

УДК 539.1

ПОКАЗАТЕЛЬ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ДВУХУРОВНЕВОГО ГАЗА В КВАНТОВАННОМ ПОЛЕ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН

Г.А. МУРАДЯН¹, Б.В. БАЛАСАНЯН²

¹Ереванский государственный университет, Армения

² Ереванский государственный медицинский университет

(Поступила в редакцию 5 марта 2008 г.)

Рассчитано выражение для показателя преломления газа двухуровневых атомов в квантованном одномодовом поле встречных волн. Показано, что предельный переход к большим числам фотонов воспроизводит результат только случая стоячей волны квазиклассической теории, то есть случая встречных волн с одинаковыми интенсивностями. Дано объяснение этой “странной” ситуации, когда возможности квантовой теории поля оказываются более ограниченными, чем возможности классической теории.

1. Введение

Определение диэлектрической проницаемости среды (показателя преломления в случае непоглощающих сред) является одной из основных задач электродинамики сплошных сред [1]. В рамках последовательной квантовой теории фотоны и все атомы среды следует рассматривать как единую квантовую систему и задача становится экстремально трудной для исследования вне рамок простых модельных систем. Относительно разработанным является случай разреженного газа, когда плотность фотонов намного превосходит плотность атомов и коллективными эффектами можно пренебречь, т.е. когда каждый атом как бы взаимодействует с фотонным полем самостоятельно. Даже в этом приближении проблему не удастся решить точно и приобретают ценность приближенные методы и подходы к замыканию системы уравнений, которые уже можно решить аналитическими или численными методами моделирования. Часто признаком справедливости или обоснованности предлагаемого подхода бывает асимптотическое приближение квазиклассических результатов к известным классическим аналогам. В [2] был предложен подход, с помощью которого было получено аналитическое выражение для показателя преломления среды, состоящей из некоторого числа неподвижных двухуровневых атомов и “окружающих” их нескольких фотонов. В настоящей работе предложенный в [2] подход будет использован для расчета выражения показателя преломления той же атомарной среды в поле двух, противоположно распространяющихся фотонных волн. Подход к атомарной среде будет при этом несколько упрощен, используя гамильтониан в одноатомном приближении. Отклик многих атомов при этом получится простым умножением отклика одного атома на полное число атомов.

Согласно подходу работы [2], для квантовоэлектродинамического расчета показателя преломления двухуровневой среды во внешнем фотонном поле можно исходить из сопоставления двух квантовых систем. Первая система в отсутствие взаимодействия состоит из атомов и некоторого определенного (большого) числа идентичных фотонов (в дальнейшем их будем называть “сильными”). Вторая система в отсутствие взаимодействия помимо “сильных” фотонов включает в себя и “слабый” фотон произвольной частоты. Разница энергий двух этих систем и при наличии взаимодействия определяет энергию (или частоту ω' в единицах $\hbar$) слабого фотона, с одной стороны, и с помощью квантовомеханического расчета выражается через модуль волнового вектора $|\mathbf{k}'| = \omega(\mathbf{k}')$, с другой стороны. Эта связь и позволяет определить искомый показатель преломления. Отметим, что обращение к случаю квантованных встречных волн обусловлено современными приложениями данной системы в исследованиях по обоснованию фундаментальных вопросов квантовой механики и квантовой оптики в мезомасштабных системах.

2. Стационарные состояния системы атом + мода “сильных” фотонов

Рассмотрим неподвижный двухуровневый атом с частотой перехода ω_0 и фотонное поле близкой частоты ω . Последнее состоит из противоположно распространяющихся мод, которые обозначим индексами “1” и “2”. Гамильтониан системы в резонансном приближении можно написать в виде

$$H_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2} \sigma_3 + \hbar\omega(\mathbf{k})(c_1^+ c_1 + c_2^+ c_2) + \hbar\sigma_- (\beta_1 c_1^+ + \beta_2 c_2^+) + \hbar\sigma_+ (\beta_1^* c_1 + \beta_2^* c_2), \quad (1)$$

где σ_3 , σ_+ и σ_- – матрицы Паули, c_1^+ (c_2^+) и c_1 (c_2) – операторы рождения и уничтожения первой (второй) моды, соответственно, β_1 (β_2) – постоянная взаимодействия, связанная с дипольным моментом d частотой ω_0 оптического перехода и с объемом квантования V соотношением $\beta = -\sqrt{2\pi\omega/\hbar V}d$. Первое и второе слагаемые в (1) представляют, соответственно, энергию свободного атома и энергию фотонного поля. Следующее слагаемое описывает процесс излучения фотона в первую или вторую моду поля, сопровождающийся переходом атома из возбужденного в основное состояние посредством матрицы σ_- . Последнее слагаемое описывает обратный процесс: поглощение фотона из первой или второй моды с одновременным возбуждением атома. Постоянные взаимодействия β_1 и β_2 в рамках нашей задачи можно считать действительными. Добавим, что в используемом представлении основ

ное и возбужденное состояния атома задаются матрицами $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \beta & 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ соответственно. Что

касается фотонных мод, то для них будем использовать фоковское представление чисел заполнения в обозначениях Дирака – $|m\rangle_{1,2}$.

Кроме оператора σ^2 , с гамильтонианом (1) коммутирует и оператор числа возбуждений $\eta = c_1^+ c_1 + c_2^+ c_2 + \sigma_3 / 2$: распад возбуждения атома компенсируется рождением одного фотона, и наоборот. Наконец, с гамильтонианом (1) коммутирует оператор

$$\theta = \beta_2^2 c_1^+ c_1 + \beta_1^2 c_2^+ c_2 - \beta_1 \beta_2 c_2^+ c_1 - \beta_2 \beta_1 c_1^+ c_2, \quad (2)$$

который будем называть “интерференционным”. Название обусловлено тем, что θ содержит лишь операторы фотонов и обусловлен интерференцией фотонов из двух (противоположно распространяющихся) мод. Однако эта интерференция носит своеобразный характер, обусловленный квантовомеханической неопределенностью как фаз, так и числа фотонов в модах. Классическим аналогом собственных значений этого оператора является пространственно-периодический высокочастотный штарковский сдвиг атомного уровня в поле стоячей волны, образованной интерференцией встречных классических волн.

Собственные функции операторов H_0 , σ^2 , η и θ будем искать в общем виде:

$$|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \sum_{m=0}^n a_m |n-m\rangle_1 |m\rangle_2 + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \sum_{m=0}^n b_m |n-m-1\rangle_1 |m\rangle_2, \quad (3)$$

где n – число возбуждений в системе. Последнее можно интерпретировать как число фотонов при условии, что атом находится на основном энергетическом уровне. После стандартных шагов из стационарного уравнения Шредингера $H_0 \Psi = E \Psi$ получаем следующую систему на собственные функции и собственные значения:

$$\lambda a_m = \hbar \beta_1 \sqrt{n-m} b_m + \hbar \beta_2 \sqrt{m} b_{m+1}, \quad (4)$$

$$(\lambda + \hbar D) b_m = \hbar \beta_1 \sqrt{n-m} a_m + \hbar \beta_2 \sqrt{m+1} a_{m+1}, \quad (5)$$

где $\lambda = E + \frac{\hbar \omega_0}{2} - n \hbar \omega(\mathbf{k})$, а $D(\mathbf{k}) = \omega(\mathbf{k}) - \omega_0$ – расстройка резонанса. Подставив b_m

из (5) в (4) и вводя новую амплитуду $\alpha_m = \sqrt{m!(n-m)!} a_m$, для основного состояния атома получим следующее рекуррентное уравнение:

$$\mu \alpha_m = (n-m) \alpha_{m+1} + m \alpha_{m-1}. \quad (6)$$

Здесь введено обозначение $\mu = \hbar(\lambda + \hbar D(\mathbf{k}))/\hbar^2 - n$ и принято $\beta_1 = \beta_2 \equiv \beta$.

Примем, что число фотонов $n \gg 1$. Тогда можно считать, что амплитуда α_m является медленной функцией m и перейти к непрерывному распределению по m . После этого разложим $\alpha_{m\pm 1}$ в ряд Тейлора вблизи значения m и ограничимся членами до второй производной:

$$\alpha_{m\pm 1} = \alpha_m \pm (d\alpha_m/dm) + (d^2\alpha_m/2dm^2). \quad (7)$$

Подставляя в (6), получим дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2\alpha(r)}{dr^2} - r \frac{d\alpha(r)}{dr} + \frac{n-\mu}{2} \alpha(r) = 0, \quad (8)$$

где $r = 2(m - n/2)/\sqrt{n}$ есть нормированная “координата” относительно центрального значения переменной m . Из соотношения $a_m = \alpha_m / \sqrt{m!(n-m)!}$ и асимптотического требования $a_m \rightarrow 0$ при $m \rightarrow \infty$ следует, что α_m от m и соответственно $\alpha(r)$ от r может расти не быстрее степенного закона. Это требование удовлетворяется, если только

коэффициент $(n - \mu)/2 \equiv s$ является целым неотрицательным числом. Отсюда, выражая μ через энергию E , получим следующий вид энергетического спектра:

$$E_s = -\frac{\hbar \omega}{2} + n \hbar \omega(\mathbf{k}) - \frac{\hbar \Delta(\mathbf{k})}{2} \pm \sqrt{\frac{\hbar^2 \Delta^2(\mathbf{k})}{4} + 2\hbar^2 \beta^2 (n - s)}. \quad (9)$$

Если расстройка резонанса положительна, то основному (возбужденному) состоянию атома до взаимодействия соответствует знак плюс (минус) перед квадратным корнем. Если же расстройка отрицательна, то знаки меняются местами. Заметим, что энергетический спектр возможно определить и из точного уравнения (6): он имеет идентичный с (9) вид [3]. Число s есть квантовое число интерференционного оператора θ ($\theta \Psi = s(\beta_1^2 + \beta_2^2) \Psi$) и принимает значения $0, 1, \dots, n$. Вводя новую переменную $\zeta = r/\sqrt{2}$ в (8), приходим к уравнению для полиномов Эрмита:

$$\frac{d^2 \alpha(\zeta)}{d\zeta^2} - 2\zeta \frac{d\alpha(\zeta)}{d\zeta} + 2s \alpha(\zeta) = 0. \quad (10)$$

В результате, для амплитуд основного состояния атома, удовлетворяющих вышеуказанному асимптотическому условию, получаем выражение

$$a_m^{(s)} = (c_s / \sqrt{m!(n-m)!}) H_s(\sqrt{2/n}(m - n/2)), \quad (11)$$

где c_s – нормировочный коэффициент. Соответствующие амплитуды для возбужденного состояния определяются из уравнения (5).

3. Энергии систем без и при наличии начального “слабого” фотона

Перейдем к непосредственному рассмотрению приводящих к цели систем, названных выше первой и второй. Даже если в системе до взаимодействия находились фотоны только одной (сильной) моды, то в результате спонтанного процесса излучения в системе окажутся и фотоны на модах, не совпадающих с сильной. Это значит, что гамильтониан взаимодействующей системы следует записать в виде

$$H = H_0 + \sum_{\mathbf{k}' \neq \mathbf{k}_{1,2}} \hbar \omega(\mathbf{k}') c^+(\mathbf{k}') c(\mathbf{k}') + W, \quad (12)$$

где

$$W = \hbar \sum \beta(\mathbf{k}') c^+(\mathbf{k}') \sigma_- + \hbar \sum \beta^*(\mathbf{k}') c(\mathbf{k}') \sigma_+ \quad (13)$$

описывает взаимодействие атома со “слабыми” фотонами. При строгом подходе нахождение стационарных состояний гамильтониана (12) – практически неразрешимая задача. Однако подход работы [2] предполагает определение стационарных состояний, относящихся только к двум случаям. Для первого – это состояние без слабого фотона и состояние с наличием одного “слабого” фотона за счет переизлучения из подсистемы сильных фотонов. Второй случай также предполагает два состояния. Первое состояние содержит то же самое число сильных фотонов, что и первое состояние первой системы, но в отличие от нее имеет и один

слабый фотон. Второе состояние получается атомным поглощением этого фотона. При таком сокращении возможных слабофотонных состояний определение стационарных состояний возможно, однако можно подойти к задаче проще, приняв W в (12) малым и ограничиваясь теорией возмущений. Тогда все расчеты (матричных элементов) проводятся на основе волновых функций нулевого приближения относительно этого гамильтониана.

Для рассматриваемых систем число возбуждений является сохраняющейся величиной, но в нее входит также слабый фотон. Поэтому число возбуждений для второй из рассматриваемых систем на одно больше, чем для первой. В рамках такого подхода волновая функция нулевого приближения, то есть оператора $H_0 + \hbar \omega(\mathbf{k}') c^+(\mathbf{k}') c(\mathbf{k}')$, будет записываться в виде произведения волновых функций операторов H_0 и $\hbar \omega(\mathbf{k}') c^+(\mathbf{k}') c(\mathbf{k}')$. Знак суммы у гамильтониана собственной энергии слабого поля опущен, поскольку число слабых фотонов, согласно предположению, не может быть больше единицы. Эти состояния обозначим как $|0\mathbf{k}'\rangle$ (вакуум слабого поля) и $|1\mathbf{k}'\rangle$. Собственные функции оператора H_0 (см. выражение (3)) снабдим индексами s , l и r . Первые два представляют соответственно интерференционное квантовое число и число возбуждений (раздел 2), а последнее принимает два значения, $r=1,2$, которые указывают на одно из возможных значений энергии (9): $|\Psi\rangle \otimes |\Psi_{s,r}^{(n)}\rangle$. Тогда в случае первой системы каждой тройке чисел s , l и r будут соответствовать две базисные функции $|\Psi_{s,r}^{(n)}\rangle|0\mathbf{k}'\rangle$ и $|\Psi_{s,r}^{(n-1)}\rangle|1\mathbf{k}'\rangle$, а в случае второй системы – $|\Psi_{s,r}^{(n)}\rangle|1\mathbf{k}'\rangle$ и $|\Psi_{s,r}^{(n+1)}\rangle|0\mathbf{k}'\rangle$.

Нетрудно убедиться, что поправки к значениям энергии в первом порядке теории возмущений равны нулю. Во втором же порядке теории возмущений будем иметь

$$\Delta E_{\text{first}} = \sum_{\substack{s,n, \\ r,p}} \frac{\left| \langle p\mathbf{k}' | \langle \Psi_{s,r}^{(n)} | W | \Psi_{s_0,r_0}^{(n_0)} \rangle | 0\mathbf{k}' \rangle \right|^2}{E_{s_0,r_0}^{(n_0)} - E_{s,r}^{(n)}} \quad (14)$$

для первой системы и

$$\Delta E_{\text{second}} = \sum_{\substack{s,n, \\ r,p}} \frac{\left| \langle p\mathbf{k}' | \langle \Psi_{s,r}^{(n)} | W | \Psi_{s_0,r_0}^{(n_0)} \rangle | 1\mathbf{k}' \rangle \right|^2}{E_{s_0,r_0}^{(n_0)} - E_{s,r}^{(n)}} \quad (15)$$

для второй системы. Здесь индекс “0” у квантовых чисел соответствует принятым состояниям до взаимодействия, причем r_0 соответствует такому знаку перед квадратным корнем в (9), при котором состояние системы в пределе $\beta \rightarrow 0$ переходит в основное состояние атома. Число $p = 0,1$ указывает на число слабых фотонов.

Вычисление матричных элементов в выражениях (14) и (15) сопряжено с громоздкими расчетами, но не представляет никакой принципиальной трудности. В результате они выражаются через суммы произведений двух полиномов Эрмита с факториальными знаменателями и трудно поддаются наглядному анализу. Для упрощения выражений мы воспользуемся условием $n \gg 1$ (большого числа сильных фотонов), что дает право использовать асимптотический вид полиномов Эрмита [4]:

$$H_{2m}\left(\frac{x}{2\sqrt{m}}\right) \xrightarrow{m \rightarrow 1} \frac{(-1)^m 2^{2m} m!}{\sqrt{\pi m}} \cos x, \quad H_{2m+1}\left(\frac{x}{2\sqrt{m}}\right) \xrightarrow{m \rightarrow 1} \frac{(-1)^m 2^{2m+1} m!}{\sqrt{\pi m}} \sin x. \quad (16)$$

4. Показатель преломления среды в поле сильной квантованной моды

Показатель преломления среды ($n(\omega')$) является макроскопическим понятием и предполагает наличие сравнительно большого числа (N) атомов в объеме (V) квантования. Рассматривая атомы независимо взаимодействующими с полем, в рамках нашего подхода получим следующее уравнение для определения показателя преломления:

$$\omega' = \omega(\mathbf{k}') + N(\Delta E_{\text{second}} - \Delta E_{\text{first}}). \quad (17)$$

Показатель $n(\omega')$ входит в правую часть уравнения через связь $\omega(\mathbf{k}') = |\mathbf{k}'| = n(\omega')\omega'/c$. Эта связь довольно сложным образом входит и в выражения ΔE_{second} и ΔE_{second} , поэтому соотношение (17) является сложным трансцендентным уравнением относительно неизвестной функции $n(\omega')$. Однако задачу можно элементарно упростить, учитывая, что мы имеем дело с газовой средой. Разреженность газовой среды выявляется в том, что второе слагаемое в правой части уравнения (17) является малой поправкой к первой. Это дает возможность ограничиться первым приближением относительно концентрации атомов и в выражениях для ΔE_{second} и ΔE_{second} заменить все $\omega(\mathbf{k}')$ на ω' и одновременно $\omega(\mathbf{k})$ на ω .

Теперь обратим внимание на то обстоятельство, что выбранная нами сильная мода находится в состоянии с определенным числом фотонов. Однако в квантовой оптике хорошо известно, что в этом (фоковском) состоянии квантовый характер фотонов проявляется наиболее сильно [5] и переход к классическому пределу является весьма проблематичным, тем более в случае двух распространяющихся навстречу бегущих мод [6]. Чтобы оптимально сохранить возможность перехода к квазиклассическому пределу, мы будем считать, что интенсивный поток фотонов идентичен классическому статистическому полю с определенной амплитудой и равномерной фазой [7]. Это дает нам право произвести усреднение по начальным s_0 и просуммировать по конечным s с одинаковыми статистическими весами для всех s_0 и s . Тогда мы придем к следующему искомому выражению для показателя преломления двухуровневой среды в поле квантованной моды встречных волн:

$$n(\omega') = 1 - \frac{N\beta^2}{n\omega'} \sum_{\substack{s_0, s=0 \\ \text{of same parity}}} \frac{\exp\left[-(\sqrt{s} - \sqrt{s_0})^2/2\right]}{\omega' - \omega_0 + 2\Delta\xi\left(1 - \frac{s_0 + s}{2n}\right)} + \frac{N\beta^2}{n\omega'} \xi^2 \sum_{\substack{s_0, s=0 \\ \text{of same parity}}} \frac{\exp\left[-(\sqrt{s} - \sqrt{s_0})^2/2\right]}{\omega' + \omega_0 - 2\omega + 2\Delta\xi\left(1 - \frac{s_0 + s}{2n}\right)}. \quad (18)$$

Здесь $\xi = 2n\beta^2/\Delta^2$ – безразмерный параметр интенсивности сильной моды.

Формула (18) записана в предположении $\xi \ll 1$, а суммирование ведется только по тем членам, для которых s_0 и s имеют одинаковые четности. Первое слагаемое обусловлено процессом поглощения слабого фотона, а второе – нелинейным трехфотонным процессом, при котором поглощаются два фотона из сильной моды и излучается слабый фотон, переводя атом из основного состояния в возбужденное. Следует отметить, что для каждого из этих процессов имеется некая область частот ($\omega_0 - 2\Delta\xi \leq \omega' \leq \omega_0$ для атомного поглощения и

$2\omega - \omega_0 \leq \omega' \leq 2\omega - \omega_0 + 2\Delta\xi$ ($\Delta > 0$) для трехфотонного излучения), внутри которой равноудаленно расположены $n+1$ полюсов, т.е. резонансов, где показатель преломления меняет знак с бесконечными разрывами с обеих сторон каждой резонансной точки. В отсутствие сильной моды встречных волн процессам атомного поглощения и трехфотонного излучения соответствовали бы по одному полюсу – резонансу. Наличие же сильной моды расщепляет эти резонансы на множество субрезонансов, которые соответствуют различным числам фотонов во встречных волнах при фиксированном их суммарном числе.

Формула (18) является основным результатом настоящей работы. Несмотря на ряд упрощающих предположений, полученная формула сохраняет квантовую природу оптической моды.

Если в двойных суммах сохранить только члены с $s = s_0$ и от оставшихся сумм перейти к соответствующим интегралам, то получим выражение

$$n(\omega)_{\text{quasiclassic}} = 1 - \frac{N\beta^2}{\omega'} \text{sign}(\omega' - \omega_0) \frac{1}{\sqrt{(\omega' - \omega_0)(\omega' - \omega_0 + 2\Delta\xi)}} + \frac{N\beta^2}{\omega'} \xi^2 \text{sign}(\omega' + \omega_0 - 2\omega) \frac{1}{\sqrt{(\omega' + \omega_0 - 2\omega)(\omega' + \omega_0 - 2\omega - 2\Delta\xi)}}, \quad (19)$$

что в точности повторяет результат квазиклассической теории, когда внешним полем является стоячая волна, т.е. встречные волны равной интенсивности. Последнее заслуживает специального внимания. Действительно, в рамках квазиклассической теории мы можем рассмотреть и случай встречных волн с неравными интенсивностями, так называемый случай квазистоячей волны. Полученная при этом формула для показателя преломления вместо одного усредненного параметра интенсивности ξ содержала бы два параметра ξ_1 и ξ_2 – интенсивности встречных волн по отдельности. Когда же мы первоначально рассмотрели поле квантованно и только потом, после получения выражения для показателя преломления перешли к пределу асимптотически большого числа фотонов, то получили решение только для случая равных интенсивностей встречных волн. Этот странный на первый взгляд результат является отражением того, что в стационарных состояниях системы “атом + квантованная мода двух встречных волн” средние числа фотонов во встречных волнах могут быть только равными [3]. Состояния с неравными числами фотонов могут, конечно, существовать, но они не будут стационарными: фотоны из волны с большим числом фотонов переизлучаются в волну с меньшим числом фотонов до тех пор, пока средние числа фотонов в них не сравняются.

Следует также отметить, что переход в формуле (18) от суммирования к интегрированию сглаживает все особенности внутри вышеуказанных частотных полос, оставляя особенности только двух граничных точек. В результате сглаживания в вышеуказанных двух частотных областях появляются ненулевые значения коэффициента поглощения (соответствующие слагаемые в (19) становятся мнимыми). Происходит, как принято считать в нелинейной лазерной спектроскопии для аналогичных ситуаций [8], неоднородное уширение спектральных линий.

Представляет определенный интерес и количественная сторона вопроса. Например,

насколько удалено квантовое выражение (18) от своего квазиклассического отображения (19) в случае умеренно больших чисел фотонов и насколько быстро происходит сближение формул (18) и (19) с ростом числа фотонов во встречных волнах.

Рис.1 представляет две дисперсионные зависимости, построенные по формулам (18) и (19). Выбранное при построении графиков число фотонов в сильной моде $n=100$ в квантовой оптике считается большим, то есть таким, что квантово-флуктуационные эффекты оказываются сильно подавленными. Сопоставление же полученных нами графиков показывает, что для показателя преломления двухуровневой среды в поле встречных волн квантовые эффекты остаются существенными и при относительно большом числе фотонов. В областях атомного поглощения $\omega_0 - 2\Delta\xi \leq \omega' \leq \omega_0$ и трехфотонного излучения $2\omega - \omega_0 \leq \omega' \leq 2\omega - \omega_0 + 2\Delta\xi$, где классическое поле встречных волн индуцирует неоднородное уширение в дисперсионной зависимости показателя преломления, квантовая природа встречных волн вносит качественно новый, многополюсный характер. Отметим, что полюсы равноудалены друг от друга и расстояние между соседними полюсами $4\beta^2/|\Delta|$ не зависит от числа фотонов (интенсивности) поля. Образно говоря, добавление нового фотона к полю встречных волн добавляет по бокам каждой из вышеуказанных областей (эквидистантных цепочек полюсов) один новый полюс. Вклад квантования поля вне этих областей носит количественный характер и отнюдь не мал (рис.2).

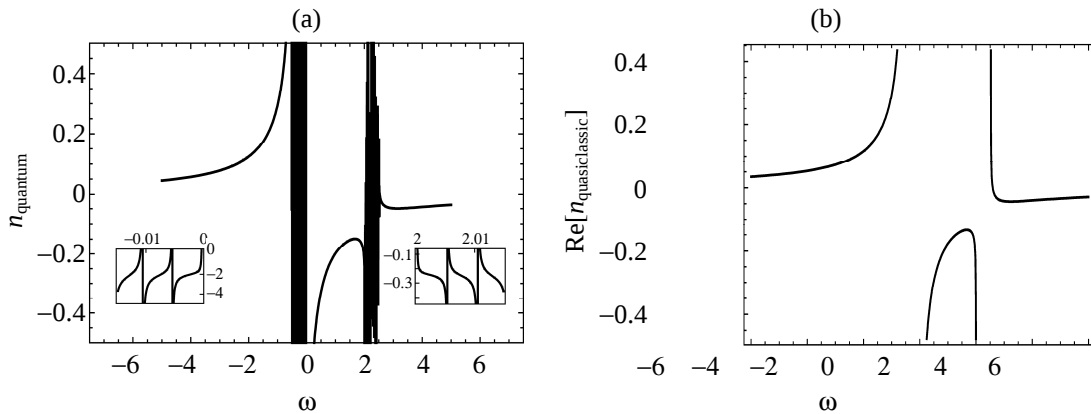


Рис.1. Дисперсионная зависимость показателя преломления газа двухуровневых атомов в квантованном (а) и классическом (б) поле встречных волн. Вставки к рисунку для случая а) в увеличенном масштабе представляют структуру графика в областях атомного поглощения и трехфотонного излучения, соответственно, которые в масштабе общего графика выглядят зачерненными. На вставках четко выявлены полюсные особенности спектра и их равноудаленность.

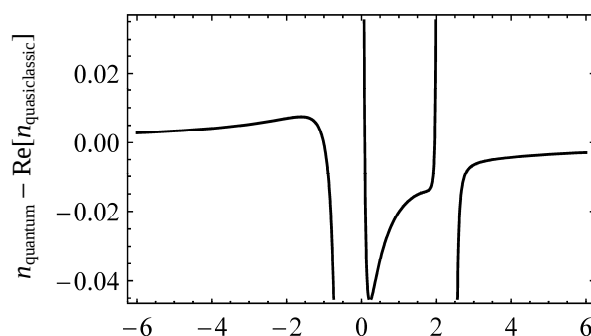


Рис.2. Разность между показателями преломления двухуровневого газа в квантованном и в классическом поле встречных волн, т.е. между двумя графиками, которые по отдельности показаны на рис.1а и б, соответственно. Неоднородно уширенные области атомного поглощения и трехфотонного излучения оставлены вне рассмотрения.

5. Заключение

Хорошо известно, что пространственно-периодическое высокочастотное штарковское смещение (AC Stark shift) энергетических уровней атома в поле интенсивных встречных волн выявляется в спектроскопии как неоднородное уширение спектральных линий, в частности, атомного поглощения и трехфотонного излучения. В настоящей работе показано, что квантовая (фотонная) природа встречных волн создает субструктуру в этих областях неоднородного уширения. Эта субструктура представляет собой последовательность равноотстоящих друг от друга разрывов (вставки на рис.1). Число разрывов с точностью до единицы совпадает с числом фотонов в поле встречных волн. Квазиклассическое (а также экспериментальное) плавное поведение спектра внутри области неоднородного уширения является следствием наличия усредняющих факторов, таких как однородное уширение линии из-за спонтанного излучения, конечная спектральная ширина зондирующего переход пробного поля, и т.д.

Другим важным результатом работы является то, что предел больших чисел фотонов в случае квантованных встречных волн воспроизводит квазиклассический результат только в случае равных интенсивностей встречных волн. Причиной тому является квантовая закономерность, что вероятность переизлучения некоторого фотона из более интенсивной волны в менее интенсивную волну больше вероятности обратного процесса. Поэтому процесс выравнивания чисел фотонов в двух волнах продолжается до тех пор, пока эти числа не станут равными. Иными словами, квантовые стационарные состояния системы

“атом+поле встречных волн” возможны только при равенстве чисел фотонов в волнах, то есть если интенсивности встречных волн равны. В квазиклассической же теории это не так. Установление стационарных состояний не накладывает никаких ограничений на относительные интенсивности встречных волн. Переход от квантовой теории к квазиклассической своеобразен и обеспечивается тем, что время выравнивания чисел фотонов во встречных волнах быстро растет с ростом чисел фотонов [3] и становится бесконечным, когда число фотонов бесконечно растет (квази-классический предел). Поэтому точка “соприкосновения” двух теорий бесконечно удалена на временной оси. Процессы же за любые конечные времена протекания не соприкасаются в рамках этих двух теорий. Строго говоря, квазиклассическая теория ошибается, считая стационарные состояния системы “атом+поле встречных волн” возможными при неравных интенсивностях волн. Квазиклассическое представление приемлемо, если время взаимодействия существенно меньше того времени, за которое заметное число фотонов переизлучается из более интенсивной волны в менее интенсивную.

Авторы работы выражают благодарность А.Ж. Мурадян за полезные обсуждения. Работа выполнена в рамках гранта 0126 МВОиН Армении.

ЛИТЕРАТУРА

1. **S.R. de Droot, L.G.Suttorp.** Foundations of Electrodynamics. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1972.
2. **А.Ж.Мурадян.** Изв. АН Арм. ССР, Физика, **10**, 90 (1975).
3. **В.М.Арутюнян, А.Ж.Мурадян.** Квант. электроника, **20**, 856 (1993).
4. **M.Abramowitz, I.A.Stegun.** Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. New York, Dover Publications, 1972.
5. **W.P.Schleich.** Quantum Optics in Phase Space. Berlin–Toronto, Wiley-VCH, 2001.
6. **A.Zh.Muradyan, G.A.Muradyan.** J. Phys. B, **35**, 3995 (2002).
7. **J.Bialyniski-Birula, Z.Bialyniska-Birula.** Phys. Rev. A, **8**, 3146 (1973).
8. **S.Stenholm.** Foundations of Laser Spectroscopy. New York, John Wiley & Sons, 1984.

Երկմակարդակ գազի բեկման ցուցիչը հանդիպակաց ալիքների քվանտացած դաշտում

Գ. Ա. Մուրադյան, Բ. Վ. Բալասանյան

Աշխատանքում հաշվված է երկմակարդակ ատոմական գազի բեկման ցուցիչը միամոդ հանդիպակաց ալիքների քվանտացված դաշտում: Ցույց է տրված, որ ֆոտոնների մեծ թվի սահմանային անցումը վերարտադրում է քվազիդասական տեսության միայն կանգուն ալիքի դեպքը, այսինքն միայն նույն ինտենսիվություններով հանդիպակաց ալիքների դեպքը: Տրված է բացատրությունն այս “տարօրինակ” իրավիճակի, երբ դաշտի քվանտային տեսության հնարավորություններն ավելի սահմանափակ են, քան դասական տեսությանը:

REFRACTIVE INDEX OF A TWO-LEVEL GAS IN THE QUANTIZED FIELD OF COUNTERPROPAGATING WAVES

G.A. MURADYAN, B.V. BALASANYAN

The refractive index of a two-level atomic gas in the quantized field of single-mode counterpropagating waves is calculated. It is shown that the transition to an asymptotic large number of photons reproduces only the standing-wave case of the quasiclassic theory, i.e., the case of counterpropagating waves of the same intensity. We give the explanation of this “strange” situation, where the possibilities of the quantum field theory are more restricted than the possibilities of the classical theory.