

ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ

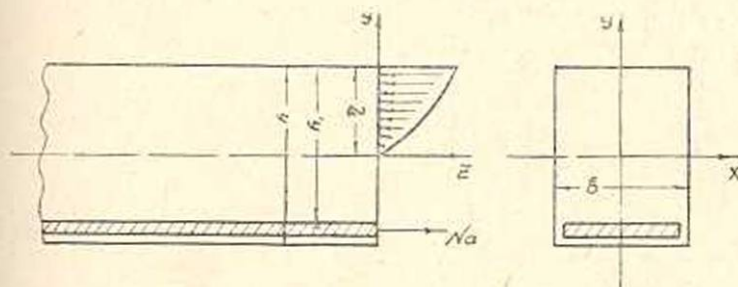
М. М. Манукян

Изгиб железобетонной балки с учетом установившейся ползучести только сжатой зоны бетона

В работе исследуются деформации и напряжения в изгибаемой железобетонной балке с учетом нелинейной ползучести только сжатой зоны бетона, пользуясь нелинейной теорией ползучести бетона, развитой Н. Х. Арутюняном [1].

Рассматривается тот случай, когда бетон находится в состоянии установившейся ползучести, а напряжение арматуры получает свое предельное значение σ_T .

Пусть имеем изгибаемую железобетонную балку (фиг. 1), имеющую одну плоскость симметрии, и все внешние силы действуют в этой плоскости. Положим, что сжимаемая зона бетона работает полностью, а растянутая зона не работает вследствие образования в ней трещин. Обозначим расстояние от сжатого края сечения до центра тяжести арматуры через h_1 , высоту сечения — h , ширину — b , расстояние нейтральной оси от верхнего края балки — η .



Фиг. 1.

Направим координатные оси OX и OY параллельно главным осям инерции поперечного сечения, а ось OZ — по направлению параллельно геометрической оси балки.

При решении задачи будем принимать, что сечения после деформации остаются плоскими.

Допустим, что модуль мгновенной деформации бетона постоянен и равен E_0 .

Как известно [1], при больших значениях t бетон находится в состоянии установившейся ползучести. Тогда между полной продоль-

ной деформацией бетона $\varepsilon_0(t)$ и напряжением $\sigma_0(t)$ будет существовать следующая зависимость [1]:

$$\frac{d\varepsilon_0(t)}{dt} + \gamma \varepsilon_0(t) = \gamma C_0 f \left[\frac{\sigma_0(t)}{R} \right], \quad (1)$$

где C_0, γ — параметры, определяемые из опыта,

t — текущая координата времени,

R — временное сопротивление бетона,

$f \left[\frac{\sigma_0(t)}{R} \right]$ — некоторая, определяемая из опыта функция от $\frac{\sigma_0(t)}{R}$, характеризующая нелинейную зависимость между напряжениями и деформациями ползучести для данного бетона.

Положим, что $f \left[\frac{\sigma_0(t)}{R} \right]$ есть степенная функция вида

$$f \left[\frac{\sigma_0(t)}{R} \right] = \left[\frac{\sigma_0(t)}{R} \right]^n. \quad (2)$$

Тогда из (1) получим:

$$\frac{\sigma_0(t)}{R} = \frac{1}{\sqrt[n]{\gamma C_0}} \sqrt[n]{\frac{d\varepsilon_0(t)}{dt} + \gamma \varepsilon_0(t)} \quad (3)$$

Пользуясь гипотезой плоских сечений, имеем

$$\varepsilon_0(t) = B(z, t) y, \quad (4)$$

где $B(z, t)$ — неизвестная кривизна балки в данный момент времени t
 y — координата точки.

Подставляя значение $\varepsilon_0(t)$ из (4) в (3), найдем

$$\frac{\sigma_0(t)}{R} = \frac{1}{\sqrt[n]{\gamma C_0}} \sqrt[n]{\frac{dB(z, t)}{dt} + \gamma B(z, t)} \cdot \sqrt[n]{y} \quad (5)$$

Допустим, что напряжение арматуры получает свое предельное значение σ_T , тогда для определения усилий в арматуре N_a получим

$$N_a = F_a \sigma_T, \quad (6)$$

где F_a — площадь арматуры.

Напишем уравнения равновесия элемента балки, находящегося между произвольным сечением z и торцевым сечением $z = l$.

Имеем

$$\int_0^y \sigma_0(t) b dy - N_a = 0, \quad (7)$$

$$\int_0^y \sigma_b(t) b y dy + N_a (h_1 - \eta) = M_z, \quad (7)$$

где η — пока неизвестная высота сжатой зоны бетона.

Подставляя значения $\sigma_b(t)$ и N_a из (5) и (6) в уравнения (7), после интегрирования и некоторых преобразований находим:

$$\zeta = \left(1 - \frac{M_z}{\mu h_1 F_b \sigma_T} \right) \frac{2n+1}{n}, \quad (8)$$

$$\left[\frac{dB(z, t)}{dt} + \gamma B(z, t) \right]^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{\gamma C_0}{h_1} \right)^{\frac{1}{n}} \mu^{\frac{n+1}{n}} \frac{1}{\zeta + \frac{1}{n}} \frac{\sigma_T}{R}, \quad (9)$$

где

$$\zeta = \frac{\eta}{h_1}, \quad (10)$$

$\mu = \frac{F_a}{F_b}$ — процент армирования.

Пользуясь (9), выражению (5) можно дать следующий вид:

$$\sigma_b = \mu^{\frac{n+1}{n}} \frac{1}{\zeta + \frac{1}{n}} \left(\frac{y}{h_1} \right)^{\frac{1}{n}} \sigma_T. \quad (11)$$

Из формул (8) и (11) видно, что ζ и σ_b не зависят от времени t .

Из (9) следует, что

$$\frac{dB(z, t)}{dt} + \gamma B(z, t) = \frac{\gamma C_0}{h_1} \frac{\mu^n \left(1 + \frac{1}{n} \right)^n}{\zeta n + 1} \left(\frac{\sigma_T}{R} \right)^n. \quad (12)$$

Интегрируя это уравнение и пользуясь начальным условием, найдем:

$$B(z, t) = \mu^n \frac{C_0}{h_1} \frac{\left(1 + \frac{1}{n} \right)^n}{\zeta + n} \cdot \left(\frac{\sigma_T}{R} \right)^n [1 - e^{-\gamma(t-\tau_0)}] \quad (13)$$

Пользуясь выражениями (4) и (13) для определения полной продольной деформации бетона $\varepsilon_b(t)$, получим

$$\varepsilon_b(t) = \mu^n \frac{C_0 y}{h_1} \frac{\left(1 + \frac{1}{n} \right)^n}{\zeta + n} \left(\frac{\sigma_T}{R} \right)^n [1 - e^{-\gamma(t-\tau_0)}]. \quad (14)$$

Для деформации арматуры $\varepsilon_a(t)$ имеем:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_T}{E_a}, \quad (15)$$

где E_a — модуль деформации арматуры.

Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки согласно (13) будет иметь вид

$$\frac{d^2 w}{dz^2} = \mu^n \frac{C_0}{h_1} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \left(\frac{\sigma_T}{R}\right)^n [1 - e^{-\gamma(z-z_1)}] \quad (16)$$

где w — прогиб балки.

Институт математики и механики
АН Армянской ССР

Поступило 20 IV 1957

Մ. Մ. Մանուկյան

ԵՐԿԱՅԲԵՏՏՈՆԵ ՀԵԾԱՆԻ ԾՌՈՒՄԸ ԲԵՏՈՆԻ ՄԻԱՅՆ ՍԵՂՄՎԱԾ ԳՈՏՈՒ ՀԱՍՏԱՏՎԱԾ ՍՈՂՔԻ ՀԱՇՎԱՌՈՒՄՈՎ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոդվածում, Ն. Յ. Հարությունյանի տառադրած ոչ զմային սողքի տեսության հիման վրա, առանձնաբերվում են ծավոլ երկաթ-բետոնե հեծանի լարումները և դեֆորմացիան, երբ բետոնի սեղմված գոտին աշխատում է լրիվ, իսկ ձգված գոտին չի աշխատում՝ նրանում տառադրած ճաքերի պատճառով:

Քննարկվում է այն դեպքը, երբ բետոնը գտնվում է հաստատված սողքի վիճակում, իսկ երկաթի լարումն ստանում է իր սահմանային արժեքը:

Առաջադրված խնդրի լուծման համար օգտագործվում է բետոնի հաստատված սողքի (1) հավասարումը: Սողքի ոչ զմայնությունը վերցվում է աստիճանային տեսքով: Ապա օգտագործելով հարթ հատվածների հիպոթեզը, հեծանի հավասարակշռության հավասարումներից որոշվում են հեծանի սեղմված գոտու և բետոնի լարման մեծությունները: Այնուհետև որոշվում են բետոնի և երկաթի դեֆորմացիաները:

ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнян Н. Х. Некоторые вопросы теории ползучести. Гостехиздат, М., 1952.