АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
АСТРОФИЗИКА

ТОМ 15 МАЙ, 1979 ВЫПУСК 2

УДК 523.035

ПОЛЯРИЗАЦИЯ РАССЕЯННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКАХ

В. М. ЛОСКУТОВ, В. В. СОБОЛЕВ

Поступила 12 февраля 1979

Рассматривается перенос излучения в полубесконечной среде при законе рассеяния Релея и при истинном поглощении. Для нахождения интенсивностей выходящего из среды излучения используются линейные интегральные уравнения, полученные ранее [3, 4]. Эти уравнения решены для некоторых случаев расположения источников энергии внутри среды. Определена степень поляризации излучения, которая приводится в виде таблиц.

В последнее время большую роль в астрофизике стали играть поляризационные наблюдения различных объектов. Результаты таких наблюдений дают возможность судить о механизмах излучения. На практике особый интерес представляет отделение поляризации, возникающей при рассеянии света, от поляризации, обусловленной излучением в магнитных полях.

Наиболее просто определяется степень поляризации света, рассеянного свободными электронами (т. е. по закону Релея). В этом случае степень поляризации однократно рассеянного света может достигать 100%. Однако при многократном рассеянии степень поляризации уменьшается, становясь иногда весьма малой. Поэтому задача об определении степени поляризации многократно рассеянного излучения должна решаться точными методами.

Уравнения переноса излучения при рассеянии по закону Релея были получены и решены независимо С. Чандрасекаром [1, 2] и В. В. Соболевым [3, 4]. Первым из этих авторов интенсивности поляризованного излучения находились с помощью H-функции, а вторым — из линейных интегральных уравнений. Впоследствии уравнения переноса поляризованного излучения рассматривались также другими авторами [5—14].

В настоящей статье определяется степень поляризации излучения, выходящего из полубесконечной среды при внутренних источниках энергии. При этом считается, что в среде происходит рассеяние света по закону Релея и его истинное поглощение. Для нахождения интенсивностей выходящего из среды излучения используются данные ранее [3, 4] линейные интегральные уравнения, определяющие непосредственно эти интенсивности. Вычислительные трудности при использовании этих уравнений сравнительно невелики и почти не зависят от источников энергии.

В качестве частных случаев принимаются два типа источников энергии: 1) источники расположены на бесконечно большой оптической глубине (проблема Милна), 2) мощность источников является линейной функцией от оптической глубины. В каждом из этих случаев определяется степень поляризации излучения, которая дается в виде таблиц.

1. *Основные уравнения.* Рассмотрим диффузию поляризованного излучения в полубесконечной среде, состоящей из плоскопараллельных слоев. Допустим, что мощность находящихся в среде источников энергии зависит не от трех пространственных координат, а только от оптической глубины τ. Тогда интенсивности диффузного излучения будут зависеть от оптической глубины τ и от угла ϑ между направлением излучения и направлением нормали к слоям (но не будут зависеть от азимута).

В данном случае для характеристики поляризованного излучения достаточно задать лишь две величины (а не четыре, как в общем случае). В качестве таких величин можно взять интенсивности излучения I_l и I_r с колебаниями соответственно в плоскости, проходящей через луч и нормаль к слоям, и перпендикулярно к этой плоскости. Вместо этих интенсивностей мы возьмем, однако, интенсивности I и K, равные

$$I = I_l + I_r, \quad K = I_r - I_l. \tag{1}$$

Величина I есть полная интенсивность излучения, а величина $p = K/I$ — степень поляризации излучения.

Как показано ранее (см. [1] и [3]), в случае рассеяния по закону Релея интенсивности излучения $I(\tau, \eta)$ и $K(\tau, \eta)$ (мы обозначили $\cos\vartheta = \eta$) определяются из уравнения переноса излучения

$$\eta \frac{dI(\tau, \eta)}{d\tau} = -I(\tau, \eta) + B(\tau, \eta), \tag{2}$$

$$\eta \frac{dK(\tau, \eta)}{d\tau} = -K(\tau, \eta) + C(\tau, \eta), \tag{3}$$

в которых функции источников $B(\tau, \eta)$ и $C(\tau, \eta)$ даются формулами

$$
\begin{aligned}
B(\tau, \eta) = \frac{\lambda}{2}\int_{-1}^{1} I(\tau, \eta')\left[1 + \frac{1}{2}P_2(\eta)P_2(\eta')\right]d\eta' + \\
+ \frac{3}{8}\lambda P_2(\eta)\int_{-1}^{1} K(\tau, \eta')(1-\eta'^2)\,d\eta' + B_0(\tau, \eta),
\end{aligned} \tag{4}
$$

$$
\begin{aligned}
C(\tau, \eta) = \frac{3}{8}\lambda(1-\eta^2)\int_{-1}^{1} I(\tau, \eta')P_2(\eta')\,d\eta' + \\
+ \frac{9}{16}\lambda(1-\eta^2)\int_{-1}^{1} K(\tau, \eta')(1-\eta'^2)\,d\eta' + C_0(\tau, \eta).
\end{aligned} \tag{5}
$$

Здесь $B_0(\tau, \eta)$ и $C_0(\tau, \eta)$ — функции источников, обусловленные непосредственно источниками энергии, λ — отношение коэффициента рассеяния к сумме коэффициентов рассеяния и истинного поглощения, $P_2(\eta)$ — второй полином Лежандра.

К написанным уравнениям надо добавить еще граничные условия, выражающие тот факт, что нет излучения, падающего на среду извне. Эти условия имеют вид

$$
I(0, \eta) = 0, \quad K(0, \eta) = 0 \tag{6}
$$

при $\eta > 0$.

Уравнения (2)—(5) при граничных условиях (6) рассматриваются ниже для разных частных случаев функций $B_0(\tau, \eta)$ и $C_0(\tau, \eta)$.

2. *Световой режим в глубоких слоях.* Допустим сначала, что источники излучения расположены в самых поверхностных слоях среды, или, точнее, функции $B_0(\tau, \eta)$ и $C_0(\tau, \eta)$ убывают с оптической глубиной не медленнее, чем $e^{-\tau}$. Тогда при любом λ в глубоких слоях среды (т. е. при $\tau \gg 1$) устанавливается некоторый асимптотический режим с очень простыми свойствами.

При сделанном предположении основную роль в глубоких слоях играет диффузное излучение. В соответствии с этим в уравнениях (4)—(5) мы отбросим свободные члены и будем искать функции $B(\tau, \eta)$ и $C(\tau, \eta)$ в виде

$$
B(\tau, \eta) = b(\eta)e^{-k\tau}, \quad C(\tau, \eta) = c(\eta)e^{-k\tau}. \tag{7}
$$

Тогда из уравнений (2) и (3) имеем

$$I(\tau, \eta) = \frac{b(\eta)e^{-k\tau}}{1-k\eta}, \qquad K(\tau, \eta) = \frac{c(\eta)e^{-k\tau}}{1-k\eta}. \tag{8}$$

Подставляя (7) и (8) в уравнения (4) и (5), находим

$$b(\eta) = 1 + b_2 P_2(\eta), \quad c(\eta) = \frac{3}{2} b_2 (1-\eta^2) \tag{9}$$

и для определения постоянных k и b_2 получаем систему уравнений

$$\frac{\lambda}{2}\int_{-1}^{1} \frac{1+b_2 P_2(\eta)}{1-k\eta}\, d\eta = 1, \tag{10}$$

$$\frac{\lambda}{4}\int_{-1}^{1} \frac{1+b_2 P_2(\eta)}{1-k\eta} P_2(\eta)\, d\eta + \frac{9}{16}\lambda b_2 \int_{-1}^{1} \frac{(1-\eta^2)^2}{1-k\eta} d\eta = b_2. \tag{11}$$

Уравнения (10) и (11) были найдены раньше в работе [3] и решены в ней для некоторых значений λ. Впоследствии Шнатц и Сиверт [7], предпринявшие подробное исследование системы уравнений (2)—(5), дали таблицу значений величины k для всех λ через 0,1.

В табл. 1 содержатся результаты решения уравнений (10) и (11) для многих λ. В последнем столбце приведены значения степени поляризации излучения при $\eta = 0$*.

3. *Интенсивности излучения, выходящего из среды.* Наибольший интерес для применений представляют собой интенсивности излучения, выходящего из среды, т. е. величины $I(0, -\eta)$ и $K(0, -\eta)$ ($\eta > 0$). Важно то, что из уравнений (2)—(5) могут быть получены уравнения, определяющие непосредственно эти величины. Ранее [3, 4] были найдены подобные уравнения для интенсивностей диффузно-отраженного и диффузно-пропущенного света. Теперь мы получим такие уравнения для интенсивностей излучения, выходящего из среды, в случае внутренних источников энергии.

Для простоты допустим, что внутри среды расположены изотропные источники неполяризованного излучения. Тогда имеем

$$B_0(\tau, \eta) = B_0(\tau), \quad C_0(\tau, \eta) = 0. \tag{12}$$

Рассмотрение общего случая, когда величины B_0 и C_0 зависят от τ и η, также не представляет труда, но здесь мы не будем на этом останавливаться.

Применяя тот же способ, как в [3, 4], в принятом случае для определения величин $I(0, -\eta)$ и $K(0, -\eta)$ получаем следующие уравнения:

---

* Во всех таблицах степень поляризации дана в процентах.

Таблица 1

СВЕТОВОЙ РЕЖИМ В ГЛУБОКИХ СЛОЯХ. ЗНАЧЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ k, b_2 И СТЕПЕНИ ПОЛЯРИЗАЦИИ $p(0)$

λ	k	b_2	$p(0)$
1	0	0	0
0.995	0.1221	0.0033	0.50
0.99	0.1723	0.0066	1.00
0.98	0.2124	0.0132	1.99
0.95	0.3772	0.0326	4.97
0.90	0.5196	0.0636	9.86
0.85	0.6200	0.0932	14.7
0.80	0.6976	0.1214	19.3
0.70	0.8112	0.1742	28.6
0.60	0.8887	0.2233	37.7
0.50	0.9413	0.2702	46.9
0.40	0.9747	0.3166	56.4
0.30	0.9928	0.3640	66.7
0.20	0.9993	0.4127	78.0
0.10	1.0000	0.4595	89.5

$$I(0, -\eta) = \frac{\lambda}{2}\int_{-1}^{1}\frac{\eta I(0, -\eta) - \eta' I(0, -\eta')}{\eta - \eta'}\,d\eta' + \left[\frac{3}{2}(1-\lambda)\eta^2 - \frac{1}{2}\right] v(\eta) + I_0(\eta), \tag{13}$$

$$v(\eta) = \frac{\lambda}{4}\int_{-1}^{1}\frac{\eta I(0, -\eta) - \eta' I(0, -\eta')}{\eta - \eta'}\,P_2(\eta')\,d\eta' + \frac{9}{16}\lambda\int_{-1}^{1}\frac{\eta v(\eta) - \eta' v(\eta')}{\eta - \eta'}(1-\eta'^2)^2\,d\eta', \tag{14}$$

где

$$K(0, -\eta) = \frac{3}{2} v(\eta)(1-\eta^2), \tag{15}$$

$$I_0(\eta) = \int_0^\infty B_0(\tau)\, e^{-\frac{\tau}{\eta}}\,\frac{d\tau}{\eta} \tag{16}$$

Так как $I(0, -\eta) = 0$ и $v(\eta) = 0$ при $\eta < 0$, то уравнения (13) и (14) можно переписать в виде

$$I(0, -\eta)\left(1 - \frac{\lambda}{2}\eta \ln \frac{1+\eta}{1-\eta}\right) - \left|\frac{3}{2}(1-\lambda)\eta^2 - \frac{1}{2}\right| v(\eta) = \\ = \frac{\lambda}{2}\int\limits_0^1 \frac{\eta' I(0, -\eta')}{\eta' - \eta} d\eta' + I_0(\eta). \quad (17)$$

$$v(\eta)\left[1 - \frac{9}{16}\lambda\eta \int\limits_{-1}^1 \frac{(1-\eta'^2)^2}{\eta - \eta'} d\eta'\right] - \frac{\lambda}{4} I(0, -\eta)\eta \int\limits_{-1}^1 \frac{P_2(\eta')}{\eta - \eta'} d\eta' = \\ = \frac{\lambda}{4}\int\limits_0^1 \frac{\eta' I(0, -\eta')}{\eta' - \eta} P_2(\eta') d\eta' + \frac{9}{16}\lambda \int\limits_0^1 \frac{\eta' v(\eta')}{\eta' - \eta}(1 - \eta'^2)^2 d\eta'. \quad (18)$$

Система уравнений (17) и (18) не полностью определяет функции $I(0, -\eta)$ и $v(\eta)$, поскольку соответствующая однородная система уравнений имеет решение (см. ниже). Поэтому на функцию $I(0, -\eta)$ и $v(\eta)$ должно быть наложено дополнительное условие. Для получения этого условия подставим в (17) и (18) $\eta = 1/k$, где k — введенная выше постоянная. Она определяется из уравнения

$$\left[\frac{3}{k^2}(1-\lambda) - 1\right]\frac{\lambda}{8}\int\limits_{-1}^1 \frac{P_2(\eta)}{1-k\eta} d\eta = \\ = \left(1 - \frac{\lambda}{2k}\ln\frac{1+k}{1-k}\right)\left[1 - \frac{9}{16}\lambda \int\limits_{-1}^1 \frac{(1-\eta^2)^2}{1-k\eta} d\eta\right], \quad (19)$$

получающегося из (10) и (11) путем исключения b_2.

Сделав указанную подстановку и воспользовавшись равенствами (19), (10) и (15), находим

$$\frac{\lambda}{2}\int\limits_0^1 \frac{\eta I(0, -\eta)}{1-k\eta}[1 + b_2 P_2(\eta)] d\eta + \\ + \frac{3}{4}\lambda b_2 \int\limits_0^1 \frac{\eta K(0, -\eta)}{1-k\eta}(1-\eta^2) d\eta = \frac{1}{k} I_0\left(\frac{1}{k}\right). \quad (20)$$

Вводя обозначения

$$i(\eta) = \frac{1 + b_2 P_2(\eta)}{1 - k\eta}, \qquad i^*(\eta) = \frac{3}{2} b_2 \frac{1 - \eta^2}{1 - k\eta}, \tag{21}$$

вместо (20) имеем

$$\frac{\lambda}{2}\int_0^1 [I(0, -\eta)\, i(\eta) + K(0, -\eta)\, i^*(\eta)]\, \eta\, d\eta = \frac{1}{k} I_0\left(\frac{1}{k}\right). \tag{22}$$

Соотношение (22) и может служить искомым дополнительным условием. Как следует из сравнения формул (21), (8) и (9), величины $i(\eta)$ и $i^*(\eta)$ представляют собой относительные интенсивности излучения в глубоких слоях среды.

Дополнительное условие (22) можно также получить из результатов работы Х. Дэмке [14].

4. *Проблема Милна.* Система уравнений (17) и (18) может быть решена при разных источниках энергии, находящихся в среде, т. е. при разных функциях $B_0(\tau)$. Сначала мы предположим, что источники энергии расположены на бесконечно большой оптической глубине. Определение поля диффузного излучения в этом случае представляет собой проблему Милна.

При решении проблемы Милна следует положить $B_0(\tau) = 0$, а, значит, и $I_0(\eta) = 0$. В данном случае система уравнений (17) и (18) становится однородной и поэтому при ее решении надо принять какое-либо нормирующее условие, например, $I(0) = 1$.

Система уравнений (17) и (18) может быть легко решена численно. Определение из нее интенсивностей $I(0, -\eta)$ и $K(0, -\eta)$ дает возможность найти и интересующую нас величину

$$p(\eta) = \frac{K(0, -\eta)}{I(0, -\eta)}, \tag{23}$$

т. е. степень поляризации излучения, выходящего из среды под углом $\arccos \eta$ к нормали.

В табл. 2 приведены значения функции $p(\eta)$ при разных λ, полученные в результате решения уравнений (17) и (18). Мы видим, что величина $p(0)$ растет с убыванием λ. Объясняется это тем, что с уменьшением λ возрастает отношение $I(0, -1)/I(0, 0)$. Поскольку же величина $p(\eta)$ определяется в основном последним рассеянием, то на значение величины $p(0)$ существенно влияет тот факт, что в поверхностных слоях интенсивность $I(\tau, -1)$ сравнительно велика, вследствие чего велик вклад рассеяния под углом $\pi/2$ с максимальной поляризацией.

При малых λ, как легко понять, степень поляризации выходящего из среды излучения в условиях проблемы Милна должна быть близкой к степени поляризации в глубоких слоях. Последняя же величина, равная $c(\eta)/b(\eta)$, определяется с помощью формулы (9) и табл. 1. Уже при $\lambda = 0.5$ обе упомянутые величины мало отличаются друг от друга. Например, значения $p(0)$ соответственно равны 52% и 47%.

Таблица 2

СТЕПЕНЬ ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ $p(\eta)$ ДЛЯ ЗАДАЧИ МИЛНА

η \ λ	1.0	0.995	0.99	0.98	0.95	0.90	0.85	0.8	0.7	0.6	0.5
0	11.7	12.2	12.6	13.5	16.1	20.3	24.5	28.6	36.6	44.4	52.4
0.1	7.45	7.90	8.35	9.25	12.0	16.4	20.7	25.0	33.3	41.5	49.7
0.2	5.41	5.85	6.30	7.18	9.83	14.2	18.4	22.6	30.7	38.6	46.6
0.3	4.04	4.46	4.88	5.73	8.24	12.3	16.4	20.3	27.8	35.2	42.5
0.4	3.03	3.42	3.81	4.59	6.89	10.6	14.3	17.8	24.6	31.2	37.6
0.5	2.25	2.60	2.95	3.64	5.68	8.99	12.2	15.3	21.1	26.7	32.0
0.6	1.63	1.92	2.22	2.80	4.53	7.31	9.97	12.5	17.3	21.7	26.0
0.7	1.11	1.35	1.58	2.04	3.41	5.58	7.64	9.53	13.2	16.4	19.5
0.8	0.68	0.85	1.01	1.34	2.29	3.79	5.19	6.50	8.90	11.0	13.0
0.9	0.32	0.40	0.49	0.66	1.15	1.93	2.64	3.30	4.41	5.53	6.46
1.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Проблема Милна рассматривалась уже в первых работах по теории переноса поляризованного излучения [1, 3], причем в них была вычислена функция $p(\eta)$ при $\lambda = 1$. В работе [9] содержится график, на котором даны значения величины $p(0)$ при разных λ. Они совпадают (с точностью графика) со значениями этой величины, приведенными в табл. 2.

Из табл. 2 видно, что при рассматриваемых условиях степень поляризации излучения может быть довольно большой. Однако условия, характерные для проблемы Милна, встречаются редко. Сравнительно близок к этим условиям плоский слой большой оптической толщины, в котором происходит рассеяние по закону Релея и истинное поглощение. Если на одну границу этого слоя падают параллельные лучи, то через другую границу выходит излучение, степень поляризации которого дается табл. 2 с тем большей точностью, чем больше оптическая толщина слоя.

5. *Линейное распределение источников энергии.* Перейдем теперь к случаю, когда источники энергии распределены в среде по линейному закону, т. е.

$$B_0(\tau) = 1 + a\tau, \tag{24}$$

где a — некоторая постоянная. Тогда согласно (16), функция $I_0(\eta)$ дается формулой

$$I_0(\eta) = 1 + a\eta. \tag{25}$$

В данном случае интенсивности излучения $I(0, -\eta)$ и $K(0, -\eta)$ определяются системой уравнений (17) и (18), в которую вместо $I_0(\eta)$ надо подставить выражение (25), при дополнительном условии

$$\frac{\lambda}{2}\int_0^1 [I(0, -\eta)\, i(\eta) + K(0, -\eta)\, i^*(\eta)]\, \eta\, d\eta = \frac{1}{k}\left(1 + \frac{a}{k}\right), \tag{26}$$

вытекающем из (22) и (25).

Упомянутая система уравнений была решена численно при разных λ. После этого по формуле (23) была найдена степень поляризации излучения $p(\eta)$. Значения функции $p(\eta)$ приведены в табл. 3—5 при значениях параметра a, равных 0, 1 и ∞. Соответствующие значения функции $p(\eta)$ обозначены через $p_0(\eta)$, $p_1(\eta)$ и $p_\infty(\eta)$.

Таблица 3

СТЕПЕНЬ ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ $p_0(\eta)$ ПРИ $I_0(\eta) = 1$

η \ λ	1.0	0.995	0.99	0.98	0.95	0.90	0.85	0.8	0.7	0.6	0.5
0	11.7	8.52	7.44	6.12	4.16	2.56	1.74	1.24	0.67	0.37	0.21
0.1	7.45	4.60	3.66	2.52	0.84	−0.33	−0.85	−1.11	−1.26	−1.20	−1.04
0.2	5.41	2.91	2.09	1.10	−0.32	−1.26	−1.63	−1.77	−1.75	−1.56	−1.32
0.3	4.04	1.87	1.16	0.31	−0.89	−1.64	−1.91	−1.96	−1.87	−1.63	−1.35
0.4	3.03	1.19	0.54	−0.13	−1.13	−1.74	−1.93	−1.96	−1.81	−1.56	−1.28
0.5	2.25	0.73	0.23	−0.36	−1.18	−1.66	−1.80	−1.80	−1.63	−1.39	−1.14
0.6	1.63	0.41	0.01	−0.45	−1.10	−1.47	−1.56	−1.54	−1.39	−1.17	−0.95
0.7	1.11	0.21	−0.01	−0.44	−0.92	−1.18	−1.24	−1.22	−1.09	−0.92	−0.74
0.8	0.66	0.08	−0.01	−0.35	−0.67	−0.84	−0.87	−0.83	−0.75	−0.63	−0.51
0.9	0.32	0.02	−0.01	−0.20	−0.36	−0.44	−0.45	−0.44	−0.3	−0.32	−0.26
1.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Поскольку интенсивности $I(0, -\eta)$ и $K(0, -\eta)$ являются линейными функциями от a, то степень поляризации при произвольном a определяется формулой

$$p = \frac{p_0(p_\infty - p_1) + a p_\infty (p_1 - p_0)}{p_\infty - p_1 + a(p_1 - p_0)}, \tag{27}$$

относящейся к любому η.

Таблица 4

СТЕПЕНЬ ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ $p_1(\eta)$ ПРИ $g(\tau) = 1 + \tau$

η \ λ	1.0	0.995	0.99	0.98	0.95	0.90	0.85	0.80	0.70	0.60	0.50
0	11.7	11.5	11.3	10.9	9.95	8.66	7.62	6.73	5.29	4.14	3.18
0.1	7.45	7.26	7.10	6.81	6.08	5.15	4.42	3.82	2.84	2.19	1.63
0.2	5.41	5.26	5.13	4.90	4.32	3.60	3.05	2.61	1.94	1.44	1.05
0.3	4.04	3.92	3.81	3.62	3.17	2.61	2.19	1.86	1.36	1.00	0.72
0.4	3.03	2.93	2.85	2.70	2.34	1.91	1.59	1.34	0.97	0.71	0.51
0.5	2.25	2.17	2.11	1.99	1.71	1.38	1.15	0.96	0.69	0.50	0.36
0.6	1.63	1.57	1.52	1.43	1.22	0.98	0.81	0.67	0.48	0.35	0.25
0.7	1.11	1.07	1.03	0.97	0.83	0.66	0.54	0.45	0.32	0.23	0.16
0.8	0.68	0.65	0.63	0.59	0.50	0.40	0.32	0.27	0.19	0.14	0.10
0.9	0.32	0.30	0.29	0.27	0.23	0.18	0.15	0.12	0.08	0.06	0.04
1.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 5

СТЕПЕНЬ ПОЛЯРИЗАЦИИ ИЗЛУЧЕНИЯ $p_2(\eta)$ ПРИ $g(\tau) = \tau$

η \ λ	1.0	0.995	0.99	0.98	0.95	0.90	0.85	0.8	0.7	0.6	0.5
0	11.7	11.9	12.0	12.3	13.1	14.1	14.9	15.5	16.5	17.3	18.0
0.1	7.45	7.62	7.73	8.06	8.77	9.62	10.2	10.6	11.0	11.0	10.5
0.2	5.41	5.57	5.71	5.97	6.59	7.26	7.67	7.90	7.96	7.62	6.93
0.3	4.04	4.18	4.31	4.53	5.04	5.57	5.85	5.98	5.88	5.48	4.87
0.4	3.03	3.16	3.26	3.45	3.86	4.27	4.46	4.52	4.36	3.98	3.47
0.5	2.25	2.36	2.45	2.60	2.92	3.23	3.35	3.37	3.20	2.89	2.47
0.6	1.63	1.71	1.78	1.90	2.15	2.36	2.44	2.44	2.29	2.03	1.72
0.7	1.11	1.18	1.23	1.31	1.49	1.64	1.68	1.67	1.55	1.36	1.15
0.8	0.68	0.72	0.76	0.81	0.93	1.01	1.04	1.02	0.94	0.82	0.64
0.9	0.32	0.34	0.35	0.39	0.43	0.47	0.48	0.47	0.43	0.39	0.31
1.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

В качестве примера применения формулы (27) допустим, что $\tau = 0.5$ и $\eta = 0.5$. Тогда, пользуясь таблицами 3—5, получаем

$$p = \frac{-1.14 + 1.75\,a}{1 + 0.71\,a}. \tag{28}$$

При малых τ в согласии с уравнением (17) мы можем вместо $I(0, -\eta)$ взять $I_0(\eta)$, а в уравнении (18) отбросить члены, содержащие $\lambda v(\tau_1)$. Тогда для приближенного определения степени поляризации получаем

$$p(\tau_1) = \frac{3}{8}\lambda \frac{1-\tau_1^2}{1+a\tau_1}\left[\tau_1(1+a\tau_1)\int_0^{\infty}\frac{P_2(\tau_1')}{\tau_1+\tau_1'}d\tau_1' - \frac{a}{8}\right]. \tag{29}$$

В случае $\lambda = 0.5$ и $\tau_1 = 0.5$ формула (29) дает

$$p = \frac{-0.97+1.25a}{1+0.5a}. \tag{30}$$

Из сравнения формул (28) и (30) видно, какова погрешность приближенной формулы (29). Разумеется, с уменьшением λ погрешность формулы (29) убывает.

6. *Заключительные замечания*. В заключение заметим, что основные уравнения (2)—(5) относятся к определенной частоте ν. Зависимость от частоты всех величин, входящих в эти уравнения, нами не отмечалась, но она подразумевалась. Естественно, что и степень поляризации $p(\tau_1)$, приведенная в табл. 1—5, также зависит от частоты. Эта зависимость входит через посредство параметров λ и a, являющихся, вообще говоря, функциями от ν.

Заметим также, что величина λ_ν считалась нами постоянной в среде. Эта величина равна

$$\lambda_\nu = \frac{\sigma_\nu}{\sigma_\nu+\varkappa_\nu}, \tag{31}$$

где σ_ν — коэффициент рассеяния и $\varkappa_\nu$ — коэффициент истинного поглощения. Так как эти коэффициенты обусловлены различными механизмами, то величина λ_ν может сильно зависеть от оптической глубины τ_ν. Определение степени поляризации для случая, когда λ_ν является функцией от τ_ν, будет сделано в другой нашей статье.

Ленинградский государственный
университет

POLARIZATION OF SCATTERED LIGHT IN ATMOSPHERES WITH EMBEDDED SOURCES

V. M. LOSKUTOV, V. V. SOBOLEV

Radiative transfer in semi-infinite atmosphere with nonconservative Rayleigh scattering is considered. To determine the emergent intensity

the use is made of the linear integral equations found previously in [3] and [4]. These equations have been solved for several particular forms of source distributions. The degree of polarization has been calculated. The results are given in the form of tables.

ЛИТЕРАТУРА

1. *S. Chandrasekhar*, Ap. J., 103, 351, 1946; 104, 110, 1946; 105, 424, 1947.
2. *S. Chandrasekhar*, Radiat. Transfer, Oxford, 1950 (русск. пер. С. Чандрасекар, Перенос лучистой энергии, ИЛ, М., 1953).
3. *В. В. Соболев*, Уч. зап. ЛГУ, № 116, 1949.
4. *В. В. Соболев*, Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет, Гостехиздат, М., 1956.
5. *K. L. Coulson, J. V. Dave, Z. Sekera*, Tables Related to Radiation Emerging from a Planetary Atmosphere with Rayleigh Scattering, Univ. California Press, Berkeley, 1960.
6. *Д. И. Нагирнер*, Уч. зап. ЛГУ, № 307, 1962.
7. *T. W. Schnatz, C. E. Siewert*, J. Math. Phys., 11, 2733, 1970.
8. *T. W. Schnatz, C. E. Siewert*, M. N., 152, 491, 1971.
9. *G. R. Bond, C. E. Siewert*, Ap. J., 164, 97, 1971.
10. *М. Г. Кузьмина*, Препринт ИПМ, № 61, 1971.
11. *X. Домке*, Астрон. ж., 50, 126, 1973.
12. *S. Ueno*, Astrophys. Space Sci., 30, 27, 1974.
13. *J. B. Kumer*, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 14, 1965, 1974.
14. *H. Domke*, Astron. Nachr., 298, 57, 1977.