Е. И. БАКРАДЗЕ

ВЛИЯНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ЖЕСТКОСТИ ЗДАНИЯ НА ЕГО СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ

Рассматривается влияние жесткости зданий и сооружений на их сопротивляемость при землетрясении; приводятся результаты экспериментального изучения зданий и сооружений в натуре с целью получения их динамических характеристик.

Расчет на сейсмостойкость отличается от большинства обычных расчетов тем, что сейсмические силы не заданы, а должны быть вычислены в зависимости от конструкции, упругих свойств и распределения масс в здании. В расчетные формулы для определения сейсмических сил, в той или иной форме, входит величина периода собственных колебаний T, обуславливающая динамическую жесткость здания.

История развития сейсмостойкого строительства показывает, что по мере признания того или иного материала и конструкции, как, например, сооружений со стальным каркасом, железобетонных монолитных конструкций, сборных конструкций и т. д., каждый раз возникает вопрос об их динамической жесткости.

В настоящее время существуют два различных воззрения на принцип проектирования сейсмостойкости зданий. Одни считают необходимым строить жесткие здания (Япония), другие (США) придерживаются принципа, что гибкие здания являются наиболее приемлемыми. Однако на данном этапе вопрос влияния динамической жесткости на сейсмостойкость здания все еще остается дискуссионным. Здесь мы изложим нашу точку зрения на этот вопрос.

Согласно методу, принятому в наших нормах, сейсмическая сила

$$S_k(t) = k_c Q_k \sum_{i=1}^{n} \beta_i(t)\, \eta_{ik}, \tag{1}$$

где Q_k—груз в рассматриваемой точке;

t—время;

k_c—сейсмический коэффициент;

η_{ik}—коэффициент формы свободных колебаний в i форме для точки k и равен:

$$\eta_{ik} = \frac{X_{ik} \sum_{1}^{n} Q_i X_i(ij)}{\sum_{i=1}^{n} Q_j X_i^2(ij)},$$

X_{ij}—ордината формы свободных колебаний в i форме и в точке j;

Q_i—груз в точке j.

В соответствии с (1) ускорение в точке k равно:

$$W_k(x) = \frac{S_k(t)}{m_k} = \frac{S_k(t)}{Q_k} g, \tag{2}$$

где g—ускорение силы тяжести.

Смещение в каждой форме свободных колебаний определяется следующим образом:

$$y_{ik}(t) = \frac{W_{ik}(t)}{\varphi_i^2}, \tag{3}$$

где φ_i^2—соответствующая круговая частота.

Полное смещение точки k будет:

$$y_k(t) = k_c\, g \frac{1}{4\pi^2} \sum_1^n T_i^2 \beta_i(t)\, \eta_{ik}. \tag{4}$$

Для простоты рассмотрим случай, когда здание работает преимущественно на сдвиг (относительно низкие здания). В этом случае деформированное состояние здания характеризуется углом сдвига γ_k.

Относительная деформация сдвига, согласно фиг. 1, будет равна:

$$\frac{\Delta y_k}{x_{k+1} - x_k} = \mathrm{tg}\, \gamma_k,$$

но из-за малости угла $\mathrm{tg}\gamma_k \approx \gamma_k$.

Далее:

$$\Delta y_k = y_{k+1} - y_k, \quad x_{k+1} - x_k = H_k = H_э,$$

где $H_э$ —высота этажа.

С учетом (2), (3) и (4), получим:

$$\gamma_k(t) = \frac{1}{H_э} k_c g \frac{1}{4\pi^2} \sum_1^n T_i^2\, \beta_i(t). \tag{5}$$

Соответствующее напряжение сдвига при модуле упругости материала здания G будет равно:

$$\tau_k(t) = \gamma_k(t)\, G,$$

или с учетом (2), (3) и (4) будет иметь:

$$\tau_k(t) = \frac{G}{H_э} k_c g \frac{1}{4\pi^2} \sum_1^n T_i^2 \beta_i(t)\, (\eta_{ik+1} - \eta_{ik}). \tag{5'}$$

Придерживаясь требований норм [1], для зданий рассматриваемого типа можно учитывать только одну из форм свободных колебаний. Тогда (5′) примет вид:

$$\tau_k = \frac{G}{H_э} k_c g \frac{1}{4\pi^2} \cdot T^2 \beta(T)\, (\eta_{lk+1} - \eta_{lk}).$$

Для первого, обычно самого напряженного этажа здания:

$$\eta_{lk} = 0; \quad k + 1 = 1 \quad \text{и} \quad \tau_o = \frac{G}{H_э} k_c g \frac{1}{4\pi^2} T^2\, \beta(T)\, \eta_{l1}.$$

Далее, для рассматриваемого типа зданий можем приближенно принять: $\frac{\eta_{l1}}{H_э} \cong \frac{1}{H}$, откуда $\eta_{l1} \cong \frac{H_э}{H}$ и следовательно

$$\tau_o \cong \frac{G}{H} k_c g \frac{1}{4\pi^2} T^2\, \beta\,(T), \tag{6}$$

где H—полная высота здания.

Отсюда видно, что при одной и той же высоте и упругих свойствах прочность здания зависит от его динамической жесткости, т. е. от периода собственных колебаний T.

Следует иметь в виду, что при заданных G и H динамическая жесткость, т. е. период T может меняться за счет изменения конструктивной схемы несущих элементов здания или их сопряжений. К таким мероприятиям, к сожалению необоснованным, прибегают проектные организации, выключая из работы заполнение в рамнокаркасных зданиях или применяя так называемые выносные и навесные панели в крупнопанельных зданиях.

Не трудно показать, что к результату, аналогичному с (6), придем, пользуясь точным методом, например, для здания постоянного сечения с распределенной массой, также работающего преимущественно на сдвиг. Так, рассматривая только первую формулу колебаний, для которой

$$X_{(x)} = \sin\frac{\pi}{2}\cdot\frac{x}{2},$$

$$\eta_{(x)} = \frac{4}{\pi}\sin\frac{\pi}{2}\cdot\frac{x}{4},$$

и учитывая, что

$$y_{(x)} = \frac{k_c}{4\pi^2}T^2 g\,\beta\,\eta_{(x)},$$

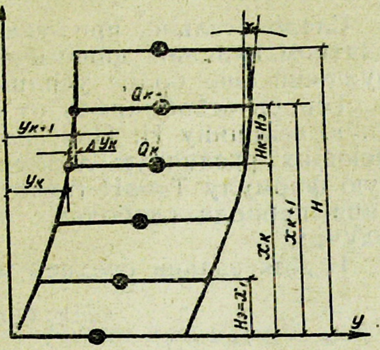
получим:

$$\gamma_{(x)} = \frac{dy}{dx} = \frac{k_c T^2}{2\pi^2 H}\,g\,\beta(T)\cos\frac{\pi}{2}\cdot\frac{x}{H}.$$

Максимальное значение $\gamma(x) = \gamma(o)$ получается при $x=0$ и следовательно, напряжение в сечении заделки здания будет:

$$\tau_i = k_c\frac{T^2 g}{2\pi^2 H}\,G\,\beta(T).$$

Рассмотрим влияние динамической жесткости на сейсмостойкость обычных зданий. В формуле (6) функция $\beta(T)$ имеет различные выражения, в зависимости от динамической жесткости, т. е. периода свободных колебаний T здания. Поэтому представляет интерес выяснение характера влияния динамической жесткости здания на его сопротивляемость, а следовательно и на напряжение при различных по динамической жесткости типах зданий. Рассмотрим два типа зданий (при одних и тех же высоте и упругих характеристиках G), придерживаясь классификации, соответствующей очертанию спектральной кривой $\beta(T)$.


Фиг. 1. Схема деформации сдвига.

1. Здания средней жесткости с периодом свободных колебаний T в пределах $0{,}3 < T < 1{,}0$ сек. По нормам [1] этому участку периодов соответствует

$$\beta(T) = \frac{c}{T},$$

где c — коэффициент, который равен 0,9.

После подстановки этого значения в (6) получим:

$$\tau = \frac{C}{H}k_c g\frac{1}{4\pi^2}\cdot T\ c. \qquad (7)$$

Отсюда видно, что чем выше период свободных колебаний, тем больше напряжение в здании. Уменьшение динамической жесткости здания ведет к ухудшению условий его сейсмической сопротивляемости, даже при зданиях одной и той же высоты. Следовательно, более выгодно иметь жесткие здания.

2. Здания жесткие с периодом свободных колебаний в пределах $0<T<0{,}3$ сек. Если очертание кривой β (T) принять по нормам [1], то на данном участке периодов будем иметь постоянное значение β-3.

После внесения этой величины в (6), получим:

$$\tau = \frac{G}{H} k_c g \frac{3}{4\pi^2} T^2.$$

Здесь подтверждается положение, что с уменьшением T улучшается условие сейсмической сопротивляемости здания. Этот вывод сохранит силу, если будем исходить из очертания кривой β (T) [2, 3], приведенной на фиг. 2.

Принимая приближенно, что на рассматриваемом участке кривая β(T) меняется линейно:

$$\beta(T) = 1 + \Delta\beta(T),$$

из подобия треугольников будем иметь:

$$\frac{\Delta\beta}{T_o} = \frac{2}{0{,}3} \approx 6{,}6,$$

так что $\beta(T) = 1 + 6{,}6\ T_o$. После подстановки этого значения в (6) получим

$$\tau_o = \frac{G\,k_c}{H\,4\pi^2} g\,T^2\,(1 + 6{,}6\ T_o).$$

Следовательно, при указанном очертании β положение о благоприятном влиянии динамической жесткости на сопротивляемость сооружений еще более усиливается.

Теперь освободимся от ограничения, что здание сохраняет постоянную величину H. При сравнении зданий одного и того же типа, но имеющих различную динамическую жесткость, используя эмпирическую формулу $T = aH$ (речь о которой будет идти ниже) для определения периода свободных колебаний зданий рассматриваемых типов, получим:

1. Для здания средней жесткости:

$$\tau = k_c G a g \frac{c}{4\pi^2} = A = \text{const}.$$

Следовательно, прочность здания средней жесткости не зависит от периода свободных колебаний.

2. Для жесткого здания, согласно фиг. 3, $\beta=3$, и тогда:

$$\tau = k_c G a g \frac{c/0{,}3}{4\pi^2} T = \frac{A}{0{,}3} T = A_1 T,$$

где $A_1 = \frac{A}{0{,}3} = \text{const}.$

Из этого видно, что при зданиях средней жесткости выгодно увеличивать динамическую жесткость, т. е. уменьшать период свободных колебаний T. Следовательно, оставаясь в рамках существующих Норм по сейсмостойкому строительству [1], получаем, что сопротивляемость зданий жестких и средней жесткости, работающих преимущественно на сдвиг, либо не зависит от динамической жесткости (здания средней жесткости), либо улучшается при увеличении динамической жесткости (жесткие здания). Отсюда напрашивается вывод, что здания следует проектировать по возможности жесткими.

Рассмотрим влияние динамической жесткости на сейсмостойкость зданий башенного типа. Упругую линию для таких зданий [4] можно записать:

$$y = y_0 + \frac{Q_0 x}{F G} + \frac{M_0 x^2}{2 EJ} - \frac{Q_0 x^3}{6 EJ},$$

где новыми обозначениями являются:

y_0—начальные перемещения;

Q_0—перерезывающая сила в сечении заделки;

M_0—изгибающий момент в сечении заделки;

F —площадь поперечного сечения.

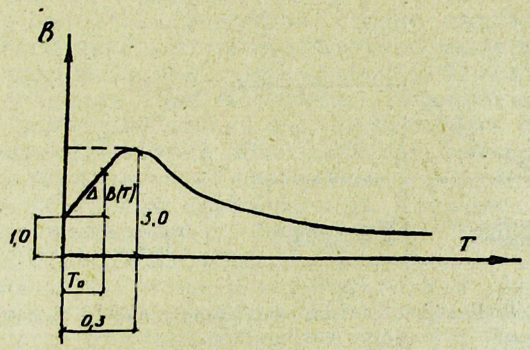
Принимая, что здание рассматриваемого типа работает преимущественно на изгиб, будем иметь:

$$y_x = \frac{M_0 x^2}{2 EJ} - \frac{Q_0 x^3}{6 EJ},$$

$$y_k \approx \frac{M_0 x^2_k}{2 EJ} - \frac{Q_0 x_k}{6 EJ}. \qquad \text{(a)}$$

С другой стороны, при учете лишь одной формы колебаний:

$$y_k = k_c \frac{T^2}{4 \pi^2} g \, \beta(T) \, \eta_{ik}.$$



Фиг. 2. График β (T).

Пусть k—есть точка, для которой $\eta_{ik} = 1$ (точка приведения масс). Тогда, согласно (a):

$$k_c g \frac{T^2}{4 \pi^2} \beta(T) = M_0 \frac{x^2_{пр}}{2 EJ} - \frac{Q_0 x^2_{пр}}{6 EJ} = M_0 \frac{x^2_{пр}}{2 EJ} - M_0 \frac{x^2_{пр}}{6 EJ} = M_0 \frac{x^2_{пр}}{3 EJ},$$

откуда:

$$M_0 = \frac{3 EJ}{4 \pi^2} k_c g \frac{T^2 \beta(T)}{x^2_{пр}}.$$

Пусть $x_{пр} = a_{пр} H$,

тогда:

$$M_0 = \frac{3 EJ}{4 \pi^2} k_c g \frac{T^2 \beta(T)}{a^2_{пр} H^2},$$

но

$$\sigma_0 = \frac{M_0 b}{2 J},$$

где b—ширина здания, следовательно:

$$\sigma = \frac{3 EJ}{J} \cdot \frac{b}{2} k_c g \frac{T^2 \beta(T)}{a^2_{пр} \cdot H^2}. \qquad (9)$$

Если для сравниваемых зданий башенного типа H меняется, то будем иметь эмпирическую формулу (речь о ней будет идти ниже) для определения периода T, справедливую в большей степени для рассматриваемого типа зданий:

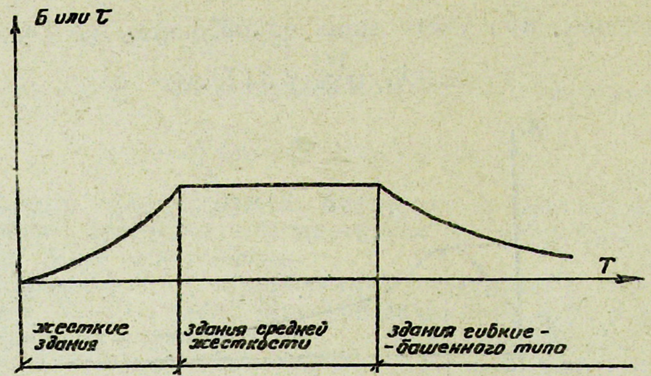
$$T = d\frac{H}{\sqrt{b}}.$$

Подставляя эту величину в (9), получим:

$$\sigma_o = 1{,}5\ k_c\ Eg\frac{\beta(T)}{a^2_{пр}}. \tag{9'}$$

Для сравниваемых зданий E, k_c и g одинаковы, так что поскольку $\beta(T) = \frac{c}{T}$, согласно (9'):

$$\sigma_o = A_2\frac{1}{T},\ \text{где}\quad A_2 = 1{,}5\ k_c\ Eg\frac{1}{a^2_{пр}} = \text{const}.$$



Фиг. 3. График зависимости напряжений от жесткости сооружений.

Следовательно, только в случае высоких и гибких сооружений, где в основном учитывается изгиб, с увеличением периода напряжение значительно падает. Иными словами, только в этом случае сооружение чем гибче, тем лучше.

Для вычисления периода T, который необходимо знать при определении β, имеется ряд эмпирических формул. Но поскольку они все выведены на основании натурных измерений, а как известно, период собственных колебаний зависит как от конструкции, так и от материала, то каждая из этих формул удовлетворяет зданиям и сооружениям тех конструкций, для которых она выведена.

Нами выведена следующая зависимость для определения периодов собственных колебаний на основании данных, полученных вследствие замера колебаний зданий, стены которых возведены из кирпича, мелких блоков, крупных блоков и каркасные:

$$T = 0{,}2\frac{H}{\sqrt{lg}} \pm 10\%,$$

в основе которой лежит формула, предложенная С. В. Медведевым. Увеличивая и уменьшая величину $0{,}2\frac{H}{\sqrt{lg}}$ на 10%, в зависимости от грунтовых условий, а именно при гибких сооружениях и слабых грунтах увеличивая, а при жестких сооружениях и плотных грунтах соответственно уменьшая, получаем величину периода собственных колебаний.

Предложены также ориентировочные формулы для определения периода свободных колебаний, с учетом только высоты здания:

для каркасных — $T = 0{,}018\ H$,
» кирпичных — $T = 0{,}017\ H$,
» крупноблочных — $T = 0{,}015\ H$,

Современная тенденция в архитектурном проектировании — устройство больших внутренних пространств и больших оконных проемов в наружных стенах, вследствие чего несущий каркас становится более открытым и возрастает гибкость как каркаса, так и всего здания. Поэтому для таких зданий, при ориентировочном определении периодов свободных колебаний, может быть предложена такая же зависимость, но с большим коэффициентом:

$$T = (0{,}025 \div 0{,}03)\,H.$$

Зависимость, полученная нами для определения периодов собственных колебаний зданий каркасного типа $T = 0{,}018H$, совпадает с формулой, выведенной американскими учеными Ульрихом и Кардером для большинства американских зданий.

Как известно, в наиболее сейсмичной стране мира — Японии, где железобетонные конструкции с жесткой арматурой являются типичными, строительные коды высоту зданий ограничивают до 31 м и обязательным условием является максимальная жесткость, что видно из формул, периоды собственных колебаний зданий обычно находятся в диапазоне от 0,3 до 1,3 сек. В Америке — здания гибкой конструкции, поскольку они в основном каркасного типа, каркасно-деревянные, целиком металлической конструкции, с железобетонным каркасом и др. Величины периодов собственных колебаний таких зданий, например, в Лонг-Биге, Лос-Анжелосе и Санта-Барбара, доходят до 2,1 сек.

Здания, строящиеся в Грузии, в конструктивном отношении мало отличаются от зданий Москвы и других городов Советского Союза, но значительно отличаются от строящихся в Америке и Японии. Поэтому формулы, которыми пользуются для определения периодов собственных колебаний в Японии и Америке, для наших зданий не дают правильных результатов. В наших условиях с этой целью можно пользоваться формулами, предложенными С. В. Медведевым, Б. К. Карапетяном, В. С. Павлыком и др.

Проведенное исследование позволило прийти к следующим выводам о влиянии динамической жесткости на сейсмостойкость зданий различных типов (исходя из спектральной кривой $\beta(T)$, принятой в Нормах по сейсмостойкому строительству):

1. При зданиях жесткого типа, работающих преимущественно на сдвиг, с уменьшением периода свободных колебаний, их сопротивляемость повышается.

2. Сопротивляемость зданий средней жесткости, работающих преимущественно на сдвиг, не зависят от значения периода свободных колебаний.

3. Сопротивляемость зданий башенного типа, работающих преимущественно на изгиб, повышается при увеличении периода свободных колебаний.

4. Принцип динамической жесткости можно сформулировать следующим образом: следует обычные здания проектировать жесткими, а здания башенного типа — гибкими. Этим в известной мере решается

дискуссионный вопрос о влиянии динамической жесткости на сейсмостойкость зданий.

5. На основании материалов, полученных в результате замеров колебаний зданий, предложены эмпирические формулы для определения периодов собственных колебаний зданий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нормы и правила строительства в сейсмических районах (СН-8-57), М., 1957.
2. Ш. Г. Напетваридзе. Об определении сейсмической инерционной нагрузки. Снижение стоимости и улучшение качества сейсмостойкого строительства, М., 1961.
3. М. Ф. Барштейн. Воздействие сейсмических сил на систему с n степенями свободы. Снижение стоимости и улучшение качества сейсмостойкого строительства, М., 1961.
4. К. С. Завриев. Динамика сооружений, Трансжелдориздат, М., 1949.

Институт строительной механики и сейсмостойкости
АН Грузинской ССР.