уравнении (2) ревен нулю, в чем легко убедиться, интегрируя по частям и учитывая убывающий характер асимптотики φ_l(1). Равенство (2) поэтому может быть переписано в виде:

$$2\,\mathrm{Im}\,l\cdot\mathrm{Re}\left(l+\frac{1}{2}\right)=\frac{\int_0^\infty|\varphi_l|^2\,\mathrm{Im}\,U(iy)\,dy}{\int_0^\infty|\varphi_l|^2\,\frac{dy}{y^2}}. \tag{3}$$

Предположим, что выполняется неравенство $\mathrm{Im}\,U(iy)<\frac{M}{y^2}$, тогда мы сразу получаем

$$2\,\mathrm{Im}\,l.\,\mathrm{Re}\left(l+\frac{1}{2}\right)<M, \tag{4}$$

т. е. произведение мнимой и реальной частей l—ограничено. Неравенство $\mathrm{Im}\,U(iy)<\frac{M}{y^2}$ не выполняется, конечно, для потенциалов типа Юкава на больших расстояниях. Это, однако, не существенно, так как в интеграле (3) существенны малые y. На малых же расстоя-

ниях это ограничение на потенциал совпадает с условием, требующим, чтобы сингулярность потенциала при $r \to 0$ была меньше $\frac{1}{r^2}$. Неравенство (4) несколько более строго доказано Редже. Им же доказана невозможность ситуации, в которой полюс уходит на бесконечность, прижимаясь к вещественной оси.

Таким образом, полюса S_l не могут, вообще говоря, уходить на бесконечность с ростом энергии, а пересекают прямую $\operatorname{Re} l = -\frac{1}{2}$ и уходят налево, либо приближаются к этой прямой (рис. 2).

Особенности S_l в полуплоскости

$$\operatorname{Re} l < -\frac{1}{2}$$

Чтобы проследить дальнейшее движение полюсов, надо исследовать полуплоскость $\operatorname{Re} l < -\frac{1}{2}$. Как уже отмечалось в предыдущей лекции, условие $\chi_l \to r^{l+1}$ $(r \to 0)$ не отбирает здесь однозначно решения, так как второе решение, имеющее при малых r характер r^{-l}, гораздо меньше r^{l+1} и может быть поэтому добавлено к решению типа $\sim r^{l+1}$.

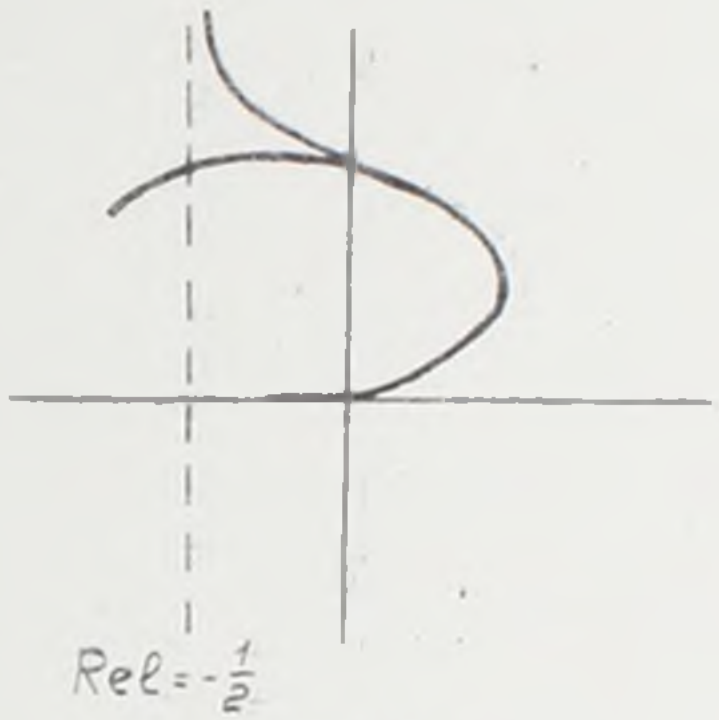


Рис. 2.

Можно продолжить аналитически решение χ_l в область $\operatorname{Re} l < -\frac{1}{2}$, исходя из интегрального уравнения для χ_l,

$$\chi_l = r^{l+1} + \frac{1}{2l+1}\int_0^r \left(\frac{r^{l+1}}{r'^{l}} - \frac{r'^{l+1}}{r^{l}}\right)[k^2 - U(r')]\,\chi_l(r')\,dr'. \qquad (5)$$

В точке $l = -\frac{1}{2}$ множитель $\frac{1}{2l+1}$ обращается в бесконечность, однако выражение, стоящее в круглых скобках под интегралом, обращается при этом в нуль, так что точка не является на самом деле особой точкой χ_l. Если же пересекать прямую $\operatorname{Re} l = -\frac{1}{2}$ при комплексных l, то выражение для χ_l остается конечным. Особенность функции χ_l появляется при тех l, при которых интеграл (5) расходится. В предыдущей лекции оценивалась сходимость этого интеграла, когда потенциал на малых расстояниях ведет себя как $U \sim \frac{1}{r^n}$. Было показано, что для сходимости и возможности итери-

рования уравнения (5) возникают два условия: $n < 2$ и $l > \frac{n-3}{2}$. Точка $\frac{n-3}{2}$ при $n < 2$ лежит левее $-\frac{1}{2}$ и именно она и является „подозрительной на особенность" у S_l.

Чтобы выяснить, где расположены особенности S_l, удобнее использовать не (5), а другое интегральное уравнение, в котором свободный член удовлетворяет уравнению Шредингера без потенциала. Для этого рассмотрим вспомогательные решения уравнения Шредингера $e_l^{\pm}(r)$, которые ведут себя на бесконечности как

$$e_l^+(r) \sim h_l^{(1)}(kr) \sim e^{i\left(kr - \frac{l\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right)},$$

$$e_l^-(r) \sim h_l^{(2)}(kr) \sim e^{-i\left(kr - \frac{l\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right)},$$

$$h_l^{(1,2)}(kr) = \sqrt{\frac{\pi kr}{2}}\, H^{(1,2)}_{l+\frac{1}{2}}(kr), \tag{6}$$

$H^{(1,2)}_{l+\frac{1}{2}}$ — функции Ханкеля 1-го и 2-го рода. Прямым дифференцированием нетрудно убедиться, что эти решения удовлетворяют уравнениям

$$e_l^-(r) = h_l^{(1)}(kr) - \frac{1}{ik}\int_r^\infty [h_l^{(1)}(kr)\, j_l(kr') - j_l(kr)\, h_l^{(1)}(kr')] U(r')\, e_l^+(r')\, dr',$$

(7)

$$e_l^-(r) = h_l^{(2)}(kr) + \frac{1}{ik}\int_r^\infty |h_l^{(2)}(kr)\, j_l(kr') - j_l(kr)\, h_l^{(2)}(kr')|\, U(r')\, e_l^-(r')\, dr',$$

$$j_l(kr) = \sqrt{\frac{\pi kr}{2}}\, J_{l+\frac{1}{2}}(kr),$$

$J_{l+\frac{1}{2}}$ — функция Бесселя. Решения $e_l^{\pm}$ удобны тем, что они являются аналитическими функциями l при всех конечных l; это следует из того, что как граничные условия (6), так и уравнения, определяющие эти решения, содержат l аналитическим образом. Решение χ_l может быть построено как линейная комбинация e_l^+ и e_l^-

$$\chi_l = a_l e_l^+(r) + b_l e_l^-(r) \tag{8}$$

и имеет теперь асимптотику

$$\chi_l \sim a_l e^{i\left(kr - \frac{l\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right)} - b_l e^{-i\left(kr - \frac{l\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right)}. \tag{9}$$

Коэффициенты a_l и b_l отличаются постоянными множителями $\pm e^{\mp i(l+1)\frac{\pi}{2}}$ от соответствующих коэффициентов, введенных в предыдущей лекции. Из сравнения (9) и формул (11) и (16) предыдущей лекции следует, что:

$$S_l = \frac{a_l}{b_l}. \tag{10}$$

Рассмотрим теперь малые r. Из уравнений (7) находим, что

$$\begin{aligned} e_l^+ &\sim \alpha_l^+ j_l(kr) + \beta_l^+ h_l^{(1)}(kr), \\ e_l^- &\sim \alpha_l^- j_l(kr) + \beta_l^- h_l^{(2)}(kr), \end{aligned} \tag{11}$$

где

$$\beta^{\pm} = 1 \mp \frac{1}{ik} \int_0^{\infty} j_l(kr')\, U(r')\, e_l^{\mp}(r')\, dr', \tag{12}$$

а явный вид $\alpha_l^{\mp}$ не существенен для дальнейшего. Поставим (12) в (8) и учтем, что $h_l^{(1,2)}(kr)$ содержат при малых r члены вида $(kr)^{-l}$ (причем с противоположными знаками), которых не должно быть в χ_l. Это приводит нас к условию:

$$a_l \beta_l^+ - b_l \beta_l^- = 0. \tag{13}$$

Из (13) и (10) следует:

$$S_l = \frac{\beta_l^-}{\beta_l^+} = \frac{1 + \frac{1}{ik} \int_0^{\infty} j_l(kr)\, U(r)\, e_l^-(r)\, dr}{1 - \frac{1}{ik} \int_0^{\infty} j_l(kr)\, U(r)\, e_l^+(r)\, dr}. \tag{14}$$

Особенность S_l может возникнуть тогда, когда интегралы (14) расходятся. В области больших r они сходятся всегда, в области же малых следует учесть, что

$$j_l \sim r^{l+1}, \quad U(r) \sim r^{-n}, \quad \text{а} \quad e_l^+ \sim r^{l+1}, \quad r^{-l}$$

содержат члены обоих видов. Поэтому мы получаем два условия сходимости интегралов: $n < 2$ и $l > \frac{n-3}{2}$. Эти ограничения уже известны, однако теперь из формулы (14) мы можем увидеть, когда точка $l = \frac{n-3}{2}$ действительно будет особой точкой S_l. Представим себе, что потенциал при малых r есть $U = \frac{\text{const}}{r^n}$. Тогда при $l = \frac{n-3}{2}$

и числитель и знаменатель (14) имеют полюс, который сокращается и не приводит к особенности всей дроби. Если же явный вид асимптотики потенциала включает в себя логарифмы, например $U \sim \frac{1}{r^n \ln r}$, то S_l может не обращаться в бесконечность, но особенность все же иметь:

$$S_l = \frac{\alpha \ln (2l - n + 3) + C}{\alpha' \ln (2l - n + 3) + C'}.$$

Если потенциал представляет собой сумму вида

$$\sum_k \frac{C_k}{r^{n_k}},$$

то интегралы в (14) не имеют других особенностей, кроме полюсов. В этом случае при малых r решения e_l^- также носят чисто степенной характер, в чем можно убедиться итерациями интегральных уравнений (7). Поэтому все подинтегральное выражение в (14) ведет себя при $r \to 0$ как некоторая степень r, и интеграл может иметь лишь полюс.

Таким образом, для потенциалов степенного типа особенностями S_l будут лишь полюса, связанные с нулями β_l^+. Эти полюса, как отмечалось выше, могут переходить из области $\operatorname{Re} l > -\frac{1}{2}$ в область $\operatorname{Re} l < -\frac{1}{2}$ при некоторых $k^2 > 0$.

Выражение (14) для S_l может быть продолжено на случай отрицательных энергий. При этом можно показать, что, продолжая выражение для β_l^+, следует считать $k = i\varkappa$, $\varkappa > 0$, а для β_l^- $k = -i\varkappa$, $\varkappa > 0$. Тогда асимптотически обе функции e_l^- экспоненциально убывают и интегралы (14) сходятся.

Полюса S-матрицы при $k \to \infty$

Выясним теперь, какой смысл имеют полюса β_l^-, когда S_l не имеют в этих точках особенностей, т. е. точки $l = \frac{n-3-m}{2}$, $m = 0, 2, 4, \ldots$ Для этого напишем уравнение, определяющее нуль функции β_l^+, $l = l(k)$:

$$\int_0^\infty j_l(kr)\, U(r)\, e_l^-(r)\, dr = ik. \tag{15}$$

При конечных k точка $l = l(k)$ не может подходить к $l = \frac{n-3-m}{2}$, так как около этих точек интеграл неограниченно

велик*. Однако при $k \to \infty$ условие (15) как раз и требует расходимости интеграла. При этом поскольку при $k \to \infty$ в интеграле существенна для расходимости лишь область малых r, уравнение для $l(\infty)$ имеет точно тот же вид, который привел нас к точкам $\frac{n-3-m}{2}$. Таким образом, мы приходим к выводу, что полюса β_i есть те точки, куда идут полюса S_i при $k \to \infty$.

Теперь характер движения полюса представляется следующим образом. При $E = -\infty$ полюс выходит из точки $\frac{n-3-m}{2}$ и движется вдоль вещественной оси направо. При $E = 0$ он выходит в верхнюю полуплоскость, описывает на ней некоторую кривую и при $E = +\infty$ возвращается в точку $\frac{n-3-m}{2}$.

Траектории полюсов для кулоновского взаимодействия

Рассмотрим для примера случай кулоновского взаимодействия. Здесь амплитуда S_l имеет полюс при

$$l = l_0 = -1 - \frac{1}{ik} - n_r, \quad n_r = 0, 1, 2, \cdots \tag{16}$$

Из (16) видно, что, действительно, при $k \to \infty$ $l_0 \to \frac{n-3-m}{2}$, где $n = +1$ — показатель степени потенциала, $m = 2n_r = 0,2,\ldots$ и т. д. При $n_r = 0$ l_0 уходит из точки и приходит в точку $l_0 = -1$, при этом l_0 движется в комплексной плоскости по кругу бесконечного радиуса. Последнее обстоятельство связано с тем, что ограничения, полученные на произведение реальной и мнимой частей l_0, справедливы для потенциалов, убывающих быстрее $\frac{1}{r}$. Следующий полюс $n_r = 1$ описывает аналогичную кривую с началом и концом движения при $l_0 = -2$ и т. д. При этом может возникнуть вопрос: как полюс, соответствующий $n_r = 1$, смог пройти точку $l = -1$ при конечных k. Ведь, как указывалось раньше, в этой точке $\int_0^\infty j_l(kr)\, U(r)\, e_l^+(r)\, dr$ обращается в бесконечность (а не в ik). Ответ заключается в том, что бесконечности может и не возникнуть, если главный член асимптотики $e_l^+(r)$ при малых r $\alpha_l^+ r^{l+1}$ отсутствует, т. е. $\alpha_l^+ = 0$ при $l = -1$.

Рассмотрим два полюса, $\nu_1(E^0)$ и $\nu_2(E_0)$, расположенных при $E = E_0$ на вещественной оси (для определенности $\nu_1 > \nu_2$). Будем теперь уменьшать энергию, пока большой полюс ν_1 не достигнет ν_2.

---

* Различные значения m соответствуют следующим членам в разложении e_l^+ по степеням r при малых r, которые представляют собой ряд по r^2.

Это произойдет при $E = E_1 < E_0$, и мы будем иметь два уровня энергии, E_1 и E_0, с орбитальным моментом ν_2. Если теперь в качестве ν_2 выбрать точку $\frac{n-3}{2}$, то первый полюс достигает ее при $E = E_1 = -\infty$, а второй уже при конечной энергии $E_0 > E_1 = -\infty$. При энергиях, меньших E_0, второй полюс движется налево и останавливается при

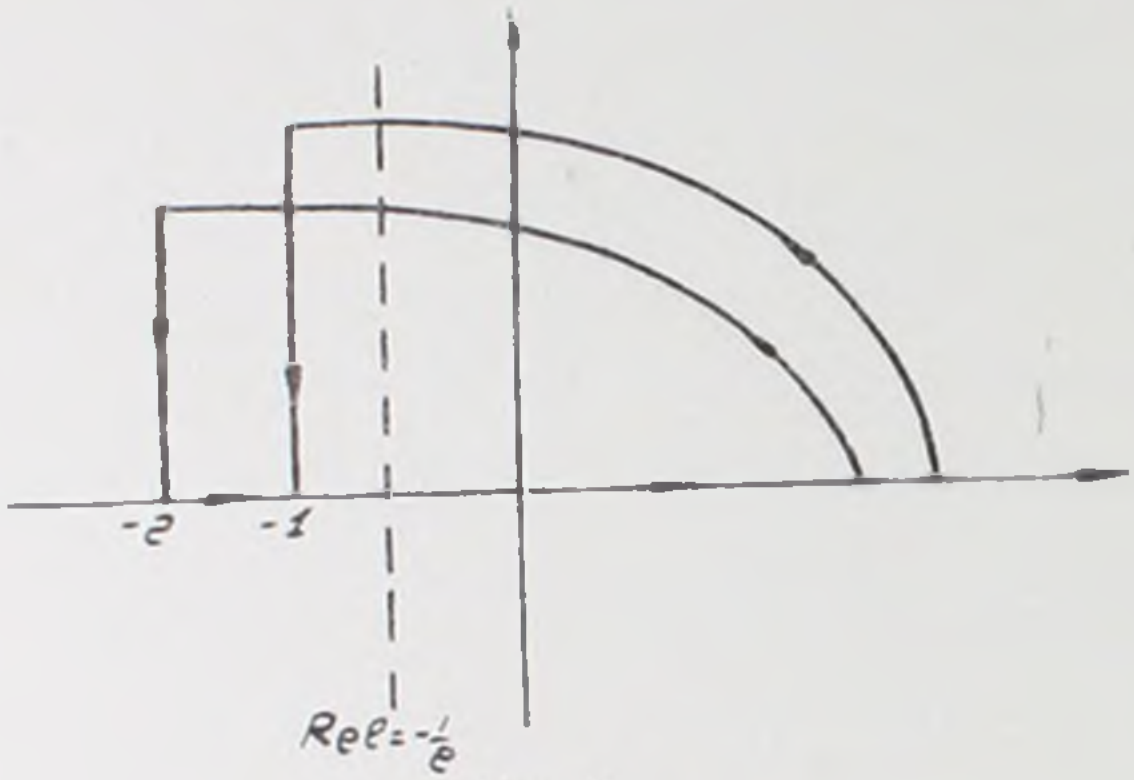


Рис. 3.

$E \to -\infty$ около $l = \frac{n-5}{2}$. Третий полюс проходит обе эти точки и стремится к $\frac{n-7}{2}$ при $E \to -\infty$ и т. д. (рис. 3).

В том, что такая ситуация естественна, убеждает следующее рассуждение. Основное состояние не может иметь нулей, а первое возбуждение имеет. Этот нуль попадает как раз в точку $r = 0$ при $l = \frac{n-3}{2}$.

ЛЕКЦИЯ 3

В предыдущей лекции были рассмотрены два случая: когда потенциал имел чисто степенную особенность при $r \to 0$ $U \sim r^{-n}$ $(n < r)$ и когда особенность имела логарифмический характер $U \sim \frac{r^n}{\ln r}$.

В первом случае все особенности β_l^+ являлись полюсами, во втором появились точки ветвления. Рассмотрим еще и другие случаи.

Случай четного потенциала

Если потенциал не имеет особенности при $r = 0$, то его можно разложить в ряд по четным степеням r

$$U = \sum_{k=0}^{\infty} C\ r^{2k}.$$

Нечетные степени r являются неаналитическими функциями x, y, z ($r = |\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}|$).

Если это разложение подставить в интеграл, определяющий $\beta_l^{\pm}$,

$$\beta_l^{\pm} = 1 \mp \frac{1}{ik} \int_0^{\infty} j_l(kr)\, U(r)\, e_l^{\pm}(r)\, dr,$$

то, согласно предыдущему анализу, k-й член ряда для $U(r)$ привел бы к расходимости интеграла при $\nu = -1-k$, где $\nu = l + \frac{1}{2}$. Нетрудно выяснить, однако, что расходимости здесь нет. Число $-(1+k)$ является целым и отрицательным. Если представить $j_l(x) = \sqrt{\frac{\pi x}{2}}\, J_l(x)$ в виде степенного ряда

$$j_l(x) = \sqrt{\pi}\left(\frac{x}{2}\right)^{\nu+\frac{1}{2}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!\,\Gamma(\nu+1+m)}\left(\frac{x}{2}\right)^{2m},$$

то при целом ν и $\nu+1+m \leqslant 0$ $\Gamma(\nu+1+m) = \infty$, так что такие m из суммы выпадают. Разложение $J_l(x)$ при этом начинается с такого m, что $m+\nu+1=1$, т. е. $m=-\nu$. Следовательно, при полуцелых l, т. е. целых ν, $j_l(kr)$ ведет себя не как $(kr)^{\nu+\frac{1}{2}} = (kr)^{l+1}$, а как $(kr)^{-\nu+\frac{1}{2}} = (kr)^{-l}$. Иначе и не могло быть, поскольку при целых ν $J_{-\nu}(x) = (-1)^{\nu} J_{\nu}(x)$. Из изложенного следует, что при $\nu = -1-k$ интеграл не расходится, и особенность по ν не возникает. Отсюда можно заключить, что при $E \to \pm\infty$ полюса $\beta^{\pm}$ в комплексной плоскости ν уходят на бесконечность, поскольку им больше некуда деться.

Случай потенциала отталкивания при $n > 2$

Все разобранные возможности в равной степени были справедливы как для потенциалов притяжения, так и для потенциалов отталкивания. При $n > 2$ $\left(U \sim \frac{1}{r^n}, \text{ когда } r \to 0\right)$ рассматривать притяжение не имеет смысла, так как происходит падение на центр. Рассмотрим отталкивание при $n > 2$. В этом случае при $r \to 0$ потенциальная энергия много больше центробежной, и поведение $\chi_l(0)$ моментом l не определяется. Надо просто искать $\chi_l(r)$ как решение уравнения Шредингера, конечное в нуле. Уравнение аналитично по l, а граничное условие, определяющее $\chi_l(r)$ однозначно, от l не зависит. Поэтому, согласно теореме Пуанкаре, $\chi_l(r)$ является аналитической функцией во всей комплексной плоскости l. Так как в уравнение Шредингера входит

только $\left(l+\frac{1}{2}\right)^2$, то в силу единственности решения $\chi_l(r)=\chi_{-l-1}(r)$. Структура особенностей здесь будет иной, чем в случаях, разобранных раньше. При $E>0$, как было уже показано, полюса S_l находятся в верхней полуплоскости, или точнее, в первой четверти, так как при доказательстве предполагается, что $\mathrm{Re}\left(l+\frac{1}{2}\right)>0$. Поскольку $\chi_{-l-1}=\chi_l$, полюса S_l должны находиться еще и в 3-й четверти. Во 2 и 4-й четвертях S_l не может иметь особенностей.

При изменении энергии E полюса S_l могут (при $E=0$) выходить как на ось $\mathrm{Im}\, l=0$, так и на ось $\mathrm{Re}\, l=-\frac{1}{2}$. При $l+\frac{1}{2}$ чисто мнимом $l(l+1)$ вещественно, гамильтониан эрмитов и может иметь связанные состояния. При $E<0$ и увеличении $|E|$ полюса S_l будут

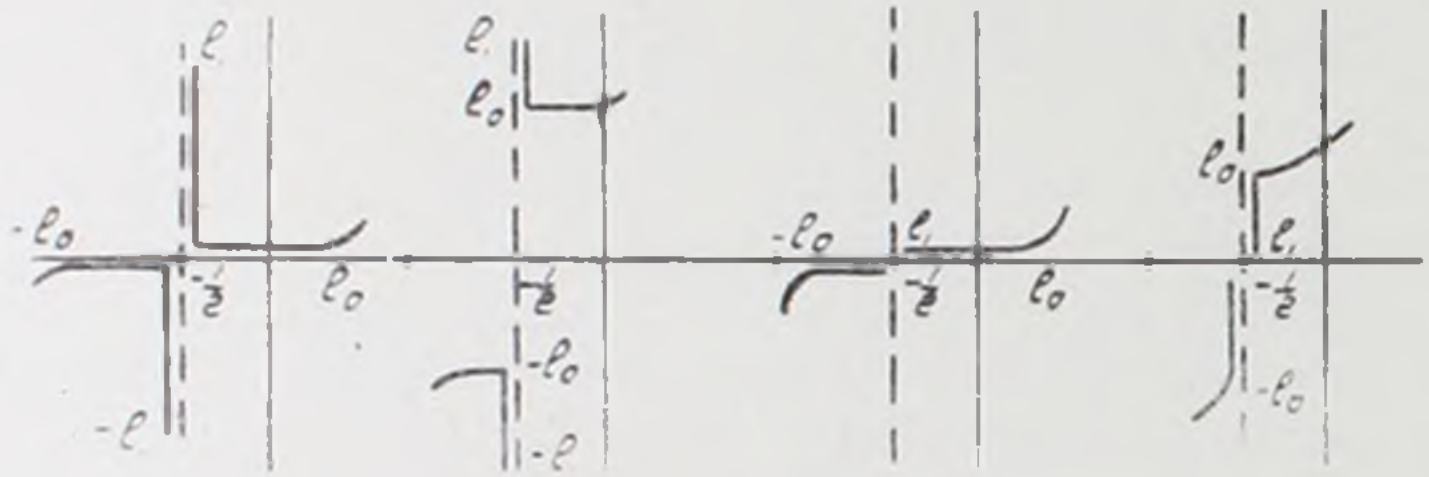


Рис. 4.

двигаться по этим осям. Возможны следующие варианты движения полюса (рис. 4) (точки l_0 и l_1 соответствуют положению полюса при $E=0$ и $E=-\infty$).

Первый вариант представляется более естественным.

Случай $n=2$

В исключительном случае, когда на малых расстояниях $n=2$, радиальное уравнение имеет вид

$$\chi''-\frac{l(l+1)}{r^2}\chi-\frac{\alpha}{r^2}\chi+\tilde{U}(r)\chi=0,$$

где $\tilde{U}(r)$ менее сингулярная часть потенциала. Если ввести величину γ, такую, что

$$\gamma(\gamma+1)=l(l+1)+\alpha,$$

то это уравнение относится к одному из уже разобранных случаев с заменой l на $\gamma=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\left(l+\frac{1}{2}\right)^2+\alpha}$. Выберем верхний знак в формуле для γ и будем искать решение, которое на малых расстояниях ведет себя как $r^{\gamma+1}$. Это решение будет аналитично в γ, но не

в l плоскости, поскольку γ связано с l корневым образом. Особенности (точки ветвления) имеются при $l+\frac{1}{2}=\pm\sqrt{-\alpha}$. В случае потенциала отталкивания ($\alpha>0$) точки ветвления лежат на оси $\mathrm{Re}\, l=-\frac{1}{2}$; при притяжении — на вещественной оси. В случае чисто степенного потенциала $U=\frac{\alpha}{r^2}$, например, фаза рассеяния δ_l известна и имеет вид

$$\delta_l=-\frac{\gamma\pi}{2}+\frac{l\pi}{2}.$$

Видно, что после перехода через особенность δ_l становится комплексной; это означает, что появляется возможность падения на центр.

Если обе точки ветвления находятся левее точки $l=0$, то все физические значения l ($l=0,\ 1,\ 2,\ldots$) находятся правее, фаза вещественна и падения на центр нет. Отсюда имеем условие отсутствия падения на центр:

$$-\alpha<\frac{1}{4}.$$

Случай комплексных E

Перейдем теперь к рассмотрению вопроса о движении полюсов в комплексных плоскостях (l) и (E). Если менять E вдоль вещественной оси, то при $E=0$ и некотором $l=\lambda$ полюса уходят в верхнюю полуплоскость (рис. 5):

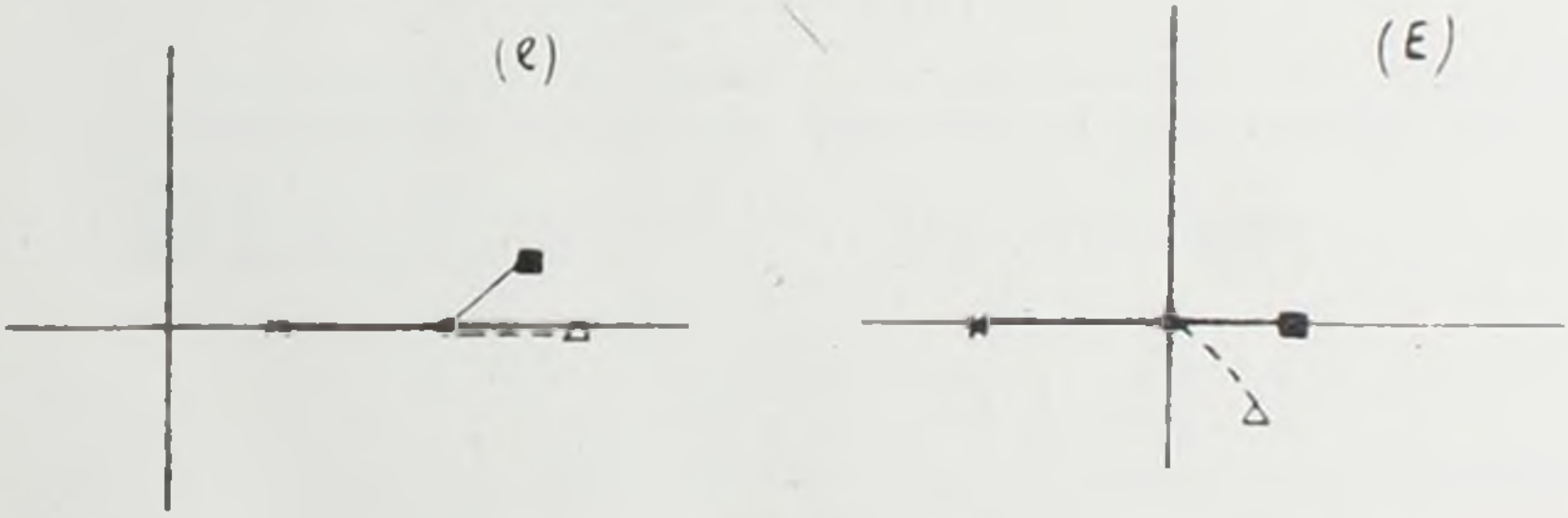


Рис. 5.

Если же поступать наоборот, т. е. менять l вдоль вещественной оси, то очевидно, при $l>\lambda$ полюс уйдет в комплексную плоскость E. Почти ясно, что он должен идти вниз. Более того, он может идти вниз только через разрез, т. е. на второй лист; заметим, что полюс на втором листе соответствует квазистационарному состоянию — резонансу. Обязательность прохождения через резонанс видна из следующих соображений. Полюс $S_l(k)$ имеет место при обращении в нуль $b_l(k)$ в формуле

$$\chi_l(r) = a_l(k)\, e^{ikr} + b_l(k)\, e^{-ikr}.$$

Если $b_l = 0$ при $\operatorname{Im} k < 0$ (второй лист), то решение оказывается растущим при $r \to \infty$. В противном случае ($\operatorname{Im} k > 0$ — первый лист) решение убывало бы и возникло бы настоящее связанное состояние, которое, как уже доказано, может иметь место лишь при вещественных k. Поэтому пересечение разреза обязательно, и пунктирный путь на рисунке не может быть осуществлен (рис. 6).

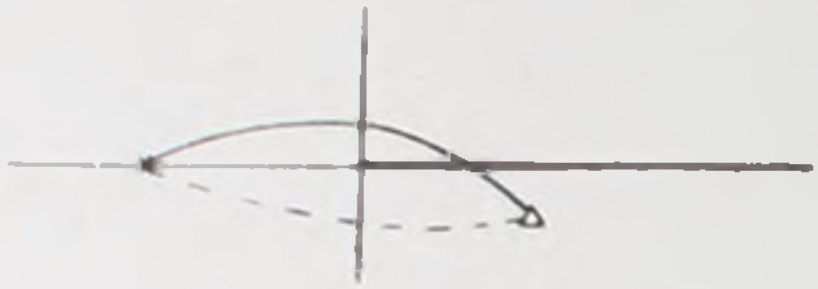


Рис. 6.

Далее это будет показано более строго.

Поведение полюса вблизи $E = 0$

Рассмотрим подробнее, как ведет себя $f_l(E)$ вблизи $l = \lambda$, где λ — полюс f_l при $E = 0$. Уравнение полюса f_l может быть записано в виде

$$l = l_0(E) = l_0'(E) + i l_0''(E).$$

При $E > 0$ $l_0'' > 0$, при $E \leqslant 0$ $l_0'' = 0$, при $E = 0$ $l_0 = \lambda$. Из условия $|S_l|^2 = 1$ вытекает также, что при любых вещественных l $f_l(E)$ может быть представлена в виде

$$f_l(E) = \frac{1}{k}\,\frac{e^{2i\delta_l} - 1}{2i}.$$

Поэтому вблизи $l = l_0(E)$ полюс $f_l(E)$ должен соответствовать полюсу $e^{2i\eta_l}$, около которого, очевидно, $e^{2i\delta_l}$ имеет вид $e^{2i\eta_{l_0}}\,\dfrac{l - l_0' + i l_0''}{l - l_0' - i l_0''}$, так что

$$f_l = \frac{1}{2ik}\left\{ e^{2i\eta_{l_0}}\,\frac{l - l_0' + i l_0''}{l - l_0' - i l_0''} - 1 \right\}.$$

Множитель $e^{2i\eta_{l_0}}$ описывает потенциальное рассеяние, которое обращается в нуль при нулевой энергии. Второй множитель соответствует резонансному рассеянию. Это выражение очень напоминает формулу Брейта-Вигнера, однако переменной является не E, а l.

Посмотрим теперь, как ведут себя η_l и l_0 при $E \to 0$. Нетрудно показать, что при $E = 0$ $l_l \to 0$ как $k^{2l} = k^{2\lambda}$. Доказательство буквально такое же, как и при целых l. Поэтому должно быть

$$\left\{ (e^{2i\eta_{l_0}} - 1) + e^{2i\eta_{l_0}}\,\frac{2 i l_0''}{l - l_0} \right\} \sim k^{2\lambda+1}.$$

Поскольку два члена в фигурных скобках по-разному зависят от l, то из этой формулы следует, что при $E \to 0$

$$\eta_{l_0} \approx \eta_{l_0} = n\pi + \gamma k^{2\lambda+1},$$

$$l_0^r \approx \alpha' k^{2\lambda+1} = \alpha E^{\lambda+\frac{1}{2}}.$$

Итак, вблизи $E = 0$

$$l_0^r(E) = \alpha E^{\lambda+\frac{1}{2}}, \quad E > 0,$$
$$l_0^r(E) = 0, \qquad E \leqslant 0.$$

Отсюда можно найти, как ведет себя $l_0(E)$ вблизи $E = 0$, коль скоро $l_0(E)$ является аналитической функцией. Для этого можно, конечно, написать дисперсионный интеграл, определяющий $l_0(E)$ по $l_0^r(E)$, сделав столько вычитаний, чтобы в подинтегральном выражении были существенны лишь очень малые E. Результат, однако, можно написать сразу. Возможны два случая:

1. $\lambda + \frac{1}{2}$ — нецелое число. Тогда

$$l_0(E) = \lambda + \sum_{n=1}^{n_0} c_n E^n - \alpha \frac{(-E)^{\lambda+\frac{1}{2}}}{\cos \lambda\pi}.$$

Здесь c_n соответствуют вычитаниям, n_0 удовлетворяет условию

$$\lambda - \frac{1}{2} < n_0 < \lambda + \frac{1}{2}.$$

Видно, что написанное выражение действительно имеет правильную мнимую часть l_0^r, поскольку при переходе от отрицательных E к положительным значениям $(-E)^{\lambda+\frac{1}{2}}$ превращается в

$$e^{-i\pi\left(\lambda+\frac{1}{2}\right)} E^{\lambda+\frac{1}{2}} = -iE^{\lambda+\frac{1}{2}}(\cos \pi\lambda - i \sin \pi\lambda),$$

если только фаза выбрана нулевой вдоль отрицательной вещественной полуоси (см. рис. 7).

2. $\lambda + \frac{1}{2}$ — целое. Теперь

$$l_0(E) = \lambda + \sum_{n=1}^{\lambda+\frac{1}{2}} c_n E^n - \frac{\alpha}{\pi} E^{\lambda+\frac{1}{2}} \ln(-E),$$

ибо при положительных E

$$\ln(-E) = \ln E - i\pi.$$

Заметим теперь, что в обоих случаях должно быть $\alpha > 0$, так как при $E > 0$ полюс должен уходить в верхнюю полуплоскость ($l_0' > 0$). Кроме того, при увеличении E ($E < 0$) полюс должен двигаться направо вдоль вещественной оси l $\left(\frac{\partial l_0}{\partial E} > 0 \text{ при } E < 0\right)$. Это означает, что $c_1 > 0$. Условия $\alpha > 0$ и $c_1 > 0$ существенны для поведения полюса $f_l(E)$ в комплексной плоскости E, когда вещественным остается l.

Когда точка $l = l_0$ подходит к λ и движется дальше по вещественной оси, E должно уйти в комплексную плоскость. Вблизи $E = 0$, $l = \lambda$ $e^{2i\pi\eta_{l_0}}$ особенности не имеет и может быть заменено на единицу. После этого f_l можно записать в виде

$$f_l = \frac{1}{k} \frac{l_0'}{l - l_0} .$$

Рассмотрим f_l вблизи полюса. Уравнение полюса $l - l_0(E) = 0$ можно переписать в виде $\left(\text{пусть } \lambda + \frac{1}{2} \text{ — нецелое}\right)$

$$(+) \qquad l = \lambda + c_1 E + \cdots - \alpha \frac{(-E)^{\lambda + \frac{1}{2}}}{\cos \lambda\pi} .$$

Чтобы разрешить это уравнение относительно E, удобно использовать метод последовательных приближений. Если $\lambda + \frac{1}{2} > 1$, то в нулевом приближении

$$E_0 = \frac{l - \lambda}{c_1} .$$

Так как $c_1 > 0$, то $E_0 < 0$ при $l < \lambda$ и $E_0 > 0$ при $l > \lambda$. Чтобы получить значение E в следующем приближении, надо подставить во все слагаемые формулы $(+)$, кроме второго, $E = E_0$. При этом в членах $c_n E^n$ особенность не возникает, она появляется только от последнего слагаемого:

$$E_1 = \frac{l - \lambda}{c_1} + \frac{\alpha}{c_1} \frac{1}{\cos \pi\lambda} \left(\frac{\lambda - l}{c_1}\right)^{\lambda - \frac{1}{2}} .$$

Если теперь l меняется вдоль вещественной оси, то при $l > \lambda$ возникает множитель $e^{\mp i\pi\left(\lambda + \frac{1}{2}\right)}$; $-i$ соответствует тому, что при $l < \lambda$ l менялось вдоль вещественной полуоси над разрезом; $+i$ — под разрезом. Если идти сверху, то

$$e^{-i\pi\left(\lambda + \frac{1}{2}\right)} = -i \cos \pi\lambda - \sin \pi\lambda ,$$

так что E_1 имеет отрицательную мнимую часть.

То обстоятельство, что обход точки $E=0$ был совершен сверху, видно из того, что главный член $\frac{l-\lambda}{c_1}$ при $l=\lambda+i\varepsilon$, $\varepsilon>0$ (предполагалось как раз, что $\operatorname{Im} l>0$) имеет положительную часть. Если бы l менялось с отрицательной мнимой частью, $\operatorname{Im} E_1$ было бы поло-

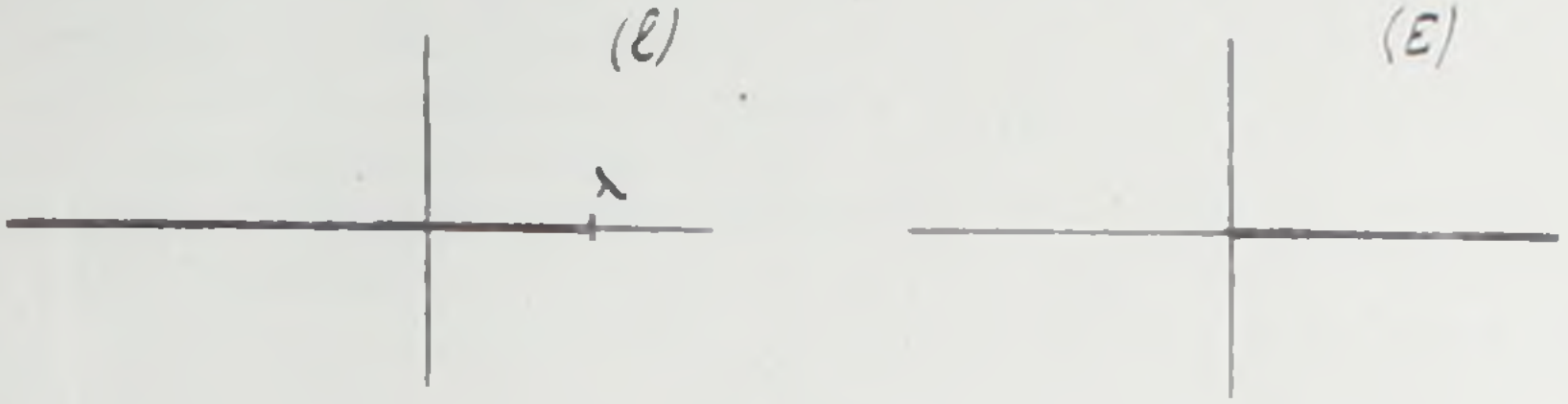


Рис. 7.

жительно, но около $E=0$ было бы $\operatorname{Im} E<0$, и разрез опять-таки пересекается. Это означает, что полюс $l_1(E)$ в комплексной плоскости E проходит через разрез и уходит на второй лист. Все является следствием положительности как c_1, так и α. Нетрудно видеть, что доказанное остается справедливым и при целом $\lambda+\frac{1}{2}$.

Заключительные замечания

Таким образом, при $\lambda>\frac{1}{2}$ условия $c_1>0$ и $\alpha>0$ приводят к тому, что вблизи $E=0$ при вещественных E особенности по l уходят в верхнюю полуплоскость, а при вещественных l—на второй лист по E. Если бы затем при некотором $E>0$ полюс пересек бы вещественную ось в плоскости l (это в принципе возможно, так как мы исходим из уравнения полюса $l=l_0(E)$, а амплитуда имеет вид $\gamma_l(E)/l-l_0(E)$; при некоторых E $\gamma_l(E)$ может обращаться в нуль, так что при таких E точка $l=l_0(E)$ не есть точка, где амплитуда обращается в бесконечность), то при этом он вышел бы на физический лист. Это означало бы, что при некоторых $l>\bar{l}$ имеются уровни с комплексной энергией. Это невозможно, так как вследствие эрмитовости гамильтониана нет собственных функций, убывающих при $r\to\infty$, если энергия комплексна.

Следовательно, физическая интерпретация полученных результатов состоит в том, что уход полюсов в верхнюю полуплоскость l при $E>0$ гарантирует от проникновения полюсов в комплексной плоскости E на физический лист.

Несколько иначе могло бы быть, если бы в плоскости (E) имелись другие точки ветвления и разрезы, т. е. другие нефизические листы (рис. 8). В этом случае точка полюса $E=E_0(l)$ могла бы про-

ходить через точки ветвления, не пересекая разрез, идущий вдоль положительной полуоси, и не выходя на физический лист (при этом новые разрезы также не пересекаются). Можно предполагать, что указанная физическая интерпретация сохранится и в релятивистской теории, где уже нет гамильтониана, содержащего зависимость от l в явном виде, и где проведенные рассуждения, строго говоря, неприменимы. В этом случае и в релятивистской теории все полюса должны находиться в верхней полуплоскости l. Последний факт, в свою очередь, позволяет получить ряд интересных результатов.

Рис. 8.

СОДЕРЖАНИЕ

А. И. Алиханян.—Открытие второй сессии школы теоретической и экспериментальной физики 5

Раздел I

Сильные взаимодействия элементарных частиц (резонансы и асимптотика при больших энергиях)

Л. И. Лапидус—Резонансные состояния сильновзаимодействующих частиц . 9
В. В. Анисович—Реакции с образованием трех частиц вблизи порога . . . 32
Г. А. Лексин—π-π-взаимодействие при малых энергиях 41
Я. М. Селектор.—ρ- и ζ-мезоны. Обзор экспериментальных работ . . . 54
С. Я. Никитин—Трехпионные резонансы (ω- и η-мезоны) 77
И. В. Чувило—Свойства Y^*- и K^*-частиц 90
С. Я. Никитин.—Гиперонный резонанс с массой 1520 Мэв 118
Е. П. Кузнецов (Сообщение)—Обнаружение резонанса в $K\Lambda$-системе при энергии 1650 Мэв 123
Дискуссия 132
Л. Б. Окунь—Унитарная симметрия сильного взаимодействия и резонансы . 136
А. И. Ларкин—О возможной связи резонансов с порогами 143
Б. Л. Иоффе—Матрица реакции 147
В. М. Шехтер—$\bar{K}$-нуклонные взаимодействия при малых энергиях и гиперонные резонансы 159
В. Н. Грибов—Асимптотическое поведение амплитуд рассеяния при высоких энергиях 178
Н. Г. Биргер—Полные сечения для взаимодействия частиц и античастиц и сечения упругого рассеяния при высоких энергиях 190
Дискуссия 202
В. Н. Грибов—Аналитические свойства парциальных амплитуд в релятивистской квантовой теории 204
Н. Н. Мейман—Некоторые свойства аналитических функций 223

Раздел II

Свойства μ-мезонов и физика нейтрино

А. О. Вайсенберг—Электромагнитные взаимодействия μ-мезонов 235
И. Ю. Кобзарев—О пределах для аномального взаимодействия μ-мезонов . 244
Л. Г. Ландсберг—Аномальные распады μ-мезонов 250
Дискуссия 265
С. С. Герштейн—Мезомолекулярные процессы в водороде 267
Бруно Понтекорво—Вопросы физики нейтрино 273
С. Г. Матинян— Астрофизические аспекты физики нейтрино 283
В. М. Харитонов—Некоторые космологические аспекты физики нейтрино . 293

Раздел III

Эксперименты во встречных пучках и электромагнитные взаимодействия

С. Л. Хейфец—Экспериментальные возможности осуществления столкновений во встречных пучках 303

Дискуссия 317

Ю. Ф. Орлов—Получение встречных пучков протонов высоких энергий в ускорителе с нелинейной фокусировкой 318

В. Н. Байер—Проверка применимости квантовой электродинамики на малых расстояниях в опытах на встречных электронных и электрон-позитронных пучках 337

В. Б. Берестецкий—Об аннигиляции электрон-позитронных пар с образованием сильновзаимодействующих частиц 348

В. Н. Байер—Исследование рождения частиц и их взаимодействий в опытах на встречных электрон-позитронных пучках 355

В. М. Арутюнян—Взаимодействие γ-кванта с нестабильными частицами . . 367

Приложение к разделу I 373

В. Н. Грибов—Полюса Редже в уравнении Шредингера . . . . . —

Բ Ո Վ Ա Ն Դ Ա Կ Ո Ւ Թ Յ Ո Ւ Ն

Ա. Ի. Ալիխանյան—*Տեսական և էքսպերիմենտալ ֆիզիկայի դպրոցի էկրոր ա-
սիայի բաղումը* 5

Բաժին I

Տարրական մասնիկների ուժեղ փոխազդեցությունները (անցոնանսների և ասիմպտոտիկան մեծ էներգիաների դեպքում)

Լ. Ի. Լապիդուս—*Ուժեղ փոխազդող մասնիկների անցոնանսային վիճակները* . . . 9
Վ. Վ. Ակիմովիչ—*Շեմքի մոտ երկար մասնիկների առաջացման անակդիաներ* . . . 32
Գ. Ա. Լևինի—*Ո-Ո-փոխազդեցությունները փոքր էներգիաների դեպքում* 41
Յա. Մ. Անկլոտր—*p և Ξ-անցոններ: Էքսպերիմենտալ աշխատանքների տեսություն* 54
Ա. Յա. Ակիմովի—*Երեք պիոնային անցոնանսներ (ω և η-անցոններ)* 77
Ի. Վ. Զուևիլո—*Y* և K*-մասնիկների հատկությունները* 90
Ա. Յա. Ակիմովի—*Հիպերոնային անցոնանս 1520 ՄէՎ մասսայով* 118
Ն. Պ. Նուզինգով (*Հատորդում*)—*Անցոնանսի հայտնաբերում ՀԱ սիստեմում 1680 ՄէՎ էներգիայի դեպքում* 123
Դիսկուսիա 132
Լ. Բ. Օկուն—*Ուժեղ փոխազդեցության ունիտար սիմետրիան և անցոնանները* . . 136
Ա. Ռ. Լարկին—*Շեմքերի հետ անցոնանսների հնարավոր կապի մասին* 143
Բ. Լ. Իոֆֆե—*Ինակցիայի մատրիցան* 147
Վ. Մ. Շեխտեր—*K-նուկլոնային փոխազդեցությունները փոքր էներգիաների դեպքում և հիպերոնային անցոնանսները* 159
Վ. Ն. Գրիբով—*Ցրման ամպլիտուդների ասիմպտոտիկ վարքը մեծ էներգիաների դեպքում* 178
Ն. Վ. Բիրզեր—*Լրիվ կտրվածքների մասնիկների և անտիմասնիկների փոխազդեցության համար և ասաձգական ցրման կտրվածքները բարձր էներգիաների դեպքում* 190
Դիսկուսիա 202
Վ. Ն. Գրիբով—*Ինկլյուզիվական բանաձևային տեսության պարզիչ ամպլիտուդների անալիտիկ հատկությունները* 204
Ն. Ն. Մեյման—*Անալիտիկ ֆունկցիաների մի քանի հատկությունները* 223

Բաժին II

μ-Մեզոնների հատկությունները և նեյտրինոյի ֆիզիկա

Ա. Ա. Վայսենբերգ—*μ-մեզոնների էլեկտրոմագնիսական փոխազդեցությունները* . 235
Ի. Յա. Պոմերանչուկ—*μ-մեզոնների անոմալ փոխազդեցության համար սահմանների մասին* 241
Լ. Գ. Լանդսբերգ—*μ-մեզոնների անոմալ սրտնուկները* 250
Դիսկուսիա 265
Ա. Ա. Գեորգոնեյան—*Մագնիսկուլյար պրոցեսները չրաձնում* 267
Բ. Մ. Պոնտեկորվո—*Նեյտրինոյի ֆիզիկայի հարցերը* 273
Ա. Գ. Մատիսյան—*Նեյտրինոյի ֆիզիկայի աստրոֆիզիկական ասպեկտները* . . . 283
Վ. Ա. Խարիտոնով—*Նեյտրինոյի ֆիզիկայի որոշ կոսմոլոգիական ասպեկտները* . 293

Գլուխ III

Ելեկտրոնների հոսքի ուղղորդումը էլեկտրական և մագնիսական դաշտերի միջոցով

§ 11. Ելեկտրոնների հոսքի ուղղորդումը էլեկտրական դաշտի միջոցով 303

Խնդիրներ 317

§ 12. Ոլոռի—Ֆարադեյի մագնիսական ոլորման երևույթը 318

Ոլոռի ֆոտոմետրական մեթոդի կիրառումը էլեկտրոնների հոսքի ուղղորդման համար

§ 13. Ռայխ—Հոսքի էներգիայի կախումը էլեկտրոնների արագությունից և զանգվածից 327

§ 14. Ռեիխենբախի—Մեսսի և e^+—e^- զույգերի առաջացման միավոր ակտի հաշվումը 338

§ 15. Ռայխ—Մասսայի և արագության փոփոխության ուղղությունների ուղղորդումը e^+—e^- զույգերի առաջացման միավոր ակտի դեպքում 353

§ 16. Տարոյան—Ելեկտրոնների հոսքի ուղղորդումը ոչ միատեսակ մագնիսական դաշտում 367

PROBLEMS OF ELEMENTARY PARTICLES PHYSICS

LECTURES DELIVERED AT THE SECOND SESSION OF SPRING SCHOOL OF EXPERIMENTAL AND THEORETICAL PHYSICS, NOR—HAMBERD, MARCH 27—APRIL 6, 1962.

CONTENTS

A. I. Alikhanian—Opening Address . . . . . 5.

Section I

Strong Interactions of Elementary Particles (resonances and asymptotics at high energies)

L. I. Lapidus—Resonance states of strongly interacting particles 9
V. V. Anisovich—Reactions with production of three particles in pair collisions near threshold 32
G. A. Leksin—π-π—interactions at low energies 41
J. M. Selector—ρ-and ζ-mesons. Survey of experimental studies 54
S. J. Nikitin—Three-pion resonances (ω-and η-mesons) 77
I. V. Tchuvilo—Properties of Y^*-and K^*-particles 90
S. J. Nikitin—Hyperon resonance with a mass of 1520 Mev 118
E. P. Kuznetsov (Communication)—Detection of resonance in $K\Lambda$-system at 1650 Mev 123
Discussion 132
L. B. Okun—Unitarity symmetry of strong interaction and resonances 136
A. I. Larkin—On possible connection of resonances with thresholds 143
B. L. Ioffe—Reaction matrix 147
V. M. Shehter—$\bar{K}$ nucleon interactions at low energies and hyperon resonances 159
V. N. Gribov—Asymptotic behaviour of scattering amplitudes at high energies . 178
N. G. Birger—Full cross sections for interaction of particles and antiparticles and elastic scattering cross sections at high energies 190
Discussion 202
V. N. Gribov—Analitic properties of partial amplitudes in the relativistic quantum theory 204
N. N. Meiman—Certain properties of analytic functions 223

Section II

Properties of μ-mesons and Physics of Neutrino

A. O. Vaisenberg—Electromagnetic interactions of μ-mesons 235
I. Y. Kobzarev—On limits for anomalous interaction of μ-mesons 244
L. G. Landsberg—Anomalous decays of μ-mesons 250
Discussion 265
S. S. Gershtein—Mesonic molecular processes in hydrogen 267
B. Pontecorvo—On physics of neutrino 273
S. G. Matinian—Actrophysical aspects of neutrino physics 283
V. M. Kharitonov—Certain cosmological aspects of neutrino physics 293

Section III

Experiments in Counter Beams and Electromagnetic Interactions

S. A. Heifetz—Experimental possibilities for performing collision in counter beams 303
Discussion 317
V. F. Orlov—Production of counter beams of high energy protons in an accelerator with non-linear focusing 318
V. P. Baier—Check-up of applicability of quantum electrodynamics at short distances in experiments on counter electron and electron-positron beams 337
V. B. Berestetsky— On annihilation of electron-positron pairs with production of strongly interactiting particles 348
V. N. Baier—Search for production of particles and their interactions in experiments on counter electron-positron beams 355
V. M. Arutiunian—Interaction of γ-quantum with decaying particles 367

Appendix to Section I.

V. N. Gribov. Regge's poles in Schröndinger's equation 373

P III
11189