

ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

Н. Х. Арутюнян, М. М. Манукян

Ползучесть составных цилиндрических труб

В настоящей работе рассматривается задача о равновесии составной цилиндрической трубы, находящейся под воздействием внутреннего и внешнего равномерного давления с учетом ползучести и изменения модуля мгновенной деформации материала. Такие трубы (как железобетонные, составные металлические или деревянные и др.) часто применяются как важные конструктивные элементы в технике. Решение будем проводить в рамках плоской задачи на примере двухслойной цилиндрической трубы, рассматривая ее как тело, состоящее из двух отдельных полых цилиндров с различными материалами, при условии полного слипа их соприкасающихся поверхностей.

Общее решение этой задачи в линейной постановке было дано в работе [1].

Ниже мы приводим решение рассматриваемой задачи, основываясь на нелинейной теории ползучести, развитой в вышеуказанной работе [1].

М. И. Розовским [2] дано решение задачи о равновесии однородной цилиндрической оболочки, находящейся под воздействием внешнего давления с учетом только ползучести материала. При этом решение задачи получено способом последовательных приближений. Этот же метод применяется и в настоящей работе.

§ 1. Постановка задачи

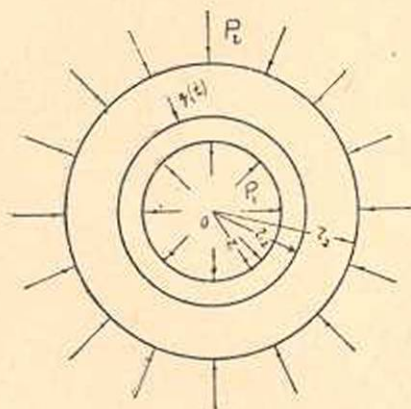
Рассмотрим круглую цилиндрическую трубу, состоящую из двух отдельных полых цилиндров с различными материалами, спаянных по поверхности их соприкосновения. Пусть по внутренней и внешней поверхностям трубы приложены равномерные радиальные давления с интенсивностью p_1 и p_2 .

Обозначим радиусы двухслойной цилиндрической трубы через r_1 , r_{12} и r_2 , причем $r_1 < r_{12} < r_2$ (фиг. 1).

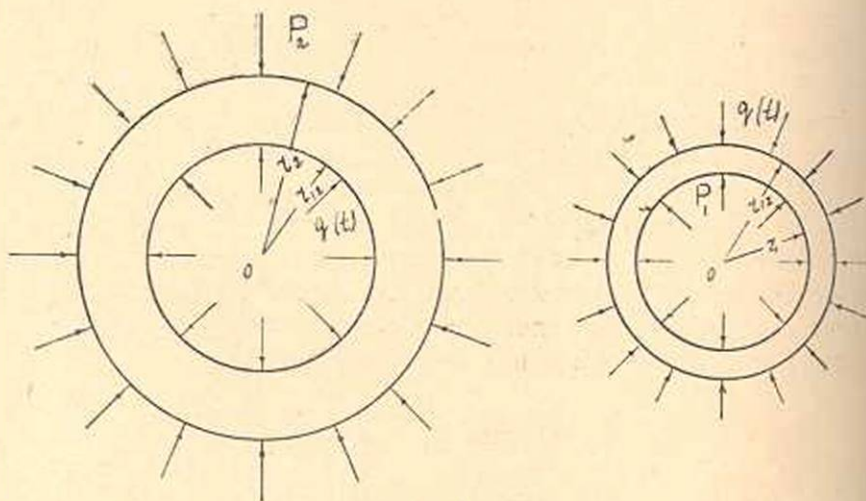
В условиях совместной работы двух цилиндрических тел между ними возникнут радиальные силы взаимодействия интенсивностью $q(t)$, (фиг. 2). При этом, в силу симметрии, касательные напряжения будут равны нулю.

Рассмотрим равновесие каждого слоя в отдельности. На внутренний слой трубы действуют силы p_1 и $q(t)$, а на внешний — $q(t)$ и p_2 .

Не нарушая общности, можно допустить, что ползучесть материала одного из слоев трубы, как, например, внутреннего, по сравнению с ползучестью материала другого слоя незначительна и можно ею пренебречь. Такое положение имеет место, например, в случае железобетонных труб или деревянных с металлической рубашкой и др.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

§ 2. Определение напряжений и перемещений во внутреннем слое трубы

Рассмотрим вначале равновесие внутреннего слоя трубы, принимая его как полый цилиндр, находящийся под воздействием силы p_1 с внутренней стороны и силы $q(t)$ — с внешней стороны.

Пусть $\sigma_r^{(1)}$ и $\sigma_\varphi^{(1)}$ — радиальное и поперечное напряжения во внутреннем слое трубы, а $\varepsilon_r^{(1)} = \frac{du^{(1)}}{dr}$, $\varepsilon_\varphi^{(1)} = \frac{u^{(1)}}{r}$ — соответствующие дефор-

мации, выраженные через радиальное перемещение $u^{(1)}$. Осевой деформацией трубы пренебрегаем.

Тогда для определения напряжений во внутреннем слое и его радиальных перемещений согласно формулам Ляме получим следующие выражения

$$\sigma_r^{(1)} = \frac{p_1 - q(t) \delta^2}{\delta^2 - 1} - \frac{p_1 - q(t)}{\delta^2 - 1} \cdot \frac{r_{12}^2}{r^2}, \quad (2.1)$$

$$\sigma_\varphi^{(1)} = \frac{p_1 - q(t) \delta^2}{\delta^2 - 1} + \frac{p_1 - q(t)}{\delta^2 - 1} \cdot \frac{r_{12}^2}{r}, \quad (2.2)$$

$$u^{(1)} = \frac{1 - \nu^{(1)}}{E^{(1)}} \frac{p_1 - q(t) \delta^2}{\delta^2 - 1} r + \frac{1 + \nu^{(1)}}{E^{(1)}} \frac{[p_1 - q(t)] r_{12}}{\delta^2 - 1} \frac{r_{12}}{r}. \quad (2.3)$$

Здесь $q(t)$ — пока неизвестная функция времени t ,

$E^{(1)}$ — модуль деформации материала внутреннего слоя,

$\nu^{(1)}$ — коэффициент Пуассона материала внутреннего слоя,

$$\delta = \frac{r_{12}}{r_1} \gg 1.$$

§ 3. Основные уравнения нелинейной теории ползучести

Рассмотрим вначале основные уравнения нелинейной теории ползучести, а затем перейдем к определению напряженного состояния внешнего слоя трубы.

Как известно [1, 3], основные уравнения нелинейной теории ползучести, в случае пространственного напряженного состояния, можно получить, если принять за основу теорию малых упруго-пластических деформаций.

Зависимость между напряжениями и деформациями в теории малых упруго-пластических деформаций, когда сжимаемостью материала можно пренебречь, выражается формулами [4]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x - \sigma &= \frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i} \varepsilon_x, \quad \tau_{xy} = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i} \gamma_{xy}, \\ \sigma_y - \sigma &= \frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i} \varepsilon_y, \quad \tau_{xz} = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i} \gamma_{xz}, \\ \sigma_z - \sigma &= \frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i} \varepsilon_z, \quad \tau_{yz} = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i} \gamma_{yz}, \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

где $\sigma = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$, а σ_i, ε_i — интенсивности тензора напряжений и тензора деформации, соответственно равные

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\tau_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)}, \quad (3.2)$$

$$\varepsilon_i = \frac{V}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2} (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)}. \quad (3.3)$$

Примем, что интенсивности тензора напряжения σ_i и тензора деформации ε_i при объемном напряженном состоянии связаны между собой той же зависимостью, что и напряжения и деформации в одномерной задаче, а именно [1]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_i(t) = & \frac{\sigma_i(t)}{3G(t)} - \int_{\tau_1}^t \sigma_i(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{3G(\tau)} \right] d\tau - \\ & - \int_{\tau_1}^t f[\sigma_i(\tau)] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \end{aligned} \quad (3.4)$$

где $C(t, \tau)$ — мера ползучести материала,

t — координата времени,

τ_1 — время приложения нагрузки,

$G(t)$ — мгновенный модуль сдвига материала,

$f[\sigma_i(t)]$ — некоторая функция от $\sigma_i(t)$, характеризующая нелинейную зависимость между напряжениями и деформациями ползучести для данного материала, получаемая из опыта.

Функция $f[\sigma_i(t)]$ должна удовлетворять условию $f(1) = 1$. В соотношении (3.4) принято также, что материал внешнего слоя трубы несжимаем.

Предположим, что мгновенный модуль сдвига постоянен и равен G_0 , тогда соотношение (3.4) примет следующий вид:

$$\varepsilon_i(t) = \frac{\sigma_i(t)}{3G_0} - \int_{\tau_1}^t f[\sigma_i(\tau)] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (3.5)$$

§ 4. Определение напряжений и деформаций во внешнем слое

Рассмотрим внешний слой трубы как полый цилиндр, по внутренней и внешней поверхностям которого действуют соответственно усилия $q(t)$ и P_2 . Примем, что мгновенный модуль сдвига постоянен и равен G_0 .

Пусть $\sigma_r^{(2)}(t, r)$ и $\sigma_\varphi^{(2)}(r, t)$ — радиальное и поперечное напряжения во внешнем слое, $\varepsilon_r^{(2)}(r, t) = \frac{du^{(2)}}{dr}$, $\varepsilon_\varphi^{(2)}(r, t) = \frac{u^{(2)}}{r}$ — соответствующие деформации, выраженные через радиальное перемещение $u^{(2)}$. Осевой деформацией пренебрегаем.

Принимая, что материал внешнего слоя трубы несжимаем, получим

$$\frac{du^{(2)}}{dr} + \frac{u^{(2)}}{r} = 0. \quad (4.1)$$

Из соотношения (4.1) следует

$$\varepsilon_r^{(2)}(r, t) = -\varepsilon_\varphi^{(2)}(r, t) = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{r_{12}^2}{r^2} \alpha(t), \quad (4.2)$$

где $\alpha(t)$ — пока неизвестная функция только времени t .

Из соотношений (3.3) и (4.2) находим

$$\varepsilon_i^{(2)}(t) = \frac{r_{12}^2}{r^2} \alpha(t), \quad (4.3)$$

где $\varepsilon_i^{(2)}(t)$ — интенсивность тензора деформации материала внешнего слоя трубы.

Неизвестную функцию $\alpha(t)$ можно определить, пользуясь граничными условиями задачи:

$$\sigma_r^{(2)}(r_{12}, t) = q(t), \quad \sigma_r^{(2)}(r_2, t) = p_2. \quad (4.4)$$

Из уравнений (3.1) получим

$$\sigma_r^{(2)}(r, t) - \sigma_\varphi^{(2)}(r, t) = -\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_i^{(2)}(t), \quad (4.5)$$

где $\sigma_i^{(2)}(t)$ — интенсивность тензора напряжений материала внешнего слоя трубы.

Внося (4.5) в уравнение равновесия

$$\frac{d\sigma_r^{(2)}}{dr} + \frac{\sigma_r^{(2)} - \sigma_\varphi^{(2)}}{r} = 0, \quad (4.6)$$

и интегрируя ее в пределах от r_{12} до r , получим

$$\sigma_r^{(2)}(r, t) = q(t) - \frac{2}{\sqrt{3}} \int_{r_{12}}^r \frac{\sigma_i^{(2)}(x, t)}{x} dx. \quad (4.7)$$

Полагая в (4.7) $r = r_2$ и принимая во внимание (4.4), находим

$$q(t) = p_2 + \frac{2}{\sqrt{3}} \int_{r_{12}}^{r_2} \frac{\sigma_i^{(2)}(x, t)}{x} dx. \quad (4.8)$$

Подставляя значение $\varepsilon_i^{(2)}(t)$ из (4.3) в (3.5), получим для $\sigma_i^{(2)}(t)$ следующее выражение:

$$\sigma_i^{(2)}(t) - 3G^{(2)} \int_{\tau_1}^t f[\varepsilon_i^{(2)}(\tau)] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau = 3G^{(2)} \frac{r_{12}^2}{r^2} \alpha(t), \quad (4.9)$$

где $G^{(2)} = \text{const}$ — модуль сдвига материала внешнего слоя трубы.

Таким образом, задача определения напряжений и деформаций

двухслойной цилиндрической трубы, находящейся под воздействием внутреннего и внешнего равномерных давлений, с учетом нелинейной ползучести внешнего слоя материала сводится к определению трех неизвестных функций: $\sigma_i^{(2)}(t)$, $\alpha(t)$ и $q(t)$.

Функцию $\sigma_i^{(2)}$ можно определить, интегрируя нелинейное интегральное уравнение (4.9), а $\alpha(t)$ и $q(t)$ — пользуясь соотношением (4.8) и условиями совместной работы двух слоев цилиндрической трубы.

Точное решение нелинейного интегрального уравнения (4.9) связано с непреодолимой трудностью, поэтому это уравнение будем решать способом последовательных приближений. Решение будем искать в форме

$$\sigma_i^{(2)}(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_{i,n}^{(2)}(t), \quad (4.10)$$

где

$$\sigma_{i,0}^{(2)}(t) = 3G^{(2)} \frac{r_{12}^2}{r^2} \alpha(t), \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{i,1}^{(2)}(t) = & 3G^{(2)} \frac{r_{12}^2}{r^2} \alpha(t) + \\ & + 3G^{(12)} \int_{\tau_1}^t f[\sigma_{i,0}^{(2)}(\tau)] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{i,n}^{(2)}(t) = & 3G^{(2)} \frac{r_{12}^2}{r^2} \alpha(t) + \\ & + 3G^{(2)} \int_{\tau_1}^t f[\sigma_{i,n-1}^{(2)}(\tau)] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Пользуясь классическими методами теории интегральных уравнений, можно при довольно общих ограничениях для функций $f[\sigma_i^{(2)}]$ доказать, что эти последовательные приближения равномерно сходятся к $\sigma_i^{(2)}(t)$ и что $\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_{i,n}^{(2)}(t) = \sigma_i^{(2)}(t)$ представляет собою решение уравнения (4.9).

Отметим, что в общем случае отыскание этим методом последовательных приближений связано с большими трудностями. Поэтому при решении практических задач можно ограничиваться двумя первыми приближениями, так как они дают достаточно хорошие результаты.

Полагаем, что $f[\sigma^{(2)}]$ является степенной функцией вида

$$f[\sigma^{(2)}] = k_1 \sigma^{(2)} + k_2 [\sigma^{(2)}]^m, \quad (4.14)$$

Здесь $\sigma^{(2)}$ — напряжение материала внешнего слоя трубы,

k_1, k_2, m — некоторые постоянные параметры, определяемые из опыта, при этом

$$f(1) = k_1 + k_2 = 1.$$

Такой вид функции $f[\sigma^{(2)}]$ характерен тем, что он обладает достаточной общностью и хорошо описывает экспериментальные кривые ползучести при высоких напряжениях $\left(\sigma^{(2)} > \frac{R}{2}\right)$ для ряда материалов, как, например, бетон [5] и др.

Заметим, что если в зависимости (4.14) параметр k_2 мал, то функция $f[\sigma^{(2)}]$ будет характеризовать кривые ползучести материала, обладающего слабой нелинейностью.

В рассмотренном случае имеем

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma^{(2)}, \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0, \\ \varepsilon_1 &= \varepsilon^{(2)}, \quad \varepsilon_2 = -\frac{1}{2}\varepsilon^{(2)}, \quad \varepsilon_3 = -\frac{1}{2}\varepsilon^{(2)} \end{aligned} \right\} \quad (4.15)$$

где $\varepsilon^{(2)}$ — линейная деформация материала внешнего слоя трубы.

Пользуясь соотношениями (4.15) и (3.2) выражения (4.14) можно записать в виде

$$f[\sigma_i^{(2)}] = k_1 \sigma_i^{(2)} + k_2 [\sigma_i^{(2)}]^m. \quad (4.16)$$

Тогда первое приближение уравнения (4.9) примет вид

$$\begin{aligned} \sigma_{i,1}^{(2)}(t) &= 3G^{(2)} \frac{r_{12}^2}{r^2} \alpha(t) + \\ &+ 3G^{(2)} \int_{\tau_1}^t \left\{ 3G^{(2)} k_1 \frac{r_{12}^2}{r^2} \alpha(\tau) + k_2 \left[3G^{(2)} \frac{r_{12}^2}{r^2} \alpha(\tau) \right]^m \right\} \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \end{aligned} \quad (4.17)$$

Из (4.8) и (4.10) следует

$$q(t) = P_2 + \frac{2}{V^3} \int_{r_{12}}^r \lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_{i,n}^{(2)}(x, t) \frac{dx}{x}. \quad (4.18)$$

Подставляя (4.17) в (4.18) и принимая $n=1$, получим для определения $\alpha(t)$ следующее интегральное уравнение

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= a_1 [q(t) - P_2] - \\ &- \int_{\tau_1}^t \left\{ 3G^{(2)} k_1 \alpha(\tau) + b_1 [\alpha(\tau)]^m \right\} \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \end{aligned} \quad (4.19)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{V^3}{3G^{(2)}} \frac{\beta^2}{\beta^2 - 1}, \\ b_1 &= \frac{[3G^{(2)}]^m}{m} \frac{\beta^2}{\beta^2 - 1} \frac{\beta^{2m} - 1}{\beta^{2m}} k_2, \\ \beta &= \frac{r_2}{r_{12}}, \end{aligned} \right\} \quad (4.20)$$

Из уравнения (4.19) нужно исключить неизвестную функцию $q(t)$. Для этого достаточно воспользоваться условиями совместной работы двух слоев трубы.

Условия совместности радиальных перемещений в соприкасающихся поверхностях двух слоев цилиндрической трубы будут

$$u^{(2)}|_{r=r_{12}} = u^{(1)}|_{r=r_{12}}. \quad (4.21)$$

В силу соотношений (2.3) и (4.2) из (4.21) получим

$$q(t) = a_2 + b_2 \alpha(t), \quad (4.22)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_2 &= \frac{2P_1}{[1-\nu^{(1)}]\delta^2 + 1 + \nu^{(1)}}, \\ b_2 &= \frac{\sqrt{3}}{2} E^{(1)} \frac{\delta^2 - 1}{[1-\nu^{(1)}]\delta^2 + 1 + \nu^{(1)}}, \\ \delta &= \frac{r_{12}}{r_1}. \end{aligned} \right\} \quad (4.23)$$

Подставляя значение $q(t)$ из (4.22) в (4.19), находим

$$\alpha(t) = A - B \int_{\tau_1}^t \left\{ 3G^{(2)} k_1 \alpha(\tau) + b_1 [\alpha(\tau)]^m \right\} \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (4.24)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{a_1(a_2 - P_2)}{1 - a_1 b_2}, \\ B &= \frac{1}{1 - a_1 b_2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.25)$$

Уравнение (4.24) опять будем решать способом последовательных приближений. Решение будет

$$\alpha(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n(t), \quad (4.26)$$

где

$$\alpha_0 = A, \quad (4.27)$$

$$\alpha_1(t) = A - B \int_{\tau_1}^t \left\{ 3G^{(2)} k_1 \alpha_0 + b_1 [\alpha_0]^m \right\} \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \quad (4.28)$$

$$\alpha_n(t) = A -$$

$$- B \int_{\tau_1}^t \left\{ 3G^{(2)} k_1 \alpha_{n-1}(\tau) + b_1 [\alpha_{n-1}(\tau)]^m \right\} \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \quad (4.29)$$

Здесь можно построить формулу, дающую приближенное значение для $\alpha(t)$, непосредственно через меру ползучести $C(t, \tau)$ при любом n .

Однако, при определении $\alpha(t)$, мы также ограничимся первым приближением, так как для $\sigma_r^{(2)}(t)$ было взято только первое приближение.

Первому приближению уравнения (4.24) можно придать следующий вид

$$\alpha_1(t) = A \{ 1 + B [3G^{(2)}k_1 + b_1 A^{m-1}] C(t, \tau_1) \}. \quad (4.30)$$

Подставляя значение $\alpha_1(t)$ из (4.30) в (4.17), получим

$$\begin{aligned} \sigma_{r,1}^{(2)}(t) = & 3G^2 \frac{r_{12}^2}{r^2} \psi_1(t) + \\ & + V\sqrt{3} \frac{r_{12}^2}{r^2} \psi_2(t) + V\sqrt{3} m \left(\frac{r_{12}}{r} \right)^{2m} \psi_3(t), \end{aligned} \quad (4.31)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \psi_1(t) &= A \{ 1 + B [3G^{(2)}k_1 + b_1 A^{m-1}] C(t, \tau_1) \}, \\ \psi_2(t) &= \frac{k_1}{V\sqrt{3}} [3G^{(2)}] \int_{\tau_1}^t \psi_1(\tau) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \\ \psi_3(t) &= \frac{k_2}{V\sqrt{3} m} [3G^{(2)}]^{m+1} \int_{\tau_1}^t [\psi_1(\tau)]^m \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \end{aligned} \right\} \quad (4.32)$$

Подставляя (4.31) в формулу (4.7) и пользуясь соотношениями (4.22) и (4.30), получим следующее выражение для радиального напряжения $\sigma_r^{(2)}$ во внешнем слое трубы:

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(2)}(r, t) = & a_2 + \left[b_2 - \frac{3G^{(2)}}{V\sqrt{3}} \left(1 - \frac{r_{12}^2}{r^2} \right) \right] \psi_1(t) - \\ & - \left(1 - \frac{r_{12}^2}{r^2} \right) \psi_2(t) - \left[1 - \left(\frac{r_{12}}{r} \right)^{2m} \right] \psi_3(t). \end{aligned} \quad (4.33)$$

Пользуясь формулами (4.5), (4.31) и (4.33), для поперечного напряжения $\sigma_\varphi^{(2)}$ во внешнем слое трубы находим

$$\begin{aligned} \sigma_\varphi^{(2)}(r, t) = & a_2 + \left[b_2 - \frac{3G^{(2)}}{V\sqrt{3}} \left(1 - 3 \frac{r_{12}^2}{r^2} \right) \right] \psi_1(t) - \\ & - \left(1 - 3 \frac{r_{12}^2}{r^2} \right) \psi_2(t) - \left[1 - (1 + 2m) \left(\frac{r_{12}}{r} \right)^{2m} \right] \psi_3(t). \end{aligned} \quad (4.34)$$

Исходя из (4.2) и учитывая (4.30) получим для деформации внешнего слоя трубы следующие выражения:

$$\varepsilon_r^{(2)}(r, t) = -\varepsilon_\varphi^{(2)}(r, t) = \frac{V\sqrt{3}}{2} \frac{r_{12}^2}{r^2} \psi_1(t). \quad (4.35)$$

Из (4.33) и (4.34) следует, что значения напряжений $\sigma_r^{(2)}(r, t)$ и $\sigma_\varphi^{(2)}(r, t)$ в первом приближении характеризуются тремя временными параметрами, которые определяются с помощью заданной меры ползучести материала внешнего слоя трубы $C(t, \tau)$. А из (4.35) следует, что изменения деформаций $\varepsilon_r^{(2)}(r, t)$ и $\varepsilon_\varphi^{(2)}(r, t)$ во времени характеризуются лишь одним временным параметром.

Подставляя значение $q(t)$ из (4.22) в соотношения (2.1), (2.2) и (2.3), найдем следующие выражения для напряжений и радиальных перемещений в материале внешнего слоя трубы

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^{(1)}(r, t) &= \frac{1}{\delta^2 - 1} \left[\left(1 - \frac{r_{12}^2}{r^2} \right) P_1 - \left(\delta^2 - \frac{r_{12}^2}{r^2} \right) (a_2 + b_2 \psi_1(t)) \right], \\ \sigma_\varphi^{(1)}(r, t) &= \frac{1}{\delta^2 - 1} \left[\left(1 + \frac{r_{12}^2}{r^2} \right) P_1 - \left(\delta^2 + \frac{r_{12}^2}{r^2} \right) (a_2 + b_2 \psi_1(t)) \right], \\ u^{(1)}(r, t) &= \frac{r}{\delta^2 - 1} \left[\frac{1 - \nu^{(1)}}{E^{(1)}} + \frac{1 + \nu^{(1)}}{E^{(1)}} \left(\frac{r_{12}^2}{r^2} \right) \right] [P_1 - a_2 - b_2 \psi_1(t)]. \end{aligned} \right\} \quad (4.36)$$

§ 5. Определение напряжений и деформаций во внешнем слое с учетом нелинейной ползучести и изменяемости мгновенного модуля сдвига материала

Рассмотрим общий случай, когда мгновенный модуль сдвига зависит от времени t , т. е.

$$G^{(2)} = G^{(2)}(t). \quad (5.1)$$

Подставляя значение $\varepsilon_i^{(2)}(t)$ из (4.3) в (3.4), получим

$$\begin{aligned} \sigma_i^{(2)}(t) - 3G^{(2)}(t) \int_{\tau_1}^t \left\{ \sigma_i(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{3G^{(2)}(\tau)} \right] + \right. \\ \left. + f[\varepsilon_i^{(2)}(\tau)] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \right\} d\tau = 3G^{(2)}(t) \frac{r_{12}^2}{r^2} \alpha(t). \end{aligned} \quad (5.2)$$

Пользуясь соотношением (4.16), можно этому уравнению придать следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_i^{(2)}(t) - 3G^{(2)}(t) \int_{\tau_1}^t \left\{ \sigma_i(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{3G^{(2)}(\tau)} \right] + \right. \\ \left. + [k_1 \sigma_i^{(2)}(\tau) + k_2 (\sigma_i^{(2)}(\tau))^m] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \right\} d\tau = \\ = 3G^{(2)}(t) \frac{r_{12}^2}{r^2} \alpha(t). \end{aligned} \quad (5.3)$$

Первое приближение этого уравнения будет

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^{(1)}(t) = & 3G^{(2)}(t) \frac{r_{12}^2}{r^2} \alpha(t) + \\ & + 3G^{(2)}(t) \int_{\tau_1}^t \left\{ 3G^{(2)}(\tau) \frac{r_{12}^2}{r^2} \alpha(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{3G^{(2)}(\tau)} \right] + \right. \\ & + \left[3G^{(2)}(\tau) k_1 \frac{r_{12}^2}{r^2} \alpha(\tau) + \right. \\ & \left. \left. + k_2 \left(3G^{(2)}(\tau) \frac{r_{12}^2}{r^2} \alpha(\tau) \right)^m \right] \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \right\} d\tau. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Подставляя (5.4) в (4.18) и принимая $n=1$, получим для определения $\alpha(t)$ следующее интегральное уравнение

$$\begin{aligned} \alpha(t) = & a_1(t) [q(t) - P_2] - \\ & - \int_{\tau_1}^t \left\{ 3G^{(2)}(\tau) \alpha(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{3G^{(2)}(\tau)} \right] + \right. \\ & + 3G^{(2)}(\tau) k_1 \alpha(\tau) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} + \\ & \left. + b_1 [3G^{(2)}(\tau) \alpha(\tau)]^m \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \right\} d\tau, \end{aligned} \quad (5.5)$$

где

$$\begin{aligned} a_1(t) = & \frac{\sqrt{3}}{3G^{(2)}(t)} \cdot \frac{\beta^2}{\beta^2 - 1}, \\ b_1 = & \frac{1}{m} \frac{\beta}{\beta^2 - 1} \frac{\beta^{2m} - 1}{\beta^{2m}} k_2, \\ \beta = & \frac{r_2}{r_{12}}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Подставляя значение $q(t)$ из (4.22) в (5.5), находим

$$\begin{aligned} \alpha(t) = & A(t) - B(t) \int_{\tau_1}^t \left\{ 3G^{(2)}(\tau) \alpha(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{3G^{(2)}(\tau)} \right] + \right. \\ & + 3G^{(2)}(\tau) k_1 \alpha(\tau) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} + b_1 [3G^{(2)}(\tau) \alpha(\tau)]^m \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \left. \right\} d\tau, \end{aligned} \quad (5.7)$$

где

$$A(t) = \frac{a_1(t)(a_2 - P_2)}{1 - a_1(t)b_2}, \quad (5.8)$$

$$B(t) = \frac{1}{1 - a_1(t)b_2}.$$

a_2, b_2 — определяются соотношениями (4.23).

Первому приближению уравнения (5.7) можно придать следующий вид

$$\begin{aligned} \alpha_1(t) = A(t) - B(t) \int_{\tau_1}^t \left\{ 3G^{(2)}(\tau) A(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{3G^{(2)}(\tau)} \right] + \right. \\ \left. + 3G^{(2)}(\tau) k_1 A(\tau) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} + b_1 [3G^{(2)}(\tau) A(\tau)]^m \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \right\} d\tau. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Подставляя значение $\alpha_1(t)$ из (5.9) в (5.4), получим

$$\sigma_{r1}^{(2)}(t) = 3G^{(2)}(t) \frac{r_{12}^2}{r^2} \chi_1(t) + \sqrt{3} \frac{r_{12}^2}{r^2} \chi_2(t) + \sqrt{3} m \left(\frac{r_{12}}{r} \right)^{2m} \chi_3(t), \quad (5.10)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \chi_1(t) &= A(t) - B(t) \int_{\tau_1}^t \left\{ 3G^{(2)}(\tau) A(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{3G^{(2)}(\tau)} \right] + \right. \\ &\quad \left. + 3G^{(2)}(\tau) A(\tau) k_1 \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} + b_1 [3G^{(2)}(\tau) A(\tau)]^m \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} \right\} d\tau, \\ \chi_2(t) &= \frac{G^{(2)}(t)}{\sqrt{3}} \int_{\tau_1}^t \chi_1(\tau) \left\{ 3G^{(2)}(\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\frac{1}{3G^{(2)}(\tau)} + k_1 C(t, \tau) \right] \right\} d\tau, \\ \chi_3(t) &= \frac{k_2 G^{(2)}(t)}{\sqrt{3} m} \int_{\tau_1}^t [\chi_1(\tau)]^m [3G^{(2)}(\tau)]^m \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \end{aligned} \right\} \quad (5.11)$$

Подставляя (5.10) в формулу (4.7) и пользуясь соотношениями (4.22) и (5.9) получим следующее выражение для радиального напряжения $\sigma_r^{(2)}(r, t)$ во внешнем слое трубы:

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(2)}(r, t) = a_2 + \left[b_2 - \frac{3G^{(2)}(t)}{\sqrt{3}} \left(1 - \frac{r_{12}^2}{r^2} \right) \right] \chi_1(t) - \\ - \left(1 - \frac{r_{12}^2}{r^2} \right) \chi_2(t) - \left[1 - \left(\frac{r_{12}}{r} \right)^{2m} \right] \chi_3(t). \end{aligned} \quad (5.12)$$

Пользуясь формулами (4.5), (5.10) и (5.12), для поперечного напряжения $\sigma_r^{(2)}(r, t)$ материала во внешнем слое трубы находим

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(2)}(r, t) = a_2 + \left[b_2 - \frac{3G^{(2)}(t)}{\sqrt{3}} \left(1 - 3 \frac{r_{12}^2}{r^2} \right) \right] \chi_1(t) - \\ - \left(1 - 3 \frac{r_{12}^2}{r^2} \right) \chi_2(t) - \left[1 - (1+m) \left(\frac{r_{12}}{r} \right)^{2m} \right] \chi_3(t). \end{aligned} \quad (5.13)$$

Исходя из (4.2) и учитывая (6.9), получим для деформации внешнего слоя трубы следующие выражения

$$\varepsilon_r^{(2)}(r, t) = -\varepsilon_\varphi^{(2)}(r, t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{r^2}} \frac{r_{12}^2}{r^2} \chi_1(t). \quad (5.14)$$

Подставляя значение $q(t)$ из (4.22) в соотношения (2.1), (2.2) и (2.3), найдем следующие выражения для напряжений и радиальных перемещений в материале внешнего слоя трубы

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^{(1)}(r, t) &= \frac{1}{\delta^2 - 1} \left[\left(1 - \frac{r_{12}^2}{r^2} \right) P_1 - \left(\delta^2 - \frac{r_{12}^2}{r^2} \right) (a_2 + b_2 \chi_1(t)) \right], \\ \sigma_\varphi^{(1)}(r, t) &= \frac{1}{\delta^2 - 1} \left[\left(1 + \frac{r_{12}^2}{r^2} \right) P_1 - \left(\delta^2 + \frac{r_{12}^2}{r^2} \right) (a_2 + b_2 \chi_1(t)) \right], \\ u^{(1)}(r, t) &= \frac{r}{\delta^2 - 1} \left[\frac{1 - \sqrt{1}}{E^{(1)}} + \frac{1 + \sqrt{1}}{E^{(1)}} \left(\frac{r_{12}}{r} \right)^2 \right] [P_1 - a_2 - b_2 \chi_1(t)]. \end{aligned} \right\} \quad (5.15)$$

В частном случае, когда $G^{(2)}(t) = G^{(2)} = \text{const}$, формулы (5.10)–(5.15) тождественно совпадают с формулами (4.31)–(4.36).

§ 6. Железобетонная труба

В качестве приложения вышеизложенной теории, рассмотрим железобетонную трубу, находящуюся под воздействием внутреннего равномерного давления с учетом нелинейной ползучести бетона. Железобетонную трубу будем рассматривать состоящей из двух слоев: из арматуры и бетона. При решении этой задачи будем для общности считать эти цилиндры толстостенными, хотя обычно для облегчения расчетов арматуру считают тонкостенной.

Обозначим наружный и внутренний радиусы арматуры через a и c , бетона — b и a , причем $c < a < b$ (фиг. 3), радиальное и поперечное напряжения в арматуре — σ_{ar} и $\sigma_{a\varphi}$, соответствующие деформации — ε_{ar} и $\varepsilon_{a\varphi}$, радиальное перемещение — u_a . Аналогично, для бетона соответственно обозначим σ_{br} , $\sigma_{b\varphi}$, ε_{br} , $\varepsilon_{b\varphi}$, и u_b .

Рассмотрим следующий численный пример.

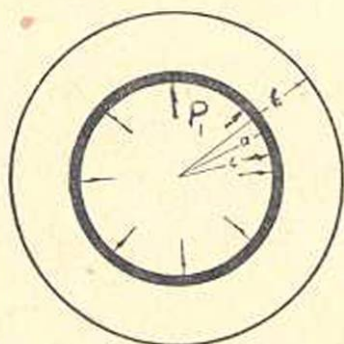
Пусть характеристики меры ползучести бетона будут [1]

$$C(t, \tau) = \left(\frac{4,82}{\tau} + 0,9 \right) \left[1 - e^{-0,026(t-\tau)} \right] 10^{-5} \frac{\text{с.м}^2}{\text{кг}}, \quad (6.1)$$

причем

$$G_1 = 0,7 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2; \quad E_a = 2 \cdot 10^6 \text{ кг/см}^2; \quad \nu_a = 0,3; \quad \tau_1 = 28 \text{ дням};$$

$$\beta = \frac{b}{a} = 1,5; \quad \delta = \frac{c}{a} = 1,003,$$



Фиг. 3.

где

G_b — модуль сдвига бетона,

E_a — модуль деформации арматуры,

ν_a — коэффициент Пуассона арматуры.

Для функции $f[\sigma_b]$ примем следующие выражения:

$$f[\sigma_b] = 0,99 \sigma_b + 0,01 \sigma_b^2, \quad (6.2)$$

где σ_b — напряжение бетона.

Деформации бетона в точках $r = a$ и $r = b$ согласно (4.35) будут выражаться следующими формулами:

$$\varepsilon_{br}(a, t) = -\varepsilon_{bp}(a, t) = 1,3885 \cdot 10^{-5} P_1 [1 + (2,4148 + 0,0594 P_1 [1 - e^{-0,026(t-\tau_1)}])], \quad (6.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{br}(b, t) &= 0,4444 \varepsilon_{bp}(a, t), \\ \varepsilon_{bp}(b, t) &= 0,4444 \varepsilon_{br}(a, t). \end{aligned} \right\} \quad (6.4)$$

Из соотношений (6.3) получим

$$\frac{\varepsilon_{br}(a, t)}{\varepsilon_{br}(a, \tau_1)} = \frac{\varepsilon_{bp}(a, t)}{\varepsilon_{bp}(a, \tau_1)} = 1 + (2,4148 + 0,0594 P_1) [1 - e^{-0,026(t-\tau_1)}], \quad (6.5)$$

где $\varepsilon_{br}(a, \tau_1)$ и $\varepsilon_{bp}(a, \tau_1)$ — радиальное и поперечное деформации бетона в начальный момент времени $t = \tau_1$.

Отсюда следует, что начальные деформации в бетоне $\varepsilon_{br}(a, \tau_1)$ и $\varepsilon_{bp}(a, \tau_1)$ с течением времени под влиянием ползучести возрастают, причем при $t = \infty$ получают свои предельные значения

$$\frac{\varepsilon_{br}(a, \infty)}{\varepsilon_{br}(a, \tau_1)} = \frac{\varepsilon_{bp}(a, \infty)}{\varepsilon_{bp}(a, \tau_1)} = 1 + (2,4148 + 0,0594 P_1). \quad (6.6)$$

Радиальное перемещение арматуры в точках $r = a$ согласно (4.38) будет

$$u_a(a, t) = -a P_1 [13,2233 + (33,5796 + 0,8093 P_1) [1 - e^{-0,026(t-\tau_1)}]]. \quad (6.7)$$

Отсюда найдем

$$\frac{u_a(a, t)}{u_a(a, \tau_1)} = 1 + \frac{33,5796 + 0,8093 P_1}{13,2233} [1 - e^{-0,026(t-\tau_1)}], \quad (6.8)$$

где $u_a(a, \tau_1)$ — радиальное перемещение арматуры в начальный момент времени.

Из (6.8) следует, что начальное радиальное перемещение в арматуре $u_a(a, \tau_1)$ с течением времени возрастает.

Для радиальных напряжений бетона и арматуры при $r = a$ получим

$$\sigma_{br}(a, t) = q(t) = 1,0812 P_1 + (0,203 + 0,0049 P_1) [1 - e^{-0,026(t-\tau_1)}], \quad (6.9)$$

$$\sigma_{ar}(a, t) = -q(t). \quad (6.10)$$

Отсюда непосредственно следует

$$\frac{\sigma_{\theta r}(a, t)}{\sigma_{\theta r}(a, \tau_1)} = \frac{\sigma_{ar}(a, t)}{\sigma_{ar}(a, \tau_1)} = 1 + \frac{0,2013 + 0,0049 P_1}{1,0812} [1 - e^{-0,026(t-\tau_1)}], \quad (6.11)$$

где $\sigma_{\theta r}(a, \tau_1)$ и $\sigma_{ar}(a, \tau_1)$ — радиальные напряжения бетона и арматуры в начальный момент времени $t = \tau_1$.

Отсюда следует, что начальные радиальные напряжения в бетоне $\sigma_{\theta r}(a, \tau_1)$ и в арматуре $\sigma_{ar}(a, \tau_1)$ с течением времени под влиянием ползучести возрастают, причем при $t \rightarrow \infty$ получают свои предельные значения:

$$\frac{\sigma_{\theta r}(a, \infty)}{\sigma_{\theta r}(a, \tau_1)} = \frac{\sigma_{ar}(a, \infty)}{\sigma_{ar}(a, \tau_1)} = 1 + \frac{0,2013 + 0,0049 P_1}{1,0812}. \quad (6.12)$$

Аналогично для поперечных напряжений арматуры и бетона при $r = a$ получим

$$\sigma_{\theta\varphi}(a, t) = 332,834 - 360,958 P_1 - (67,201 + 0,1431 P_1) [1 - e^{-0,026(t-\tau_1)}] P_1, \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\varphi}(a, t) = & 4,9728 P_1 + (3,8763 + 0,0953 P_1) [1 - e^{-0,026(t-\tau_1)}] P_1 + \\ & + 8,1018 \cdot 10^5 P_1 \int_{\tau_1}^t \left\{ 1 + (2,4148 + 0,0594 P_1 [1 - e^{-0,026(\tau-\tau_1)}]) \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau + \right. \\ & + 0,2759 \cdot 10^5 P_1^2 \int_{\tau_1}^t \left\{ 1 + (2,4148 + \right. \\ & \left. + 0,0594 P_1) [1 - e^{-0,026(\tau-\tau_1)}] \right\}^2 \frac{\partial C(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Значения интегралов, входящих в формулу (6.14), можно определить, пользуясь численным интегрированием. Для простоты примем, что бетон старый, тогда можно написать

$$C(t, \tau) = 0,9 [1 - e^{-0,026(t-\tau)}] 10^{-5}. \quad (6.15)$$

Подставляя значение $C(t, \tau)$ из (6.15) в (6.14) и интегрируя, получим

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\varphi}(a, t) = & 4,9728 P_1 - (12,4475 + 2,2629 P_1 + \\ & + 0,0748 P_1^2 + 0,0006 P_1^3) [1 - e^{-0,026(t-\tau_1)}] P_1 + \\ & + (0,3839 + 0,0585 P_1 + 0,0019 P_1^2 + 0,00016 P_1^3 (t - \tau_1)) e^{-0,026(t-\tau_1)} - \\ & - (1,0193 + 0,0501 P_1 + 0,0006 P_1^2) P_1^2 [e^{-0,026(t-\tau_1)} - e^{-0,052(t-\tau_1)}]. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Для предельного случая, когда $t = \infty$ имеем

$$\frac{\sigma_{ar}(a, \infty)}{\sigma_{ar}(a, \tau_1)} = 1 + \frac{67,201 + 0,1431 P_1}{360,958 P_1 - 332,834} P_1, \quad (6.17)$$

$$\frac{\sigma_{\delta r}(a, \infty)}{\sigma_{\delta r}(a, \tau_1)} = 1 - \frac{12,4475 + 2,2629 P_1 + 0,0748 P_1^2 + 0,0006 P_1^3}{4,9728}, \quad (6.18)$$

где $\sigma_{ar}(a, \tau_1)$ и $\sigma_{\delta r}(a, \tau_1)$ — поперечные напряжения арматуры и бетона в начальный момент времени $t = \tau_1$.

Отсюда следует, что начальные поперечные напряжения в арматуре $\sigma_{ar}(a, \tau_1)$ с течением времени под влиянием ползучести возрастают, а в бетоне $\sigma_{\delta r}(a, \tau_1)$ — затухают, причем эти возрастания и затухания зависят от значения внутреннего давления P_1 .

Подставляя значения $\sigma_{ar}(a, t)$ и $\sigma_{\delta r}(a, t)$ из (5.10) и (5.13) в (4.5), получим

$$\sigma_a(a, t) = 288,241 - 311,663 P_1 - (58,022 + 0,1243 P_1) [1 - e^{-0,026(t-\tau_1)}]. \quad (6.19)$$

Отсюда непосредственно получим

$$\frac{\sigma_a(a, \infty)}{\sigma_a(a, \tau_1)} = 1 + \frac{58,022 + 0,1243 P_1}{311,663 P_1 - 288,241}. \quad (6.20)$$

Подставляя значения $\sigma_{\delta r}(a, t)$ и $\sigma_{\delta \varphi}(a, t)$ из (6.9) и (6.16) в (4.5), аналогично найдем

$$\begin{aligned} \sigma_{\delta}(a, t) = & 3,3701 P_1 - (10,954 + 1,9601 P_1 + \\ & + 0,0648 P_1^2 + 0,00053 P_1^3) [1 - e^{-0,026(t-\tau_1)}] P_1 + \\ & + (0,3324 + 0,0506 P_1 + 0,0017 P_1^2 + \\ & + 0,00014 P_1^3) P_1 (t - \tau_1) e^{-0,026(t-\tau_1)} - \\ & - (0,8827 + 0,0434 P_1 + 0,00053 P_1^2) P_1^2 \cdot \\ & \cdot [e^{-0,026(t-\tau_1)} - e^{-0,052(t-\tau_1)}]. \end{aligned} \quad (6.21)$$

Отсюда

$$\frac{\sigma_{\delta}(a, \infty)}{\sigma_{\delta}(a, \tau_1)} = 1 - \frac{10,954 + 1,9601 P_1 + 0,0648 P_1^2 + 0,00053 P_1^3}{3,3701}. \quad (5.22)$$

Таким образом получаем, что начальные напряжения в бетоне $\sigma_{\delta}(a, \tau_1)$ с течением времени уменьшаются, а в арматуре $\sigma_a(a, \tau_1)$ — возрастают, причем эти уменьшения и возрастания зависят от внутреннего давления P_1 .

Аналогично можно получить значения напряжений бетона в точках $r = b$ и арматуры в точках $r = c$.

В заключение отметим, что этим методом можно решать ряд других задач нелинейной теории ползучести, которые явятся содержанием наших следующих сообщений.

Институт математики
и механики АН Армянской ССР

Поступило 10 XI 1957

Ն. Խ. Հարությունյան, Մ. Մ. Մանուկյան

ԲԱՂԱԴՐՅԱԼ ԳԼԱՆԱՅԻՆ ԽՈՂՈՎԱԿՆԵՐԻ ՍՈՂՔԸ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Աշխատության մեջ քննարկվում է տարբեր նյութերից կազմված զլանալին խողովակի հավասարակշռությունը՝ նյութի սողքի և ակնթարթալին դեֆորմացիայի մոդուլի փոփոխության հաշվառումով, երբ խողովակը գտնվում է հավասարաչափ բաշխված ներքին և արտաքին ճնշման ազդեցության տակ: Այսպիսի խողովակները լայն կիրառում ունեն տեխնիկայում որպես կարևոր կոնստրուկտիվ էլեմենտներ: Խնդրի լուծման ժամանակ զլանալին խողովակը դիտարկվում է որպես տարբեր նյութերից կազմված երկու զլաններ, որոնք իրենց մակերևութների հպման կետերում լիովին կապում են իրար: Ենթադրվում է, որ խողովակի զլաններից մեկի նյութի սողքը, համեմատած մյուս զլանի նյութի սողքի հետ, աննշան է և կարելի է այն արհամարհել:

Այս խնդրի ընդհանուր լուծումը նյութի գծալին սողքի հաշվառումով արված է [1]-ում: Այս աշխատության մեջ բերվում է խնդրի լուծումը նյութի ոչ գծալին սողքի հաշվառումով, ընդ որում օգտագործվում է [1]-ի մեջ շարադրված ոչ գծալին սողքի տեսությունը:

Համասեռ զլանալին թաղանթի հավասարակշռության խնդրի լուծումը, նյութի ոչ գծալին սողքի հաշվառումով, երբ թաղանթը գտնվում է հավասարաչափ բաշխված արտաքին ճնշման ազդեցության տակ, արված է Մ. Ի. Ռոզովսկու կողմից [2] հաջորդական մոտավորությունների մեթոդով: Այդ նույն մեթոդը կիրառվում է նաև մեզ մոտ՝ վերը նշված խնդիրը լուծելու համար:

Սողքի ոչ գծալին տեսության հիմնական հավասարումները, տարածական լարվածալին միճակի դեպքում, ստանալու համար օգտագործված է փոքր առաձգական պլաստիկ դեֆորմացիաների տեսությունը: Ընդունվում է, որ լարվածության տեսչորի և դեֆորմացիայի տեսչորի ինտենսիվությունների միջև, ծավալալին լարվածալին միճակի դեպքում, գոյություն ունի նույն առնչությունը, ինչ որ՝ լարվածության և դեֆորմացիայի միջև միջափայլ խոնդրի դեպքում:

$f(\varepsilon)$ ֆունկցիան, որը բնորոշում է սողքի դեպքում ավալ նյութի լարվածության և դեֆորմացիայի միջև եղած ոչ գծալին առնչությունը, վերցված է ամենաընդհանուր տեսքով

$$f(\sigma) = k_1 \varepsilon + k_2 \sigma^m,$$

այստեղ k_1 , k_2 , m — հաստատուն պարամետրեր են, որոնք որոշվում են փորձից և բավարարում են $k_1 + k_2 = 1$ պայմանին:

Որպես առաջադրված տեսության կիրառություն քննարկվում է երկաթ-բետոնե խողովակի հավասարակշռությունը, երբ խողովակը զանվում է հավասարաչափ բաշխված ներքին ճնշման ազդեցության տակ բետոնի ոչ գծալին սողքի հաշվառումով: Երկաթբետոնե խողովակը դիտարկվում է կազմված երկու շերտերից՝ արմատաբալից և բետոնից:

Վերջում քննարկվում է մի թվալին օրինակ:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. Гостехиздат, М., 1952.
2. Розовский М. И. О нелинейных интегральных уравнениях ползучести бетонной цилиндрической оболочки, находящейся под внешним давлением. Известия ОН АН СССР (находится в печати) 1957.
3. Работнов Ю. Н. Некоторые вопросы теории ползучести. Вестник МГУ, № 10, 1948.
4. Ильющин А. А. Пластичность. Гостехиздат, М., 1948.
5. Васильев П. И. Некоторые вопросы пластических деформаций бетона. Известия ВНИИГ, том 49, 1953.