

Р. А. ОГАНЯН, С. Д. САРКИСЯН

РЕЗЕРВЫ ЭКОНОМИИ, СВЯЗАННЫЕ С ТРАНСПОРТИРОВКОЙ ХЛЕБА

Организация, торгующая хлебом (Хлебторг), возмещает авто-транспортной конторе (АТК), перевозящей хлеб с хлебозаводов в хлебные магазины, расходы по доставке хлеба.

Плата за доставку хлеба определяется на основе „Расчета стоимости перевозки одной тонны хлеба по единым тарифам“ (кратко „Расчет“). Форма „Расчета“ и краткие указания для его составления приводятся в книге [1] на страницах 76—80.

„Расчет“ представляет собой довольно сложную таблицу из разнородных чисел. Пользуясь ею, трудно представить себе четкую картину зависимости платы (за доставку хлеба) от тех или иных факторов, влияющих на нее.

В настоящей работе на основе „Расчета“, составленного для города Еревана, выводятся формулы для определения указанной платы и необходимого количества автофургонов. Эти формулы позволяют описать резервы экономии, связанные с улучшением различных показателей транспортировки хлеба. Полученные конкретные цифры, описывающие резервы экономии, обосновывают необходимость применения электронных вычислительных машин (ЭВМ) для улучшения основных показателей транспортировки хлеба.

1. Формула для вычисления стоимости перевозок хлеба

Введем следующие обозначения:

- a — средний вес загрузки хлебом (нетто) одного автофургона;
- b — средний вес лотков, находящихся в автофургоне, при его полной загрузке хлебом;
- c — стоимость по тарифу одной минуты дополнительного времени [1];
- d_j — средняя стоимость одной ездки автофургона с j -го завода;

θ — коэффициент надбавки за спецкузов;
 μ — коэффициент экспедирования груза;
 ν — коэффициент надбавки за износ лотков, необходимых для перевозки одной тонны хлеба (нетто);

x'_{1j} — средний пробег автофургона с хлебом с j -го хлебозавода;

x'_{2j} — средний пробег автофургона без хлеба для j -го хлебозавода;

x'_{3j} — среднее число заездов автофургона на одном маршруте j -го хлебозавода;

$f_1(x)$ — стоимость по тарифу перевозки одной тонны хлеба (брутто) на расстояние x км;

$f_2(x)$ — стоимость по тарифу перевозки одной тонны лотка на расстояние x км;

$f_3(x)$ — время, затраченное на x заездов;

m — число всех хлебозаводов;

n — число всех хлебных магазинов;

A — вес хлеба, испеченного за одни сутки на всех хлебозаводах, для перевозки в хлебные магазины;

A_j — вес хлеба, испеченного за одни сутки на j -м хлебозаводе, для перевозки в хлебные магазины;

a_i — вес хлеба, требуемый i -м хлебным магазином за одни сутки;

$p_1:p_2:\dots:p_m$ — отношение мощностей (числа печей, предоставленных в распоряжение Хлебторга) всех хлебозаводов;

$l = l(A; x_{ij})$ — плата за перевозку A тонн хлеба с хлебозаводов в хлебные магазины, соответствующая матрице $\|x_{ij}\|$.

Все приведенные величины измеряются, соответственно, в тоннах, километрах, минутах, рублях.

Элементарный анализ функциональной зависимости функций $f_1(x)$, $f_2(x)$, $f_3(x)$ от своих аргументов, проведенный на основе справочника единых тарифов [2] и „Расчета“ [1], приводит к следующим формулам:

$$f_1(x) = \alpha_1 + \beta_1 [x + 0,5], \quad 1 \leq x \leq 16, \quad (1)$$

$$f_2(x) = \alpha_2 + \beta_2 [x + 0,5], \quad 1 \leq x \leq 16 \quad (2)$$

$$f_3(x) = \alpha_3 + [\beta_3 x + 0,5], \quad 1 \leq x, \quad (3)$$

где α_i , β_i — константы, а обозначение $[\beta x + 0,5]$ означает целую часть числа $\beta x + 0,5$.

Далее, пользуясь правилами составления „Расчета“ [1] и правилами заполнения товарно-транспортной накладной, мы приходим к следующим основным формулам:

$$d_j = \theta \{ (a + b) f_1(x'_{1j}) + b f_2(x'_{2j}) \} + c f_3(x'_{3j}), \quad (4)$$

$$l = \sum_{j=1}^m A_j \frac{d_j}{a} + (\mu + \nu) A = \sum_{j=1}^m A_j \left(\frac{d_j}{a} + \mu + \nu \right), \quad (5)$$

где $\frac{d_j}{a} + p + v$ означает среднюю стоимость перевозки одной тонны хлеба (нетто) с j -го хлебозавода. При выводе правой части равенства (5) мы воспользовались очевидной формулой:

$$A = \sum_{i=1}^m A_i. \quad (6)$$

Заметим, что A вычисляется из формулы

$$A = \sum_{i=1}^n a_i, \quad (7)$$

а A_i — по формуле

$$A_i = \frac{p_i}{p} A, \quad (8)$$

где

$$p = \sum_{i=1}^m p_i.$$

Из (6) и (7) следует формула баланса

$$\sum_{i=1}^m A_i = \sum_{i=1}^n a_i.$$

Подставив (8) в (5), получим

$$l = A \cdot d(x_{ij}), \quad (9)$$

где

$$d(x_{ij}) = p + v + \frac{1}{ap} \sum_{i=1}^m p_i d_i = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^m p_i \left(\frac{d_j}{a} + p + v \right). \quad (10)$$

Очевидно, $d(x_{ij})$ означает себестоимость перевозки одной тонны хлеба (нетто), усредненную по всем хлебозаводам.

Теперь проясним структуру $d(x_{ij})$. Для краткости введем обозначения:

$$v_1 = \Theta(a + b), \quad v_2 = \Theta b, \quad v_3 = c;$$

тогда, ввиду (4),

$$d_j = v_1 f_1(x'_{1j}) + v_2 f_2(x'_{2j}) + v_3 f_3(x'_{3j});$$

подставив сюда формулы (1) — (3), получим

$$d_j = \sum_{i=1}^3 v_i x_i + v_1 \beta_1 [x'_{1j} + 0,5] + v_2 \beta_2 [x'_{2j} + 0,5] + v_3 [\beta_3 x'_{3j} + 0,5]. \quad (11)$$

Рассмотрим матрицу $\|x_{ij}\|$, где

$$x_{ij} = \begin{cases} [x'_{ij} + 0,5], & \text{если } i = 1, 2 \\ \frac{1}{\beta_3} [\beta_3 x'_{ij} + 0,5], & \text{если } i = 3 \end{cases} \quad (12)$$

$([\beta x + 0,5])$ означает целую часть числа $\beta x + 0,5$. Легко видеть, что для любого x

$$|[x + 0,5] - x| \leq 0,5.$$

Отсюда

$$\left| \frac{1}{\beta} [\beta x + 0,5] - x \right| \leq \frac{0,5}{\beta}.$$

Эти неравенства показывают, насколько элементы матрицы $\|x_{ij}\|$ могут отличаться от соответствующих элементов матрицы $\|x'_{ij}\|$.

Матрицу $\|x_{ij}\|$ в дальнейшем мы будем называть матрицей транспортировки. Подставив теперь (12) в (11), получим

$$d_i = \sum_{l=1}^3 v_l a_l + \sum_{l=1}^3 v_l \beta_l x_{il}.$$

Затем, подставив эту формулу в (10), получим

$$d(x_{ij}) = d_0 + \Delta(x_{ij}), \quad (13)$$

где

$$d_0 = \mu + \nu + \frac{1}{a} \sum_{l=1}^3 v_l a_l, \quad (14)$$

а

$$\Delta(x_{ij}) = \frac{1}{ap} \sum_{j=1}^m p_j \sum_{l=1}^3 v_l \beta_l x_{il}.$$

Отсюда, введя обозначение $r_l = v_l \beta_l$, получим

$$\Delta(x_{ij}) = \frac{1}{ap} \sum_{l=1}^3 r_l \sum_{j=1}^m p_j x_{ij} \quad (15)$$

или

$$\Delta(x_{ij}) = \sum_{l=1}^3 \sum_{j=1}^m c_{lj} x_{ij}, \quad (16)$$

где

$$c_{lj} = \frac{v_l \beta_l p_j}{ap}.$$

Далее, объединяя формулы (9) и (13), получим

$$l = A \{d_0 + \Delta(x_{ij})\}. \quad (17)$$

Наконец, подставив сюда (16), получим искомую формулу

$$l(A; x_{ij}) = A \left\{ d_0 + \sum_{l=1}^3 \sum_{j=1}^m c_{lj} x_{ij} \right\}. \quad (18)$$

2. Зависимость себестоимости перевозки от матрицы транспортировки

Пользуясь (16), формулу (13) представим в виде

$$d(x_{ij}) = d_0 + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij}. \quad (19)$$

Элементы матрицы $\|c_{ij}\|$ показывают, насколько изменится значение $d(x_{ij})$, если соответствующие элементы матрицы $\|x_{ij}\|$ изменить на единицу. Например, если в формуле (19) все x_{ij} уменьшить на единицу, то значение $d(x_{ij})$ уменьшится на величину $\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^m c_{ij}$, а если в формуле (19) только $x_{i_0 j_0}$ увеличить на единицу, то к $d(x_{ij})$ прибавится число $c_{i_0 j_0}$.

Теперь посмотрим, как изменится себестоимость перевозки одной тонны хлеба (нетто) — $d(x_{ij})$ при переходе к новой матрице транспортировки $\|\bar{x}_{ij}\|$, т. е. рассмотрим разность $d(x_{ij}) - d(\bar{x}_{ij})$ и постараемся измерить ее в единицах $d(x_{ij})$. Из формул (13) и (16) следует, что

$$d(x_{ij}) - d(\bar{x}_{ij}) = \Delta(x_{ij} - \bar{x}_{ij}). \quad (20)$$

Введем обозначения:

$$s = \frac{\Delta(x_{ij}) - \Delta(\bar{x}_{ij})}{\Delta(x_{ij})}, \quad d = \frac{\Delta(x_{ij})}{d(x_{ij})}, \quad k = \frac{d(x_{ij}) - d(\bar{x}_{ij})}{d(x_{ij})}.$$

Отсюда

$$d(x_{ij}) - d(\bar{x}_{ij}) = kd(x_{ij}). \quad (21)$$

Очевидно, число $100k$ означает, сколько процентов от $d(x_{ij})$ составляет разность $d(x_{ij}) - d(\bar{x}_{ij})$, т. е. сколько процентов от $d(x_{ij})$ можно выиграть при переходе от матрицы $\|x_{ij}\|$ к матрице $\|\bar{x}_{ij}\|$. Аналогичный смысл имеет число $100 \cdot s$, а число d показывает удельный вес переменных расходов, т. е. расходов, зависящих от матрицы $\|x_{ij}\|$.

Легко видеть, что

$$k = s \cdot d.$$

Отсюда следует, что чем больше удельный вес переменных расходов, тем больше число k , а следовательно, ввиду формулы (21), тем больше влияние изменений матрицы $\|x_{ij}\|$ на значение $d(x_{ij})$. Поэтому выгоднее (в смысле эффекта приложения математического планирования) снижать себестоимость перевозки тех товаров, для кото-

рых соответствующее d сравнительно велико. Этот вывод естественным образом приводит к постановке следующей задачи: составить таблицу значений d для различных товаров.

3. Формула для вычисления годовой экономии

Введем следующие обозначения:

B — вес хлеба, испеченного за один год на всех хлебозаводах для перевозки в хлебные магазины;

A^* — среднегодовое значение числа A ;

L — годовая экономия, полученная в результате перехода от матрицы $\|x_{ij}\|$ к матрице $\|\tilde{x}_{ij}\|$.

Можно принять, что

$$B = 365 \cdot A^*. \quad (22)$$

Очевидно

$$L = l(B; x_{ij}) - l(B; \tilde{x}_{ij}).$$

Отсюда, в силу (17) и (16), получим

$$L = B \cdot \Delta(x_{ij} - \tilde{x}_{ij}). \quad (23)$$

С другой стороны, согласно формулам (20) и (21), имеем

$$\Delta(x_{ij} - \tilde{x}_{ij}) = kd(x_{ij}).$$

Подставив эту формулу в (23) и используя (9), получим

$$L = kl(B; x_{ij}). \quad (24)$$

Далее, из формул (23) и (16) следует, что

$$L = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^m a_{ij}(x_{ij} - \tilde{x}_{ij}),$$

где $a_{ij} = Bc_{ij}$. Элементы матрицы $\|a_{ij}\|$ показывают вклад в годовую экономию соответствующих элементов матрицы $\|x_{ij} - \tilde{x}_{ij}\|$ при увеличении последних на единицу.

4. Вычисление суточной стоимости перевозки хлеба для города Еревана

Пользуясь „Расчетом“ и справочником единых тарифов [2], приведем численные значения параметров и аргументов (соответствующих городу Еревану), необходимых для вычисления суточной стоимости перевозок:

$$p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_6 = 10:4:5:1:5:2,$$

$$m = 6, \quad p = 27,$$

$$a = 1,253, \quad b = 0,285.$$

Заметим, что a и b мы вычислили из формул

$$a = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^6 p_i \bar{a}_i, \quad b = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^6 p_i b_i,$$

где $\bar{a}_i$ (b_i) — средний вес загрузки хлебом (лотками) одного автофургона на i -м хлебозаводе. Далее,

$$c = 0,015, \quad \theta = 1,15, \quad p = 0,1, \quad v = 0,13;$$

$$\alpha_1 = 0,4, \quad \alpha_2 = 0,34, \quad \alpha_3 = 37;$$

$$\beta_1 = 0,1, \quad \beta_2 = 0,08, \quad \beta_3 = 9;$$

$$\gamma_1 = 1,769, \quad \gamma_2 = 0,328, \quad \gamma_3 = 0,015;$$

$$r_1 = 0,1769, \quad r_2 = 0,02624, \quad r_3 = 0,135.$$

Матрицу $\|x_{ij}\|$ приведем в виде следующей таблицы:

$$\|x_{ij}\| =$$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	6	8	5	8	7	3
2	4	5	4	4	6	3
3	3	5,4	3	5,4	2,7	2,3

Напомним еще раз, что все приведенные величины (кроме отвлеченных чисел) измерены, соответственно, в тоннах, километрах, минутах, рублях.

Теперь, подставив численные значения соответствующих параметров в формулу (14), получим: $d_0 = 1,36$. Аналогично, из формулы (15) получим $\Delta(x_{ij}) = 1,31$, а

$$d(x_{ij}) = d_0 + \Delta(x_{ij}) = 2,67. \quad (25)$$

Тогда из формулы (9), при $A = 260$, получим:

$$I(260; x_{ij}) = 260 \cdot 2,67 = 694,2 \text{ рубля.}$$

5. Матрицы $\|c_{ij}\|$ и $\|a_{ij}\|$ в случае Еревана

Согласно (19), имеем

$$d(x_{ij}) = d_0 + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^6 c_{ij} x_{ij}, \quad (26)$$

где $c_{ij} = \frac{r_i p_i}{ap}$. Вычисления приводят к следующей таблице:

$$\|c_{ij}\| =$$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	0,052	0,0208	0,026	0,0052	0,026	0,0104
2	0,008	0,0032	0,004	0,0008	0,004	0,0016
3	0,04	0,016	0,02	0,004	0,02	0,008

Отсюда, ввиду формулы (26), следует, что если, например, средний пробог с хлебом для хлебозавода № 1 уменьшить на единицу, то себестоимость перевозки одной тонны хлеба (нетто) уменьшится на 0,052 рубля.

Как мы уже отметили, $l(B; x_{ij})$ означает годовую стоимость перевозки хлеба. Из формулы (18) следует, что

$$l(B; x_{ij}) = B \cdot d_0 + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^m a_{ij} x_{ij}, \quad (27)$$

где $a_{ij} = B \cdot c_{ij}$, или, ввиду (22), $a_{ij} = 365 \cdot A^* \cdot c_{ij}$.

Матрица $\|a_{ij}\|$ при $A^* = 260$ имеет вид

$$\|a_{ij}\| =$$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	5000	2000	2500	500	2500	1000
2	700	280	350	70	350	140
3	3700	1480	1850	370	1850	740

Отсюда, ввиду формулы (27), следует, например, что если x_{11} уменьшить на единицу, то это приведет к 5000 рублям экономии за один год.

6. Вычисление годовой экономии

Пользуясь схемой уличной сети города Еревана с масштабом 1:10000, на которой отмечены точки, соответствующие всем хлебным магазинам (184 точки) и хлебозаводам (6 точек), мы, после соответствующих измерений (с помощью курвиметра), пришли к следующему заключению.

Перевозку хлеба с заводов в магазины можно организовать таким образом, чтобы новая матрица транспортировки $\|\tilde{x}_{ij}\|$ имела вид

$$\|\bar{x}_{ij}\| =$$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	3	6	3	7	4	2
2	3	4	3	5	3	2
3	2	3	2	4	2	2

Возможность указанной организации перевозки хлеба мы хотим обосновать с помощью применения ЭВМ. Заметим, что в Москве был проделан опыт выбора оптимального плана перевозок хлеба с помощью ЭВМ [7]. Но прежде чем приступить к машинному решению задачи о выборе оптимального плана перевозок, необходимо оценить возможный экономический эффект. Последний, в свою очередь, покажет целесообразность применения ЭВМ в этом деле.

Теперь вычислим годовую экономию в результате перехода от матрицы $\|x_{ij}\|$ к матрице $\|\bar{x}_{ij}\|$.

Согласно формулам (22), (23) и (15), имеем

$$L = 365 \cdot A^* \cdot \Delta(x_{ij} - \bar{x}_{ij}) = \frac{365 \cdot A^*}{ap} \sum_{i=1}^3 r_i \sum_{j=1}^6 p_{ij} (x_{ij} - \bar{x}_{ij}). \quad (28)$$

Матрица $\|x_{ij} - \bar{x}_{ij}\|$ в данном случае имеет вид

$$\|x_{ij} - \bar{x}_{ij}\| =$$

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	3	2	2	1	3	1
2	1	1	1	-1	3	1
3	1	2,4	1	1,4	0,7	0,3

Далее, опыт показывает, что $A^* = 260$; после соответствующих вычислений получаем

$$\Delta(x_{ij} - \bar{x}_{ij}) = 0,49. \quad (29)$$

Тогда из формулы (28) следует, что

$$L \doteq 46000 \text{ руб.}$$

Ясно, что годовую экономию можно было бы вычислить и из формулы (24).

Из определения k и формулы (20), ввиду (25) и (29), следует, что

$$k \doteq 0,18.$$

Таким образом, годовая экономия, которую мы получим в результате перехода от матрицы $\|x_{ij}\|$ к матрице $\|\tilde{x}_{ij}\|$, составит 18% годовых расходов на перевозку хлеба.

7. Определение необходимого количества автофургонов

Введем следующие обозначения:

v — техническая скорость автофургона (в километр-часах);
 t_0 — время простоя автофургона для выполнения погрузочно-разгрузочных работ при перевозке хлеба и оборотной тары (в минутах);
 t_i — среднее время одной ездки с i -го хлебозавода (в минутах);
 T — продолжительность рабочего времени автофургона в течение суток (в часах);

k_i — число ездок одного автофургона с i -го хлебозавода в течение T часов;

n_i — число ездок с i -го хлебозавода, необходимое для перевозки A_i тонн хлеба;

q_i — количество автофургонов, необходимое i -му хлебозаводу для перевозки A_i тонн хлеба;

$Q(x_{ij})$ — количество автофургонов, необходимое всем хлебозаводам вместе для перевозок (которым соответствует матрица $\|x_{ij}\|$) A тонн хлеба.

Пользуясь правилами составления „Расчета“, легко заключить, что

$$t_i = t_0 + 9x_{3i} + \frac{x_{1i} + x_{2i}}{v} 60, \quad (30)$$

k_i , n_i и q_i естественно определить из формул

$$k_i = \frac{60T}{t_i}, \quad n_i = \frac{A_i}{a}, \quad q_i = \left[\frac{n_i}{k_i} + 0,9 \right],$$

где обозначение $\left[\frac{n_i}{k_i} + 0,9 \right]$ означает целую часть числа $\frac{n_i}{k_i} + 0,9$.

Тогда

$$Q(x_{ij}) = \sum_{i=1}^m q_i = \sum_{i=1}^m \left[\frac{A_i t_i}{60 \cdot T \cdot a} + 0,9 \right];$$

отсюда, в силу формулы (30),

$$Q(x_{ij}) = \sum_{i=1}^m \left[\frac{A_i}{60 \cdot T \cdot a} \left(t_0 + 9x_{3i} + \frac{x_{1i} + x_{2i}}{v} 60 \right) + 0,9 \right]. \quad (31)$$

Согласно действующим в ереванском АТК № 7 нормам и справочнику единых тарифов [2],

$$T = 24 \text{ часа}, \quad v = 21 \frac{\text{км}}{\text{час}}, \quad t_0 = 88 \text{ мин.}$$

Предположим, что

$$a = 1,253 \text{ т.}, \quad A = 260 \text{ т.}$$

Для данного A значения A_i найдем из формулы (8).
Теперь, подставив эти числа в формулу (31), получим

$$Q(x_{ij}) = \sum_{i=1}^6 \left[\frac{A_i}{1872} \left(88 + 2,9 \cdot x_{1i} + 2,9 \cdot x_{2i} + 9 \cdot x_{3i} \right)^2 + 0,9 \right].$$

После соответствующих вычислений отсюда следует, что

$$Q(x_{ij}) = 24, \quad \text{а} \quad Q(\bar{x}_{ij}) = 22.$$

Таким образом, в случае перехода от матрицы $|x_{ij}|$ к матрице $|\bar{x}_{ij}|$ освободятся 2 автофургона.

В. П. ОЗАНЯН, В. Г. БАРАХАН

ՏՆՏԵՍԱՆ ՌԵԶԵՐՎՆԵՐԸ ԿԱՊՈՒՄ ՀԱՅԻ ՏԵՂԱԳՈՒՄԱՆ ՀԵՏ

Ա մ փ ո փ ո ի մ

Տվյալ հոդվածում արվում են հացի տեղափոխման արժեքի և անհրաժեշտ ավտոֆուրգոնների քանակի հաշվման մաթեմատիկական մոդելները: Այս մոդելների օգնությամբ նկարագրվում են տնտեսման ռեզերվները, կազմված Երևան քաղաքում հացի տեղափոխման հետ: Տնտեսման ռեզերվները նկարագրող կոնկրետ թվերը հիմնավորում են էլիկտրոնային հաշվիչների և կիրառման անհրաժեշտությունը հացի տեղափոխման հիմնական ցուցանիշները բարելավելու համար:

ЛИТЕРАТУРА

1. Белый Л. М., Вальцок Б. И., Таубер М. //. Планирование и организация автомобильной доставки хлеба в Москве, М., ГОСИНТИ, 1959.
2. Прейскурант единых тарифов на перевозку грузов автомобильным транспортом, Ереван, 1962.
3. Аксенов И. Я. Транспортные проблемы кибернетики, сб.: „Кибернетику на службу коммунизму“, М.—Л., 1961.
4. Сергеева Н. В. Эффективность применения линейного программирования при составлении схем перевозок автотранспортом, сб.: „Проблемы оптимального планирования, проектирования и управления производством“, М., МГУ, 1963, 469—482.
5. Газета „Известия“, заметка „Ереван“, 12 марта 1964 г., стр. 4.