

НЕСТАЦИОНАРНЫЕ СЕЙСМИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ
СООРУЖЕНИЯ В ВИДЕ ЖЕСТКОГО ТЕЛА НА ПОВЕРХНОСТИ
ИНЕРЦИОННОГО ОСНОВАНИЯ

Поместим начало неподвижной системы координат (x_1, x_2, x_3) в центре подошвы жесткого тела, находящегося в невозмущенном состоянии. В работе [1] путем максимальной идентификации результатов точных решений были определены аппроксимированные значения результирующих реакций упругой инерционной полуплоскости $x_3 > 0$ в следующем виде:

$$R_i(t) = c_i U_i^{(1)}(t) + \tau_{ii} \dot{U}_i^{(1)}(t),$$

$$R_{z(i, z)}(t) = c_{z(i, z)} \varphi_{(i, z)}(t) + \tau_{z(i, z)} \dot{\varphi}_{(i, z)}(t),$$

где $R_i(t)$ — результирующая реакция упругой среды $x_3 > 0$ по оси x_i ; $R_{z(i, z)}(t)$ — результирующий момент упругой среды $x_3 > 0$ относительно $x_{(i, z)}$;

$$c_i = \frac{\rho a_i^2 \sqrt{F}}{\Theta(1-\nu^2)} \quad (i = 1, 2); \quad q_3 = \frac{\rho a_3^2 (1-2\nu) \sqrt{F}}{\Theta(1-\nu)^2},$$

$$c_{z(i, z)} = \frac{(1-2\nu) \rho a_i^2 \cdot J_F}{\Theta_z (1-\nu)^2 \cdot \sqrt{F}}; \quad \tau_{1,2} = \rho \cdot a_2 F,$$

$$\tau_3 = \rho a_1 F; \quad \tau_{z(1, 2)} = \rho a_1 J_F (1, 2),$$

ρ — плотность грунтов; a_k — скорость распространения продольных ($k=1$) и поперечных ($k=2$) волн грунтов; ν — коэффициент Пуассона; Θ — коэффициент формы площади подошвы фундамента сооружения [1]; $F = L_1 \times L_2$ — площадь подошвы фундамента сооружения; J_{Fk} — момент инерции площади подошвы фундамента сооружения относительно оси x_k . В общем случае плоскопараллельное движение тела на поверхности $x_3=0$ упругой однородной среды $x_3 > 0$ сводится к рассмотрению трех взаимосвязанных уравнений:

$$M[\ddot{U}_i(t) + x_{kc} \ddot{\varphi}_2(t)] + R_i(t) = 0, \quad (i=1, k=3, i=3, k=1); \quad (1)$$

$$J_2 \ddot{\varphi}_2(t) + R_{z2}(t) - x_{3c} R_1(t) + x_{1c} R_3(t) - Q[x_{3c} \dot{\varphi}_2(t) + x_k] = 0,$$

где J_2 — момент инерции тела относительно оси x_2 ; M , Q — масса и вес тела соответственно; $\varphi_2(t)$ — угол поворота тела относительно оси x_2 ; x_{kc} — координаты центра тяжести тела; $U_i(t)$ — компоненты общего перемещения центра подошвы жесткого тела

$$U_i(t) = U_i^{(0)} + U_i^{(1)}(t), \quad (2)$$

складывающегося из суммы относительного перемещения $U_i^{(1)}(t)$ центра подошвы жесткого тела к основанию и перемещения свободной поверхности $x_3 = 0$ в точке $(0, 0)$ при отсутствии на ней жесткого тела; $R_i(t)$ ($i = 1, 3$) — результирующая реакция основания по оси x_i ; $R_{\varphi_2}(t)$ — результирующий момент по оси x_2 , действующий на тело со стороны основания $x_3 > 0$. При $x_{1c} \rightarrow 0$ ($i = 1, 3$) — система уравнений (1) распадается на два независимых уравнения

$$M \ddot{U}_i(t) + R_i(t) = 0, \quad (3)$$

описывающих горизонтальное $i = 1$ и вертикальное $i = 3$ сейсмические колебания жесткого тела в виде тонкой плиты.

С учетом

$$R_i(t) = c_i \dot{U}_i(t) + \gamma_i U_i(t), \quad R_{\varphi_2}(t) = c_{\varphi_2} \dot{\varphi}_2(t) + \gamma_{\varphi_2} \varphi_2(t)$$

и (1) из уравнения (3) получаем:

$$\ddot{U}_i^{(1)}(t) + 2\varepsilon_i \dot{U}_i^{(1)}(t) + \omega_{0i}^2 U_i^{(1)}(t) = -\ddot{U}_i^{(0)}(t), \quad (4)$$

где

$$\varepsilon_i = \frac{\gamma_i}{2M}; \quad \omega_{0i}^2 = \frac{c_i^2}{M}. \quad (5)$$

Решение (4) при нулевых начальных условиях принимает вид:

$$U_i^{(1)}(t) = -\frac{1}{\omega_i} \int_0^t U_i^{(0)}(\tau) e^{-\varepsilon_i t(t-\tau)} \sin \omega_i(t-\tau) d\tau, \quad (6)$$

где

$$\omega_i^2 = \omega_{0i}^2 - \varepsilon_i^2. \quad (7)$$

Дважды дифференцируя выражение (6), с учетом (2), получим следующие соотношения для определения ускорения движения жесткого тела:

$$\ddot{U}_i^{(1)}(t) = (1 - \cos \delta_{ii}) \ddot{U}_i^{(0)}(t) + \frac{\omega_{0i}^2}{\omega_i} \int_0^t \ddot{U}_i^{(0)}(\tau) e^{-\varepsilon_i t(t-\tau)} \sin \omega_i(t-\tau) d\tau. \quad (8)$$

Здесь введено обозначение:

$$\delta_{ii} = \arctg\left(\frac{\varepsilon_i}{\omega_i}\right). \quad (9)$$

Относительно скорости $\dot{U}_i^{(1)}(t)$, воспользуясь исходным уравнением (4), получим:

$$\dot{U}_i^{(1)}(t) = \frac{1}{2\varepsilon_i} \left[\omega_{0i}^2 U_i^{(1)}(t) + \ddot{U}_i(t) \right], \quad (10)$$

Как известно, в практике значения сейсмических ускорений грунтов, полученные при записи реальных землетрясений, табулируются определенным достаточно малым шагом Δt по времени, а функция ускорения восстанавливается по ее табулированным значениям. Следовательно в произвольном интервале $t_{k-1} \leq t \leq t_k$ ($t_k - t_{k-1} = \Delta t$, $k = 1, 2, \dots, N$; $t_0 = 0$ — начальный момент времени, t_N — момент прекращения действия ускорения, $t_N - t_0$ — продолжительность действия сейсмических ускорений) аналитическую запись функции $\ddot{U}_i^{(0)}(t)$ можно представить в виде:

$$\ddot{U}_i^{(0)}(t) = B_{ik}(t) + D_{ik}, \quad (11)$$

где

$$B_{ik} = \frac{1}{\Delta t} \left[\ddot{U}_i^{(0)}(t_k) - \ddot{U}_i^{(0)}(t_{k-1}) \right],$$

$$D_{ik} = \frac{1}{\Delta t} \left[\ddot{U}_i^{(0)}(t_{k-1}) t_k - \ddot{U}_i^{(0)}(t_k) t_{k-1} \right],$$

$\ddot{U}_i^{(0)}(t_k)$ — табулированные значения ускорения грунтов на свободной поверхности $x_3 = 0$ в момент времени $t = t_k$. Выражение интеграла

$$A_i(t) = \int_0^t \ddot{U}_i^{(0)}(\tau) e^{-\varepsilon_i(t-\tau)} \sin \omega_i(t-\tau) d\tau,$$

с учетом представления (11) записывается в виде:

$$A_i(t_n) = \sum_{k=1}^n \int_{t_{k-1}}^{t_k} (B_{ik}\tau + D_{ik}) e^{-\varepsilon_i(t_n-\tau)} \sin \omega_i(t_n-\tau) d\tau \quad (n=1, 2, \dots, N).$$

$$A_i(t_n) = \sum_{k=1}^n \left\{ \left[\ddot{U}_i^{(0)}(t_k) \frac{e^{-\varepsilon_i(t_n-t_k)}}{\omega_{0i}} \cos[\omega_i(t_n-t_k) - \delta_{1i}] - \frac{B_{ik}}{2\omega_{0i}} e^{-\varepsilon_i(t_n-t_k)} \cos[\omega_i(t_n-t_k) - \delta_{2i}] \right] - \left[\ddot{U}_i^{(0)}(t_{k-1}) \frac{e^{-\varepsilon_i(t_n-t_{k-1})}}{\omega_{0i}} \cos[\omega_i(t_n-t_{k-1}) - \delta_{1i}] - \frac{B_{ik}}{2\omega_{0i}} e^{-\varepsilon_i(t_n-t_{k-1})} \cos[\omega_i(t_n-t_{k-1}) - \delta_{2i}] \right] \right\}, \quad (12)$$

где

$$\delta_{2i} = \text{arctg} \left(\frac{\varepsilon_i^2 - \omega_i^2}{2\varepsilon_i\omega_i} \right).$$

Выражение, определяющее контактные напряжения, аналогично (13), записывается в виде [1]:

$$\sigma_{3i} = \frac{\eta_i}{F} \dot{U}_i^{(1)}(t) + D_3(x_1, x_2) c_i U_i^{(1)}(t),$$

где

$$D_3(x_1, x_2) = 1/F \sqrt{\left| 1 - \left(\frac{2x_1}{L_1} \right)^2 \right| \left| 1 - \left(\frac{2x_2}{L_2} \right)^2 \right|}.$$

Для оценки влияния податливости основания на параметры колебания плиты определим ускорение ее вертикальных колебаний $\dot{U}_3(t)$

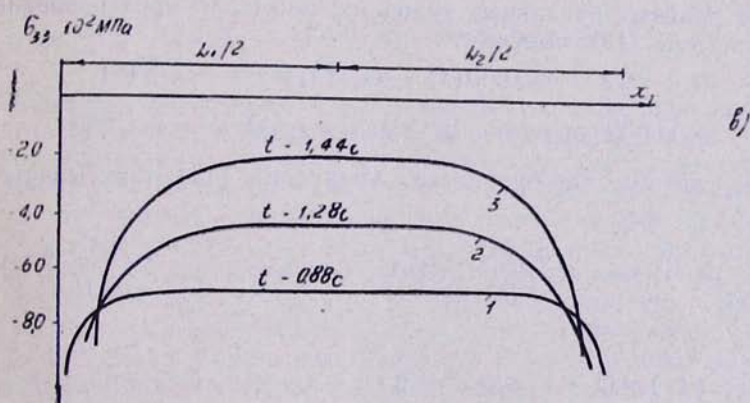
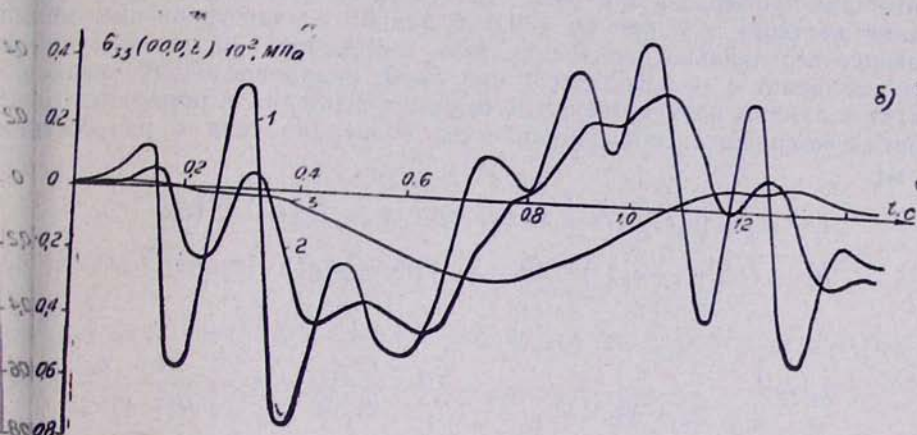
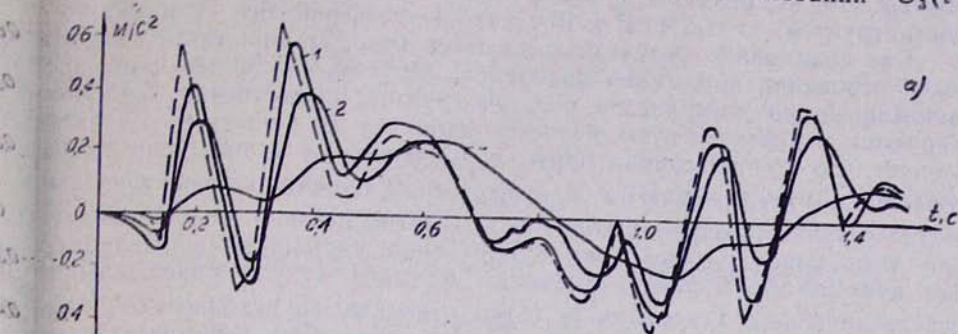


Рис. 1. Трансформация ускорений $\dot{U}_3(t)$ (а), контактных напряжений $\sigma_{33}(0, 0, 0, t)$ (б) по времени и экстремальные значения $\sigma_{33}(x_1, 0, 0, t_1)$ по оси x_1 (в)

и экстремальные значения эпюры контактных напряжений по времени при различных значениях скоростей распространения поперечных волн в основании.

Графическое изображение исходной акселерограммы $\ddot{U}_3^{(0)}(t)$ показано на рис. 1 (пунктирная линия). На том же рисунке цифрами 1, 2, 3 указаны графики ускорений $\ddot{U}_3(t)$ соответственно при $a_2 = 150; 600; 1200$ м/с. Исходные данные, характеризующие инерционные и упругие свойства системы сооружение—основание, следующие: масса плиты $M = 2,2 \times 10^7$ кг, размеры плиты в плане $L_1 \times L_2 = 67 \times 67$ м; плотность грунтов $\rho = 1,8 \times 10^3$ кг/м³; $\nu = 0,3$ —коэффициент Пуассона.

Как показывают результаты расчетов (рис. 2), при учете податливости основания параметры колебания жестких массивных плит, расположенных на поверхности рыхлых грунтов, существенно трансформируются и вместе с этим меняется характер их движения. Из рис. следует, что при колебании плиты с уменьшением a_2 пики кривых ускорений $\ddot{U}_3(t)$ сглаживаются и существенно изменяется спектральный состав результирующего ускорения $\ddot{U}_3(t)$ относительно исходного $\ddot{U}_3^{(0)}(t)$; при этом максимальные пики существенно уменьшаются. Например, для $a_2 = 150$ м/с в рассматриваемом примере модуль максимального результирующего ускорения $|\ddot{U}_3(t)|_{\max}$ относительно исходного $|\ddot{U}_3^{(0)}(t)|_{\max}$ уменьшился примерно в три раза. Далее рассмотрим сейсмические колебания жесткого тела при $x_{1c} = 0,0$. В данном случае уравнение, описывающее вертикальное колебание тела, выделяется из (4) и в точности совпадает с уравнением (7) при $i = 3$, а два последних уравнения (4) в данном случае окажутся взаимосвязанными и описывают горизонтально-вращательное сейсмическое колебание тела с плоскостями (x_1, x_3):

$$\begin{aligned} \ddot{U}_1^{(1)}(t) + 2\varepsilon_1 \dot{U}_1^{(1)}(t) + \omega_{01}^2 U_1^{(1)}(t) + x_{3c} \ddot{\varphi}_2(t) = \ddot{U}_1^{(0)}(t); \\ k_{\varphi} \cdot \ddot{U}_1^{(1)}(t) + \ddot{\varphi}_2(t) + 2\varepsilon_{\varphi} \cdot \dot{\varphi}_2(t) + \omega_{0\varphi}^2 \varphi_2(t) = -k_{\varphi} \ddot{U}_1^{(0)}(t), \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\eta_{12}}{J_2 + x_{3c}^2 M}; \quad \omega_{01}^2 = \frac{c_{\varphi 2} - Q x_{3c}}{J_2 + x_{3c}^2 M}; \quad k_{\varphi} = \frac{M \cdot x_{3c}}{J_2 + x_{3c}^2 M}.$$

При нулевых начальных условиях, применяя преобразование Лапласа к системе (13), получим:

$$\begin{aligned} (s + 2\varepsilon_1 s + \omega_{01}^2) U_1^{(1)}(s) + x_{3c} s^2 \varphi_2(s) = -\ddot{U}_1^{(0)}(s), \\ k_{\varphi} s^2 U_1^{(1)}(s) + (s^2 + 2\varepsilon_{\varphi} s + \omega_{0\varphi}^2) \varphi_2(s) = -k_{\varphi} \ddot{U}_1^{(0)}(s). \end{aligned} \quad (14)$$

Решение системы алгебраических уравнений (14) записывается в виде:

$$U_1^{(1)}(s) = -\frac{q_{01}(s)}{q(s)} \ddot{U}_1^{(0)}(s), \quad \varphi_2(s) = -\frac{q_{02}(s)}{q(s)} \ddot{U}_1^{(0)}(s),$$

где

$$\begin{aligned} q(s) = (1 - k_{\varphi} x_{3c}) s^4 + 2(\varepsilon_1 + \varepsilon_{\varphi}) s^3 + (\omega_{01}^2 + 4\varepsilon_1 \varepsilon_{\varphi} + \omega_{0\varphi}^2) s^2 + \\ + 2(\varepsilon_1 \omega_{0\varphi}^2 + \varepsilon_{\varphi} \omega_{01}^2) s + \omega_{01}^2 \omega_{0\varphi}^2; \\ q_{01}(s) = (1 - k_{\varphi} \cdot x_{3c}) s^2 + 2\varepsilon_{\varphi} \cdot s + \omega_{0\varphi}^2; \quad q_{02}(s) = k_{\varphi} (2\varepsilon_1 s + \omega_{01}^2), \end{aligned}$$

применяя теорему вычетов, разложение $q_{0(1,2)}(s)q(s)$ можно записать в виде суммы конечного числа простейших дробей:

$$\frac{q_{0(1,2)}(s)}{q(s)} = - \sum_{r=1}^4 \frac{q_{0(1,2)}(z_{0r})}{q(z_{0r})} \cdot \frac{1}{s-z_{0r}} \quad (15)$$

возвращаясь к выражению (14), с учетом (15) и теоремы свертки относительно оригиналов $U_1^{(0)}(t)$ и $\varphi_2(t)$, получим:

$$U_1^{(0)}(t) = - \sum_{r=1}^4 \frac{q_{01}(z_{0r})}{q(z_{0r})} \int_0^t e^{z_{0r} \tau} \ddot{U}_1^{(0)}(\tau) d\tau, \\ \varphi_2(t) = - \sum_{r=1}^4 \frac{q_{02}(z_{0r})}{q(z_{0r})} \int_0^t e^{z_{0r} \tau} \dot{U}_1^{(0)}(\tau) d\tau, \quad (16)$$

с учетом представления (10) решение (16) записывается в виде:

$$U_1^{(0)}(t_n) = \sum_{r=1}^4 \frac{q_{01}(z_{0r})}{q(z_{0r})} A_r(t_n); \\ \varphi_2(t_n) = \sum_{r=1}^4 \frac{q_{02}(z_{0r})}{q(z_{0r})} A_r(t_n),$$

где

$$A_r(t_n) = \sum_{k=1}^n \left\{ \frac{e^{z_{0r}(t_n-t_k)}}{z_{0r}} \left[\ddot{U}_1^{(0)}(t_k) + \frac{B_k}{z_{0r}} \right] - \frac{e^{z_{0r}(t_n-t_{k-1})}}{z_{0r}} \left[\dot{U}_1^{(0)}(t_{k-1}) - \frac{B_k}{z_{0r}} \right] \right\}.$$

Выражение контактных напряжений в данном случае определяется [1]

$$\sigma_{31} = \frac{\eta_1}{F} \dot{U}_1^{(0)}(t) + D(x_1, x_3) \cdot c_1 \cdot U_1^{(0)}(t), \\ \sigma_{33} = \frac{\eta_2}{J_F} x_1 \dot{\varphi}(t) + D(x_1, x_3) \frac{c_2 \cdot x_1}{J_F} \varphi(t),$$

Рассмотрим горизонтально-вращательные сейсмические колебания сооружения АЭС с реактором ВВЭР—1000 в виде жесткого тела на упругом инерционном основании при различных значениях скоростей распространения поперечных волн грунтов: $a_2=150$ м/с и $a_2=600$ м/с.

Исходные данные, характеризующие инерционные и упругие свойства системы сооружение—основание, следующие: масса сооружения $M=2.2 \cdot 10^7$ кг; размеры сооружения в плане $L_1=L_2=67$ м; плотность грунтов $\rho=1.8 \cdot 10^3$ кг/м³; $\nu=0.25$ —коэффициент Пуассона; $x_3=27$ м; $x_{1r}=0.0$ координаты центра тяжести сооружения.

Как показывают результаты расчетов, с уменьшением акустического сопротивления основания максимальные циклы существенно уменьшаются (например, при $a_2=150$ м/с до 2,5 и более раз). Вместе с тем изменяется их спектральный состав, а следовательно, и характер движения сооружения (рис. 2).

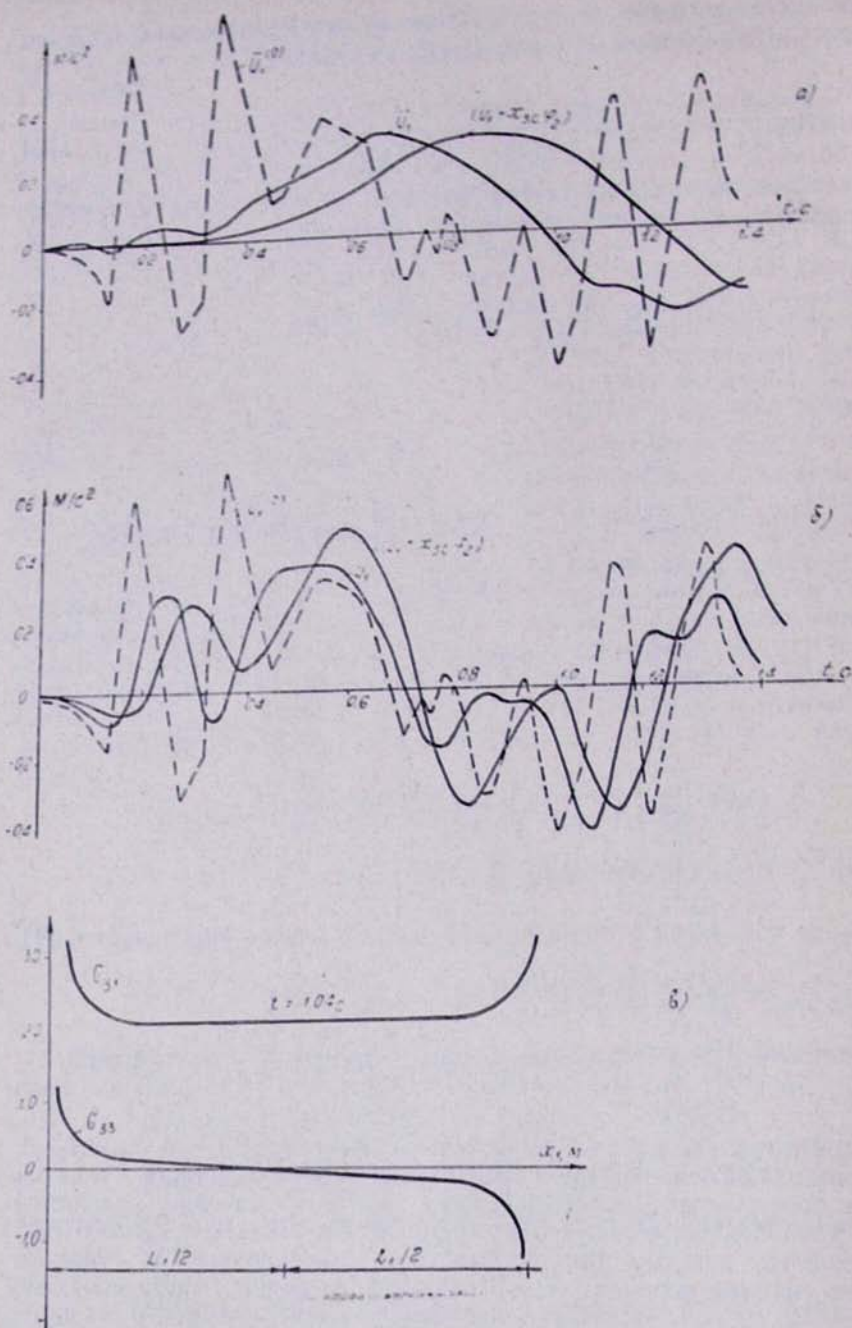


Рис. 2. Графическое изображение параметров колебания сооружения при $a_2=150$ м/с (а); $a_2=600$ м/с (б) и экстремальные значения контактных напряжений при $a_2=600$ м/с

ЛИТЕРАТУРА

1. Саргсян А. Е., Кириллов А. П. Динамика и сейсмостойкость сооружения АЭС совместно с основанием. Атомные электростанции, серия 3, М., 1986.