

С. В. НЕКРАСОВА и А. С. БАДАЛЯН

КОЭФИЦИЕНТ ПОТЕМНЕНИЯ К КРАЮ ДИСКА У ЗАТМЕННЫХ ПЕРЕМЕННЫХ — Z Normae и AR Cassiopeiae

С целью определения коэффициента потемнения к краю на дисках затменных переменных использованы две кривые блеска: фотографическая кривая Z Normae, полученная Ватерфильдом (Waterfield)¹ и фотоэлектрическая кривая AR Cassiopeiae, полученная Стеббинсом (Stebbins)².

Z Normae

Переменная Z Normae = HD 143882 (B5) была открыта мисс Левитт (Leavitt)³ по фотопластинкам Гарвардской обсерватории в 1907 г. Ватерфильд определил фотографическую кривую изменения блеска и эпоху главного минимума переменной:

главный минимум = $J. D \cdot 2418771.959 + 2^d.556911 \cdot E$

с яркостью в главном минимуме в $10^m.3$

„ „ во вторичном минимуме $9^m.5$

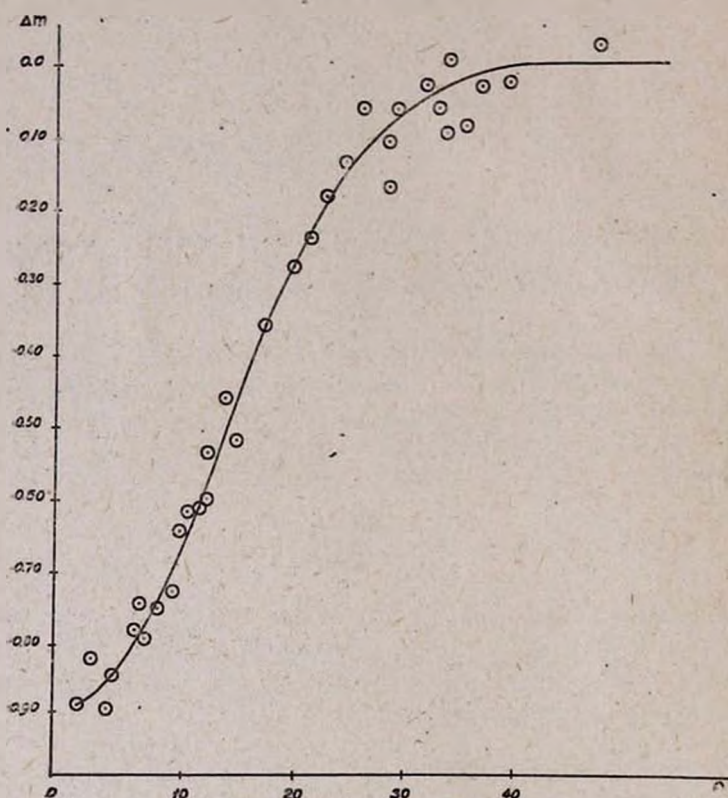
„ „ в максимуме $9^m.2$

Предварительные элементы орбиты этой переменной получены Гапошкиным (S. Gaposchkin)⁴. Так как у Z Normae не удалось обнаружить какого-либо смещения вторичного минимума от середины кривой, а продолжительности главного и вторичного минимумов почти одинаковы, то орбита при вычислении принималась за круговую.

Ректификация кривой блеска

Кривая блеска вне затмения у Z Nor не имеет постоянной яркости. Это изменение блеска в промежутке между минимумами является следствием двух причин: уклонения фигур равновесия компонентов от сферической формы, с одной стороны, и так называемого „эффекта отражения“ — с другой. Вследствие большой близости компо-

нений, отражение света яркого компонента от более слабого может достигать величины вполне измеримой современными инструментами. Последний эффект вызывает постепенное увеличение яркости в интервале от главного минимума к вторичному, достигая максимума яркости



Чертеж № 1.

лишь в начале вторичного минимума. Это явление, называемое эффектом фазы, было впервые обнаружено и интерпретировано Дюганом (Dugan)⁵.

Для вывода элементов системы необходимо сначала исправить кривую блеска между минимумами, т. е. освободиться от эффектов, вызывающих изменение кривой блеска вне затмений. В таблице 1 помещена нормальная кривая блеска *Z Normae*, полученная Ватерфиль-

дом. По этой кривой составлена отраженная кривая в главном минимуме (черт. 1).

Т а б л и ц а 1.

Фаза	Δm	O—C	Фаза	Δm	O—C	Фаза	Δm	O—C
0.006	0.01	+ 0.009	0.330	0.04	0.000	0.623	0.71	0.000
20	11	16	346	6	00	628	82	— 13
33	5	00	357	2	00	633	94	+ 05
49	55	00	371	4	00	637	93	— 18
63	0	68	387	2	00	645	1.09	+ 13
74	8	05	402	4	00	650	1.02	— 20
91	19	— 20	419	5	00	655	1.08	00
106	22	+ 05	443	2	00	664	1.04	+ 01
122	26	— 05	455	3	00	669	0.97	— 09
131	21	+ 43	463	3	00	672	98	+ 78
148	32	— 20	476	8	00	679	90	21
268	33	25	500	12	00	683	79	— 07
189	24	00	519	8	00	688	70	35
204	16	+ 25	535	11	00	694	68	+ 25
222	6	52	560	8	— 0.33	705	35	— 68
236	12	— 27	575	28	+ 77	713	37	+ 04
245	11	— 37	582	17	47	722	25	— 07
256	12	— 52	591	30	— 03	713	21	+ 23
275	7	00	599	44	+ 05	742	13	— 13
286	7	00	606	50	06	747	19	+ 55
302	7	00	616	62	— 35	752	18	57
318	6	00	620	77	+ 12	745	15	17
766	12	+ 16	852	— 2	00	948	+ 03	00
786	4	— 26	874	4	00	956	2	00
802	11	00	888	1	00	970	1	00
818	6	00	905	9	00	984	1	00
883	4	00	922	6	00	992	3	00

O—C получено согласно окончательных элементов таблицы 5.

Наблюдаемая кривая блеска вне затмения может быть представлена формулой:

$$\Delta m = \Delta m_0 + b \cos \theta + c \cos^2 \theta + d \sin \theta, \quad (1)$$

где Δm — ректифицированная максимальная яркость кривой блеска,

Δm_0 — наблюдаемая максимальная яркость, взятая из кривой,

$\theta = \frac{360}{p} t$ — угол фазы, отсчитываемый от середины затмения,

b — постоянная эффекта отражения,

c — „ „ эллиптичности компонентов,

d — „ „ периастра.

Эффект периастра представляет собою сумму различных эффектов, период изменения которых совпадает с орбитальным периодом обращения.

Из 33-х уравнений вида (1), составленных по наблюдаемым точкам к кривой вне затмения, способом наименьших квадратов, получены следующие постоянные коэффициенты ректификации:

$$\begin{aligned} \Delta m &= +0.027 \pm 0.008 \\ b &= +0.029 \pm 0.013 \\ c &= +0.117 \pm 0.034 \\ d &= -0.008 \pm 0.006 \end{aligned}$$

Исправление кривой блеска за счет указанных выше эффектов произведено в 2 приема. Сначала кривая блеска исправлена в звездных величинах за неточность принятого значения максимума (Δm_0), за эффект периастра и эффект эллиптичности по формуле

$$\Delta m_{\text{рект.}} = \Delta m_{\text{набл.}} - \Delta m_0 - c_0 \cos^2 \theta + d \sin \theta, \quad (2)$$

$$\text{где } \Delta m_0 = \Delta m_0 + b, \quad c_0 = c + 0.58b^2.$$

Исправление кривой блеска за эффект отражения произведено в интенсивностях по формуле Пайка (Pike)⁷

$$\Delta I_0 = \Delta I_{\text{рект.}} - L_r(\pi) \sin^{\frac{3}{2}} \frac{\theta}{2}, \quad (3)$$

$\Delta I_{\text{рект.}}$ — интенсивность, соответствующая разности $\Delta m_{\text{рект.}}$
 $L_r(\pi) = 2b$ — выраженная в интенсивностях.

Решение гипотез „U“ и „D“

После выпрямления кривой яркости вне затмения можно приступить к определению элементов системы.

Кривая блеска исследована при двух гипотезах: при гипотезе „U“ (uniform) — диски компонентов равномерно освещены; при гипотезе „D“ (darkened) — диски совершенно темные к краю.

Так как затмение полное, т. е. $\alpha_0 = 1$, то вполне применим обычный метод Расселя — Шапли.

В таблице 2 приведено определение k_u и k_d методом Расселя.

Т а б л и ц а 2.

μ	θ	$1 - z \cos^2 \theta$	$\frac{1 - z \cos^2 \theta_{0.0}}{1 - z \cos^2 \theta_{\pi}}$	$\sin^2 \theta_{\pi} - \sin^2 \theta_{0.0}$	$\psi(k, \alpha_0)$	k_u	k_d
0.10	31.5	0.8052	0.9148	+ 0.2043	3.615	0.75	0.87
20	26.0	7835	9401	1235	2.216	65	82
30	22.5	7713	9550	0778	1.437	60	78
40	19.7	7624	9662	0449	0.839	51	71
50	17.4	7560	9743	0207	0.390	50	70
60	15.2	7504	9816				
70	13.2	7460	9874	- 0.0165	0.313	30	35
80	10.5	7409	9942	0355	0.683	50	72
90	7.5	7366	1.0000	0517	Средняя	0.544	0.707

K_a и k_d (отношение радиусов компонентов для гипотез „U“ и „D“ соответственно) получены из соотношения:

$$\psi(\kappa, \sigma_*) = \frac{(\sin^2 \theta_{0,8} - \sin^2 \theta_{0,6})(1 - z \cos^2 \theta_{0,9})}{(\sin^2 \theta_{0,8} - \sin^2 \theta_{0,9})(1 - z \cos^2 \theta_{0,8})} \quad (4)$$

(Таблицы Ресселя II „U“ и IIx „D“)

Остальные элементы системы a_b, a_f, l выведены согласно формул:

$$\left. \begin{aligned} A &= \sin \theta_{0,6} \\ B &= \frac{\sin^2 \theta_{0,8} - \sin^2 \theta_{0,9}}{1 - z \cos^2 \theta_{0,8}} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

A и B берутся непосредственно из наблюдаемой кривой блеска

$$\sin^2 \theta'_0 = \frac{A + B\psi(\kappa, 1)(1 - z)}{1 - zB\psi(\kappa, 0)} \quad (6)$$

$$z = 2(c + 0.58b)$$

$$\sin^2 \theta''_0 = \frac{A + B\psi(\kappa, 1)(1 - z)}{1 - zB\psi(\kappa, 1)} \quad (7)$$

θ_0 — угол фазы при внешнем касании компонентов — начало затмения.

θ''_0 — угол фазы при внутреннем касании компонентов — начало полного затмения.

$$(1 + \kappa)^2 (1 - z \cos^2 \theta'_0) = A_1 + B_1 \sin^2 \theta'_0 \quad (8)$$

$$(1 - \kappa)^2 (1 - z) = A_1,$$

где

$$A_1 = \frac{\cos^2 i}{a_b^2}; \quad B_1 = \frac{\sin^2 i}{a_b^2};$$

$$b = a \sqrt{1 - e^2}; \quad e^2 = \frac{z}{\sin^2 i}.$$

Элементы системы Z Norma приведены в таблице 3.

Т а б л и ц а 3.

	Гип. „U“ гип. „D“	
Период обращения в орбите P	2 ^d .556911	
Эпоха глав. минимума T	2418771 ^d .959	
Фаза вторичн. минимума $t_2 - t_1$	1 ^d .278455	
Наклонность орбиты i	81° 0	84° 4
Большая полуось яркого компонента . a_b	0.227	0.268
Большая полуось спутника a_f	0.408	0.383
Отношение радиусов компонентов . . . k	0.557	0.707
Постоянная эллиптичности компонентов . z	0.268	0.268
Яркость главной звезды L_b	0.545	0.565
Яркость спутника L_f	0.455	0.435
Яркость спутника с обратной стороны $L_f - 2b$	0.397	0.377
Отношение поверхностных яркостей . J_b/J_f	3.86	2.65

Коэффициент потемнения к краю у Z Norma

Коэффициент потемнения к краю дает возможность найти элементы системы, наилучшим образом удовлетворяющие наблюдаемой кривой блеска (чертеж 1). Определение этого коэффициента произведено методом, разработанным профессором В. А. КРАТ.

Предварительное значение степени потемнения к краю найдено для 3-х гипотез $0.3D$, $0.5D$, $0.7D$ в точках кривой по $\theta'' = 5^\circ$, 7.5° , 10° , 15° , 20° , 25° и 27.5° .

Ниже даны формулы для вычисления указанного коэффициента в случае „большая звезда впереди“, в главном минимуме¹⁰.

$$\left. \begin{aligned} \frac{dp}{d\theta} &= \frac{B_1 - zp^2}{2E^2p} \sin 2\theta \\ E^2 &= 1 - z \cos^2 \theta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

$$p^2 = \frac{1}{E} (A_1 + B_1 \sin^2 \theta). \dots \dots \dots (10)$$

Значения A_1 и B_1 приведены в формулах (8)

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\alpha_{\pi/2}}{d\theta} &= \frac{\sqrt{2(k^2 p^2 + k^2 + p^2) - 1 - k^4 - p^4}}{\pi k^2 p} \\ \frac{d\alpha_{\pi/2}}{d\theta} &= \frac{d\alpha_{\pi/2}}{dp} \cdot \frac{dp}{d\theta} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta'_0}{d\theta} &= L_b \left(\frac{dE}{d\theta} \alpha_{\pi/2} - E \frac{d\alpha_{\pi/2}}{d\theta} \right) \\ \frac{dE}{d\theta} &= \frac{z \sin 2\theta}{2E} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

$\alpha_{\pi/2} = \frac{\Delta l}{L_b}$ — берется из кривой блеска для соответствующих θ .

$$\beta = \frac{dQ}{d\theta} - \frac{dQ'_0}{d\theta}, \dots \dots \dots (13)$$

здесь β означает разность между вычисленным значением падения яркости на диске звезды ($dQ'_0/d\theta$) и непосредственно найденным по касательной к кривой блеска во время затмения ($dQ/d\theta$).

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= \frac{dE}{d\theta} J_1 + E J_2 - \frac{2}{3} \left[E \frac{d\alpha_{\pi/2}}{d\theta} + \frac{dE}{d\theta} (\alpha_{\pi/2} - 1) \right] \text{ для } \sin \theta_1 > 0 \\ D_2 &= \frac{dE}{d\theta} J_1 + E J_2 - \frac{2}{3} \left[E \frac{d\alpha_{\pi/2}}{d\theta} + \frac{dE}{d\theta} \left(\alpha_{\pi/2} - \frac{3}{2} \cos \theta_1 + \frac{\cos^3 \theta_1}{2} \right) \right] \\ \text{для } \sin \theta < 0, \\ \sin \theta_1 &= \frac{p-1}{k}, \quad J_1 = (\alpha_0)_{\theta_1} \left(\cos \theta_1 - \frac{\cos^3 \theta_1}{3} \right) \end{aligned} \right\} (14)$$

$(\alpha_0)_{\theta_1}$ — приблизительно соответствует $\frac{\alpha_{\pi/2}}{2}$

$\overline{J_2}$ — табулировано по k и p ¹¹)

$$J_2 = \frac{d\rho}{d\theta} \cdot \bar{J}_2$$

$$x = \frac{3\beta}{3DJ_b - 2\beta} \dots \dots \dots (15)$$

$$x' = \frac{x}{1+x} \dots \dots \dots (16)$$

где x — коэффициент потемнения к краю,

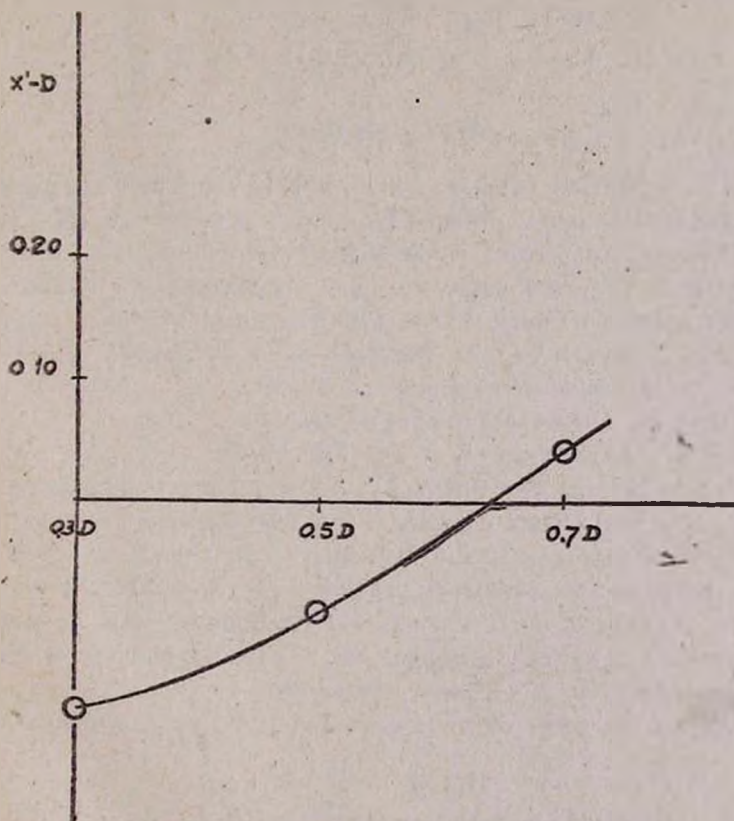
x' — степень потемнения к краю.

В таблице 4 приведены предварительные результаты вычисления степени потемнения к краю (x') для 3-х гипотез.

Т а б л и ц а 4.

	0.3D	0.5D	0.7D
x	0.89	1.44	1.94
x'	0.47 ± 0.12	0.59 ± 0.09	0.66 ± 0.10

Для получения окончательного значения (x') данные таблицы 4 нанесены на график (чертеж 2).



Чертеж 2.

По оси абсцисс нанесены гипотезы 0.3D, 0.5D, 0.7D, а по оси ординат — разности $x'_{0.3D} = 0.3D$, $x'_{0.5D} = 0.5D$, $x'_{0.7D} = 0.7D$. Полученные точки соединены плавной кривой. Пересечение этой кривой с осью абсцисс дало наиболее вероятные значения степени потемнения к краю (x').

Второе приближение, сделанное при гипотезе 0.6D, привело к окончательному значению $x' = 0.64$, что соответствует коэффициенту потемнения к краю диска звезды $x = 1.78$.

С этим коэффициентом получены окончательные элементы орбиты Z Nor (табл. 5).

Т а б л и ц а 5.

i	83.°2
a _b	0.253
a _f	0.392
k	0.649
x _b	1.78
x' _b	0.64 ± 0.09
x _f	2.94
x' _f	0.75 ± 0.11

AR Cassiopeiae

1 HCas. = AR Cas открыта Lau¹² в 1913 году по Гарвардским фотопластикам. Элементы орбиты затменной переменной AR Cas получены по фотозлектрическим наблюдениям Стеббинса (Stebbins)¹³. Система интересна тем, что имеет большой эксцентриситет (0.22).

Эпоха главного минимума по наблюдениям Стеббинса равна: главный минимум = J. D. 242 8224. 822 + 6^d.06630 E.

Яркость в главном минимуме . 5^m.02

Яркость во вторичном минимуме 4^m.92

Яркость в максимуме 4^m.89.

Определение эксцентриситета (e) и долготы периастра (ω) по кривым блеска затменных переменных в большинстве случаев бывает невозможным вследствие малой глубины вторичного минимума. У AR Cas оба минимума незначительной глубины ($1 - \lambda_1 = 0.115$, $1 - \lambda_2 = 0.032$), но по фотозлектрическим наблюдениям Стеббинса тем не менее имелась возможность измерить продолжительности затмений в обоих минимумах и смещение вторичного минимума.

Смещение вторичного минимума для AR Cas получилось равным:

$$e \cos \omega = \frac{\left(t_1 - t_2 - \frac{p}{2} \right) \pi}{p (1 + \cos e^2 i)} = 0.219. \quad \dots \dots \dots (17)$$

Измерениями продолжительности главного и вторичного минимумов на глубинах:

N	ΔI_1	ΔI_2
1	0.005	0.001
2	10	3
3	15	4
4	20	6

получено

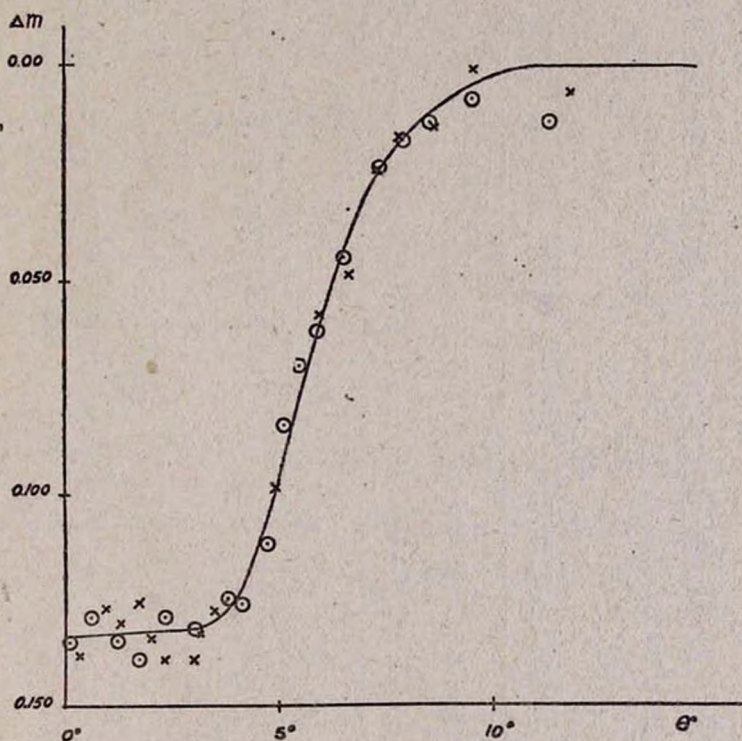
$$e \sin \omega = \frac{D_2 - D_1}{D_2 + D_1} = 0.0316, \dots \dots \dots (18)$$

откуда

$$e = 0.221$$

$$\omega = 8^\circ.2,$$

где D_1 и D_2 — суть продолжительности главного и вторичного минимумов на одинаковых глубинах вблизи начала затмения у кривой блеска.



Чертеж 3.

Для определения в первом приближении круговых элементов системы кривая блеска AR Cas исправлена за смещение эпохи главного минимума $= 0^{\circ}.1$ по θ , что соответствует $+0^{\text{d}}.00169$, и за смещение эпохи вторичного минимума, равного $-46^{\circ}.5$ по θ , где θ —угол фазы, отсчитываемый от середины затмения.

Эффектов эллиптичности компонента и отражения по кривой блеска между минимумами не обнаружено.

Нормальная кривая блеска AR Cas приведена в таблице 6 (черт. 4)-

Т а б л и ц а 6.

Фаза в днях	Δm	O—C	Фаза в днях	Δm	O—C
$-0^{\text{d}}.268$	$+0.011$	-0.011	1.192	-0.009	$+C.007$
222	6	5	1.438	5	$+$ 5
199	11	9	1.588	9	$+$ 7
184	16	5	1.837	$+$ 5	$-$ 6
172	22	$+$ 1	2.066	$-$ 3	$+$ 1
151	43	$+$ 4	2.548	$+$ 7	$-$ 7
138	60	4	2.765	$-$ 4	$+$ 5
129	78	0	2.876	$-$ 5	$+$ 5
120	92	0	2.975	$-$ 2	$+$ 2
109	110	$-$ 4	3.056	$+$ 3	$-$ 2
96	124	$-$ 7	3.156	$-$ 1	0
90	123	$+$ 2	3.127	$+$ 5	6
71	130	$+$ 2	3.420	$+$ 6	6
54	127	$+$ 5	3.646	$-$ 16	2
39	137	$-$ 5	3.685	$+$ 31	4
28	132	1	3.712	$-$ 30	1
15	127	$+$ 4	3.748	$+$ 35	4
3	133	$-$ 2	3.812	$+$ 27	3
$+$ 7	136	$-$ 4	3.837	$+$ 30	0
20	125	$+$ 6	3.871	$+$ 33	2
31	128	$+$ 3	3.891	$+$ 33	2
40	124	$+$ 67	3.922	$+$ 31	3
47	132	0	3.967	$+$ 21	2
54	137	$-$ 6	4.005	$-$ 10	0
70	137	$-$ 6	4.044	$+$ 5	2
79	131	0	4.078	$-$ 6	4
90	126	1	4.096	$-$ 2	2
114	97	$+$ 1	4.171	$-$ 9	7
139	56	$+$ 3	4.470	$+$ 2	1
154	47	$-$ 3	4.629	$+$ 2	3
171	23	$+$ 1	4.649	12	15
182	15	$-$ 3	4.774	$-$ 8	8
202	12	$-$ 10	4.978	$-$ 5	5
222	1	0	5.143	$+$ 2	3
277	$+$ 4	$-$ 6	5.456	$-$ 3	2
391	$-$ 5	$+$ 6	5.627	$+$ 8	7
650	$-$ 7	$+$ 6	5.698	$-$ 1	0
1.025	1	0			

Графическое решение кривой при гипотезе „U“ методом Крата показало, что кривая блеска наилучшим образом удовлетворилась при гипотезе „малая звезда впереди в главном минимуме“—случай кольцеобразного затмения.

Для полного и кольцеобразного затмений удобнее применять ме-

тоды Ресселя (гип. „U“) и Шапли (гип. „D“). Решение гипотезы „U“ произведено по формуле 4 (табл. II „U“ Ресселя). Решение при гипотезе „D“ для кольцеобразного затмения произведено в следующем порядке.

Задаемся целым рядом значений α''_0 :

$$\alpha''_0 = 1.0, 1+0.2\xi, 1+0.4\xi, 1+0.6\xi, 1+0.8\xi, 1+\xi.$$

Затем по формуле:

$$Q(k,1) = \frac{1-\lambda_1}{\alpha''_0 - (1-\lambda_2)}; \dots \dots \dots (19)$$

вычисляем значение $Q(k,1)$. Здесь α''_0 — для вторичного минимума равно 1, так как затмение полное.

По $Q(k,1)$ из таблицы V „D“ Ресселя для различных значений α''_0 , заданных выше, найдем (интерполяцией между двумя строками $\alpha''_0 = 1.00$ и $\alpha''_0 = 1+\xi$) соответствующие значения и

$$K_{1.0}, K_{1+0.2\xi}, K_{1+0.4\xi}, K_{1+0.6\xi}, K_{1+0.8\xi}, K_{1+\xi}$$

Из таблицы Ресселя 1 у „D“ по k найдем само ξ , а затем определим и другие α''_0 .

Далее решаем обычным путем (методом Ресселя) кривые с глубинами соответственно:

$$\frac{1-\lambda_1}{1+0.2\xi}, \frac{1-\lambda_1}{1+0.4\xi} \dots \frac{1-\lambda_1}{1+\xi}.$$

Найденные весовые средние значения k наносим на график по k и пересечение этой кривой с кривой вида:

$$Q(k,\alpha''_0) = \frac{1-\lambda_1}{\alpha''_0 - (1-\lambda_2)}, \dots \dots \dots (20)$$

нанесенной на тот же график, дает искомое значение k и α''_0 для кольцеобразного затмения гипотезы „D“.

Значение a_b , a_f , i получены по упрощенным формулам:

$$\left. \begin{aligned} \sin^2 \theta_{0.0} B_1 + A_1 &= (1+k)^2 \\ \sin^2 \theta_{1.0} B_1 + A_1 &= (1-k)^2 \\ \sin^2 \theta_n &= A + B \psi(\kappa \alpha_0) \\ A &= \sin^2 \theta_{0.8} \\ B &= \sin^2 \theta_{0.8} - \sin^2 \theta_{0.9} \\ A_1 &= \frac{\cos^2 i}{a_b^2} \\ B_1 &= \frac{\sin^2 i}{a_b^2} \\ \operatorname{tg}^2 i &= \frac{B_1}{A_1} \\ a_b^2 &= \frac{1}{A_1 + B_1} \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

В таблице 7 помещены круговые элементы орбиты гипотез „U“ и „D“.

Т а б л и ц а 7.

P	6 ^d .06630	
T	2422586 ^d .49369	
t ₁ —t ₂	3 ^d .817	
i	87°.6	87°.1
a _b	0.119	0.128
a _f	0.041	0.036
к	0.344	0.282
L _b	0.970	0.701
L _f	0.030	0.299
J ₁ /J ₂	27.71	29.45
α _o	1.00	
α'' _o		1.38
α' _o		1.10
1—λ ₁	0.115	0.155
1—λ ₂	0.032	0.033

Круговые элементы орбиты преобразованы в эллиптические по обычным формулам:

$$\left. \begin{aligned} (a_1)_c &= a_1(1 - \eta e \sin \omega) \\ (\cot i)_c &= \cot i (1 - 2 \eta e \sin \omega) \\ \eta &= 2 + \cos \theta_{o'} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (22)$$

где значения (a₁)_c и (cot i)_c относятся к круговой орбите. В таблице 8 приведены эллиптические элементы орбиты.

Т а б л и ц а 8.

	„U“		„D“	Элементы Стеббинса
i	87°.2		86°.6	84°.5
a _b	0.129		0.138	0.192
a _f	0.044		0.039	0.066
e		0.221		0.25
ω		8.2		37°.25
к	0.344		0.282	0.346
L _b	0.970		0.701	0.970
L _f	0.030		0.299	0.030

Коэффициент потемнения к краю у AR Cas.

Для случая AR Cas коэффициент потемнения к краю вычислен по несколько измененным формулам. При определении степени потемнения к краю приняты компоненты сфероидальными ($z=0$) и орбита—эксцентрической ($e=0.221$), в силу чего формулы (9), (10), (12) и (14) примут вид:

$$\frac{d\rho}{d\theta} = \left[\frac{BR^3}{2\rho} \pm \frac{Re\rho \sin v}{(1-e^2) \sin 2\theta} \right] \sin 2\theta;$$

$$\rho^2 = R^2 (A_1 + B_1 \sin \theta);$$

$$R = \frac{1-e^2}{1+e \cos v} \text{ — радиус вектор орбиты;}$$

v — истинная аномалия.

$$\frac{d\alpha_{\pi/2}}{d\rho} = \sqrt{\frac{2(\kappa^2 \rho^2 + \kappa^2 + \rho^2) - 1 - \kappa^4 - \rho^4}{\kappa \rho}} \dots \dots \dots (23)$$

для случая „малая звезда впереди в главном минимуме“

$$\frac{d\alpha_{\pi/2}}{d\theta} = \frac{d\alpha_{\pi/2}}{d\rho} \cdot \frac{d\rho}{d\theta}; \quad \frac{dQ'_0}{d\theta} = L_b \frac{d\alpha_{\pi/2}}{d\theta};$$

$$\beta = \frac{dQ}{d\theta} - \frac{dQ'_0}{d\theta}; \quad D_1 = D_2 = J_2 - \frac{2}{3} \left(\frac{d\alpha_{\pi/2}}{d\theta} \right);$$

$$J_2 = \kappa^3 \frac{d\rho}{d\theta} \cdot \overline{J}_2;$$

$\overline{J}_2$ — найден графически по κ и ρ ,

откуда

$$\kappa = \frac{3\beta}{3DL_b - 2\beta} \text{ и } \kappa' = \frac{\kappa}{1+\kappa} \dots \dots \dots (24)$$

Порядок вычисления одинаков с Z Normaе.

Для AR Cas степень потемнения к краю (κ') после второго приближения оказалась равной

$$\kappa' = 0.46 \pm 0.12$$

и коэффициент потемнения к краю

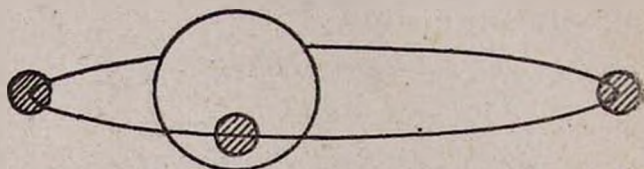
$$\kappa = 0.852.$$

Полученная величина степени потемнения к краю не противоречит теоретическим предположениям Стеббинса. Окончательные элементы системы AR Cas даны в таблице 9.

Т а б л и ц а 9.

	0.46D
i	86°.9
а _b	0.133
а _f	0.042
k	0.315
х	0.852
х'	0.46 ± 0.12.

Схема системы AR Cas изображена на чертеже 4.



Чертеж 4.

Февраль 1939 г.