

К ИССЛЕДОВАНИЮ КОЛЕБАНИЙ ПРОТЯЖЕННЫХ СООРУЖЕНИЙ С УЧЕТОМ РЕАЛЬНОГО ПОВЕДЕНИЯ ОСНОВАНИЙ

По действующей методике расчета зданий и сооружений на сейсмическое воздействие принимается, что все точки основания колеблются синхронно с одним и тем же смещением и ускорением. Однако для зданий и сооружений, длина которых в направлении распространения возмущения соизмерима с длиной сейсмической волны, такое допущение может привести к значительным погрешностям при определении их реакции. Различным аспектам учета влияния протяженности сооружений (в плане) посвящены работы А. П. Синицына [3], Ш. Г. Напетваридзе [2], М. А. Марджанишвили [1], Э. Е. Хачияна [4] и других авторов.

Ниже выведены уравнения движений протяженной пространственной многоэтажной рамы с учетом фазы прохождения сейсмических волн.

Рассмотрим многоэтажное каркасное здание. Используя метод конечных элементов, динамическую расчетную схему примем в виде пространственной многоэтажной системы (рис. 1), состоящей из отдельных конечных элементов в виде балок, имеющих в каждом узле шесть степеней свободы (рис. 2).

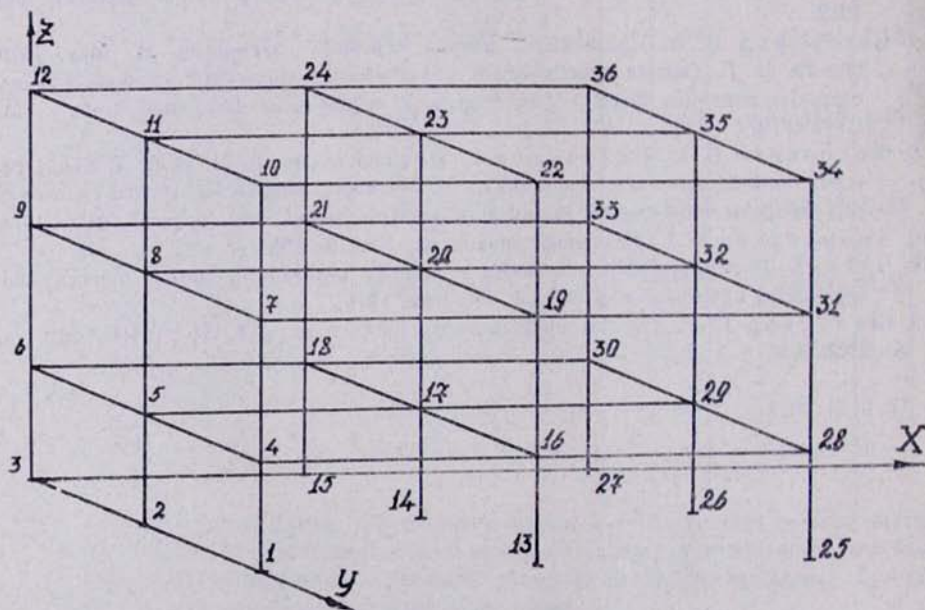


Рис. 1. Расчетная схема каркасного здания

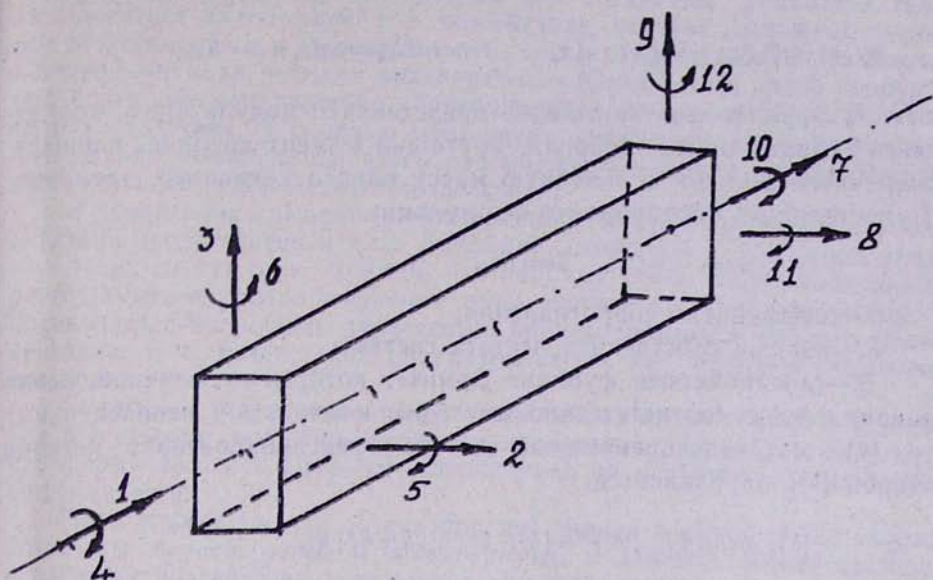


Рис. 2. Балочный конечный элемент

Следует иметь в виду, что образованная система находится под воздействием кинематического возбуждения и она имеет m свободных и n закрепленных степеней свободы.

Уравнение движения запишем в виде:

$$[K]_l [\delta] + [C]_l \frac{\partial \{\delta\}_l}{\partial t} + [M]_l \frac{\partial^2 \{\delta\}_l}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

где $l = m + n$ — количество степеней свободы системы; $[K]_l$; $[C]_l$; $[M]_l$ — соответственно представляют матрицы жесткости, демпфирования, масс системы.

$[K]_l = [k_{ik}]_l$; $[C]_l = [c_{ik}]_l$; $[M]_l = [m_{ik}]_l$,

k_{ik} ; c_{ik} ; m_{ik} — матрицы одного конечного элемента, являющиеся элементами вышеуказанных матриц.

$$k_{ik} = \begin{cases} EJ_y \int_0^a \frac{d^2 \Theta_i(x)}{dx^2} \cdot \frac{d^2 \Theta_k(x)}{dx^2} \cdot dx & i, k = 3; 5; 9; 11 \\ EJ_z \int_0^a \frac{d^2 \Theta_i(x)}{dx^2} \cdot \frac{d^2 \Theta_k(x)}{dx^2} \cdot dx & i, k = 2; 6; 8; 12 \\ GJ_k \int_0^a \frac{d \Theta_i(x)}{dx} \cdot \frac{d \Theta_k(x)}{dx} \cdot dx & i, k = 4; 10 \\ EF \int_0^a \frac{d \Theta_i(x)}{dx} \cdot \frac{d \Theta_k(x)}{dx} \cdot dx & i, k = 1; 7 \end{cases}$$

$$m_{ik} = \int_0^a m \Delta_i(x) \cdot \Delta_k(x) \cdot dx,$$

$$C_{ik} = \alpha m_{ik} + \beta \cdot K_{ik}.$$

E ; G ; J ; J_k ; F : m —соответственно представляют модуль Юнга, модуль сдвига, главный момент инерции, крутящий момент инерции, площадь поперечного сечения и линейную массу одного конечного элемента, α ; β —постоянные, определяются формулами:

$$\alpha = \lambda \cdot \omega_1; \quad \beta = \lambda / \omega_1,$$

λ —коэффициент сопротивления;

ω_1 —низшая собственная частота системы.

$\Delta_i(x)$ —одномерная функция Эрмита, которая по величине равна единице и нулю, соответственно по i -ому и остальным направлениям;

$\{\delta\}_l$ —матрица перемещений системы, транспонированная матрица которой $\{\delta\}_l^T$ определяется:

$$\{\delta\}_l^T = \{\delta_i, \delta_j, \dots; \delta_i^x, \delta_j^x, \dots; \theta_i^x, \theta_j^x, \dots; \theta_i^y, \theta_j^y, \dots; \theta_i^z, \theta_j^z, \dots\}^T,$$

$$\delta_i^x; \delta_j^y; \delta_j^z; \theta_j^x; \theta_j^y; \theta_j^z; \dots; \theta_i^z\}^T,$$

где δ_i^x —перемещение i -ого узла по направлению OX ,

θ_i^x —угол поворота i -ого узла вокруг оси OX .

Аналогично обозначены и остальные перемещения.

В уравнении (1) возмущающая сила в явном виде не входит, так как система находится под воздействием кинематического возбуждения. Для преобразования правой части уравнения (1) представим матрицы $[K]_l$ и $\{\delta\}_l$ в следующем виде:

$$[K]_l = [K]_m + [K]_n,$$

$$\{\delta\}_l = \{\delta\}_m + \{\delta\}_n, \quad (2)$$

где $[K]_m$, $[K]_n$ —матрицы жесткостей зданий и оснований, представляющие матрицу жесткостей систем $[K]_l$ с нулевыми строками, столбцами соответственно на местах заданных и неизвестных переменных; $\{\delta\}_m$; $\{\delta\}_n$ —матрицы заданных и неизвестных переменных, представляющие матрицу столбца $\{\delta\}_l$ с нулевыми элементами соответственно на местах неизвестных и заданных переменных.

Аналогично можно представить матрицы $[M]_l$ и $[C]_l$.

Имея в виду отмеченное, разрешающее уравнение представляем в следующем виде:

$$\begin{aligned} & [K]_m \{\delta\}_m + [C]_m \frac{\partial}{\partial t} \{\delta\}_m + [M]_m \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{\delta\}_m = \\ & = -[K]_n \{\delta\}_n - [C]_n \frac{\partial}{\partial t} \{\delta\}_n - [M]_n \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{\delta\}_n. \end{aligned} \quad (3)$$

Отметим, что получение общих уравнений движения системы (3) применимо не только для случая сейсмического воздействия, но и для любой реализации кинематического возбуждения системы. Примени-

тельно к сейсмическому воздействию они позволяют учитывать трехкомпонентное воздействие, т. е. воздействие, которое учитывает движение основания как в горизонтальной, так и в вертикальной плоскости. Однако, учитывая, что для подавляющего большинства типов сооружения более опасной является горизонтальная составляющая сейсмического воздействия, и с целью облегчения численного анализа реакции сооружения, ограничимся здесь рассмотрением только горизонтальной составляющей сейсмического воздействия.

В уравнениях движения протяженных в плане сооружений (3) воздействие представлено в виде смещений, скоростей и ускорений опорных точек сооружения. Примем, что опорные точки сооружения повторяют движение соответствующих точек основания, движение которого определяется волновыми процессами, происходящими в нем при землетрясении, т. е. воздействия рассматриваются как бегущая сейсмическая волна.

Скорость распространения бегущей сейсмической волны в основании в пределах сооружения считаем постоянной. Предположим также, что форма волны в процессе прохождения ее в пределах сооружения не изменяется.

Имея в виду то, что до сих пор нет записи в одной точке акселерограммы, велисограммы и сейсмограммы в данный момент времени, в качестве воздействия используем акселерограммы, интегрируя которые, получим велисограммы и сейсмограммы.

Уравнения движения системы (3) составлены для случая, когда опора в данный момент времени имеет определенное перемещение. Для более детального анализа колебательного движения системы учитываем также начальный момент прохождения сейсмического возмущения, которое мы задаем в виде записи реального землетрясения. Считая, что возмущения распространяются, например, слева направо, справедливы будут следующие рассуждения: сначала будет двигаться первая, затем вторая опоры и уже после некоторого времени вовлекутся в движение все опоры. Предполагаем, что по поперечному направлению возмущение распространяется мгновенно, так как оно короткое, а по продольному направлению распространяется с постоянной скоростью $V_{гр}$, зависящей от грунтовых условий. Отсюда следует, что между началом смещения по времени отдельных опор существует следующая взаимосвязь:

$$t_i = i \cdot \Delta t,$$

где $\Delta t = l_i / V_{гр}$ — время, в течение которого возмущение пробегает расстояние от данной точки основания до следующей.

Учитывая сказанное выше, отметим:

1. При $0 < t < l_1 / V_{гр}$ возмущение охватывает первую опору. Поведение системы описывается уравнением (3), в правой части которого в качестве заданного $\{\delta\}_n$ участвует только перемещение первой опоры δ_1 , остальные перемещения опор принимаются равными нулю.

2. $l_1 / V_{гр} < t < (l_1 + l_2) / V_{гр}$ в колебании участвуют уже две опоры. Поведение системы описывается уравнением (3), аналогично вышесказанному, но только с тем различием, что в правую часть уравнения входят два перемещения опор δ_1 и δ_2 , отличные от нуля.

3. А после некоторого промежутка времени, в частности

$$t > \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_k}{V_{гр}} = \frac{L}{V_{гр}},$$

вовлекаются в колебание все точки основания. Поведение системы описывается уравнением (3), причем l_k — длина k -ого пролета; L — длина здания, $V_{гp}$ — скорость распространения сейсмических возмущений в грунте.

Естественно, что при возмущении любой опоры возмущается и соответствующая опора, находящаяся на одной линии поперечному направлению. Таким образом, все точки основания колеблются с одним и тем же возмущением, но с фазовым сдвигом.

Обозначая правую часть уравнения (3) матрицей $\{F\}$, можно записать следующее уравнение движения:

$$[K]_m \{\delta\}_m + [C]_m \frac{\partial}{\partial t} \{\delta\}_m + [M]_m \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{\delta\}_m = \{F\}, \quad (4)$$

откуда

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \{\delta\}_m = [M]^{-1} \{ \{F\} - [K]_m \{\delta\}_m - [C]_m \frac{\partial}{\partial t} \{\delta\}_m \}. \quad (5)$$

Уравнение (5) можно решать любым шаговым методом.

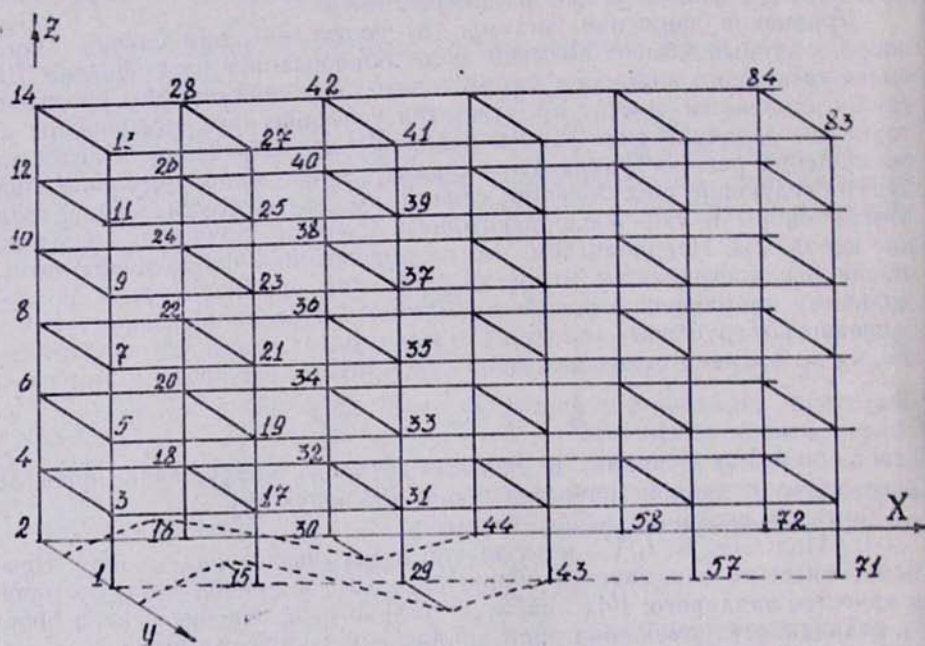


Рис. 3. Пример искусственной сейсмограммы

Выше на конкретном примере (рис. 3) показана кинематическая схема распространения бегущих сейсмических воздействий по сейсмограммам (рис. 4) (в момент времени $t=t_s$), получаемая из заданных реальных акселерограмм с фазовым сдвигом. Отмечаем, что при этом

$$\begin{aligned} \delta_1 = \delta_2 = A; \quad \delta_{15} = \delta_{16} = B; \quad \delta_{29} = \delta_{30} = C; \\ \delta_{43} = \delta_{44} = \delta_{57} = \delta_{58} = \delta_{71} = \delta_{72} = \delta_{85} = \delta_{86} = \delta_{99} = \delta_{100} = 0. \end{aligned}$$

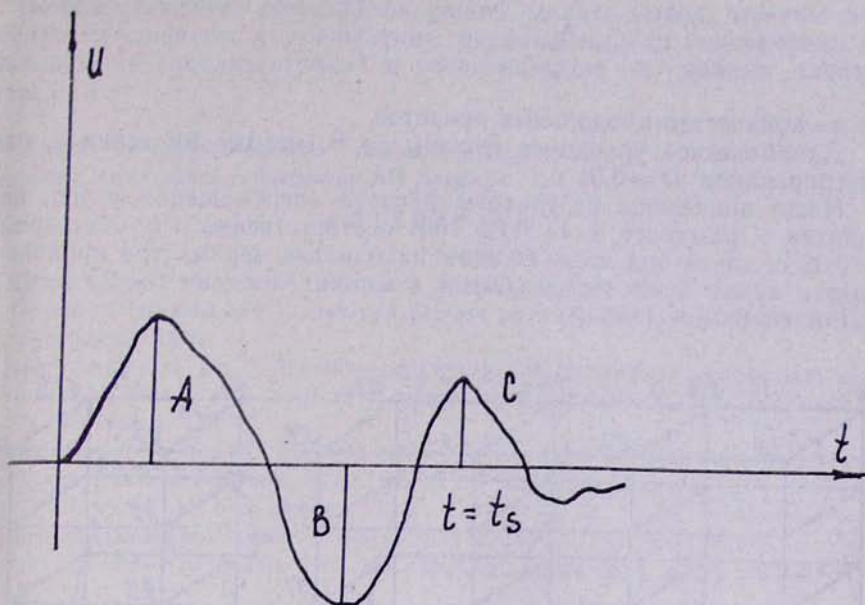


Рис. 4. Кинематическая схема распространения сейсмического воздействия по основанию здания

В качестве примера рассмотрим поведение пространственной системы (рис. 5) (без учета затуханий), которая имеет в каждом узле три степени свободы (прогиб по направлению оси OY и два угла поворота соответственно вокруг оси OX и OZ).

Исходные данные

Несущие элементы (колонны, ригеля, балки) изготовлены из железобетона с нормальным армированием, с одинаковыми поперечными сечениями $F = 0,16 \text{ м}^2$ и жесткостными характеристиками: модуль упругости $E = 3,15 \cdot 10^9 \text{ Н/М}^2$; коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$; удельный вес $\gamma = 3 \text{ т/м}^3$; длина продольных пролетов

$$l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = l_5 = l_6 = l_7 = 6 \text{ м};$$

длина поперечного пролета $l_{\text{поп}} = 6 \text{ м}$; общая длина $L = 42 \text{ м}$; высота этажа $H = 3 \text{ м}$; распределенная масса $m = 4800 \text{ кг}$; скорость распространения поперечной волны в грунте $V_{\text{гр}} = 600 \text{ м/с}$.

Задачу решаем методом конечных элементов, в качестве конечного элемента взята прямоугольная балка длиной 6 м (ориентированные по продольному и поперечному направлениям и длиной 3 м, ориентированные по высоте системы). Воздействия задаем в виде прямоугольного импульса по направлению оси OY величиной:

$$a) \{F\} = [K]_n \{\delta\}_n + [C]_n \frac{\partial}{\partial t} \{\delta\}_n + [M]_n \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{\delta\}_n$$

при одновременном возбуждении всех опор

$$б) \{F\} = [K]_n \{\delta\}_n + [C]_n \frac{\partial}{\partial t} \{\delta\}_n + [M]_n \frac{\partial^2}{\partial t^2} \{\delta\}_n$$

при возбуждении оснований с фазовым сдвигом τ

$$\tau = \frac{l_n}{V_{гг}}$$

где n —количество продольных пролетов.
Динамическое уравнение решаем по Θ -методу Вильсона с шагом интегрирования $\Delta t = 0,01$ с.

Ниже приведены результаты расчета (перемещения узлов, находящихся в плоскости 2, 14, 112, 100) соответственно в момент времени $t = 0,03$ с, когда под возмущением находились первых три продольных пролета (узлы 1, 2, 15, 29, 30) и в момент времени $t = 2,1$ сек, при $\tau = 0$ и $\tau = 0,01$ с. (табл.)

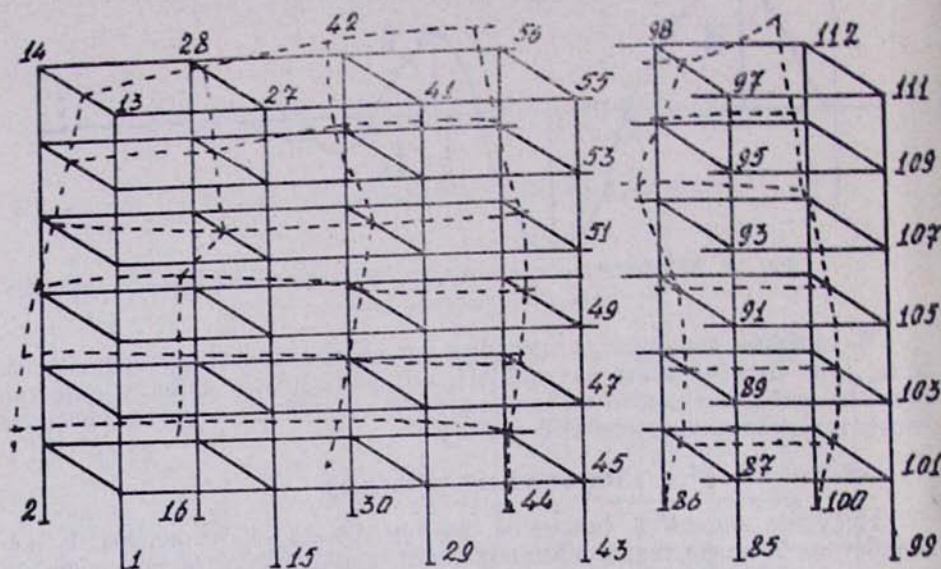


Рис. 5. Поведение пространственной системы в момент времени $t = 2,1$ сек

Таблица
Перемещения узлов пространственной системы (в м) по оси ОУ, в момент времени $t = 2,1$ с, при импульсном воздействии

№ № узлов	$\tau = 0$	$\tau = 0,01$
7	0,04	0,046
13	0,065	0,072
35	0,033	0,024
41	0,058	0,045
63	0,024	0,013
69	0,052	0,048
77	0,033	0,026
83	0,058	0,048
105	0,04	0,046
111	0,065	0,073

Из сопоставления результатов можно сделать вывод, что учет протяженности приводит к уменьшению перемещений по поперечному направлению на средних стойках и увеличению их на крайних стойках каркаса.

Ордена Трудового Красного Знамени Институт геофизики и инженерной сейсмологии АН АрмССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Марджанишвили М. А. Методика учета пространственной работы и протяженности современных зданий при расчете их на сейсмические воздействия, М., Стройиздат, 1976.
2. Напетваридзе Ш. Г. Влияние протяженности сооружения на величину сейсмической силы. Труды института строительной механики и сейсмостойкости АН ГССР, 1963, т. IX.
3. Сниццын А. П. Влияние бегущей сейсмической волны на массивные сооружения. Труды Института физики Земли им. О. Ю. Шмидта, 1961, № 17.
4. Хачиян Э. Е., Амбарцумян В. А., Погосян Л. Г. К определению реакций протяженных зданий и сооружений с учетом начальной фазы прохождения сейсмической волны, Изв. АН АрмССР, серия техн. наук. 1977, т. XXX, № 4.