

# АКАДЕМИЯ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР

# АСТРОФИЗИКА

ТОМ 15

ФЕВРАЛЬ, 1979

ВЫПУСК 1

УДК 523.035.33

## ЗАМЫВАНИЕ ЛИНИЙ У ПРЕДЕЛА ВОДОРОДНЫХ СЕРИЙ

Л. Н. КУРОЧКА, Л. Б. РЫБКО

Поступила 16 июня 1978

Пересмотрена 9 ноября 1978

Получена формула для определения электронной концентрации в водородной плазме по номеру последней наблюдаемой линии в серии. Формула выведена для случая уширения линий эффектами Штарка (ионы + электроны) и Доплера, когда наблюдения производятся при наличии фонового излучения, снижающего контрастность линий.

Одним из самых удобных методов определения электронной концентрации в плазме является метод, основанный на использовании количества наблюдаемых линий в серии Бальмера. На такую возможность определения электронной концентрации указал японский физик Сугита [1] в 1934 г. Несколько позже Инглис и Теллер [2], учитывая расщепление квантовых уровней излучающих атомов в полях ионов, получили формулу, дающую связь между электронной концентрацией  $n_e$  ( $n_e = n_p$ ) и номером предельно разрешаемой линии  $m_s$  в водородном спектре:

$$\lg n_e = 23.26 - 7.5 \lg m_s, \quad (1)$$

Несмотря на то, что эта формула получила широкое распространение, тем не менее она неоднократно подвергалась ревизии [3—11]. В результате анализа наблюдательных данных многие авторы (см., например, [12—14]) приходили к выводу, что формула Инглиса—Теллера дает завышенные значения электронных концентраций. Существует несколько причин, приводящих к этому. Одна из них состоит в том, что формула Инглиса—Теллера получена в рамках теории Хольтсмарка. С развитием ударной квантовомеханической теории (см. [15—17]) стало ясно, что параллельно с уширением линий полями ионов (молекулярный эффект Штарка) необходимо учитывать ударное действие электронов. Кроме того, эффект Допле-

ра, так же, как и эффект Штарка (ионы + электроны), может приводить к эффективному замыканию линий у предела серии и его необходимо учитывать [18]. К тому же наблюдения эмиссионных линий водорода часто производят на фоне постороннего для исследуемого объекта излучения, которое иногда существенно снижает контрастность и уменьшает число наблюдаемых линий в серии. Например, при наблюдении хромосферных вспышек на фоне непрерывного спектра Солнца линии серии Бальмера наблюдаются до  $H_{15}$ — $H_{11}$ , вместо  $H_{25}$ — $H_{20}$ , если бы эмиссионные линии наблюдались в чистом виде. В настоящей работе получена формула для определения электронной концентрации по номеру последней наблюдаемой линии с учетом вышеперечисленных факторов.

Согласно работе [18], две соседние линии с номерами верхних квантовых уровней  $m$  и  $m+1$  замыкаются, если полная полуширина  $m$ -ой линии  $2\Delta\lambda_{1/2, m}$  равна расстоянию между этими линиями  $\Delta\lambda_{m, m+1}$ :

$$\Delta\lambda_{1/2, m} / \Delta\lambda_{m, m+1} = 0.5. \quad (2)$$

При этом отношение суммарной интенсивности между линиями  $\sum I_{m, m+1}$  (состоящей из интенсивностей крыльев близлежащих линий) к суммарной интенсивности в центре  $m$ -ой линии  $\sum I_{m, n}$  ( $n$  — номер водородной серии) равно в среднем 0.87. Для разных значений электронных концентраций  $n_e$  ( $n_e = n_p$ ) и скоростей атомов  $\xi$  ( $\xi = \sqrt{2RT + \frac{v^2}{2}}$ ,  $\xi$  — вероятнейшее значение турбулентной скорости), величина  $\sum I_{m, m+1} / \sum I_{m, n}$  может принимать значения примерно от 0.8 до 0.95. Критерий замыкания двух линий (2) более жесткий, чем критерий Релея [19], согласно которому два спектральных компонента равной интенсивности в результате суперпозиции становятся неразрешаемыми, если отношение интенсивностей между ними к максимальной становится больше величины 0.81.

При наблюдении эмиссионных линий на фоне некоторого постороннего излучения интенсивности  $I_{\text{cont}}$  будем по аналогии считать, что две соседние линии не разрешаются, если

$$\frac{\sum I_{m, m+1} + I_{\text{cont}}}{\sum I_{m, n} + I_{\text{cont}}} = 0.87. \quad (3)$$

Поскольку наличие фонового излучения снижает контрастность эмиссионных линий, то при этом номер последней наблюдаемой линии  $m_0$  может существенно отличаться от номера предельно разрешаемой линии  $m_{S+D}$ , которая регистрировалась бы при  $I_{\text{cont}} = 0$ . Чтобы найти связь между  $m_0$  и величинами  $n_e$ ,  $\xi$  и  $I_{\text{cont}}$ , необходимо знать, как изменяется отношение  $\sum I_{m, m+1} / \sum I_{m, n}$  с уменьшением  $\Delta\lambda_{1/2, m} / \Delta\lambda_{m, m+1}$ . Получить

аналитическую связь между этими величинами невозможно, однако анализ характера суперпозиции линий при различных  $n_e$  и  $i$  позволил нам найти, что с точностью около 5–10% выполняется соотношение

$$\frac{\Delta\lambda_{1/2 m}}{\Delta\lambda_{m, m+1}} = 0.17 + 0.38 \frac{\sum I_{m, m+1}}{\sum I_{m, n}}. \quad (4)$$

Если использовать это выражение и критерий замывания линий (3), а также учесть, что суммарная интенсивность в центре линии  $\sum I_{m, n}$  практически мало отличается от центральной интенсивности самой линии  $I_{m, n}$ , то получаем:

$$\frac{\Delta\lambda_{1/2 m_v+1}}{\Delta\lambda_{m_v+1, m_v+2}} = 0.5 - 0.05 \frac{I_{cont}}{I_{m_v+1, n}}. \quad (5)$$

Новый критерий замывания двух линий с номерами  $m_v + 1$  и  $m_v + 2$  более общий, чем критерий (2). Из (5) следует, что чем больше  $I_{cont}$ , тем при меньшем значении отношения  $\Delta\lambda_{1/2 m} / \Delta\lambda_{m, m+1}$  линии становятся неразрешимыми. При значениях  $I_{cont} / I_{m_v+1, n} > 10$  две соседние линии, независимо от величины их полуширины, разрешаться не будут. Критерий замывания линий (5) соответствует случаю фотографического метода регистрации эмиссионных линий водорода. Возможно, что при более совершенных методах регистрации спектра коэффициенты в правой части немного изменятся (первый коэффициент несколько возрастет, а второй уменьшится).

С помощью критерия (5) получим выражение для определения электронной концентрации  $n_e$  по номеру последней наблюдаемой линии с учетом параметров плазмы и условий наблюдения эмиссионных линий. Используем для этого следующие соотношения [8]:

$$\Delta\lambda_{1/2}^{3/2} = \Delta\lambda_{1/2}^{3/2}(S) + \Delta\lambda_{1/2}^{3/2}(D), \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta\lambda_{1/2}(D) &= \frac{V \ln 2}{c} i_e^2, & \Delta\lambda_{1/2}(S) &= 4k_{m, n} F_0 \cdot 10^{-8} (1 + 0.2\gamma), \\ F_0 &= 12.5 \cdot 10^{-10} \cdot n_e^{2.3}, & k_{m, n} &= 5.5 \cdot 10^{-5} \frac{(mn)^4}{m^2 - n^2}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\Delta\lambda_{m+1, m+2} = \frac{1.85 \cdot n^4}{R_n (m+1)^3}, \quad (8)$$

$\gamma$  — постоянная затухания, обусловленная ударным воздействием электронов [20, 21]

$$\gamma = 8.4 \cdot 10^{-6} \frac{n_e^{1.3} \Gamma_{n, m}}{T_e^{1/2} (m^2 - n^2)} \lg \left[ \frac{4 \cdot 10^{13} T_e^2}{n_e \Gamma_{n, m}} \right] \quad (9)$$

(для функции  $\Gamma_{n, m}$  в [21] получены простые аппроксимационные выражения для  $n = 1, 2$  и 3).

Учтем также, что для верхних уровней (при  $n \leq 3$ ) справедливы следующие выражения [22]:

$$I_{m, n} = I_{e, n}(\nu_0) \frac{2.6 \cdot 10^{16}}{m^5 n^{2.3}} \frac{1}{V(10 + 2.4 \gamma)^2 + \pi (\beta_D + 0.7 \gamma)^2}, \quad (10)$$

$$\beta_D = 4.4 \cdot 10^5 n^{-2} m^{-2} n_e^{-2.3} \xi,$$

$$I_{e, n}(\nu_0) = \frac{5.35 \cdot 10^{-13} n_e^2 l}{T_e^{3.2} n^2} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{стер} \cdot \text{см}}. \quad (11)$$

Если интенсивность фонового излучения  $I_{\text{cont}}$  невелика и номер последней наблюдаемой линии  $m_e$  мало отличается от номера предельно разрешаемой линии  $m_S$  ( $m_S - m_e \leq 5 + 10$ ), то в таком случае можно по аналогии с тем, как это сделано в [8], принять  $\gamma$  одинаковыми для всех  $m_e$  ( $\gamma = 3.5$ ), что близко к действительности для  $10^{10} \leq n_e \leq 10^{13} \text{ см}^{-3}$  (поскольку  $\gamma$  слабо зависит от  $T_e$ , то при расчетах принято  $T_e = 10000 \text{ }^\circ\text{K}$ ). В таком случае, используя вышеприведенные соотношения, получаем:

$$n_e = 2.2 \cdot 10^{23} (m_e + 1)^{-7.5} \left[ 0.5 - Q \frac{I_{\text{cont}}}{I_{e, n}(\nu_0)} \right]^{3.2} - 1.25 \cdot 10^7 n^{-3} (m_e + 1)^{-3} \xi^{3.2}. \quad (12)$$

Здесь

$$Q = 3.4 \cdot 10^{-18} (m_e + 1)^5 n_e^{2.3} [110 + (\beta_D + 2.4)^2]^{1.2}. \quad (13)$$

Формула (12) является довольно общей. Если принять  $I_{\text{cont}} = 0$ , то тогда количество наблюдаемых линий в серии будет определяться действием только эффектов Штарка и Доплера [8]. При этом  $m_e = m_{S+D}$ , а

$$n_e = 7.7 \cdot 10^{22} (m_{S+D} + 1)^{-7.5} - 1.25 \cdot 10^7 n^{-3} (m_{S+D} + 1)^{-3} \xi^{3.2}. \quad (14)$$

Если к тому же и  $n_e = 0$ , то в этом случае  $m_e = m_D$  и тогда [18]

$$\lg(m_D + 1) = 3.51 + \lg n^{2.3} - \lg \xi^{1.3}. \quad (15)$$

При  $\xi = 0$ , а  $n_e \neq 0$ , с помощью (14) получаем формулу Инглса-Теллера, уточненную за счет ударного действия электронов [8]:

$$\lg n_e = 22.9 - 7.5 \lg(m_S + 1). \quad (16)$$



Аналогичную формулу можно получить, если использовать то, что центральная интенсивность предельно разрешаемой линии мало отличается от интенсивности континуума на границе серии, т. е.  $I_{m,2} = I_{e,2}(i_e)$ , [22]. В этом случае

$$n_e^{2/3} = 2.6 \cdot 10^{16} m^{-5} [(10 + 2.4 \gamma)^2 + \pi (\beta_D + 0.7 \gamma)^2]^{-1/2}. \quad (17)$$

Если можно пренебречь уширением линий эффектом Доплера ( $\beta_D \ll 1$ ) и принять, как и раньше,  $\gamma = 3.5$ , то получим

$$\lg n_e = 22.7 - 7.5 \lg m_S. \quad (18)$$

Эта формула в пределах точности теории и метода определения  $n_e$  совпадает с формулой (16). В третьем издании «Астрофизические величины» К. У. Аллен, со ссылкой на [23], рекомендует ее для определения электронной концентрации.

Если в выражении (7) при  $\xi = 0$  для полуширины линии  $\Delta\lambda_{1/2}(S)$  принять  $\gamma = 0$  (случай, соответствующий теории Хольтсмарка), то мы по существу получим формулу Инглиса-Теллера [8]:

$$\lg n_e = 23.3 - 7.5 \lg (m_S + 1). \quad (19)$$

Отличие этой формулы от формулы Инглиса—Теллера (1) состоит в основном в том, что здесь во втором члене справа стоит величина  $(m_S + 1)$ , а в (1) —  $m_S$ . Различия эти несущественны, тем более, что Инглис и Теллер считали свою формулу оценочной.

При определении электронной концентрации с помощью формулы (12) по номеру последней наблюдаемой линии  $m$ , необходимо знать следующие величины: вероятнейшую скорость атомов  $\xi$  и обобщенную меру эмиссии  $n_e^2 I T_e^{-3/2}$ , которые характеризуют интенсивности линий излучающей плазмы, а также интенсивность фонового излучения  $I_{cont}$ . Первые два параметра могут быть определены по контурам верхних членов водородных серий, а  $I_{cont}$  — в результате непосредственных измерений. Первое приближение для  $n_e$  может быть получено по формуле (16). Оно является заведомо завышенным. Более точное значение  $n_e$  дает формула (14). Оно может быть использовано при нахождении величины  $Q$ , необходимой для вычисления  $n_e$  с помощью (12) методом последовательных приближений.

Заметим, что в данном случае не учитывается переменность постоянной затухания  $\gamma$  вдоль контура линии [17]. В крыльях линий роль ударного уширения электронов уменьшается и они начинают производить такое же квазистатическое уширение, как и ионы. Для линий, верхний уровень которых определяется большим квантовым числом ( $m > 10$ ), ионы и

электроны производят одинаковое квазистатическое уширяющее действие уже на полуширинах. Поскольку значения  $\bar{\tau}$  для последних наблюдаемых линий близки к 3—4 единицам, то с помощью соотношений (7) нетрудно убедиться, что значения полуширин линий практически не различаются как при ударном, так и при квазистатическом уширяющем действии электронов. Форма контуров линий будет при этом несомненно разной. Однако при данных расчетах нас интересуют не контуры линий, а только их полуширины. Добиваться высокой точности в вычислениях полуширин линий нет особого смысла как из-за ограниченной точности теоретических расчетов [15], так и из-за того, что точность определения  $n_e$  рассматриваемым методом ограничена кратностью фиксирования величины  $m_e$ .

Для иллюстрации того, насколько важно производить учет всех рассмотренных выше факторов при определении  $n_e$ , мы приводим рис. 1. Пунктиром на нем дана зависимость номера предельно разрешаемой линии серии Бальмера от электронной концентрации, построенная по формуле Инглиса—Теллера. Зависимость заметно изменяется, если учесть уширяющее действие электронов на профили линий (верхняя тонкая линия). Значительно изменяется зависимость при учете дополнительного уширения линий эффектом Доплера.

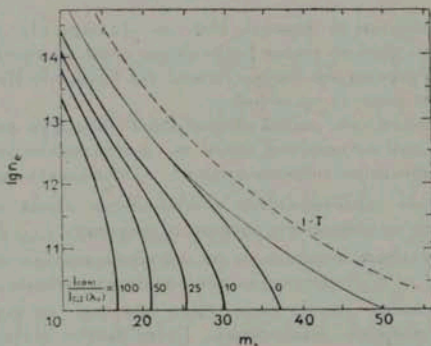


Рис. 1.

На рисунке касательная линия к верхней тонкой кривой соответствует замыканию линий при учете хаотических скоростей движения атомов ( $\xi = 2 \cdot 10^6$  см/сек,  $I_{\text{cont}} = 0$ ). При небольших значениях  $n_e$  замыкание линий обусловлено действием эффектов Штарка и Доплера. С увеличением  $n_e$  все большую роль в замыкании линии играет эффект Штарка. Место слияния двух кривых свидетельствует о том

что при данном  $\xi$  замывание линий обусловлено только эффектом Штарка. Толстыми линиями даны зависимости  $m_v$  от  $\lg n_e$  для нескольких значений интенсивности фонового излучения при  $\xi = 20 \text{ км/сек}$ . Из рисунка видно, что интересующие нас зависимости существенно меняются при наличии фонового излучения, которое необходимо учитывать при определении  $n_e$ . Так как зависимости  $m_v$  от  $n_e$  становятся более слабыми, то, следовательно, точность определения электронной концентрации в присутствии фонового излучения падает. В этом случае особенно существенным становится точное знание величин  $\xi$ ,  $n_e^2 T_e^{-3/2}$  и  $I_{\text{cont}}$ . Кроме этого, при существенных различиях между  $m_s$  и  $m_v$  определение  $n_e$  целесообразно производить не при фиксированном значении  $\gamma = 3.5$ , а для каждой линии вычислять свое  $\gamma$ . В этом случае

$$n_e = \frac{4.8 \cdot 10^{23} \left[ 0.5 - Q \frac{I_{\text{cont}}}{I_{c,n}(t_0)} \right]^{-3/2}}{(1 + 0.2\gamma)^{3/2} (m_v + 1)^{7.5}} - \frac{2.8 \cdot 10^7 \xi^{3/2}}{(1 + 0.2\gamma)^{3/2} n^3 (m_v + 1)^3}, \quad (20)$$

$$Q = 1.9 \cdot 10^{-18} (m_v + 1)^3 n_e^{2.3} [(10 + 2.4\gamma)^2 + \pi (\beta_D + 0.7\gamma)^2]^{1/2}. \quad (21)$$

С помощью формулы (20) вычислены значения  $I_{\text{cont}}/I_{c,n}(t_0)$  (табл. 1), при которых линии серии Бальмера с номерами  $m_v$  становятся последними наблюдаемыми при фиксированных  $n_e$  и  $\xi$  (см. также рис. 1). Значения относительной величины интенсивности фонового излучения, приведенные в табл. 1, представляют практический интерес. Для сравнения укажем, что бальмеровские линии солнечных протуберанцев, характеризующиеся небольшой величиной меры эмиссии, наблюдаются на фоне рассеянного света неба при  $I_{\text{cont}}/I_{c,2}(t_0) = 2 \div 200$ , а наблюдение солнечных вспышек, проектирующихся на диск Солнца, производится при  $I_{\text{cont}}/I_{c,2}(t_0) = 10 \div 400$ . Безусловно, при больших значениях этого отношения может оказаться, что эффект Штарка в замывании далеких членов серии уже не играет заметной роли и тогда определение  $n_e$  становится невозможным. В тех же случаях, когда определение электронной концентрации возможно, следует помнить, что точность вычисления  $n_e$  существенно зависит от точности знания других параметров, входящих в используемые формулы.

Авторы выражают искреннюю благодарность И. С. Кондрашовой, Л. А. Стасюк и В. А. Остапенко за помощь, оказанную при выполнении данной работы.

Астрономическая обсерватория  
Киевского университета





BLURRING OF LINES BEFORE THE LIMIT OF  
HYDROGEN SERIES

L. N. KUROCHKA, L. B. RIBKO

A formula is obtained for the determination of the electron density in hydrogen plasmas from the number of the last visible series line.

This formula is derived for the case of line broadening by Stark (ions + electrons) and Doppler effects, the observations carrying out with the background radiation decreasing the line contrast.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *M. Sugita*, Proc. Phys. Math. Soc. (Japan), 16, 254, 1934.
2. *D. R. Inglis, E. Teller*, Ap. J., 90, 439, 1939.
3. *A. Unsold*, Z. Astrophys., 24, 355, 1948.
4. *G. Ecker, W. Weizel*, Ann. Phys., 17, 126, 1956.
5. *H. Margenan, M. Lewis*, Rev. Mod. Phys., 31, 569, 1959.
6. *Г. С. Иванов-Холодный, Г. М. Никольский, Р. А. Гуляев*, Астрон. ж., 37, 799, 1960; 38, 455, 1961.
7. *C. R. Vidal*, J. Q. S. R. T., 4, 207, 1964; 6, 575, 1966.
8. *Л. Н. Курочка*, Астрон. ж., 44, 368, 1967; 51, 892, 1974.
9. *V. Vujnovic*, J. Q. S. R. T., 10, 929, 1970.
10. *S. Barcza*, Astrophys. Space Sci., 13, 36, 1971.
11. *Z. Svestka, L. D. de Feiter*, Space Sci. Rev., 13, 824, 1972.
12. *F. L. Mohler*, Ap. J., 90, 429, 1939.
13. *Г. С. Иванов-Холодный*, Астрон. ж., 36, 589, 1959.
14. *Ч. Каули*, Теория звездных спектров, Мир, М., 1974.
15. *Г. Грим*, Спектроскопия плазмы, Атомиздат, М., 1969.
16. *И. И. Собельман*, Введение в теорию атомных спектров, Госиздат, М., 1963.
17. *В. С. Лисица*, УФН, 122, 449, 1977.
18. *Л. Н. Курочка*, Астрофизика, 2, 131, 1966.
19. *Rayleigh*, Phil. Mag., 8, 261, 1879.
20. *Л. А. Минаева, И. И. Собельман*, J. Q. S. R. T., 8, 783, 1968.
21. *Л. А. Минаева*, Астрон. ж., 45, 578, 1968.
22. *Л. Н. Курочка*, Солнечные данные, № 6, 90, 1977.
23. *L. N. Kurochka, L. B. Maslennikova*, Solar Phys., 11, 33, 1970.