Известия НАН Армении, Физика, т.45, №3, с.193-201 (2010)

УДК 537.311

МАГНИТОЭКСИТОННЫЕ СОСТОЯНИЯ В КВАНТОВОМ КОЛЬЦЕ С ОГРАНИЧИВАЮЩИМ ПОТЕНЦИАЛОМ ВИНТЕРНИЦА–СМОРОДИНСКОГО

А.К. АТАЯН[1], Э.М. КАЗАРЯН[2], А.В. МЕЛИКСЕТЯН[3], А.А. САРКИСЯН[2,3]

[1]Институт радиофизики и электроники НАН Армении, Аштарак

[2]Российско-армянский (Славянский) Государственный университет, Ереван

[3]Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 13 января 2010 г.)

Рассмотрены магнитоэкситонные состояния в квантовом кольце $Ga_{1-x_1}Al_{x_1}As/GaAs/Ga_{1-x_2}Al_{x_2}As$ с ограничивающим потенциалом Винтерница–Смородинского. Однородное магнитное поле направлено перпендикулярно к плоскости кольца. Кулоновское взаимодействие между электроном и дыркой предполагается слабым и рассматривается в рамках теории возмущений. Полученные результаты показывают, что более реалистичный потенциал Винтерница–Смородинского, учитывающий своеобразное сглаживание профиля ограничивающего потенциала, приводит к поднятию энергетических уровней электрона по сравнению со случаем прямоугольного ограничивающего потенциала конечной высоты.

1. Введение

Реализация полупроводниковых кольцеобразных наноструктур [1] стала основой для проведения интенсивных теоретических исследований физических свойств подобных систем (см., например, [2-9]). Существенное преимущество этих структур заключается в том, что энергетическим спектром носителей заряда, содержащихся в них, даже в случае простой цилиндрической симметрии можно манипулировать двумя геометрическими параметрами – внутренним и внешним радиусами. Другим важным фактором является общий характер получаемых результатов, так как путем соответствующих предельных переходов от слоистых структур можно перейти как к квантовым ямам и проволокам, так и к квантовым точкам (КТ).

Для теоретического описания поведения носителей заряда в кольцеобразной структуре необходимо принять во внимание то, что потенциал ограничения рассматриваемого образца возникает как на внутренней границе, так и на внешней. Поэтому нужно выбрать ограничивающий потенциал с учетом этого обстоятельства. В простейшем приближении он может быть представлен в виде прямоугольной непроницаемой ямы по радиальной координате, причем обнуление волновых функций происходит на внутреннем и внешнем радиусах квантового кольца (КК). Другая модель ограничивающего потенциала КК была предложена Чакраборти и Пиетилайненом и имела форму двумерного смещенного осциллятора [10]. В работе [10] рассматривались одноэлектронные и двухэлектронные состояния в КК. Вследствие того, что двумерное уравнение Шредингера со смещенным осцилляторным потенциалом не является аналитически решаемым, авторами использовались численные методы для выяснения физических характеристик изучаемой системы. Позже в работе [11] авторами была предложена модель ограничивающего потенциала (так называемый вулканообразный потенциал), которая является точно решаемой также при наличии магнитного поля. Вулканообразный или же потенциал Винтерница–Смородинского хорошо описывает не только наличие внутренней и внешней границ КК, но также позволяет учитывать асимметричное поведение потенциальной функции относительно точки минимума, что может играть важную роль при исследовании оптических характеристик подобных структур [12]. Потенциал Винтерница–Смородинского при условии $\alpha(\varphi) = \mathrm{const}$ имеет следующую форму:

$$V(\rho) = \alpha / \rho^2 + \beta\rho^2 - 2\sqrt{\alpha\beta}. \tag{1}$$

Помимо одноэлектронных состояний в нульмерных системах могут быть реализованы электроно-дырочные пары. Изучению экситонных состояний в нульмерных структурах посвящено большое количество работ. В работе [13] авторы теоретически исследовали свойства двумерного экситона в параболической КТ при наличии магнитного поля. В работах [14-16] изучены магнитоэкситоны в квантовых дисках. Поглощение света, а также влияние экситонных эффектов на поведение электроно-дырочного энергетического спектра в ансамбле невзаимодействующих цилиндрических КТ при наличии магнитного поля рассмотрено в [17].

Экситонные состояния в КК обсуждаются, в частности, в работах [18-21]. Туннельное связывание в трех вертикально соединенных КК $(\mathrm{In,Ga})\mathrm{As/GaAs}$ исследовано в [18]. В работе [19] для экситона, ограниченного в КК, методом точной диагонализации вычислена энергия связи экситона как функция радиуса кольца при наличии перпендикулярного однородного магнитного поля.

Целью данной работы было исследование магнитоэкситонных состояний в КК с ограничивающим потенциалом Винтерница–Смородинского. При этом кулоновское взаимодействие рассматривается в качестве возмущения.

2. Теория

Рассмотрим уравнение Шредингера для потенциала Винтерница–Смородинского (см. рис.1). Предполагая движение носителей заряда чисто двумерным и выбирая калибровку магнитного поля в виде $\mathbf{A} = \left\{A_\varphi = H\rho/2, A_\rho = A_z = 0\right\}$, в полярных координатах для рассматриваемой нами системы в одночастичном приближении получим следующее уравнение:

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial}{\partial\rho}\right)+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right)-\frac{i\hbar\omega_H}{2}\frac{\partial}{\partial\varphi}+\frac{\mu\omega_H^2\rho^2}{8}+V(\rho)\right\}\psi(\rho,\varphi)=E_{n_\rho,m}\psi(\rho,\varphi), \quad (2)$$

где $\omega_H=|e|H/\mu c$ – циклотронная частота, μ – эффективная масса носителя заряда. Уравнение (2) является точно решаемым, что позволяет дать аналитическое выражение для волновой функции [11]:

$$\psi(\rho,\varphi)=\Phi(\varphi)R(\rho)=\left(1/\sqrt{2\pi}\right)e^{im\varphi}R_{n_\rho,m}(\rho)=$$
$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{im\varphi}\left(1/a_\Omega^{M+1}\right)\left[\frac{(n_\rho+M)!}{2^M n_\rho!M!^2}\right]^{1/2}\rho^M e^{-\rho^2/4a_\Omega^2}{}_1F_1\left[-n_\rho,M+1,\frac{\rho^2}{2a_\Omega^2}\right]. \quad (3)$$

Для энергетического спектра носителей заряда имеем [11]

$$E_{n_\rho,m}=\hbar\omega_H\left(\Omega/\omega_H\left(n_\rho+(M+1)/2\right)+m/2\right)-2\sqrt{\alpha\beta}. \quad (4)$$

Здесь $n_\rho=0,1,2,\ldots$ – радиальное квантовое число, $m=0,\pm1,\pm2,\ldots$ – магнитное квантовое число, $\Omega=\sqrt{\omega_H^2+8\beta/\mu}$, $M=\sqrt{m^2+2\mu\alpha/\hbar^2}$, $a_\Omega=\sqrt{\hbar/\mu\Omega}$ – магнитная длина, ${}_1F_1$ – вырожденная гипергеометрическая функция. Волновая функция основного состояния не зависит от φ $\left(m=0,\ n_\rho=0\right)$:

$$\psi(\rho,\varphi)=\psi(\rho)=\left(1/\sqrt{2\pi}\right)\left(1/a_\Omega^{M+1}\right)\left[1/2^M M!\right]^{1/2}\rho^M e^{-\rho^2/4a_\Omega^2}. \quad (5)$$

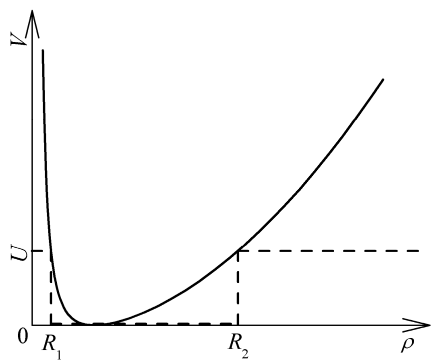


Рис.1. Схематическое изображение ограничивающих потенциалов. Сплошная линия соответствует ограничивающему потенциалу Винтерница–Смородинского; штриховая линия – ограничивающий потенциал, использованный в работе [2].

Рассмотрим теперь экситонные эффекты. Гамильтониан двумерного магнитоэкситона имеет следующую форму:

$$\hat{H}_{ex}=\hat{H}_e+\hat{H}_h-e^2/\left(\varepsilon|\boldsymbol{\rho}_e-\boldsymbol{\rho}_h|\right), \quad (6)$$

где $\hat{H}_i=\left(\hat{\mathbf{p}}-\mathbf{A}e^i/c\right)^2/2\mu^i+V(\rho_i)$ и $\hat{H}_i\psi_i=E_i\psi_i$, $i=e,lh,hh$; ε – диэлектрическая постоянная. Мы рассматриваем третий член в (6) как малое возмущение к гамильтониану $\hat{H}_e + \hat{H}_h$. Следовательно, волновая функция магнитоэкситона в первом приближении может быть представлена как произведение:

$$\Psi_{ex}^{0}\left(\rho_e,\varphi_e,\rho_h,\varphi_h\right)=\psi_e\left(\rho_e,\varphi_e\right)\psi_h\left(\rho_h,\varphi_h\right). \qquad (7)$$

Поправка к энергии дается выражением

$$\Delta E_0=\int \Psi_{ex}^{0*}\left(-e^2\Big/\varepsilon\sqrt{\rho_e^2+\rho_h^2-2\rho_e\rho_h\cos\left(\varphi_e-\varphi_h\right)}\right)\Psi_{ex}^{0}dS_e dS_h, \qquad (8)$$

которое для основного состояния приводится к следующей форме [14]:

$$\Delta E_0=-\left(8\pi e^2/\varepsilon\right)\int_0^{\rho_0}\rho_2 d\rho_2\int_0^{\rho_0}\left[g\left(\rho_1,\rho_2\right)/\left(\rho_1+\rho_2\right)\right]K\left(4\rho_1\rho_2\Big/\left(\rho_1+\rho_2\right)^2\right)\rho_1 d\rho_2. \qquad (9)$$

Здесь $g\left(\rho_1,\rho_2\right)=\Psi_{ex}^{0*}\Psi_{ex}^{0}=\left(\psi_e\left(\rho_e\right)\psi_h\left(\rho_h\right)\right)^2$ и $K\left(m\right)=\int_0^{\pi/2}\left[1\Big/\sqrt{1-m\sin^2\varphi}\right]d\varphi$ – полный эллиптический интеграл первого рода. Таким образом, для энергии имеем:

$$E=E_e+E_h+\Delta E_0. \qquad (10)$$

3. Обсуждение результатов

Перейдем к анализу полученных результатов. Сразу отметим, что параметры потенциала ограничения α и β связаны с внешним и внутренним радиусами следующими соотношениями (см. [12]):

$$\beta R_i^2+\alpha/R_i^2-2\sqrt{\alpha\beta}=U_i,\ i=1;2, \qquad (11)$$

где $U_i=1.247Qx_i$: для электрона $Q_e=0.4$, для дырки $Q_h=0.6$. Отметим, что при вычислении использованы следующие материальные параметры для КК из $\mathrm{Ga_{1\text{-}x_1}Al_{x_1}As/GaAs/Ga_{1\text{-}x_2}Al_{x_2}As}$ ($\mu_e=0.067m_0$, $\mu_{hh}=0.45m_0$, $\mu_{lh}=0.082m_0$, $\varepsilon=12.9$, $x_1=x_2=0.4$). На рис.2 приведены зависимости энергий $lh-e$ и $hh-e$ пар от внутреннего радиуса R_1 КК при фиксированном значении внешнего радиуса R_2 ($R_2=35$ нм, $a_H\equiv\sqrt{\hbar c/|e|H}=32$ нм ($H\approx 6400$ Гс)). С увеличением радиуса R_1 размерное квантование усиливается и поэтому уровни энергии поднимаются. С другой стороны, чем сильнее становится размерное квантование, тем меньшую роль начинает играть кулоновское взаимодействие. Именно по этой причине пунктирные графики начинают приближаться к сплошным. Отметим также, что паре $hh-e$ соответствуют нижние кривые, что является прямым следствием большого значения эффективной массы тяжелой дырки.

Обратная картина возникает, когда фиксируется внутренний радиус R_1 и увеличивается внешний – R_2 ($R_1=25$ нм, $a_H=32$ нм ($H\approx 6400$ Гс)). Графики показывают, что с увеличением R_2 полная энергия системы $lh-e$, а также $hh-e$ уменьшается (см. рис.3). Особо отметим, что в рамках данной модели с увеличением R_2 вклад кулоновского взаимодействия по модулю уменьшается,

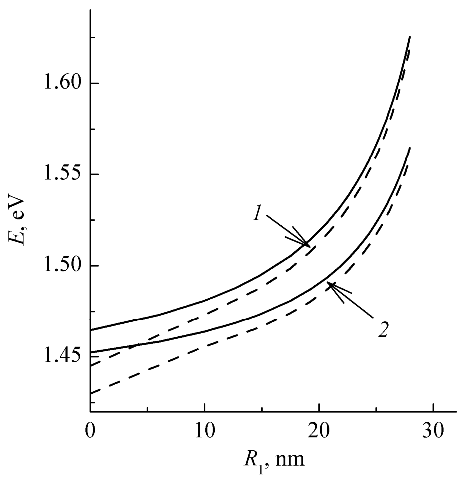


Рис.2. Зависимость энергии (1) $lh-e$ и (2) $hh-e$ пары от внутреннего радиуса КК без учета кулоновского взаимодействия (сплошные кривые) и с учетом кулоновского взаимодействия (пунктирные кривые). $a_H = 32$ нм.

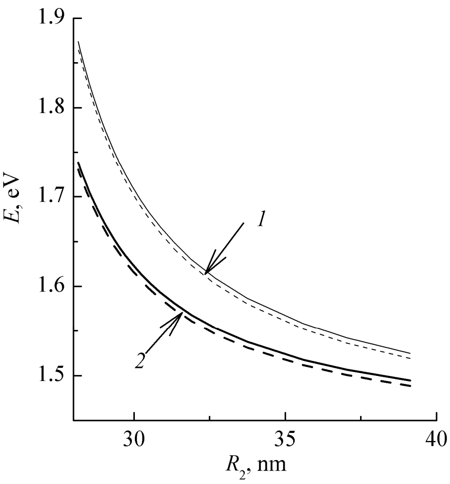
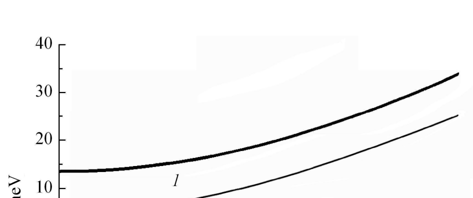


Рис.3. Зависимость энергии (1) $lh-e$ и (2) $hh-e$ пары от внешнего радиуса КК без учета кулоновского взаимодействия (сплошные кривые) и с учетом кулоновского взаимодействия (пунктирные кривые). $a_H = 32$ нм.

так как дистанция между электроном и дыркой с ростом R_2 увеличивается. Данное обстоятельство показано на рис.4. Отметим, что влияние магнитного поля при выбранных нами параметрах практически не ощущается ($R_1 = 25$ нм, $R_2 = 35$ нм).

На рис.5 представлены зависимости энергий e и hh от магнитного поля для $m = 0$. Кривые, полученные в данной работе, сравнены с кривыми, полученными в работе [2]. При этом здесь использованы параметры КК, приведенные в



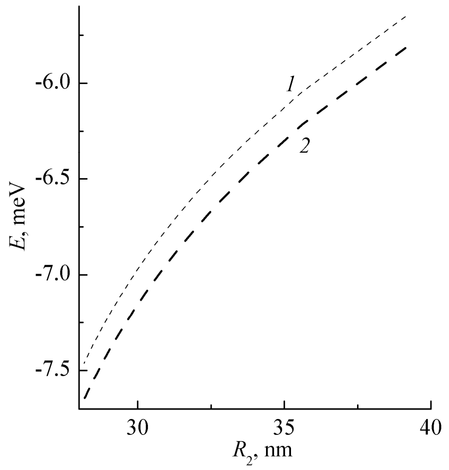


Рис.4. Зависимость кулоновского интеграла для (1) $lh-e$ и (2) $hh-e$ пар от внешнего радиуса квантового слоя.

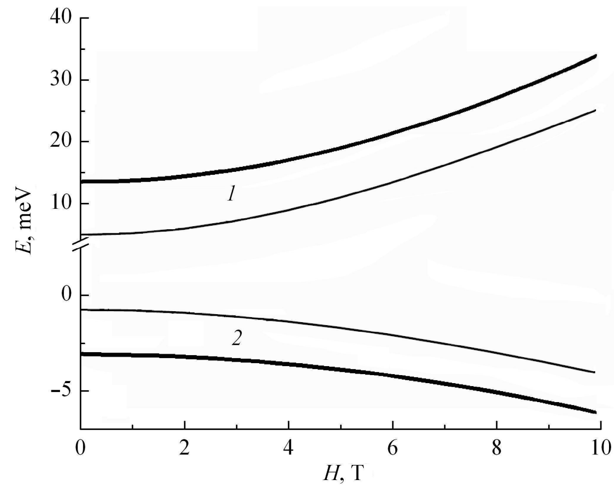


Рис.5. Зависимость энергии для (1) e и (2) hh от магнитного поля. Жирные линии соответствуют расчетам, проведенным в данной работе, в то время как тонкие линии соответствуют вычислениям из [2]. (R_1 = 15 нм, R_2 = 40 нм, $U^e(R_1)=U^e(R_2)=50$ мэВ, $U^{hh}(R_1)=U^{hh}(R_2)\approx 16.7$ мэВ).

работе [2], где авторы использовали прямоугольный потенциал конечной высоты (см. рис.1). В расчетах, проведенных в данной работе, большие значения энергий по абсолютному значению обусловлены более сильным размерным квантованием, благодаря потенциалу Винтерница–Смородинского (см. рис.1). Для сравнения приведена также аналогичная зависимость для энергии электрона в случае, рассмотренном в [11] (рис.6). С учетом того, что параметры ограничивающего потенциала, рассмотренные в [11], имеют значения $\alpha = 9.1022\times10^6$ мэВ нм^2, $\beta = 2.222\times10^{-5}$ мэВ нм$^{-2}$, кривая зависимости $E(H)$ лежит значительно ниже, чем та, которая соответствует нашим параметрам ($\alpha = 2.87\times10^4$ мэВ нм^2,

$\beta = 7.98\times10^{-2}$ мэВ нм$^{-2}$) (рис.5). Близкая к линейной зависимость $E(H)$ в [11] также является следствием малости значения параметра β. Наконец, для сравнения представлена эволюция радиальной волновой функции синглетного электрона из работы [2] (рис.7а) и для нашего случая (рис.7б). С увеличением магнитного поля максимум собственной функции смещается в сторону внутреннего радиуса. Однако, в отличие от случая ограничивающего потенциала конечной высоты [2], когда носитель заряда может просочиться и оказаться в центре КК, в нашем случае максимум радиальной функции (которая является вещественной величиной) может лишь смещаться в сторону внутреннего радиуса, так как рассматривается непроницаемый ограничивающий потенциал (рис.1).

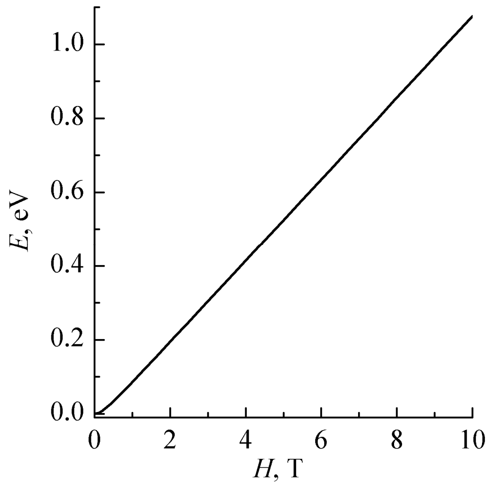
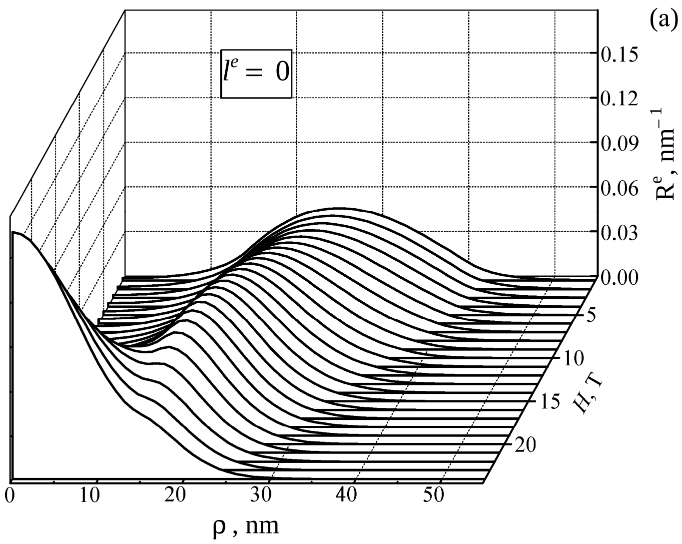


Рис.6. Зависимость энергии электрона от магнитного поля, вычисленная для параметров КК из статьи [11] ($\alpha = 9.1022\times10^{6}$ мэВ нм^{2}, $\beta = 2.222\times10^{-5}$ мэВ нм$^{-2}$).



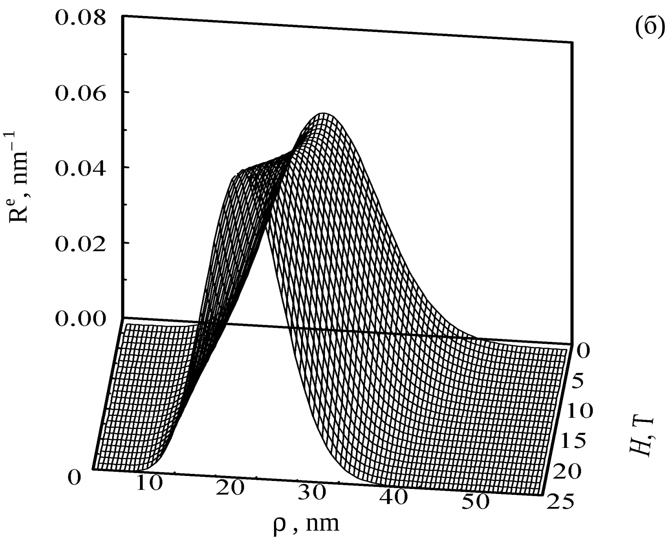


Рис.7. Эволюция радиальной волновой функции в зависимости от увеличения магнитного поля для синглетного электрона в КК: а) рисунок, взятый из работы [2], б) расчеты**,** проведенные в настоящей работе.

4. Заключение

Таким образом, в настоящей работе исследованы магнитоэкситонные состояния в квантовом кольце со специфическим ограничивающим потенциалом Винтерница–Смородинского, который, с одной стороны, учитывает сглаживание профиля ограничивающего потенциала, а с другой позволяет учитывать асимметричное поведение потенциальной функции относительно точки минимума. Вычисления показывают, что учет эффектов сглаживания и асимметрии приводит к поднятию энергетических уровней электрона по сравнению со случаем прямоугольного ограничивающего потенциала конечной высоты.

ЛИТЕРАТУРА

1. **A.Lorke, R.J.Luyken, A.O.Govorov, J.P.Kotthaus, J.M.Garcia, P.M.Petroff.** Phys. Rev. Lett., **84**, 2223 (2000).
2. **T.V.Bandos, A.Cantarero, A.García-Cristóbal.** Eur. Phys. J., **B53,** 1434 (2006).
3. **H.-T.Li, L.-Z.Liu, J.-J.Liu.** Chin. Phys. Lett., **25,** 4101 (2008).
4. **C.-D.Wang, F.-H.Yang, S.-L.Feng.** Chin. Phys., **B17,** 3054 (2008).
5. **H.Wu.** Chin. Phys., **B17,** 3026 (2008).
6. **Z.Barticevic, M.Pacheco, A.Latgé.** Phys. Rev., **B62**, 6963 (2000).
7. **Y.-M.Liu, Z.-Y.Yu, X.-M.Ren.** Chin. Phys., **B18**, 9 (2009).
8. **Y.Li.** Int. J. Mod. Phys., **C14,** 995 (2003).
9. **J.C.Lin, G.Y.Guo.** Phys. Rev., **B65,** 035304 (2001).
10. **T.Chakraborty, P.Pietilainen.** Phys. Rev., **B50,** 8460 (1994).
11. **W.-C.Tan, J.C.Inkson**. Semicond. Sci. Technol., **11**, 1635 (1996).
12. **A.K.Atayan, E.M.Kazaryan, A.V.Meliksetyan, H.A.Sarkisyan.** J. Comput. Theor. Nanoscience, **7**, 1 (2010).

13. **V.Halonen, T.Chakraborty, P.Pietilinen.** Phys. Rev., **B45,** 5980 (1992).
14. **K.L.Janssens, B.Partoens, F.M.Peeters.** Phys. Rev., **B64,** 155324 (2001).
15. **K.L.Janssens, B.Partoens, F.M.Peeters.** Phys. Rev., **B66,** 075314 (2002).
16. **K.L.Janssens, B.Partoens, F.M.Peeters.** Phys. Rev., **B67,** 235325 (2003).
17. **A.K.Atayan, E.M.Kazaryan, A.V.Meliksetyan, H.A.Sarkisyan.** Eur. Phys. J., **B63,** 485 (2008).
18. **M.Tadić, F.M.Peeters.** Phys. Rev., **B79,** 153305 (2009).
19. **W.-F.Xie**. Communications in Theoretical Physics, **50,** 529 (2008).
20. **M.Korkusiński, P.Hawrylak, M.Bayer**. Phys. Stat. Sol. (b), **234,** 273 (2002).
21. **A.V.Chaplik**. JETP, **92**, 169 (2001).

ՄԱԳՆԻՍԱԷՔՍԻՏՈՆԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԸ ՎԻՆՏԵՐՆԻՑ–ՍՄՈՐՈԴԻՆՍԿՈՒ ՍԱՀՄԱՆԱՓԱԿՈՂ ՊՈՏԵՆՑԻԱԼՈՎ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ՕՂԱԿՈՒՄ

Ա.Կ. ԱԹԱՅԱՆ, Է.Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Ա.Վ. ՄԵԼԻՔՍԵԹՅԱՆ, Հ.Ա. ՍԱՐԳՍՅԱՆ

Ուսումնասիրված են մագնիսաէքսիտոնային վիճակները Վինտերնից–Սմորոդինսկու սահմանափակող պոտենցիալով $Ga_{1-x_1}Al_{x_1}As/GaAs/Ga_{1-x_2}Al_{x_2}As$ քվանտային օղակում: Համասեռ մագնիսական դաշտն ուղղված է օղակի հարթությանն ուղղահայաց: Էլեկտրոնի և խոռոչի միջև կուլոնյան փոխազդեցությունը ենթադրվում է թույլ և քննարկվում է խոտորումների տեսության շրջանակներում: Ստացված արդյունքները ցույց են տալիս, որ Վինտերնից–Սմորոդինսկու պոտենցիալը, որը հաշվի է առնում սահմանափակող պոտենցիալի պրոֆիլի յուրօրինակ հարթումը, վերջավոր բարձրությամբ ուղղանկյուն սահմանափակող պոտենցիալի դեպքի համեմատությամբ բերում է էլեկտրոնի էներգիական մակարդակների բարձրացման:

MAGNETOEXCITONIC STATES IN A QUANTUM RING WITH THE WINTERNITZ–SMORODINSKY CONFINEMENT POTENTIAL

A.K. ATAYAN, E.M. KAZARYAN, A.V. MELIKSETYAN, H.A. SARKISYAN

We investigate magnetoexcitonic states in the $Ga_{1-x_1}Al_{x_1}As/GaAs/Ga_{1-x_2}Al_{x_2}As$ quantum ring with the Winternitz–Smorodinsky confinement potential. A homogeneous magnetic field is directed perpendicularly to the ring plane. The Coulomb interaction between the electron and hole is assumed as weak and is considered in the framework of perturbation theory. Obtained results show that the more realistic Winternitz–Smorodinsky confinement potential, which takes into account a peculiar smoothing of the confinement potential profile, leads to raising of the electron energy levels as compared to the case of a finite-height rectangular confinement potential.