ՀԱՅԿԱԿԱՆ ՍՍՀ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК АРМЯНСКОЙ ССР
Մեխանիկա XXXVI, № 2, 1983 Механика

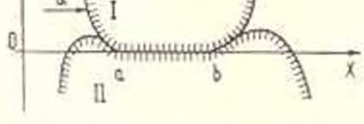
ОБОБЩЕННОЕ УРАВНЕНИЕ АБЕЛЯ И ПЛОСКАЯ КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ СО СТЕПЕННЫМ УПРОЧНЕНИЕМ МАТЕРИАЛА С ПЕРЕМЕННЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ТРЕНИЯ

РУБИН Б. С.

Известно, что интегральные уравнения первого рода со степенным ядром часто возникают в ряде задач механики. В настоящей статье дается решение в замкнутой форме плоской контактной задачи теории пластичности со степенным упрочнением материала в случае, когда коэффициент трения k между сжимаемыми телами является переменной величиной, зависящей от координаты точки контакта: $k = k(t)$. Приводимый здесь метод пригоден также для решения контактных задач теории ползучести при степенном законе связи между напряжениями и деформациями. Аналогичные контактные задачи без учета сил трения ранее исследовались Н. Х. Арутюняном [1, 2]. Случай, когда коэффициент трения является постоянной величиной, рассматривался Н. Х. Арутюняном и М. М. Манукяном в статье [3].

Обобщение результатов статьи [3] для случая переменного коэффициента трения основывается здесь на применении теории обобщенных уравнений Абеля, развитой С. Г. Самко в [4]. Метод этой работы заключается в сведении интегрального уравнения со степенным ядром к сингулярному интегральному уравнению с ядром Коши. Некоторые идеи, используемые в настоящей статье, заимствованы из монографии [5].

Пусть два соприкасающихся между собой тела прижимаются одно к другому под действием внешних сил, равнодействующая которых перпендикулярна к оси абсцисс. Допустим, что одно из сжимаемых тел, например, тело II, закреплено, между телами отсутствуют силы сцепления и действуют только силы трения, в направлении оси Ox на тело I действует сила Q, величина которой определяется из условия предельного равновесия тела I. Будем также считать, что область контакта сжимаемых тел совпадает с некоторым отрезком $[a, b]$ оси абсцисс.



Фиг. 1.

Условие пластичности с упрочнением материала принимается в виде

$$\sigma_i = K\varepsilon_i^{\mu} \tag{1.1}$$

где ε — интенсивность деформаций сдвига, σ_i — интенсивность касательных напряжений. K и μ — физические константы, причем $0 < \mu < 1$*.

Следуя работам [1, 3], введем обозначения: $y = f_1(x)$, $y = -f_2(x)$ — уравнения поверхностей контактирующих тел до приложения к ним сил; K_1, K_2 — физические постоянные, которыми определяются модули пластичности материалов первого и второго тел при одинаковом показателе μ.

$$A_{1,2} = \frac{m-2}{(2K_{1,2})^m (m-1)\, l}; \quad m = \frac{1}{\mu}; \qquad l^2 = \begin{cases} (2\mu - 1)/\mu^2, & \mu > 1/2 \\ (1 - 2\mu)/\mu^2, & \mu < 1/2 \end{cases}$$

$$a_1(x) = \begin{cases} D_1(x) \cos l\pi/2, & \mu > 1/2; \\ D_1(x) \operatorname{ch} l\pi/2, & \mu < 1/2; \end{cases} \qquad a_2 = \begin{cases} \sin l\pi/2, & \mu > 1/2 \\ \operatorname{sh} l\pi/2, & \mu < 1/2 \end{cases}$$

$D_1(x)$ и $D_2(x)$ — функции, определяемые из системы

$$\begin{cases} \displaystyle\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (-D_1(x) \sin l\theta + \cos l\theta)^m (k(x) \cos \theta - \sin \theta)\, d\theta = 0 \\ \displaystyle D_2(x) = \left| \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (-D_1(x) \sin l\theta + \cos l\theta)^m \cos \theta\, d\theta \right|^{-1} \end{cases}$$

если $\mu > 1/2$, и из системы

$$\begin{cases} \displaystyle\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (D_1(x) \operatorname{sh} l\theta + \operatorname{ch} l\theta)^m (k(x) \cos \theta - \sin \theta)\, d\theta = 0 \\ \displaystyle D_2(x) = \left| \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (D_1(x) \operatorname{sh} l\theta + \operatorname{ch} l\theta)^m \cos \theta\, d\theta \right|^{-1} \end{cases} \tag{1.2}$$

если $\mu < 1/2$.

$$f(x) = \left| \gamma - \frac{f_1(x) + f_2(x)}{A_1 + A_2} \right|^m \tag{1.3}$$

γ — некоторая константа, которая будет определена в дальнейшем.

Учитывая введенные обозначения, интегральное уравнение для определения нормального давления $p(x)$ в области контакта можно ([3]) записать в виде

$$\int_a^b D_2(s) \frac{[a_2 - a_1(s) \operatorname{sign}(s - x)]^m}{|s - x|^{1-\mu}}\, p(s)\, ds = f(x) \tag{1.4}$$

или

* Заметим, что поскольку закон (1.1) лишь приближенно характеризует зависимость между напряжениями и деформациями, то можно считать $\mu \neq 1/2$, заменяя при необходимости значение $\mu = 1/2$ сколь угодно близким.

$$
I^{\mu}_{a+}\eta\psi + I^{\mu}_{b-}\zeta\psi = \frac{1}{\Gamma(\mu)} f \tag{1.5}
$$

где

$$
I^{\mu}_{a+}\varphi = \frac{1}{\Gamma(\mu)} \int_a^x \frac{\varphi(s)\,ds}{(x-s)^{1-\mu}}, \qquad I^{\mu}_{b-}\varphi = \frac{1}{\Gamma(\mu)} \int_x^b \frac{\varphi(s)\,ds}{(s-x)^{1-\mu}}
$$

— левосторонний и правосторонний дробные интегралы Римана-Лиувилля порядка μ от функции φ, $\eta(x) = [a_0 + a_1(x)]^{-1}$, $\zeta(x) = [a_0 - a_1(x)]^{-1}$, $\varphi(x) = p(x)\,D_2(x)$.

Далее, пусть

$$
S_{b,\mu}\varphi = \frac{1}{\pi}\int_a^b \left(\frac{b-y}{b-x}\right)^{\mu} \frac{\varphi(y)\,dy}{y-x}
$$

$D^{\mu}_{a+} f = (d/dx)\, I^{1-\mu}_{a+} f$, $D^{\mu}_{b-} f = -(d/dx)\, I^{1-\mu}_{b-} f$ — дробные производные Римана-Лиувилля порядка μ от функции f. С помощью соотношения

$$
I^{\mu}_{a+}\varphi = \cos(\mu\pi)\, I^{\mu}_{b-}\varphi - \sin(\mu\pi)\, I^{\mu}_{b-} S_{b,\mu}\varphi
$$

([4], стр. 303) преобразуем уравнение (1.5) (такие уравнения называются обобщенными уравнениями Абеля) к сингулярному интегральному уравнению с ядром Коши:

$$
c_1(x)\,\varphi(x) - \frac{1}{\pi}\int_a^b \frac{c_2(t)\,\varphi(t)}{t-x}\,dt = \frac{(b-x)^{\mu}}{\Gamma(\mu)}\,(D^{\mu}_{b-}f)(x) \tag{1.6}
$$

где $c_1(x) = \zeta(x) + \eta(x)\cos\mu\pi$, $c_2(x) = \eta(x)\sin\mu\pi$, $\varphi(x) = \psi(x)\,(b-x)^{\mu}$.

Так как системы (1.2) в замкнутой форме не разрешимы, то будем считать коэффициент трения $k(x)$ кусочно-постоянной функцией $k(x) = k_i$, $x \in (a_i, a_{i+1})$, $a = a_1 < a_2 < \ldots < a_{n+1} = b$. В этом случае функции $D_{1,2}(x)$ тоже будут кусочно-постоянными и значения их на каждом отрезке $[a_i, a_{i+1}]$ могут быть посчитаны приближенными методами ([3]). Уравнение (1.6) будет представлять собой уравнение с кусочно-постоянными коэффициентами.

Подобного рода идеализация вынуждает нас решение уравнения (1.4) искать в классе функций, допускающих интегрируемую особенность в точках разрыва коэффициента трения.

Решение этого уравнения имеет вид ([6]):

$$
p(x) = \gamma_1(x)\,(D^{\mu}_{b-}f)(x) + \frac{(b-x)^{-\mu}}{\pi Z(x)\,D_2(x)} \int_a^b \frac{Z(t)\,\gamma_2(t)\,(b-t)^{\mu}\,(D^{\mu}_{b-}f)(t)}{t-x}\,dt + \frac{(b-x)^{-\mu}\,P_{n-1}(x)}{Z(x)\,D_2(x)} \tag{1.7}
$$

где

$$\gamma_1(x)=\frac{c_1(x)}{\Gamma(\mu)\,D_2(x)\,[c_1^2(x)+c_2^2(x)]},\qquad \gamma_2(x)=\frac{c_2(x)}{\Gamma(\mu)\,[c_1^2(x)+c_2^2(x)]}$$

$$Z(x)=\prod_{k=1}^{n+1}(x-a_k)^{-\varkappa_k}\,e^{\Gamma_0(x)},\qquad \Gamma_0(x)=\frac{1}{2\pi i}\int_a^b\frac{\ln G(t)\,dt}{t-x}$$

$$G(x)=\frac{c_1(x)-ic_2(x)}{c_1(x)+ic_2(x)}=\frac{\gamma_2(x)+\gamma_1(x)\,e^{-i\mu\pi}}{\gamma_2(x)+\gamma_1(x)\,e^{i\mu\pi}},\qquad \varkappa=\sum_{k=1}^{n+1}\varkappa_k$$

Числа $\varkappa_k$ выбираются на каждом конце в соответствии с классом решений. Пусть $G(a_k)=\rho_k e^{i\theta_k}$. Тогда

$$G(a_1-0)=1,\quad G(a_1+0)=\rho_1 e^{i\theta_1},\quad \frac{G(a_1-0)}{G(a_1+0)}=\frac{1}{\rho_1}\,e^{-i\theta_1}$$

$$G(a_k-0)=\rho_{k-1}e^{i\theta_{k-1}},\quad G(a_k+0)=\rho_k e^{i\theta_k}$$

$$\frac{G(a_k-0)}{G(a_k+0)}=\frac{\rho_{k-1}}{\rho_k}\,e^{i(\theta_{k-1}-\theta_k)},\quad k=2,\ldots,n$$

$$G(a_{n+1}-0)=\rho_n e^{i\theta_n},\quad G(a_{n+1}+0)=1,\quad \frac{G(a_{n+1}-0)}{G(a_{n+1}+0)}=\rho_n e^{i\theta_n}$$

Условимся значения θ_k брать в пределах $-2\pi<\theta_k\leqslant 0$. Тогда для решений, принадлежащих самому широкому классу, будем иметь

$$\varkappa_1=\left[-\frac{\theta_1}{2\pi}\right]=0,\quad \varkappa_k=\left[\frac{\theta_{k-1}-\theta_k}{2\pi}\right]=\begin{cases}0, & \theta_k<\theta_{k-1},\\ 1, & \theta_k>\theta_{k-1},\end{cases}\quad k=2,\ldots,n$$

$$\varkappa_{n+1}=\left[\frac{\theta_n}{2\pi}\right]=-1,\quad \varkappa=-1+\sum_{k=2}^{n}\varkappa_k\leqslant -1.$$

Заметим, что случаев автоматической ограниченности решений в точках a_k можно избежать, изменив сколь угодно мало величину μ, поэтому мы эти случаи рассматривать не будем.

Преобразовывая выражение для $Z(x)$, решение (1.7) можно записать в виде

$$p(x)=\gamma_1(x)\,(D_{b-}^{\mu}f)(x)+$$

$$+\frac{(b-x)^{1-\mu}}{\pi Z_1(x)\,D_2(x)}\int_a^b\frac{\gamma_2(t)\,Z_1(t)\,(b-t)^{-1+\mu}(D_{b-}^{\mu}f)(t)}{t-x}\,dt+\qquad(1.8)$$

$$+\left[P_{-\varkappa-1}(x)-\frac{1}{\pi}\int_a^b\gamma_2(t)\,Z_1(t)\,(b-t)^{-1+\mu}(D_{b-}^{\mu}f)(t)\,dt\right]\frac{(b-x)^{\varkappa-1-\mu}}{Z_1(x)\,D_2(x)}$$

где

$$Z_1(x) = \prod_{k=1}^{n} |x - a_k|^{\lambda_k} e^{-i\varkappa_k \arg(x - a_k)}, \quad \lambda_k = \frac{\theta_{k-1} - \theta_k}{2\pi} - \varkappa_k, \quad k = 1, \dots, n$$

$$\lambda = -\frac{\theta_n}{2\pi}, \quad 0 < \lambda_1, \quad \lambda_k < 1$$

Учитывая, что $\lambda = -\dfrac{\theta_n}{2\pi} = -\dfrac{1}{2\pi} \arg \dfrac{\xi^\mu + e^{-\mu\pi i}}{\xi^\mu + e^{\mu\pi i}}$, где

$$\xi = \frac{a_2 - a_1(b-0)}{a_2 + a_1(b-0)}$$

можно показать, что если $\xi > 0$, то $\lambda < \mu$, а если $\xi < 0$, то выполнения неравенства $\lambda < \mu$ всегда можно добиться за счет выбора ветви аргумента ξ^μ. Так как при $\lambda < \mu$ второе слагаемое в (1.8) имеет неинтегрируемую особенность, то следует обратить его в нуль, полагая

$$P_{-\varkappa-1}(x) = \frac{1}{\pi} \int_a^b \gamma_2(t) Z_1(t) (b-t)^{-\lambda+\mu} (D_{b-}^{\mu} f)(t)\, dt$$

Наконец, в силу соотношения

$$(D_{b-}^{\mu} f)(x) = \frac{f(b)}{\Gamma(1-\mu)(b-x)^\mu} - (I_{b-}^{1-\mu} f')(x)$$

окончательно имеем

$$p(x) = \frac{\gamma_1(x) f(b)}{\Gamma(1-\mu)(b-x)^\mu} + \frac{f(b)(b-x)^{\lambda-\mu}}{\pi\Gamma(1-\mu) Z_1(x) D_2(x)} \int_a^b \frac{Z_1(t)\gamma_2(t)(b-t)^{-\lambda}\, dt}{t-x} -$$

$$- (RI_{b-}^{1-\mu} f')(x) \tag{1.9}$$

где

$$(RI_{b-}^{1-\mu} f')(x) = \gamma_1(x)(I_{b-}^{1-\mu} f')(x) +$$

$$+ \frac{(b-x)^{\lambda-\mu}}{\pi Z_1(x) D_2(x)} \int_a^b \frac{\gamma_2(t) Z_1(t) (b-t)^{-\lambda+\mu} (I_{b-}^{1-\mu} f')(t)}{t-x}\, dt$$

В формуле (1.9) первые два слагаемых дают решение задачи о контакте двух тел с прямолинейными профилями участков, вступающих в контакт. Добавка $RI_{b-}^{1-\mu} f'$ вызвана наличием кривизны контактирующих участков.

Полученная формула дает решение контактной задачи в случае, когда в точках a и b хотя бы одно из сжимаемых тел имеет углы.

Получим решение задачи для случая, когда контактирующие поверхности не имеют углов. Преобразуем сингулярные интегралы в формуле (1.9)

$$J_1 = \frac{(b-x)^{\lambda-\mu}}{\pi Z_1(x) D_2(x)} \int\limits_a^b \frac{\gamma_2(t) Z_1(t) (b-t)^{-\lambda+\mu} (I_{b-}^{1-\mu} f')(t)}{t-x} \, dt =$$

$$= \frac{(b-x)^{1+\lambda-\mu}}{\pi Z_1(x) D_2(x)} \int\limits_a^b \frac{\gamma_2(t) Z_1(t) (b-t)^{-1-\lambda+\mu} (I_{b-}^{1-\mu} f')(t)}{t-x} \, dt -$$

$$- \frac{(b-x)^{\lambda-\mu}}{\pi D_2(x) Z_1(x)} \int\limits_a^b \gamma_2(t) Z_1(t) (b-t)^{-1-\lambda+\mu} (I_{b-}^{1-\mu} f')(t) \, dt$$

Первые два слагаемых в (1.9), пользуясь соотношением

$$S_{b-} \psi = -\operatorname{ctg}(\lambda\pi) \psi + \operatorname{cosec}(\lambda\pi) I_{b-}^{\lambda} D_{a+}^{\lambda} \psi$$

([4], стр. 305), можно преобразовать следующим образом:

$$J_2 = \frac{f(b)(b-x)^{-\mu}}{D_2(x) \Gamma(1-\mu)} \Big[D_2(x) \gamma_1(x) - \operatorname{ctg}(\lambda\pi) \gamma_2(x) +$$

$$+ \frac{1}{\sin(\lambda\pi) Z_1(x)} (I_{b-}^{\lambda} D_{a+}^{\lambda} Z_1 \gamma_2)(x) \Big]$$

Пусть $x \in [a_n, b]$. Нетрудно убедиться, что $D_2(x) \gamma_1(x) - \operatorname{ctg}(\lambda\pi) \gamma_2(x) = 0$. Отсюда

$$J_2 = \frac{f(b)(b-x)^{-\mu}}{D_2(x) \Gamma(1-\mu) \sin(\lambda\pi) Z_1(x)} (I_{b-}^{\lambda} D_{a_n+}^{\lambda} Z_1 \gamma_2)(x)$$

или

$$J_2 = \frac{f(b)(b-x)^{\lambda-\mu} \psi_1(b)}{D_2(x) \Gamma(1-\mu) \sin(\lambda\pi) Z_1(x) \lambda \Gamma(\lambda)} -$$

$$- \frac{f(b)(b-x)^{-\mu} D_2^{-1}(x)}{\lambda \Gamma(\lambda) \Gamma(1-\mu) \sin(\lambda\pi) Z_1(x)} \int\limits_x^b (t-x)^{\lambda} \psi_1'(t) \, dt$$

где

$$\psi_1(t) = (D_{a_n+}^{\lambda} Z_1 \gamma_2)(t), \quad t > a_n.$$

Второе слагаемое в (1.10) ограничено в точке $x = b$. Таким образом, в случае, когда в точке $x = b$ нет угла, решение на отрезке $[a_n, b]$ имеет вид

$$p(x) = - \frac{f(b)(b-x)^{-\mu} D_2^{-1}(x)}{\Gamma(1+\lambda) \Gamma(1-\mu) \sin(\lambda\pi) Z_1(x)} \int\limits_a^b \psi_1'(t) (t-x)^{\lambda} \, dt -$$

$$- \gamma_1 (I_{b-}^{1-\mu} f')(x) - \frac{(b-x)^{1+\lambda-\mu}}{\pi Z_1(x) D_2(x)} \int\limits_a^b \frac{\gamma_2(t) Z_1(t) (b-t)^{-1-\lambda+\mu} (I_{b-}^{1-\mu} f')(t)}{t-x} \, dt$$

при выполнении условия

$$\frac{1}{\pi}\int_a^b \varphi_2(t)\, Z_1(t)\,(b-t)^{\dots}\,(I_{b-}^{1-\mu}f')(t)\,dt = \frac{f(b)\,\varphi_2(b)}{\Gamma(1-\mu)\sin(\lambda\pi)\,\Gamma(1+\lambda)}$$

которое служит для определения координаты точки b.

Аналогично в случае, когда в точке $x=a$ нет угла, при $x\in(a_1, a_2)$, полагая $Z_2(x) = (x-a)^{\dots}Z_1(x)(b-x)^{\dots}$, где $\lambda_2 = -\theta_1/2\pi$, получаем

$$p(x) = \frac{f(b)\,(I_{a+}^{1-\mu}I_{b-}^{\mu}(b-\tau)^{-\mu}Z_2(\tau))(x)}{\Gamma(1-\mu)\sin(\lambda_2\pi)\,Z_2(x)\,D_2(x)} - \gamma_1(x)(I_{b-}^{1-\mu}f')(x) -$$

$$-\frac{(x-a)^{1-\lambda_2}}{\pi D_2(x)\,Z_2(x)}\int_a^b \frac{\gamma_2(t)\,Z_2(t)\,(t-a)^{\lambda_2-1}(I_{b-}^{1-\mu}f')(t)}{t-x}\,dt$$

При этом предполагается выполненным условие

$$\frac{1}{\pi}\int_a^b \gamma_2(t)\,Z_2(t)\,(t-a)^{\lambda_2-1}(I_{b-}^{1-\mu}f')(t)\,dt = \frac{f(b)\,\psi_2(a)}{\Gamma(1-\mu)\sin(\lambda_2\pi)\,\Gamma(1-\lambda_2)}$$

$$\psi_2 = I_{b-}^{\mu}\frac{Z_2(t)}{(b-t)^{\mu}}$$

которое служит для нахождения координаты точки a.

В полученных формулах можно избавиться от сингулярных интегралов, если воспользоваться соотношениями (1.20)—(1.21) из [4].

Постоянная γ, которая входит в выражение для функции f, находится из условия равновесия

$$P = \int_a^b p(x)\,dx$$

В заключение заметим, что формула (2.24), полученная в [3] для определения давления штампа с прямолинейным основанием на полуплоскость в случае постоянного коэффициента трения, легко выводится из (1.9). Имеем:

$$K I_{b-}^{1-\mu} f = 0,\quad f(b) = \gamma^{\dots},\quad Z_1(x) = (x-a)^{\dots}$$

$$p(x) = \frac{\gamma^{\dots}(b-x)^{-\mu}}{\Gamma(1-\mu)\,D_2}\left(D_2\gamma_1 + \frac{\gamma_2(b-x)^{\dots}}{\pi(x-a)^{\dots}}\int_a^b \frac{(t-a)^{\dots}(b-t)^{\dots}}{t-x}\,dt\right) =$$

$$= \frac{\gamma^{\dots}\gamma_2(x-a)^{\dots}(b-x)^{\dots}}{D_2\sin(\lambda\pi)}$$

Находя значение γ, окончательно получаем

$$p(x) = \frac{P(x-a)^{\dots}(b-x)^{\dots}}{B(1-\lambda,\,1+\lambda-\mu)}$$

что, как нетрудно убедиться, есть не что иное, как формула (2.24) из [3].

ԱԲԵԼԻ ԸՆԴՀԱՆՐԱՑՎԱԾ ՀԱՎԱՍԱՐՈՒՄԸ ԵՎ ԱՍՏԻՃԱՆԱՅԻՆ ՕՐԵՆՔՈՎ ԱՄՐԱՊՆԴՎՈՂ ՆՅՈՒԹԻ ՊԼԱՍՏԻԿՈՒԹՅԱՆ ՏԵՍՈՒԹՅԱՆ ՀԱՐԹ ԿՈՆՏԱԿՏԱՅԻՆ ԽՆԴԻՐԸ ՇՓՄԱՆ ՓՈՓՈԽԱԿԱՆ ԳՈՐԾԱԿՑՈՎ

ՌՈՒԲԻՆ Բ. Ս.

Ա մ փ ո փ ո ւ մ

Վերնագրում նշված խնդիրը լուծվում է փակ տեսքով։ Ինտեգրալ հավասարումը, որից որոշվում է $p(x)$ նորմալ ճնշումը, պատկանում է ներքին գործակիցներով Աբելի ընդհանրացված հավասարումների դասին։ Հաշվի առնելով կոտորակային ինտեգրալների և Կոշու կորիզով սինգուլյար օպերատորների միջև կապը, այդ հավասարումը բերվում է սինգուլյարի և լուծվում է կվադրատուրաներով։ Ստացված են լուծումներ այն դեպքերի համար, երբ կոնտակտային մակերևույթները ունեն անկյուններ և չունեն։

GENERALIZED ABEL'S EQUATION AND THE PLANE CONTACT PROBLEM OF PLASTICITY THEORY WITH DEGREE STRENGTHENING OF MATERIAL WITH VARIABLE FRICTION COEFFICIENT

B. S. RUBIN

S u m m a r y

The indicated problem has been solved in a closed form. The integral equation from which the normal pressure $p(x)$ is found belongs to the class of generalized Abel's equations with internal coefficients. Due to the connection between fractional integrals and singular operators with the Cauchy kernel, this equation is reduced to the singular one and is solved in quadratures. The solutions have been obtained in those cases when the contact surfaces have or have not angles.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Арутюнян Н. Х.* Плоская контактная задача теории пластичности со степенным упрочнением материала.— Изв. АН АрмССР, сер. физ.-мат. н., 1959, т. 12, № 2.
2. *Арутюнян Н. Х.* Плоская контактная задача теории ползучести.— ПММ, 1959, т. 23, вып. 5.
3. *Арутюнян Н. Х., Манукян М. М.* Контактная задача теории ползучести с учетом сил трения.— ПММ, 1963, т. 27, вып. 5.
4. *Самко С. Г.* Об обобщенном уравнении Абеля и операторах дробного интегрирования.— Дифференц. уравнения, 1968, т. 4, № 2.
5. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости.— М.: Наука, 1966.
6. *Гахов Ф. Д.* Краевые задачи.— М.: ГИФМЛ, 1963.

Ростовский государственный университет

Поступила в редакцию 4.IX.1981