

УДК 537.87

О ВОЗМОЖНОСТИ АНОМАЛЬНО СИЛЬНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ВРАЩЕНИИ ЭЛЕКТРОНА ВОКРУГ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ШАРА

Л. Ш. ГРИГОРЯН, Г. Ф. ХАЧАТРЯН,

Институт прикладных проблем физики НАН Армении

Ереванский государственный университет

С. Р. АРЗУМАНЯН

Институт прикладных проблем физики НАН Армении

(Поступила в редакцию 25 декабря 1997г.)

Установлено существование аномально сильного излучения при равномерном вращении электрона вокруг диэлектрического шара, в экваториальной плоскости. Оно имеет место, когда поверхность шара расположена на определенном расстоянии от орбиты электрона и когда удовлетворяется условие Черенкова для электрона и вещества шара.

Введение

Веществом обусловлен ряд важных электромагнитных процессов: излучение Вавилова-Черенкова, рентгеновское переходное излучение, излучение каналированных частиц [1-9]. В связи с этим представляет интерес исследование воздействия вещества на излучение релятивистского заряда, вращающегося по окружности в постоянном магнитном поле (синхротронное излучение [10,11]).

В [12], а затем в [2,13] было изучено синхротронное излучение в бесконечной однородной среде. В [14] рассмотрено излучение нерелятивистской частицы, равномерно вращающейся вокруг электрического шара, и излучение частицы, вращающейся в непосредственной близости от идеально проводящего шара. В [15,16] получены выражения для спектрального и спектрально-углового распределения интенсивности излучения без ограничений на радиус орбиты и скорость частицы, вращающейся вокруг шара с произвольной диэлектрической проницаемостью.

В настоящей работе проведен анализ численных расчетов по формулам, полученным в [15,16]. Выявлены особенности излучения, обусловленные веществом шара и его размером.

Основные формулы

Приведем основные формулы, описывающие излучение частицы с зарядом q и скоростью $v = \omega_e r_e$, равномерно вращающейся (радиус орбиты r_e) вокруг шара в его экваториальной плоскости. Магнитную проницаемость шара принимаем равной единице, а его диэлектрическую проницаемость ε_0 считаем произвольной действительной величиной (эффекты, связанные с поглощением излучения, не учитываются), радиус шара $r_0 < r_e$.

Интенсивность излучения на частоте $\omega = k\omega_e$ (после усреднения по периоду вращения $2\pi/\omega_e$) определяется выражением

$$I_k = 2 \frac{q^2 \omega_e^2}{c \sqrt{\varepsilon_1}} \sum_{s=0}^{\infty} (|a_{kE}(s)|^2 + |a_{kH}(s)|^2), \quad (1)$$

где ε_1 — диэлектрическая проницаемость среды, окружающей шар,

$$a_{kE} = kb_l(E) P_l^k(0) \sqrt{\frac{(l-k)!}{l(l+1)(2l+1)(l+k)!}}, \quad l = k + 2s, \\ a_{kH} = b_l(H) \sqrt{\frac{(2l+1)(l-k)!}{l(l+1)(l+k)!}} \left. \frac{dP_l^k(y)}{dy} \right|_{y=0}, \quad l = k + 2s + 1 \quad (2)$$

— безразмерные амплитуды, описывающие вклады мультиполей электрического и магнитного типов соответственно. В (2) $P_l^k(y)$ — присоединенные полиномы Лежандра, а b_l — множитель, зависящий от k , $x = r_0/r_e$, ε_0 и ε_1 :

$$b_l(H) = iu_l \left[j_l(u_l) - h_l(u_l) \frac{j_l(xu_0)j_l(xu_1)}{j_l(xu_0)h_l(xu_1)} \right], \quad u_l = k \sqrt{\varepsilon_1} \frac{v}{c}, \\ b_l(E) = (l+1)b_{l-1}(H) - lb_{l+1}(H) + \frac{1}{x^2} \left(\frac{1}{\varepsilon_0} - \frac{1}{\varepsilon_1} \right) \times \\ \times [j_{l-1}(xu_0) + j_{l+1}(xu_0)][h_{l-1}(u_1) + h_{l+1}(u_1)] \frac{l(l+1)u_l j_l(xu_0)}{lz_{l-1}' + (l+1)z_{l+1}'}, \quad (3)$$

где $h_l(y) = j_l(y) + in_l(y)$, а j_l и n_l — сферические функции Бесселя и Неймана соответственно. В (3) введены следующие обозначения:

$$a(xu_l)b(xu_l) = a \frac{\partial b}{\partial x} - \frac{\partial a}{\partial x} b, \quad f_l(y) = \frac{b_l(y)}{j_l(xu_0)h_l(xu_1)}, \\ z_v' = \frac{u_l j_v(xu_0)h_l(xu_1)/\varepsilon_1 - u_0 j_l(xu_0)h_v(xu_1)/\varepsilon_0}{u_l j_v(xu_0)h_l(xu_1) - u_0 j_l(xu_0)h_v(xu_1)}. \quad (4)$$

Вывод (1) приведен в [15, 16].

В случае однородной среды ($\varepsilon_0 = \varepsilon_1 = \varepsilon$)

$$b_l(H) = iu_l j_l(u), \quad u = k \sqrt{\varepsilon} \frac{v}{c}, \\ b_l(E) = iu(2l+1)[j_l'(u) + \frac{1}{u} j_l(u)], \quad (5)$$

и поэтому (1), естественно, не зависит от x . Можно убедиться и в том, что (1) преобразуется в известную [2, 10, 12, 13, 17] формулу

$$I_k = kvq^2 \frac{\omega_e^2}{c^2} \left[2J'_{2k}(2k\beta\sqrt{\varepsilon}) + \left(1 - \frac{1}{\varepsilon\beta^2}\right) \int_0^{2k\beta\sqrt{\varepsilon}} J_{2k}(y) dy \right], \quad (6)$$

где $\beta = v/c$, $J_k(y)$ — функция Бесселя целого порядка, а $\varphi'(y) = d\varphi/dy$.

3. Результаты численных расчетов

На рис.1 вдоль оси ординат отложено среднее число квантов электромагнитного поля

$$n_k = \frac{2\pi I_k}{k\hbar\omega_e^2}, \quad (7)$$

испущенных в течение одного периода вращения электрона с энергией 2 МэВ (масштаб логарифмический), а вдоль оси абсцисс — номер излучаемой гармоники в области $1 \leq k \leq 50$. Функция n_k приведена для четырех значений x . Кривые a , b , c и d — ломаные линии, соединяющие точки с различными k и одинаковыми x_a , x_b , x_c и x_d соответственно. Линия a описывает вращение в вакууме ($x_a = 0$), а линия b — вращение в сплошной среде ($x_b = \infty$) с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 3$ (условие Черенкова удовлетворяется). Расчеты проводились по формуле (6). Ради простоты зависимость ε от k (дисперсия) не учитывалась. Из графиков следует, что в сплошной среде

$$n_k(\infty) \lesssim \frac{ve^2}{\hbar c^2} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon\beta^2}\right) < \frac{e^2}{\hbar c} \approx 0,05 \quad (8)$$

больше аналогичной величины $n_k(0)$ в пустом пространстве. Разница между $n_k(\infty)$ и $n_k(0)$ обусловлена вкладом черенковских квантов. Наряду с этим на кривой b прослеживаются характерные осцилляции [12]. Они обусловлены интерференцией волн в условиях, когда скорость распространения электромагнитных волн меньше скорости движения источника ($c/\sqrt{\varepsilon} < v$).

Схожая картина должна наблюдаться и в случае, когда среда имеет конечные размеры. В §2 был рассмотрен случай шара радиуса r_0 , вокруг которого на расстоянии $r_e - r_0$ вращается электрон. Ломаные линии c и d представляют результаты расчетов по формуле (1) для двух фиксированных значений $r_e/r_0 = 0,974733692 = x_c$ и $0,980861592 = x_d$ соответственно. Диэлектрическая проницаемость шара $\varepsilon_0 = 3$. За пределами шара вакуум ($\varepsilon_1 = 1$). Энергия электрона $E_e = 2$ МэВ. Как видим, и в данном случае наблюдаются характерные осцилляции. Однако имеются также пики. На соответствующих гармониках ($k = 26$ для случая c и $k = 26$ для случая d) излучение аномально сильное:

$$\begin{aligned} n_{26}(x_c) &= 4300 && \text{для кривой } c. \\ n_{40}(x_d) &= 94 && \text{для кривой } d. \end{aligned} \quad (9)$$

В то же время уже на соседних гармониках $n_k(x)$ порядка $n_k(\infty)$.

В пустом пространстве интенсивность излучения I_k достигает максимума на гармонике с $k_{\max} = 26^*)$: $I_{26}(0) = 0,96 e^2 \omega_e^2 / c$. На этой гармо-

^{*}) Этот результат получается также из формулы $k_{\max} = 0,44(E_e/m_e c^2)^3$, справедливой для ультрарелятивистского электрона [17].

нике влияние шара с радиусом $r_0 = 0,974733692r_e$ наиболее сильное: $I_{26}(x_c)/I_{26}(0) \approx 2,53 \cdot 10^6$ (именно это значение r_0 выбрано в случае кривой c). На других гармониках также возможна аналогичная ситуация. Например, на гармонике с $k = 40$ влияние шара наибольшее при $r_0 = 0,980861592r_e$ (кривая d). В этом случае $I_{40}(x_d)/I_{26}(0) \approx 55700$.

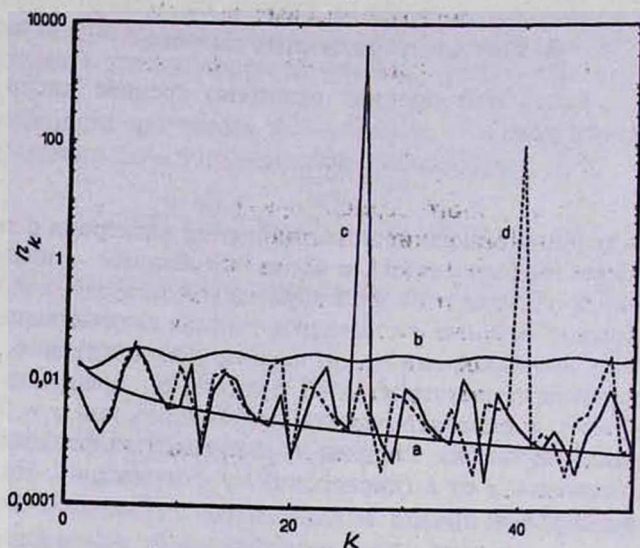


Рис.1. Среднее число $n_k(x)$ квантов электромагнитного поля, испущенных в течение одного оборота электрона, в зависимости от номера k излучаемой гармоники. Ломаные линии a , b , c и d отличаются значением x (отношение радиуса шара к радиусу орбиты электрона): $x_a = 0$ (вакуум), $x_b = \infty$ (бесконечная среда), $x_c \approx 0,9747337$, $x_d \approx 0,9808616$. Диэлектрическая проницаемость вещества $\epsilon = 3$, энергия электрона $E_e = 2$ МэВ.

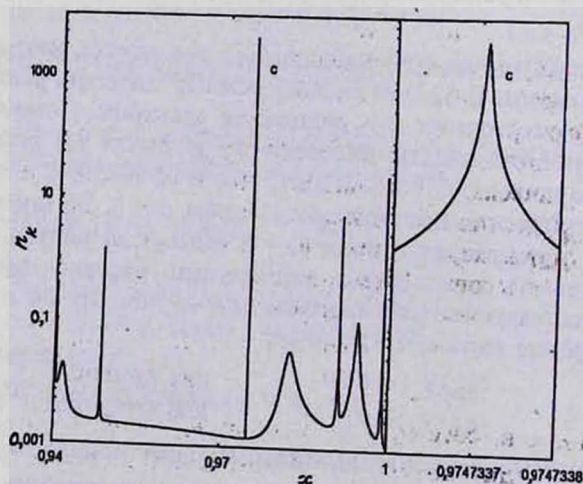


Рис.2. Та же величина, что и на рис.1 в зависимости от x . Номер излучаемой гармоники фиксирован: $k = 26$. Вновь $\epsilon = 3$ и $E_e = 2$ МэВ. Справа — функция $n_k(x)$ в окрестности наибольшего пика.

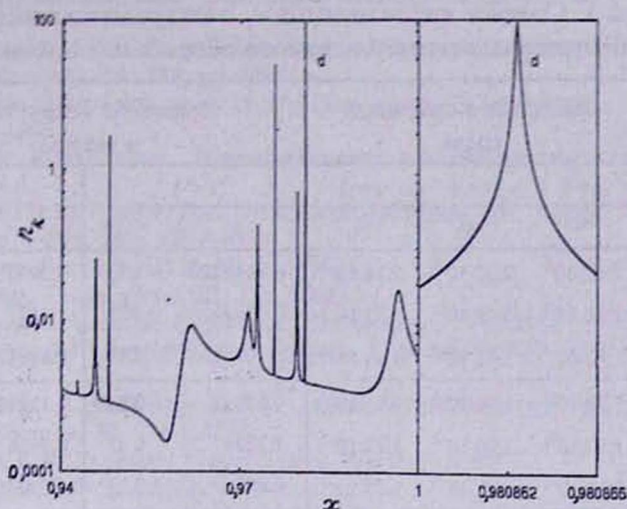


Рис.3. То же, что и на рис.2 в случае $k = 40$.

На рис.2 и 3 приведена зависимость $n_k(x)$ от x для гармоник с $k = 26$ и $k = 40$ соответственно. Вновь $\varepsilon_0 = 3$, $\varepsilon_1 = 1$ и $E_e = 2$ МэВ. На фоне осцилляций функции $n_k(x)$ наблюдаются чрезвычайно узкие и очень высокие пики (в правой части показана $n_k(x)$ в окрестности наибольшего пика). Уже при незначительном отклонении (вдоль оси абсцисс) от центра любого из этих пиков n_k быстро убывает. Поэтому значение $x = r_0/r_e$ должно быть фиксировано с большой точностью (например, внешним электрическим полем, поддерживающим равномерное вращение частицы). Энергия, излучаемая за один период вращения электрона, равна

$$\frac{2\pi}{\omega_e} I_k = k \hbar \omega_e n_k. \quad (10)$$

Потери на излучение незначительны, если циклическая частота

$$\omega_e \ll \frac{E_e}{k \hbar n_k} \sim 10^{13} \frac{E_e}{\text{МэВ}} \frac{10^8}{k n_k} \text{ Гц}. \quad (11)$$

Аналогичная картина имеет место при других $1 < \varepsilon_0 \leq 5$ и $E_e \leq 5$ МэВ, когда выполнено условие Черенкова (см. табл.1). Более того, в определенных случаях (см. 2-4-ые строки табл.1) наблюдается сверхсильное излучение с

$$n_k > \frac{2\pi \varepsilon_e}{\lambda_k} = k \frac{v}{c}. \quad (12)$$

Численные расчеты дублировались двумя независимыми программами. Одна из них, более простая, была составлена с помощью Mathematica, а другая, более быстрая, на языке Pascal.

Формулы (3) не справедливы для электрона, вращающегося внутри сферической полости в бесконечной среде, и поэтому соответствующие расчеты не проводились.

Таблица 1. Среднее число квантов n_k электромагнитного поля, испущенных в течение одного оборота электрона.

k	E_e МэВ	Вращение в сплошной среде			Вращение вокруг шара в вакууме			
		$\varepsilon=1$	$\varepsilon=3$	$\varepsilon=5$	$\varepsilon=3$		$\varepsilon=5$	
		n_k	n_k	n_k	μ	$n_k(\mu)$	μ	$n_k(\mu)$
20	1	$3.07 \cdot 10^4$	$2.37 \cdot 10^{-2}$	$3.18 \cdot 10^{-2}$	6.6433228	4.13	5.2992	1.76
	3	$2.72 \cdot 10^{-3}$	$3.32 \cdot 10^{-2}$	$3.33 \cdot 10^{-2}$	0.5432354	201	3.482	0.34
	5	$3.00 \cdot 10^{-3}$	$3.42 \cdot 10^{-2}$	$3.63 \cdot 10^{-2}$	1.480803	133	2.596109	133
40	1	$2.39 \cdot 10^{-5}$	$1.93 \cdot 10^{-2}$	$3.11 \cdot 10^{-2}$	0.82132	9.64	1.13910742	2260
	3	$1.57 \cdot 10^{-3}$	$2.90 \cdot 10^{-2}$	$3.77 \cdot 10^{-2}$	1.2224	0.65	0.9986	0.65
	5	$1.85 \cdot 10^{-3}$	$3.22 \cdot 10^{-2}$	$3.47 \cdot 10^{-2}$	4.801	0.16	1.50036	1.45

Примечание: ε – диэлектрическая проницаемость вещества. В случае шара для каждой тройки значений k , E_e и ε выбрано и приведено одно значение отношения радиуса шара к радиусу орбиты электрона $r_0/r_e = 1-0.01\mu$, при котором $n_k(\mu)$ существенно больше $e^2/\hbar c$.

4. Выводы

Рассчитана интенсивность излучения электрона с энергией несколько МэВ, равномерно вращающегося вокруг шара, в его экваториальной плоскости. Вещество шара считается прозрачным, а его диэлектрическая проницаемость $1 < \varepsilon \leq 5$. Установлено, что в течение одного оборота электрона в среднем может испускаться $n_k > k$ квантов электромагнитного поля, где k – номер излучаемой гармоники ($k \leq 50$). При отсутствии шара или при вращении электрона в бесконечной среде с тем же ε аналогичная величина $n_k < 0,05 \approx e^2/\hbar c$. Столь сильное излучение имеет место, когда поверхность шара расположена на определенном расстоянии от орбиты электрона и когда удовлетворяется условие Черенкова для электрона и вещества шара.

Наглядная интерпретация явления будет приведена в [18].

Авторы признательны проф. А.Р.Мкртчяну за постоянный интерес к работе и поддержку.

Работа выполнена в рамках гранта 96-703 Министерства образования и науки Республики Армения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б.М.Болотовский, УФН, 75, 295 (1961).
2. В.П.Зрелов. Излучение Вавилова-Черенкова и его применение в физике высоких энергий. М., Атомиздат, 1968.
3. И.М.Франк. Излучение Вавилова-Черенкова. Вопросы теории. М., Наука, 1988.
4. М.Л.Тер-Микаелян. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван, изд. АН Арм. ССР, 1969.
5. Г.М.Гарибян, Ян Шн. Рентгеновское переходное излучение. Ереван, изд. АН Арм. ССР, 1983.

6. В.Л.Гинзбург, В.Н.Цытович. Переходное излучение и переходное рассеяние. М., Наука, 1984.
7. В.А.Базылев, Н.К.Жеваго. Излучение быстрых частиц в веществе и во внешних полях. М., Наука, 1987.
8. М.А.Кумахов. Излучение каналированных частиц в кристаллах. М., Энергоатомиздат, 1986.
9. А.И.Ахиезер, Н.Ф.Шульга. Электродинамика высоких энергий в веществе. М., Наука, 1993.
10. А.А.Соколов, И.М.Тернов. Релятивистский электрон. М., Наука, 1983.
11. И.М.Тернов. УФН, 165, 429 (1995).
12. В.Н.Цытович. Вестник МГУ, 11, 27 (1951).
13. К.Итао. Progr. Theor. Phys., 23, 759 (1960).
14. М.П.Магомедов. Изв. АН Арм. ССР, Физика, 4, 271 (1969).
15. С.Р.Арзуманян, Л.Ш.Григорян, А.А.Саарян. Известия НАН Армении, Физика 99 (1995).
16. С.Р.Арзуманян, Л.Ш.Григорян, А.А.Саарян, Х.В.Котанджян. Известия НАН Армении, Физика, 30, 106 (1995).
17. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц. Теория поля. М., Наука, 1973.
18. Л.Ш.Григорян, Г.Ф.Хачатрян, в печати.

ԴԻԷԼԵԿՏՐԻԿ ԳՆՂԻ ԸՈՒՐՁԸ ՊՏՏՎՈՂ ԷԼԵԿՏՐՈՆԻ ՀՆԱՐԱՎՈՐ
ԱՆՈՍԱԼ ՈՒԺԵՂ ԾԱՌԱԳԱՅԹՄԱՆ ՄԱՍԻՆ

Լ. Շ. ԳՐԻԳՈՐՅԱՆ, Հ. Ֆ. ԽԱՉԱՏՐՅԱՆ, Ս. Ռ. ԱՐԶՈՒՄԱՆՅԱՆ

Ապացուցված է, որ դիէլեկտրիկ գնդի շուրջը, հասարակածի հարթությունում, էլեկտրոնի պտտման դեպքում հնարավոր է անոմալ ուժեղ ճառագայթում: Վերջինս տեղի ունի, երբ էլեկտրոնի ուղեծրի նկատմամբ գնդի մակերեսային զտնվում է որոշակի հեռավորության վրա, եւ երբ էլեկտրոնի ու գնդի նյութի համար բավարարվում է Չերենկովի պայմանը:

ON THE POSSIBILITY OF ABNORMALLY INTENSE RADIATION DUE
TO THE ROTATION OF ELECTRON AROUND A DIELECTRIC SPHERE

L. SH. GRIGORIAN, H. F. KHACHATRIAN, S. R. ARZUMANIAN

Abnormal intense radiation due to the uniform rotation of electron around the equatorial plane of a dielectric sphere has been obtained. It takes place when the surface of the sphere is at specific distance from the orbit of electron and when the Cerenkov condition for electron and the matter of the sphere is satisfied.