

В. А. Джрбашян

Об угловой корреляции γ -квантов, излучаемых мезоатомами

Как было впервые указано Уилером [1], изучение μ -мезоатома может дать полезные сведения о свойствах μ -мезона. Благодаря близости μ -мезонных орбит к ядру μ -мезон может быть использован одновременно и для зондирования ядра.

В последние годы получены экспериментальные данные [2] о спектре мезоатома и о радиационных мезоатомных переходах, некоторые из которых являются последовательными.

Подгорецкий [3] обратил внимание на возможность уточнения спина μ -мезона, используя данные по угловой корреляции между направлениями γ -квантов, излучаемых при таких переходах. При этом сравнивается с опытом анизотропия

$$A = \frac{W(180)}{W(90)} - 1,$$

где $W(\theta)$ — зависящая от угла вероятность излучения двух квантов.

В настоящее время эффект угловой корреляции в μ -мезоатомах может быть использован и для проверки спинов целого ряда ядер, для которых значение $I = 0$ сомнительно или получено только из теоретических соображений, не подтвержденных экспериментом.

В нашей работе получены формулы для угловой корреляции γ -квантов, излучаемых средними и тяжелыми μ -мезоатомами*. В расчетах учитывались эффекты тонкой и сверхтонкой структур, а также влияние конечности размеров и квадрупольного момента ядра.

Поскольку специфическое взаимодействие между μ -мезоном и ядром относительно мало, а электрический потенциал даже для самых тяжелых ядер мал по сравнению с энергией покоя μ -мезона**, задача по существу является нерелятивистской.

Операторами 2^{λ} -польного момента $Q_{LM}^{(\lambda)}$ (электрического при $\lambda = 1$ и магнитного при $\lambda = 0$), учитывающими спин в первом релятивистском приближении, являются [4]

* Эти формулы могут быть использованы также при определении спинов других мезонов.

** Например, в центре ядра свинца $V = -21 \text{ MeV}$.

$$Q_{LM}^{(1)} = e \sqrt{\frac{4\pi}{2L+1}} r^L Y_{LM}^*, \quad (1)$$

$$Q_{LM}^{(0)} = (-1)^M \frac{e}{m} r^{L-1} \sqrt{4\pi L} \sum_{q=-1}^{+1} C_{L-1-M-q; 1q}^{L-M} Y_{L-1-M-q} L_q, \quad (2)$$

где введены обозначения

$$L_{\pm 1} = \frac{\mp 1}{\sqrt{2}} (L_x \pm iL_y),$$

$$L_0 = L_z,$$

$$L = \frac{1}{L+1} + s. \quad (3)$$

l и s — операторы орбитального момента и спина мезона.

$C_{L-1-M-q; 1q}^{L-M}$ — коэффициент Клебша — Жордана.

Из выражений для матричных элементов от операторов (1), (2), взятых по волновым функциям

$$\varphi_{sIJIN} = \sum_{Mn} C_{JM; In}^{FN} \varphi_{sIJM} \varphi_{In} = a(r) b(r_1) \Omega\left(\frac{\mathbf{r}}{r}, \frac{\mathbf{r}_1}{r_1}\right), \quad (4)$$

где

$$\varphi_{sIJM} = a(r) \sum_{\mu} C_{IM-\mu; s\mu}^{JM} Y_{IM-\mu} U_{s\mu}$$

волновая функция μ -мезона, а

$$\varphi_{In} = b(r_1) Y_{In}$$

функция ядра,

следуют:

1. Закон сохранения момента:

$$\begin{aligned} |F_A - F_B| \leq L_1 \leq F_A + F_B, \quad |J_\alpha - J_\beta| \leq L_1 \leq J_\alpha + J_\beta \\ |l_A - l_B| \leq L_1 \leq l_A + l_B \quad \text{для } \lambda = 1, \\ |l_A - l_B| + 1 \leq L_1 \leq l_A + l_B + 1 \quad \text{для } \lambda = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

и 2. Закон сохранения четности:

$$\lambda = \frac{1 + (-1)^{l_A - l_B - L_1}}{2} \quad (6)$$

Наиболее существенны электрические дипольные переходы.

Отношение вероятности электрического квадрупольного излучения к вероятности электрического дипольного излучения мало:

$$\frac{W_2^{(1)}}{W_1^{(1)}} \sim \frac{1}{20} \left(\frac{\omega r}{c} \right)^2 = \begin{cases} \frac{1}{20} \left(\frac{137}{Z} \frac{\Delta E}{\mu c^2} \right)^2 \ll 1 \text{ для малых } Z \\ \frac{V}{10 \mu c^2} \ll 1 \text{ для больших } Z \end{cases}$$

Кроме того, из (5) вытекает, что при $l_A \neq l_B$ $L_{\min} = |l_A - l_B|$ и $\lambda = 1$, т. е. переход наименьшей мультипольности есть электрический переход.

При $l_A = l_B$ согласно (5) переходом наименьшей мультипольности является магнитный дипольный, однако он не будет наблюдаться из-за ортогональности радиальных функций в интересующем нас приближении для $n_A \neq n_B$. Будет иметь место электрическое квадрупольное излучение.

Таким образом, в случае тяжелых мезоатомов следует рассматривать только электрические переходы, для которых матричный элемент оператора мультипольного момента по шаровым спинорам имеет вид:

$$\begin{aligned} (\Omega(\alpha) | Q_{L_1 M_1}^{(1)} | \Omega(\beta)) &= (-1)^{M_1} e r^{L_1} C_{L_1 0}^{L_A 0} C_{L_1 0}^{L_B 0} \times \\ &\times [(2F_B + 1)(2J_\pi + 1)(2J_\beta + 1)(2L_B + 1)]^{1/2} W(F_B L_1 J_\alpha; J_\beta F_A) \times \\ &\times W(J_\beta L_1 L_A; L_B J_\pi) C_{F_B N_B}^{F_A N_A} C_{L_1 - M_1}^{L_A - M_1} \end{aligned} \quad (7)$$

$W(F_B L_1 J_\alpha; J_\beta F_A)$ — коэффициент Рака [5].

Вероятность последовательного испускания двух квантов, проинтегрированная по энергиям этих квантов и учитывающая взаимодействие с „внешним“ полем, дается [6] выражением

$$\begin{aligned} W\left(\frac{\mathbf{k}_p}{k_p}, \frac{\mathbf{k}_s}{k_s}\right) &= \sum_{\alpha, \beta, \beta', \gamma, p_p, p_s} \frac{(\alpha | H(\mathbf{k}_p, p_p) | \beta)^*}{h^4 \gamma_A \gamma_B / \pi^2} \times \\ &\times \frac{(\beta | H(\mathbf{k}_s, p_s) | \gamma)^* (\alpha | H(\mathbf{k}_p, p_p) | \beta') (\beta' | H(\mathbf{k}_s, p_s) | \gamma)}{1 + (\gamma_{\beta, \beta'} / 2\gamma_B)^2}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\gamma_{\beta, \beta'}$ — расщепление, вызванное взаимодействием, а γ_B — ширина промежуточного уровня.

Матричный элемент от $V_{L_1 M_1}^{(1)}$, являющегося частью оператора H , ответственной за электрическое 2^{L_1} -польное излучение, равен

$$(\alpha | V_{L_1 M_1}^{(1)}(\mathbf{k}_p, p_p) | \beta) = f(\Omega(\alpha) | Q_{L_1 M_1}^{(1)} | \Omega(\beta)) e_r Y_{L_1 M_1}^{(1)}, \quad (9)$$

где величина f не зависит от индексов суммирования в (8), e_r — поляризация, $Y_{L_1 M_1}^{(1)}$ — шаровой спинор.

Чтобы представить корреляционную функцию с нормировкой

$$\frac{1}{4\pi} \int W(\theta) d\theta = 1,$$

в виде линейной комбинации полиномов Лежандра четного порядка, примем во внимание, что [7]

$$|Y_{L_2 M_2}^{(0)}(\theta)|^2 = \frac{(-1)^{L_2-1}(2L_2+1)}{4\pi} \sum_k (4k+1)^{1/2} \times \\ \times C_{L_2-1; L_2-1}^{2k0} C_{L_2 M_2; 2k0}^{L_2 M_2} P_{2k}(\cos \theta)$$

и воспользуемся соотношениями свертываемости коэффициентов Клебша — Жордана:

$$\sum_{\alpha\beta\gamma} C_{f\varphi; b\beta}^{d\alpha} C_{aa; b\beta}^{e\alpha} C_{f\varphi; c\gamma}^{a\alpha} = (2d+1)^{1/2} (2a+1)^{1/2} W(dbca; fe) C_{d\alpha; c\gamma}^{e\alpha}$$

и Рака [5]:

$$\sum_{\lambda} (2\gamma+1) W(a'\lambda c; a'c') W(b\lambda\beta c'; bc) W(a'\lambda\gamma b; ab') = \\ = W(axb\beta; c\gamma) W(a'xb'\beta; c'\gamma).$$

Для легких мезоатомов ($Z < 15$) вероятности радиационных переходов малы по сравнению с вероятностями электронных (конверсионных) переходов [1].

Для более тяжелых мезоатомов, при небольших квантовых числах (n, l), вероятностями конверсионных переходов можно пренебречь.

Приведем выражение для корреляционной функции $W(\theta)$, которое пригодно для не очень больших Z ($15 < Z < 50$) в случае, если оба перехода являются электрическими или магнитными.

$$W(\theta) = \sum_{k=0}^N A_{2k}' P_{2k}(\cos \theta). \quad (10)$$

$$A_{2k}' = A_{2k} b_{2k};$$

$$A_{2k} = A_{2k}(L_1 L_2 J_A J_B J_C) = (-1)^{J_A - J_C} (2L_1 + 1)(2L_2 + 1)(2J_B + 1) C_{L_1-1; L_1-1}^{2k0} \times \quad (10a)$$

$$\times C_{L_2-1; L_2-1}^{2k0} W(J_B J_B L_1 L_1; 2k J_A) W(J_B J_B L_2 L_2; 2k J_C); \\ b_{2k} = \sum_{F_B} \frac{(2F_B + 1)^2 W^2(J_B 2k F_B F_B; J_B)}{2I + 1}. \quad (10b)$$

Здесь принято предположение, что при мезоатомных переходах не меняется спин ядра и учтено, что для атомов данного типа $\nu_{FF}/2\gamma_B \gg 1$ (например, для Al $\nu_{FF}/2\gamma_B \sim \frac{10eV}{10^{-5}eV} = 10^6$).

Выражение (10) совпадает по форме с функцией, полученной Альдером [8] для угловой корреляции при ядерных переходах, учи-

тывающей взаимодействие ядра с электронной оболочкой. Это выражение может быть использовано для проверки спинов ядер (например, $^{34}_{16}\text{S}$, $^{40}_{20}\text{Ca}$, $^{74}_{34}\text{Se}$), у которых значение $I=0$ экспериментально не подтверждено.

В качестве примера приведем значения анизотропии A при переходах $\frac{1}{2}(D) \frac{3}{2}(D) \frac{1}{2}$:

$$A = 0,43 \quad \text{для} \quad I = 0;$$

$$A = 0,25 \quad \text{для} \quad I = \frac{1}{2}.$$

Тяжелые мезоатомы отличаются следующей особенностью. Именно, расщепление, обусловленное взаимодействием спин-орбита ($\Delta \sim 0,1 \text{ MeV}$), мало по сравнению с расщеплением уровней, соответствующим различным l , вызванным конечностью размеров ядра*. Однако в таком случае вероятности переходов между подуровнями одного и того же уровня ($J \rightarrow J'$ при $n = n'$ и $l = l'$) ничтожно малы по сравнению с вероятностями переходов между различными уровнями ($l \rightarrow l'$ при $n \neq n'$, либо $l \neq l'$).

Последние по величине практически совпадают с вероятностями переходов между уровнями, которые возникли бы в отсутствии взаимодействия спин-орбита.

Следовательно, малость разностей энергий подуровней приводит к тому, что мы не можем идентифицировать отдельные переходы типа $J \rightarrow J'$ и должны суммировать по значениям J и J' для данного l и l' .

Таким образом, для тяжелых мезоатомов получаем

$$W(\theta) = \sum_{k=0}^N A_{2k} P_{2k}(\cos \theta), \quad (11)$$

где

$$A_{2k} = A_{2k}(L_1 L_2 l_A l_B l_C) b_{2k}, \quad (11a)**$$

$$b_{2k} = \sum_{F_B F_B' J_B J_B'} \frac{(2F_B + 1)(2F_B' + 1) W^2(J_B \frac{1}{2} 2k F_B'; F_B J_B')}{(2I + 1)(2s + 1)[1 + (v_{FF'} / 2\gamma_B)^2]} \times \\ \times (2J_B + 1)(2J_B' + 1) W^2(l_B s 2k J_B'; J_B l_B). \quad (11b)$$

Причем в $v_{FF'}$ входят как тонкая, так и сверхтонкая структуры. Их вклад в (11) соответствует тому, что вследствие взаимодействия спин-орбита, после испускания первого кванта, в промежуточном

* Для тяжелых мезоатомов расстояние между уровнями с различными l порядка нескольких MeV .

** См. [10а].

состоянии меняется ориентация орбитального момента, тогда как взаимодействие с ядром приводит к изменению ориентации полного момента J .

Эти эффекты оказываются существенными, так как время жизни промежуточного состояния превышает периоды прецессий моментов.

В случае малости сверхтонкой структуры по отношению к $2\gamma_B$ выражение (11) свелось бы к функции Альдера (что, например, имеет место для $I = 0$).

Любое дополнительное взаимодействие может быть учтено аналогичным изменением b_{2k} . В частности, для рассматриваемых нами мезоатомов возникает вопрос учета взаимодействия с электронной оболочкой. Однако, из-за малости расщепления по отношению к γ_B , полученное b_{2k} сводится к (11б).

Так как для рассматриваемых мезоатомов $\nu_{JJ}/2\gamma_B \gg 1$ (например, для свинца $\frac{\nu_{JJ}}{2\gamma_B} \sim \frac{200 \text{ keV}}{1 \text{ keV}}$) (см. ниже фигуру), то

$$b_{2k} = \sum_{F_B, F_B', J_\beta} \frac{(2F_B + 1)(2F_B' + 1)W^2(J_B I 2k F_B'; F_B J_\beta)(2J_\beta + 1)^2 W^2(I_B s 2k J_\beta; J_\beta I_B)}{(2I + 1)(2s + 1) \left[1 + \left(\frac{\nu_{FF'}}{2\gamma_B} \right)^2 \right]} \quad (12)$$

где $\nu_{FF'}$ — сумма расщеплений, вызванных взаимодействиями магнитного дипольного и электрического квадрупольного моментов ядра с мезоном.

Обозначая b_{2k} посредством $b_{2k}^{sI}(I_B)$, имеем

$$b_0^{sI}(I_B) = 1 \quad (12a)$$

$$b_{2k}^{00}(I_B) = 1 \quad (12б)$$

$$b_{2k}^{s0}(I_B) = \sum_{J_\beta} \frac{(2J_\beta + 1)^2 W^2(I_B s 2k J_\beta; J_\beta I_B)}{2s + 1} \quad (12в)$$

$$b_{2k}^{s\frac{1}{2}}(I_B) = \frac{1}{1 + \left(\frac{\nu}{2\gamma_B} \right)^2} \sum_{F_B J_\beta} \left[1 + \left(\frac{\nu}{2\gamma_B} \right)^2 \frac{(2F_B + 1)^2 W^2 \left(J_\beta \frac{1}{2} 2k F_B; F_B J_\beta \right)}{2} \right] \times \\ \times \frac{(2J_B + 1)^2 W^2(I_B s 2k J_\beta; J_\beta I_B)}{2s + 1} \quad (12г)$$

$$b_{2k}^{s>\frac{1}{2} I > \frac{1}{2}}(I_B) = \sum_{F_B J_\beta} \frac{(2F_B + 1)^2 W^2(J_\beta I 2k F_B; F_B J_\beta)(2J_\beta + 1)^2 W^2(I_B s 2k J_\beta; J_\beta I_B)}{(2I + 1)(2s + 1)} \quad (12д)$$

Из (12а) видно, что требуемая нормировка обеспечивается. В случае отсутствия взаимодействий «уменьшающий фактор» b_{2k} равен своему максимальному значению — 1 (12б).

Частный случай $I=0$ (12в) был рассмотрен Подгорецким [3]. Однако им не была учтена тонкая структура. Критерий, данный в работе [3] для выяснения вопроса о том, равняется ли спин μ -мезона $1/2$ или $3/2$ по каскаду $3p \rightarrow 2s \rightarrow 2p$, является некорректным, так как уже из (11) следует, что в обоих случаях распределение изотропно.

Входящая в (12г) γ есть сверхтонкая структура мезоатома, объясняемая взаимодействием магнитных моментов ядра и мезона.

В (12д) учтено, что расщепление, вызванное электрическим квадрупольным взаимодействием, порядка величины спин-орбитальной связи [9], т. е. $\frac{\nu_{FF'}}{2\gamma_B} \gg 1$.

Приведем значения анизотропии A для $\gamma-\gamma$ каскада $2s \rightarrow 2p \rightarrow 1s$, в случае различных спинов μ -мезона.

Каскад $0(D)1(D)0$

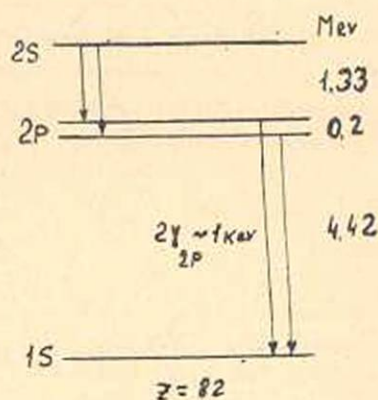
$$A = \frac{3A_2}{2-A_2}, \quad A_2 = \frac{1}{2}$$

$$I=0 \quad s=0 \quad A=1$$

$$s = \frac{1}{2} \quad A = 0,273$$

$$s = 1 \quad A = 0,225$$

$$s = \frac{3}{2} \quad A = 0,197$$



Для свинца сверхтонкая структура $\nu \sim 3 \text{ keV}$ и в (12г) необходимо подставить $\left(\frac{\nu}{2\gamma}\right)^2 = 9$, что приводит к:

$$I = \frac{1}{2} \quad s = \frac{1}{2} \quad A = 0,175,$$

$$s = \frac{3}{2} \quad A = 0,150.$$

Таким образом, измерение анизотропии A с точностью, дающей возможность отличить 0,08, достаточно, чтобы определить спин μ -мезона в случае, когда спин ядра равен нулю, а при равенстве спина мезона $\frac{1}{2}$ выяснить, равняется ли нулю спин ядра (так, например, для ядер ${}_{74}\text{W}^{182}$, ${}_{78}\text{Pt}^{194}$, ${}_{82}\text{Pb}^{204}$).

В заключение приношу глубокую благодарность проф. И. Я. Померанчуку за постановку вопроса, а также К. А. Тер-Мартirosяну и Л. М. Африкяну за внимание к работе.

Институт физики
Академии наук Армянской ССР

Поступило 5 X 1956

Վ. Ա. Զրբաշյան

ՄԵԶՈԱՏՈՄԵՐԻ ԱՐՁԱԿԱԾ Դ-ԿՎԱՆՏՆԵՐԻ ԱՆԿՅՈՒՆԱՅԻՆ ԿՈՐԵԼՅԱՑԻԱՅԻ ՄԱՍԻՆ

Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Դիտարկվում է մեզատոմի օրբիտներից մեկի վրա գտնվող μ -մեզոնի տրձակած γ -կվանտների անկյունային կորելյացիայի էֆեկտը: Նույրը և գերնուրբ ստրուկտուրաները հաշվի առնող բանաձևերի համեմատումը էքսպերիմենտի հետ կարող է նպաստել μ -մեզոնի սպինի, ինչպես և մի ամբողջ շարք միջին ու ծանր միջուկների սպինների ճշտմանը, որոնց համար ենթադրվում է $I=0$:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Wheeler J. A. Rev. Mod. Phys., 21, 133 (1949).
2. Fitch V. L. and Rainwater. J. Phys. Rev., 92, 789 (1953).
3. Подгорецкий М. И. ЖЭТФ. 29, 374 (1955).
4. Ахуезер А. И. и Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика, ГИИТЛ (1953).
5. Biedenharn L. C., Blatt J. M. and Rose M. E. Rev. Mod. Phys. 24, 249 (1952).
6. Coertzel G. Phys. Rev., 70, 897 (1946).
7. Тер-Мартirosян К. А. ЖЭТФ, 21, 894 (1951).
8. Alder K. Helv. Phys. Acta, 25, 235 (1952).
9. Cooper L. N. and Henley E. M. Phys. Rev., 92, 801 (1953).