Известия НАН Армении, Физика, т.33, №5, с.231-240 (1998)

УДК 621.315.592

РАЗМЕРНОЕ КВАНТОВАНИЕ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ МИКРОКРИСТАЛЛАХ ЭЛЛИПСОИДАЛЬНОЙ ФОРМЫ

А. С. ГАСПАРЯН, Э. М. КАЗАРЯН, К. А. МХОЯН

Ереванский государственный университет

(Поступила в редакцию 14 ноября 1997г.)

Построена теория размерного квантования носителей заряда в малом полупроводниковом вытянутом эллипсоиде вращения. Получены волновые функции и энергетический спектр частицы, находящейся в бесконечной эллипсоидальной потенциальной яме. Исследована зависимость энергетических уровней от величин полуосей эллипсоида. Показано, что при стремлении длины большой полуоси вытянутого эллипсоида вращения в бесконечность, задача не сводится к рассмотрению связанных состояний носителя заряда в бесконечном круговом цилиндре.

Введение

Исследование размерных эффектов в полупроводниковых структурах с пониженной мерностью продолжает оставаться одним из приоритетных направлений физики твердого тела [1-4]. Особый интерес вызывает локализация носителей заряда в квазинульмерных структурах, представляющих собой полупроводниковые микрокристаллы (ПМ) различных форм с линейными размерами $d \sim 10 \div 10^3$Å, диспергированные в диэлектрических средах [5-11]. Такие размеры ПМ сравнимы с длинами дебройлевских волн квазичастиц в полупроводниках. В этих условиях влияние границы ПМ может вызвать размерное квантование энергического спектра его квазичастиц, связанное как с чисто пространственным ограничением области квантования, так и с поляризационным взаимодействием носителей заряда с поверхностью ПМ.

К настоящему времени теоретически хорошо исследованы физические свойства только сферических ПМ [12-15], поэтому является естественной попытка изучения микрокристаллов эллипсоидальной формы. С другой стороны, при рассмотрении шарообразных ПМ во внешних полях возникают принципиальные трудности, связанные с наложением аксиальной симметрии внешнего (магнитного или электрического) поля на сферическую симметрию микрокристалла, что также указывает на целесообразность рассмотрения квазинульмерных объектов, наделенных аксиальной симметрией, в частности, имеющих форму эллипсоида вращения [16].

Как известно, важной особенностью физических систем, в которых движение носителей заряда пространственно ограничено, является возможность управления энергетическим спектром квазичастиц при помощи изменения геометрических параметров системы. С этой точки зрения эллипсоидальная форма выгоднее сферической вследствие наличия двух геометрических параметров (имеются в виду полуоси эллипсоида вращения), что позволяет осуществлять более гибкое управление.

Отметим также, что задача нахождения энергетических уровней и соответствующих им волновых функций частицы, локализованной в потенциальной яме и имеющей форму эллипсоида вращения, решена для частных случаев: эллипсоид, мало отличающийся от сферы; сильно вытянутый (сплюснутый) эллипсоид вращения [17]. По этой причине рассмотрение общего случая представляет и чисто кванто-механический интерес. В этой связи в настоящей работе построена теория размерного квантования носителей заряда в ПМ, имеющем форму вытянутого эллипсоида вращения, в предположении отсутствия скачка диэлектрической проницаемости на поверхности ПМ.

Расчеты

Рассмотрим движение электрона в непрницаемом вытянутом эллипсоиде вращения. Тогда потенциальная энергия частицы будет иметь вид

$$U(x,y,z)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad \dfrac{x^2+y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}<1,\\ \infty & \text{при} \quad \dfrac{x^2+y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}>1, \qquad \text{где} \quad b\le c.\end{cases} \tag{1}$$

Найдем энергетические уровни и соответствующие им волновые функции электрона, находящегося в таком эллипсоиде. Гамильтониан носителя заряда в координатах вытянутого эллипсоида вращения будет иметь вид

$$\hat{H}=-\frac{\hbar}{2M}\cdot\frac{1}{\sigma^2-a^2\tau^2}\left\{\left[\frac{\partial}{\partial\sigma}(\sigma^2-a^2)\frac{\partial}{\partial\sigma}\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{\partial}{\partial\tau}\left[(1-\tau^2)\frac{\partial}{\partial\tau}\right]+\frac{\sigma^2-a^2\tau^2}{(\sigma^2-a^2)(1-\tau^2)}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right\}, \tag{2}$$

где $a=\sqrt{c^2-b^2}$, M — эффективная масса электрона.

Область внутри эллипсоида определяется условиями

$$\left.\begin{array}{c} a\le\sigma\le c\\ -1\le\tau\le 1\\ 0\le\varphi\le 2\pi \end{array}\right\}. \tag{3}$$

Волновую функцию задачи будем искать в виде

$$\Psi(\sigma,\tau,\varphi)\sim f_1(\sigma)f_2(\tau)e^{im\varphi}, \tag{4}$$

где m — магнитное квантовое число.

Тогда, применяя метод разделения переменных к уравнению Шредингера, получим:

$$-\frac{\partial}{\partial\tau}\left[(1-\tau^2)\frac{\partial f_2(\tau)}{\partial\tau}\right]+\left\{\frac{m^2}{(1-\tau^2)}+k^2a^2\tau^2\right\}f_2(\tau)=\mu f_2(\tau), \tag{5}$$

$$\frac{\partial}{\partial\sigma}\left[(\sigma^2-a^2)\frac{\partial f_1(\sigma)}{\partial\sigma}\right]+\left\{\frac{m^2a^2}{\sigma^2-a^2}+k^2\sigma^2\right\}f_1(\sigma)=\mu f_1(\sigma), \tag{6}$$

где μ – параметр разделения, k – волновое число электрона, определяющее энергию

$$E=\frac{\hbar^2k^2}{2M}. \tag{7}$$

Рассмотрим уравнение (5). Считая энергию (k) заданным параметром, будем рассматривать μ как собственное значение оператора

$$H_\tau=-\frac{\partial}{\partial\tau}\left[(1-\tau^2)\frac{\partial}{\partial\tau}\right]+\frac{m^2}{1-\tau^2}+k^2a^2\tau^2\,. \tag{8}$$

Прибавим и вычтем из (8) оператор

$$\delta\hat{U}_\tau=\frac{k^2\sigma^2\tau^4+\beta k^2a^2\tau^2}{1-\tau^2}, \tag{9}$$

где β – введенная безразмерная константа, значение которой определится из дальнейшего. Величину $-\delta\hat{U}_\tau$ будем рассматривать как возмущение к оператору

$$\hat{H}_\tau^{(0)}=\hat{H}_\tau\delta\hat{U}_\tau\,, \tag{10}$$

собственное значение которого обозначим через μ_0. Тогда для невозмущенного оператора (10) имеем

$$\frac{\partial^2 f_2(\tau)}{\partial\tau^2}-\frac{2\tau}{1-\tau^2}\frac{\partial f_2(\tau)}{\partial\tau}-\frac{(k^2a^2+\beta k^2a^2+\mu_0)\tau^2+m^2-\mu_0}{(1-\tau^2)^2}f_2(\tau)=0. \tag{11}$$

Сделав подстановку

$$f_2(\tau)=(1-\tau^2)^{1/2((1+\beta)k^2a^2+m^2)^{1/2}}g(\tau), \tag{12}$$

из уравнения (11) для функции $g(\tau)$ получим:

$$(1-\tau^2)\frac{\partial^2 g(\tau)}{\partial\tau^2}-2\tau(\sqrt{(1+\beta)k^2a^2+m^2}+1)\frac{\partial g(\tau)}{\partial\tau}+$$
$$+(\mu_0-m^2-\sqrt{(1+\beta)k^2a^2+m^2})g(\tau)=0. \tag{13}$$

С учетом условия (3), нетривиальное решение уравнения (13) существует только при [18]

$$\mu_0\equiv\mu_{n_2,|m|}^{(0)}=\alpha+m^2+n_2(n_2+2\alpha+1), \tag{14}$$

где $\alpha=\sqrt{(1+\beta)k^2a^2+m^2}$, $n_2=0,1,\cdots$ – эллиптическое квантовое число. Тогда

$$g(\tau)=\frac{(-1)^{n_2}}{n_2!2^{n_2}}\cdot\frac{\Gamma(n_2+2\alpha+1)\cdot\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(2\alpha+1)\cdot\Gamma(n_2+\alpha+1)}(1-\tau^2)^{-\alpha}\cdot\frac{d^{n_2}}{d\tau^{n_2}}\left[(1-\tau^2)^{n_2+\alpha}\right], \tag{15}$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция. Выражение (15) представляет собой полиномы Гегенбауэра $C_{n_2}^{\alpha+1/2}(\tau)$. С учетом (12) и (15) для функции $f_2(\tau)$ найдем:

$$f_2^{(n_2,m)}(\tau) = A_{n_2,m}(1-\tau^2)^{\alpha/2} C_{n_2}^{\alpha+1/2}(\tau), \tag{16}$$

где константа $A_{n_2,m}$, определяемая из условия

$$\int_{-1}^{1}\left[f_2^{(n_2,m)}(\tau)\right]^2 d\tau = 1, \tag{17}$$

имеет вид

$$A_{n_2,m} = \left[\frac{\pi 2^{-2\alpha}\Gamma(2\alpha+n_2+1)}{n_2!(n_2+\alpha+1/2)\Gamma^2(\alpha+1/2)}\right]^{-1/2}. \tag{18}$$

Докажем применимость теории возмущений к оператору $-\delta\hat{U}_\tau$. Для этого достаточно выполнения условия

$$F(\alpha,\beta) \equiv \left|\frac{V_{n_2,n_2+p}}{\mu^{(0)}_{n_2+p,|m|} - \mu^{(0)}_{n_2,|m|}}\right| << 1, \tag{19}$$

где

$$V_{n_2,n_2+p} = -\int_{-1}^{1} f_2^{(n_2+p,m)}(\tau)\delta\hat{U}_\tau f_2^{(n_2,m)}(\tau)d\tau, \tag{20}$$

p — целое число. Из четности полиномов Гегенбауэра следуют правила отбора $p = 2q$, где $q = \pm1,\pm2,\ldots$ Очевидно, что достаточно показать выполнение условия (19) для $p = 2$. Тогда, выполнив интегрирование, из (20) получим

$$\begin{gathered} V_{n_2+2,n_2} = (n_2+1)^{1/2}\cdot(n_2+2)^{1/2}\left\{\frac{\alpha^2-m^2}{\alpha}\cdot\left[\frac{(n_2+\alpha+1/2)(n_2+\alpha+5/2)}{(n_2+2\alpha+2)(n_2+2\alpha+1)}\right]^{1/2} - \right.\\ \left. -\left[\frac{(n_2+\alpha+1/2)(n_2+\alpha+5/2)}{(n_2+2\alpha+2)(n_2+2\alpha+1)}\right]^{-1/2}\right\}. \end{gathered} \tag{21}$$

Для разности собственных значений невозмущенного оператора имеем

$$\mu^{(0)}_{n_2+2,|m|} - \mu^{(0)}_{n_2,|m|} = 4n_2 + 4\alpha + 6. \tag{22}$$

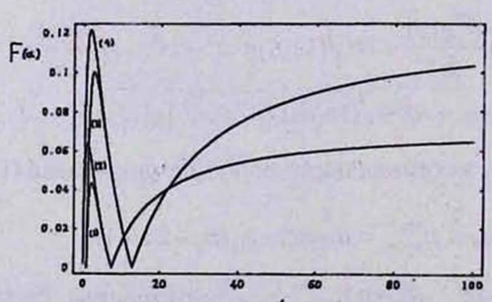

Рис.1. График функции $F(\alpha)$ для значений квантовых чисел $n_2 = 0$, $|m| = 1$ (кривая (1)), $n_2 = 0$, $|m| = 0$ (кривая (2)), $n_2 = 1$, $|m| = 1$ (кривая (3)), $n_2 = 1$, $|m| = 0$ (кривая (4)).

Подставив (21) и (22) в (19) и проведя расчеты с использованием численных методов, из условия минимальности функции $F(\alpha,\beta)$ определим значение параметра $\beta=-0{,}29$. На рис.1 представлен график функции $F(\alpha)$, который показывает выполнение условия (19) для значений квантовых чисел $n_2=0{,}1$; $|m|=0{,}1$.

В первом порядке теории возмущений поправка к собственным значениям $\mu^{(0)}_{n_2,|m|}$, определяемая стандартным методом, будет иметь вид

$$\mu^{(0)}_{n_2,|m|}=\frac{\alpha^2-m^2}{\alpha}(n_2+1/2)+\frac{\alpha^2-m^2}{0{,}71}\cdot\frac{2n_2^2+(4\alpha+2)n_2+2\alpha-1}{(2n_2+2\alpha+3)(2n_2+2\alpha-1)}. \tag{23}$$

Окончательно, для собственных значений оператора (8) в первом порядке теории возмущений получим:

$$\begin{gathered}\mu\equiv\mu^{(0)}_{n_2,|m|}=\alpha+m^2+n_2(n_2+2\alpha+1)-\frac{\alpha^2-m^2}{\alpha}(n_2+1/2)+\\+\frac{\alpha^2-m^2}{0{,}71}\cdot\frac{2n_2^2+(4\alpha+2)n_2+2\alpha-1}{(2n_2+2\alpha+3)(2n_2+2\alpha-1)},\end{gathered} \tag{24}$$

а соответствующие им волновые функции задаются выражением (16).

Перейдем к решению уравнения (6). Перепишем его в виде

$$-\frac{\sigma^2-a^2}{\sigma^2}\cdot\frac{\partial^2 f_1(\sigma)}{\partial\sigma^2}-\frac{2\sigma}{\sigma^2}\cdot\frac{\partial f_1(\sigma)}{\partial\sigma}+\left\{\frac{m^2a^2}{\sigma^2(\sigma^2-a^2)}+\frac{\mu}{\sigma^2}\right\}f_1(\sigma)=k^2f_1(\sigma) \tag{25}$$

и будем рассматривать k^2 как собственное значение оператора

$$\hat H_\sigma=-\frac{\sigma^2-a^2}{\sigma^2}\cdot\frac{\partial^2}{\partial\sigma^2}-\frac{2\sigma}{\sigma^2}\cdot\frac{\partial}{\partial\sigma}+\frac{m^2a^2}{\sigma^2(\sigma^2-a^2)}+\frac{\mu}{\sigma^2}, \tag{26}$$

считая μ заданным параметром.

К выражению (26) прибавим и вычтем оператор

$$\delta U_\sigma=\frac{\gamma a^2}{\sigma^4}+\frac{\gamma_1\sigma^2+\gamma_2a^2}{\sigma^2(\sigma^2-a^2)}, \tag{27}$$

где безразмерные параметры определятся из дальнейшего. Величину $-\delta U_\sigma$ будем считать возмущением к оператору

$$\hat H^{(0)}_\sigma=\hat H_\sigma+\delta\hat U_\sigma, \tag{28}$$

собственное значение которого обозначим через k_0^2. Тогда для невозмущенного оператора (28) имеем уравнение

$$\begin{gathered}-\frac{\sigma^2-a^2}{\sigma^2}\cdot\frac{\partial^2 f_1(\sigma)}{\partial\sigma^2}-\frac{2\sigma}{\sigma^2}\cdot\frac{\partial f_1(\sigma)}{\partial\sigma}+\\+\left\{\frac{m^2a^2}{\sigma^2(\sigma^2-a^2)}+\frac{\mu}{\sigma^2}+\frac{\gamma a^2}{\sigma^4}+\frac{\gamma_1\sigma^2+\gamma_2a^2}{\sigma^2(\sigma^2-a^2)}\right\}f_1(\sigma)=k_0^2f_1(\sigma).\end{gathered} \tag{29}$$

Сделав замену переменной $\sigma=\sqrt{\eta}$ и подстановку

$$f_1(\eta)=\eta^{-1/4}W(\eta), \tag{30}$$

для функции $W(\eta)$ получим:

$$\frac{\partial^2 W(\eta)}{\partial \eta^2}+\frac{1}{\eta-a^2}\cdot\frac{\partial W(\eta)}{\partial \eta}+$$
$$+\left\{\frac{k_0^2\eta^2-(k_0^2a^2+\mu+\gamma+\gamma_1+1)\eta+a^2(\mu+\gamma-\gamma_2-m^2+1)}{4\eta(\eta-a^2)^2}+\frac{\gamma+\frac{3}{4}}{4\eta^2}\right\}W(\eta)=0. \tag{31}$$

Выбором

$$\left.\begin{aligned}\gamma&=-\frac{3}{4}\\ \gamma_2&=\mu-m^2+\frac{1}{4}\end{aligned}\right\} \tag{32}$$

уравнение (31) сведется к уравнению Ломмеля [18]

$$\frac{\partial^2 W(t)}{\partial t^2}+\frac{1}{t}\cdot\frac{\partial W(t)}{\partial t}+\left\{\frac{k_0^2}{4t}-\frac{1/4(\mu+\gamma_1+1/4)}{t^2}\right\}W(t)=0 \tag{33}$$

с граничными условиями

$$W(0)=W(b^2)=0, \tag{34}$$

где $t=\eta-a^2$. С учетом (34), решение уравнения (33), как известно, имеет вид

$$W(t)=J_\nu(k_0t^{1/2}), \tag{35}$$

где

$$\nu=(\mu+\gamma_1+1/4)^{1/2}, \tag{36}$$

$J_\nu(x)$ – функция Бесселя первого рода порядка ν.

Возвращаясь к первоначальным обозначениям, для $f_1(\sigma)$ имеем:

$$f_1^{(n_1,m)}(\sigma)=B_{n_1,m}\sigma^{-1/2}J_\nu(k_0\sqrt{\sigma^2-a^2}). \tag{37}$$

Собственные значения k_0^2 определяются из условия равенства нулю волновых функций (37) на поверхности эллипсоида:

$$k_0^2\equiv(k_{n_1,|m|}^{(0)})^2=\frac{\chi_{n_1,|m|}^2}{b^2}, \tag{38}$$

где $\chi_{n_1,|m|}>0$ есть n_1-ый корень функции Бесселя $J_\nu(\chi_{n_1,|m|})=0$ (в порядке возрастания $\chi_{n_1,|m|}$).

Постоянная $B_{n,m}$, определяемая из условия

$$\int_a^c\left[f_1^{(n_1,m)}(\sigma)\right]^2\sigma^2d\sigma=1, \tag{39}$$

имеет вид

$$B_{n_1,m}=\frac{\sqrt{2}}{bJ_{\nu+1}(\chi_{n_1,|m|})}. \tag{40}$$

Покажем возможность рассмотрения оператора $-\delta U_\sigma$ в качестве возмущения. В данном случае аналог условия (19) запишется в виде

$$D(\mu,\gamma_1,\omega)\equiv\left|\frac{2(\chi^2_{n_1',|m|}-\chi^2_{n_1,|m|})^{-1}}{J_{\nu+1}(\chi_{n_1',|m|})J_{\nu+1}(\chi_{n_1,|m|})}\cdot\int_0^1 J_\nu(\chi_{n_1',|m|}x)J_\nu(\chi_{n_1,|m|}x)\times\right.$$

$$\left.\times\left\{\frac{\frac{3}{4}(\omega^2-1)x}{(x^2+\omega^2-1)^2}-\frac{\gamma_1(x^2+\omega^2-1)+(\omega^2-1)(\mu-m^2+\frac{1}{4})}{x(x^2+\omega^2-1)}\right\}dx\right|<<1, \tag{41}$$

где $\omega=c/b$. Отметим, что выполнение условия (41) достаточно показать для $n_1'=n_1+1$. Параметр γ_1 определяется, аналогично β, из условия минимума функции $D(\mu,\gamma_1,\omega)$:

$$\gamma_1=-\mu\left(1-\frac{0{,}7m^2}{1+\mu/2}\right)\cdot\left(1-\omega^{-9-\frac{60}{1+\mu}}\right). \tag{42}$$

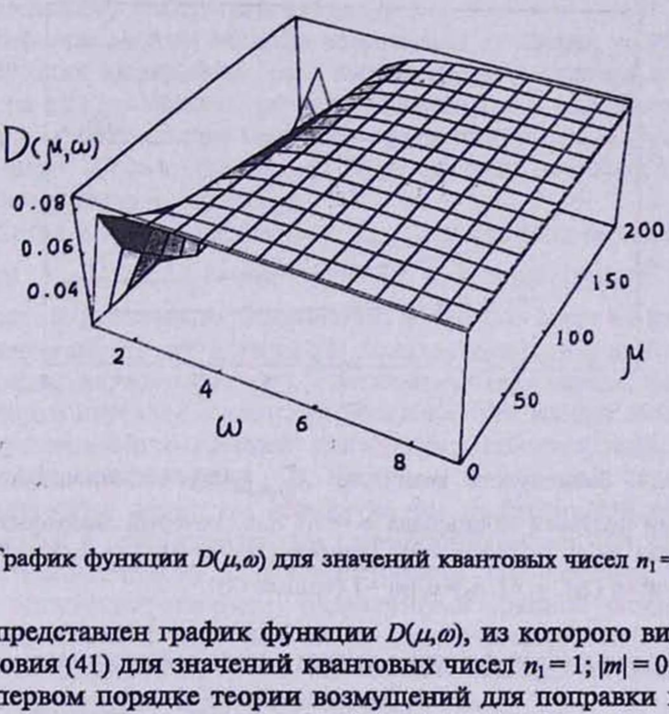

Рис.2. График функции $D(\mu,\omega)$ для значений квантовых чисел $n_1=1$, $m=0$.

На рис.2 представлен график функции $D(\mu,\omega)$, из которого видно выполнение условия (41) для значений квантовых чисел $n_1=1$; $|m|=0$.

В первом порядке теории возмущений для поправки к собственным значениям (38) имеем:

$$\left(k^{(1)}_{n_1,|m|}\right)=\frac{1}{b^2}\cdot\frac{2}{[J_{\nu+1}(\chi_{n_1',|m|})]^2}\int_0^1 J_\nu[(\chi_{n_1,|m|}x)\times]^2\times$$

$$\times\left\{\frac{\frac{3}{4}(\omega^2-1)x}{(x^2+\omega^2-1)^2}-\frac{\gamma_1(x^2+\omega^2-1)+(\omega^2-1)(\mu-m^2+\frac{1}{4})}{x(x^2+\omega^2-1)}\right\}dx. \tag{43}$$

Таким образом, для собственных значений оператора (26) в первом порядке теории возмущений найдем:

$$k^2 \equiv k^2_{n_1,|m|} = \frac{\chi^2_{n_1,|m|}}{b^2} + \left(k^{(1)}_{n_1,|m|}\right)^2, \tag{44}$$

а соответствующие волновые функции определяются выражением (37).

Окончательно, энергетические уровни электрона, находящегося в непроницаемом вытянутом эллипсоиде вращения, будут задаваться выражением

$$E_{n_1,n_2,|m|} = \frac{\hbar^2 \lambda^2_{n_1,n_2,|m|}(\omega)}{2Mb^2}, \tag{45}$$

где $\lambda^2_{n_1,n_2,|m|} = k^2 b^2$. Значения функции $\lambda^2_{n_1,n_2,|m|}(\omega)$ находятся из решения численными методами системы уравнений (24) и (44) относительно μ и k^2b^2. На рис.3 изображен график функции $\lambda^2_{n_1,n_2,|m|}(\omega)$ для первых трех энергетических состояний.

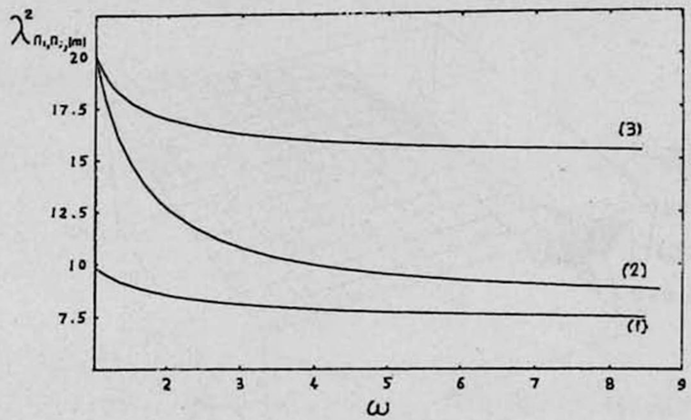

Рис.3. Зависимость величины $\lambda^2_{n_1,n_2,|m|}(\omega)$ от отношения длин полуосей эллипсоида $\omega = c/b$ для значений квантовых чисел $n_1 = 1$, $n_2 = 0$, $m = 0$ (кривая (1)), $n_1 = 1$, $n_2 = 1$, $m = 0$ (кривая (2)), $n_1 = 1$, $n_2 = 0$, $|m| = 1$ (кривая (3)).

Полная волновая функция задачи дается выражением

$$\psi_{n_1,n_2,m} = N_{n_1,n_2,m}(1-\tau^2)^{\alpha/2} C^{\alpha+1/2}_{n_2}(\tau)\cdot\sigma^{-1/2}\cdot J_\nu\left(\frac{\chi_{n_1,|m|}}{b}\sqrt{\sigma^2-a^2}\right)e^{im\varphi}, \tag{46}$$

где

$$N_{n_1,n_2,m} = \left[\int_a^c\int_{-1}^1\int_0^{2\pi}\left\{(1-\tau^2)^{\alpha/2} C^{\alpha+1/2}_{n_2}(\tau)\cdot\sigma^{-1/2}\times\right.\right.$$
$$\left.\left.\times J_\nu\left(\frac{\chi_{n_1,|m|}}{b}\sqrt{\sigma^2-a^2}\right)\right\}^2(\sigma^2-a^2\tau^2)\,d\varphi\, d\tau\, d\sigma\right]^{-1/2}. \tag{47}$$

Обсуждение результатов

Таким образом, в настоящей работе получены энергетические уровни и соответствующие им волновые функции электрона, находящегося в квантовой яме, имеющей форму вытянутого эллипсоида вращения. При каждом фиксированном значении ω зависимость найденных уровней от длины малой полуоси эллипсоида определяется аналогично случаю бесконечно глубокой сферической ямы радиуса b, но уже с новой константой $\lambda_{n_1,n_2,|m|}$.

На рис.3 представлена зависимость величины $\lambda_{n_1,n_2,|m|}$ от отношения длин полуосей эллипсоида для трех низших энергетических уровней. При $\omega = 1$, что соответствует вырождению эллипсоида в сферу, параметры $\lambda_{n_1,n_2,|m|}$ переходят, как и следовало ожидать, в соответствующие значения сферической задачи. При переходе к вытянутому эллипсоиду вращения ($\omega > 1$) снимается вырождение энергетического спектра по модулю магнитного квантового числа m.

В случае малого отличия эллипсоида от сферы, полученные ранее аналитические выражения (см., например, [19]) хорошо описывают ход кривых на рис.3 в области $\omega - 1 < 0,1$. Заметим, что с энергетической точки зрения эффект потери системой сферической симметрии подавляется увеличением объема, вследствие чего энергия электрона уменьшается при отклонении ω от единицы.

Когда $\omega \sim 10^2$, параметры $\lambda_{n_1,n_2,|m|}$ достигают своих минимальных значений $\lambda_{1,0,0} = 7{,}3; \lambda_{1,1,0} = 8{,}6; \lambda_{1,0,1} = 15{,}9$ и, с точностью до тысячных, не реагируют на дальнейшее увеличение ω. Отсюда следует, что при $\omega \to \infty$ энергетический спектр электрона, локализованного в вытянутом эллипсоиде вращения, не переходит в спектр носителя заряда, находящегося в бесконечном круговом цилиндре радиуса b. Это можно объяснить общими рассуждениями о группах симметрии. Действительно, если эллипсоидальный гамильтониан (2) при $a \to \infty$ ($\omega \to \infty$) переходил бы в цилиндрический, тогда он обеспечил бы непрерывный переход между сферическим и цилиндрическим гамильтонианиами при изменении a от нуля до бесконечности. С другой стороны, как известно, непрерывный переход между операторами, наделенными группой симметрии O(3) и O(2), невозможен. В наличии такого зазора можно также убедиться непосредственным усреднением волиовыми функциями цилиндрической задачи гамильтониана (2) при условии $c \gg b$.

В заключение хотелось бы надеяться, что полученные результаты позволят вовлечь в круг теоретических исследований квазинульмерные полупроводниковые объекты, имеющие эллипсоидальную форму.

ЛИТЕРАТУРА

1. **K.Kash, B.P.Van der Gaag, et al**. Phys. Rev. Lett., **67**, 1326 (1991).
2. **A.I.Ekimov et al.** J. Opt. Soc. Am. B, **10**, 100 (1993).
3. **B.Gil, P.Bigenwald**. Solid State Commun., **94**, 883 (1995).
4. **E.M.Kazaryan, K.A.Mkhoyan, H.A.Sarkisyan**. Thin Solid Films, **302**, 54 (1997).
5. **A.I.Ekimov et al.** J. Luminesc., **46**, 83 (1990).
6. **S.K.Kirby, D.Z.-Y.Ting, T.C.McGill**. Phys. Rev. B, **50**, 10990 (1994).

7. **H.Drexler et al.** Phys. Rev. Lett., **73**, 2252 (1994).
8. **M.Nirmal et al.** Phys. Rev. Lett., **75**, 3728 (1995).
9. **J.M.Ferreyra, C.R.Proetto.** Phys. Rev. B, **52**, 2309 (1995).
10. **L.Samuelson, A.Gustafsson.** Phys. Rev. Lett., **74**, 2395 (1995).
11. **U.Merkt.** Physica B, **189**, 165 (1993).
12. **А.И.Екимов, Ал.Л.Эфрос и др.** ФТТ, **31**, 192 (1989).
13. **D.S.Chuu, C.M.Hsiao, W.N.Mei.** Phys. Rev. B, **46**, 3898 (1992).
14. **Z.Xiao, J.Zhu, F.He.** J. Appl. Phys., **79**, 9181 (1996).
15. **А.С.Гаспарян, Э.М.Казарян.** Изв. НАН Армении, Физика, **32**, 83 (1997).
16. **А.С.Гаспарян, Э.М.Казарян.** Изв. НАН Армении, Физика, **32**, 130 (1997).
17. **В.М.Галицкий, Б.М.Карнаков, В.И.Коган.** Задачи по квантовой механике. М., Наука, 1981.
18. **А.Ф.Никофоров, В.Б.Уваров.** Специальные функции математической физики. М., Наука, 1978.
19. **Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц.** Квантовая механика. М., Наука, 1989.

ԼԻՑՔԱԿԻՐՆԵՐԻ ՉԱՓԱՅԻՆ ՔՎԱՆՏԱՑՈՒՄԸ ԷԼԻՊՍԱՐԴԱՅԻՆ ՁԵՎԻ ԿԻՍԱՀԱՂՈՐԴՉԱՅԻՆ ՄԻԿՐՈԲՅՈՒՐԵՂՆԵՐՈՒՄ

Ա. Ս. ԳԱՍՊԱՐՅԱՆ, Է. Մ. ՂԱԶԱՐՅԱՆ, Կ. Ա. ՄԽՈՅԱՆ

Կառուցված է փոքր կիսահաղորդչային ձգված պտտման էլիպսարդում լիցքակիրների չափային քվանտացման տեսությունը: Ստացված են անվերջ էլիպսարդային փոսում մասնիկի ալիքային ֆունկցիաները և էներգիական սպեկտրը: Հետազոտված է էներգիական մակարդակների կախվածությունը էլիպսարդի կիսաառանցքների մեծություններից: Ցույց է տրված, որ երբ ձգված պտտման էլիպսարդի մեծ կիսաառանցքը ձգտում է անվերջության, խնդիրը չի հանգում անվերջ շրջանային գլանում լիցքակիրների կապված վիճակների ուսումնասիրմանը:

SIZE QUANTIZATION OF CHARGE CARRIERS IN SEMICONDUCTOR MICROCRYSTALS OF ELLIPSIODAL FORM

A. S. GASPARYAN, E. M. KAZARYAN, K. A. MKHOYAN

The theory of the size quantization of charge carriers in a small stretched semiconductor ellipsoid of revolution is developed. The wave functions and energy spectrum of a particle located in infinite ellipsoidal potential well are obtained. The dependence of energy levels on magnitude of ellipsoid semiaxes is considered. It is shown that in the case when the major semiaxis of the ellipsoid of revolution tends to infinity, the problem is not reduced to the considering of bound states of charge carriers in infinite circular cylinder.