Известия НАН Армении, Физика, т.45, №1, с.3-10 (2010)

УДК 539.2

ВАКУУМНЫЕ КОРРЕЛЯТОРЫ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ И СИЛЫ КАЗИМИРА–ПОЛДЕРА В ПОЛЕ КОСМИЧЕСКОЙ СТРУНЫ

В.М. БАРДЕГЯН, А.А. СААРЯН

Ереванский государственный университет, Армения

(Поступила в редакцию 26 июня 2009 г.)

Вычислены вакуумные корреляторы электрического и магнитного полей в геометрии космической струны. Получены формулы для вакуумных средних квадратов компонент полей. Исследованы силы, действующие на атом, которые обусловлены вакуумными флуктуациями (силы Казимира–Полдера). Для атомов с изотропным тензором поляризуемости эти силы имеют характер притяжения по отношению к струне. В анизотропном случае, в зависимости от собственных значений тензора поляризуемости, силы Казимира–Полдера могут быть как притягивающими, так и отталкивающими.

1. Введение

Хорошо известно, что в результате фазовых переходов в ранней Вселенной могут образоваться различные топологические дефекты [1]. В зависимости от топологии вакуумного многообразия они могут быть доменными стенками, космическими струнами или монополями. Особый интерес представляют космические струны. Несмотря на то, что современные наблюдательные данные о реликтовом излучении исключают космические струны как основной источник первичных возмущений плотности, они по-прежнему являются кандидатами для генерации ряда интересных физических эффектов, таких как генерация гравитационных волн, гамма-всплесков и космических лучей [2-4]. Недавно предложен новый механизм образования космических струн в инфляционных бран-моделях [5,6].

В простейшей теоретической модели, описывающей бесконечную космическую струну, геометрия является плоской везде, кроме точек на струне с дельтаобразной кривизной. В квантовой теории поля соответствующая нетривиальная топология индуцирует ненулевые вакуумные средние физических величин. Явные вычисления для плотности энергии и натяжений вакуума проведены для различных полей (см., например, [7-9] и приведенные там ссылки). В случае электромагнитного поля одним из основных характеристик вакуумного состояния являются корреляторы электрического и магнитного полей. В частности, этими корреляторами определяются вакуумная плотность энергии, вакуумные натяжения, вероятности спонтанных переходов между атомными уровнями, а также силы, действующие на атомы. Данная работа посвящена исследованию корреляторов электромагнитного поля в окрестности космической струны.

2. Геометрия задачи и собственные функции

Рассмотрим бесконечно длинную, прямую космическую струну. Соответствующее фоновое пространство описывается линейным элементом

$$ds^2 = dt^2 - dr^2 - r^2 d\phi^2 - dz^2, \tag{1}$$

где $0 \leq \phi \leq \phi_0$, а пространственные точки (r, ϕ, z) и $(r, \phi + \phi_0, z)$ идентифицированы. Дефицит плоского угла связан с массой μ_0 на единицу длины струны соотношением $2\pi - \phi_0 = 8\pi G\mu_0$, где G – ньютоновская гравитационная постоянная. Целью данной работы является исследование вакуумных средних произведений операторов электрического и магнитного полей в поле космической струны. Выражая оператор векторного потенциала A_i электромагнитного поля через операторы рождения и уничтожения, можно показать, что вакуумное среднее квадратичной по полю величины $F\{A_i, A_k\}$ можно представить в виде суммы по собственным модам:

$$\langle 0 | F\{A_i, A_k\} | 0 \rangle = \sum_\alpha F\{A_{\alpha i}, A^*_{\alpha k}\}. \tag{2}$$

В этой формуле $|0\rangle$ есть амплитуда вакуумного состояния, $\{A_{\alpha i}, A^*_{\alpha k}\}$ – полная ортонормированная система решений классических уравнений поля, коллективный индекс α представляет совокупность квантовых чисел, определяющих решение.

Как видно из формулы (2), для нахождения вакуумных средних квадратичных комбинаций операторов электрического и магнитного полей необходимо знать соответствующие собственные функции. При наличии космической струны имеются два типа собственных функций, которые соответствуют волнам электрического и магнитного типов (см., например, [8]). В кулоновской калибровке векторные потенциалы этих волн даются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_\alpha &= \beta_\alpha (1/i\omega)(\gamma^2 \mathbf{e}_3 + ik\nabla_t) J_{q|m|}(\gamma r) \exp[i(qm\varphi + kz - \omega t)], \quad \lambda = 0, \\ \mathbf{A}_\alpha &= -\beta_\alpha \mathbf{e}_3 \times \nabla_t \{J_{q|m|}(\gamma r) \exp[i(qm\varphi + kz - \omega t)], \quad \lambda = 1. \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь $\mathbf{e}_3$ – единичный вектор вдоль направления космической струны, $\nabla_t = (\partial_r,\ (1/r)\partial_\phi,\ 0)$ – поперечная часть оператора набла по отношению к струне, $J_\nu(x)$ – функция Бесселя первого рода. В формулах (3) введены обозначения

$$\omega^2 = \gamma^2 + k^2, \quad q = 2\pi/\phi_0, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{4}$$

Коэффициент β_α определяется из условия нормировки собственных функций для векторного потенциала и имеет вид

$$\beta_\alpha^2 = q/2\pi\omega\gamma. \tag{5}$$

Собственные функции для электрического и магнитного полей получаются с помощью стандартных формул электродинамики и даются следующими выражениями:

$$F_{\alpha,l} = \beta_\alpha F_l^{(\lambda)}(r)\exp(iqm\varphi + ikz - i\omega t), \quad F = E, B, \tag{6}$$

где

$$\begin{aligned} &E_r^{(0)}(r) = ik\gamma J'_{q|m|}(\gamma r), \;\; E_\phi^{(0)}(r) = -\frac{kqm}{r} J'_{q|m|}(\gamma r), \;\; E_z^{(0)}(r) = \gamma^2 J_{q|m|}(\gamma r), \\ &E_r^{(1)}(r) = -\frac{\omega qm}{r} J_{q|m|}(\gamma r), \;\; E_\phi^{(1)}(r) = -i\omega\gamma J'_{q|m|}(\gamma r), \;\; E_z^{(1)}(r) = 0. \end{aligned} \tag{7}$$

Собственные функции для магнитного поля связаны с соответствующими функциями электрического поля соотношениями

$$B_l^{(0)}(r) = -E_l^{(1)}(r), \;\; B_l^{(1)}(r) = E_l^{(0)}(r), \tag{8}$$

где $l = r, \phi, z$.

3. Корреляторы электрического и магнитного полей

Подставив выражения собственных функций для электрического и магнитного полей в формулу (2), получим следующие выражения для корреляторов электромагнитного поля:

$$\left\langle 0_s \left| F_i(x) F_l(x') \right| 0_s \right\rangle = \frac{q}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \int_0^\infty \frac{d\gamma}{\gamma\omega} \sum_{\lambda=0,1} F_i^{(\lambda)}(r) F_l^{(\lambda)*}(r') e^{iqm\Delta\varphi + ik\Delta z - i\omega\Delta t}, \tag{9}$$

где $\Delta\phi = \phi - \phi'$, $\Delta z = z - z'$, $\Delta t = t - t'$. Из соотношений (8) следует, что

$$\left\langle 0 \left| B_i(x) B_l(x') \right| 0 \right\rangle = \left\langle 0 \left| E_i(x) E_l(x') \right| 0 \right\rangle, \tag{10}$$

и ниже мы рассмотрим корреляторы электрического поля. Нетрудно показать, что все корреляторы выражаются через функции

$$\begin{aligned} h_1(x,x') &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \int_0^\infty d\gamma \frac{\gamma}{\omega} J_{q|m|}(\gamma r) J_{q|m|}(\gamma r') e^{iqm\Delta\phi + ik\Delta z - i\omega\Delta t}, \\ h_2(x,x') &= \sum_{m=-\infty, m\neq 0}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \int_0^\infty \frac{d\gamma}{\omega\gamma} J_{q|m|}(\gamma r) J_{q|m|}(\gamma r') e^{iqm\Delta\phi + ik\Delta z - i\omega\Delta t}. \end{aligned} \tag{11}$$

Для вычисления интегралов в этих выражениях сначала проинтегрируем по k с помощью формулы

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dk}{\omega} e^{ik\Delta z - i\omega\Delta t} = 2K_0(\gamma\sqrt{(\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}), \tag{12}$$

где $K_\nu(z)$ – модифицированная функция Бесселя второго рода. В итоге получим следующие формулы:

$$\begin{aligned} h_1(x,x') &= 2\sum_{m=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \int_0^\infty d\gamma\gamma J_{q|m|}(\gamma r) J_{q|m|}(\gamma r') K_0(\gamma\sqrt{(\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}), \\ h_2(x,x') &= 2\sum_{m=-\infty, m\neq 0}^{+\infty} e^{iqm\Delta\phi} \int_{-\infty}^{+\infty} dk \int_0^\infty \frac{d\gamma}{\gamma} J_{q|m|}(\gamma r) J_{q|m|}(\gamma r') K_0(\gamma\sqrt{(\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}). \end{aligned} \tag{13}$$

В формулы для рассматриваемых здесь величин входят только производные функции $h_2(x,x')$ по Δz и Δt. Для определенности мы рассмотрим производную по Δz. Эту производную можно представить в виде

$$\partial_{\Delta z} h_2(x,x') = -\frac{2\Delta z h_3(x,x')}{\sqrt{(\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}}, \tag{14}$$

где введено обозначение

$$h_3(x,x') = \sum_{m=-\infty, m\neq 0}^{+\infty} e^{iqm\Delta\phi} \int_0^\infty d\gamma J_{q|m|}(\gamma r) J_{q|m|}(\gamma r') K_1\left(\gamma\sqrt{(\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}\right). \tag{15}$$

Для интеграла в выражении функции $h_1(x,x')$ имеем

$$\int_0^\infty d\gamma\gamma J_{q|m|}(\gamma r) J_{q|m|}(\gamma r') K_0(\gamma\sqrt{(\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}) = \frac{x_q^{|m|}}{2rr'\sqrt{u^2-1}},$$

с обозначениями

$$u = 1 + \frac{(\Delta r)^2 + (\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}{2rr'}, \quad x_q = (u - \sqrt{u^2-1})^q. \tag{16}$$

Интеграл в выражении для функции $h_3(x,x')$ выражается через присоединенную функцию Лежандра $Q_{q|m|-1/2}^{-1/2}(u)$. Эта функция выражается через элементарные функции и мы получим

$$\int_0^\infty d\gamma J_{q|m|}(\gamma r) J_{q|m|}(\gamma r') K_1(\gamma\sqrt{(\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}) = \frac{x_q^{|m|}}{2q\,|m|\sqrt{(\Delta z)^2 - (\Delta t)^2}}. \tag{17}$$

После описанных преобразований, вычислив суммы рядов по *m*, получаем следующие формулы:

$$
\begin{aligned}
h_1(x,x') &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(iqm\Delta\phi)x_q^{|m|}}{rr'\sqrt{u^2-1}} = \frac{1}{rr'\sqrt{u^2-1}} \frac{1-x_q^2}{x_q^2-2x_q\cos(q\Delta\phi)+1}, \\
h_3(x,x') &= \sum_{m=-\infty, m\neq 0}^{+\infty} \frac{\exp(iqm\Delta\phi)x_q^{|m|}}{2q\,|m|\sqrt{(\Delta z)^2-(\Delta t)^2}} = -\frac{\ln[x_q^2-2x_q\cos(q\Delta\phi)+1]}{2q\sqrt{(\Delta z)^2-(\Delta t)^2}}.
\end{aligned} \tag{18}
$$

Член с $m = 0$ дает ненулевые вклады только в следующих корреляторах:

$$
\begin{aligned}
\left\langle 0 \middle| E_r(x)E_r(x') \middle| 0 \right\rangle_{\lambda=1,m=0} &= -\frac{q}{2\pi rr'}\partial^2_{\Delta z}\frac{u}{\sqrt{u^2-1}}, \\
\left\langle 0 \middle| E_\phi(x)E_\phi(x') \middle| 0 \right\rangle_{\lambda=1,m=0} &= -\frac{q}{2\pi rr'}\partial^2_{\Delta t}\frac{u}{\sqrt{u^2-1}}.
\end{aligned} \tag{19}
$$

В результате, для корреляторов электрического поля получим выражения для диагональных компонент

$$
\begin{aligned}
\left\langle 0 \middle| E_r(x)E_r(x') \middle| 0 \right\rangle &= \frac{q}{2\pi rr'}\partial^2_{\Delta z}\frac{u}{\sqrt{u^2-1}} + \frac{1}{2\pi rr'}(\partial^2_{\Delta\phi}\partial_{\Delta t}\Delta t + rr'\partial^2_{rr'}\partial_{\Delta z}\Delta z)h(x,x'), \\
\left\langle 0 \middle| E_\phi(x)E_\phi(x') \middle| 0 \right\rangle &= \frac{q}{2\pi rr'}\partial^2_{\Delta t}\frac{u}{\sqrt{u^2-1}} - \frac{1}{2\pi rr'}(\partial^2_{\Delta\phi}\partial_{\Delta z}\Delta z + rr'\partial^2_{rr'}\partial_{\Delta t}\Delta t)h(x,x'), \\
\left\langle 0 \middle| E_z(x)E_z(x') \middle| 0 \right\rangle &= \frac{q}{2\pi rr'}(\partial^2_{\Delta z} - \partial^2_{\Delta t})g(x,x'),
\end{aligned} \tag{20}
$$

и выражения для недиагональных компонент

$$
\begin{aligned}
\left\langle 0 \middle| E_r(x)E_\phi(x') \middle| 0 \right\rangle &= \frac{1}{2\pi rr'}(r\partial_r\partial_{\Delta z}\Delta z - r'\partial_{r'}\partial_{\Delta t}\Delta t)\partial_{\Delta\phi}h(x,x'), \\
\left\langle 0 \middle| E_r(x)E_z(x') \middle| 0 \right\rangle &= \frac{q}{2\pi rr'}\partial_r\partial_{\Delta z}\frac{g(x,x')}{r}, \\
\left\langle 0 \middle| E_\phi(x)E_z(x') \middle| 0 \right\rangle &= \frac{q}{2\pi r^2 r'}\partial_{\Delta rz}\partial_{\Delta\phi}g(x,x').
\end{aligned} \tag{21}
$$

В этих формулах введены обозначения

$$
\begin{aligned}
h(x,x') &= \frac{\ln[x_q^2-2x_q\cos(q\Delta\phi)+1]}{(\Delta z)^2-(\Delta t)^2}, \\
g(x,x') &= \frac{1}{\sqrt{u^2-1}}\frac{1-x_q^2}{x_q^2-2x_q\cos(q\Delta\phi)+1}.
\end{aligned} \tag{22}
$$

Имея корреляторы, можно вычислить вакуумные средние квадратов электрического и магнитного полей в пределе совпадения аргументов. В этом пределе вакуумные средние расходятся. Поскольку при наличии космической струны геометрия плоская во всех точках, кроме точек на струне, то перенормировка сводится к перенормировке вакуумных средних для пространства Минковского. Выражения для последних получаются из приведенных выше формул подстановкой $q=1$. В итоге, в поле космической струны для отличных от нуля перенормированных вакуумных средних получаем выражения

$$\left\langle E_r^2 \right\rangle_{\text{ren}} = -\left\langle E_\phi^2 \right\rangle_{\text{ren}} = \left\langle E_z^2 \right\rangle_{\text{ren}} = -\frac{(q^2-1)(q^2+11)}{180\pi r^4}. \tag{23}$$

В частности, для вакуумного среднего $\left\langle E^2 \right\rangle_{\text{ren}}$ отсюда получаем формулу, ранее выведенную в работе [9].

4. Взаимодействие атома с вакуумными флуктуациями электромагнитного поля

В дипольном приближении энергия взаимодействия системы с тензором поляризуемости $\alpha_{ij}(\tau)$ с вакуумными флуктуациями определяется формулой

$$U_{\text{d}} = -\int_0^\infty d\tau\, \alpha_{ij}(\tau)\langle 0|E_i(t,\mathbf{r})E_j(t-\tau,\mathbf{r})|0\rangle, \tag{24}$$

где по повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Энергия взаимодействия (24) определяет силы Казимира–Полдера, действующие на систему. Заметим, что поскольку фоновое пространство–время является статическим, то величина $\langle 0|E_i(t,\mathbf{r})E_j(t-\tau,\mathbf{r})|0\rangle$ зависит от разности $t-t+\tau=\tau$. Разлагая коррелятор поля в интеграл Фурье

$$\langle 0|E_i(t,\mathbf{r})E_j(t-\tau,\mathbf{r})|0\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega\, e^{i\omega\tau} \left\langle E_i E_j \right\rangle_\omega \tag{25}$$

и подставляя в формулу (24), для энергии взаимодействия получим

$$U_{\text{d}} = -\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega\, \alpha_{ij}(\omega)\left\langle E_i E_j \right\rangle_\omega, \tag{26}$$

где

$$\alpha_{ij}(\omega) = \int_0^\infty d\tau\, \alpha_{ij}(\tau)e^{i\omega\tau}. \tag{27}$$

Отметим, что в формуле (26)

$$\left\langle E_i E_j \right\rangle_\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} d\tau\, e^{-i\omega\tau} \langle 0|E_i(0,\mathbf{r})E_j(-\tau,\mathbf{r})|0\rangle. \tag{28}$$

Когда дисперсией поляризуемости можно пренебречь и основной вклад дают низкие частоты, формула для энергии взаимодействия принимает вид

$$U_{\text{d}} = -\alpha_{ij}(0)\langle 0|E_i(0,\mathbf{r})E_j(0,\mathbf{r})|0\rangle. \tag{29}$$

Для атома с изотропной поляризуемостью имеем $\alpha_{ij}(0) = \alpha(0)\delta_{ij}$ и, следовательно,

$$U_{\mathrm{d}} = \alpha(0)\frac{(q^2-1)(q^2+11)}{180\pi r^4}. \tag{30}$$

Соответствующая сила имеет только радиальную компоненту и при $\alpha(0) > 0$ является силой отталкивания.

Рассмотрим теперь систему с анизотропной поляризуемостью с собственными значениями $\alpha_{\parallel}$, $\alpha_{\perp}$. Преобразуя тензор поляризуемости в систему координат, связанную со струной, для энергии взаимодействия получим

$$U_{\mathrm{d}} = \frac{(q^2-1)(q^2+11)}{180\pi r^4}\left[\alpha_{\parallel} + 2(\alpha_{\perp} - \alpha_{\parallel})\sin^2\beta\sin^2\gamma\right], \tag{31}$$

где α,β,γ – эйлеровы углы (см., например, [10]), определяющие ориентацию собственных осей тензора поляризуемости относительно системы координат, связанной со струной. Угол β соответствует углу между осью струны и главной осью тензора поляризуемости, соответствующей собственному знчению $\alpha_{\parallel}$. Отметим, что энергия взаимодействия не зависит от угла α, что является следствием равенства двух собственных значений тензора поляризуемости. Как видно из формулы (31), в зависимости от значений $\alpha_{\parallel}$ и $\alpha_{\perp}$ силы Казимира–Полдера могут быть как притягивающими, так и отталкивающими. Следует также отметить, что потенциал взаимодействия становится равным нулю при $\gamma = 1$, что является простым следствием симметрии пространства-времени Минковского.

5. Заключение

В данной работе исследованы вакуумные средние билинейных произведений электрического и магнитного полей, индуцированные наличием космической струны. Соответствующая геометрия описывается линейным элементом (1) с дефицитом угла равным $2\pi - \phi_0$. Вакуумные корреляторы электрического поля определяются выражениями (20), (21) и связаны с корреляторами магнитного поля соотношением (10). Перенормировка расходимостей в пределе совпадения аргументов сводится к вычитанию соответствующих величин для пространства–времени Минковского. В этом пределе отличны от нуля только диагональные по отношению к пространственным индексам компоненты корреляторов. Соответствющие перенормированные вакуумные средние даются формулой (23). В качестве приложения полученных результатов вычислены силы Казимира–Полдера, действующие на атом. Для атома с изотропной положительной поляризуемостью эти силы имеют только радиальную компоненту и являются силами отталкивания. Для атомов с анизотропной поляризуемостью, в зависимости от собственных значений тензора поляризуемости, силы Казимира–Полдера могут быть как притягивающими, так и отталкивающими.

Работа выполнена в рамках гранта 119 Министерства образования и науки Республики Армения.

ЛИТЕРАТУРА

1. **A.Vilenkin, E.P.S.Shellard**. Cosmic Strings and Other Topological Defects. Cambridge, Cambridge University Press, 1994.
2. **T.Damour, A.Vilenkin**. Phys. Rev. Lett., **85**, 3761 (2000).
3. **P.Battacharjee, G.Sigl**. Phys. Rep., **327**, 109 (2000).
4. **V.Berezinski, B.Hnatyk, A.Vilenkin**. Phys. Rev. D, **64**, 043004 (2001).
5. **S.Sarangi, S.H.H.Tye**. Phys. Lett. B, **536**, 185 (2002).
6. **E.J.Copeland, R.C.Myers, J.Polchinski**. J. High Energy Phys., **06**, 013 (2004).
7. **I.Brevik, T.Toverud**. Class. Quantum Grav., **12**, 1229 (1995).
8. **E.R.Bezerra de Mello, V.B.Bezerra, A.A.Saharian, A.S.Tarloyan**. Phys. Rev. D, **74**, 025017 (2006).
9. **E.R.Bezerra de Mello, V.B.Bezerra, A.A.Saharian**. Phys. Lett. B, **645**, 245 (2007).
10. **Г.Корн, Т.Корн**. Справочник по математике. М., Наука, 1977.

ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԴԱՇՏԻ ՎԱԿՈՒՈՒՄԱՅԻՆ ԿՈՌԵԼՅԱՏՈՐՆԵՐԸ ԵՎ ԿԱԶԻՄԻՐԻ–ՊՈԼԴԵՐԻ ՈՒԺԵՐԸ ԿՈՍՄԻԿԱԿԱՆ ԼԱՐԻ ԴԱՇՏՈՒՄ

Վ.Մ. ԲԱՐԴԵՂՅԱՆ, Ա.Ա. ՍԱՀԱՐՅԱՆ

Հաշվարկված են էլեկտրական ու մագնիսական դաշտի կոռելյատորները կոսմիկական լարի երկրաչափությունում: Արտածված են բանաձևեր դաշտի բաղադրիչների քառակուսիների վակուումային միջինների համար: Հետազոտված են ատոմի վրա ազդող ուժերը պայմանավորված վակուումային ֆլուկտուացիաներով (Կազիմիրի-Պոլդերի ուժեր): Իզոտրոպ բևեռացվելիության թենզորով ատոմների համար այդ ուժերը ձգողական են լարի նկատմամբ: Անիզոտրոպ դեպքում, կախված բևեռացվելիության թենզորի սեփական արժեքներից, Կազիմիրի–Պոլդերի ուժերը կարող են լինել ինչպես ձգողական, այնպես էլ վանողական:

VACUUM CORRELATORS OF THE ELECTROMAGNETIC FIELD AND THE CASIMIR–POLDER FORCES IN THE FIELD OF A COSMIC STRING

V.M. BARDEGHYAN, A.A. SAHARIAN

Vacuum correlators of the electric and magnetic fields are calculated in the geometry of a cosmic string. Formulas for the vacuum expectation values for the squares of field components are derived. The forces acting on an atom due to the vacuum fluctuations are investigated. For atoms with isotropic tensor of polarizability these forces are attractive with respect to the string. In the anisotropic case, depending on the eigenvalues of the polarizability tensor, the Casimir–Polder forces can be either attractive or repulsive.