

STOPPING OF RELATIVISTIC CHARGED PARTICLES IN ELECTRON-POSITRON RELATIVISTIC PLASMA IN PRESENCE OF A STRONG MAGNETIC FIELD

Nersisyan H. & Hovhannisyan A.

Division of Theoretical Physics, Institute of Radiophysics and Electronics NAS RA

Theoretical investigation of the stopping power for a relativistic test particle moving in a magnetized electron-positron relativistic plasma is developed on basis of the Vlasov-Maxwell equations, and the main results are presented. The analysis is based on the assumption that the magnetic field is classically strong. The stopping power is computed numerically and compared for different values of beam/plasma parameters.

Ներքին չափի, Հովհաննիսյան Ա., Ռելյատիվիստիկ մասնիկի արգելակումը էլեկտրոն-պոզիտրոնային ռելյատիվիստիկ պլազմայում ուժեղ մագնիսական դաշտի առկայությամբ: Վլասով-Մաքսվելի հավասարումների հիման վրա դիտարկված է ռելյատիվիստիկ մասնիկի արգելակման հզորությունը էլեկտրոն-պոզիտրոնային մագնիսական ռելյատիվիստիկ պլազմայում: Ենթադրվում է, որ մագնիսական դաշտը դասականորեն ուժեղ է: Արգելակման հզորությունը հաշվված է մեկ բևեռային տեսքով և համեմատված են փնջի և պլազմայի պարամետրերի տարբեր արժեքները:

Нерсисян Г., Оганесян А. Торможение релятивистской частицы в электронно-позитронной релятивистской плазме при наличии сильного магнитного поля. На основе уравнений Власова-Максвелла рассмотрена мощность торможения релятивистской частицы в магнитоактивной электронно-позитронной релятивистской плазме. Предполагается, что магнитное поле классически сильное. Проведены численные расчеты для мощности торможения, и полученные результаты сравнены для различных параметров пучка и частицы.

In this report we consider the deceleration of a relativistic charged particle in electron-positron relativistic plasma placed in a strong magnetic field. This problem is important for the construction of models of X-ray pulsars [1] and the study of processes in the atmospheres of magnetic white dwarfs.

The process of electron-positron pair creation and annihilation occurs in relativistic plasma at high temperatures, when the temperature of the plasma exceeds the rest mass of electrons [2]. In [3] it was shown that the positrons can be used to probe the particle transport in tokamak plasma.

A uniform electron-positron plasma with temperature T (which is measured in energy units) and electron concentration n_0 is considered in the presence of a homogeneous magnetic field B_0 which is assumed sufficiently strong so that $p \ll \langle \omega_c \rangle \ll \langle W \rangle$ (where p is the plasma frequency and $\langle \omega_c \rangle$, $\langle W \rangle$ are respectively the mean values of electron cyclotron frequency and kinetic energy). Because of this assumption, the perpendicular cyclotron motion of the test particle and plasma electrons and positrons is neglected. The test particle's velocity parallel to B_0 is taken as u . The Vlasov-Maxwell equations to be solved for the perturbation to the electron distribution function, f_1 , and the electromagnetic fields E , B , are as follows:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{b} \cdot \nabla) \right) f_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) = e(\mathbf{b} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) \left(\mathbf{b} \cdot \frac{\partial f_0(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} \right), \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \left[Zeu \delta(\mathbf{r} - \mathbf{u}t) - 2e \int d\mathbf{p} f_1(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t) \mathbf{v} \right], \quad (3)$$

where Ze is used to denote the test particle's charge, $\mathbf{b}$ is the unit vector parallel to B_0 , f_0 is the unperturbed electron distribution function which is taken to be uniform and

$$f_0(p) = \frac{n_0 \zeta}{4\pi (mc)^3 K_2(\zeta)} \exp\left(-\frac{c}{T} \sqrt{p^2 + m^2 c^2}\right) \quad (4)$$

with $\zeta = mc^2/T$ and $K_n(x)$ is the modified Bessel function of order n . The classical approach in consideration of energy losses in plasma placed in a strong magnetic field limits the value of magnetic field, plasma temperature and concentration. From these conditions we can obtain

$$3.2 \cdot 10^{-6} n_0^{1/2} \frac{K_2(\zeta)}{K_1(\zeta)} < B_0 < 4.4 \cdot 10^{10} \left[1 + \frac{K_2(\zeta)}{K_1(\zeta)} \left(\frac{3}{\zeta} - 1 \right) \right], \quad (5)$$

where n_0 is measured in cm^{-3} and B_0 in kG.

By solving eqs. (1)-(3) in space-time Fourier components, we obtain the following expression for the component of electric field parallel to $\mathbf{b}$:

$$(\mathbf{b} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)) = -\frac{4\pi Ze}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{u}t)] \frac{(\mathbf{k} \cdot \mathbf{b})}{\gamma^2 [k^2 - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{b})^2] + (\mathbf{k} \cdot \mathbf{b})^2 \eta(\mathbf{k}, \mathbf{u})}, \quad (6)$$

where

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{k}, \omega) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \eta(\mathbf{k}, \omega) \end{pmatrix} \quad (7)$$

is the tensor of magnetized electron-positron relativistic plasma placed in a strong magnetic field, and

$$\eta(\mathbf{k}, \omega) = 1 + \frac{2\zeta}{(\mathbf{k}\mathbf{b})^2 \lambda^2} W(x), \quad (8)$$

$\lambda = c/\omega_p$, $\gamma^2 = 1 - \beta^2$, $\beta = u/c$ and $W(x) = A(x) + iB(x)$ is the dispersion function of electron-positron relativistic plasma with

$$A(x) = 1 + \frac{\zeta}{2K_2(\zeta)} x \int_0^\infty d\tau \operatorname{sh} \tau \operatorname{ch}^2 \tau \exp(-\zeta \operatorname{ch} \tau) \ln \left| \frac{\operatorname{th} \tau - x}{\operatorname{th} \tau + x} \right|, \quad (9)$$

$$B(x) = \frac{\pi}{2} \frac{1}{K_2(\zeta)} \frac{\omega}{|\omega|} x \theta(1-x) \left(\frac{1}{1-x^2} + \frac{2}{\zeta} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{2}{\zeta^2} \right) \exp\left(-\frac{\zeta}{\sqrt{1-x^2}}\right), \quad (10)$$

where $x = |\omega|/k_z c$, $\theta(x)$ is the Heaviside unit step function.

The computation of the force acting on the particle located at u can be easily carried out by evaluating the electric field component parallel to B_0 at the particle position. For an electron-positron relativistic plasma, placed in strong homogeneous magnetic field, the stopping power takes the form

$$S(\beta) = \frac{Z^2 e^2 \zeta}{\pi \lambda^2 \beta^2 \gamma^2} \left\{ \frac{B(\beta)}{2} \left[\ln \frac{B^2(\beta) + (s + A(\beta))^2}{B^2(\beta) + A^2(\beta)} - \frac{1}{\gamma^2} \ln \frac{B^2(\beta) + (\gamma^2 s + A(\beta))^2}{B^2(\beta) + A^2(\beta)} \right] + \right. \\ \left. + \left(s + \frac{A(\beta)}{\gamma^2} \right) \arctan \frac{\gamma^2 s + A(\beta)}{B(\beta)} - (s + A(\beta)) \arctan \frac{s + A(\beta)}{B(\beta)} + \beta^2 A(\beta) \arctan \frac{A(\beta)}{B(\beta)} \right\}, \quad (11)$$

where $s = k_{\max}^2 \lambda^2 / 2\zeta$ with $k_{\max} = 1/r_{\min}$, where $r_{\min}$ is the effective minimum impact parameter. Here $k_{\max}$ has been introduced to avoid the divergence of the integral caused by the incorrect treatment of the short-range interactions between the test particle and the plasma electrons and positrons within the linearized Vlasov theory. The value of $k_{\max}$ will be $1/\langle a_c \rangle$ (where $\langle a_c \rangle$ is the mean value of plasma electrons' Larmor radius) for plasmas since the magnetized plasma approximation which neglects the perpendicular motion of the electrons and positrons ceases to be valid for collision parameters less than $\langle a_c \rangle$. Since,

$$s(\zeta) \equiv \frac{\pi^2}{8} \left(\frac{eB_0}{mc\omega_p} \right)^2 \frac{1}{\zeta} \left[\frac{e^{-\zeta}}{K_2(\zeta)} \left(1 + \frac{1}{\zeta} \right) \right]^2. \quad (12)$$

The first two terms of eq. (11) is a contribution to the frictional drag due to collisions with the plasma electrons and positrons. It is incomplete because the analysis treats the background electrons and positrons as a continuous fluid and there is no allowance being made for the recoil of the test particle due to each collision. The other terms is that associated with the resonance giving waves emission.

When a test particle moves slowly through a plasma the electrons have much time to experience the particles attractive potential. They are accelerated towards the particle, but when they reach its trajectory the particle has already moved forward a little bit. Hence, we expect an increased density of electrons at some place in the trail of the particle. This negative charge density pulls back the positive particle and gives rise to the stopping power.

The Taylor expansion of eq. (11) for small u ($\beta \ll 1$) yields the "friction law"

$$s(\beta) \equiv \beta R + O(\beta^3) \quad (13)$$

with the "friction coefficient"

$$R = \frac{Z^2 e^2}{2\lambda^2} \frac{e^{-\zeta}}{K_2(\zeta)} \left(\zeta + 2 + \frac{2}{\zeta} \right) \left[\ln(1 + s(\zeta)) - \frac{s(\zeta)}{1 + s(\zeta)} \right]. \quad (14)$$

Note that the Coulomb logarithm in eq. (14) is the leading term.

The most important property of the stopping power at small velocities is $S \sim u$ provided that the density is not too high ($\omega_p < \langle \omega_c \rangle$). This looks like the friction law of a viscous fluid, and accordingly R is called the friction coefficient. However, in the case of an ideal plasma it should be noted that this law does not depend on the plasma viscosity and is not a consequence of electron-electron or electron-positron collisions with small impact parameter. Those collisions are neglected in the Vlasov equation. As described above it is rather the fact that the dressing of the test particle takes some time and produces the negative charge behind the particle leading to the drag.

In case of ultrarelativistic test particle ($\beta \approx 1$) eq. (11) becomes

$$S(\beta) \equiv \frac{Z^2 e^2 \zeta}{\lambda^2 \gamma^2} \min[s(\zeta); \chi(\zeta)], \quad (15)$$

where

$$\chi(\zeta) \equiv -A(1) = \frac{1}{K_2(\zeta)} \left[\left(\frac{2}{\zeta^2} + \frac{1}{2} \right) K_0(\zeta) + \frac{2}{\zeta} K_1(\zeta) \right] - \frac{1}{2}. \quad (16)$$

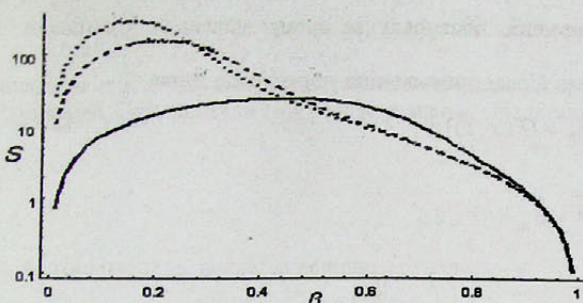


Fig. 1. Stopping power (in keV/cm) of an electron in plasma with $B_0=10^6 kG$ and $n_0=10^{22} cm^{-3}$ as a function of the parameter β . Dotted line: $T=5 keV$; dashed line: $T=9 keV$; solid line: $T=50 keV$.

Fig. 1 shows the stopping power of an electron as a function of parameter β for different values of plasma temperature. In Fig. 1 $T \approx 5 keV$ for dotted line, $T \approx 9.3 keV$ for dashed line and $T \approx 50 keV$ for solid line (such conditions are possible on the surface of a neutron star). As shown in this figure the stopping power increases when the temperature decreases.

REFERENCES

- [1] Basko M.M. and Syunyaev R.A. - Sov. Phys. JETP, 41, 52 (1975).
- [2] Tajima T. and Taniuti T. - Phys. Rev. A, 42, 3587 (1990).
- [3] Surko C.M. et al. - Rev. Sci. Instrum., 57, 1862 (1986).

О СТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЯХ КАНАЛИРОВАННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ ГИПЕРЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ

Хачатрян Г.

Институт прикладных проблем физики НАН РА

Определена волновая функция стационарного состояния канализированного позитрона в поле гиперзвуковой волны. Энергия позитрона $10 < E < 100 MeV$, направления распространения гиперзвуковой волны и движения позитрона между атомными плоскостями кристалла совпадают.

Ինշատրյան Հ., Հիպերձայնային ալիքի դաշտում կանալացված մասնիկի ստացվածական վիճակների մասին: Որոշվել է հիպերձայնային ալիքի դաշտում կանալացված պոզիտրոնի ալիքային ֆունկցիան: Պոզիտրոնի էներգիան $10 < E < 100 MeV$ է: Հիպերձայնի տարածման ուղղությունը համընկնում է բյուրեղի ատոմային հարթությունների միջև պոզիտրոնի շարժման ուղղության հետ:

Khachatryan H. The stationary state of canalized particle in the field of hypersonic wave.

The wave function of a stationary state of canalized positron in the field of hypersonic wave has been determined. The energy of positron was taken to be $10 < E < 100 MeV$, and the direction of hypersonic wave propagation and that of positron flight between the atomic planes of the crystal coincide.

ВВЕДЕНИЕ. Вещество оказывает существенное воздействие на электромагнитные процессы. Примерами могут служить излучения Вавилова-Черенкова [1, 2], рентгеновское переходное излучение [3-5], излучение при канализовании частиц в кристаллах [6-8] и другие явления. При этом важен оптимальный выбор условий, при которых интенсивность излучения наибольшая. Имеющиеся результаты свидетельствуют о возможности создания достаточно интенсивных источников направленного электромагнитного излучения в определенных диапазонах частот.

Можно добиться дополнительного усиления излучения, воздействуя внешним полем на процесс излучения в условиях резонанса. Роль внешнего поля могут играть, например, ультразвуковые или гиперзвуковые колебания среды, внешние электромагнитные поля.

В данной работе обсуждается воздействие гиперзвуковых колебаний кристалла на движение канализированной частицы. Подобная задача исследовалась в [9, 10] и др. работах при энергиях $E > 1 GeV$. Нами рассмотрен случай $10 < E < 100 MeV$, когда движение канализированной частицы описывается квантовой механикой. Найдены стационарные состояния канализированного позитрона при наличии гиперзвука в кристалле (§2).

1. ОСНОВНОЕ УРАВНЕНИЕ. Рассмотрим релятивистскую заряженную частицу, движущуюся между кристаллографическими плоскостями кристалла (случай плоскостного канализирования). Для позитрона (именно этот случай мы рассматриваем в данной работе) межплоскостной потенциал можно аппроксимировать выражением

$$U(x) = bx^2, \quad (2.1)$$

где b — известная [6-8] постоянная, а x — координата, отсчитываемая от середины межатомных расстояний. Мы ограничимся этой простой формулой, поскольку нас интересуют лишь основные особенности воздействия гиперзвука на процесс канализирования. При наличии гиперзвуковой волны потенциал (2.1) изменяется. Например, в рассматриваемом нами случае продольных гиперзвуковых колебаний, распространяющихся вдоль направления канализирования, межплоскостной потенциал зависит от двух переменных:

$$U(x, z) = U_0 \cos(k_z z) + bx^2 (1 + \mu \cos(k_z z)), \quad (2.2)$$

где $k_z = 2\pi/\lambda_z$, λ_z — длина волны гиперзвука, а U_0 и μ — амплитуды, описывающие модуляцию потенциала гиперзвуком (ось X перпендикулярна кристаллографическим плоскостям, а ось Z направлена вдоль движения канали-