

СЕЙСМОСТОЙКОСТЬ СООРУЖЕНИЙ

А. Г. Назаров

Упрощенный способ расчета сооружений на сейсмостойкость*

Принимается, что расчетная схема сооружения приводится к брусу, защемленному в основании. Далее, предполагается, что сооружение симметрично в плане относительно двух взаимно перпендикулярных осей.

Ось x -ов направим от основания вверх по оси сооружения. Если фундаментальные функции обозначить через $X_i(x) = X_i$, то максимальные смещенные состояния отдельных точек оси сооружения можно представить в виде суммы

$$y = \sum \pm q_i X_i, \quad (1)$$

где q_i — максимальные значения нормальных координат рассматриваемого сооружения при землетрясении.

Знаки $\pm$ перед q_i принимаются для каждого элемента в таком сочетании, чтобы расчетные усилия для него были бы невыгоднейшими.

Обобщенные координаты q_i определяются по формуле

$$q_i = \frac{\tau_i \delta_i}{\rho_i^2}, \quad (2)$$

где τ_i — приведенное сейсмическое ускорение, зависящее от периода свободных колебаний $T_i = \frac{2\pi}{\rho_i}$, отвечающего i -ой форме колебаний

X_i и определяемое по спектральной кривой приведенных сейсмических ускорений $\tau(T)$, в дальнейшем называемое для простоты графиком $\tau(T)$, причем $\tau_i = \tau(T_i)$.

Значение δ_i определяется по формуле

$$\delta_i = \frac{\int X_i q(x) dx + \sum X_i(x_k) Q_k}{\int X_i^2 q(x) dx + \sum X_i^2(x_k) Q_k}, \quad (3)$$

где интегрирование распространено на всю высоту сооружения, причем

* Здесь приводится дальнейшее развитие идеи, изложенной в нашей работе [1], в связи с разработкой II раздела проекта Положения по строительству в сейсмических районах [3]. Э. Е. Хачини обратил наше внимание на неточности подсчета в примере § 8 работы [1]. В следующем издании работы [1] это будет исправлено.

$q(x)$ есть погонный вес сооружения, а Q_k — значения сосредоточенных грузов, приложенных к точкам $x = x_k$.

Пользоваться формулой (1), например, для вычисления изгибающих или поперечных сил возможно лишь при условии знания точных значений фундаментальных функций X_i , так как их необходимо бывает дифференцировать для определения расчетных усилий, например, изгибающих моментов или поперечных сил.

Обычно функции X_i определяются приближенно, следовательно их дифференцирование может привести к большим погрешностям. Поэтому необходимо прямое определение сейсмических сил, отвечающих каждой форме колебаний X_i . Величину распределенной сейсмической нагрузки $s^{(i)}(x)$, отвечающей фундаментальной функции X_i , легко найти из следующих соображений.

$q_i X_i$ — есть форма свободных колебаний, отвечающая круговой частоте p_i . Стало быть, максимальное значение ускорения для каждой точки x , есть

$$q_i X_i p_i^2.$$

а максимальная сила инерции равна

$$= q_i X_i p_i^2 \frac{q(x)}{g}.$$

Поскольку силы инерции знакопеременны, знак — мы опустим.

Ясно, что если при землетрясении сооружение получило составляющее перемещения $q_i X_i$, то оно могло возникнуть лишь под воздействием сейсмических сил $s^{(i)}(x)$, равных по абсолютной величине силам инерции при свободных колебаниях. Поэтому сейсмическая нагрузка $s^{(i)}(x)$ равна

$$s^{(i)}(x) = q_i X_i p_i^2 \frac{q(x)}{g}.$$

Подставляя сюда значение q_i из (2), получим

$$s^{(i)}(x) = \frac{\tau_i}{g} q(x) z_i X_i. \quad (4)$$

Сосредоточенная сейсмическая сила $S_k^{(i)}$, отвечающая фундаментальной функции $q_i X_i$ и сосредоточенному грузу Q_k , приложенному к сечению $x = x_k$, равна

$$S_k^{(i)} = \frac{\tau_i}{g} Q_k z_i X_i(x_k). \quad (5)$$

Таким образом, для каждой функции $q_i X_i$ мы можем определить как распределенную сейсмическую нагрузку $s^{(i)}(x)$, так и сосредоточенные сейсмические силы $S_k^{(i)}$. В дальнейшем, для простоты записи, под обозначением $s^{(i)}$ мы будем понимать как $s^{(i)}(x)$, так и $S_k^{(i)}$. Обычно на практике удобно бывает в большинстве случаев сплошную на-

грузку $q(x)$ заменять приближенно системой сосредоточенных грузов Q_k , так что им будет соответствовать в обобщенных координатах $\varphi_i X_i(x_k)$ система сосредоточенных сил $S_k^{(i)}$, которая также может быть обозначена через $s^{(i)}$. Полная сейсмическая нагрузка на сооружение определяется суммой

$$s = \sum \pm s^{(i)}, \quad (10)$$

где знаки $\pm$ могут быть приняты в любой комбинации.

От каждой сейсмической нагрузки $s^{(i)}$, как от нагрузки статической, определяется соответствующее усилие в элементе сооружения по правилам строительной механики. Знаки $\pm$ подбираются в такой комбинации, чтобы усилие в элементе сооружения получилось наибольшее. Это усилие и принимается за расчетное. Если, например, M_i и Q_i являются соответственно изгибающими моментами и поперечными силами от сейсмической нагрузки $s^{(i)}$, то расчетными моментами и поперечными силами являются

$$\sum |M_i| \text{ и } \sum |Q_i|.$$

Таким образом, чтобы осуществить расчет сооружения необходимо знать его фундаментальные функции X_i и отвечающие ему периоды свободных колебаний T_i , а также график $\tau(T)$.

Прежде чем приступить к изложению существа предлагаемых нами упрощений, введем некоторые коэффициенты в том виде, как это предложил И. Л. Корчинский, поскольку они являются достаточно удобными [2].

Приведенное сейсмическое ускорение $\tau(T)$ представим в виде произведения двух множителей

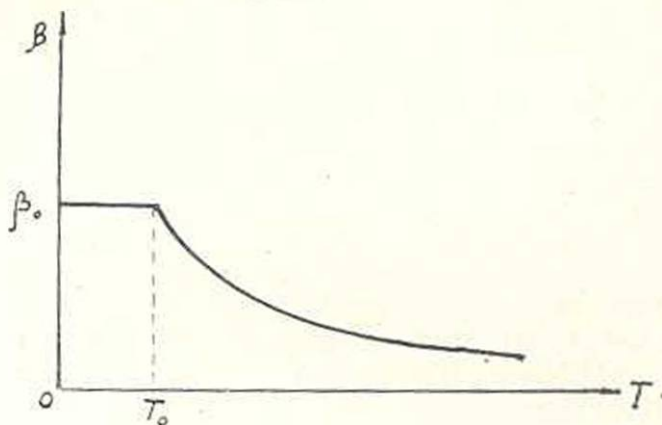
$$\tau(T) = K_s \beta(T). \quad (11)$$

Здесь K_s — сейсмический коэффициент, значения которого и зависимости от бальности принимаются по следующей таблице:

Расчетная сейсмичность в баллах	7	8	9
Значение сейсмического коэффициента K_s	1/40	1/20	1/10

$\beta = \beta(T)$ — коэффициент динамичности, зависящий от периода свободных колебаний сооружений. Коэффициент динамичности также является спектральной функцией.

На основе анализа фактических данных, найдено целесообразным представление спектральной кривой $\beta(T)$ в виде сочетания отрезка прямой, параллельной оси T , в зоне малых T , а далее в виде гиперболы [3, 4]. В общем виде такой график $\beta(T)$ представлен на фиг. 1.



Фиг. 1.

Введем далее коэффициент $\eta_i(x)$, так называемый коэффициент формы, определяемый выражением

$$\eta_i(x) = \delta_i X_i, \quad (12)$$

где δ_i — определяется формулой (3). Тогда основные выражения (4) и (5) для распределенных сейсмических сил $s^{(i)}(x)$ и сосредоточенных $S_k^{(i)}$, отвечающих фундаментальной функции X_i , запишутся в следующем виде:

$$s^{(i)}(x) = K_c \beta_i \eta_i(x) q(x), \quad (13)$$

$$S_k^{(i)} = K_c \beta_i \eta_i(x_k) Q_k. \quad (14)$$

Таким образом, зная T_1 и X_1 — период свободных колебаний и форму деформированной оси, отвечающие i -ой форме колебаний, можем определить сейсмическую нагрузку $s^{(i)}$, отвечающую этой форме колебаний. Для этого по графику $\beta(T)$ определяется $\beta_i = \beta(T_1)$, а по формулам (3) и (12) — $\eta_i(x)$.

Наиболее тяжелой частью работы является определение периодов свободных колебаний T_1 и отвечающих им фундаментальных функций $X_1(x)$.

Необходимы существенные упрощения, чтобы придать расчетам практический характер. Наибольшее значение имеют первые две формы колебаний X_1 и X_2 , иногда также и X_3 .

Подсчеты показывают, что основная часть сейсмической нагрузки определяется ими [1]. Поэтому в дальнейшем, в основном, будем пользоваться фундаментальными функциями X_1 и X_2 . Однако если приближенное вычисление функции X_1 и отвечающего ей периода основных свободных колебаний T_1 не представляется сложным, то нельзя сказать того же относительно X_2 и T_2 , определение которых трудоемко. Мы предлагаем способ расчета, при котором требуется определять лишь X_1 , а X_2 учитываются косвенно но точно, причем неточно учитываются и высшие формы колебаний.

Докажем для этой цели, что если $\beta(T) = \beta_0 = \text{const}$, то сейсмиче-

скую нагрузку можно считать статически приложенной. В выражении (10) примем все $s_i^{(1)}$ одинакового знака и подставим в него их выражения через (13). Тогда

$$s = \Sigma s_i^{(1)} = K_c \beta_0 \Sigma \eta_i(x) q(x). \quad (15)$$

Подставим сюда значение $\eta_i(x)$, имея в виду (12) и (3)

$$s = K_c \beta_0 \Sigma \frac{\int X_i q(x) dx}{\int X_i^2 q(x) dx} q(x) X_i \quad (16)$$

С другой стороны, если s рассматривается как статически приложенная нагрузка, то

$$s = K_c \beta_0 q(x). \quad (17)$$

Сопоставление (16) и (17) приводит к выводу, что должно иметь место

$$q(x) = \Sigma \frac{\int X_i q(x) dx}{\int X_i^2 q(x) dx} q(x) X_i. \quad (18)$$

Умножим обе части этого равенства на X_k и проинтегрируем его на всю высоту сооружения:

$$\int q(x) X_k dx = \Sigma \frac{\int X_i q(x) dx}{\int X_i^2 q(x) dx} \int q(x) X_i X_k dx.$$

В силу ортогональности имеем

$$\int q(x) X_i X_k dx = 0, \text{ при } i \neq k,$$

поэтому получим тождество, подтверждающее сказанное.

Таким образом

$$s = K_c \beta_0 q(x) = K_c \beta_0 \Sigma \eta_i(x) q(x). \quad (19)$$

Если период основных свободных колебаний сооружения $T_1 < T_0$ (см. фиг. 1), то и все остальные периоды свободных колебаний T_2, T_3 и т. д. подавно менее T_0 . Для такого сооружения, согласно фиг. 1, имеем постоянное значение $\beta = \beta_0$ и, стало быть, на основании только что доказанного имеем статическое действие сейсмических сил².

Расчетная сила инерции для какого-либо груза Q_k , приложенного к точке $x = x_k$, запишется так

$$S_k = K_c \beta_0 Q_k. \quad (20)$$

Сооружения, период основных свободных колебаний которых $T_1 < T_0$, условимся называть жесткими. Жесткие сооружения рассчитываются на статическое воздействие сейсмических сил. Для них коэффициент формы $\eta(x)$ есть величина, постоянная по всей высоте и равная 1.

Итак, в случае расчета жестких сооружений вовсе не требуется знания фундаментальных функций X_i , что является существенным облегчением.

¹ Здесь для простоты записи опущены дискретные члены, отвечающие сосредоточенным грузам, что не влияет на общность рассуждений.

² Точнее, сейсмическая нагрузка приложена внезапно и затем сохраняет постоянное значение, чему соответствует динамический коэффициент 2, который входит в β_0 .

Теперь изложим способ расчета сооружений, период основных свободных колебаний которых $T_1 > T_0$, а период свободных колебаний, отвечающий второй форме, $T_2 < T_0$. Ясно, что все остальные периоды свободных колебаний будут по-прежнему менее T_0 . Такие сооружения условимся называть гибкими. Пусть $\beta(T_1) = \beta_1$. Для остальных периодов мы по-прежнему имеем β_0 .

Из выражения (19) выделим член, отвечающий первой форме колебаний X_1 . Тогда в полученном остатке

$$\begin{aligned} K_c \beta_0 q(x) - K_c \beta_0 \eta_1(x) q(x) = \\ = K_c \beta_0 q(x) (1 - \eta_1(x)) \end{aligned}$$

фигурируют все остальные фундаментальные функции, но среди которых главное значение имеет член, отвечающий второй форме колебаний. Этот остаток примем за приближенное значение сейсмической нагрузки, отвечающей второй форме колебаний. Его обозначим через S'' . В применении к сосредоточенным грузам Q_k .

$$S''_k = K_c \beta_0 (1 - \eta_1(x_k)) Q_k \quad (21)$$

Сейсмическая же нагрузка, отвечающая первой форме колебаний, есть, согласно (13),

$$S'_k = K_c \beta_1 \eta_1(x_k) Q_k. \quad (22)$$

Согласно (10) мы должны от S'_k и S''_k определить усилия в элементах сооружения в невыгоднейшей их комбинации, имея в виду, что S'_k и S''_k , в силу знакопеременности сейсмических нагрузок, могут иметь знаки $\pm$ в любой их комбинации.

Как видим, в предлагаемом способе расчета хотя мы оперируем лишь одной фундаментальной функцией X_1 , но вместе с тем учитываем и высшие формы колебаний. Вторая форма колебаний учитывается, можно сказать, точно, а все остальные формы колебаний X_2 , X_4 и т. д. учитываются в застывшей комбинации, отвечающей статически действующей сейсмической нагрузке. Такое сочетание сейсмических нагрузок в принципе возможно, но в общем случае не является наименее выгодным. Следует лишь подчеркнуть вновь, что X_2 , как правило, существенно преобладает над остальными и потому, придавая S'_k различные знаки, мы получаем достаточно невыгодные сочетания с S''_k , который также является преобладающим.

Теперь рассмотрим случай, когда

$$T_1 > T_0 \text{ и } T_2 > T_0.$$

Такие сооружения условимся называть очень гибкими. В этом случае

$$\beta(T_1) = \beta_1 \text{ и } \beta(T_2) = \beta_2,$$

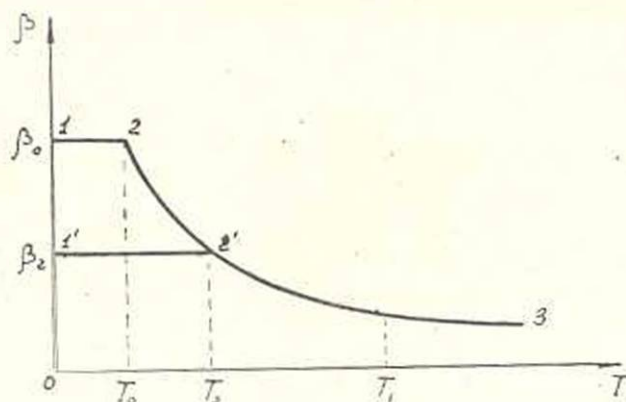
причем, поскольку $T_2 < T_1$, то, согласно фиг. 1, $\beta_1 < \beta_2$.

Мы хотим в расчете точно учитывать первые две формы коле-

баний, а остальные формы колебаний лишь в такой мере, чтобы максимально упростить расчетную схему. Для этой цели предлагаем провести на спектральной кривой $\beta(T)$ на участке $0 < T < T_2$ прямую $\beta_2 = \text{const}$ (фиг. 2).

Таким образом, вместо спектральной кривой 1—2—3, будем оперировать кривой 1'—2'—3.

Ординаты β_1 и β_2 обеих спектральных кривых совпадают, поз-



Фиг. 2.

тому первые две фундаментальные функции учитываются обоими спектральными кривыми с одинаковой точностью, а остальные фундаментальные функции по кривой 1'—2'—3 принимаются преуменьшенными, на что мы можем пойти для упрощения расчетной формулы. В итоге мы вновь приходим к той же расчетной схеме, что и для гибких сооружений, следует лишь β_0 заменить через β_2 . Итак, для очень гибких сооружений получаем следующие расчетные формулы для сейсмических нагрузок:

$$S_k = K_c \beta_1 \gamma_1(x_k) Q_k, \quad (23)$$

$$S_k = K_c \beta_2 (1 - \gamma_1(x_k)) Q_k. \quad (24)$$

Невыгоднейшие их комбинации и являются расчетными.

Итак, чтобы осуществлять расчет сооружений на сейсмостойкость по изложенному здесь методу, следует в первую очередь определить период основных свободных колебаний T_1 . Если $T_1 < T_0$, то сооружение жесткое и расчет осуществляется непосредственно по формуле (20).

Если $T_1 > T_0$ и $T_2 < T_0$, то сооружение гибкое и расчет производится по формулам (21) и (22). Если $T_1 > T_0$ и $T_2 > T_0$, то сооружение очень гибкое и расчет производится по формулам (23) и (24).

Как видно из изложенного, в общем случае расчета необходимо знание T_1 , T_2 и X_1 . В целях дальнейшего упрощения расчета допускается функцию X_1 рассматривать равной статическому прогибу от загрузки системы в горизонтальном направлении силами, рав-

ными соответствующим значениям Q_k . Период основных свободных колебаний с достаточной для практики точностью может быть определен по приближенной формуле

$$T_1 = \frac{1}{5} \sqrt{X_1(l)},$$

где $X_1(l)$ — максимальный прогиб, выраженный в см.

Для ориентировочных расчетов можно принимать следующие приближенные значения периода свободных колебаний T_2 , отвечающего второй форме колебаний:

а) для зданий и многоэтажных рамных конструкций

$$T_2 \approx \frac{1}{4} T_1;$$

б) для дымовых труб, башен и пр.

$$T_2 \approx \frac{1}{6} T_1;$$

в) для груженных водонапорных башен

$$T_2 < T_0.$$

Последнее значение T_2 принято из того соображения, что груженная водонапорная башня приближается, при колебаниях в одной плоскости, к системе с одной степенью свободы. Поэтому период колебаний T_2 должен быть очень мал и попадать на горизонтальную площадку кривой $\beta(T)$.

При грубых подсчетах можно принять для зданий, многоэтажных рам, водонапорных башен $X_1 = sx$, а для заводских труб и высоких башен $X_1 = sx^2$.

Периоды свободных колебаний T_1 и T_2 можно принимать также по аналогии с существующими сооружениями или по подходящим эмпирическим зависимостям. Таким путем можно расчеты на сейсмостойкость значительно упростить без особого ущерба для точности.

Подразделение сооружений на жесткие, гибкие и очень гибкие является конечно условным, полностью обусловленным заданным видом спектральной кривой (фиг. 1). Ясно, что формулы (23) и (24) являются общими и применимыми для спектральной кривой любого очертания.

Здесь необходимо заострить внимание на следующую сторону вопроса. Расчетная сейсмическая нагрузка нами определяется как невыгоднейшее сочетание сейсмических нагрузок, отвечающих различным фундаментальным функциям, т. е. за расчетную принимается верхняя граница сейсмической нагрузки, при данной спектральной кривой, которая может оказаться и не достижимой. Чем сильнее рассеяние энергии при колебаниях, тем больший запас будет иметь место.

И. Л. Корчинский предлагает осуществлять расчет на сейсмостойкость, рассматривая в отдельности сейсмические нагрузки, отве-

чающие первой, второй и т. д. фундаментальной функции (2). Таким образом эта расчетная схема приводит к тому, что для каждого элемента конструкции определяется расчетное усилие не по невыгоднейшим комбинациям сейсмических нагрузок $s^{(1)}$, а по той из сейсмических нагрузок $s^{(1)}$, $s^{(2)}$ и т. д., которая дает наибольшее усилие.

Мы здесь не останавливаемся на физической сущности такой расчетной схемы, которую предполагаем подробно разобрать в другом месте. Отметим лишь, что оно возможно, в принципе, в двух случаях. Либо допускается, что имеет место при землетрясении, резонанс с одной из частот свободных колебаний рассчитываемого сооружения, либо же землетрясение проявляется одним единственным сейсмическим толчком или ударом, причем сооружение имеет достаточно большой декремент затухания.

Ясно, что расчетная схема И. Л. Корчинского дает нижнюю границу сейсмической нагрузки, при данной спектральной кривой, которая также может оказаться недостижимой.

Численные примеры показали, что верхняя и нижняя границы сейсмических нагрузок отличаются примерно на 50%. Истинное значение сейсмической нагрузки находится где-то в промежутке. Такой результат мы должны признать вполне удовлетворительным. Этим лишний раз подтверждается плодотворность получения и изучения спектральной кривой приведенных сейсмических ускорений и необходимость для этой цели широкой постановки соответствующих инструментальных наблюдений за землетрясениями.

Институт строительных материалов
и сооружений АН Армянской ССР

Поступило 21 XI 1956

Ա. Գ. Նազարով

ԿԱՌՈՒՅՎԱԾՔՆԵՐԻ ՍԵՅՍՄԱԿԱՅՈՒՆՈՒԹՅԱՆ ՇԱՇՎՎՄԱՆ ՊԱՐԶԵՑՎԱԾ ԵՂԱՆԱԿ Ա Մ Փ Ո Փ Ո Ւ Մ

Հոգիմտում շարադրվում է կառուցվածքների սեյսմակայունության հաշվման պարզեցված եղանակ, որը հանդիսանում է հեղինակի կողմից [1] աշխատության մեջ շարադրված գաղափարների հետագա զարգացումը: Հաշվումները հեշտացնելու նպատակով երկրորդ և բարձր կարգերի ֆունկցիոնալ ֆունկցիաները հաշվի են առնվում անուղղակի եղանակով:

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Назаров А. Г. Метод инженерного анализа сейсмических сил. Изд. АН Армянской ССР, Ереван, 1956.
2. Корчинский И. Л. Расчет сооружений на сейсмические воздействия. Гос. изд-лит. по строит. и архитектуре, М., 1954.
3. Положение по строительству в сейсмических районах (проект). НТО строительной промышленности, М., 1956.
4. Калифорнийские правила сейсмостойкого строительства.