

Р. М. КИРАКОСЯН

О НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ БЕЗМОМЕНТНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ

В настоящей статье на основе теории течения [1] рассматривается неустановившаяся безмоментная ползучесть защемленных по краям оболочек вращения, находящихся под действием равномерного внутреннего давления. Путем решения упруго-мгновенной задачи и задачи установившейся ползучести находится интервал изменений напряжений во времени. Показывается, что в сферических оболочках всегда, а в усеченно-конических оболочках при несжимаемости материала напряжения вследствие ползучести не меняются.

1. Рассмотрим замкнутую оболочку вращения постоянной толщины h . Положение какого-либо параллельного круга срединной поверхности будем определять длиной отрезка по образующей s , отсчитываемой от некоторого параллельного круга $s_0 = 0$.

Пусть рассматриваемая оболочка защемлена по краям $s = 0$ и $s = l$ и находится под действием постоянного внутреннего давления p . Если материал оболочки обладает свойством ползучести, то при таких внешних воздействиях обычно происходит перераспределение напряжений во времени t .

Граничные условия задачи (с точностью безмоментной теории) будут

$$u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0. \quad (1.1)$$

Меридиональное (σ_1) и кольцевое (σ_2) напряжения в данном случае имеют вид [2, 3]

$$\sigma_1(s, t) = -\frac{1}{R_2 h \cos^2 \theta} \left[\bar{\sigma}_1(s) - U(t) \right], \quad (1.2)$$

$$\sigma_2(s, t) = \frac{1}{R_1 h \cos^2 \theta} \left[\bar{\sigma}_2(s) - U(t) \right],$$

где

$$\bar{\sigma}_1(s) = p \int_0^s r \sin \theta ds,$$

$$\bar{\sigma}_2(s) = p \left(R_1 R_2 \cos^2 \theta + \int_0^s r \sin \theta ds \right). \quad (1.3)$$

$U(t)$ — искомая функция интегрирования, R_1, R_2 — радиусы кривизны срединной поверхности, ϑ — угол между касательной к меридиану и осью вращения, r — расстояние от точек срединной поверхности до оси вращения.

В силу первого из граничных условий (1.1) для меридионального перемещения можно записать [2]

$$u(s, t) = \cos \vartheta \int_0^s \frac{1}{\cos \vartheta} \left(\varepsilon_1 - \frac{R_2}{R_1} \varepsilon_2 \right) ds, \quad (1.4)$$

На основе теории течения [1] для деформаций ε_1 и ε_2 получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - \nu \sigma_2) + \frac{1}{6} \int_0^t f(\tau) (2\varepsilon_1 - \varepsilon_2) dt, \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} (\sigma_2 - \nu \sigma_1) + \frac{1}{6} \int_0^t f(\tau) (2\varepsilon_2 - \varepsilon_1) dt, \end{aligned} \quad (1.5)$$

где

$$f(\tau) = \frac{\dot{\sigma}_1^2}{\sigma_1}$$

($\dot{\sigma}_1$ — интенсивность скоростей деформаций сдвига ползучести).

Из (1.2), (1.3) и (1.5) видно, что напряженное и деформированное состояния оболочки будут известны после определения неизвестной функции интегрирования $U(t)$.

Внося значения деформаций (1.5) в последнее из граничных условий (1.1) и принимая во внимание (1.2), (1.3) и (1.4), после некоторых элементарных выкладок для $U(t)$ получим

$$U(t) = \frac{A}{B} p,$$

где

$$\begin{aligned} A &= \int_0^l \frac{1}{R_1^2 R_2 \cos^3 \vartheta} \left\{ \frac{1}{E} \left[R_1 R_2 (R_2^2 - \nu R_1 R_2) \cos^2 \vartheta + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. (R_2^2 + 2\nu R_1 R_2 - R_1^2) \int_0^s r \sin \vartheta ds \right] + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^s \frac{1}{6} f(\tau) \left[R_1 R_2 (2R_2^2 + R_1 R_2) \cos^2 \vartheta + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 2(R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2) \int_0^s r \sin \vartheta ds \right] dt \right\} ds, \end{aligned}$$

$$B = \int_0^s \frac{1}{R_1 R_2 \cos^2 \vartheta} \left[\frac{1}{E} (R_1^2 + 2\nu R_1 R_2 + R_2^2) + \right. \\ \left. + \int_0^t \frac{1}{3} f(\tau) (R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2) dt \right] ds. \quad (1.6)$$

Отметим, что это выражение по существу является нелинейным алгебраическим уравнением относительно искомой функции, так как $f(\tau)$ есть нелинейная функция от $U(t)$

$$f(\tau) = F[p, s, U(t)]. \quad (1.7)$$

Полагая в (1.6) $t = 0$, получим значение искомой функции для упруго-мгновенной задачи

$$U(0) = \frac{p}{\int_0^s \frac{R_1^2 + 2\nu R_1 R_2 + R_2^2}{R_1 R_2 \cos^2 \vartheta} ds} \int_0^s \frac{1}{R_1 R_2 \cos^2 \vartheta} \left[R_1 R_2 (R_1^2 + \nu R_1 R_2) \cos^2 \vartheta + \right. \\ \left. + (R_1^2 + 2\nu R_1 R_2 + R_2^2) \int_0^s r \sin^2 \vartheta ds \right] ds. \quad (1.8)$$

Переходя к пределу при $t \rightarrow \infty$, из (1.6) для установившегося режима ползучести получим

$$U(\infty) = \frac{p}{2 \int_0^s \frac{f(\tau)}{R_1 R_2 \cos^2 \vartheta} (R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2) ds} \int_0^s \frac{f(\tau)}{R_1 R_2 \cos^2 \vartheta} \times \\ \times \left[R_1 R_2 (2R_2^2 + R_1 R_2) \cos^2 \vartheta + 2(R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2) \int_0^s r \sin^2 \vartheta ds \right] ds. \quad (1.9)$$

Так как состояние ползучести с течением времени монотонно изменяется от начального упругого состояния к состоянию установившейся ползучести [1], то $U(t)$ при неустановившейся ползучести принимает значения, находящиеся в интервале от $U(0)$ до $U(\infty)$. Тем самым определяется интервал изменений напряженного состояния вследствие ползучести.

Очевидно, что при $U(0) = U(\infty)$ напряженное состояние является постоянным, и влияние ползучести заключается лишь в увеличении деформаций и перемещений оболочки.

2. Рассмотрим конкретные примеры.

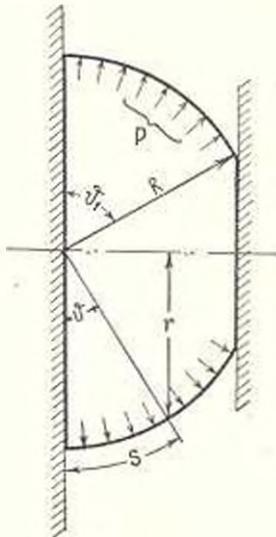
а) Сферическая оболочка. Полагая в (1.8) и (1.9)

$$R_1 = R_2 = R = \text{const}, \quad s = R\vartheta, \quad (2.1)$$

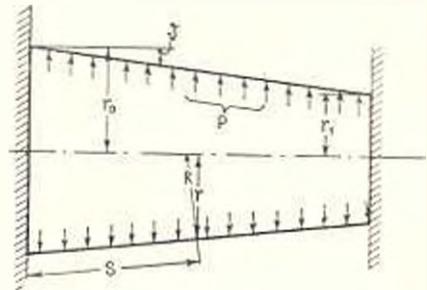
для $U(0)$ и $U(\infty)$ получим

$$U(0) = U(\infty) = \frac{pR^2}{2}. \quad (2.2)$$

Следовательно, если сферическая оболочка закреплена в двух концах и находится под действием равномерного давления (фиг. 1), то независимо от значения коэффициента Пуассона напряжения и оболочки вследствие ползучести не изменяются.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

б) Усеченно-коническая оболочка. В этом случае (фиг. 2)

$$R_1 = \infty, \quad R_2 = \frac{r}{\cos \vartheta} = \frac{r_0 - s \sin \vartheta}{\cos \vartheta}, \quad \vartheta = \text{const}. \quad (2.3)$$

Учитывая (2.3), из (1.8) и (1.9) получим

$$U(0) = \frac{pr_0^2}{2} - \frac{p(1-2\nu)(r_0^2 - r_1^2)}{4 \ln \frac{r_0}{r_1}}, \quad U(\infty) = \frac{pr_0^2}{2}. \quad (2.4)$$

Таким образом,

$$\frac{pr_0^2}{2} - \frac{p(1-2\nu)(r_0^2 - r_1^2)}{4 \ln \frac{r_0}{r_1}} < U(t) < \frac{pr_0^2}{2}. \quad (2.5)$$

В случае несжимаемости ($\nu = 0,5$)

$$U(0) = U(\infty) = \frac{pr_0^2}{2}, \quad (2.6)$$

и перераспределения напряжений вследствие ползучести материала не происходит.

в) Переходя в (2.4) к пределу при $r_1 - r_0 = 0$, получим значения $U(0)$ и $U(\infty)$ для круговой цилиндрической оболочки

$$U(0) = \nu pr^2, \quad U(\infty) = \frac{pr^2}{2} \quad (2.7)$$

(r — радиус цилиндра).

При $\nu = 0,5$

$$U(0) = U(\infty) = \frac{pr^2}{2}$$

и перераспределения напряжений не происходит.

Последний результат попутно получен в работе [4].

Институт математики и
механики АН Армянской ССР

Поступила 25 III 1965

Խ. Մ. ԿԻՐԱԿՈՍԻԱՆ

ՊՏՏՄԻՆ ԹԱԳԱՆԹՆԵՐԻ ԶԿՅՈՒՄԵՆՏԱՆ ԸՆԴՈՒՄԵՆՏ ՍԻՂՔԻ ՄԱՍԻՆ

Մ. մ. փ. ո. փ. ո. մ.

Հոդվածում հստակություն տեսության [1] հիման վրա դիտարկվում է եզրերում ամրակցված պլուստման թաղանթների անմամկետ սուղքի խնդիրը՝ հաստատուն ներքին ճնշման տոկոսությամբ պեղքում: Առաձգա-ակնթարթային և կայունացված վիճակների խնդրի լուծման ճանապարհով դրսևում է մասնակի ընթացքում թաղանթի լարումների փոփոխման միջակայքը: Պարզվում է, որ սֆերիկ թաղանթներում միշտ, իսկ հասած կոնական թաղանթներում նյութի անսեղմելիության պեղքում լարումները սուղքի պատճառով չեն փոփոխվում:

R. M. KIRAKOSIAN

ON THE UNSTATIONARY MOMENTLESS CREEP OF ROTATING SHELLS

Summary

In the present paper the unstationary momentless creep of rotating shells clamped on the contour and under the action of uniform internal pressure is considered.

It is shown that if the shell is spherical the stresses do not change because of the creep of the material which would take place for conical shells if the material was uncompressive.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Качанов Л. М. Теория ползучести. Физматгиз, М., 1960.
2. Амбарцумян С. А. Теория анизотропных оболочек. Физматгиз, М., 1961.
3. Разенблум В. И. О неустановившейся ползучести безмоментных оболочек. ПМТФ, № 4, 1960.
4. Киракосян Р. М. Ползучесть цилиндрической оболочки произвольного поперечного сечения, нагруженной нормальным внутренним давлением. Известия АН АрмССР, серия физ.-мат. наук, 16, № 6, 1963.