

УДК 539.3

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ СЛОИСТОЙ ПЛАСТИНКИ-ПОЛОСЫ,  
ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ С МАГНИТОЗВУКОВОЙ ВОЛНОЙ

Азатян Л.Д.

Լ.Դ. Ազատյան

Մագնիսոսկոստիկ ալիքի հետ փոխազդող շերտավոր սալի ամրության հաշվարկը

Աշխատանքում դիտարկված է կարվածային ալիքի հետ փոխազդող շերտավոր սալի օպտիմալ կառուցվածքային լուծումը մագնիսական դաշտի առկայության դեպքում կատարված են բվային հաշվարկներ կատարողին բաշ ունեցող շերտի փաթեթի կազմման երեք դեպքերի համար: Գտնված են ամենամեծ կրողունակություն ունեցող սալի նախազոծերը ամրության սահմանափակման դեպքում:

L.D. Azatyan

Design of the laminated plate-stripe strength interacting with magnetoacoustic wave

В работе решается задача оптимизации слоистой пластинки-полосы взаимодействующей с ударной волной при наличии магнитного поля. Проведены численные расчеты для трех случаев организации пакета пластинки-полосы неизменного веса. Найдены проекты пластинок заданного веса, обладающих наибольшей несущей способностью при ограничении на прочность.

Пусть упругая слоистая пластинка-полоса толщины  $h$  и ширины  $l$  ( $0 \leq x \leq l$ ,  $-\infty < y < \infty$ ) взаимодействует со слабой ударной волной, распространяющейся во внешнем магнитном поле. Срединная плоскость недеформированной пластинки совпадает с координатной плоскостью  $oxy$ , а вектор индукции  $B_0(0, B_0, 0)$  параллелен оси  $oy$ . Предполагается, что пластинка-полоса является одной из составляющих безграничного перекрытия, шарнирно опирающихся на неподвижные жесткие равноотстоящие опоры в направлении оси  $oy$ . Впервые решение задачи для бесконечного перекрытия с опорами одного направления в обычной газодинамике было получено Димажио [1].

Пластинка изготовлена из непроводящего материала ( $\sigma = 0$ ), а плазма, в которой распространяется волна, предполагается невязкой, нетеплопроводной и обладающей бесконечной электропроводностью. Одна сторона пластинки соприкасается с идеальной плазмой, а другая — с вакуумом.

Так как вектор напряженности магнитного поля перпендикулярен плоскости течения  $xoz$ , то скорости альфвеновских и медленных магнитозвуковых волн обращаются в нуль, а скорость быстрой магнитозвуковой волны имеет значение  $\sqrt{c_0^2 + a_0^2}$ . Здесь  $c_0$  — скорость звука в невозмущенном газе,  $a_0^2 = B_0^2 / 4\pi\rho_0$  — скорость распространения

воли Альфвена,  $\rho_0$  — плотность невозмущенного газа.

Так как рассматриваются малые возмущения (слабые ударные волны), то параметры возмущенного течения за быстрой магнитозвуковой волной можно представить в виде

$$\bar{B} = \bar{B}_0 + \bar{b}, \quad P' = P_0 + P, \quad \rho' = \rho_0 + \rho, \quad \bar{v}' = \bar{v}(v_x, v_z) \quad (1)$$

Здесь индексом "0" обозначены параметры течения впереди магнитозвуковой волны,  $\bar{b}$ ,  $P$ ,  $\rho$ ,  $\bar{v}$  — возмущения соответствующих величин. После подстановки (1) в систему уравнений магнитной газодинамики [2] и их линеаризации, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial b_x}{\partial t} &= -B_0 \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial v_x}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{B_0}{4\pi\rho_0} \frac{\partial b_y}{\partial x} \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{B_0}{4\pi\rho_0} \frac{\partial b_y}{\partial z} \\ \frac{\partial P}{\partial t} + \rho_0 c_0^2 \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Магнитная и диэлектрическая проницаемости  $\mu$  и  $\epsilon$  для плазмы и для вакуума практически равны и принимаются равными единице.

Уравнение движения несимметрично собранной по толщине пластинки-полосы, для которой  $\sigma = 0$ , имеет вид [3]

$$\left( D_{11} - \frac{K_{11}^2}{C_{11}} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + m_0 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = Z \quad (3)$$

Здесь  $w$  — прогиб,  $m_0 = \sum_{i=1}^n \rho_i h_i$ ,  $\rho_i$ ,  $h_i$  — плотность материала и толщина  $i$ -го слоя,  $D_{11}$ ,  $K_{11}$ ,  $C_{11}$  — жесткости, определяющиеся по известным формулам [3].  $Z$  — нормальная составляющая внешней поверхности нагрузки, которая имеет вид [4]

$$Z = P_0 e^{-\alpha t} + P - T_{xx} + T_{xx}^{(1)} \quad (4)$$

В (4)  $P_0$  — давление в падающей волне, потенциал скорости которой  $\varphi_0$  задается в виде экспоненциально затухающей волны

$$\varphi_0 = \frac{P_0 l \sqrt{c_0^2 + a_0^2}}{\alpha \rho_0 c_0^2} \exp[-\alpha(\tau + \bar{z} - \bar{h}/2)] H(\tau + \bar{z} - \bar{h}/2) \quad (5)$$

где  $\tau = t\sqrt{c_0^2 + a_0^2}/l$ ,  $\bar{z} = z/l$ ,  $\bar{h} = h/l$ ,  $\alpha$  — постоянная, определяющая скорость падения давления за фронтом волны,  $H$  — единичная функция Хевисайда.

$T_{xx}, T_{zz}^{(i)}$  – напряжения Максвелла в газе и вакууме соответственно. Линеаризованные уравнения электромагнитного поля внутри пластинки (в вакууме) имеют вид [4]

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \bar{b}^{(i)} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \bar{e}^{(i)}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \bar{b}^{(i)} = 0 \\ \operatorname{rot} \bar{e}^{(i)} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \bar{b}^{(i)}}{\partial t}, \quad \operatorname{div} \bar{e}^{(i)} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $\bar{e}^{(i)}$  – вектор напряженности электрического поля, индуцированного внутри пластинки.

Таким образом, рассматриваемая задача сводится к совместному решению уравнений (2), (3) и (6).

Решения этих уравнений должны удовлетворять условиям шарнирного опирания пластинки-полосы по краям  $x = 0, x = l$ , условиям непроницаемости стенки, условиям непрерывности касательных компонент электрического поля и нормальной компоненты магнитного поля на поверхности пластинки, а также условиям затухания всех видов возмущений на бесконечности.

Введем функцию  $\varphi(t, x, z)$  такую, что

$$v_x = \partial \varphi / \partial x, \quad v_z = \partial \varphi / \partial z \quad (7)$$

С использованием (7) из уравнений (2) получим

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \frac{1}{c_0^2 + a_0^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} \quad (8)$$

а также связь между давлением  $P$  и функцией  $\varphi$

$$P = -\frac{\rho_0 c_0^2}{c_0^2 + a_0^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (9)$$

Таким образом, задача определения отраженного и излученного полей сводится к определению функции потенциала  $\varphi$ , удовлетворяющей волновому уравнению (8) при нулевых начальных данных

$$\varphi|_{t=0} = \frac{\partial \varphi}{\partial t}|_{t=0} = 0 \quad (10)$$

и граничных условиях

$$V_z|_{z=h/2} = \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \Big|_{z=h/2} = -\frac{\partial w}{\partial t} \quad (11)$$

$$\varphi \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad z \rightarrow \infty \quad (12)$$

где

$$V = \operatorname{grad} \varphi_0 + \operatorname{grad} \varphi \quad (13)$$

Положительное направление движения пластинки противоположно направлению оси  $oz$  (отсюда знак минус в граничном условии (11)).

В случае шарнирного закрепления краев пластинки-полосы прогиб

$w(t, x)$  и потенциалы скорости  $\varphi_0(t, x, z)$  и  $\varphi(t, x, z)$  можно представить в виде

$$\begin{aligned} w(t, x) &= \sum_{n=1}^{\infty} w_n(t) \sin \frac{n\pi x}{l} \\ \varphi_0(t, x, z) &= \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{0n}(t, z) \sin \frac{n\pi x}{l} \\ \varphi(t, x, z) &= \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(t, z) \sin \frac{n\pi x}{l} \end{aligned} \quad (14)$$

Подставляя (14) в уравнение (8) и граничное условие (11) и применяя к ним интегральное преобразование Лапласа по времени [5], получим в области изображений

$$\frac{\partial^2 \bar{\varphi}_n}{\partial z^2} - \left( k^2 + \frac{s^2}{c_0^2 + a_0^2} \right) \bar{\varphi}_n = 0 \quad (15)$$

$$\left( \frac{\partial \bar{\varphi}_{0n}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{\varphi}_n}{\partial z} \right)_{z=h/2} = -s \bar{w}_n \quad (16)$$

здесь  $k = n\pi/l$ ,  $s$  — параметр преобразования,  $\bar{\varphi}_{0n}$ ,  $\bar{\varphi}_n$ ,  $\bar{w}_n$  — преобразованные по Лапласу соответствующие функции. Решение уравнения (15), с учетом условий (12) и (16), запишется в виде

$$\bar{\varphi}_n = \left( \frac{\partial \bar{\varphi}_{0n}}{\partial z} + s \bar{w}_n \right) \left( k^2 + \frac{s^2}{c_0^2 + a_0^2} \right)^{-1/2} \exp \left[ - \sqrt{ k^2 + \frac{s^2}{c_0^2 + a_0^2} } \left( z - \frac{h}{2} \right) \right] \quad (17)$$

При переходе к оригиналам с помощью теоремы о свертке функций [5], для давления  $P$ , согласно (9), получим

$$\begin{aligned} P = & - \frac{\rho_0 c_0}{\sqrt{1+a^2}} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \int_{z/\sqrt{c_0^2+a_0^2}}^l \frac{\partial \varphi_{0n}(\tau_1)}{\partial z} J_0[k_1(t-\tau_1)] d\tau_1 + \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial t} \int_{z/\sqrt{c_0^2+a_0^2}}^l \frac{\partial w_n}{\partial \tau_1} J_0[k_1(t-\tau_1)] d\tau_1 \right\} \sin \frac{n\pi x}{l} \end{aligned} \quad (18)$$

В (18) имеем:  $k_1 = k\sqrt{c_0^2 + a_0^2}$ ,  $a = a_0/c_0$ ,  $J_0$  — функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Компоненты  $T_{zz}$  и  $T_{zz}^{(1)}$  тензора напряжений Максвелла, входящие в правую часть уравнения движения пластинки-полосы, после линеаризации имеют вид [4]

$$T_{zz} = - \frac{B_0}{4\pi} b_y, \quad T_{zz}^{(1)} = - \frac{B_0}{4\pi} b_y^{(1)} \quad (19)$$

То есть, для определения  $T_{zz}$  надо найти компоненту  $b_y$  индуциро-

ванного в плазме в направлении оси  $Oy$  магнитного поля. Из первого и четвертого уравнений системы (2) имеем

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( P - \frac{\rho_0 c_0^2}{B_0} b_y \right) = 0 \quad (20)$$

Так как возмущения в момент  $t = 0$  равны нулю, то из (20) следует

$$b_y = \frac{B_0}{\rho_0 c_0^2} P \quad (21)$$

Подставляя значение  $P$  согласно (18), для  $T_{zz}$  получим

$$T_{zz} = \frac{a^2 \rho_0 c_0}{\sqrt{1+a^2}} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \int_{z/\sqrt{c_0^2+a_0^2}}^l \frac{\partial \varphi_{0n}(\tau_1)}{\partial z} J_0[k_1(t-\tau_1)]/t \tau_1 + \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial t} \int_{z/\sqrt{c_0^2+a_0^2}}^l \frac{\partial w_n(\tau_1)}{\partial \tau_1} J_0[k_1(t-\tau_1)]/t \tau_1 \right\} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (22)$$

Для определения напряжения  $T_{zz}^{(1)}$  в вакууме необходимо решить уравнения (6) для пластинки. Согласно (19),  $T_{zz}^{(1)}$  определяется посредством  $b_y^{(1)}$ . Как следует из (6),  $b_y^{(1)}$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 b_y^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 b_y^{(1)}}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 b_y^{(1)}}{\partial t^2} \quad (23)$$

На поверхности пластинки должно выполняться условие непрерывности касательных компонент электрического поля, а именно:

$$e_x = e_x^{(1)} \text{ при } z = h/2 \quad (24)$$

Для идеальной плазмы из закона Ома следует

$$\vec{e} = -\frac{1}{c} (\vec{V} \times B) = \frac{1}{c} (B_0 V_z \mathbf{i} - B_0 V_x \mathbf{k}) \quad (25)$$

Из (24) и (25) следует, что

$$e_x^{(1)} = \frac{1}{c} B_0 V_z = \frac{B_0}{c} \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \text{ при } z = h/2 \quad (26)$$

С учетом граничного условия (11), получим

$$e_x^{(1)} = -\frac{B_0}{c} \frac{\partial w}{\partial t} \text{ при } z = h/2 \quad (27)$$

Согласно (6) и (27), условие, необходимое для однозначного определения  $b_y^{(1)}$ , запишется в виде

$$\frac{\partial b_y^{(1)}}{\partial z} = \frac{B_0}{c^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \text{ при } z = h/2 \quad (28)$$

Следовательно, мы должны решить волновое уравнение (23) при нулевых начальных условиях, условии затухания возмущений на



бесконечности и при граничном условии (28). Решение уравнения (23) ищем в виде

$$b_y^{(0)} = \sum_{n=1}^{\infty} b_{ny}^{(0)} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (29)$$

Принцип решения этого уравнения тот же, что и принцип решения уравнения (8). Окончательно для  $b_y^{(0)}$  получаем

$$b_y^{(0)} = -\frac{B_0}{c} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \int_{z/c}^1 \frac{\partial^2 w_n}{\partial \tau_1^2} J_0[k_2(t - \tau_1)] d\tau_1 \right\} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (30)$$

где  $k_2 = n\pi c/l$ .

Наконец, из (19), в силу (30) находим

$$T_z^{(0)} = \frac{B_0^2}{4\pi c} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \int_{z/c}^1 \frac{\partial^2 w_n}{\partial \tau_1^2} J_0[k_2(t - \tau_1)] d\tau_1 \right\} \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (31)$$

Таким образом, для определения функции прогиба  $w(t, x)$  необходимо решить уравнение (3), где поперечная нагрузка  $Z$  будет определяться согласно формулам (4), (18), (22) и (31).

Так как численное решение этого интегро-дифференциального уравнения связано с большими трудностями, то в дальнейшем для определения нагрузки  $Z$  будем пользоваться приближенными формулами, полученными на основании гипотезы плоского отражения [8].

$$\begin{aligned} P &= -\frac{\rho_0 c_0}{\sqrt{1+a^2}} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\partial \varphi_{0n}}{\partial z} + \frac{\partial w_n}{\partial t} \right) \sin \frac{n\pi x}{l} \\ T_z &= \frac{a^2 \rho_0 c_0}{\sqrt{1+a^2}} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\partial \varphi_{0n}}{\partial z} + \frac{\partial w_n}{\partial t} \right) \sin \frac{n\pi x}{l} \\ T_z^{(0)} &= \frac{a^2 \rho_0 c_0^2}{c} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial w_n}{\partial t} \sin \frac{n\pi x}{l} \end{aligned} \quad (32)$$

На основе (32) решение интегро-дифференциального уравнения сводится к интегрированию обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

$$\begin{aligned} \frac{d^2 w_n}{dt^2} + \left( \frac{\rho_0 c_0 \sqrt{1+a^2}}{m_0} - \frac{a^2 \rho_0 c_0^2}{cm_0} \right) \frac{dw_n}{dt} + \\ + \left( D_{11} - \frac{K_{11}}{C_{11}} \right) \frac{n^4 \pi^4}{m_0 l^4} w_n = \frac{4(2+a^2)P_0}{n\pi m_0} \exp \left( -\frac{\alpha \sqrt{c_0^2 + a_0^2} t}{l} \right) \end{aligned} \quad (33)$$

Решение уравнения (33) записывается в виде

$$w(t, x) = \frac{4(2+a^2)P_0}{\pi m_0} e^{-\alpha t} \sum_{n=1,3}^{\infty} \frac{\omega_n' e^{-\gamma t} - \omega_n' \cos \omega_n' t + \gamma \sin \omega_n' t}{n\omega_n' (\omega_n'^2 + \gamma^2)} \sin \frac{n\pi x}{l}$$

$$w(t, x) = \frac{4(2+a^2)P_0}{\pi m_0} e^{-\gamma t} \sum_{n=1,3} \frac{\omega_n'' e^{-\gamma t} + \omega_n'' \operatorname{ch} \omega_n'' t - \gamma \operatorname{sh} \omega_n'' t}{\pi \omega_n'' (\omega_n''^2 - \gamma^2)} \sin \frac{n\pi x}{l}$$

при  $\omega_0^2 - \beta^2 > 0$

при  $\omega_0^2 - \beta^2 < 0$  (34)

Здесь введены обозначения

$$\beta = \frac{c_0 \rho_0 \sqrt{1+a^2}}{2m_0} - \frac{a^2 \rho_0 c_0^2}{2cm_0}, \quad \gamma = \frac{\alpha \sqrt{c_0^2 + a^2}}{l} - \beta$$

$$\omega_0^2 = \left( D_{11} - \frac{K_{11}^2}{C_{11}} \right) \frac{\pi^4 \pi^4}{l^4 m_0}, \quad \omega_n' = (\omega_0^2 - \beta^2)^{1/2}, \quad \omega_n'' = i\omega_n'$$

Через  $w(t, x)$  выражаются все расчетные величины.

Далее решается оптимизационная задача по критерию прочности. Для каждого слоя пластинки условие прочности принимается в виде [6].

$$\left( \frac{\sigma_{11}^{(s)}}{\sigma_{B1}} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_{22}^{(s)}}{\sigma_{B2}} \right)^2 - \frac{\sigma_{11}^{(s)} \sigma_{22}^{(s)}}{\sigma_{B1}^2} + \left( \frac{\sigma_{12}^{(s)}}{\tau_{B0}} \right)^2 \leq 1 \quad (35)$$

где  $\sigma_{11}^{(s)}, \sigma_{22}^{(s)}, \sigma_{12}^{(s)}$  — напряжения в элементарных слоях КМ,  $\sigma_{B1}, \sigma_{B2}, \tau_{B0}$  — прочностные характеристики материала. Напряжения  $\sigma_{11}^{(s)}, \sigma_{22}^{(s)}, \sigma_{12}^{(s)}$  равны [7]

$$\sigma_{11}^{(s)} = -zB_{11}^{(s)} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \sigma_{22}^{(s)} = -zB_{12}^{(s)} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \sigma_{12}^{(s)} = 0 \quad (36)$$

Рассматривается задача определения такого способа организации пакета пластинки-полосы заданного веса, при котором она обладает наибольшей несущей способностью при ограничении на прочность.

Подставляя (36) в (35), с учетом (34), приходим к неравенству вида

$$P_0^2 F(t, x, \bar{h}_2) \leq 1 \quad (37)$$

где функция  $F$  не выписана в явном виде из-за громоздкости. Данная оптимизационная задача эквивалентна следующей: найти

$$F^* = \min_{\bar{h}_2} \max_{t, x} F(t, x, \bar{h}_2)$$

при  $0 \leq x \leq l, 0 \leq \bar{h}_2 \leq 1$ .

Здесь  $\bar{h}_2 = h_2 / h$ ,  $h_2$  — толщина слоя из пластмассы.

Проведены численные исследования для трех случаев:

1) несимметрично собранная двухслойная полоса, состоящая из слоев композиционного материала СВМ 5:1 и пластмассы (полистирол);

2) полоса состоит из трех слоев, симметрично расположенных относительно срединной плоскости. Средний слой изготовлен из пластмассы, а два наружных — из КМ;

3) средний слой изготовлен из КМ, а два наружных слоя — из пластмассы.

Рассматривались два варианта геометрических размеров пластинки  $\lambda = h/l = 0,03; 0,05$ . Профиль падающей волны выбирался в виде (12) при  $\alpha = 0,1$ . В качестве внешней среды выбран воздух с акустическими параметрами  $\rho_0 = 1,225 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_0 = 340 \text{ м/сек}$ . Численные расчеты проведены для значений параметра  $a^2 = B_0^2 / 4\rho_0 c_0^2$ , характеризующего магнитное поле:  $a = 0; 0,5; 1$ .

Результаты численных расчетов представлены в виде таблицы, где приведены наибольшие  $P_{0\text{max}}$  и наименьшие  $P_{0\text{min}}$  значения давления на фронте падающей волны и соответствующие им значения  $h_{2\text{max}}$  и  $h_{2\text{min}}$ .

		$\lambda = 0,05$			$\lambda = 0,03$		
		0	0,5	1	0	0,5	1
Варианты 1 и 3	$a$	0	0,5	1	0	0,5	1
	$h_{2\text{max}}$	0	0	0	0	0	0
	$P_{0\text{max}}$	1,9	1,83	1,34	0,9	0,85	0,67
	$h_{2\text{min}}$	1	1	1	1	1	1
	$P_{0\text{min}}$	0,45	0,48	0,33	0,23	0,2	0,17
Вариант 2	$a$	0	0,5	1	0	0,5	1
	$h_{2\text{max}}$	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
	$P_{0\text{max}}$	2,7	2,5	1,9	1,3	1,2	0,9
	$h_{2\text{min}}$	1	1	1	1	1	1
	$P_{0\text{min}}$	0,5	0,48	0,33	0,23	0,21	0,17

Данные материала СВМ 5:1

$$\rho = 1,85 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad B_{22}^0 = 0,62B_{11}^0, \quad B_{12}^0 = 0,12B_{11}^0, \quad B_{66}^0 = 0,16B_{11}^0,$$

$$\sigma_{a1} = 1,89 \cdot 10^{-2} B_{11}^0, \quad \sigma_{a2} = 0,77 \cdot 10^{-2} B_{11}^0, \quad \tau_{a0} = 0,5 \cdot 10^{-2} B_{11}^0$$

и полистирола

$$\rho = 1,06 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, \quad B_{11} = B_{22} = 0,11B_{11}^0, \quad B_{12} = 0,039B_{11}^0,$$

$$\sigma = 0,13 \cdot 10^{-2} = B_{11}^0$$

Как следует из численных расчетов, второй вариант является наилучшим, причем давление  $P_0$  достигает своего максимального значения при  $h_2 = 0,5$ . Оптимальные проекты для первого и третьего вариантов совпадают и вырождаются в однослойный, целиком изготовленный из композиционного материала.

Как показывают численные расчеты, благодаря оптимизации можно добиться увеличения несущей способности пластинки-полосы в 4-5 раз по сравнению с наилучшим вариантом.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Dimaggio F.L. Eff of an Acoustic Medium of the Dynamic Buckling of Plates. – New York, Journal of Applied Mechanics. 1956, vol.23, №2.
2. Калихман А.Е. Элементы магнитной газодинамики. – М.: Атомиздат, 1964
3. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. – М.: Наука, 1967
4. Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. – М.: Наука, 1977.
5. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. – М.: Наука, 1965.
6. Бажанов З.А., Гольденблат И.И. и др. Сопротивление стеклопластиков. – М.: Машгиз, 1968.
7. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977.
8. Mindlin R.D., Bleich M.N. Response of an elastic cylindrical shell to a transverse step shock wave. – Appl. Mech., 1953, vol.20, № 2.

Институт механики  
НАН Армении

Поступила в редакцию  
26.11.1999