

ЛОКАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ СЕЙСМИЧЕСКОГО ПОЛЯ И УГЛОВЫЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ СООРУЖЕНИЙ

Задача анализа сейсмических движений грунта значительно упрощается, если ограничиться рассмотрением малых площадок поверхности или земли, сравнимых с размерами сооружений. В такой локальной обстановке можно исключить из рассмотрения ряд осложняющих явлений и пользоваться следующей моделью сейсмического поля (рис. 1).

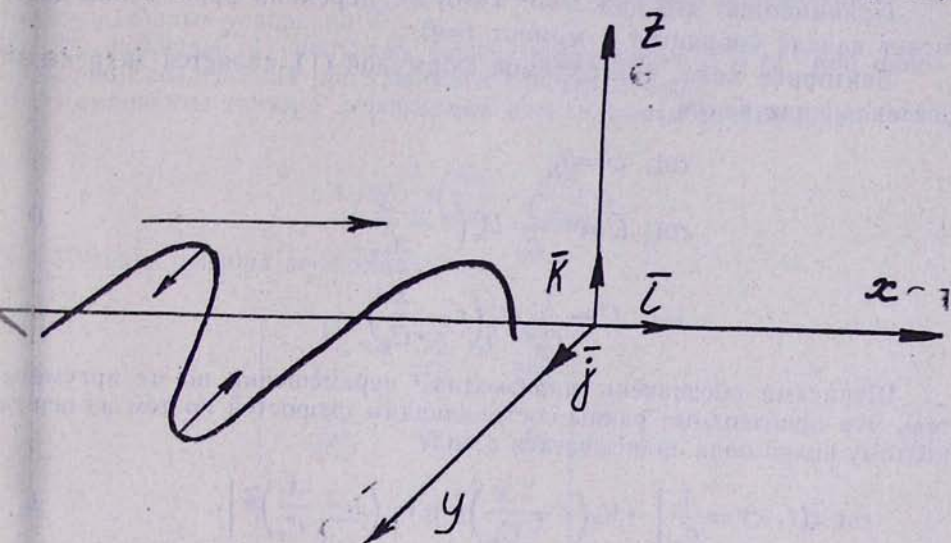


Рис. 1. Схема распространения сейсмических волн

В поверхностном слое грунта вдоль оси X распространяется сейсмическая волна, имеющая плоский фронт, перпендикулярный направлению распространения. Под сейсмической волной подразумевается сложный механический процесс, состоящий из продольных волн P и поперечных волн SH и SV . Каждый из трех видов колебаний характеризуется сплошным спектром в некотором диапазоне частот. Скорость распространения продольных и поперечных волн различна и обозначается соответственно C_1 и C_2 . Развертка процесса во времени дается записями трех составляющих движений, параллельных координатным осям. Изменение форм акселерограмм в пределах длины сооружения значительно, поэтому принимается, что волны распространяются без искажения.

Аналогичная модель неоднократно использовалась и другими авторами [1, 3, 4, 5]. В статье рассматриваются перемещения и деформации грунта, соответствующие этой модели, и крутильные колебания сооружений малых размеров в плане.

Уравнение поля сейсмических перемещений имеет следующий вид:

$$\bar{U}(t; x, y, z) = U_x \left(t - \frac{x}{C_1} \right) \bar{i} + U_y \left(t - \frac{x}{C_2} \right) \bar{j} + U_z \left(t - \frac{x}{C_2} \right) \bar{k}. \quad (1)$$

Черта над буквой обозначает вектор, \bar{i} , \bar{j} , \bar{k} , орты координатных осей. U_x , U_y , U_z — составляющие перемещения по осям координат.

Координата y изменяется в пределах ширины площадки, занимаемой сооружением, а координата z рассматривается в пределах от 0 до $-h$, где отметка 0 соответствует поверхности земли, а h — наибольшая глубина фундамента. Основное свойство модели сейсмического поля заключается в том, что в указанных пределах перемещение U не зависит от y и z . В отношении координаты x основная предпосылка сводится к тому, что два идентичных прибора, поставленных в направлении распространения сейсмических волн на расстоянии, равном длине сооружения, запишут одну и ту же акселерограмму.

Принимается, что при $t=0$, $x=0$, т.е. передний фронт волны достигает начала координат в момент $t=0$.

Векторное поле, описываемое формулой (1), является вихревым. Составляющие вихря

$$\begin{aligned} \text{rot}_x \bar{U} &= 0, \\ \text{rot}_y \bar{U} &= -\frac{1}{C_2} U'_z \left(t - \frac{x}{C_2} \right), \\ \text{rot}_z \bar{U} &= \frac{1}{C_2} U'_y \left(t - \frac{x}{C_2} \right). \end{aligned} \quad (2)$$

Штрихами обозначены производные перемещений по их аргументам. Эти производные равны составляющим скоростей по тем же осям, поэтому вихрь поля записывается в виде

$$\text{rot } \bar{u}(t, x) = \frac{1}{C_2} \left[-V_z \left(t - \frac{x}{C_2} \right) \bar{j} + V_y \left(t - \frac{x}{C_2} \right) \bar{k} \right]. \quad (3)$$

Предполагается, что угловые перемещения достаточно малы, чтобы считать их векторными величинами. Ниже сделана оценка возможной величины угловых перемещений при сейсмических движениях, показывающая, что это предположение не приведет к существенным ошибкам.

Из (1) и (2) следует, что частицы грунта в сейсмическом поле совершают пять видов перемещений. Поступательные перемещения вдоль трех координатных осей и повороты вокруг осей OY и OZ . Углы поворота равны половине отношения скорости сдвиговых перемещений к скорости распространения волн.

$$\begin{aligned} \varphi_y(t, x) &= -\frac{1}{2C_2} V_z \left(t - \frac{x}{C_2} \right), \\ \varphi_z(t, x) &= \frac{1}{2C_2} V_y \left(t - \frac{x}{C_2} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Путем дифференцирования по времени выражений (4) найдем поперечные скорости ω и ускорения $\dot{\omega}$.

$$\omega_y = -\frac{1}{2C_2} W_z \left(t - \frac{x}{C_2} \right), \quad (5)$$

$$\omega_z = \frac{1}{2C_2} W_y \left(t - \frac{x}{C_2} \right),$$

$$\dot{\omega}_y = -\frac{1}{2C_2} \dot{W}_z \left(t - \frac{x}{C_2} \right), \quad (6)$$

$$\dot{\omega}_z = \frac{1}{2C_2} \dot{W}_y \left(t - \frac{x}{C_2} \right).$$

Угловые скорости выражаются через ускорения W , которые даются эсселерограммами землетрясений. Угловые ускорения определяются через производные ускорений \dot{W} .

Из формулы (1) получаем тензор деформаций грунта при одновременном воздействии продольных и сдвиговых волн.

Компоненты тензора деформаций определяются по формуле

$$\epsilon_{st} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_t}{\partial x_s} + \frac{\partial U_s}{\partial x_t} \right),$$

Матрица тензора деформаций

$$\begin{vmatrix} -\frac{V_1}{C_1} & -\frac{V_2}{2C_2} & -\frac{V_3}{2C_2} \\ -\frac{V_2}{2C_2} & 0 & 0 \\ -\frac{V_3}{2C_2} & 0 & 0 \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Для сокращения записи здесь и в дальнейшем опущено обозначение аргументов составляющих скоростей V_i и ускорений W_i . Аргумент функций V_1 и W_1 , $t - \frac{x}{C_1}$, а функций V_2, V_3 , (и W_2, W_3) $t - \frac{x}{C_2}$, индексы 1, 2, 3 обозначают соответственно оси OX, OY , и OZ . Собственные значения тензора деформаций

$$e_1 = 0,$$

$$e_{2,3} = \frac{1}{2} \left(-\frac{V_1}{C_1} \pm \sqrt{\frac{V_1^2}{C_1^2} + \frac{V_2^2 + V_3^2}{C_2^2}} \right). \quad (8)$$

Векторы главных осей

$$\begin{aligned}\bar{l}_1 &= \frac{1}{\bar{l}_1} \left(-\frac{V_3}{2C_2} \bar{J} + \frac{V_2}{2C_2} \bar{K} \right), \\ \bar{l}_2 &= \frac{1}{\bar{l}_2} \left(\epsilon_2 \bar{I} - \frac{V_2}{2C_2} \bar{J} - \frac{V_3}{2C_2} \bar{K} \right), \\ \bar{l}_3 &= \frac{1}{\bar{l}_3} \left(\epsilon_3 \bar{I} - \frac{V_2}{2C_2} \bar{J} - \frac{V_3}{2C_2} \bar{K} \right).\end{aligned}\quad (9)$$

Матрица тензора деформаций в главных осях

$$\epsilon_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix}.\quad (10)$$

Тензор деформаций в главных осях имеет только две отличные от нуля составляющие ϵ_2 и ϵ_3 . Мгновенная деформация является плоской. Плоскость деформации проходит через оси \bar{l}_2 и \bar{l}_3 .

Направляющие косинусы нормали к плоскости поляризации

$$\cos \alpha = \frac{\bar{l} \cdot \bar{l}_1}{|\bar{l}_1|} = 0, \quad \alpha = \frac{\pi}{2}.$$

Нормаль к плоскости поляризации перпендикулярна оси OX .

$$\cos \beta = \frac{\bar{J} \cdot \bar{l}_1}{|\bar{l}_1|} = -\frac{V_3}{\sqrt{V_2^2 + V_3^2}},$$

$$\cos \gamma = \frac{\bar{K} \cdot \bar{l}_1}{|\bar{l}_1|} = \frac{V_2}{\sqrt{V_2^2 + V_3^2}},$$

V_2 и V_3 — соответственно скорости частиц грунта в SH и SV волнах.

Плоскость поляризации проходит через ось OX и ее след в плоскости YZ составляет с осью OY угол β_1 , где

$$\sin \beta_1 = \frac{V_3}{\sqrt{V_2^2 + V_3^2}}.$$

В зависимости от соотношения V_2 и V_3 плоскость деформаций вращается вокруг осей OX и угол β_1 меняется в пределах $-\frac{\pi}{2} \leq$

$$\beta_1 \leq \frac{\pi}{2}.$$

Поле напряжений можно построить исходя из предпосылок с локальной изотропности среды и малости деформаций. Соотношения Гука дают для компонент тензора напряжений следующие выражения:

$$\sigma = \lambda \theta E + 2\mu \epsilon,$$

где λ и μ — константы Ляме.

В главных осях компоненты тензора напряжений будут равны:

$$\begin{aligned}\tau_1 &= -\frac{iV_1}{C_1}, \\ \tau_2 &= -\frac{iV_1}{C_1} + 2\mu e_2, \\ \tau_3 &= -\frac{iV_1}{C_1} + 2\mu e_3.\end{aligned}\quad (11)$$

Как можно видеть из (3), угловые перемещения вокруг оси OZ вызываются поперечными волнами SH , при учете конечной скорости их распространения вдоль сооружения. Для сооружений малых размеров в плане можно приближенно принять угловое перемещение в виде

$$\varphi_z(t, x) = -\frac{1}{2} \operatorname{rot}_z \bar{u} \left(t - \frac{x}{C_2} \right) = \frac{1}{2} \frac{V_y}{C_2}. \quad (12)$$

Максимальная скорость V_y при интенсивности землетрясения 9 баллов может быть принята равной 50 см/с. Тогда при скорости распространения $C_2 = 250$ м/с получим

$$\varphi_{z\max} = \frac{1}{2} \frac{0,5}{250} = 10^{-3},$$

что соответствует углу в $3,4''$.

Эта величина соответствует оценке максимального угла поворота при землетрясении 9 баллов и наименьшей скорости распространения поперечных сейсмических волн. Среднее или среднеквадратичное значение угла поворота за время землетрясения будет еще меньше, что в известной мере оправдывает сделанное выше предположение о малости угловых перемещений основания.

Несмотря на это, угловые ускорения могут достигать больших значений и оказывать существенное влияние на напряженное состояние сооружений.

По формуле (6)

$$\dot{\omega}_z(t, x) = \frac{1}{2} \frac{\dot{W}_y}{C_2} C^{-2}. \quad (13)$$

Производные поступательных ускорений \dot{W}_y , входящие в эту формулу, сейсмическими станциями не регистрируются. Для оценки возможной величины угловых ускорений воспользуемся известным соотношением между спектрами функции и ее производной. В работе [6] приведена приближенная формула для объемлющей коэффициента динамичности поступательных ускорений системы с затуханием

$$\beta(T) = 3,5 \exp \left[-\delta^{\frac{1}{2}} (0,10 + 0,70T^{-\frac{1}{2}}) \right] T^{-\frac{2}{3}}.$$

Подставляя это выражение в (13), получим

$$|S_\varphi|_{\max} = 3,5 \pi C_2^{-1} |W_0|_{\max} \exp \left[-\delta^{\frac{1}{2}} (0,10 + 0,70T^{-\frac{1}{2}}) \right] T^{-\frac{5}{3}}, \quad (14)$$

* В работе [4] эта формула применяется для определения угловых перемещений и ускорений сооружений, немалых в плане, что, по-видимому, недостаточно обосновано.

$|S_z|_{\max}$ — объемлющая спектров реакции угловых ускорений,

$W_0(t)$ — поступательное ускорение основания.

δ — декремент колебаний системы.

Скорость распространения сейсмических волн в поверхностном слое грунта, по данным [2], для типичных грунтовых условий Узбекистана равен 250 м/с.

На рис. 2 показаны объемлющие спектры угловых ускорений для затухающей системы при $\delta=0,15, 0,3$ и $0,5$.

Вычислим угловое ускорение системы с одной степенью свободы, имеющей период собственных крутильных колебаний $T=0,1$ с и декремент колебаний $\delta=0,2$. Подстановка численных значений в (14):

$$|S_z|_{\max}=0,725 |W_0|_{\max}.$$

Максимальное ускорение поступательных перемещений при девятибалльном землетрясении принимаем равным 4 м/с². Тогда для угловых ускорений будем иметь

$$|S_z|_{\max}=2,9 \text{ с}^{-2}.$$

Возьмем в качестве системы с одной степенью свободы круглый жесткий столб диаметром 1,5 м и высотой 2,5 м, имеющий период собственных крутильных колебаний $T=0,1$ с за счет упругой связи с грунтом.

Момент инерции столба относительно центральной вертикальной оси

$$J=0,025 \pi d^2 h \rho.$$

Крутящий момент в основании стержня

$$M_\varphi = J \ddot{\varphi} = J |S_z|_{\max} = 0,0725 \pi d^2 h \rho.$$

Наибольшее напряжение сдвига

$$\tau_{\max} = \frac{M_\varphi}{W_\varphi} = 0,87 \rho h d^3.$$

Подставляя размеры столба и объемный вес $\rho=2\tau/\text{м}^3$, получим

$$\tau_{\max}=1,47 \text{ кг/см}^2.$$

Эта величина значительно больше сил трения между столбом и фундаментом, поэтому можно сделать вывод, что отдельно стоящие предметы и небольшие сооружения при землетрясении могут поворачиваться относительно центра основания, что часто наблюдается в действительности.

Воздействие углового ускорения по формуле (13) в порядке первого приближения можно распространить на реальные сооружения малых размеров в плане, например, отдельно стоящие дымовые трубы, минареты и т. п.

Вместо спектрального представления (14) можно решить уравнение угловых перемещений с правой частью в виде (13). Ускорение в любом сечении по высоте сооружения можно записать в следующем виде:

$$\ddot{\varphi}(t, x) = K \int_0^t W_0(\tau) h_\varphi(t-\tau; x) d\tau. \quad (15)$$

$\ddot{\varphi}(t, x)$ — угловое ускорение в сечении с координатой x ,
 $h_{\varphi}(t-\tau; x)$ — весовая функция угловых ускорений рассматриваемой системы,

$$K = \frac{1}{2C_2}.$$

Интегрируя по частям, находим

$$\ddot{\varphi}(t, x) = K W_{0y}(\tau) h_{\varphi}(t-\tau; x) \Big|_0^t + K \int_0^t W_{0y}(\tau) \dot{h}_{\varphi}(t-\tau; x) d\tau. \quad (16)$$

W_{0y} — поступательное ускорение основания.

$$\dot{h}_{\varphi}(t-\tau; x) = \frac{dh_{\varphi}(t-\tau; x)}{d\tau}.$$

В формуле (16) $W_{0y}(0)$ и $h_{\varphi}(0, x) = 0$, поэтому внеинтегральный член следует принимать равным нулю.

$$\ddot{\varphi}(t; x) = K \int_0^t W_{0y}(\tau) \dot{h}_{\varphi}(t-\tau; x) d\tau. \quad (17)$$

Формула (17) определяет угловое ускорение в сечении с координатой x . Если вместо $h_{\varphi}(t, x)$ составить выражение для весовой функции какой-либо другой величины, формула, аналогичная (17), будет давать значение этой величины. Так, например, весовая функция крутящего момента будет

$$h_M(t; x) = \int_x^H h_{\varphi}(x, t) \Theta(x) dx, \quad (18)$$

$h_{\varphi}(x; t)$ — весовая функция углового ускорения в сечении X ,

$\Theta(x)$ — полярный момент инерции массы элемента dx .

Координата x отсчитывается от основания,

H — высота сооружения.

Для угла поворота будем иметь следующую формулу:

$$h_{\varphi}(t; x) = \int_0^x h_M(x; t) \frac{dx}{J_n(x)}, \quad (19)$$

$J_p(x)$ — полярный момент инерции площади сечения x .

Соответственно крутящий момент и угол поворота определяются по формулам

$$M_{\varphi}(t, x) = K \int_0^t \dot{h}_M(t-\tau; x) W_{0y}(\tau) d\tau, \quad (20)$$

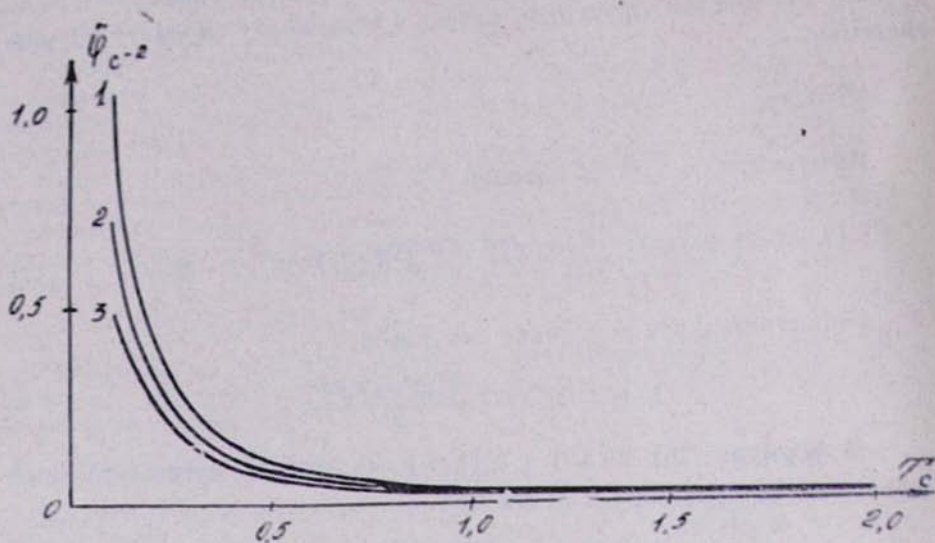


Рис. 2. Спектры угловых ускорений сооружений.

1—Декремент колебаний = 0,15

2— " " " " = 0,30

3— " " " " = 0,50

$$\varphi(t; x) = K \int_0^t \dot{h}_c(t-\tau; x) W_{0y}(\tau) d\tau. \quad (21)$$

Аналогичные формулы с заменой интегралов суммами можно написать для консольной системы с сосредоточенными массами.

По формуле (14) построены объемлющие спектры реакции угловых ускорений $|S_{\dot{\varphi}}(T)|_{100}$, показанные на рис. 2. При этом принято $|W_0|_{\max} = 100 \text{ см/с}^2$. Для определения реакции по этим данным необходимо сделать пересчет пропорционально расчетному ускорению

$$|S_{\dot{\varphi}}(T)|_p = 0,01 W_{0p}' |S_{\dot{\varphi}}(T)|_{100}. \quad (22)$$

W_{0p} —расчетная величина ускорения грунта в поступательных перемещениях,

$|S_{\dot{\varphi}}(T)|_p$ —расчетные угловые ускорения,

$|S_{\dot{\varphi}}(T)|_{100}$ —угловые ускорения при $|W_0|_{\max} = 100 \text{ см/с}^2$,

T —период крутильных колебаний сооружения относительно вертикальной оси.

Институт механики и сейсмостойкости
сооружений АН УзССР

ЛИТЕРАТУРА

- Я. Корчинский И. Л., Шепелев В. Ф. Расчет высотных зданий на сейсмическое воздействие с учетом их протяженности. Строительное проектирование промышленных предприятий, М., 1965, № 2.
- М. Мирзаев В. М., Уломов В. И., Захарова А. И., Ибрагимов Р. И. Сейсмическое микрорайонирование Ташкента, Ташкент. «Фан», 1969.
- Н. Напетваридзе Ш. Г. Влияние протяженности сооружения на величину сейсмической силы. Сб. «Сейсмостойкость сооружений», Тбилиси. «Мецниереба», 1965.
- Н. Ньюмарк Г., Розенблюэт Э. Основы сейсмостойкого строительства, М., Стройиздат, 1980.
- П. Поляков С. В., Денисов Б. Б., Кириков Б. А. Об учете податливости перекрытий при оценке сейсмических нагрузок на здания. Строительная механика и расчет сооружений, № 6 М, 1973.
- Ч. Рассказовский В. Т., Алиев И. Х. Спектральные характеристики сейсмических воздействий. Сб. «Сейсмические воздействия на гидротехнические сооружения», М., «Наука», 1980.