

С. С. ДАРБИНЯН

ОБ УЧЕТЕ СИЛ СОПРОТИВЛЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ СЕЙСМОСТОПКОСТИ

Известно, что колебание сооружения, представленного в виде системы со многими степенями свободы, характеризуется следующей системой дифференциальных уравнений [1, 3]:

$$m_k x_k'' + C_k(x_k - x_{k-1}) - C_{k+1}(x_{k+1} - x_k) = -m_k x_0'' \quad (k=1, 2, \dots, n),$$

где x_k — горизонтальное перемещение массы m_k ;

C_k — жесткость системы на этаже k ;

x_0'' — закон колебания почвы.

Переходя к обобщенным координатам, эту систему можем представить следующим образом [2]:

$$q_i'' + \omega_i^2 q_i = -x_0'' \frac{\sum_{k=1}^n \frac{a_{ki}}{a_{1i}} m_k}{\sum_{k=1}^n \left(\frac{a_{ki}}{a_{1i}}\right)^2 m_k}, \quad (i=1, 2, \dots, n),$$

где ω_i^2 — квадраты круговых частот, т. е. корни векового уравнения, а отношения a_{ki}/a_{1i} — известные величины, зависящие от частот и жесткостей C_k [3].

В таком представлении уравнений движения мы можем точным образом учесть силы сопротивления следующим образом:

$$q_i'' + \alpha_i \omega_i q_i' + \omega_i^2 q_i = -x_0'' \frac{\sum_{k=1}^n \frac{a_{ki}}{a_{1i}} m_k}{\sum_{k=1}^n \left(\frac{a_{ki}}{a_{1i}}\right)^2 m_k}, \quad (i=1, 2, 3, \dots, n), \quad (1)$$

где α_i — коэффициент затухания.

Задаваясь законом колебания почвы $x_0''(t)$ и решая систему (1), мы можем определить перемещения на уровне каждого этажа по формулам перехода к обобщенным координатам:

$$x_k = \sum_{i=1}^n \frac{a_{ki}}{a_{1i}} q_i, \quad (i=1, 2, 3, \dots, n).$$

После чего определяем поперечные и сейсмические силы:

$$Q_k = C_k(x_k - x_{k-1}), \quad S_k = Q_k - Q_{k+1}$$

Представление уравнений движения в виде (1) является точным и

не может вызывать сомнений с точки зрения классической механики.

Однако некоторые авторы [6, 7] силы сопротивления в уравнениях движения сооружений при сейсмическом воздействии учитывают в следующем виде:

$$\sum_{i=1}^{n-k+1} m_{n-i+1} \ddot{x}_{n-i+1} + \alpha_k \sqrt{C_k m_k} (\dot{x}_k - \dot{x}_{k-1}) + C_k (x_k - x_{k-1}) = \\ = -\dot{x}_0 \sum_{i=1}^{n-k+1} m_{n-i+1}, \quad (k = 1, 2, 3 \dots n) \quad (2)$$

Описание колебательного процесса сооружений системой (2) можно считать правильным, если предполагать, что каждый междуэтажный участок здания представляет из себя систему с одной степенью свободы. Действительно, если рассматривать колебание системы с одной степенью свободы, то уравнение движения можем записать так:

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + Cx = -m\dot{x}_0,$$

где r — коэффициент пропорциональности силы вязкого сопротивления; C — жесткость системы.

Принимая, что затухание меняется по гипотезе Фохта, получаем [5]:

$$\ddot{x} + \omega\alpha\dot{x} + \omega^2x = -\dot{x}_0, \quad (3)$$

где

$$\omega\alpha = \frac{r}{m}, \quad \omega^2 = \frac{C}{m}.$$

Следовательно, имеем, что

$$r = \omega\alpha m = \alpha\sqrt{Cm}.$$

Значит, (3) можно представить так:

$$m\ddot{x} + \sqrt{Cm}\alpha\dot{x} + Cx = -m\dot{x}_0. \quad (4)$$

Исходя из структуры уравнения (4) по аналогии дифференциальные уравнения колебаний систем со многими степенями свободы представляют в виде системы (2). Однако в действительности этого не имеет место и, следовательно, представление колебания сооружений в виде систем дифференциальных уравнений (2) является грубым приближением.

Отметим, что системы (1) и (2) дадут одинаковые решения лишь в случае нулевого затухания, т. е. при $\alpha = 0$.

Нами были рассмотрены колебания одного четырехэтажного здания [4] и тринадцатизэтажного здания гостиницы, строящихся в г. Ленинскане¹. В качестве внешнего воздействия взята акселерограмма землетрясения с интенсивностью 9 баллов, табулированная соответствующим образом [2].

С помощью ЭЦВМ были решены системы дифференциальных уравнений (1) и (2) для указанных двух зданий при разных коэффициентах затухания. Полученные максимальные значения перемещений (в сантиметрах), сейсмических и поперечных сил (в тоннах) приведены в табл. 1 и 2.

¹ Определение жесткостей C_k этих зданий здесь не приводим, так как это осуществляется обычными методами.

Сопоставление данных для указанных случаев показывает, что решения на основании (1) сильно отличаются от решений, полученных на основании рассмотрения системы (2). Разница между ними увеличивается с увеличением затухания и в отдельных случаях доходит до 40-50%. Это говорит о том, что в решениях системы (2) учтены силы сопротивления приближенный.

Отметим, что с точки зрения осуществления решения упруго-пластических задач уравнения (2) более удобны, так как в этом случае для системы (2) требуется меньше машинного времени, чем для решения задачи по уравнениям (1). Поэтому при решении упруго-пластических задач очень большого объема, для облегчения решения можно будет в

Таблица 1

Максимальные значения перемещений (в см), поперечных и сейсмических сил (в т) для четырехэтажного здания

	$\alpha=0,1$						$\alpha=0,2$						$\alpha=0,25$					
	x_k		Q_k		S_k		x_k		Q_k		S_k		x_k		Q_k		S_k	
этаж	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
4	2,55	3,87	703	1014	703	1014	2,11	2,99	552	791	552	791	1,93	2,66	505	721	505	721
3	2,25	3,44	1314	1951	628	938	1,87	2,65	1061	1517	509	726	1,71	2,35	967	1366	465	650
2	1,69	2,61	1789	2699	517	785	1,41	1,99	1471	2084	410	603	1,29	1,77	1345	1854	378	537
1	0,92	1,44	2086	3257	402	558	0,77	1,10	1747	2497	294	450	0,71	0,98	1604	2215	278	411

Вид уравнения

Таблица 2

Максимальные значения перемещений (в см) поперечных и сейсмических сил (в т) для тринадцатипятиэтажного здания

	$\alpha=0,08$						$\alpha=0,2$						$\alpha=0,25$					
	x_k		Q_k		S_k		x_k		Q_k		S_k		x_k		Q_k		S_k	
этаж	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
13	21,64	26,58	112	139	112	139	16,47	24,67	69	104	69	104	15,21	24,05	58	96	58	96
12	19,17	23,48	141	172	29	34	15,15	22,44	89	135	20	31	14,06	22,03	76	125	17	31
11	17,52	21,56	144	174	42	51	13,51	20,25	97	149	25	35	12,59	19,92	84	142	21	31
10	16,95	20,68	125	152	56	70	12,06	19,01	91	143	32	48	11,07	18,53	82	140	27	43
9	15,45	18,89	136	158	48	63	10,98	17,30	99	138	32	49	9,70	16,81	89	132	28	46
8	13,08	16,30	142	174	45	54	9,45	14,75	99	145	31	45	8,36	14,36	89	144	27	42
7	10,98	14,02	157	194	42	47	8,04	12,54	110	170	28	38	7,14	12,10	98	164	25	37
6	9,06	12,07	173	210	39	43	6,74	10,81	122	186	29	36	6,01	10,35	108	180	26	34
5	7,42	9,88	180	218	45	52	5,29	8,82	129	195	30	38	4,83	8,43	114	189	26	35
4	6,02	7,99	176	230	43	50	4,17	7,04	131	205	27	35	3,86	6,72	117	196	24	32
3	4,43	5,88	185	246	36	40	3,02	5,10	130	217	25	28	2,80	4,85	120	207	23	26
2	3,02	4,00	200	265	43	45	2,02	3,43	135	228	33	34	1,89	3,26	126	216	30	31
1	0,82	1,08	202	268	41	42	0,57	0,92	141	228	34	38	0,53	0,87	132	216	33	38

Вид уравнения

отдельных случаях, проведя дополнительные вычисления по упругим решениям, в (2) выбирать такие значения α_k , которые дают одинаковые результаты с (1). Эти значения α_k ставят в основу вычисления по схеме (2) для упруго-пластических задач. Однако указанное преимущество тоже не дает основания уравнения колебания представлять в виде (2).

Нами была сделана попытка подбора значений α_k . Если в (2) при расчете тринадцатизэтажного здания принимать для семи этажей $\alpha_k = 0,12$ ($k = 1, 2 \dots 7$) и для 8—13 этажей $\alpha_k = 0,14$ ($k = 8, 9, \dots 13$), то полученные результаты с точностью 5—10% совпадают с решениями (1) при $\alpha = 0,08$.

Резюмируя изложенное, приходим к заключению, что составление дифференциальных уравнений колебания многоэтажных зданий в виде (2) может привести к большим неточностям при их расчете на сейсмостойкость. Уравнение движения в виде (2) можно использовать в редких случаях, притом для определенных промежуточных вычислений. Отметим, что при $\alpha = 0$ системы (1) и (2) дали точно одинаковые численные решения.

Ордена Трудового Красного Знамени
Институт геофизики и инженерной
сейсмологии АН Армянской ССР

ЛИТЕРАТУРА

1. Дарбинян С. С. Сдвиговые колебания системы со многими степенями свободы за пределами упругости. Изв. АН Арм. ССР, сер. техн. наук, т. 13, № 1, 1960.
2. Дарбинян С. С. К определению сейсмических сил в сооружениях за пределом упругости. Изв. АН Арм. ССР, серия техн. наук, т. 19, № 3, 1966.
3. Дарбинян С. С., Назаров А. Г. К расчету сооружений на сейсмостойкость. Бюллетень по инженерной сейсмологии № 6, Ереван, 1970.
4. Корчинский И. Л. и др. Основы проектирования зданий в сейсмических районах. Госиздат по строительству и архитектуре, М., 1961.
5. Назаров А. Г. Метод инженерного анализа сейсмических сил. Изд. АН Арм. ССР, Ереван, 1959.
6. Хачиян Э. Е. Упруго-пластический расчет систем со многими степенями свободы на сейсмостойкость. Научные сообщения Армянского НИИ стройматериалов и сооружений, вып. 7, 1966.
7. Хачиян Э. Е., Бенейн А. А. Об упруго-пластическом расчете систем со многими степенями свободы на сейсмостойкость при помощи ЭВМ. Бюллетень по инженерной сейсмологии, № 5, 1966.