

А. З. МКРՇԿՅԱՆ

ТЕРМОУПРУГИЕ НАПРЯЖЕНИЯ В КРУГЛОЙ РАЗНОМОДУЛЬНОЙ ПЛАСТИНКЕ

В работе рассматриваются две осесимметричные термоупругие задачи плоского напряженного состояния для пластинок, изготовленных из разномодульного материала.

В первой задаче определяется напряженное состояние в круговом кольце при постоянных температурах на внешнем и внутреннем контурах. Во второй задаче определяются напряжения в сплошной круглой пластинке при постоянной температуре на контуре и при теплоотдаче на торцевых поверхностях пластинки.

Получены расчетные формулы для определения нормальных напряжений σ_r и σ_θ . Для определения границы областей первого и второго родов [1, 2] получено трансцендентное уравнение.

Для второй задачи рассмотрены числовые примеры и построены эпюры распределения нормальных напряжений.

§ 1. Рассмотрим круговое кольцо, находящееся в стационарном температурном поле, изготовленное из разномодульного материала, характеризующегося упругими постоянными E^+ , ν^+ (при растяжении) и E^- , ν^- (при сжатии).

На внутреннем контуре кольца ($r=a$) имеем постоянную температуру $T_0 > 0$, а на внешнем контуре ($r=b$) температура равна нулю.

Температура в любой точке кольца определяется из решения уравнения теплопроводности, которое при данных контурных условиях имеет вид [3, 4]

$$T = T_0 \frac{\ln \frac{b}{r}}{\ln \frac{b}{a}} \quad (1.1)$$

Предполагается, что в сечениях, параллельных плоскости кольца, напряжения отсутствуют, то есть имеем случай обобщенного плоского напряженного состояния. В рассматриваемой осесимметричной задаче касательное напряжение $\tau_{r\theta}$ отсутствует, а нормальные напряжения σ_r и σ_θ не зависят от полярного угла θ и являются функциями только от координаты r .

Решение задачи для одномодульного материала [3] показывает, что во всех точках кольца σ_r отрицательно, напряжение же σ_θ отрицательно на внутреннем контуре ($r=a$), положительно на внешнем ($r=b$) и является непрерывной функцией от r .

При решении рассматриваемой задачи принимается, что и для разномодульного материала везде $\varepsilon_r \leq 0$, а ε_0 в области кольца меняет свой знак, обращаясь в нуль на некоторой, пока неизвестной окружности $r = r_0$. Кольцо этой окружностью делится на две части. Первая часть ($a < r < r_0$) является областью первого рода, так как в этой части пластинки $\varepsilon_r \leq 0$, $\varepsilon_0 \leq 0$. Вторая часть ($r_0 < r < b$) является областью второго рода, так как для нее $\varepsilon_r \leq 0$, а $\varepsilon_0 > 0$.

Рассмотрим каждую часть в отдельности.

Как известно [3, 4], для обычного изотропного материала, также и для областей первого рода, решение осесимметричной плоской температурной задачи сводится к определению функции напряжений φ , удовлетворяющей уравнению

$$\frac{d^2 \varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} - \frac{\varphi}{r^2} + \alpha E \frac{dT}{dr} = 0 \quad (1.2)$$

и соответствующим контурным условиям. Здесь α — коэффициент линейного теплового расширения материала.

Общее решение этого уравнения, с учетом (1.1), будет

$$\varphi = C_1 r - C_2 r^{-1} + \frac{\alpha T_0 E}{2 \ln \frac{b}{a}} r \ln r \quad (1.3)$$

Можно показать, что для областей второго рода, в случае осесимметричного напряженного состояния, уравнение относительно функции напряжений φ [5, 6] имеет вид

$$\frac{d^2 \varphi}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dr} - \frac{a_{11}}{a_{22}} \frac{\varphi}{r^2} + \frac{\alpha}{a_{22}} \frac{dT}{dr} = 0 \quad (1.4)$$

где

$$a_{11} = \frac{1}{E}, \quad a_{22} = \frac{1}{E} \quad \text{при } \varepsilon_r < 0, \quad \varepsilon_0 > 0 \quad (1.5)$$

или

$$a_{11} = \frac{1}{E}, \quad a_{22} = \frac{1}{E} \quad \text{при } \varepsilon_r > 0, \quad \varepsilon_0 < 0 \quad (1.6)$$

Общий интеграл уравнения (1.4) будет

$$\varphi = C_3 r^2 - C_4 r^{-2} + \frac{\alpha T}{a_{22} (1 - \beta^2) \ln \frac{b}{a}} r \quad (1.7)$$

где

$$\beta = \sqrt{\frac{a_{11}}{a_{22}}} \quad (1.8)$$

Входящие в (1.3) и (1.7) постоянные интегрирования C_i определяются из контурных условий задачи.

Для первой части ($a \leq r \leq \rho$) имеем функцию напряжений (1.3) и следующие контурные условия:

$$\text{при } r = a \quad \varepsilon_r = 0, \quad \text{при } r = \rho \quad \varepsilon_\theta = 0 \quad (1.9)$$

Для второй части ($\rho < r \leq b$) имеем функцию напряжений (1.7) и контурные условия

$$\text{при } r = \rho \quad \varepsilon_r = 0, \quad \text{при } r = b \quad \varepsilon_r = 0 \quad (1.10)$$

Напряжения ε_r и ε_θ выражаются через функции напряжений φ известными соотношениями

$$\varepsilon_r = \frac{\varphi}{r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{d\varphi}{dr} \quad (1.11)$$

Удовлетворяя контурным условиям (1.9) и (1.10) с учетом (1.11), для неизвестных коэффициентов C_i получим

$$\begin{aligned} C_1 &= -\frac{AE^-}{2(\rho^2 - a^2)} (\rho^2 - \rho^2 \ln \rho - a^2 \ln a) \\ C_2 &= \frac{AE^- \rho^2 a^2}{2(\rho^2 + a^2)} \left(1 + \ln \frac{\rho}{a} \right) \\ C_3 &= -\frac{AE^- 3}{(1 - \rho^2)(b^2 - \rho^2)} (\rho^{3+1} - 3b^{3+1}) \\ C_4 &= \frac{AE^- 3^{3+1} b^{3+1}}{(1 - \rho^2)(b^2 + \rho^2)} (b^{3-1} - 3\rho^{3-1}) \end{aligned} \quad (1.12)$$

где

$$A = \frac{\alpha T_0}{\ln \frac{b}{a}} \quad (1.13)$$

Напряжения ε_r и ε_θ для каждой части кольца будут:
для первой части ($a \leq r \leq \rho$)

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= -\frac{AE^-}{2r^2(\rho^2 + a^2)} \left[\rho^2(r^2 - a^2) + \rho^2 \left(r^2 \ln \frac{\rho}{r} - a^2 \ln \frac{\rho}{a} \right) - a^2 r^2 \ln \frac{r}{a} \right] \\ \varepsilon_\theta &= -\frac{AE^-}{2r^2(\rho^2 + a^2)} \left[a^2(\rho^2 - a^2) - a^2 \left(\rho^2 \ln \frac{\rho}{a} - r^2 \ln \frac{r}{a} \right) + \rho^2 r^2 \ln \frac{\rho}{r} \right] \end{aligned} \quad (1.14)$$

для второй части ($a < r < b$)

$$\begin{aligned} \tau_r &= -\frac{AE^{-1}}{(1-\beta^2)(b^{2\beta} + r^{2\beta})r^{\beta+1}} \{ \beta^{\beta+1}(b^{2\beta+1} - r^{2\beta+1}) - \\ &\quad - r^{\beta+1}(b^{2\beta} - r^{2\beta}) - \beta r^{\beta+1} b^{2\beta+1}(b^{2\beta-1} - r^{2\beta-1}) \} \\ \tau_\theta &= \frac{AE^{-1}\beta^2}{(1-\beta^2)(b^{2\beta} + r^{2\beta})r^{\beta+1}} \{ \beta^{\beta+1}(r^{2\beta} - r^{2\beta}) + \\ &\quad + b^{2\beta}(r^{2\beta+1} - r^{2\beta+1}) + r^{\beta+1}r^{2\beta+1}(r^{2\beta-1} - r^{2\beta-1}) \} \end{aligned} \quad (1.15)$$

В выражения (1.14) и (1.15) входит неизвестная величина β , которая определяется из условия непрерывности напряжения τ_r (или радиального перемещения) на границе областей первого и второго родов

$$\tau_r|_{r=a-0} = \tau_r|_{r=a+0} \quad (1.16)$$

Из (1.16) с учетом (1.14) и (1.15) получим следующее трансцендентное уравнение относительно β :

$$\begin{aligned} (\beta-1)^2 x^{-2\beta+2} + (\beta^2+1)(\beta-1)m^2 x^2 - 4\beta^2 x^{-1}(x^2 - m^2) + \\ + (\beta+1)^2 x^2 - (\beta^2-1)(\beta+1)m^2 - 2(\beta^2-1)m^2(1+x^{-1}) \ln \frac{x}{m} = 0 \end{aligned} \quad (1.17)$$

где

$$x = \frac{a}{b}, \quad m = \frac{a}{b} \quad (1.18)$$

Сравнивая полученные здесь результаты с соответствующими результатами задачи о чистом изгибе кривой разномодульной балки [6] замечаем, что трансцендентное уравнение (1.17) идентично с уравнением, определяющим положение радиуса кривизны нейтрального слоя. Напряжения же τ_r и τ_θ отличаются от соответствующих напряжений только постоянным множителем.

При выполнении контурных условий (1.10) и (1.11) с учетом (1.12) можно показать [6], что $\int_a^b \tau_\theta dr = 0$, то есть в сечениях вдоль радиуса напряжения τ_θ приводятся к паре сил. Это и объясняет вышеуказанное качественное совпадение результатов сравниваемых задач.

Отметим также, что все допущения относительно знаков напряжений и единственность решения уравнения (1.17) можно считать доказанными, исходя из этого совпадения.

Таким образом, после определения β из уравнения (1.17) по формулам (1.14) и (1.15) можно вычислить напряжения τ_r и τ_θ .

§2. Рассмотрим теперь круглую тонкую пластинку, изготовленную из разномодульного материала. На боковой цилиндрической поверхности пластинки ($r=b$) задана постоянная температура $T_0 > 0$, а

на торцевых плоскостях происходит теплообмен с окружающей средой. Решение уравнения теплопроводности, при указанных контурных условиях, имеет вид [3, 4]

$$T = T_0 \frac{I_0(mz)}{I_0(m)} \quad (2.1)$$

где

$$m = \sqrt{\frac{2\alpha\delta^2}{\lambda}}, \quad z = \frac{r}{b} \quad (2.2)$$

В (2.1) и (2.2) $\frac{k}{\lambda}$ — коэффициент относительной теплопередачи, δ — высота пластинки, z — безразмерная координата точки, I_0 — модифицированные функции Бесселя нулевого порядка.

Из решения рассматриваемой задачи для обычного материала [3], следует, что в области круга ($0 \leq z \leq 1$), $\sigma_r > 0$, а σ_θ меняет свой знак, так как при $z = 0$ $\sigma_\theta > 0$, при $z = 1$ $\sigma_\theta < 0$ и является непрерывной функцией от z .

При решении задачи для случая разномодульного материала принимаем, что $\sigma_r > 0$, а σ_θ меняет свой знак, обращаясь в нуль на некоторой пока неизвестной окружности $z = x$.

В силу этого круг разделится на две части.

Первая часть ($0 \leq z \leq x$) является областью первого рода, так как для этой части $\sigma_r > 0$, $\sigma_\theta > 0$. Вторая часть ($x < z \leq 1$) является областью второго рода, так как для нее $\sigma_r > 0$, $\sigma_\theta < 0$.

Для первой части относительно функции напряжений φ имеем уравнение (1.2) и следующее контурное условие:

$$\text{при } z = x \quad \sigma_\theta = 0 \quad (2.3)$$

Для второй части имеем уравнение (1.5) и следующие контурные условия:

$$\text{при } z = x \quad \sigma_\theta = 0, \quad \text{при } z = 1 \quad \sigma_r = 0 \quad (2.4)$$

Решая уравнения (1.2), (1.5) и удовлетворяя контурным условиям (2.3) и (2.4) с учетом (1.11), для напряжений σ_r и σ_θ получим:

для первой части ($0 \leq z \leq x$)

$$\begin{aligned} \sigma_r &= BE \left[I_0(mx) - \frac{I_1(mx)}{mx} - \frac{I_1(mz)}{mz} \right] \\ \sigma_\theta &= BE \left[I_0(mx) - I_0(mz) + \frac{I_1(mz)}{mz} - \frac{I_2(mx)}{mx} \right] \end{aligned} \quad (2.5)$$

для второй части ($x < z \leq 1$)

$$\begin{aligned} z_1 &= \frac{BmE^-}{2^2(1+x^{22})z^{11}} \left\{ (x^{22} + z^{22}) \int_x^1 (t^{1-1} - t^{1-1}) I_1(mt) dt - \right. \\ &\quad \left. - (1+x^{22}) \left[z^{22} \int_x^1 t^{1-1} I_1(mt) dt - \int_x^1 t^{1-1} I_1(mt) dt \right] \right\} \\ z_2 &= \frac{BmE^-}{2(1-x^{22})z^{11}} \left\{ (z^{22} - x^{22}) \int_x^1 (t^{1-1} - t^{1-1}) I_1(mt) dt - \right. \\ &\quad \left. - (1+x^{22}) \left[z^{22} \int_x^1 t^{1-1} I_1(mt) dt + \int_x^1 t^{1-1} I_1(mt) dt \right] \right\} \quad (2.6) \end{aligned}$$

где

$$B = \frac{\tau T_0}{l_0(m)} \quad (2.7)$$

В выражениях z_1 и z_2 (2.5), (2.6) входит неизвестная величина x , которая определяется из условия непрерывности напряжения σ_r на границе раздела областей первого и второго родов:

$$\sigma_r|_{r=z-0} = \sigma_r|_{r=z+0} \quad (2.8)$$

Из условия (2.8) с учетом (2.5) и (2.6) получим следующее трансцендентное уравнение относительно x :

$$(1+x^{22}) I_2(mx) - 2mx^{-1} \int_x^1 (t^{1-1} - t^{1-1}) I_1(mt) dt = 0 \quad (2.9)$$

Нетрудно показать, что при любых значениях z и m $\tau > 0$ и уравнение (2.9) в промежутке $0 < x < 1$ имеет один действительный корень, который можно определить известными методами приближенных вычислений.

Для этой задачи при некоторых значениях параметров m , z определены величины напряжений σ_r и σ_z в нескольких точках, расположенных вдоль радиуса.

При этом выражения для напряжений σ_r и σ_z преобразованы к виду

$$\sigma_r = \tau T_0 E K_1, \quad \sigma_z = \tau T_0 E K_2 \quad (2.10)$$

где K_1 и K_2 — функции, которые, как видно из формул (2.5) и (2.6), зависят от параметров m , z и от координаты точки x .

Таблица 1

 $\lambda = 0.5$

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=1 \quad x=0.426481$	0.0000	0.2728	0.2728
	0.1036	0.2672	0.2560
	0.2132	0.2503	0.2052
	0.3199	0.2221	0.1202
	0.4265	0.1823	0.0000
	0.5699	0.1299	-0.0543
	0.7132	0.0861	-0.1241
	0.8566	0.0439	-0.2112
	1.0000	0.0000	-0.3161

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=5 \quad x=0.543351$	0.0000	0.7455	0.7455
	0.1308	0.7355	0.7152
	0.2617	0.7033	0.6129
	0.3925	0.6417	0.4010
	0.5234	0.5366	0.0000
	0.6425	0.4233	-0.1633
	0.7617	0.3115	-0.4454
	0.8808	0.1790	-0.9352
	1.0000	0.0000	-1.7906

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=10 \quad x=0.659777$	0.0000	0.3536	0.3536
	0.1619	0.3529	0.3514
	0.3299	0.3498	0.3388
	0.4948	0.3388	0.2797
	0.5598	0.2978	0.0000
	0.7448	0.2583	-0.1096
	0.8299	0.2097	-0.3554
	0.9149	0.1349	-0.9092
	0.0000	0.0000	-2.1614

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=15 \quad x=0.759289$	0.0000	0.2136	0.2136
	0.1848	0.2135	0.2135
	0.3696	0.2134	0.2125
	0.5545	0.2117	0.1985
	0.7393	0.1935	0.0000
	0.8045	0.1749	0.0835
	0.8696	0.1488	-0.2980
	0.9348	0.1014	-0.8569
	1.0000	0.0000	-2.2792

Таблица 2

 $\lambda = 0.7$

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=1 \quad x=0.501403$	0.0000	0.3789	0.3789
	0.1254	0.3711	0.3556
	0.2507	0.3478	0.2854
	0.3761	0.3086	0.1674
	0.5014	0.2535	0.0000
	0.6261	0.1928	0.0625
	0.7507	0.1326	-0.2374
	0.8754	0.0691	-0.5917
	1.0000	0.0000	-0.5814

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=5 \quad x=0.505498$	0.0000	1.0982	1.0982
	0.1489	1.0852	1.0589
	0.2977	1.0425	0.9206
	0.4466	0.9577	0.6174
	0.5955	0.8042	0.0000
	0.6966	0.6630	-0.3642
	0.7977	0.4989	-0.9454
	0.8989	0.2882	-1.8717
	1.0000	0.0000	-3.3659

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=10 \quad x=0.711783$	0.0000	0.5791	0.5791
	0.1779	0.5783	0.5705
	0.3559	0.5743	0.5598
	0.5338	0.5587	0.4719
	0.7118	0.4939	0.0000
	0.7838	0.4371	-0.2287
	0.8569	0.3562	-0.9325
	0.9279	0.2260	-1.9354
	1.0000	0.0000	-1.1368

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m=15 \quad x=0.777421$	0.0000	0.3704	0.3704
	0.1944	0.3704	0.3703
	0.3887	0.3701	0.3691
	0.5831	0.3677	0.3478
	0.7774	0.3373	0.0000
	0.8331	0.3083	-0.2141
	0.8887	0.2613	-0.7274
	0.9444	0.1742	-1.8566
	1.0000	0.0000	-4.4956

Таблица 3

: 1

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m = 1$ $x = 0.5826110$	0.0000	0.5147	0.5147
	0.1457	0.5042	0.4832
	0.2913	0.4726	0.3882
	0.4370	0.4197	0.2281
	0.5826	0.3447	0.0000
	0.6870	0.2771	-0.2074
	0.7913	0.1974	-0.4937
	0.8957	0.1052	-0.7411
	1.0000	0.0000	-1.0722

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m = 5$ $x = 0.668982$	0.0000	1.6032	1.6032
	0.1672	0.5867	1.5527
	0.3345	0.5311	1.3701
	0.5017	1.4156	0.9122
	0.6690	1.1946	0.0000
	0.7517	1.0209	-0.8199
	0.8345	0.7824	-2.0268
	0.9172	0.1539	-3.8047
	1.0000	0.0000	-6.4265

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m = 10$ $x = 0.763552$	0.0000	0.9468	0.9468
	0.1909	0.9459	0.9437
	0.3818	0.9409	0.9220
	0.5727	0.9191	0.7919
	0.7636	0.8161	0.0000
	0.8227	0.7347	-0.7146
	0.8918	0.5993	-1.9733
	0.9409	0.3746	-4.1908
	1.0000	0.0000	-8.1028

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m = 15$ $x = 0.815673$	0.0000	0.6140	0.6440
	0.2039	0.6440	0.6439
	0.4078	0.6437	0.6422
	0.6118	0.6401	0.6099
	0.8157	0.5893	0.0000
	0.8618	0.5433	-0.6114
	0.9078	0.4577	-1.8059
	0.9539	0.2982	-1.1415
	1.0000	0.0000	-8.7119

Таблица 4

: 15

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m = 1$ $x = 0.671118$	0.0000	0.6888	0.6888
	0.1679	0.6749	0.6470
	0.3357	0.6329	0.5206
	0.5036	0.5623	0.3066
	0.6714	0.4620	0.0000
	0.7536	0.3893	-0.4193
	0.8357	0.2868	-0.8997
	0.9179	0.1566	-1.4469
	1.0000	0.0000	-2.0652

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m = 5$ $x = 0.711800$	0.0000	2.3423	2.3423
	0.1862	2.3217	2.2789
	0.3724	2.2504	2.0400
	0.5586	2.0946	1.4391
	0.7449	1.7766	0.0000
	0.8086	1.5639	-1.9363
	0.8724	1.2170	-4.5583
	0.9362	0.7086	-8.1131
	1.0000	0.0000	-12.9308

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m = 10$ $x = 0.816585$	0.0000	1.5683	1.5683
	0.2041	1.5672	1.5616
	0.4083	1.5609	1.5361
	0.6124	1.5301	1.3425
	0.8166	1.3667	0.0000
	0.8624	1.2463	-1.9335
	0.9083	1.0153	-4.9440
	0.9541	0.6247	-9.6247
	1.0000	0.0000	-16.9070

	z	$10K_1$	$10K_2$
$m = 15$ $x = 0.855341$	0.0000	1.1447	1.1447
	0.2138	1.1447	1.1416
	0.4277	1.1413	1.1422
	0.6415	1.1390	1.0924
	0.8554	1.0521	0.0000
	0.8915	0.9765	-1.7760
	0.9277	0.8158	-4.7839
	0.9638	0.5185	-9.8811
	1.0000	0.0000	-18.5205

Таблица 5

Значения

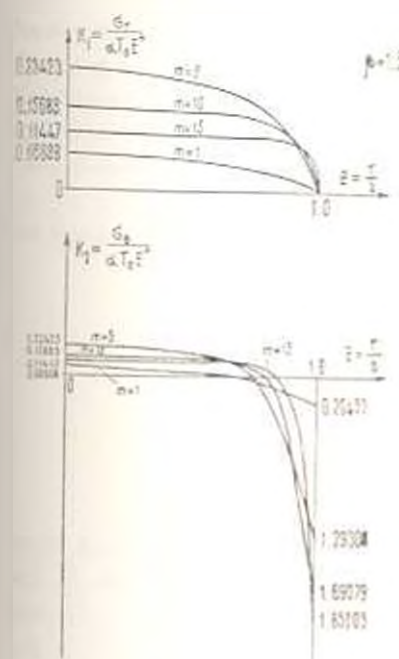
z	$10K_1$	$10K_2$
0,0000	0,8165	0,8165
0,1822	0,8001	0,7672
0,3645	0,7505	0,6179
0,5467	0,6671	0,3645
0,7290	0,5483	0,0000
0,7967	0,4739	0,6657
0,8645	0,3558	1,4131
0,9322	0,1973	2,2531
1,0000	0,0000	3,1933

z	$10K_1$	$10K_2$
0,0000	2,9526	2,2526
0,1980	2,9291	2,8801
0,3960	2,8467	2,6003
0,5940	2,6605	1,8628
0,7920	2,2264	0,0000
0,8944	2,0237	3,1011
0,8960	1,5874	7,7731
0,9480	0,9260	13,4074
1,0000	0,0000	20,6670

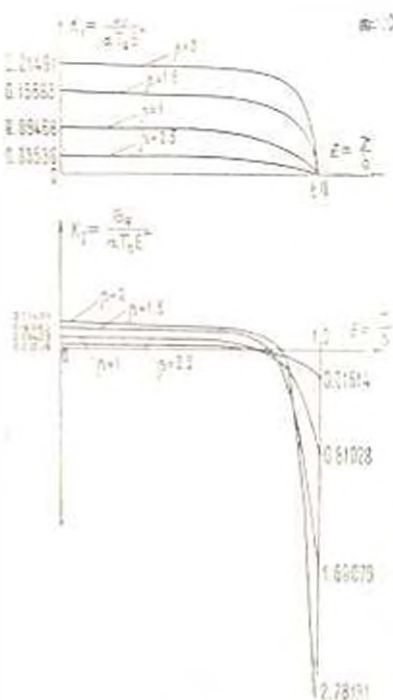
z	$10K_1$	$10K_2$
0,0000	2,1391	2,1391
0,2121	2,1179	2,1391
0,4248	2,1366	2,1133
0,6372	2,1023	1,8535
0,8496	1,8636	0,0000
0,8872	1,7248	3,7120
0,9248	1,4067	9,0521
0,9624	0,8571	16,7430
1,0000	0,0000	27,8191

z	$10K_1$	$10K_2$
0,0000	1,6477	1,6477
0,2201	1,6477	1,6476
0,4403	1,6472	1,6447
0,6604	1,6105	1,5792
0,8805	1,5181	0,0000
0,9104	1,1140	3,5790
0,9403	1,1738	9,1171
0,9701	0,7344	17,6927
1,0000	0,0000	30,9712

Вычисления произведены на ЭЦВМ „Наирн“ Учебно-вычислительной лаборатории Ереванского политехнического института имени К. Маркса.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Результаты вычислений приведены в табл. 1-5. По этим данным, для большей наглядности, построены эпюры распределения напряжений σ_1 и σ_2 (фиг. 1, 2).

Из приведенных в таблицах данных замечаем, что σ_1 принимает свое максимальное значение при $z=0$, а для σ_2 наибольшие растягивающие напряжения получаются при $z=0$, наибольшие сжимающие — при $z=1$.

Сравнивая значения K_1 и K_2 в точках $z=0$ и $z=1$ для пластин, имеющих разные параметры (m, β) , замечаем, что с увеличением β при одинаковых m (то есть с увеличением отношения E_1/E_2) увеличиваются наибольшие напряжения и наибольшие растягивающие и сжимающие напряжения σ_1 .

При одинаковых значениях характеристики разномодульности β и при различных m с увеличением последнего увеличивается x (область положительных напряжений σ_1) и увеличиваются наибольшие сжимающие напряжения σ_2 .

Ереванский политехнический институт
им. К. Маркса

Поступила 8 X 1970

Ջ. Չ. ՄԿՐՏՉԻԱՆ

ՏՐԱՎՈՐՈՒԹՅԱՆ ԿՐԻՐ ՍԱՇԿԵՐ ԶԵՐՄԱՌԱԶԳՈՒՄԱՆ ԼԱՐՈՒՄՆԵՐԸ

Ա Վ Փ Ո Ւ Ն ՈՒ Մ

Գրառված է առանձնապես նյութից պատրաստված կլոր սաղերի հարվածվածային սիստեմի երկու առանցքային մետրիկ խնդիր: Առաջին խնդրում որոշված է շրջանային օղակի շարժումները արտաքին և ներքին եզրագծերում հաստատուն ճիւղային ճանապարհների տրամա գեղարում: Երկրորդ խնդրում որոշված է հոծ կլոր սաղի շարվածային սիստեմի արտաքին եզրագծում հաստատուն ճիւղային ճանապարհների, իսկ մակերևույթից ճիւղային ճիւղային տրամա գեղարում:

Երկրորդ խնդիր համար հաշված են թվային օրինակներ և կատարված են նախնական շարժումների էպյուրաները:

THERMOELASTIC STRESSES IN THE CIRCULAR DIFFERENT-MODULUS PLATE

J. Z. MKRTCHIAN

S u m m a r y

Two axisymmetric thermoelastic problems of a plane stress state for plates made of different modulus material are considered. In the first problem the stress state in a circular ring for the case of constant temperatures on internal and external contours is found. In the second problem stresses in a circular plate with constant temperature on the contour and with thermooxchange on the plate butt-surfaces are determined.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Амбарцумян С. А., Хачатрян А. А. Основные уравнения теории упругости для материалов, сопротивляющихся растяжению и сжатию. Инж. ж., МТТ, № 2, 1966.
2. Амбарцумян С. А. Уравнения плоской задачи разнородноупругой или разномодульной теории упругости. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. XIX, № 2, 1966.
3. Мелан Э., Паркус Г. Термоупругие напряжения, вызываемые стационарными температурными полями. Физматгиз, М., 1958.
4. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. Изд. „Мир“, М., 1964.
5. Амбарцумян С. А. Уравнения теории температурных напряжений разномодульных материалов. Инж. ж., МТТ, № 5, 1968.
6. Миртчан Дж. Э. Чистый изгиб кругового стержня, изготовленного из разномодульного материала. Изв. АН Арм. ССР, Механика, т. XXII, № 4, 1969.